Razonamiento Matemático

Ing. Adolfo Povis Vega

2da EDICION

PROBLEMAS DE NIVEL

Razonamiento Matemático

PROBLEMAS DE NIVEL

- RAZONAMIENTO LÓGICO
- RAZONAMIENTO MATEMÁTICO
- SITUACIONES ARITMÉTICAS
- SITUACIONES ALGEBRAICAS
- SITUACIONES GEOMÉTRICAS
- SITUACIONES TRIGONOMÉTRICAS
- ESTADÍSTICA

ING. ADOLFO POVIS VEGA

Para: Adriana Povis Parra
Heredera de mi arte,
fuente de mi vida e inspiración.

Adolfo Povis Vega

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO
PROBLEMAS DE NIVEL

Autor: Adolfo N. Povis Vega

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin autorización por escrito del autor:
Decreto Legislativo .... : 822
Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú Nº...... : 2011-15396
International Standard Book Number ISBN .... : 978-9972-813-69-6

Derechos Reservados ©
Tercera edición: Enero 2012
Primera reimpresión: Enero 2017
Tiraje: 1000 ejemplares

Obra editada, impresa y distribuida por:
Distribuidora, Imprenta, Editorial, Librería
MOSHERA S.R.L.
Jr. Tacna 2969 - San Martín de Porres
Lima - Perú / Telefax: 567-9299

PEDIDOS AL POR MAYOR
Distribuidora - Imprenta - Editorial - Librería
MOSHERA S.R.L.
Jr. Tacna 2969 - San Martín de Porres
Telefax: 567-9299
e-mail: editorialmoshera@hotmail.com

Impreso en el Perú - Printed in Perú

PRESENTACIÓN

El hombre en su constante afán por solucionar los problemas de su vida cotidiana ha desarrollado a lo largo de siglos un arduo trabajo y una intensa práctica social, logrando crear diferentes herramientas, desde las más rudimentarias y concretas hasta las más complejas y abstractas. Una de las Herramientas más valiosas que ha creado el hombre es, precisamente la Matemática.

Para determinar lo que es el Razonamiento Matemático, tenemos que remitirnos a su origen lexical. La voz "*razonamiento*" proviene de "*razonar*", que significa deducir unas ideas de otras para llegar a ciertas conclusiones. Por otro lado "*matemático*" es lo relacionado al cálculo numérico. Considerando ambos significados, el Razonamiento Matemático es la materia que, partiendo del conocimiento matemático, busca generar aptitudes y habilidades.

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO, problemas de nivel, es un libro que nace debido a la necesidad de muchos estudiantes y docentes, de contar con un material académico adecuado de gran nivel académico y escrito en un lenguaje sencillo y ameno. Respecto al contenido, cada capítulo se inicia con un marco teórico expuesto de manera clara y concreta que luego se aplica a la práctica a través de problemas resueltos, los cuales están explicados de tal forma que el estudiante disipe las dudas que pudiera tener. También al final se presentan problemas de olimpiadas y problemas propuestos con sus respectivas claves de respuestas.

Finalmente agradezco a todos mis alumnos y colegas que continuamente me hacen llegar sus críticas y sugerencias de manera personal o vía Internet, mi agradecimiento a todos aquellos que me apoyaron en la realización de este trabajo y el reconocimiento debido a todos mis compañeros de plana de las academias ADUNI y CÉSAR VALLEJO.

Adolfo Povis Vega
rm_povis@hotmail.com

CONTENIDO

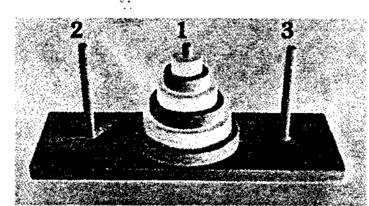
INTRODUCCIÓN

"LA TORRE DE HANOI"

Hay una leyenda en el oriente, que narra que debajo de una cúpula que marca el centro del mundo hay 3 agujas.

En una de estas 3 agujas al principio de la creación, Dios colocó 64 discos, todos de diferentes tamaños, estando colocados en forma creciente: el menor en la parte superior y el mayor abajo.

Todos los discos deben ser pasados a la tercera aguja donde deberán quedar, los 64 discos en el mismo orden, es decir el mayor abajo y el menor arriba.



La segunda aguja es sólo auxiliar. En ningún momento debe de haber un disco mayor sobre uno menor.

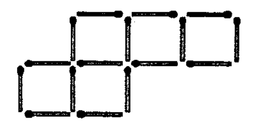
Siempre hay un monje trabajando, moviendo un disco por segundo sin equivocarse jamás. El día que los 64 discos hayan sido transpuestos, llegará el fin del mundo.

I. *ARREGLOS CON CERILLOS*

El objetivo aquí es desarrollar el poder de reflexión y tu destreza visual, empleando para ello imaginación e ingenio.

Ejemplo 01.-

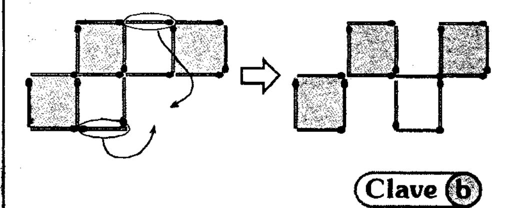
¿Cuántos cerillos debes de mover como mínimo, para obtener exactamente cuatro cuadrados del mismo tamaño?



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Sólo se necesitan mover 2 cerillos así:



Clave (b)

***Ejemplo 02*.-**

¿Cuántos palitos se deben de mover como mínimo para que la mostrada sea correcta?

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) 5

XIX = VII / II

Resolución:
Se necesitan mover 4 palitos así:

XIX = VII / II

⇩

$\sqrt{IX}$ = VI / II

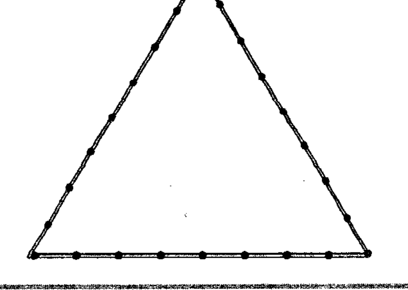
Es decir: $\sqrt{a} = 6/2$

Clave (b)

***Ejemplo 03*.-**

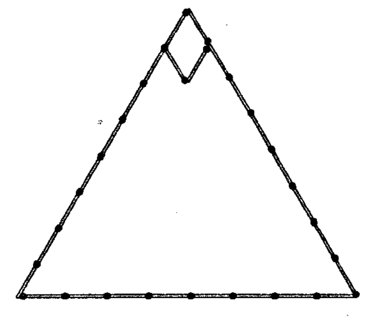
Con 24 cerillos de 2cm. de longitud se ha formado el triángulo ¿Cuántos cerillos se deben cambiar de posición para obtener una figura cerrada, de tal manera que el área de la región encerrada sea 92 cm^2?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



Resolución:

Se observa que el triángulo dado tiene lados en la relación 3, 4 y 5; entonces es un triángulo rectángulo cuya área es $\frac{16 \times 12}{2} = 96cm^2$, como se quiere tener un área de $92cm^2$ basta con mover 2 palitos así:



Área $= 96 - 2^2 = 92cm^2$

Clave (b)

II RELACIÓN DE TIEMPOS

Para resolver este tipo de problemas existe un método práctico que consiste en reemplazar las palabras por un equivalente numérico.

... -2	-1	0	+1	+2 ...
anteayer	ayer	hoy	mañana	pas. mañana

pasado (–) futuro (+)

***Ejemplo 04*.-**

Si hoy es jueves. ¿Qué día es el ayer de pasado mañana de mañana de mañana de anteayer?

a) jueves b) viernes c) sábado
d) domingo e) miércoles

Resolución:

Del enunciado:

¿Qué día es el $\underbrace{\text{ayer}}_{-1}$ de $\underbrace{\text{pasado mañana}}_{+2}$

de $\underbrace{\text{mañana}}_{+1}$ de $\underbrace{\text{mañana}}_{+1}$ de $\underbrace{\text{anteayer}}_{-2}$

Entonces:

Piden: $-\cancel{1}+\cancel{2}+\cancel{1}+1-\cancel{2}$
< > +1
< > mañana
< > viernes

Clave (b)

Ejemplo 06.-

Si el mañana de mañana de pasado mañana del ayer de anteayer de mañana de hace 5 días fue domingo. ¿Qué día será pasado mañana?

a) sábado b) domingo c) lunes
d) jueves e) viernes

Resolución:

Reemplazando:

$+1+1+\cancel{2}-\cancel{1}-\cancel{2}+\cancel{1}-5$ fue domingo
< > –3 fue domingo
< > hace 3 días fue domingo
< > hoy es miércoles

∴ pasado mañana será viernes.

Clave (e)

Ejemplo 07.-

Si el ayer del mañana del ayer de anteayer del pasado mañana de mañana del ayer de mañana del ayer de mañana de anteayer de pasado mañana es lunes; ¿qué día es el ayer del ayer del ayer de pasado mañana de mañana?

a) domingo b) lunes c) martes
d) miércoles e) sábado

Resolución:

Reemplazando:

$-\cancel{1}+\cancel{1}-\cancel{1}-\cancel{2}+\cancel{2}+\cancel{1}-\cancel{1}+\cancel{1}-\cancel{1}+\cancel{1}-\cancel{2}+\cancel{2}$
es lunes:
< > 0 es lunes
< > hoy es lunes

Piden: $-1-1-1+2+1$
< > 0
< > hoy
< > lunes

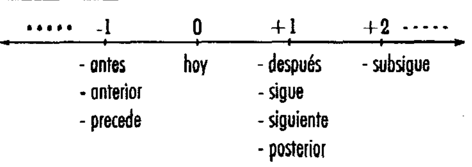
Clave (b)

Ejemplo 08.-

¿Cuál es el día que precede al ayer del anterior del posterior día que subsigue al que sigue a sábado?

a) lunes b) sábado c) domingo
d) lunes e) martes

Resolución.-



Reemplazando

$-\cancel{1} - \cancel{1} - 1 + \cancel{1} + 2 + \cancel{1}$ de sábado

< > +1 de sábado

< > domingo

Clave (c)

III RELACIÓN DE PARENTESCOS

Aquí se recomienda hacer un esquema con las personas que intervienen en el problema, empezando de atrás hacia adelante.

Ejemplo 08.-

¿Qué parentesco tiene conmigo la suegra de la mujer del hermano mellizo de mi hermano?

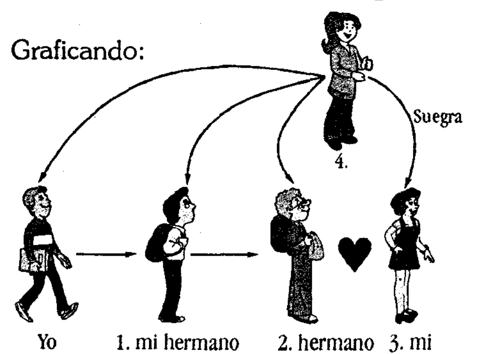
a) es mi tía b) es mi hermana
c) es mi suegra d) es mi cuñada
e) es mi madre

Resolución:

la suegra (4) de la mujer del (3)

hermano mellizo (2) de mi hermano (1)

Graficando:



Como es suegra de mi cuñada

∴ Es mi madre.

Clave (e)

Ejemplo 9.-

¿Quién es el hijo del padre del padre del bisnieto de mi abuelo, si yo soy hijo único?

a) yo mismo b) mi hermano
c) mi sobrino d) mi padre
e) mi tío

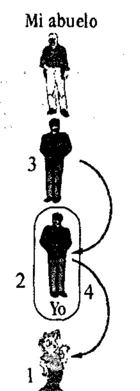
Resolución:

De atrás para adelante.

el hijo (4 yo) del padre (3 mi padre) del padre (2 yo)

del bisnieto de mi abuelo (1 mi hijo)

Graficando.



∴ Soy yo mismo.

Clave (a)

Ejemplo 10.-

¿Qué viene a ser el hijo del único primo de mi único sobrino respecto del único

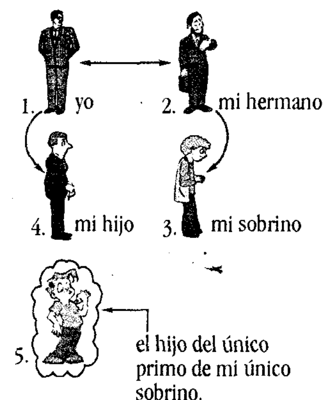
abuelo del hermano del nieto de mi esposa?

a) es su primo b) es su padre
c) es su hermano d) es su nieto
e) es su bisnieto

Resolución:

Se deduce que:

El hijo del único primo de mi único sobrino es mi nieto



además:

el único abuelo del hermano del nieto de mi esposa

3. yo mismo — 2. mi nieto — 1. mi nieto

Soy yo mismo.

∴ Es su nieto.

Clave d

Ejemplo 11.-

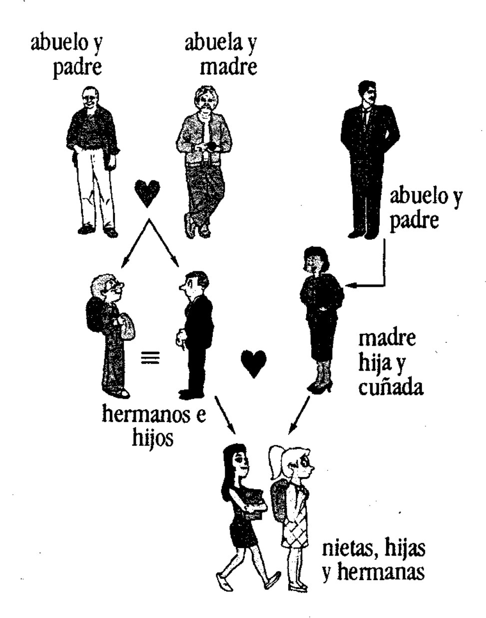
Celebrando el cumpleaños de mi profe Povis se encuentran: 3 hijas, 2 hijos, 2 nietas, 2 abuelos, una abuela, 3 padres, 2 madres, 2 hermanos, 2 hermanas, el cuñado, la cuñada, un tío, 2 sobrinas, 2 esposos, 2 esposas y el profesor Povis. ¿Cuántas personas como mínimo están presentes en dicha reunión?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

Resolución:

En esta parte debemos tener en cuenta al momento de resolver el problema que cada uno de los integrantes de la familia puede desempeñar papeles diferentes, es decir puede ser padre, hijo y tío a la vez.

Haciendo un esquema utilizando la menor cantidad de personas se tiene:

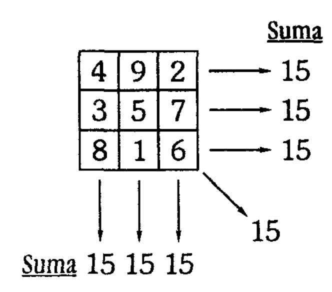


∴ Como mínimo están 8 personas.

Clave c

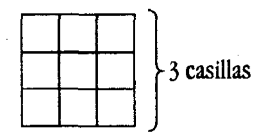
IV. CUADRADOS MÁGICOS

Son tableros cuadrados en los que se han distribuido números en progresión aritmética de tal forma que la suma de los números en una línea cualquiera y la de los números de una columna o fila cualquiera da el mismo valor.



CUADRADO MÁGICO 3 x 3

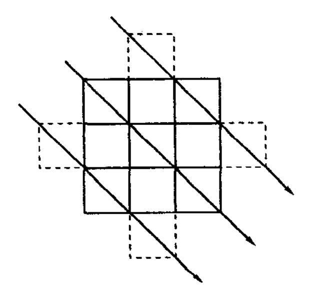
Se trata de distribuir los números 1, 2, 3, ..., 9 en el tablero.



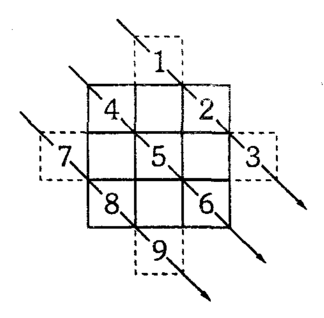
de modo que sea mágico.

Procedimiento:

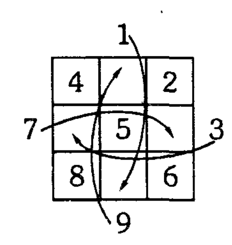
1.-



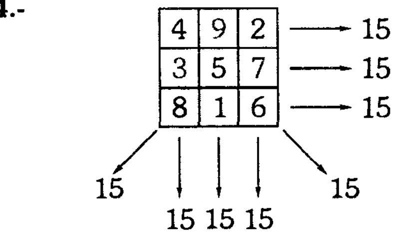
2.-



3.-

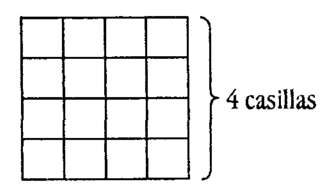


4.-



CUADRADO MÁGICO 4 x 4

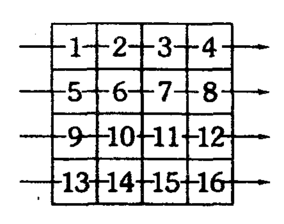
Distribuiremos los números del 1 al 16 en el tablero.



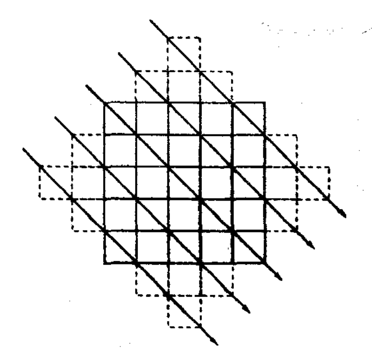
de modo que sea mágico.

Procedimiento:

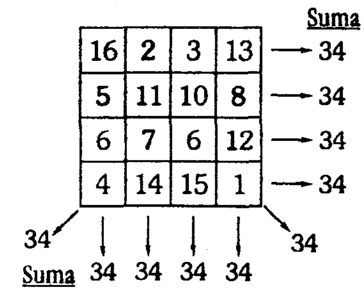
1.-



2.-

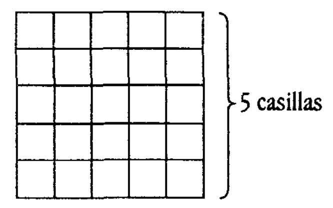


3.- Intercambiar los números que han sido tocados por la diagonal con su simétrico respecto del centro.



CUADRADO MÁGICO 5 x 5

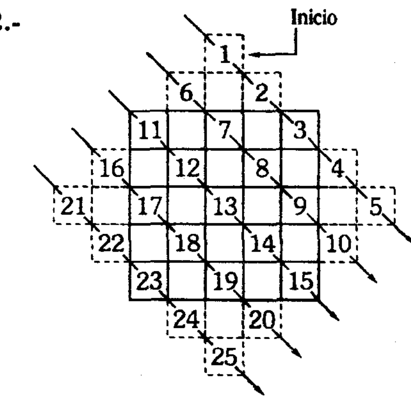
Colocar los números 1, 2, 3, ..., 25 de modo que el tablero.



sea mágico.

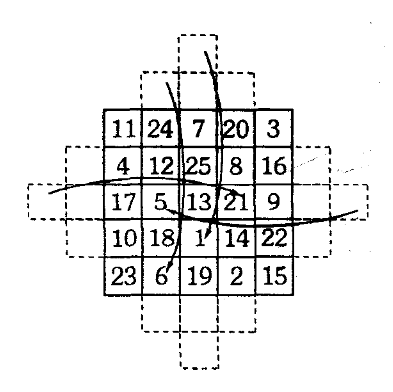
Procedimiento:

1.-



2.-

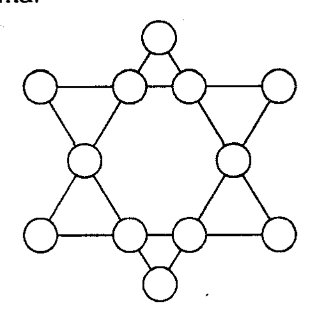
3.- Los números que rebasan deben colocarse en la parte opuesta que está a una distancia de 5 casillas.



V. DISTRIBUCIONES NUMÉRICAS

Ejemplo 13.

Ubique los números del 1 al 12 de modo que la suma de 4 círculos colineales sea la misma.

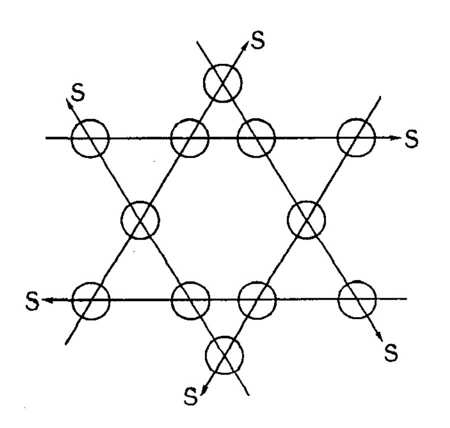


Dé como respuesta dicha suma.

a) 32 b) 26 c) 30
d) 25 e) 50

Resolución:

Note que hay seis sumas constantes y que al tomar la seis sumas estamos tomando 2 veces cada número.



Luego:

$$6s = 2(1+2+3+\ldots+12)$$

$$6s = 2\left(\frac{12\times 13}{2}\right)$$

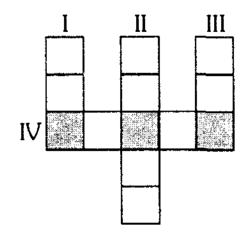
$$s = 26$$

$\therefore$ Dicha suma es 26.

Clave b

Ejemplo 14.

Distribuya en las casillas los números del 1 al 13 de tal manera que la suma de las filas I, II, III y IV sea igual a 25.

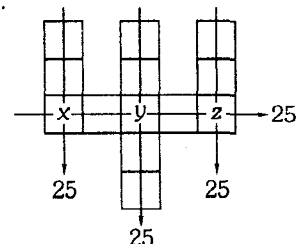


Dé como respuesta la suma de los números que van en las casillas sombreadas.

a) 8 b) 9 c) 10
d) 12 e) 11

Resolución:

Al tomar las 4 sumas iguales; estamos tomando todos los números, pero repetimos los que van en las casillas sombreadas.



Luego:

$$4(25) = (1+2+3+\ldots+13)+x+y+z$$

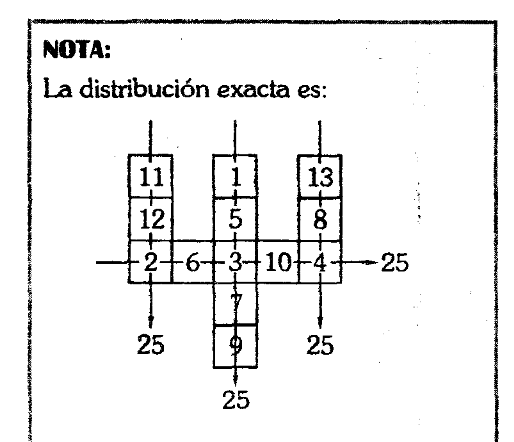
$$100 = \frac{13\times 14}{2}+x+y+z$$

$$x+y+z=9$$

Clave b

NOTA:

La distribución exacta es:



VI MENTIRAS Y VERDADES

Ejemplo 15.

Cuatro niños tienen cada uno 4, 6, 8 y 10 canicas. Se sabe que cada uno dijo:

Andrés	:	*yo tengo 4 canicas.*
Benito	:	*yo tengo 10 canicas.*
Carlos	:	*Andrés tiene 8 canicas.*
Daniel	:	*yo tengo 8 canicas.*

Si sólo uno de ellos miente y los otros dicen la verdad. ¿Cuántas canicas tienen juntos Andrés y Daniel?

a) 10 b) 12 c) 4
d) 16 e) 18

Resolución:

Como sólo hay un mentiroso y Carlos con Daniel se contradicen, entonces uno de los dos es el mentiroso y los demás (Andrés y Benito) dicen la verdad.

$\Rightarrow$ Andrés tiene 4 canicas.
$\Rightarrow$ Benito tiene 10 canicas.

Como ya descubrimos que Andrés tiene 4 canicas y no 8, entonces Carlos es el mentiroso y Daniel dice la verdad.

$\Rightarrow$ Daniel tiene 8 canicas.
$\Rightarrow$ Carlos tiene 6 canicas.

Piden: $4+8=12$

Clave b

Ejemplo 16.

Los habitantes de cierta isla lejana están divididos en dos castas hereditarias. Para un extraño, los miembros de ambas castas se parecen enteramente. Pero mientras que los insulares que pertenecen a la casta de los Pupis dicen siempre la verdad, los de la casta Pufis siempre mienten. Un día llegó a esta isla un explorador que conocía algo de las costumbres de sus habitantes, pero no su idioma. Cuando desembarcó encontró a los nativos: JOCO, MATA y TAPO. ¿A qué casta pertenece usted? pregunto al primero y éste le contestó: Bhsz ejut.
¿Qué ha dicho él? preguntó el explorador, dirigiéndose a MATA y TAPO; ambos que sabían algo de castellano respondieron:

MATA : dijo pupis

TAPO : dijo pufis

¿De qué casta son MATA y TAPO?

a) Pupis - Pufis b) Pufis - Pupis
c) Pupis - Pupis d) Pufis - Pufis
e) faltan datos

Resolución:

Analizando lo que pudo haber dicho el primer nativo.

- Si fuera Pupis (veraz).

debido a que dice la verdad.

- Si fuera Pufis (mentiroso).

debido a que a pesar de ser pufis debe mentir.

∴ En ambos casos da la misma respuesta: "*soy Pupis*".

- Comparando con lo que dijo MATA vemos que dice la verdad, por tanto es Pupis.

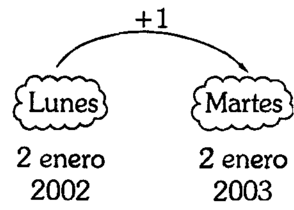
- Comparando con lo que dijo TAPO vemos que miente, por tanto es Pufis.

VII CALENDARIOS

AÑO COMÚN

Consta de 365 días (52 semanas y 1 día) por lo tanto cada año común avanzamos un día.

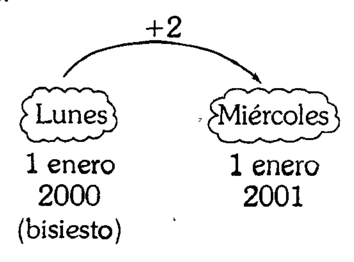
Ejemplo.



AÑO BISIESTO

El tiempo que demora en dar la vuelta al sol (365 días y 6 horas aproximadamente) se denomina un año. Cada 4 años, la fracción de horas no consideradas en los años comunes se acumulan aproximadamente en 1 día y para incluir este día (29 de febrero) se han establecido los años bisiestos. Por tanto un año bisiesto trae 366 días (52 semanas y 2 días).

Por lo tanto cada año bisiesto avanzamos 2 días.



Los años bisiestos, son los años múltiplos de 4, excepto los años de fin de siglo que sólo son bisiestos si son múltiplos de 400.

$1992 = \overset{\circ}{4} \longrightarrow$ 1992 es bisiesto
$1840 = \overset{\circ}{4} \longrightarrow$ 1840 es bisiesto
$1600 = \overset{\circ}{400} \longrightarrow$ 1600 es bisiesto
$1700 \neq \overset{\circ}{400} \longrightarrow$ 1700 no es bisiesto
$1539 \neq \overset{\circ}{4} \longrightarrow$ 1539 no es bisiesto

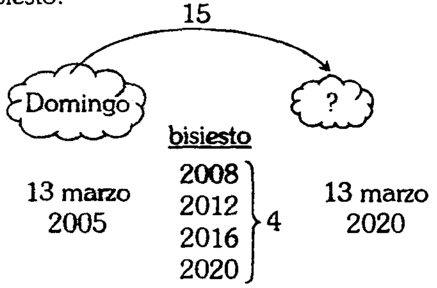
Ejemplo 17.

Si el domingo 13 de marzo del 2005 nació Ariana. ¿Qué día de la semana celebrará sus 15 años?

a) jueves b) viernes c) sábado
d) domingo e) miércoles

Resolución.

Si los 15 años que deben transcurrir fueran años normales bastaría con avanzar 15 día a partir del domingo, pero como algunos serán bisiestos debemos considerarlos y avanzar un día más por cada año bisiesto.



Debemos avanzar: $15 + 4 = 19$ días a partir del domingo.

19 días = 2 sem + 5 días

domingo → viernes
13 marzo 2005 → 13 marzo 2020

∴ Celebrará un viernes.

Clave b

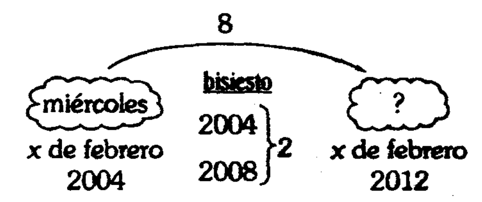
> **NOTA:**
> Se tomó el 2020, porque consideramos hasta el 13 de marzo del 2020; es decir después de febrero del 2020.

Ejemplo 18.

El cumpleaños de Liz fue un miércoles del mes de febrero del 2004. ¿Qué día será su cumpleaños en el 2012?

a) sábado b) lunes c) martes
d) miércoles e) jueves

Resolución:



Avanzar: $8 + 2 = 10$ días

10 días = 1 sem + 3 días

miércoles → sábado
x de febrero 2004 → x de febrero 2012

∴ Será sábado.

Clave a

VIII. PROBLEMAS SOBRE CERTEZAS

Ejemplo 19.

En una caja se tiene 3 bolitas negras y 4 bolitas blancas. ¿Cuántas se debe de sacar como mínimo para tener con certeza o seguridad una bolita blanca entre las extraídas?

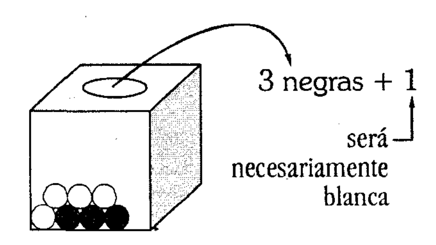
a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Si la primera bolita que se saca resulta blanca, ya se tendría lo pedido en la primera extracción; pero eso no siempre ocurrirá pues se trata de una casualidad y buena suerte (en el mejor de los casos).

Como se desea tener la seguridad, lo adecuado es suponer el peor de los casos, es decir que al extraer salgan las que no son blancas y luego de ello indudablemente saldrá la bolita blanca.

Entonces para tener con certeza se debe extraer.



∴ Total: 4 bolitas.

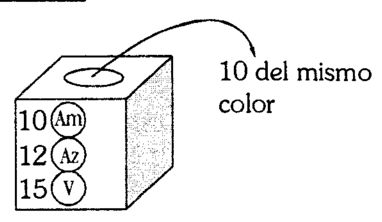
Clave b

Ejemplo 20.

En una caja hay 10 bolas amarillas, 12 azules y 15 verdes. ¿Cuál es el mínimo número de bolas que se debe extraer al azar de manera que se obtengan 10 del mismo color?

a) 30 b) 29 c) 27
d) 26 e) 28

Resolución:



Analizando el peor de los casos:

"Que salgan hasta 9 de cada color"

Extraer:

$$\underbrace{9Am + 9\,Az + 9V}_{} + 1 = 28$$

Hasta aquí no se tiene 10 del mismo color.

Sea amarillo, azul o verde completa el grupo de 10 del mismo color.

∴ Se debe extraer 28 bolas.

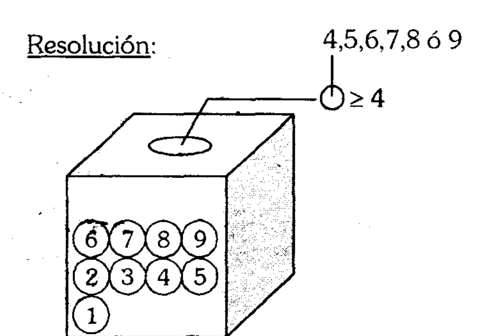
Clave e

Ejemplo 21.

En una urna se tiene fichas numeradas del 1 al 9. ¿Cuántas fichas debemos extraer en total y sin ver, para estar seguros de haber extraído una ficha cuya numeración sea mayor o igual que 4?

a) 4 b) 3 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:



Analizando el peor de los casos: "que al extraer salgan fichas menores que 4".

Debemos extraer:

①②③ + 1 = 4 fichas
→ será 4, 5, 6, 7, 8 ó 9

∴ Por lo menos debemos extraer 4 fichas.

Clave a

Ejemplo 22:

De 5 lapiceros rojos, 4 azules y 9 negros. ¿Cuál es el mínimo número de lapiceros que se deben extraer para tener la certeza de haber obtenido un grupo por completo?

a) 14 b) 16 c) 18
d) 17 e) 19

Resolución:

El peor de los casos ocurre cuando en principio vayamos sacando grupos "casi completos", así:

4 rojas + 3 azules + 8 negros + 1 = 16
Completa el grupo

∴ Se debe extraer 16 fichas.

Clave b

IX. ORDENAMIENTO DE INFORMACIÓN

Aquí los problemas tienen como característica que en ellos siempre se proporcionan datos desordenados los cuales contienen toda la información. Debemos relacionarlos entre sí y ordenarlos.

ORDENAMIENTO LINEAL

Ejemplo 23.

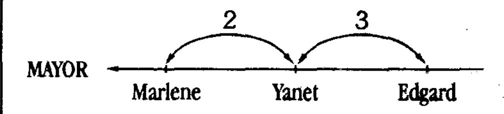
En un examen Yanet obtuvo 2 puntos menos que Marlene, Edgar 3 puntos menos que Yanet y Nancy 3 puntos más que Víctor. Si Víctor obtuvo 4 puntos más que Marlene. ¿Cuántos puntos más obtuvo Victor que Edgar?

a) 9 b) 5 c) 4
d) 12 e) 7

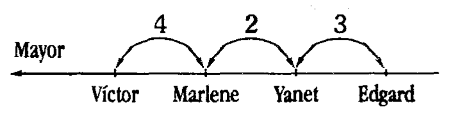
Resolución:

Como:

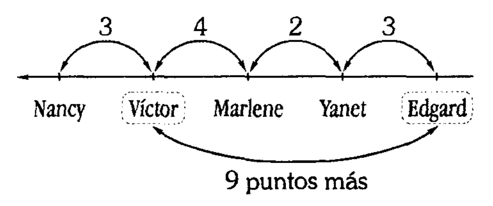
Yanet obtuvo 2 puntos menos que Marlene y Edgar 3 puntos menos que Yanet.



Además como Víctor obtuvo 4 puntos más que Marlene.



Finalmente: Nancy obtuvo 3 puntos más que Víctor.



∴ Víctor obtuvo 9 puntos más que Edgar.

Clave a

ORDENAMIENTO EN TABLAS

Ejemplo 24.

Los cursos de RM, RV, Aritmética y Álgebra son dictados por Andrés, Carlos, Luis y César. Si se sabe que Luis es amigo del profesor de RM. El profesor de RV no conoce a Carlos ni al que dicta Aritmética. César y el profesor de Aritmética son amigos en común con el profesor de RM. El único amigo de Andrés es César. Entonces la relación correcta es:

a) César - RM. b) Luis - RV
c) Andrés - Álgebra d) Andrés - RV
e) Carlos - Álgebra

Resolución:

Como sólo tenemos 2 características (nombres y cursos) es recomendable usar la tabla de doble entrada o tabla de descarte.

	RM	RV	Aritm.	Álgeb.
Andrés				
Carlos		X ←→	X	
Luis	X			
César				

Luis es amigo del profesor de RM.

El profesor de RV no conoce a Carlos ni al que dicta aritmética.

Como César y el profesor de aritmética son amigos en común con el profesor de RM y el único amigo de Andrés es César.

⇒ César no enseña aritmética ni RM.
⇒ Andrés no dicta RM ni aritmética.

	RM	RV	Aritm.	Álgeb.
Andrés	✗		✗	
Carlos	✓	✗	✗	
Luis	✗		✓	
César	✗		✗	

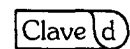
Finalmente como el profesor de RV no conoce a Carlos ni al que dicta Aritmética, además César y el profesor de Aritmética son amigos en común con el de RM.

⇒ César no dicta RV.

	RM	RV	Aritm.	Álgeb.
Andrés	✗	✓	✗	✗
Carlos	✓	✗	✗	✗
Luis	✗	✗	✓	✗
César	✗	✗	✗	✓

∴ La relación correcta es:

Andrés - RV


Clave d

Ejemplo 25.

Tres amigos tienen 3 productos de diferentes marcas, si se sabe que:

- Juan vende SUPER que no es agua mineral.
- El aviso de la pasta dental no se realizó en el estadio.
- Carmen no participó en la filmación en el estadio.
- La publicidad del agua mineral se filmó en la playa.
- Vida es la marca del bronceador.
- José, el salsódromo y tico son el nombre, el lugar y la marca.

Determine usted, qué vende y donde se filmó el producto de José.

a) Super - pasta dental - salsódromo.
b) Vida - bronceador - estadio
c) Tico - agua mineral - playa
d) Vida - agua mineral - estadio
e) Tico - bronceador - estadio

Resolución:

Del cuarto y quinto dato tenemos:

Pasta

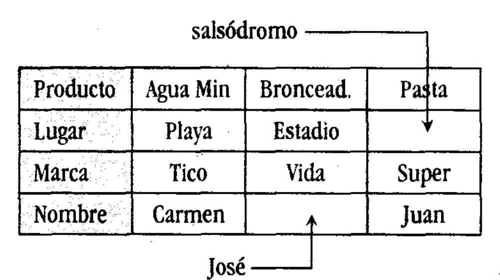
Producto	Agua Min	Broncead.	
Lugar	Playa		
Marca		Vida	
Nombre			

Como Juan vende super que no es agua mineral.

Producto	Agua Min	Broncead.	Pasta
Lugar	Playa		
Marca		Vida	Super
Nombre			Juan

Tico

Como el aviso de la pasta dental no se filmó en el estadio y Carmen no participó en la filmación en el estadio.


salsódromo

Producto	Agua Min	Broncead.	Pasta
Lugar	Playa	Estadio	
Marca	Tico	Vida	Super
Nombre	Carmen		Juan

José

∴ José vende "vida" que es un bronceador y su publicidad se filmó en el estadio.

Clave b

ORDENAMIENTO CIRCULAR

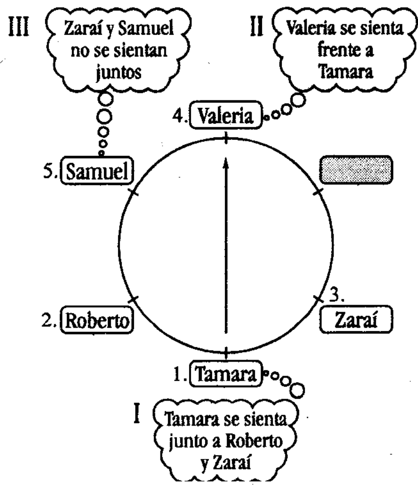
Ejemplo 26.

En una mesa circular con 6 asientos distribuidos simétricamente se sientan cinco amigos: Roberto, Samuel, Tamara, Valeria y Zaraí, se sabe que: Zaraí y Samuel no se sientan juntos. Tamara se sienta junto a Roberto y Zaraí. Valeria se sienta frente a Tamara. ¿Quién se sienta frente al sitio vació?

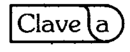
a) Roberto b) Samuel c) Tamara
d) Valeria e) Zaraí

Resolución:

Aquí la primera persona que ubiques lo puedes hacer donde sea, pero los demás deben seguir las condiciones del problema.



∴ Frente al lugar vacío se sienta Roberto.



PROBLEMA DE OLIMPIADA

Un condenado quedará en libertad, cuando alcance el final de una escalera de 100 escalones. Pero no puede avanzar a su antojo, puesto que está obligado a subir un solo escalón cada día de los meses impares y a bajar un escalón cada día de los meses pares. Si comienza el 1° de enero del 2001, ¿qué día quedará en libertad?.

a) 31 de marzo del 2004 b) 31 de enero del 2004
c) 31 de enero del 2025 d) 30 de enero del 2004
e) 31 de marzo del 2025

Resolución:

Debemos de tener en cuenta que en los primeros escalones el preso sube y baja; pero en los últimos 31 escalones sólo subirá.

Además:

1°	2°	3°	4°	5°	6°
Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Sube 31	Baja 28 o 29	Sube 31	Baja 30	Sube 31	Baja 30

Sube 2 ó 3 — Sube 1 — Sube 1

7°	8°	9°	10°	11°	12°
Julio	Agosto	Setiem.	Octu.	Nov.	Dic.
Sube 31	Baja 31	Sube 30	Baja 31	Sube 30	Baja 31

Ni sube ni baja — Baja 1 — Baja 1

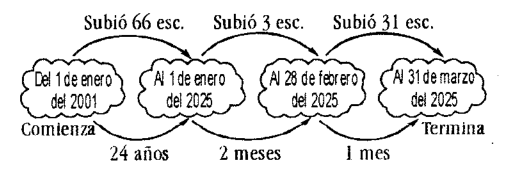
Se deduce que un año normal sube 3 escalones y un año bisiesto sube 2 escalones.

⇒ En 4 años consecutivos sube:

(normales) (bisiesto)

$3(3) + 1(2) = 11$ escalones

⇒ En 24 años consecutivos sube:
$6(11) = 66$ escalones.



∴ Quedará en libertad el 31 de marzo del 2025.

Clave e

Problemas Resueltos
RAZONAMIENTO LÓGICO

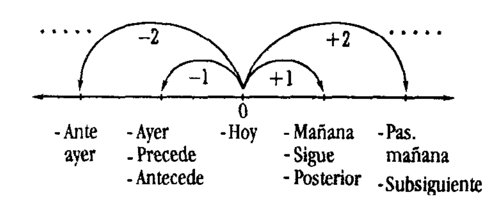
PROBLEMA 01

Considerando los días de la semana: papa, pepe, pipi, popo y pupu en ese orden. ¿Cuál es el ayer del mañana de mañana de pasado mañana del día que sigue al anterior del posterior día que precede al que subsigue a mañana de pipi?.

a) papa b) pepe c) pipi
d) popo e) pupu

Resolución:

Recordando que:



Piden : $-\cancel{1}+\cancel{1}+1+2\cancel{+1}\cancel{-1}\cancel{+1}\cancel{-1}$

$+2+1$ de pipi

: $+6$ de pipi

: $+5+1$ de pipi

: $+1$ de pipi

: popo

∴ Clave d

PROBLEMA 02

Si el ayer del anteayer, del ayer del anteayer, del ayer del anteayer, ... (100 veces) es el día que sigue al que subsigue, del que sigue al que subsigue, del que sigue al que subsigue ... (200 veces) al mañana de anteayer de lunes. ¿Qué día de la semana fue hace 2000 días?

a) jueves b) viernes c) miércoles
d) martes e) sábado

Resolución:

Reemplazando: (100 veces)

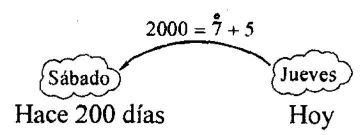
$-1-2-1-2-1-2\ldots$ es $+1+2+1+2+1+2+\ldots$ (200 veces) $+1-2$ de lunes

<> -300 es $+600+1-2$ de lunes

<> $-\overset{\circ}{7}-6$ es $\overset{\circ}{7}+4$ de lunes

<> -6 es viernes

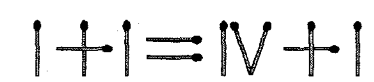
<> hoy es jueves



∴ Clave e

PROBLEMA 03

Por lo menos cuántos palitos debes mover para que la igualdad se cumpla:



A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución:

Es suficiente mover un sólo palito así:

Es decir: $1 + 1 = 4 - 2$

$\therefore$ Clave a

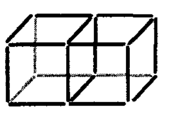
PROBLEMA 04

¿Cuántos cuadrados, como máximo, se pueden formar con 20 cerillas, de tal manera que la longitud del lado del cuadrado sea del tamaño de un cerillo?

a) 10 b) 9 c) 8
d) 12 e) 11

Resolución:

Debemos de formar una figura en el espacio así:



En total hay 11 cuadrados.

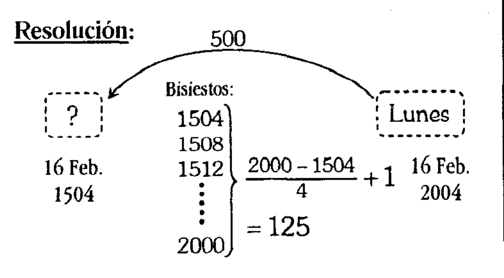
$\therefore$ Clave e

PROBLEMA 05

Si el 16 de febrero del 2004 fue lunes. ¿Qué día de la semana fue 16 de febrero de 1504?

a) sábado b) domingo c) lunes
d) martes e) miércoles

Resolución:



Aparentemente hay 125 años bisiestos, pero los años: 1700, 1800 y 1900 no lo son.

$$\# \text{ años bisiestos: } 125 - 3 = 122$$

Por cada año normal debemos retroceder un día y por cada año bisiesto un día más.

retroceder: $500 + 122 = 622 = \overset{\circ}{7} + 6$

6

Martes — Lunes

16 feb. 1504 — 16 feb. 2004

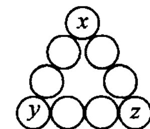
$\therefore$ Fue martes.

$\therefore$ Clave d

PROBLEMA 06

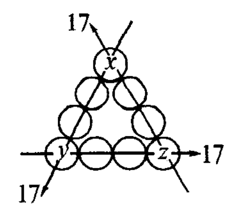
Distribuir los números del 1 al 9, de modo que la suma de los números que se hallan en cada lado del triángulo sea 17. Dé como respuesta el valor de $x^2 + y^2 + z^2$

a) 36 b) 14 c) 17
d) 20 e) 30



Resolución:

Note que al sumar los números de cada lado, aquellos que se ubican en las esquinas se están repitiendo.



$$17+17+17=1+2+3+\ldots+9+x+y+z$$

$$17(3)=\frac{9\times 10}{2}+x+y+z$$

$$x+y+z=6$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

1 2 3

Piden: $1^2+2^2+3^2=14$

$\therefore$ Clave b

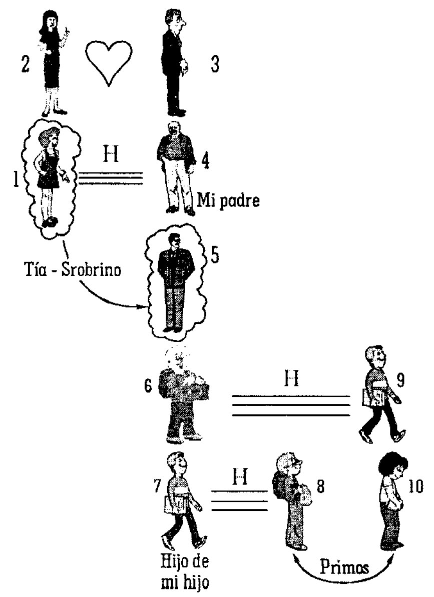
PROBLEMA 07

¿Qué parentesco existe entre la hija de la esposa del padre de mi padre, con el padre del padre del primo del hermano del hijo de mi hijo, si mi esposa no tiene hermanos?

a) hermana - hermano b) tía - sobrino
c) prima - primo d) nieta - abuelo
e) madre - hijo

Resolución:

Haciendo un esquema:



$\therefore$ El parentesco es de tía - sobrino.

$\therefore$ Clave b

¡OTRO MÉTODO!

- La hija de (3. mi tía) | la esposa del (2. mi abuela) | padre de mi padre (1. mi abuelo)
- El padre del (5. Yo mismo) | padre del (4. Mi hijo) | primo del (3. Mi nieto) | hermano (2. Mi nieto) del | hijo de mi hijo. (1. Mi nieto)

$\therefore$ Existe la relación de tía - sobrino.

PROBLEMA 08

¿Qué parentesco existe entre el único hijo del hijo del abuelo de mi padre y el padre del único hermano de la tía de tu único sobrino?, si yo soy tu padre pero tú no eres mi hijo.

a) tío - sobrino
b) padrastro - entenado
c) padre - hijo
d) abuelo - nieto
e) padrino - ahijado

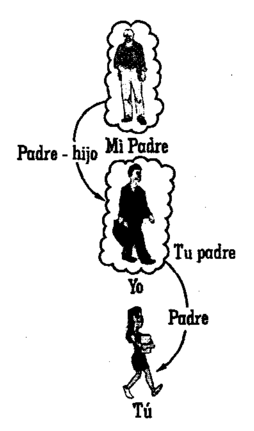
Resolución:

Si yo soy tu padre, pero tú no eres mi hijo; entonces eres mi hija.

Analizando por partes:

- el único hijo del (3. mi padre) | hijo del (2. mi abuelo) | abuelo de mi padre (1. mi bisabuelo)
- Padre del (3. tu padre) | único hermano de la (2. tu hermano) | tía de tu único sobrino. (1. tú misma)

En un esquema:



∴ Son padre e hijo

∴ Clave c

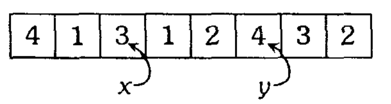
PROBLEMA 09

Colocar los dígitos: 1; 1; 2; 2; 3; 3; 4; 4 de manera que los dígitos uno, deben estar separados por un espacio; los dígitos dos separados por 2 espacios, los dígitos tres separados por 3 espacios y los dígitos cuatro por 4 espacios. ¿Cuánto es el valor de $x + y$?

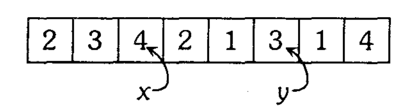
a) 5 b) 6 c) 8
d) 4 e) 7

Resolución:

Tanteando adecuadamente tendremos:



la otra solución se encuentra al intercambiar extremos:



En ambos casos: $x + y = 3 + 4 = 7$

∴ Clave e

PROBLEMA 10

Pancho repartió monedas de S/.5, S/.1, S/.2 y S/.0,5; entre sus 4 hijos uno a cada uno, si se sabe que cada uno dijo:

Carlos: yo recibí S/.5
Andrés: yo recibí S/.1
Juan: Carlos recibió S/.0,5
Beto: yo recibí S/.0,5

Si sólo uno de ellos miente y los demás dicen la verdad, ¿cuánto suman las cantidades que recibieron Carlos y Beto?

a) S/.5,5 b) S/.6 c) S/.7
d) S/.3 e) S/.1,5

Resolución:

Analizando lo que dicen Juan y Beto vemos que se contradicen; entonces uno de ellos es el único mentiroso, y los demás dicen la verdad.

Carlos : yo recibí S/.5 (V)
Andrés : yo recibí S/.1 (V)
Juan : Carlos recibió S/.0,5
Beto : yo recibí S/.0,5
(Opuestos)

Luego:

Carlos recibió S/.5 y Andrés S/.1; además como Juan dice que Carlos recibió S/.0,5 está mintiendo y Beto dice la verdad.

⟶ Beto recibió S/.0,5

⟶ Juan recibió S/.2

Piden: S/.5 + S/.0,5 = S/.5,5

∴ Clave a

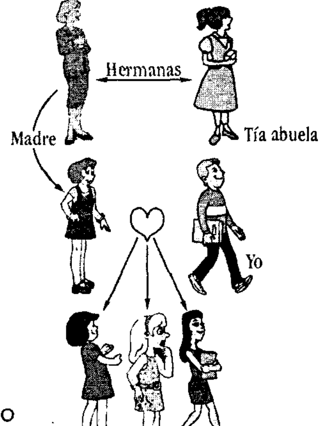
PROBLEMA 11

En una pollada bailable Adolfito observó: 2 madres, un padre, 4 hijas, 3 nietas, una abuela, una tía abuela, una suegra, un yerno, 5 hermanas y yo. Si cada uno consumió una pollada de S/.6 y yo tuve que pagar la cuenta; ¿Cuánto pagué como mínimo?

a) S/.36 b) S/.42 c) S/.48
d) S/.54 e) S/.60

Resolución:

Haciendo un esquema:



Como mínimo hay 7 personas

∴ pagué: 7(S/.6) = S/.42

∴ Clave b

PROBLEMA 12

Tres luchadores practican artes marciales en gimnasios diferentes; uno practica Judo, otro karate y el otro kung fú. Además uno de ellos es cinturón negro, otro es marrón y el otro es naranja. Sus nombres son: Shiro, Wenli y Chilau. Se sabe que Wenli y Chilau practicaban antes karate, pero ahora ya no. El judoka es cinturón naranja. Shiro y el de cinturón marrón no se conocen. Wenli es amigo de los otros dos. Entonces es cierto que:

a) Wenli es judoka cinturón negro.
b) El que practica Kung fu es cinturón negro.
c) Shiro es cinturón negro.
d) El karateca es Wenli.
e) El judoka es cinturón marrón.

Resolución:

Como Wenli y Chilau practicaban karate, pero ahora ya no.

⟶ Shiro practica karate.

Como Shiro y el de cinturón marrón no se conocen; además Wenli es amigo de los otros dos (los conoce).

⟶ Chilau es cinturón marron.

Ordenando los datos:

Nombre	Shiro	Chilau	Wenli
Deporte	karate		
Cinturón		marrón	

El judoka es cinturón naranja.

Completando la tabla:

Nombre	Shiro	Chilau	Wenli
Deporte	karate	Kung fu	Judoka
Cinturón	negro	marrón	naranja

∴ Clave c

PROBLEMA 13

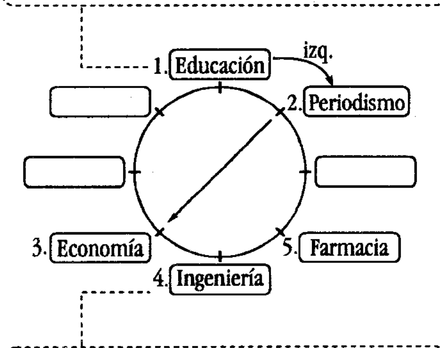
En un comedor ocho comensales se sientan en una misma mesa circular. Las 8 personas son estudiantes de diversas especialidades: el de ingeniería está frente al de educación y entre los de economía y farmacia; el de periodismo está a la izquierda del de educación y frente al de economía. Frente al de farmacia está el de derecho, y éste a su vez a la siniestra del de arquitectura. ¿Cuál es la profesión del que está entre el de biología y educación?

a) periodismo
b) farmacia
c) derecho
d) ingeniería
e) economía

Resolución:

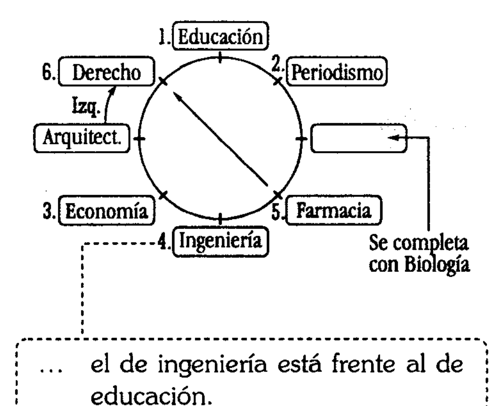
De los datos:

1. ... el de periodismo está a la izquierda del de educación y frente al de economía.



2. ... el de ingeniería está frente al de educación y entre los de economía y farmacia.

Como frente al de farmacia está el de derecho, y éste a la izquierda (siniestra) de arquitectura.



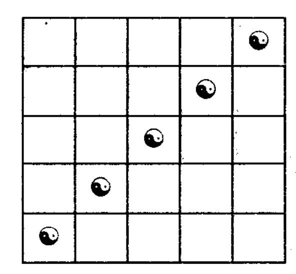
... el de ingeniería está frente al de educación.

∴ Entre el de biología y educación está el de periodismo.

∴ Clave a

PROBLEMA 14

Dada la siguiente disposición de fichas.

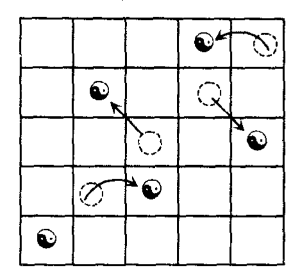


Si mover una ficha significa arrastrarla a cualquiera de los casilleros contiguos. ¿Cuántos movimientos son necesarios, como mínimo, para ubicar dichas fichas de tal modo que no haya dos fichas en la misma fila, ni en una misma columna, ni en la misma diagonal?

a) a b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Basta hacer 4 movimientos así:



∴ Clave b

PROBLEMA 15

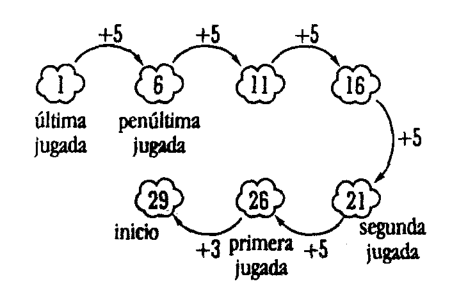
Se tienen 29 fichas y 2 jugadores, donde cada jugador a su turno deberá retirar: 1, 2, 3 ó 4 fichas. Si al jugador que le corresponde retirar la última ficha pierde. ¿Cuántas fichas deberá retirar el primer jugador para asegurar su triunfo?

a) 3 b) 5 c) 4
d) 2 e) 1

Resolución:

Haciendo el análisis de atrás para adelante vemos que:

- En su última jugada el primer jugador debe dejar sólo una ficha al segundo para asegurar su triunfo.
- En su penúltima jugada, si deja 2 fichas al segundo jugador, éste cogerá 1 y dejará 1 al primero lo que hará que pierda; lo mismo sucederá si deja 2, 3, 4 ó 5 fichas por lo tanto debe dejar 6 fichas.

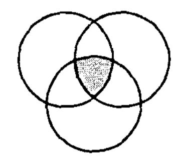


∴ Debe retirar 3 fichas.

∴ Clave a

PROBLEMA 16

Coloque los 7 primeros dígitos significativos, en cada región de la figura, de tal manera que la suma de los números en cada círculo sea la misma e igual a 19.

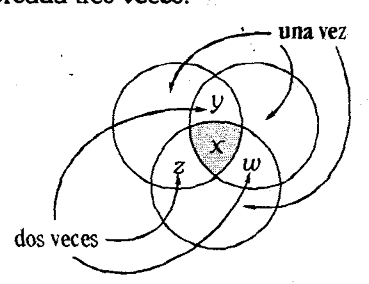


De como respuesta el número que va en la región sombreada.

a) 1 b) 3 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Al formar las tres sumas constantes estamos tomando algunos números una vez, otro dos veces y el que va en la región sombreada tres veces.



Luego:

$$3(19) = (1+2+3+\ldots+7)+y+w+z+2x$$

$$57 = \frac{7\times 8}{2}+y+w+z+2x$$

$$y + w + z + 2x = 29$$

$$\begin{array}{cccc} y & w & z & 2x \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{array}$$

∴ El número que va en la región sombreada es 7.

∴ Clave e

PROBLEMA 17

Magaly, amiga de Alejandro, miente indefectiblemente los días martes, jueves y sábados; los demás días dice la verdad, se da el siguiente diálogo:

Magaly: ¿Alejandro vamos al cine?

Alejandro: No

Magaly: ¿porqué no si hoy es sábado?

Alejandro: No, tal vez mañana

Magaly: Mañana no puedo, porque será miércoles y tengo que estudiar.

¿En qué día de la semana se produjo dicha conversación?

a) lunes b) martes c) jueves
d) viernes e) miércoles

Resolución:

Como Magaly primero dice hoy es sábado y luego mañana será miércoles, vemos que está mintiendo; entonces hoy es martes, jueves o sábado. Además como ella miente los martes, jueves y sábado hoy no puede ser sábado porque si no diría la verdad un día que miente lo que sería contradictorio. Análogamente se deduce que hoy no puede ser martes.

∴ Hoy es jueves.

∴ Clave c

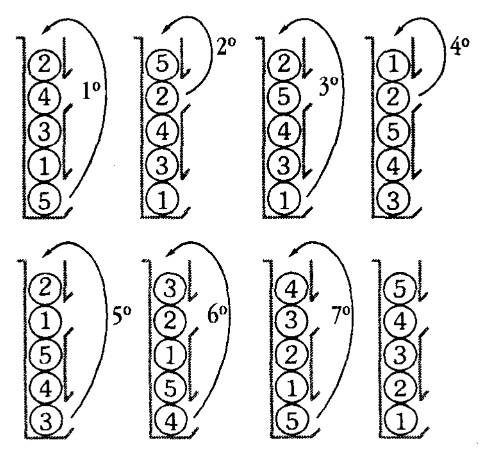
PROBLEMA 18

En la figura se muestra un recipiente abierto en A, B y C con 5 esferas numeradas. Si una operación consiste en sacar sólo una esfera por B o C e inmediatamente introducirla por A. ¿Cuántas operaciones como mínimo se deben realizar para obtener el orden 1, 2, 3, 4, 5 de abajo hacia arriba?

a) 7
b) 8
c) 6
d) 10
e) 9

A: 2, 4, 3, 1, 5 (B, C)

Resolución:



∴ Se deben realizar 7 operaciones como mínimo.

∴ Clave a

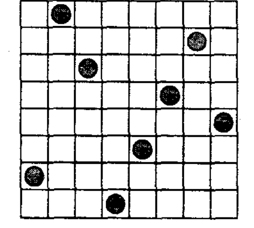
PROBLEMA 19

En un tablero de ajedrez. ¿Cuántas reinas como máximo se pueden colocar sin que estas se coman?

a) 7 b) 6 c) 8
d) 9 e) 5

Resolución:

Como máximo se pueden colocar 8 reinas así:



∴ Clave c

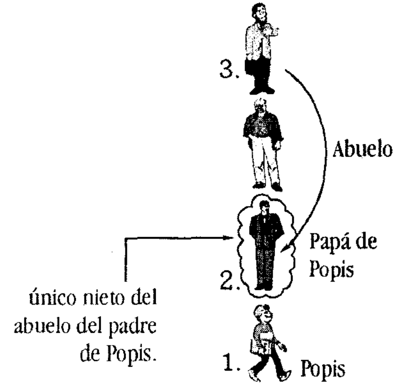
PROBLEMA 20

¿Qué representa para Popis el único nieto del abuelo del padre de Popis?

a) él mismo b) el nieto
c) su hijo d) su papá
e) su abuelo

Resolución:

Haciendo un esquema:



∴ Representa el papá de Popis.

∴ Clave d

PROBLEMA 21

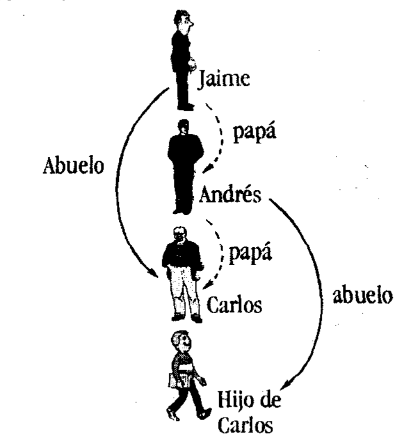
"Los parentescos son curiosos"

—Observó Andrés— Jaime tiene el mismo parentesco contigo que el que yo tengo con tu hijo.
"Así es, —respondió Carlos y tú tienes el mismo parentesco conmigo que Jaime contigo"
¿Cuál es el parentesco entre Carlos y Jaime?

a) padre - hijo b) tío - sobrino
c) hermanos d) nieto - abuelo
e) primos

Resolución:

Se deduce que se trata de padres hijos y nietos. Así:



∴ Carlos es nieto de Jaime.

∴ Clave d

PROBLEMA 22

Hace 200 días se cumplía que el ayer del ayer de pasado mañana de anteayer del posterior al anterior de mañana de ayer era martes. ¿Qué día de la semana será, cuando a partir de hoy transcurrirán tantos días como los días que pasan desde el ayer del ayer de mañana de anteayer de pasado mañana de ayer hasta el día de hoy?

a) martes b) viernes c) lunes
d) jueves e) miércoles

Resolución:

Reemplazando en el dato:

$$-200-1-1+\cancel{2}-\cancel{2}+\cancel{11}-\cancel{11}+\cancel{1}-\cancel{1}$$

era martes

$<>$ -202 era martes

$<>$ $-\overset{\circ}{7}-6$ era martes

$<>$ -6 era martes

$<>$ hace 6 días era martes

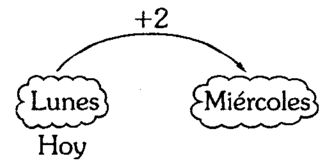
$<>$ hoy es lunes

$$\begin{array}{r|l} 202 & 7 \\ \hline 62 & 28 \\ (6) & \end{array}$$

Reemplazando en la pregunta:

$$-1-\cancel{1}+\cancel{1}-\cancel{2}+\cancel{2}-1<>-2$$

Contando 2 días a partir de hoy.



∴ Será miércoles:

∴ Clave e

PROBLEMA 23

En una caja hay 10 pares de medias blancas y 12 pares de medias negras.

a) ¿Cuál es el menor número de medias que se debe extraer de manera que obtengan con seguridad un par de medias utilizables?
b) ¿Cuántas medias debemos extraer, como mínimo, para obtener 5 pares de medias negras?

a) 3 y 30 b) 4 y 31 c) 30 y 30
d) 4 y 32 e) 3 y 29

Resolución:

a) En el peor de los casos sucedería que nos salgan medias de distinto color (no utilizables), luego para obtener lo pedido debemos extraer:

1 (B) + 1 (N) + 1 = 3 medias.

(el último 1: completa el par del mismo color)

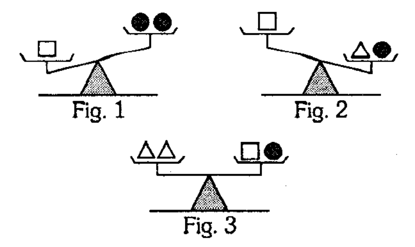
b) Aquí el peor de los casos es que nos salgan primero todas las medias blancas y luego recién las negras.

Extraer: 10 (B) + 5 (N) = 30 medias
(10 pares; 5 pares)

∴ Clave a

PROBLEMA 24

Si cada figura geométrica tiene diferente peso, entonces:



a) □ pesa menos que ●
b) □ pesa más que Δ
c) Δ pesa menos que ●
d) ● pesa más que □
e) Δ pesa más que □

Resolución:

- De las figuras 1 y 2 se deduce que Δ pesa más que ●.
- Ayudados de la figura 3 concluimos que □ pesa más que Δ.

∴ Clave b

PROBLEMA 25

Sobre los lugares de nacimiento de tres parejas de esposos, se sabe que:

- Dos personas nacieron en Ica; dos nacieron en Lima y dos nacieron en Tacna.
- Los varones no son del mismo lugar.
- Luis es iqueño y la esposa de José es tacneña.
- No hay parejas de esposos del mismo lugar.

¿Dónde nacieron Pedro y la esposa de Luis, respectivamente?

a) Tacna - Ica
b) Lima - Ica
c) Ica - Lima
d) Lima - Tacna
e) Tacna - Lima

Resolución:

Como Luis es iqueño y la esposa de José tacneña.

Luis	Pedro	José	Esposa de Luis	Esposa de Pedro	Esposa de José
Iqueño		↑			Tacna

No puede ser Tacna ni Ica (José)
⇒ es Lima
⇒ Pedro es de Tacna

Luego:

Luis	Pedro	José	Esposa de Luis	Esposa de Pedro	Esposa de José
Iqueño	Tacna	Lima	↑		Tacna

No es Ica ni Tacna (Esposa de Luis)
⇒ es Lima

Finalmente:

Luis	Pedro	José	Esposa de Luis	Esposa de Pedro	Esposa de José
Iqueño	Tacna	Lima	Lima	↑	Tacna

Ica (Esposa de Pedro)

∴ Pedro nació en Tacna y la esposa de Luis en Lima.

∴ Clave e

PROBLEMA 26

Blanca y cuatro amigas que asistieron a las mismas clases de cerámica, terminaron hace poco sus respectivas obras maestras, eligiendo cada uno de ellos un tipo distinto de pieza decorativa. Por ejemplo, hubo una que hizo una figura que era el vivo retrato de un perro. Si se sabe que:

- Quien hizo el florero terminó después de quien hizo el cenicero, pero antes que Flora.
- Carolina que no eligió hacer una maceta, fue la primera en terminar.
- Martina terminó su pieza decorativa antes de que estuvieran terminados el

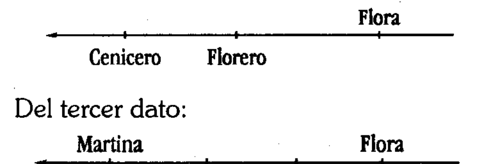
cenicero y las palmatorias que no fueron obra de Elvira.

¿Quién hizo el frutero?

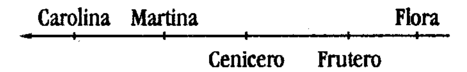
a) Carolina b) Flora c) Blanca
d) Martina e) Elvira

Resolución:

Del primer dato:

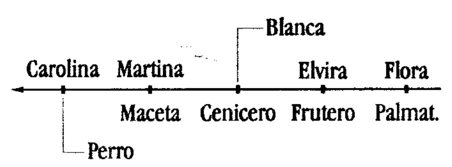


Del tercer dato:



Como Carolina fue la primera en terminar.

Como el cenicero no fue obra de Elvira, Carolina no hizo la maceta y Martina termino antes que estuviera terminada las palmatorias.



∴ El frutero lo hizo Elvira.

∴ Clave e

PROBLEMA 27

José, Elvis y Mario son 3 profesionales: médico, ingeniero y abogado (no necesariamente en ese orden), los cuales tienen sus oficinas en un edificio de 3 pisos, cada uno en un piso diferente, además sus secretarias se llaman: Martha, Julia y Ofelia. Si se sabe lo siguiente:

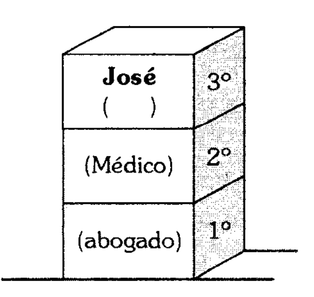
- El abogado tiene su oficina en la planta baja.
- Julia está de novia con Mario, quien no es su jefe y almuerza todos los días con ella.
- Todos los días la secretaria de Elvis baja a la oficina de Martha para que vayan a almorzar.
- Cierto día por encargo de José, su secretaria bajó a la oficina del médico.

¿Quién es el ingeniero y quién es su secretaria?

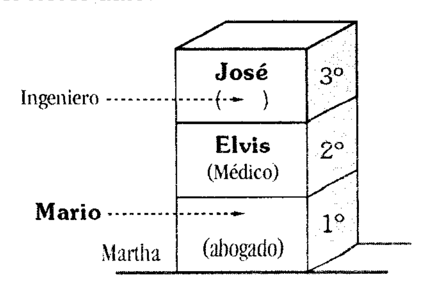
a) José - Julia b) Elvis - Ofelia
c) Mario - Martha d) Elvis - Martha
e) José - Ofelia.

Resolución:

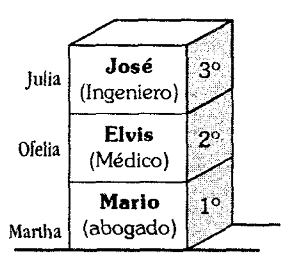
Del primer y cuarto dato:



Del tercer dato:



Del segundo y tercer dato se deduce que Julia no es secretaria de Elvis.



∴ El ingeniero es José y su secretaria es Julia.

∴ Clave a

PROBLEMA 28

Alicia, Beatriz, Carmen, Diana, Edith y Fiorella se sientan alrededor de una mesa circular. Se sabe lo siguiente:

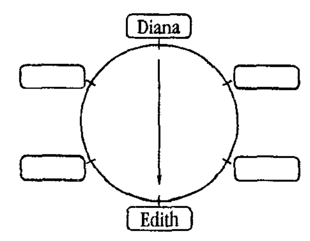
- Alicia no se sienta frente a Beatriz.
- Diana se sienta frente a Edith.
- Carmen esta junto y a la siniestra de Alicia.
- Beatriz no está junto a Edith.

¿Quién se encuentra a la izquierda de Fiorella?

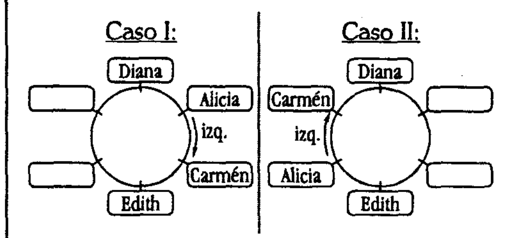
a) Edith b) Diana c) Alicia
d) Beatriz e) Carmen

Resolución:
De los datos:

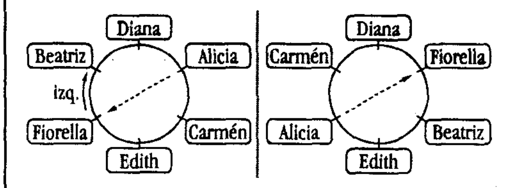
- Diana se sienta frente a Edith.



- Carmen está junto y a la izquierda (siniestra) de Alicia.



Como Alicia no se sienta frente a Beatriz.



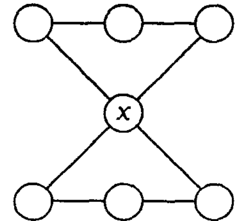
Como Beatriz no está junto a Edith, el caso II queda descartado.

∴ A la izquierda de Fiorella está Beatriz.

∴ Clave d

PROBLEMA 29

En figura, distribuir los números 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23 tal que la suma en cada fila sea constante e igual a un número primo.

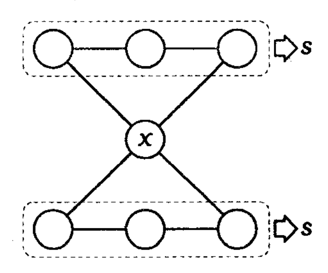


Dé como respuesta el valor de x.

a) 7 b) 11 c) 13
d) 19 e) 23

Resolución:

Se observa que:



$s+s+x=5+7+11+13+19+23$

$2s+x=95$

$s=\frac{95-x}{2}$ → 5, 7, 11, (13), 19, 23

primo

Tanteando el único número que cumple es 13.

∴ Clave c

PROBLEMA 30

Un reloj digital marca la hora y la fecha con diez dígitos de la siguiente manera.

Hora		Minutos		Día		Mes		Año	
1	5	4	3	2	6	0	7	8	9

Esta hora y fecha es la última del año 1989 en que se utilizan los 10 dígitos una sola vez. ¿Cuál es la siguiente fecha en que ocurre esa misma característica?. Dé como respuesta la suma de los números colocados en los casilleros sombreados en la nueva fecha.

a) 27 b) 16 c) 28
d) 18 e) 20

Resolución:

Analizando se deduce:

Hora		Minutos		Día		Mes		Año	
								9	
↓ 0, 1, 2				↓ 0, 1, 2, 3		↓ 0, 1			

Para la hora, día y mes usaremos el 0, 1 y 2. Además para que la fecha sea próxima primero debemos llenar el año, luego el mes, el día, la hora y los minutos; en ese orden; con los menores valores posibles. Así tendremos.

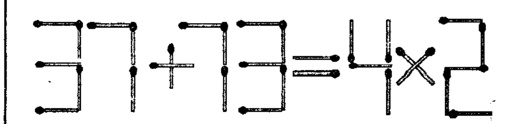
Hora		Minuto		Día		Mes		Año	
1	7	5	8	2	6	0	4	9	3

Piden: $7+8+6+4+3=28$

∴ Clave c

EJERCICIO RECREATIVO

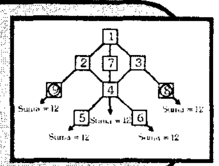
¿Cuántos cerillos se deben de mover como mínimo para obtener una igualdad correcta?



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Razonamiento Lógico

Problemas Resueltos



Problema 01.

En la figura se muestran 29 palitos de fósforo formando 10 cuadraditos, si sólo deben quedar 6 cuadraditos iguales, ¿Cuántos palitos como mínimo se deben retirar, si ningún palito debe quedar libre?

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 3

Problema 02.

Si el ayer del anteayer del mañana del mañana de mañana de pasado mañana es el mañana de anteayer de Domingo. ¿Qué día es el mañana del pasado mañana del ayer de ayer de anteayer de pasado mañana?

a) lunes b) sábado c) viernes
d) miércoles e) jueves

Problema 03.

A una fiesta asistieron 4 parejas que sólo bailaron entre ellos y al mismo tiempo un huaylas, un tondero, una saya y un vals, al salir comentaron:

Natty: "Disfruté más bailando tondero con Raúl que huaylas con Paúl".

Patty: "Mientras bailaba tondero con Dany me piso el pie".

Katty: "Cuando bailaba saya con Tony nos tropezamos"

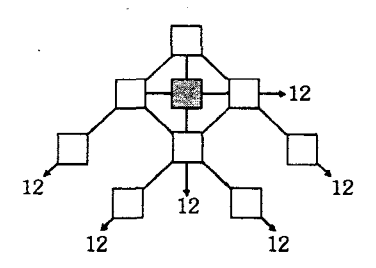
Betty: "Nunca más volveré a bailar saya con Raúl".

¿Quienes bailaron vals con Katty y Betty?

a) Dany - Paúl b) Dany - Tony
c) Raúl - Paúl d) Dany - Raúl
e) Tony - Paúl

Problema 04.

Coloque los números del 1 al 9 en el arreglo que se muestra en la figura, de manera que la suma de cada uno de los grupos de 3 sea 12. Dé como respuesta el número que va en la casilla sombreada.



a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

Problema 05.

A, *B*, y *C* son 3 hermanos que estudian Historia, Economía e Ingeniería. Viven en Huacho, Lima y Arequipa y manejan un Toyota, un Nissan y un BMW.

- A no vive en Lima ni estudia ingeniería.
- B no vive en Huacho y estudia economía.
- C no maneja el BMW.
- El que estudia Historia viven en Arequipa.
- El que vive en Lima maneja Toyota.

¿Qué estudia el que maneja Toyota y qué carro maneja el que estudia Historia?

a) Ingeniería - BMW.
b) Historia - BMW.
c) Economía - BMW.
d) Historia - Nissan.
e) Historia - Toyota.

Problema 06.

En el cuadrado mágico mostrado indique la suma de los números ubicados en las casillas sombreadas.

(sombreada)		(sombreada)
5		
	19	4

a) 21 b) 24
c) 25 d) 27
e) 30

Problema 07.

Se tiene 3kg de melocotones, donde 2 melocotones cualesquiera pesan ½ kg; 5 kg de duraznos donde 3 duraznos cualesquiera pesan 1 kg; 8 kg de blanquillos, donde 2 blanquillos cualesquiera pesan 1 kg. Si se quiere 1 kg de cada fruta, ¿cuántas frutas se deben extraer como mínimo para obtener con seguridad lo requerido?

a) 35 b) 39 c) 16
d) 30 e) 34

Problema 08.

Si el 23 de febrero de 1980 fue sábado, ¿Qué día de la semana fue 23 de febrero de 1997?

a) domingo b) lunes c) sábado
d) jueves e) viernes

Problema 09.

Tres chicos: Alejandro, Benito y Carlos, y tres chicas: Susana, Isabel y Pilar están sentados alrededor de una mesa circular, se puede observar:

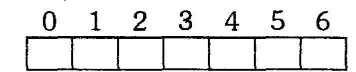
- Alejandro está frente a una chica y ésta tiene a una chica junto y a su derecha.
- Benito no está al lado de Alejandro.
- Susana está entre dos chicos.
- Pilar no está frente a Susana.

¿Quién está junto y a la derecha de Carlos?

a) Isabel b) Pilar c) Susana
d) Alejandro e) Benito

Problema 10.

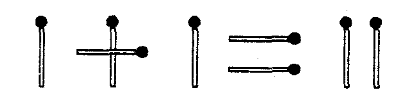
En la siguiente figura escriba un número de 7 cifras (una cifra en cada casilla) de tal manera que la cifra de la casilla 0 exprese cuántos ceros tiene el número; la cifra de la casilla 1 exprese cuántos unos tiene el número y así sucesivamente hasta la casilla 6 que dirá cuántos seis tiene el número. ¿Cuál es el número?. Dar como respuesta la suma de sus cifras?.



a) 8 b) 9 c) 10
d) 7 e) 12

Problema 11.

¿Cuántos palitos debes de mover como mínimo para dejar 130?



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

Problema 12.

Una computadora se ha programado de tal manera que al apretar la tecla S se realiza la siguiente operación: el número que está en la pantalla se suma con la suma de sus cifras, luego se suman las cifras de este resultado y esta suma aparece en pantalla. Si en la pantalla está el número 1, ¿que número aparecerá en la pantalla luego de apretar 2008 veces la tecla S?

a) 1 b) 2 c) 4
d) 7 e) 5

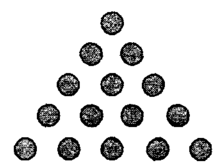
Problema 13.

Hay cuatro botes en una de las orillas del río; sus nombres son ocho, cuatro, dos y uno porque esa es la cantidad de horas que tarda cada uno de ellos en cruzar al río. Se puede atar un bote a otro, pero no más de uno, y entonces el tiempo que tardan es igual al del más lento. Un solo marinero debe llevar todos los botes a otra orilla ¿cuál es la menor cantidad de tiempo que necesita para completar el traslado?

a) 14 h b) 15 h c) 16 h
d) 17 h e) 18 h

Problema 14.

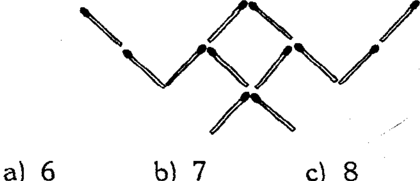
¿Cuál es el número de monedas que debes mover para formar un triángulo con 8 monedas por lado?



a) 6 b) 7 c) 3
d) 4 e) 5

Problema 15.

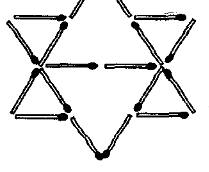
En el gráfico se tiene una rana formada por cerillos, ¿Cuántos cerillos como mínimo son necesarios mover para que la rana gire hacia abajo?



a) 6 b) 7 c) 8
d) 4 e) 5

Problema 16.

¿Cuántos palitos debes cambiar de posición, como mínimo, para formar 8 triángulos equiláteros?



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Problema 17.

¿Cuántos cerillos se deben mover como mínimo para obtener una igualdad verdadera?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Problema 18.

María le dice a Silvia: "si el anteayer de mañana de hace un día fue lunes", entonces ¿dentro de cuántos días se llegará al mañana del pasado mañana del mañana del ayer de mañana, y que día será?

a) 6 - domingo
b) 4 - miércoles
c) 5 - Martes
d) 4 - domingo
e) 6 - Lunes

Problema 19.

Si el ayer del mañana del pasado mañana del día posterior al subsiguiente día de ayer es como el anteayer del inmediato anterior al ayer del pasado mañana de mañana del miércoles, ¿Qué día fue o será el siguiente día al mañana del anteayer de hace 4 días?

a) lunes
b) martes
c) domingo
d) miércoles
e) viernes

Problema 20.

En Chocna, un pueblito muy alejado de la capital, los días de la semana en ese orden son: pota, pote, poti, poto y potu.

Si el ayer de pasado mañana, del ayer de pasado mañana, del ayer de pasado mañana,... (2004 veces) será el día que sigue al posterior del anterior día que subsigue al que precede a poti .¿Qué día es hoy?

a) pota
b) poti
c) pote
d) poto
e) potu

Problema 21.

El primo de la hermana de Andrés es Aníbal. Si Aníbal es el hijo de la hermana de la madre de Amalia. ¿Qué parentesco existe entre el hijo de Amalia y Aníbal?

a) sobrino - tío
b) tío - sobrino
c) hijo - padre
d) primos
e) hermanos

Problema 22.

¿Qué es con respecto a mi, la única hermana del cuñado del único hijo del abuelo paterno del yerno del esposo de la madre de la única hermana, de 6 años, de mi esposa?

a) mi hermana
b) mi tía
c) mi madre
d) mi prima
e) mi abuela

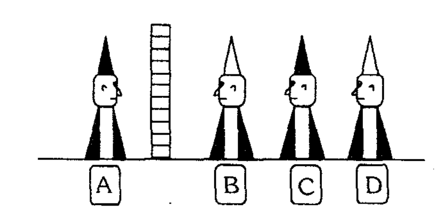
Problema 23.

En una reunión se encuentran presentes un bisabuelo, una bisabuela, 2 abuelos, una abuela. 3 padres, 3 madres, un tío, una tía, un hermano, una hermana, un primo, una prima, 2 esposas. 2 esposos, 2 nietos, una nieta y un bisnieto. ¿Cuántas personas como mínimo se encuentran presentes en la reunión?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

Problema 24.

En el gráfico hay 4 hombres enterrados hasta el cuello. No se pueden mover, por lo tanto, sólo ven lo que tienen enfrente (D puede ver B y C). Entre el hombre A y el B hay una pared opaca (no ven nada). Saben que 2 de ellos tienen el sombrero negro y otros 2 lo tienen blanco. No saben de qué color es el sombrero que ellos mismos poseen. Para no ser fusilados, uno de ellos tiene que decir al verdugo cuál es el color de su sombrero. Si se equivoca, todos serán fusilados. No están autorizados ni a hablar ni a darse la vuelta, y tienen 10 minutos para encontrar la solución de lo contrario todo se acaba. Al cabo de un minuto , ¿cuál de ellos llama al verdugo? ¿Por qué está seguro del color de su sombrero?



a) A b) B c) C
d) D e) ninguno

Problema 25.

En un torneo de fútbol participan: Boys, Cristal, Universitario, Alianza y Cienciano; el torneo dura 5 días, de lunes a viernes y cada día se juegan dos partidos. Si se sabe que:

- Durante el campeonato cada equipo juega con cada uno de los otros sólo una vez.
- Ningún equipo juega más de un partido por día.
- Cristal juega el martes con Cienciano.
- El partido Cienciano - Boys se juega el Jueves.
- El martes descansa Alianza.
- Cienciano primero juega contra la U y luego con Alianza.
- En su debut Cristal juega con Boys

¿Qué día de la semana juega Alianza - Cristal?

a) lunes b) martes c) Miércoles
d) jueves e) Viernes.

Problema 26.

Seis personas se ubican alrededor de una mesa circular. Miguel no esta sentado al lado de Miriam ni de Julio, Miriam no está al lado de Amelia ni de José; Óscar esta junto y a la derecha de Miriam; José no está sentado al lado de Amelia ni de Julio. ¿Quién está sentado a la izquierda de la persona que está sentada a la izquierda de Amelia?

a) Miriam b) Óscar c) José
d) Julio e) Miguel

Problema 27.

Carla, Érica y Olenka tienen diferentes aficiones y gustos. En fútbol: Alianza, U, Cristal; en géneros literarios: leyenda, crónica, ciencia y ficción; en bebidas: jugo de fresa, surtido, especial y en revis-

tas: cocina; modas, espectáculos. Además se sabe que

- Érica no simpatiza con Alianza.
- Al simpatizante de Cristal le gusta jugo surtido.
- La que lee revista de cocina escribe cuentos de ciencia ficción.
- La hincha de Alianza bebe jugo especial.
- Carla disfruta cuando juega Cristal y al leer crónicas a Lima
- Olenka lee revistas de modas.
- La hincha de la U trabaja donde le gusta, en una obra de ciencia ficción.

¿Quién lee revista de cocina y a quién le gusta jugo de fresa?

a) Olenka - Carla b) Carla - Érica
c) Carla - Olenka d) Érica - Érica
e) Olenka - Érica

Problema 28.

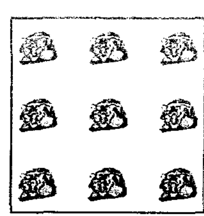
Un sultán propuso el siguiente problema a un reo: He aquí tres cofres: uno rojo, otro azul y otro blanco. Cada uno tiene una inscripción.

- En el rojo dice: la llave de la celda está en este cofre.
- En el azul dice: la llave de la celda no está en este cofre.
- En el blanco dice: la llave de la celda no está en el cofre rojo.

De las tres inscripciones, a lo sumo una es cierta. Si sois capaz de adivinar en cual está la llave os dejaré libre. ¿Qué cofre debió elegir el reo para ser libre?

a) blanco b) azul c) rojo
d) ninguno e) era una trampa

Problema 29.



En un recinto cuadrado del zoológico hay nueve tigres.

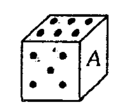
¿Cuántos recintos cuadrados como mínimo se deben construir de tal manera que cada tigre permanezca en un recinto separado?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Problema 30.

Giancarlo tiene un dado no común, el cual se diferencia de los comunes sólo en la suma de los puntos de las caras opuestas resultan 3 números consecutivos.

Calcule el mínimo valor de *A*.



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Problema 31.

Dentro de 100 días se cumplía que el día anterior del ayer de pasado mañana de anteayer del posterior al anterior de mañana de ayer será lunes. ¿Qué día de la semana será, cuando a partir de hoy transcurran tantos días como los días que pasan desde el ayer del ayer de mañana de anteayer de pasado mañana de ayer hasta el día que precede al posterior día que anteprecede al día que subsigue a hoy?

a) martes c) viernes c) Lunes
d) jueves e) Miércoles

Problema 32.

En una caja hay 20 pares de medias blancas y 10 pares de medias negras.

a) ¿Cuál es el menor de medias que se debe extraer de manera que obtengan con seguridad 2 pares de medias utilizables?

b) ¿Cuántas medias debemos extraer, como mínimo, para obtener 6 pares de medias blancas?

a) 7 y 32 b) 7 y 31 c) 6 y 32
d) 8 y 32 e) 34 y 29

Problema 33.

Si mañana fuera como ayer, el hoy estaría tan distanciado del lunes como el hoy del domingo. ¿Qué día es el ayer del día que sigue al pasado mañana del anteayer del posterior día a hoy?

a) jueves c) viernes c) Sábado
d) domingo e) Lunes

Problema 34.

En la figura, distribuir los números $2^1, 2^3, 2^5, 2^5, \ldots, 2^{15}$ de modo que el producto de los números que se hallan en cada lado sea 2^{20}. Dé como respuesta el producto de los números que van en las casillas sombreadas.

a) 2^{16}
b) 2^{48}
c) 2^{32}
d) 2^{46}
e) 2^{34}

Problema 35.

En un edificio de 7 pisos viven Abel, Beto, Carlos, Daniel, Elvis, Fidel y Gustavo cada uno en un piso diferente, si se sabe que:

- Elvis vive a un piso de Carlos y a un piso de Beto.
- Fidel desde su cuarto tiene que subir 4 pisos para ir al cuarto de Abel.
- David vive en el tercer piso.

¿Quién vive en el cuarto piso?

a) Fidel b) Beto c) Gustavo
d) Elvis e) Carlos

Problema 36.

Tatiana va al mercado y por un plátano paga 21 céntimos y por una tuna 12 y por una sandia 18 céntimos, ¿Cuánto gastaría al comprar un mamey, un melocotón y una naranja?

a) 66 céntimos b) 60 céntimos
c) 69 céntimos d) 63 céntimos
e) 72 céntimos

Problema 37.

Roberto, Carola, teo y Alicia están sentados alrededor de una mesa discutiendo sobre sus deportes favoritos. Roberto se halla frente al que práctica el trote, Carola a la derecha del que juega frontón, Alicia frente a Teo, el golfista a la izquierda del tenista. Si a la derecha de teo hay un hombre. ¿Qué deporte práctica cada uno?

1.- Roberto a. Frontón
2.- Carola b. Trote

3.- Teo c. Tenis
4.- Alicia d. Golf

a) 1b - 2b - 3c - 4a
b) 1a - 2b - 3c - 4d
c) 1b - 2a - 3d - 4c
d) 1c - 2a - 3b - 4d
e) 1c - 2b - 3d - 4a

Problema 38.

En una mesa circular de 7 sillas se sientan a discutir cuatro obreros *A*, *B*, *C*, *D* y tres empleados; *X*, *Y*, *Z*, sabiendo que:

- Ningún empleado se sienta junto a otro empleado.
- *B* se sienta junto a *D*, pero *Z* no se sienta junto a ellos.

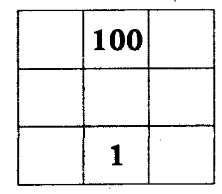
¿Cuál (es) de los siguientes afirmaciones son correctas?

I. Entre *D* y *Z* hay dos asientos.
II. *X* se sienta junto a *B*.
III. *A* se sienta junto a *Y*.

a) I b) I y II c) II
d) III e) I y II

Problema 39.

María crea un juego y para ello ha dibujado un tablero con 9 casilleros.



	100	
	1	

Las reglas que se imponen son las siguientes:

- En cada casillero escribir exactamente un número entero mayor que 1 pero menor que 100.
- Los números escritos en el tablero deben ser diferentes.
- En cada columna, cada fila y diagonal debe haber exactamente dos números pares.

Si María ha llenado el tablero escribiendo números en los casilleros, ¿Cuál es el mínimo valor de la suma de todos los números escritos?

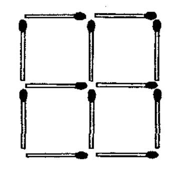
a) 38 b) 39 c) 37
d) 36 e) 40

Problema 40.

La gráfica nos muestra a 12 palitos de fósforo (todos del mismo tamaño)

- "x" es el menor número de palitos que se mueven de tal manera que queden 10 cuadrados.
- "y" es el menor número de palitos que se mueven de tal manera que queden 3 cuadraditos iguales.
- "z" es el menor número de palitos que se mueven para que se formen 15 cuadrados.

Hallar: "x + y + z"



a) 12 b) 13 c) 9
d) 10 e) 11

Problema 41.

En el sanatorio se encuentra internado un cojo, un manco, un ciego y un sordo, cuyos nombres son: Cornelio, Camilo, Anarios y Eulogio, aunque no necesariamente en ese orden.

Se sabe que:

- Camilo, el cojo y el manco comparten la misma cama.
- Cornelio, el ciego y el sordo fueron a pasear el lunes con sus enamoradas.
- El cojo, el ciego y Anarios asisten al baño con regularidad.
- El sordo, el manco y Cornelio comen a la misma hora.
- El ciego es un hincha incondicional de Alianza lima, en cambio Camilo es fanático de la "U".

¿Quienes comen a la misma hora además de Cornelio.

a) Camilo y Eulogio
b) Camilo y Aranios
c) Anarios y Eulogio
d) Cornelio y Eulogio
e) Camilo y Cornelio.

Problema 42.

¿Cuántas fichas debes mover como mínimo para formar un rectángulo con 8 y 6 fichas por lado?

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

○○○○○
○○○○○
○○○○○
○○○○○

Problema 43.

En un centro de viajes se encuentran 4 profesionales, cada uno de ellos con diferente ocupación: médico, ingeniero, dentista y profesor; cada uno de ellos viajará a diferentes lugares: Cuzco, Huancayo, Chiclayo y Lima; deciden tomar diferentes medios de transporte: camión , taxi, autobús, moto. Se sabe que el que va a Cuzco es profesor, el que viajará en moto irá a Huancayo. Mario viajará en camión, Raúl no es médico. Pedro irá a Chiclayo. El que viajará en autobús es ingeniero, el que viajará a Lima lo hará en taxi, Abel no viajará a Huancayo. Determine quién va a Huancayo y en qué viaja Pedro.

a) Raúl - autobús
b) Mario - autobús
c) Raúl - taxi
d) Abel - común
e) Abel - autobús

Problema 44.

El señor X invitó a almorzar a sus amigos P, D, F, G, J y N. El señor X está en buenas relaciones con los seis, pero: P y F no se hablan desde niños; G, P y D son hinchas de equipos rivales; J le debe dinero a N; G chocó el auto de F; J y F son de diferentes tendencias políticas; N y E han reñido por asuntos laborales. El señor X quiere sentarse con sus amigos alrededor de una mesa circular tal que cada uno tenga a ambos lados personas con las que esté en buenas relaciones y además el señor X quiere retener a su lado a D y sentarse junto a J y a P. ¿Entre quienes se sienta F?

a) entre P y J
b) entre D y F
c) entre F y N
d) entre P y N
e) entre D y N

Problema 45.

Se tiene 5 barras de cobre de iguales dimensiones y peso, a excepción de una que pesa más que los demás. Si en una moderna balanza se desea encontrar la barra de mayor peso, ¿cuántas pesadas como mínimo debemos hacer?

a) 1   b) 2   c) 3
d) 4   e) 5

Problema 46.

Sobre una mesa se tiene en fila 5 cartas de una baraja, diferentes en figura y color, excepto dos que son de espadas. Además se sabe que

- Cartas del mismo color no están juntas.
- El 7 está tan alejado del rey como el 5 lo está del 10
- la carta de corazones está tan alejada del 7 como el 3 de la carta trébol.
- el 7 es el único que está a lado del 5.
- el rey no está junto a la carta de diamantes.

Indique qué carta se encuentra en el centro.

a) 10 de corazones   b) 5 de trébol
c) 3 de diamantes   e) 7 de diamantes
e) 3 de espadas

Problema 47.

En un papel cuadrado se distribuyen los siguientes números, como en la figura, ¿cuántos cortes se deben realizar como mínimo, para dividir la hoja en 3 pedazos cuya suma de valores sean número pares consecutivos?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

6	4	2
8	18	16
10	12	14

Problema 48.

Un condenado quedará en libertad, cuando alcance el final de una escalera de 100 escalones. Pero no puede avanzar a su antojo, puesto que está obligado a subir un solo escalón cada día de los meses impares y a bajar un escalón cada día de los meses pares. Si comienza el 1° de enero del 2001, ¿qué día quedará en libertad?

a) 31 de marzo del 2024
b) 31 de enero del 2004
c) 31 de enero del 2025
d) 30 de enero del 2004
e) 31 de marzo del 2025

Problema 49.

Distribuir las 9 cifras significativas en la siguiente figura de modo que se cumpla las operaciones indicadas:

Dé como respuesta la máxima suma de los números que van en las casillas sombreadas.

$$\blacksquare - \square = \blacksquare$$
$$\times$$
$$\square \div \square = \square$$
$$=$$
$$\blacksquare + \square = \blacksquare$$

a) 22   b) 26   c) 27
d) 28   e) 29

Problema 50.

Las cinco hermanas Ana, Doris, Eva, María y Silvia se casaron y cada una tuvo una sola hija a la que bautizaron con el nombre de una de sus hermanas, cuidando de que no hubiera dos primas tocayas. Si ninguna prima lleva el nombre de su madre, los apellidos de las cinco niñas son: Flores, Gómez, Luque, Mamani y Povis. Si la niña Mamani fue bautizada con el nombre de la mamá de Doris. La hija de la señora Flores es tocaya con la señora Gómez. La hija de la señora Luque lleva el nombre de la mamá de Ana. La hija de María lleva el nombre de la señora Povis. La señora Mamani es mamá de Eva. ¿Cuál es el nombre de la hija de Eva?

a) Doris Povis b) María Mamaní
c) María Povis d) Doris Gómez
e) Silvia Flores

Problema 51.

El profesor Povis aplicó un examen de RM a sus cinco mejores alumnos; él digitó las notas al azar en una hoja electrónica que calculaba la nueva nota promedio del curso después que se digitara cada nota. El profesor se dió cuenta que después de digitar cada nota, el promedio calculado era un número entero.

Las notas de los cinco estudiantes fueron: 71, 76, 80, 82 y 91. ¿Cuál fue la última nota que el profesor digitó?

a) 7 b) 76 c) 80
d) 82 e) 91

Problema 52.

¿Cuántos patos llevaste a casa? –Preguntaron a Ronald– "habían dos patos y cuatro patas delante de un pato, dos patos y cuatro patas detrás de un pato; y un pato entre patos y patas", Respondió.

¿Cuál era el menor número de patos que podía haber llevado?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Problema 53.

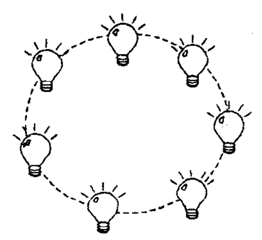
En las siguientes igualdades se han utilizando 44 palitos, ¿cuántos palitos debes mover, como mínimo, para que ambas igualdades sean correctas?

8 − 6 = 16
2 + 8 = 7

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Problema 54.

Se tiene 7 focos encendidos y distribuidos de la siguiente manera:



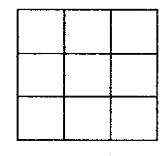
Al tocar uno de ellos, éste y el de los costados cambian de estado, es decir si están prendidos se apagan y viceversa ¿cuál es el menor número de toques que

debemos hacer para que todos queden apagados?

a) 6 b) 4 c) 5
d) 7 e) 8

Problema 55. (Problema de Olimpiada)

Distribuir los números del 1 al 9 en los casilleros de la siguiente figura:



de modo que: los vecinos del 1 sumen 15, los vecinos del 2 sumen 6, los vecinos del 4 sumen 23 y los vecinos del 5 sumen 16.

¿Qué número ocupa la casilla central?

Observaciones:
Un número es vecino de otro sólo si la casilla en la que éste está comparte alguno de sus lados con otro.

a) 5 b) 3 c) 1
d) 4 e) 6

Problema 56.

En el inicio de un largo pasillo oscuro se encuentra un hombre, con tres interruptores de la luz delante. Quiere saber cuál de los tres interruptores es el que enciende la bombilla de su habitación, situada al final del dichoso pasillo, ¿cuál es el menor número de veces que debe recorrer el pasillo para saber con seguridad cuál es el interruptor que busca?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Problema 57.

En la puerta de su casa, aquella mujer dió al funcionario la siguiente respuesta cuando le preguntó éste por la edad de sus tres hijas: "El producto de sus edades es 36 y la suma es igual al número de la casa". El funcionario, después de mirar el número de la casa y meditar un momento dijo: "esos datos no son suficientes, señora". La mujer recapacita y dice: "si, tiene Ud. razón. La mayor de mis hijas estudia piano". Y el funcionario contesta: "Muchas gracias, es suficiente". ¿Cuáles eran las edades de las tres hijas?.

a) 1, 2, y 18 años b) 1, 4 y 9 años
c) 2, 2 y 9 años d) 1, 6 y 6 años
e) 1, 3 y 12 años.

Problema 58.

En cada casilla del siguiente tablero se deben colocar uno de los números 1, 2, 3, 4, 5; de modo que en cada fila, en cada columna y en cada diagonal figuren los 5 números.

X				
Z	y			
	W			

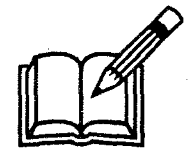
Calcular el mínimo valor de:

$$E = 2^Z + 2^W + 3^X + 3^y$$

a) 12 b) 14 c) 17
d) 25 e) 36

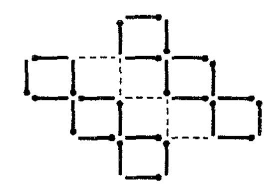
Razonamiento Lógico

Solucionario



Resolución 01.

Basta quitar 5 palitos así:



∴ Clave b

Resolución 02.

Sabemos que:

Ant. ayer	Ayer	Hoy	Mañ.	Pas. mañ.
-2	-1	0	+1	+2

♦ Reemplazando en el dato:

$-1 -2 +1 +1 +1 +2 = +1 -2$ de domingo
$+2 = -1$ de domingo
$+2 =$ sábado
< > pas. mañana es sábado
↳ Hoy es jueves.

♦ Reemplazando en la pregunta:

Piden : $+1 +2 -1 -1 -2 +2$
$= +1$
= mañana
= viernes.

∴ Clave c

Resolución 03.

Ordenando en una tabla tenemos:

	Raúl	Paúl	Dany	Tony
Natty	tondero	huaylas		
Patty			tondero	
Katty				saya
Betty	saya			

Como ninguna persona puede bailar la misma música con 2 a la vez; en ninguna fila o columna debe haber palabras repetidas.

	Raúl	Paúl	Dany	Tony
Natty	tondero	huaylas	2. saya	1. vals
Patty	8. vals	10.saya	tondero	3. huay
Katty	9. huay	11.tond	7. vals	saya
Betty	saya	5. vals	6. huay	4. tond

∴ Con Katty y Betty bailan vals Dany y Paul.

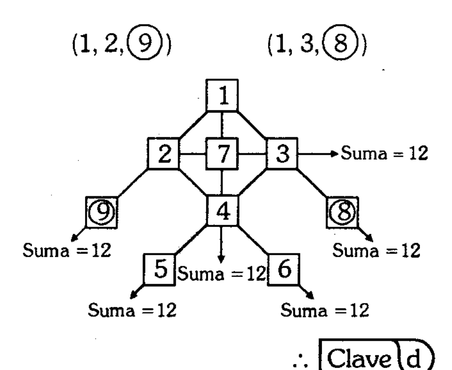
∴ Clave a

Resolución 04.

Del 1 al 9 los tríos que suman 12 son:

(1, 2, 9) (1, 3, 8) (1, 4, 7) (1, 5, 6)
(2, 3, 7) (2, 4, 6) (3, 4, 5)

Colocando en los extremos los números que menos se repiten:



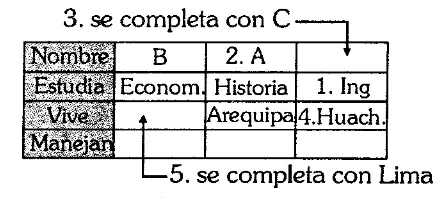
∴ Clave d

Resolución 05.

- Ordenando en una tabla:

Nombre	1. B		
Estudia	2. Econ.	3. Hist	
Vive		4. Areq.	
Maneja			

Como A no estudia ingeniería y B no vive en Huacho tenemos:



3. se completa con C

Nombre	B	2. A	
Estudia	Econom.	Historia	1. Ing
Vive		Arequipa	4.Huach.
Manejan			

5. se completa con Lima

Finalmente como el de Lima maneja el Toyota y C no maneja BMW:

Nombre	B	A	C
Estudia	Econom.	Hist	Ing
Vive	Lima	Areq.	Huacho
Manejan	Toyota	BMW	

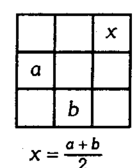
Nissan

∴ El que maneja Toyota estudia Economía y el que estudia Historia maneja un BMW.

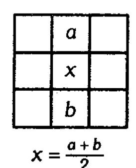
∴ Clave c

Resolución 06.

Aplicando propiedad en cuadrado mágico de orden 3.



$x = \frac{a+b}{2}$



$x = \frac{a+b}{2}$

Tenemos:

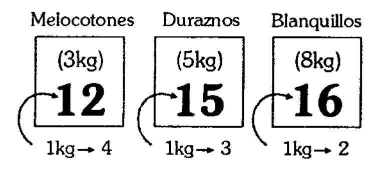
18	3	12
5	11	17
10	19	4

Suma pedida: $18 + 12 = 30$

∴ Clave e

Resolución 07.

Del enunciado:



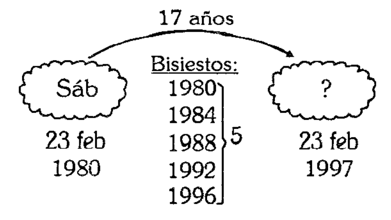
Para tener con seguridad un kilo de cada fruta nos ponemos en el peor de los casos:

Extraer:

15 Duraz + 16 Blanq + 4 meloc
= 35 frutas.

∴ Clave a

Resolución 08.



Si los 17 años que transcurrieron fueran normales avanzaríamos un día por cada año, pero como 5 años son bisiestos; debemos avanzar un día más por cada bisiesto.

Luego:

Avanzar: $17+5=22\text{ días}=\overset{\circ}{7}+1$

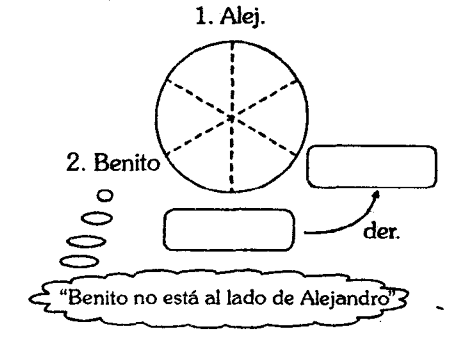
El día pedido será:

sábado + 1 = domingo.

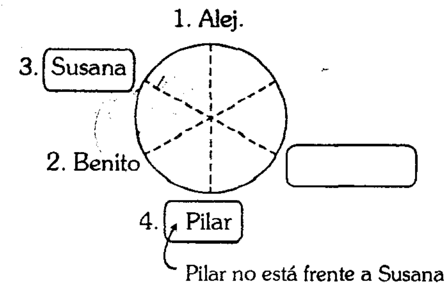
Resolución 09.

Usaremos un rectángulo para encerrar a las mujeres. Del enunciado:

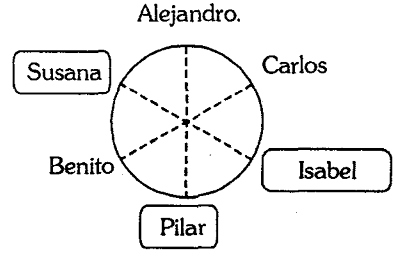
"Alejandro está frente a una chica y ésta tiene a una chica a su derecha":



Como: "Susana está entre dos chicos":



Completando:

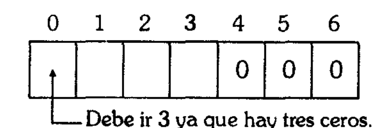


∴ Junto y a la derecha de Carlos está Alejandro.

∴ Clave d

Resolución 10.

En las casillas 4, 5 y 6 deben ir ceros ya que si va cualquier otro número nos faltarían casillas.



0	1	2	3	4	5	6
				0	0	0

Como hay un 3 en la casilla cero, debe ir 1 en la casilla tres.

0	1	2	3	4	5	6
3			1	0	0	0

Finalmente completamos la casilla uno y la casilla dos:

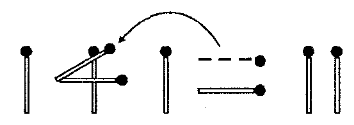
0	1	2	3	4	5	6
3	2	1	1	0	0	0

Piden:

$$3+2+1+1+0+0+0=7$$

Resolución 11.

Basta mover un palito así:



Es decir: 141 – 11 = 130

∴ Clave a

Resolución 12.

Analizando:

# de operación		resultado		en pantalla
1°	⟶	1 + 1 = 2	⟶	②
2°	⟶	2 + 2 = 4	⟶	4
3°	⟶	4 + 4 = 8	⟶	8
4°	⟶	8 + 8 = 16	⟶	7
5°	⟶	7 + 7 = 14	⟶	5
6°	⟶	5 + 5 = 10	⟶	1
7°	⟶	1 + 1 = 2	⟶	②
8°	⟶	2 + 2 = 4	⟶	4

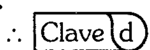
(se repite)

Se observa que cada 6 veces que apretamos la tecla, el resultado se repite; como:

2008 ÷ 6 = 334 veces, residuo 4

Apretar 2008 veces equivale a apretar sólo 4 veces.

∴ Aparecerá el número 7.


∴ Clave d

Resolución 13.

El menor tiempo lo conseguimos cuando el marinero prioriza los botes más veloces así:

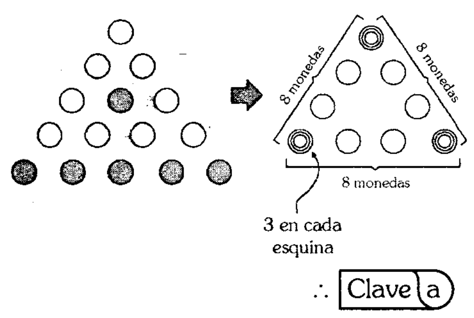
4 y 8	1 y 2 ⟶	
4 y 8	⟵ 1	2
1	4 y 8 ⟶	2
1	⟵ 2	4 y 8
	1 y 2 ⟶	4 y 8

∴ Tiempo mín. $= 2 + 1 + 8 + 2 + 2 = 15h$.

∴ Clave b

Resolución 14.

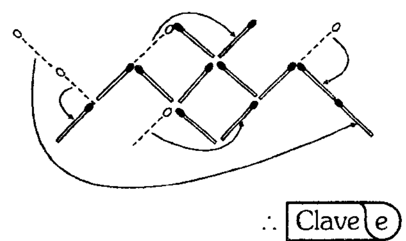
Se deben mover las 6 monedas sombreadas y colocar de 2 en 2 en las esquinas, una sobre otra así:



∴ Clave a

Resolución 15.

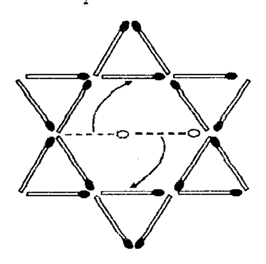
Sólo se necesitan mover 5 palitos para que la rana gire hacia abajo:



∴ Clave e

Resolución 16.

Basta mover 2 palitos así:

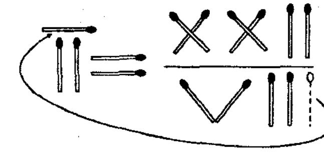


Luego se formaron 6 triángulos equiláteros pequeños y dos triángulos equiláteros grandes.

$\therefore$ Clave b

Resolución 17.

Para que la igualdad se cumpla sólo se tiene que mover un palito así:



Y obtendremos: $\pi = \frac{22}{7}$

$\therefore$ Clave a

Resolución 18.

- Encontremos qué día es hoy.

  $-2 + \cancel{1} - \cancel{1}$ fue lunes
  < > -2 fue lunes
  < > anteayer fue lunes
  < > hoy es miércoles

- Encontremos dentro de cuántos días ocurrirá lo pedido:

  Reemplazando: $+1 + 2 + 1 - \cancel{1} + \cancel{1}$
  < > $+4$

$\therefore$ Se llegará dentro de 4 días y será:

miércoles + 4= domingo

$\therefore$ Clave d

Resolución 19.

Del enunciado:

$-\cancel{1} + \cancel{1} + 2 + \cancel{1} + 2 - \cancel{1}$ es $-\cancel{2} - \cancel{1} - 1 + \cancel{2} + \cancel{1}$ de miércoles
< > + 4 es - 1 de miércoles
< > + 4 es martes
< > dentro de 4 días será martes
< > hoy es viernes

Piden: $+\cancel{1} + \cancel{1} - \cancel{2} - 4$
< > - 4
< > hace 4 días
< > lunes

$\therefore$ Clave a

Resolución 20.

Como la semana sólo tiene 5 días, por lo tanto cada 5 días se repite el mismo día.

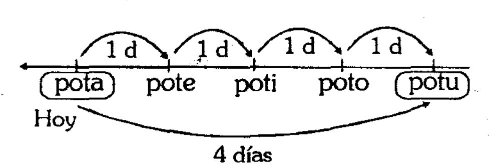
Del enunciado:

$\underbrace{-1 + 2 - 1 + 2 - 1 + 2 - \ldots}_{2004 \text{ veces}}$ será $+\cancel{1} + \cancel{1} - \cancel{1} + 2 - \cancel{1}$ de poti

< > $\underbrace{+1 + 1 + 1 \ldots}_{2004 \text{ veces}}$ será + 2 de poti

< > + 2004 será potu

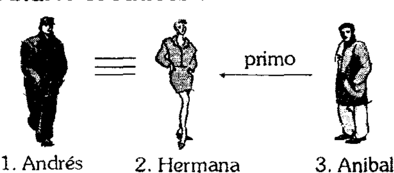
< > $\overset{\circ}{5} + 4$ será potu
< > + 4 será potu
< > dentro de 4 días será potu
< > hoy es pota



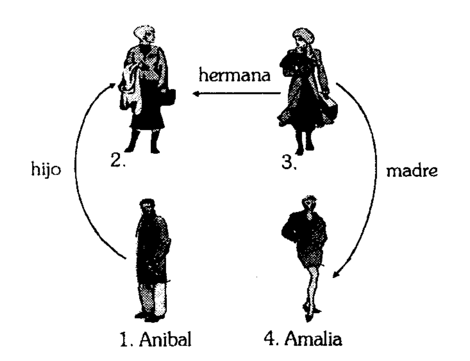
$\therefore$ Clave a

Resolución 21.

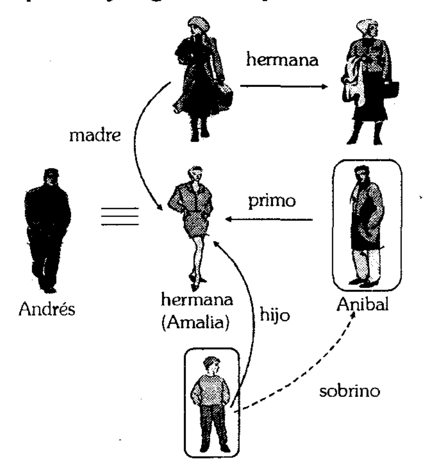
Del enunciado: "El primo de la hermana de Andrés es Aníbal".



Además: "Aníbal es el hijo de la hermana de la madre de Amalia".



Del primer y segundo esquema tenemos:



La relación correcta es sobrino - tío

∴ Clave a

Resolución 22.

Del enunciado:

La única hermana del (8. mi madre) cuñado del (7. mi tío) único hijo del (6. mi pápá) abuelo paterno (5. mi abuelo)

del yerno del (4. yo) esposo de (3. mi suegro) la madre de (2. mi suegra) la única hermana, (1. mi cuñadita)

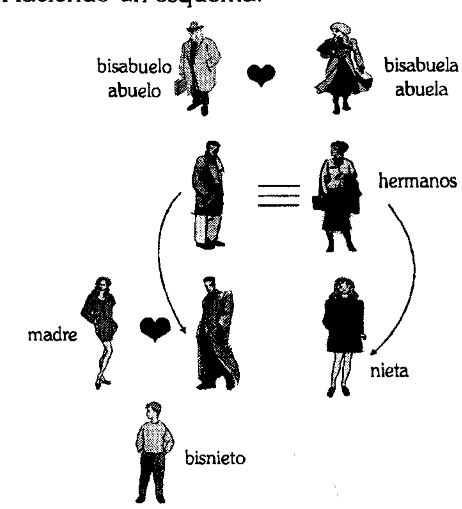
de 6, años de mi esposa

Es mi madre.

∴ Clave c

Resolución 23.

Haciendo un esquema:



Como mínimo se encuentran presentes 8 personas

∴ Clave c

Resolución 24.

Como saben que 2 de ellos tienen sombrero negro y los otros 2 lo tienen blanco: el que llama al verdugo es el hombre C ya que él esperó un momento y al ver que el hombre D no pudo decir con seguridad qué color de sombrero tenía, dedujo que él y el hombre B tenían colores de sombreros distintos; como pudo ver el color de sombrero del hombre B automáticamente dedujo el color de su sombrero.

∴ Clave c

Resolución 25.

El torneo dura 5 días y cada equipo juega 4 partidos, entonces cada día hay un equipo que descansa.

De los datos:

	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES
PARTIDOS	AL -	Cristal - Cienc	AL -	Cienc - Boys	AL -
		U - Boys		AL -	
DESCANSA		AL			

Del último dato:

el lunes se juega Cristal - Boys,

Además: Cienciano no puede jugar contra Alianza el lunes porque antes debe hacerlo contra la U.

	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES
PARTIDOS	AL - U	Cristal - Cienc	AL -	Cienc - Boys	AL - Cienc
	Cristal - Boys	U - Boys	Cienc - U	AL -	
DESCANSA	Cienciano	AL			

El jueves AL tendría que jugar contra Cristal, porque con la U ya jugó el Lunes.

Completando la tabla:

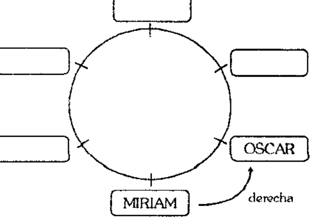
	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES
PARTIDOS	AL - U	Cristal - Cienc	AL -	Cienc - Boys	AL - Cienc
	Cristal - Boys	U - Boys	Cienc - U	AL - Cristal	Cristal - U
DESCANSA	Cienciano	AL	Cristal	U	Boys

∴ Alianza y Cristal juegan el Jueves.

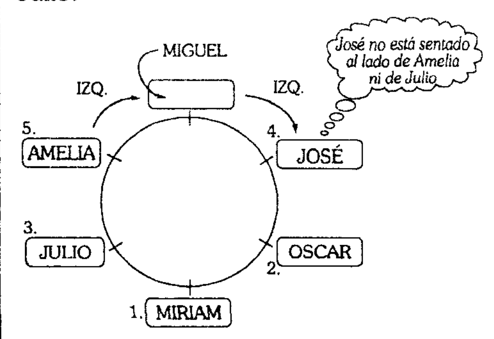
∴ Clave d

Resolución 26.

Del dato:
Óscar está junto y a la derecha de Miriam



De los datos se deduce que al lado de Miriam no pueden estar Miguel, Amelia ni José; entonces al lado de Miriam está Julio.



El que está sentado a la izquierda del que está a la izquierda de Amelia es José.

∴ Clave c

Resolución 27.

De los datos:

Nombre	Carla		Érica
Equipo	Cristal	Alianza	U
Genero lit.	Crónicas	leyenda	Ciencia y fición
Bebida	Surtido	Especial	fresa
Revista			

Como la que lee revista de cocina escribe cuentos de ciencia ficción y Olenka lee revistas de modas:

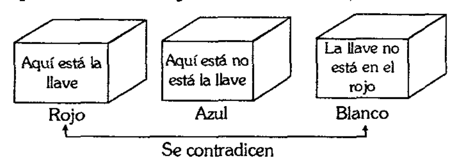
Nombre	Carla	Olenka	Érica
Equipo	Cristal	Alianza	U
Genero lit.	Crónicas	leyenda	Ciencia y fición
Bebida	Surtido	especial	fresa
Revista	espectáculos	modas	cocina

Érica lee revistas de cocina y le gusta jugo de fresa.

∴ Clave d

Resolución 28.

Del enunciado se deduce que de las inscripciones la mayoría son falsas; además:



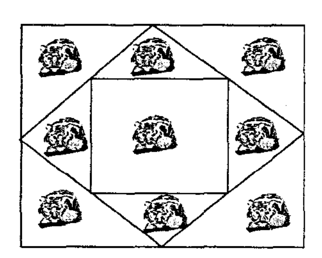
Como lo que dice en el cofre blanco contradice a lo que dice en el rojo, uno de ellos es verdad y el otro es falso; pero como la mayoría de inscripciones son falsas, entonces lo que dice en el cofre azul es falso

∴ La llave sí está en el cofre azul y éste es el que se debió elegir.

∴

Resolución 29.

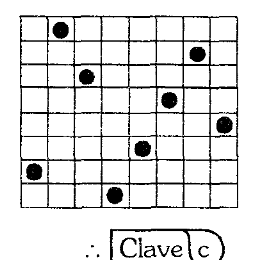
Se deben construir dos recintos cuadrados así:



∴

Resolución 30.

Como máximo se pueden colocar 8 reinas así:



∴ Clave c

Resolución 31.

Reemplazando en el dato

$+100 - 1 - 1 \cancel{+2} \cancel{-2} \cancel{+1} \cancel{-1} \cancel{+1} \cancel{-1}$ será lunes

$98 \,|\underline{7}$, 14 , residuo $\textcircled{0}$ Ooo

< > + 98 será lunes

< > 0 será lunes

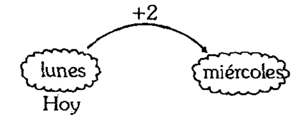
< > hoy es Lunes

Reemplazando en la pregunta:

$\Rightarrow\ -1 \cancel{-1} \cancel{+1} \cancel{-2} \cancel{+2} -1 <> -2$

$\Rightarrow\ -1+1-2+2 <> 0$

Contando 2 días a partir de hoy:



Será Miércoles.

∴

Resolución 32.

a) En el peor de los casos sucedería que salgan medias de distinto color (no utilizables), luego para obtener lo pedido debemos extraer:

3(B) + 3 (N) + 1 = 7 medias

Completa las 4 medias del mismo color

b) Aquí el peor de los casos es que nos salgan primeros todas las medias negras y luego recién las blancas.

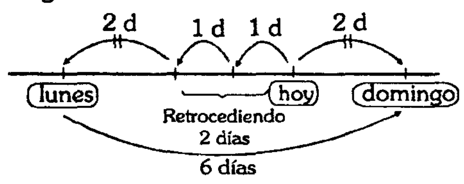
Extraer: 10(N) pares + 6(B) pares = 32 medias

∴

Resolución 33.

Para que el mañana sea como el ayer, el hoy tendría que ser como anteayer; es decir tendríamos que retroceder 2 días.

Luego:



Del gráfico se deduce que hoy es Viernes.

Piden: $-\cancel{1}+\cancel{1}+\cancel{2}-\cancel{2}+1$

$<>+1$

$<>$ mañana

$<>$ sábado

∴ Clave c

Resolución 34.

Del gráfico deducimos:

$$2^{20}\times2^{20}\times2^{20}\times2^{20}=(2^1\times2^3\times2^5\times\ldots\times2^{15})\times\underbrace{(a\times b\times c\times d)}_{\text{los que se repiten}}$$

$$2^{80}=2^{1+3+5\ldots+15}\times(a\times b\times c\times d)$$

$$2^{80}=2^{64}\times(a\times b\times c\times d)$$

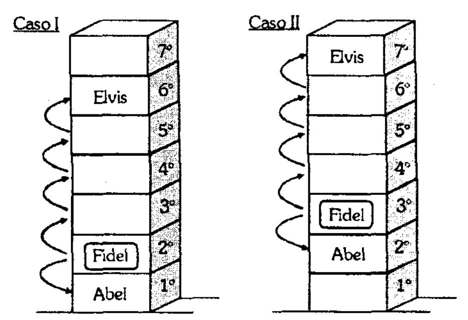
$$a\times b\times c\times d=2^{16}$$

El producto de los números que van en las casillas sombreadas es 2^{16}.

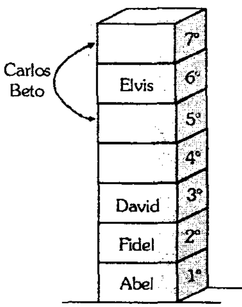
∴ Clave a

Resolución 35.

Como Fidel desde su cuarto tiene que subir 4 pisos para ir al cuarto de Elvis y tiene que bajar un piso para ir al cuarto de Abel, tenemos:



Pero como David vive en el tercer piso y no Fidel entonces el caso II queda descartado.



Como el 5to y 7mo piso serán ocupados por Carlos y Beto, sólo queda para Gustavo el 4to piso.
En el cuarto piso vive Gustavo

∴

Resolución 36.

Se deduce que:

	# de letras		paga
PLATANO ⟶	7	$\xrightarrow{\times3}$	21 céntimos
TUNA ⟶	4	$\xrightarrow{\times3}$	12 céntimos
SANDÍA ⟶	6	$\xrightarrow{\times3}$	18 céntimos

Paga una cantidad de céntimos igual al triple de la cantidad de letras que tiene el nombre de la fruta.

Luego:

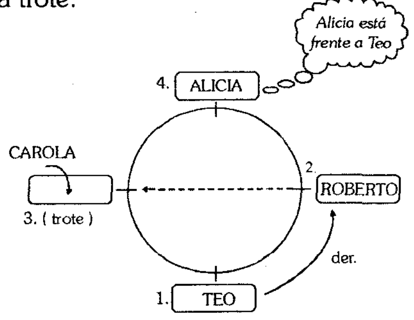
	# de letras		paga
MAMEY →	5	×3 →	15 céntimos
MELOCOTÓN →	9	×3 →	27 céntimos
NARANJA →	7	×3 →	21 céntimos

(+) Paga: 63 céntimos

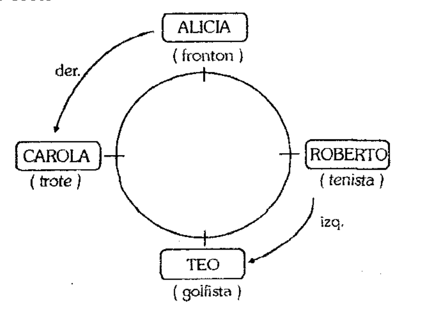
∴

Resolución 37.

Como a la derecha de Teo hay un hombre y Roberto se halla frente al que práctica trote:



Como Carola está a la derecha del que práctica frontón y el golfista a la izquierda del tenista:

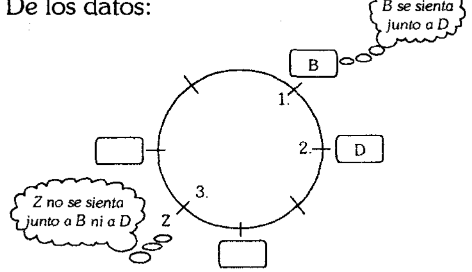


La relación correcta aparece en la alternativa e.

∴ Clave e

Resolución 38.

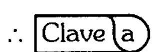
De los datos:



Del gráfico se observa que:

- Entre D y Z hay dos asientos.
- X no necesariamente está junto a D.
- A no siempre está junto a Y.

Sólo I es correcta

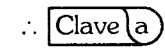
∴ 

Resolución 39.

Para que la suma sea mínima debemos colocar convenientemente los menores números sin repetir ninguno, empezando por la parte central.

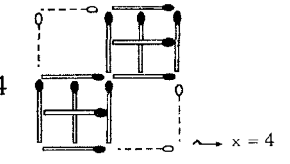
4	100	3
5	2	8
6	1	10

Piden: $4 + 3 + 5 + 2 + 8 + 6 + 10 = 38$

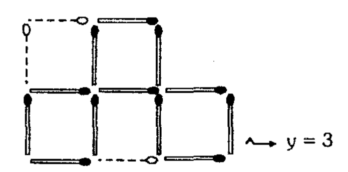
∴ 

Resolución 40.

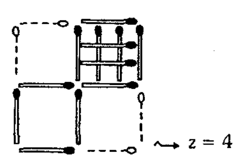
- Para formar 10 cuadrados basta mover 4 palitos así:



- Para que queden 3 cuadrados iguales sólo se necesitan mover 3 palitos.



- Para formar 15 cuadrados se necesitan mover 4 palitos como mínimo.



Piden: $x + y + z = 4 + 3 + 4 = 11$

∴ Clave e

Resolución 41.

- Del primer dato se deduce que Camilo no es cojo ni manco.
- Del segundo dato que Cornelio no es ciego ni sordo.
- Del tercero que Anarios no es cojo ni ciego.
- Del cuarto dato que Cornelio no es sordo ni manco.
- Del último dato que Camilo no es ciego.

En una tabla:

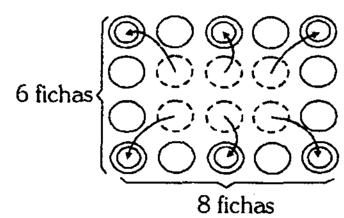
	cojo	manco	ciego	sordo
Cornelio	✓	✗	✗	✗
Camilo	✗	✗	✗	✓
Anarios	✗	✓	✗	
Eulogio			✓	

Además de Cornelio comen a la misma hora Camilo y Anarios.

∴ Clave b

Resolución 42.

Debemos mover 6 fichas (las del centro) y colocarlas encima de las otras así:



∴ Clave c

Resolución 43.

De los datos: El que viajará en moto irá a Huancayo, Mario viajará en camión, el que viajará en autobús es ingeniero y el que viajará a Lima lo hará en taxi; tenemos:

Nombre		Mario		
ocupación			Ingeniero	
viaja a	Huancayo			Lima
viaja en	moto	camión	autobús	taxi

Como el que va a Cuzco es profesor, Pedro irá a Chiclayo y Abel no viajará a Huancayo:

Nombre	Raúl	Mario	Pedro	Abel
ocupación	Dentista	Profesor	Ingeniero	Médico
viaja a	Huancayo	Cuzco	Chiclayo	Lima
viaja en	moto	camión	autobús	taxi

Raúl no es médico

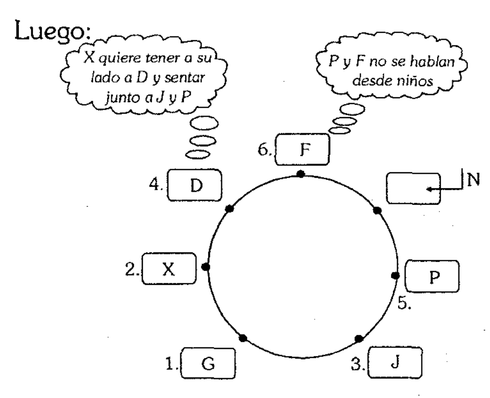
El que va a Huancayo es Raúl y Pedro viaja en autobús.

∴ Clave a

Resolución 44:

De los datos se deduce que al lado de G no pueden estar P, D, F ni N, entonces sólo pueden estar X y J.

Luego:



F se sienta entre D y N

∴ Clave e

Resolución 45.

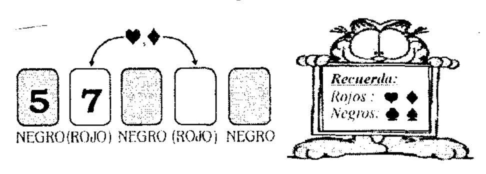
Debemos hacer sólo 3 pesadas así: pesamos la primera barra junto a la segunda; luego la tercera barra junto a la cuarta. Si ambas lecturas son iguales, entonces la quinta barra es la más pesada. Si no es así ya sabremos cuanto pesa cada barra igual (dividimos la menor lectura entre dos) y tomamos una de las pesas de la lectura mayor para pesarla, esto nos permitirá saber cuál es la barra más pesada.

∴

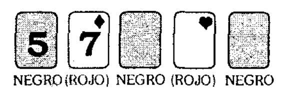
Resolución 46.

Del dato:

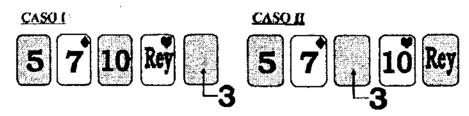
- Cartas del mismo color no están juntas.
- El 7 es el único que está al lado del 5.



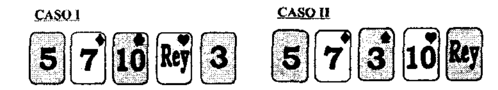
- Como la carta de corazones está tan alejada del 7 como el 3 de la carta de trébol, tenemos:



- Del dato: el 7 está tan alejado del rey como el 5 lo está del 10, tenemos dos posibilidades:



- Del tercer dato:



En el centro esta la carta 10 de trébol o 3 de espadas.

∴ Clave e

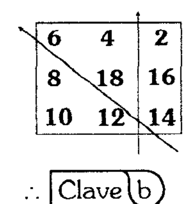
Resolución 47.

Como: $2+4+6+\ldots+18=2(1+2+3+\ldots+9)$

$$=2\left(\frac{9\times 10}{2}\right)=90$$

Los pedazos deben sumar: 28 , 30 y 32 (−2, +2; $90\div 3$)

Para dividir la hoja en 3 pedazos que sumen 28, 30 y 32 bastará con hacer 2 cortes así:



∴ Clave b

Resolución 48.

Debemos de tener en cuenta que en los primeros escalones el preso sube y baja; pero en los últimos 31 escalones sólo subirá.

Además:

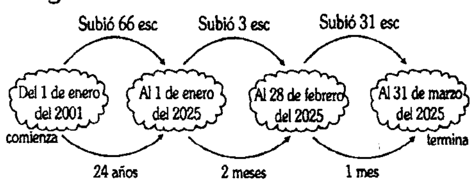
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
Enero	Feb	Marz	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agost	Set	Oct	Nov	Dic
Sube 31	Baja 28 o 29	Sube 31	Baja 30	Sube 31	Baja 30	Sube 31	Baja 31	Sube 30	Baja 31	Sube 30	Baja 31
sube 263		sube 1		sube 1		ni sube ni baja		baja 1		baja 1	

Se deduce que un año normal sube 3 escalones y en un año bisiesto sube 2 escalones.

→ En 4 años consecutivos sube: 3 (3) + 1 (2) (3 normales, 1 bisiesto)
= 11 escalones

→ En 24 años consecutivos sube: 6 (11)
= 66 escalones

Luego:



∴ Quedará en libertad el 31 de marzo del 2025.

∴ Clave e

Resolución 49.

Distribuyendo adecuadamente se tiene:

9	−	5	=	4
				×
6	÷	3	=	2
				=
7	+	1	=	8

Piden: 9 + 4 + 7 + 8 = 28

∴ Clave d

Resolución 50.

Relacionando los datos tendremos:

Nombre	María	Eva	Silvia	Ana	Doris
Apellido	Mamani	Povis	Flores	Gómez	Luque
Hija	Eva	Doris	Ana	María	Silvia

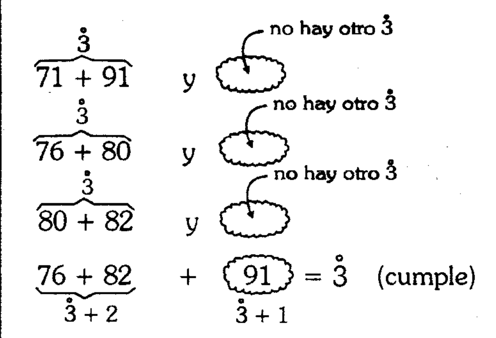
La hija de Eva se llama Doris Povis.

∴ Clave a

Resolución 51.

Las dos primeras notas que se digitaron deben ser pares o impares; pero al agregar la tercera nota la suma debe ser múltiplo de 3.

CASOS:



La cuarta nota debe ser impar (para que la suma sea 4)

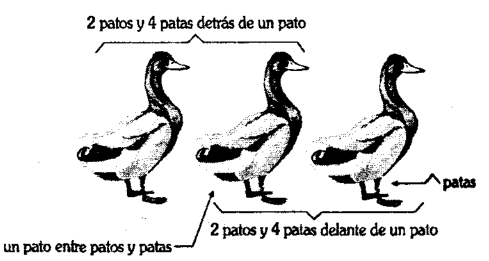
⇒ el único que cumple es 71.

∴ La última nota que se digitó fue 80.

∴ Clave c

Resolución 52.

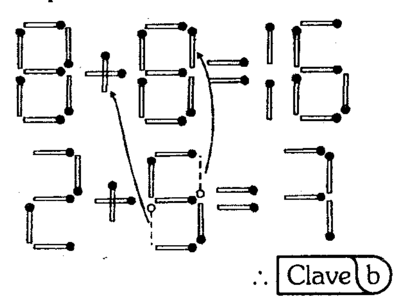
La menor cantidad fue 3



∴

Resolución 53.

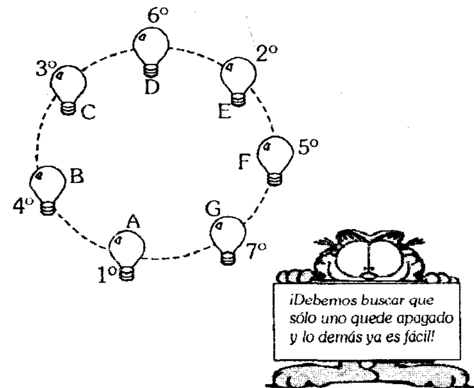
Para que la igualdad se cumpla basta con mover 2 palitos así:



∴ Clave b

Resolución 54.

Se necesitan hacer 7 toques así:



	A	B	C	D	E	F	G
inicio	P	P	P	P	P	P	P
1	A	A	P	P	P	P	A
2	A	A	P	A	A	A	A
3	A	P	A	P	A	A	A
4	P	A	P	P	A	A	A
5	P	A	P	P	P	P	P
6	P	A	A	A	A	P	P
7	A	A	A	A	A	A	A

∴

Resolución 55.

La clave está en que para empezar el 2 sólo puede estar en una esquina y sus vecinos sólo pueden ser el 1 y el 5; luego:

9	3	7
4	6	1
8	5	2

El número que ocupa la casilla central es el 6.

∴ Clave e

Resolución 56.

Solo necesita recorrer el pasillo una vez.

Supongamos que los tres interruptores los llamamos A, B y C. Nuestro hombre pulsa el interruptor A, espera unos minutos, entonces lo apaga y pulsa B y se va corriendo a la habitación a ver si hay luz. Pueden suceder varias alternativas: Si hay luz, está claro que es el interruptor B. Si no hay luz, el hombre debe tocar inmediatamente ia bombilla para ver si está caliente; si está caliente es el interruptor A que estuvo encendido varios minutos; si está fría la bombilla, es que el interruptor de la habitación era el C.

∴ Clave a

Resolución 57.

El funcionario descompuso en factores el número 36: (1,1,36) (1,6,6) (1,4,9) (1,3,12) (1,2,18) (2,2,9) (2,3,6) y (3,3,4). Mira el número de la casa, que nosotros no conocemos, pero el funcionario sí. Como la suma de las edades coincide con el número de la casa, ha de ser uno de estos:

$1+1+36=38$ $\quad 1+3+12=16$ $\quad 2+3+6=11$

$1+6+6=13$ $\quad 1+2+18=21$ $\quad 3+3+4=10$

$1+4+9=14$ $\quad 2+2+9=13$

Como sabemos que el funcionario no tuvo suficientes datos con esta información, deducimos que lo único que podría haber ocurrido es que el número de la casa es 13 que es el único que correspondía a más de una posibilidad:

$$1+6+6=13 \text{ y } 2+2+9=13$$

pues si hubiera sido otro el número, no hubiera tenido necesidad de pedir más datos. El siguiente dato, "la mayor estudia piano", elimina la alternativa $1+6+6=13$, porque no habría, en ese caso, una hija mayor, sino dos. La solución, en definitiva, es que las edades son 2, 2 y 9 años.

∴ Clave e

Resolución 58.

Para que "E" sea mínimo x, y, z, w deben tomar el menor valor posible ($x=y=1$; $z=w=2$).

Distribuyendo adecuadamente:

5	3	4	2	1
1	4	2	5	3
2	1	3	4	5
3	2	5	1	4
4	5	1	3	2

$E=2^2+2^2+3^1+3^1=14$

∴ Clave b

PROBLEMAS RECREATIVO 1

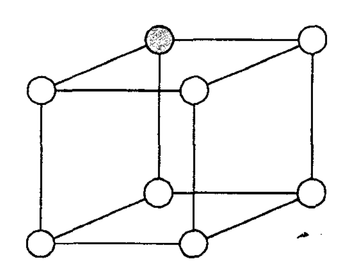
¿Cuántas fichas se deben de mover como mínimo para que el resultado sea 25?

$$\left[\left(\boxed{1}+\boxed{3}-\boxed{2}\times\boxed{5}\div\boxed{4}\right)\right]$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA RECREATIVO 2

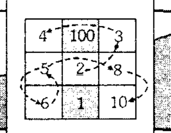
Ubique los número del 0 al 7 de modo que la suma en cada arista sea un número primo. Dé como respuesta el número ubicado en la casilla sombrerada.



a) 5 b) 1 c) 6
d) 4 e) 2

Primera Práctica

Razonamiento Lógico



01 Distribuya los números del 0 al 8 de manera que la suma en fila, columna y diagonal siempre dé un mismo resultado.

	(sombreado)	
4x		(sombreado)
(sombreado)	x	

Calcule la suma de los números ubicados en los casilleros sombreados.

a) 7 b) 9 c) 11
d) 15 e) 8

02 Se tiene un barril y 2 jarras con capacidades 12; 5 y 3 litros, respectivamente las cuales no tienen ninguna marca. Si se sabe que solo el barril está lleno de vino, ¿cuántos trasvases hay que realizar, como mínimo, para medir un litro de vino sin desperdiciar ni una gota?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

03 Anteayer me encontré con Juan y me dijo que ayer el profesor le había dicho que el examen sería el mañana del subsiguiente día al día que precede al posterior día de hoy. ¿Qué día será el examen?

a) hoy b) mañana
c) pasado mañana d) fue ayer
e) fue anteayer

04 Si el anteayer de mañana de mañana hace un día fue lunes, entonces, señale dentro de cuántos días se llegará al mañana de pasado mañana del ayer de ayer de pasado mañana, y qué día será.

a) 6 – domingo
b) 5 – martes
c) 4 – miércoles
d) 4 – domingo
e) 3 – viernes

05 Hoy es mi cumpleaños y este mes tiene más martes que otros días de la semana, además, el día de mi cumpleaños sumado con el último viernes del mes siguiente resulta 35. ¿Qué día de la semana será mi cumpleaños el año siguiente?

a) domingo b) viernes c) Sábado
d) Jueves e) lunes

06 Si el ayer del pasado mañana será viernes 23 de abril del 2004, ¿qué día de la semana será una fecha como hoy en el 2104?

a) martes b) miércoles c) jueves
d) viernes e) sábado

07 La nieta de mi tía es mi sobrina. Indique qué parentesco tiene conmigo el tío de mi primo, si se sabe que es el tío abuelo de mi sobrino, además, mi tía tiene un solo hermano.

a) hermano b) tío c) padre
d) abuelo e) primo

08 En una reunión se encuentran presentes un bisabuelo, una bisabuela, dos abuelos, dos abuelas, tres padres, cuatro madres, un tío, una tía, un hermano, una hermana, un primo, una prima, tres esposas, tres esposos, dos nietos, dos nietas, una bisnieta y un bisnieto. ¿Cuántas personas, como mínimo, se encuentran presentes en la reunión?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

09 Me preguntaron. ¿Cuántos hermanos tengo? y respondí: Tengo 4, pero conmigo no somos 5, porque somos 2 y somos 4 y además porque soy el menor y el mayor ¿De cuántas personas se habla?

a) 11 b) 8 c) 5
d) 4 e) 6

10 Raquel, Marcos, Carmen, Javier y Rodrigo acordaron llegar temprano al aula donde estudian. Si se sabe que:

- Marcos llegó antes que Javier y Rodrigo.
- Carmen llegó inmediatamente después que Marcos.
- Rodrigo llegó posterior a Javier, además Raquel ha observado la manera cómo ha llegado Marcos.

¿Quién llegó en cuarto lugar?

a) Raquel b) Marcos c) Carmen
d) Javier e) Rodrigo

11 Adolfo y Angélica se conocieron un domingo 23 de febrero de un año no bisiesto (el año anterior había sido bisiesto), y se casaron cuando el aniversario de la fecha en que se conocieron fue por primera vez sábado . Si hoy celebran el día de su boda y es la segunda vez que cae Domingo, ¿Cuántos años de casado llevan?

a) 11 b) 10 c) 12
d) 14 e) 22

12 Seis amigos están sentados alrededor de una mesa circular, simétricamente ubicados. Se sabe que Luis no está sentado al lado de Enrique, José ni Pedro; Enrique no está al lado de Gustavo ni de Fernando, además, Pedro está sentado a la derecha de Enrique. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son ciertas?

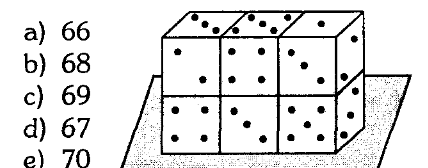
I. Gustavo se sienta frente a Pedro.
II. Luis se encuentra junto y a la izquierda de José.
III. Enrique se sienta frente a Luis.

a) solo I b) solo III c) II y III
d) I y III e) I y II

13 Sobre una mesa, Carlitos formó una ruma con seis dados tal como se

muestra en la figura. ¿Cuántos puntos como máximo en total no son visibles para él?

a) 66
b) 68
c) 69
d) 67
e) 70



14 En una carrera de caballos: Turco llegó antes que Negro, quien llegó en 4° lugar. Princesa llegó inmediatamente después de Azabache y antes que Turco; y Azabache llegó antes que Blanca. ¿Qué caballo llegó último?

a) Blanca
b) Turco
c) Princesa
d) Azabache
e) Negro

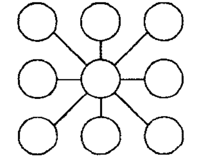
15 Cada uno de estos tres hombres: Mario, Ramón y Homero tienen dos ocupaciones que son: detective, piloto, cantante, jockey, cajero y tenista. Se sabe que el cajero llevó a la fiesta a la novia del piloto; tanto al piloto como al cantante les agrada jugar cartas con Homero; el jockey desayuna a menudo con el cajero; Mario es más alto que Ramón y el jockey; Ramón le debe 100 soles al cantante, y el piloto es más alto que el tenista. ¿Qué ocupaciones tiene Ramón?

a) detective – piloto
b) cantante – cajero
c) detective – jockey
d) piloto – jockey
e) cajero – detective

16 Cinco viejos amigos se reúnen en un restaurante; cada uno pide una bebida, un segundo y un postre. Luis y el Sr. Borea toman 2 limonadas, mientras Santiago y el Sr. Chavez prefieren chicha. El Sr. Hermosa piden un jugo; Luis y el Sr. Muñoz encargan filetes, José y el Sr. Hermosa eligen picante de cuy; para postre José y el Sr. Hernández piden un dulce con chocolate, mientras Carlos y el Sr. Hermosa encargan gelatina; el otro hombre pide dulce de calabaza. No hay dos personas contiguas que hayan pedido 2 cosas iguales. Indique qué ha comido Antonio si además se sabe que se sientan en fila, y que Luis y el Sr. Hermosa se sientan en los extremos.

a) limonada, picante de cuy, gelatina.
b) chicha, filete y calabaza.
c) jugo, picante de cuy y gelatina.
d) limonada, filete y chocolate.
e) jugo, filete y gelatina.

17 Ubique en los círculos los primeros números impares de tal manera que en cada línea la suma sea la misma. Halle dicha suma máxima.



a) 27
b) 21
c) 33
d) 35
e) 37

18 Cuatro avezados asesinos quieren cruzar un río y tienen un único bote que, como máximo puede llevar a dos personas a la vez. Las relaciones entre los cuatro (A, B, C y D) no son

buenas: A y B se odian; B y C se odian. Si dos personas que se odian quedan solas, sea en una orilla, en la otra o en el bote, se matan entre sí. Indique cómo pueden cruzar el río sin que ninguno muera y dé como respuesta el número de viajes que han realizado como mínimo.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 4

19 Dos testigos Juan y Luis se presentan ante el juez para su respectiva manifestación:

Uno de ellos dice Yo soy Juan.

El otro comenta: Si lo que él dice es cierto, yo soy Luis.

Si uno de los dos miente siempre y el otro nunca lo hace, indique el nombre del testigo sincero.

a) Juan b) Luis
c) Cualquiera d) F.D.
e) N.S.P.

20 En un tren viajan tres empleados de ferrocarriles de nombres Alberto, Bernardo y Carlos y tres viajeros con los mismos nombres, El viajero Bernardo vive en Madrid. El camarero del tren vive a mitad de camino entre Madrid y Barcelona. El viajero Carlos gana dos millones al año. Uno de los viajeros es vecino del camarero y gana exactamente el triple que él. El empleado de ferrocarriles Alberto, juega tenis mejor que el revisor del tren. El viajero que se llama igual que el camarero vive en Barcelona. ¿Cómo se llama el maquinista?

a) Alberto b) Bernardo c) Carlos
d) Daniel e) Povis

21 En un cajón se tiene 45 fichas del mismo tamaño pero de colores diferentes: "a" de color azul, "2a" de color blanco, otras "3a" de color celeste; "4a" de color verde y las "5a" últimas de color negro ¿Cuántas fichas se deben extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber extraído 2 de color azul y 5 de color negro?

a) 36 b) 43 c) 44
d) 35 e) 42

22 Si el 16 de febrero del 2004 cayó lunes. ¿Qué día de la semana fue el 16 de febrero de 1504?

a) sábado b) domingo c) lunes
d) martes e) miércoles

23 ¿Qué viene a ser de José, la suegra de la esposa del único hermano del abuelo de la mamá de su hermana?

a) bisabuela b) abuela
c) cuñada d) tatarabuela
e) madre

24 Seis niños: Alejandro, Dante, Marlene, Myriam, Sofía y Zacarías, participaron en una carrera y el orden en que llegaron cumple con las siguientes condiciones:

- Alejandro llegó antes que Dante y que Marlene.
- Sofía llegó después de Marlene y de Myriam.
- Myriam y Zacarías no llegaron en puestos consecutivos.
- No hubo empates.

¿Cuál de las siguientes es una lista completa de los participantes que pudieron llegar en sexto lugar?

a) Sofía y Dante
b) Sofía y Zacarías
c) Dante y Zacarías
d) Dante, Sofía y Zacarías
e) Dante, Myriam, Sofía y Zacarías

25 Cinco personas rinden una prueba

- x tiene un punto más que y.
- z tiene dos puntos menos que y.
- y tiene un punto más que u.
- x tiene dos puntos menos que s.
- y tiene el mínimo aprobatorio.

¿Quiénes aprobaron?

a) x; y; z b) x; z; u c) u; y; s
d) x; s; y e) z; x; s

26 Jaime, Carlos, Alberto y Juan tienen diferentes ocupaciones. Jaime y el médico están enojados con Juan. Carlos es amigo del Ingeniero. Jaime desde muy pequeño se dedicó a la música. El abogado es muy amigo de Alberto y del Ingeniero.
¿Qué profesión tienen Juan y Carlos? respectivamente.

a) Abogado – Médico
b) Ingeniero – Médico
c) Médico – Ingeniero
d) Ingeniero – Abogado
e) Músico – Médico

27 En una caja hay 12 fichas azules, 15 blancas, 18 verdes y 20 rojas. ¿Cuál es el mínimo número de fichas que se deben sacar para tener la certeza de haber extraído 8 del mismo color en 3 de los 4 colores?

a) 52 b) 54 c) 53
d) 50 e) 52

28 Agatón, Cleóbulo y Pilades tienen dos ocupaciones cada uno: tornero, cestero, armero, pescador, flautista y guardián. Se conoce:

- El tornero y el guardián fueron compañeros de clase en la escuela.
- El guardián y el pescador frecuentemente discutían de política con Agatón.
- El armero vendió al cestero una daga con empuñadura plateada.
- El tornero solía visitar en su taller al armero.
- Cleóbulo practicaba atletismo con el pescador.
- Pilades concurrió con Cleóbulo y el armero al teatro.

¿Qué ocupaciones tenía Agatón?

a) cestero y guardián
b) tornero y pescador
c) flautista y guardián
d) armero y flautista
e) armero y pescador

29 ¿Cuántas de las siguientes afirmaciones pueden ser falsas?

I. Sólo una de estas afirmaciones es verdadera.
II. Dos de estas afirmaciones son verdaderas.
III. Tres de estas afirmaciones son verdaderas.
IV. Cuatro de estas afirmaciones son verdaderas.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

30 Patty, Paola, Percy y Pamela se encuentra sentados en una fila de 4 sillas numeradas del 4 al 7. Gabo al pasar frente a ellos los mira y dice: "Percy está al lado de Paola, Patty está entre Percy y Paola"; pero sucede que las dos afirmaciones que hizo Gabo son falsas. En realidad Percy está en la silla número 6. ¿Quién se sienta en la silla número 5?

a) No se puede terminar
b) Paola. c) Percy.
d) Patty. e) Pamela.

31 Cuando Ingrid le preguntó a Edson si quiera casarse con ella, este contestó: No estaría mintiendo si te dijera que no puedo no decirte que es imposible negarte que si creo es que es verdad que no deja de ser falso que no vayamos a casarnos. ¿Qué respondió Edson?

a) No quiero casarme.
b) Quiero casarme.
c) Se contradice.
d) No dijo nada.
e) No se puede determinar.

32 ¿Qué relación de parentesco existe entre la madre del hermano de la esposa del padre del nieto de Luisa, con el cuñado del único hijo de la abuela materna del único hijo de Luisa?

a) consuegros b) hija – padre
c) primos d) madre – hijo
e) tía – sobrino

33 La policía detuvo a tres sospechosos del robo de una computadora; al ser interrogados respondieron de la siguiente manera:

- Gustavo: Santiago se llevó la computadora.
- Santiago: eso es verdad.
- Pepe: yo no me llevé la computadora.

Si al menos uno de ellos mentía y al menos uno decía la verdad. ¿Quién robó la computadora?

a) Gustavo b) Santiago c) Pepe
d) Faltan datos e) N.A.

34 Carlos, Raúl y Marco, forman pareja con Eva, Rossi y María, no necesariamente en ese orden, que tienen profesionales de bióloga, médica y modista. Raúl es cuñado de Eva, que no es bióloga. Marco fue con la modista, su pareja, al matrimonio de Rossi. Hace tres años María peleó con Raúl y se dedicó de lleno a terminar su carrera de medicina. ¿Quién es la pareja de Carlos y qué profesión tiene?

a) Rossi - bióloga
b) Eva - bióloga
c) María - modista
d) Eva - modista
e) María - médica

35 Carl Friedrich Gauss, matemático alemán conocido por sus diversas contribuciones al campo de la matemática y la física, nació en Braunschweing el 30 de abril de 1777. Si el 30 abril del 2004 fue viernes. ¿qué día de la semana nació Gauss?

a) lunes b) martes
c) Miércoles d) jueves
e) sábado

36 Una caja contiene 13 canicas rojas, 15 blancas, 10 azules y 9 verdes. ¿Cuántas canicas como mínimo se deben extraer al azar para tener la certeza de obtener:

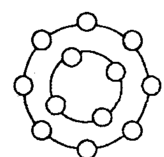
I. Tres canicas de diferentes colores.
II. Cinco canicas de un solo color.
III. Una canica de cada color.

Dé como respuesta la suma de los tres resultados.

a) 11 b) 87 c) 85
d) 38 e) 82

37 Con los números consecutivos del 1 al 12 inclusive, rellene el siguiente esquema gráfico (cada círculo vacío), de tal manera que los número ubicados en el óvalo interior deben ser números consecutivos y su suma debe ser la mitad de la suma de los números ubicados en el óvalo exterior. Dé como respuesta el producto de los números ubicados en el óvalo interior.

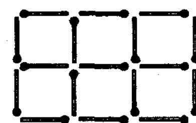
a) 2210
b) 1680
c) 1340
d) 1441
e) 1232



38 Seis amigos: Malú, Teresa, Amelia, Sonia, Rosalía y Pamela se ubican simétricamente alrededor de una mesa circular. De ellas se sabe que Amelia no se sienta junto a Malú y tampoco se sienta junto a Sonia, esta última se ubica lo más lejos posible de Teresa pero no junto a Rosalía.
¿Quién se encuentra frente a Rosalía?

a) Malú b) Sonia c) Teresa
d) Amelia e) Pamela

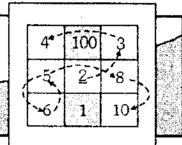
39 En la siguiente figura se tiene 17 cerillos. ¿Cuántos cerillos hay que mover, como mínimo para contar 12 cuadrados exactamente? (Use todos los cerillos)



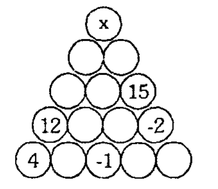
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Segunda Práctica

Razonamiento Lógico



01 En la figura, halle el valor de x, donde cada número ubicado en una circunferencia es el resultado de sumar, los números ubicados en las circunferencias que están debajo y en contacto con ella.



a 36
b) 82
c) 96
d) 56
e) 64

02 Tres amigos Hugo, Paco y Luis tienen la siguiente conversación:

- Hugo: yo soy menor de edad.
- Paco: Hugo miente.
- Luis: Paco es mayor de edad.

Si se sabe que sólo uno miente y que solo uno es mayor de edad, ¿quién miente y quién es mayor de edad respectivamente?

a) Paco – Paco b) Hugo – Paco
c) Paco – Hugo d) Paco – Luis
e) Luis – Paco

03 Pedrito piensa que tanto él como Juancito están locos. Si lo que piensa el loco es siempre falso y lo que piensa el cuerdo es siempre verdadero, ¿quién está loco?

a) Pedrito b) Juancito c) Miguel
d) Ninguno e) Los dos

04 Un comerciante adquirió tres cajas de caramelos, la primera contenía caramelos de limón, la segunda de naranja y la tercera de limón y naranja; en un descuido las etiquetas que contenían las cajas se confundieron, de manera que ninguna indica lo que tiene cada caja. ¿Cuántos caramelos se tendrá que extraer como mínimo para averiguar el contenido correcto de las cajas?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

05 Si anteayer tenía 3 años menos de la edad que cumpliré el próximo año. ¿Qué fecha será pasado mañana del anteayer del ayer respecto a pasado mañana?

a) 28 de Julio b) 31 de Diciembre
c) 1 de Enero d) 2 de Enero
e) 29 de Febrero

06 Hace dos días se cumplía que el anteayer del ayer de mañana de mañana era Martes. ¿Qué día de la semana será cuando a partir de hoy transcurrirán tantos días como los días que pasan desde el ayer de anteayer hasta el día de hoy?

a) sábado b) lunes c) martes
d) jueves e) domingo

07 Se desea colocar los números del 1 al 12 en cada arista del cubo mostrado en la figura, de tal manera que la suma de los números, en cualquier cara de dicho cubo, siempre sea la misma. Determine dicha suma.

a) 24 b) 27
c) 25 d) 28
e) 26

08 Considerando los días de la semana P, O, V, I, S en ese orden. ¿Qué día es el mañana del mañana del siguiente día que precede al posterior del anterior día a pasado mañana de hace 4 días a "V"?

a) P b) O e) V
d) I e) S

09 Cinco amigos harán una encuesta en cinco distritos de Lima:

- Félix que tiene movilidad ira a La Molina, mientras que Marco que no la tiene lo hará en su distrito.
- Los suegros de Silvia y Donatello viven en San Isidro por lo cual no aceptan dicho distrito.
- Marco vive en Lima y es el único que se encuentra en su distrito.
- Donatello vive en Pueblo Libre.

Sabiendo que Carlos es el quinto amigo y Miraflores el quinto distrito. ¿Quién encuestará en Pueblo Libre?

a) Félix b) Marco c) Donatello
d) Silvia e) Carlos

10 Cuatro niños están jugando con sus juguetes preferidos alrededor de una mesa cuadrada si:

- David tiene el avión
- Luis está frente a Mario
- Mario no tiene la pelota
- El rompecabezas está a la izquierda del auto
- Carlos está a la derecha del que tiene la pelota.

Luego:

a) David tiene el auto
b) Luis tiene la pelota
c) Carlos tiene el avión
d) Mario tiene el rompecabezas
e) David está a la derecha de Luis.

11 Rocío, Roxana, Sofía, Rodrigo y Samuel se sientan alrededor de una mesa circular con 6 asientos distribuidos simétricamente tres de ellos son peruanos, uno alemán y el otro colombiano, además se cumple que:

- Los peruanos no se sientan juntos.
- Rocío está a dos asientos de Sofía y de Samuel.
- Rodrigo se sienta frente a Sofía y a la derecha de Rocío.
- Samuel es peruano.

¿Quiénes pueden ser los otros dos peruanos?

I. Roxana y Sofía
II. Rocío y Sofía
III. Rocío y Rodrigo

a) solo I b) solo II c) I y III
d) II y III e) todas

12 Una embestida por parte de una vaca fue uno de los accidentes que sufrieron el granjero Campos, su mujer, su hija, su hijo adolescente y el peón de la granja ¿podrás determinar a quien le ocurrió su accidente en último lugar?

La furtiva culebra escondida en la hierba. Mordió a un hombre en la mano derecha. A uno de los cinco, que escardaba las flores. Un aguijón de avispa le causó mil dolores. Fue el percance de Campos el primero en llegar, y el de Jaime su hijo, vino en tercer lugar. Una mula maligna coceó al señor Pérez. Que exclamó angustiado: "¡Hay señor, como me duele!". Una abeja furiosa causó el cuarto accidente. Entre los que aquejaron a aquella pobre gente. No fue ningún insecto quien dañó a la granjera. Que no ocupó tampoco la posición postrera.

a) Sr. Campos
b) Al hijo
c) A la hija
d) Sr. Pérez
e) Sra. Campos

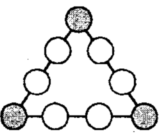
13 Cuatro integrantes de un equipo de fútbol: Julio, Ricardo, Darío y Carlos se apellidan cada uno: Juárez, Ramírez, Dávila y Carrillo no necesariamente en ese orden. Además cada uno juega en una posición diferente: arquero, defensa, mediocampista y delantero. Se sabe que:

- Para un jugador, las letras iniciales de su nombre y apellido coinciden.
- Dávila y el mediocampista se conocen desde pequeños.
- Para el próximo juego, el entrenador cambiará de posición a Carlos colocándolo como defensa, lo mismo hará con Ramírez ubicándolo como delantero, porque Darío falló muchos goles el partido anterior.
- Ricardo siempre usa ropa de diferente color que la de Juárez y Darío en todos los partidos.

¿Quién es el defensa y cuál es el apellido del mediocampista respectivamente?

a) Julio – Ramírez
b) Darío – Juárez
c) Carlos – Ramírez
d) Julio – Juárez
e) Darío – Carrillo

14 En los círculos de la figura distribuya los números naturales del 3 al 11, de manera que los números en cada lado del triángulo sumen 25. Calcule la suma de los números ubicados en los vértices.



a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

15 De un mazo de 52 cartas, ¿cuántas deberán extraerse al azar para obtener con certeza dos de diamantes y una de corazones?

a) 27
b) 28
c) 41
d) 29
e) 40

16 En una caja se encuentran 3 conejos blancos, 4 conejas blancas, 4 conejos marrones y 3 conejas marrones. ¿Cuál es el mínimo número de animales que se debe extraer para tener necesariamente un conejo y una coneja del mismo color?

a) 2 b) 5 c) 7
d) 8 e) 9

17 Tres parejas de esposos desean cruzar un río, para ello disponen de un bote que sólo tiene cabida para dos personas. Siendo los varones muy celosos ninguno permite que en su ausencia, su pareja quede en una orilla o en el bote con otro hombre. ¿Cuántos viajes como mínimo tendrán que realizar para cruzar el río?

a) 9 b) 11 c) 13
d) 15 e) 17

18 Tres amigas Sandra, Blanca y Vanessa escogieron un distrito diferente para vivir y se movilizan usando un medio de transporte distinto, los distritos son: Lima, Jesús María y Rimac, los medios de transporte son bicicleta, moto y microbús.

I. Cuando Blanca tenga dinero se comprará una moto y se mudará al Rimac.
II. Desde que Vanessa vive en Jesús María ya no tiene bicicleta.
III. La que vive en Lima toma dos micros.

¿En qué distrito vive Blanca y en qué se moviliza?

a) Lima – bicicleta
b) Rimac – bicicleta
c) Jesús María – moto
d) Lima – micro
e) Lima – moto

19 Cuatro amigos; Carlos, Felipe, Andrés y Juan los cuales son ingeniero, periodista, médico y abogado, aunque no necesariamente en ese orden, van a participar de una obra de teatro. Por casualidad los nombres de los personajes coinciden con los suyos aunque ninguno actuará con su nombre real, además ellos actuarán de médico, periodista, abogado e ingeniero. Además se sabe que:

- El médico actuará como ingeniero.
- El que actúa como periodista le dice al que actúa como Juan que, él que actúa como Carlos está actuando como su profesión.
- El abogado actuará como abogado y será el único que cumpla esta correspondencia.
- Juan no es periodista ni actúa como tal.
- El que actúa como Felipe quiso tener la profesión que tiene Andrés, pero solo pudo actuar con ese papel.

¿Cuál es la profesión con la que actuará Carlos?

a) médico b) abogado
c) ingeniero d) periodista
e) profesor

20 Se tiene dos tribus: Los Shipikankis (que siempre mienten a los extraños)

y los Caramandungas (que siempre dicen la verdad). Un turista se acerca a una balsa donde habían 2 Shipikankis y 1 Caramandunga e hizo una pregunta a cada uno:
El primero contestó: Yo soy Caramandunga.
El segundo contestó: El primero es Shipikanki.
El tercero contestó: El segundo dice la verdad
Diga el verdadero orden.

a) Shipikanki, Caramandunga, Shipikanki
b) Shipikanki, Shipikanki, Caramandunga
c) Caramandunga, Shipikanki, Shipikanki
d) Hay más de una solución
e) F.D.

21 Si María nació el viernes 23 de enero de 1981, ¿qué día de la semana será su cumpleaños en el año 2040?

a) miércoles b) sábado
c) martes d) domingo
e) lunes

22 Abel, Beto, Carlos, Daniel y Edy han disputado una carrera en la que no hubo empates. Se informa que Abel llegó tantos puestos antes que Beto como Daniel de Edy, y que ni Carlos ni Edy llegaron tercero ni quinto, ¿cuál fue el orden de llegada?

a) CADEB b) CDAEB c) ADECB
d) BADEC e) CBADE

23 En el distrito de "San Mateo de Huanchor" hubo una gran fiesta; una familia completa asistió; el bisabuelo, la bisabuela, los tres padres y las tres madres, el tío y la tía, el hijo y las tres hijas, los dos suegros y las dos suegras, los dos abuelos y las dos abuelas, el nieto y las dos nietas, el cuñado y la cuñada, además del tío abuelo ¿Cuántas personas comprendían como mínimo esta familia?

a) 28 b) 10 c) 9
d) 8 e) 11

24 Una determinada especie microscópica se duplica cada minuto. Se coloca un microbio en un recipiente y este se llena en 20 minutos. Si colocamos 8 microbios en un recipiente de doble capacidad que el anterior. ¿En qué tiempo se llenará?

a) 19 min b) 18,5 min
c) 19,5 min d) 17 min
e) 18 min

25 Se tiene fichas numeradas del 1 al 21. ¿Cuál es la menor cantidad de fichas que se deben extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de que la suma de los números de todas las fichas extraídas sea par?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

26 Se sabe que:
- Kato es mayor que Hito.
- Shuasy es menor que Thika.
- Hito es mayor que Sayot y Thika
- Kristoc es mayor que Hito.

Entonces se afirma:

a) No es cierto que Sayot sea menor que Shuasy.
b) Shuasy es mayor que Kristoc.
c) Kato es el mayor.
d) No es cierto que Shuasy sea mayor que Kristoc.
e) Faltan datos.

27 Una persona guardó en el sótano de su casa 60 botellas de aceite, colocando 6 botellas en cada esquina y 9 botellas adicionales en cada una de las 4 paredes. Dicha persona comprobaba la cantidad de botellas contando 21 botellas por lado. Uno de sus criados al darse cuenta de ese detalle comenzó a llevarse 4 botellas cada día y distribuyendo las restantes de tal manera que cada lado siga sumando 21 para que no sospeche su patrón.

¿Cuántos días estuvo el criado llevándose botellas y cuántas botellas se llevó en total?

a) 4 y 12 b) 5 y 16 c) 5 y 20
d) 7 y 21 e) 4 y 16

28 Se sabe que Sonia no es más baja que Marta; Pilar es más alta que Sonia; Alejandra es más baja que Magali. No es cierto que Karin sea más alta que Sonia; esta última es más baja que Magali. Se afirma entonces:

a) Marta es la más alta.
b) Magali es la más alta.
c) Alejandra es más alta que Sonia.
d) Marta es más baja que Magali.
e) No es cierto que Pilar sea más alta que Karin.

29 En la puntuación final de una competencia atlética se pudo observar que Rosa tuvo menor puntuación que María, Natalia menos puntos que Carla, Nora el mismo puntaje que Susana, Rosa más que Sonia, Natalia el mismo puntaje que María y Nora más que Carla. ¿Quién ocupó el tercer lugar?

a) Rosa b) María c) Carla
d) María y Natalia e) Susana

30 Cinco estudiantes: Juan, Lula, Tere, Max y Óscar se ubican alrededor de una mesa circular. Juan se sienta junto a Lula; Max no se sienta junto a Tere, Podemos afirmar que son verdaderas:

I. Max se sienta junto a Juan.
II. Óscar se sienta junto a Tere.
III. Lula se sienta junto a Max.

a) sólo I b) sólo II c) I y II
d) I y III e) sólo III

31 ¿Cuántos dígitos debes mover, como mínimo, para que la igualdad se cumpla?

$$100100 + 1 = 1 + 1$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

32 En la nueva cafetería de la universidad trabajan tres cocineras: Bertha, Lucía y Rosaura; cada una de las cua-

les va de dos veces por semana, sin coincidir ningún día. Sabiendo que:

I. Bertha sólo puede ir a trabajar viernes, lunes o Martes.
II. Los viernes Lucía prepara su plato favorito.
III. Rosaura no puede ir los sábados.

Si la cafetería atiende de lunes a sábado. ¿Cuál es el orden de atención de las cocineras durante la semana?

a) BLRRBL b) BRLLRB
c) RBLRBL
d) BBRRLL e) LLBBRR

33 Toño, Luis, Raúl Coco y Pepe se turnan para trabajar en una misma computadora una sola persona la usa cada día y ninguno de ellos la utiliza el sábado o domingo. Toño sólo puede usar la computadora a partir del jueves, Raúl trabaja con la máquina un día despúes de Luis, Pepe sólo puede trabajar miércoles o viernes; y ni Pepe, Luis o Raúl trabajan con la computadora los miércoles: luego se deduce que:

a) Toño trabaja los Lunes.
b) Luis trabaja los Viernes.
c) Pepe trabaja los Jueves.
d) Raúl trabaja los lunes.
e) Coco trabaja los Miércoles.

34 Compré mi casa dado que vendí mi auto. Si estuve triste lloré, dado que no gané La Tinka. Gané La Tinka o vendí mi auto o no estuve triste. No gané La Tinka; por lo tanto:

a) Vendí mi auto.
b) Gané La Tinka y lloré
c) Compré mi casa y lloré.
d) Gané La Tinka o lloré.
e) Compré mi casa o lloré.

35 Si se sabe que: Diana es hija de Lourdes, quien a su vez es madre de Katty. quien es hija de la hermana de Martha. Si Estela es hermana de Katty y Diana no es su madre, podremos afirmar que:

I. Diana y Martha son hermanas.
II. Lourdes es madre de Estela.
III. Martha es tía de Estela.

a) I b) II c) I y II
d) I y III e) II y III

36 En un lejano monte hay dos civilizaciones los de arriba que siempre mienten y los de abajo que nunca mienten. Un explorador llega hasta dicho monte y al entrar en una choza donde había 2 personas de arriba y una de abajo, les hizo una pregunta a cada una y contestaron:

- El primero: "*soy de abajo*".
- El segundo: "*no soy de arriba*".
- El tercero: "*el segundo dice la verdad*".

Podemos concluir que el primer, segundo y tercer individuo son respectivamente.

a) abajo, arriba, abajo
b) abajo, abajo, arriba
c) arriba, abajo, arriba
d) arriba, arriba, abajo
e) abajo, arriba, arriba

Tercera Práctica

Razonamiento Lógico

01 Si el ayer del mañana del anteayer del ayer de pasado mañana de mañana es jueves. ¿Qué día será el mañana del anteayer del pasado mañana de hoy?

a) lunes b) martes c) jueves
d) miércoles e) viernes

02 Dos niños confundidos con los días de la semana hicieron una pausa en su camino a la escuela para aclarar las cosas "Cuando pasado mañana sea ayer", dijo Andrés, "entonces el hoy estará tan distanciado de Domingo como el hoy cuando anteayer era mañana". ¿En qué día se produjo la misteriosa conversación?

a) viernes b) sábado
c) domingo d) lunes
e) martes

03 Si el viernes 05 de agosto del 2005 Isabel cumplió 21 años ¿qué día de la semana cumplirá 36 años?

a) sábado b) viernes c) jueves
d) lunes e) miércoles

04 Yo tengo un hermano únicamente. ¿Quién es el otro hijo del padre del tío del hijo de la mujer del hijo de mi padre, que sin embargo no es mi hermano?

a) Mi padre b) Mi tío c) Yo
d) Mi hijo e) Mi primo

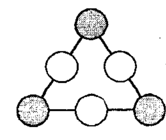
05 La única hermana de la madre de la esposa del único hermano de mi padre es Lidia. ¿Qué es respecto del otro hijo del padre de mi padre, la tía de la hija de Lidia?

a) hermana b) tía c) madre
d) sobrina e) suegra

06 En una reunión se podía reconocer a 3 padres, 3 madres, 4 hermanos, 2 hermanas, un abuelo, una abuela, 2 nietos, 2 nietas, 2 tías, 2 tíos, 2 sobrinas, 2 sobrinos, un suegro, una suegra y 2 nueras. ¿Cuántas personas como mínimo se encontraban en la reunión?

a) 12 b) 10 c) 22
d) 16 e) 8

07 Distribuya los números, desde el 1 al 6 en las circunferencias, de tal forma que los números de la misma línea recta sumen 9. Dé como respuesta la suma de los números que deben ir en los espacios sombreados.



a) 6
b) 8
c) 12
d) 15
e) 16

08 En una competencia de motocros participan 6 personas con sus motos numeradas del 1 al 6, se sabe que:

- Los tres últimos lugares los ocupan motos con numeración de los primeros números primos.
- La moto 6 llegó inmediatamente después del 1.
- La diferencia entre el quinto y el segundo es 4.
- La moto de cuarto lugar es la semisuma de los números de las motos de lugares extremos.

¿Qué moto se encuentra a dos lugares de la moto número 1?

a) 5 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

09 Ocho personas se encuentran formando cola en un cine. Todos están mirando hacia la ventanilla, una de tras de otra. Cada persona usa un sombrero de un color y puede ver los colores de los sombreros que usan las personas que están delante de él; pero no de los que están detrás de él ni el suyo propio. Cada uno en la fila sabe que hay 5 sombreros azules, 2 rojos y uno verde, que la sexta persona en la cola usa un sombrero rojo y que no es posible que dos personas consecutivas usen sombreros rojos. Si la octava persona en la fila usa sombrero verde. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

I. La persona ubicada en el séptimo lugar usa sombrero azul.
II. La cuarta persona podría ver un sombrero rojo.
III. La sexta persona puede ver un sombrero rojo.

a) sólo I b) sólo II
c) sólo I y II d) sólo II y III
e) Todas

10 Un ingeniero invitó a 5 personas a una conferencia, los nombres de las personas que se reunieron alrededor de una mesa circular era José, Paco, Darío, Luis, Ciro y Manuel. Las profesiones de estos eran médico, profesor, abogado, psicólogo, sociólogo e ingeniero. El psicólogo que eludiendo la compañía de Ciro, se sentó frente a José, Paco se sentó entre el sociólogo y el psicólogo; el médico se sentó frente a Paco; Manuel se sentó a la diestra del abogado y frente al ingeniero; el abogado se sentó frente a Luis, junto al médico y junto a la izquierda del psicólogo ¿qué profesión tiene Darío?

a) médico b) ingeniero
c) abogado d) psicólogo
e) sociólogo

11 Cuatro parejas salieron a cenar juntas. Se sentaron a una mesa redonda y, aunque cada hombre se sentó entre dos mujeres, ninguno estuvo al lado de la suya.

- La señora Almansa es actriz, y Alberto es abogado.
- El señor Ayala se sentó entre Angustias y la acuarelista.

- Ambrosio está casado con la autora.
- Aurelia se sentó inmediatamente a la izquierda del administrador de correos y directamente enfrente de la señora Ayala.
- El nombre propio de la señora Avellaneda es Analía.
- Alfonso se sentó entre la señora Alcalá y la apicultura.
- Alfredo ocupó el lugar situado directamente enfrente del aduanero.

* Alicia se sentó a la derecha del señor Avellaneda.

¿Quién es el acupuntor?

a) Alfonso Almansa
b) Alberto Alcalá
c) Alberto Avellaneda
d) Alfredo Avellaneda
e) Alfredo Almansa

12 El caballo de Mac es más oscuro que el de Smith, pero más rápido y más viejo que el de Jack, el cual es aún más lento que el de Willy, el cual es más joven que el de Mac, el cual es más viejo que el de Smith, el cual es más claro que el de Willy, aunque el de Jack es más lento y más oscuro que el de Smith. ¿Cuál es el más viejo, cuál es el más lento y cuál es el más claro?

a) Willy, Jack y Smith
b) Jack, Mac y Smith
c) Jack, Willy y Smith
d) Mac, Jack y Smith
e) Jack, Smith y Willy

13 Alfio, Beto, Carlitos, Dani y Ernesto, tiene los siguientes trabajos: lavador de botellas, abridor de puertas, cerrador de puertas, lustrador y obrero, tanto en orden enumeración como de mérito. Hace poco disputaron una competencia, de la cual se sabe:

- Beto llegó 3 puestos antes que el abridor de puertas, que llegó después de Alfio.
- Ninguno de los porteros llegó quinto.
- El lustrador llegó 3 puestos antes que Carlitos.
- Dani llegó inmediatamente después del cerrador de puertas.
- Ernesto llegó en puesto par.
- El lavador de botellas llegó tercero.

¿Quién llegó último y qué cargo desempeña?

a) Beto – lustrador
b) Dani – obrero
c) Carlitos – obrero
d) Ernesto – abrepuertas
e) Alfio – lavabotellas

14 Tres vendedores de gaseosas venden en tres ciudades diferentes: Piura, Lima y Arequipa; cada uno vende diferentes tipos de gaseosas: Fanta, Sprite y Coca Cola. Además se sabe que Mario no vende en Piura. Vicente no vende en Lima, el que vende en Piura no vende Fanta, el que vive en Lima vende Sprite y Vicente no vende Coca Cola. ¿Qué tipo de gaseosa vende Armando y en qué ciudad?

a) Fanta en Piura
b) Coca Cola en Piura
c) Sprite en Arequipa
d) Coca Cola en Lima
e) Coca Cola en Arequipa

15 Dos testigos Juan y Luis se presentan ante el juez para su respectiva manifestación:

Uno de ellos dice Yo soy Juan.

El otro comenta: Si lo que él dice es cierto, yo soy Luis.

Si uno de los dos miente siempre y el otro nunca lo hace, indique el nombre del testigo sincero.

a) Juan b) Luis c) Cualquiera
d) F.D. e) N.S.P.

16 Se ha cometido un robo, los sospechosos son: Alberto, José, Pedro y Luis. En el interrogatorio Alberto dice que en el momento del hecho estuvo con Pedro y Luis. José dice que estuvo con Pedro y Alberto. Pedro dice que estuvo con Luis y este que estuvo con Alberto. Si dos afirmaciones coinciden se dan por ciertas, ¿quién o quiénes intervinieron en el robo, si se sabe que fue una o dos personas?

a) Alberto b) Luís c) José
d) Pedro e) Luis y José

17 En cierto lugar del país se está llevando a cabo un juicio en el que hay 3 inculpados, uno de los cuales es culpable y siempre miente. Además uno de ellos es extranjero y no habla el idioma del pueblo por lo que el juez decide tomar como intérpretes a los otros dos acusados. El juez pregunta al extranjero: ¿es Ud., culpable? el extranjero responde en su idioma. El primer intérprete le dice al juez que el extranjero ha dicho que si, y el segundo intérprete le dice que ha dicho que no. ¿Quién es el culpable?

a) El 1° b) El 2° c) El juez
d) El extranjero e) N.A.

18 Un kilo de manzanas tiene entre 50 y 120 unidades de vitamina y cada kg. cuesta entre S/.1,80 y S/.2,50. ¿Cuánto será lo máximo que gastaría si tengo que consumir 600 unidades de vitamina?

a) S/.7 b) S/.8 c) S/.25
d) S/.9 e) S/.30

19 Se tiene una urna con bolas de billar; en donde hay 14 rojas, 15 negras, 5 azules y 11 verdes. ¿Cuántas bolas como mínimo se tendrá que extraer al azar para tener con certeza:

a) una de color azul
b) una roja y una verde

a) 41; 35 b) 14; 22 c) 40; 35
d) 45; 43 e) 44; 36

20 En un folder se encuentran mezcladas 50 hojas de color verde, 30 hojas de color naranja y 60 hojas de color rojo. Se le ha pedido a un encargado de

traer 5 hojas de un mismo color, pero el encargado sufre de una enfermedad que le impide distinguir los colores. Para estar seguro de conseguir su tarea, él lleva una cantidad mínima de hojas, ¿cuál es la cantidad?

a) 5 b) 10 c) 12
d) 13 e) 15

21 Enrique posee en una bolsa "b" esferas blancas, 2b esferas rojas y 3b esferas negras, ¿cuál es la cantidad que se debe extraer al azar y como mínimo, para tener la certeza de conseguir b/2 esferas de cada color?

a) 3b/2 b) 5b/2 c) 7b/2
d) 15b/2 e) 11b/2

22 Los microbios se duplican cada minuto. Si 2 microbios puestos en un recipiente vacío tardan "n" minutos en llenarlo. ¿Cuántos minutos tardarían en llenar un recipiente cuyo volumen es 3 veces mayor que el anterior, si le colocan 16 microbios?

a) n b) $\frac{n}{2}$ c) $n - 1$
d) $n - 2$ e) $n + 1$

23 En una reunión se sientan alrededor de una mesa circular 6 personas. Simétricamente distribuidas, sus (nombres son: Laura, Angie, Katy, Lizet, Reina y Carol. Se sabe lo siguiente:

- Katy se sienta frente a Reina, la cual está a dos asientos de Lizet.
- Angie se sienta frente a Laura, quién está al lado de Lizet.

Diga ¿entre quiénes se sienta Carol?

a) Laura – Angie b) Lizet – Laura
c) Reina – Angie d) Katy – Laura
e) Angie – Lizet

24 Los profesores Gómez, Herrera y Silva enseñan Matemática, Historia y Geografía no necesariamente en ese orden.

- El profesor de Geografía, el mejor amigo de Herrera, es el más joven.
- El profesor Silva es mayor que el profesor de Historia.

¿Quién enseña Matemática?

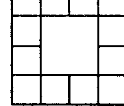
a) Gómez b) Herrera c) Silva
d) F.D. e) N.S.P.

25 Un distribuidor de productos alimenticios tiene tres diferentes vendedores en tres diferentes ciudades: Trujillo, Lima y Arequipa. Cada uno comercializa productos diferentes: arroz, leche y azúcar. Javier no vende en Trujillo, Darío no está en Lima, el que vive en Trujillo no vende arroz, el que vende en Lima vende leche y Darío no vende azúcar. ¿Qué vende Teófilo y dónde vive?

a) leche – Trujillo
b) leche – Lima
c) azúcar – Arequipa
d) azúcar – Lima
e) azúcar – Trujillo

26 Ubicar los números del 1 al 12 de modo que cada lado del cuadrado

sume la misma cantidad y ésta sea la máxima posible.



De cómo respuesta la suma de los números que van en los vértices.

a) 36 b) 45 c) 42
d) 39 e) 30

27 Un hombre se encuentra ante una escalera con 100 peldaños numerados del 1 al 100. A su lado hay una puerta que inicialmente se encuentra abierta pero que cada vez que alguien pisa un peldaño de la escalera se cierra o abre si está abierta o cerrada respectivamente, el hombre inicia pisando los peldaños múltiplos de 2 (peldaños 2; 4; 6; 8; ...) baja en ascensor y continúa ahora con los peldaños múltiplos de 3(3; 6; 9; ...) nuevamente llegando al último piso baja en ascensor y finalmente continúa con los peldaños múltiplos de 4. Al pisar el último peldaño de la última sucesión cómo se encuentra la puerta.

a) Abierta
b) Cerrada
c) No se puede determinar
d) La puerta se encontrará malograda
e) No pisa el último peldaño

28 Un frasco tiene dos bacterias, otro frasco del cuádruple de capacidad tiene 16 bacterias y se sabe que dichas bacterias se duplican en cada minuto transcurrido. Si el primer frasco tardó 6 horas en llenarse completamente, ¿cuánto tardará el segundo frasco en llenar su capacidad total?

a) 6h b) 5h
c) 5h 59 min d) 5h 58 min
e) 6h 01 min

29 El parentesco que existe entre el tío del hijo del tío de Alberto y el hijo del hijo del tío de Alberto, es: (Obs: Alberto tiene sólo un tío)

a) tío abuelo b) primo c) abuelo
d) padre e) hermano

30 Se colocan en un estante seis libros de: RM, Aritmética, Álgebra, Física, Historia y Geometría si:

- El libro de Aritmética está junto y a la izquierda del de Álgebra.
- El libro de Física está a la derecha del de Aritmética y a la izquierda del de Historia.
- El libro de Historia esta junto y a la izquierda del de Geometría.
- El libro de RM está a la izquierda del de Álgebra.

De derecha a izquierda, el cuarto libro es de:

a) RM b) Física
c) Álgebra d) Aritmética
e) Geometría

31 Se tiene 6 cajas con huevos; que contienen: 5; 6; 12; 14; 23 y 29 huevos respectivamente cada caja. Si quitamos una caja nos quedará el doble de

huevos de pato que de codorniz. ¿Cuál es esta caja?

a) La de 5 b) La de 6
c) La de 12
d) La de 23 e) La de 29

32 Adolfo dispone de pesas de 1, 2, 4, 8, ... kg cada uno. Si deseo equilibrar un peso de 341 kg utilizando el menor número de pesas, ¿cuál o cuales de las siguientes afirmaciones es correcta?

I. Debe utilizar 4 pesas un total.
II. Utilizará la pesa de 8 kg.
III. La pesa de 4 kg es parte de la solución.

a) sólo I b) sólo II c) sólo III
d) II y III e) I y II

33 ¿Cuántos palitos debes mover, como mínimo, para que la igualdad sea correcta?

I+I=IV+I

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) ninguno

34 En una mesa circular hay 8 asientos colocados simétricamente ante la cual se sientan siente amigos; Anaís, Blanca, Carmen, Daniel, Esteban, Francisco y Gerardo. Se sabe que:

- Anaís se sienta frente a Blanca y junto a Carmen.
- Daniel se sienta exactamente frente a Carmen y a la izquierda de Blanca.
- Esteban no se sienta junto a Daniel ni a Anaís.
- Francisco y Gerardo se sientan juntos.

¿Donde se sienta Esteban?

a) Al lado de Anaís.
b) Adyacente a Daniel y Anaís.
c) Junto a un lugar vacío.
d) Junto a Blanca.
e) Junto a Carmen.

35 Las letras A, B, C, D, E, F y G representan, no necesariamente en ese orden, siete números consecutivos entre el 1 y el 10. Se sabe que A es mayor que D en tres unidades. B es el término central. B es mayor que F y C es mayor que D. G es mayor que F y además la diferencia entre F y B es igual a la diferencia entre C y D. ¿Cuál es el mayor?

a) A b) C c) D
d) E e) G

36 B, C, D, E y F se encuentran sentados alrededor de una mesa circular con 8 asientos distribuidos simétricamente. Se cumple que D está sentado frente a C y a tres asientos a la derecha de E. B está sentado a cuatro asientos de F. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

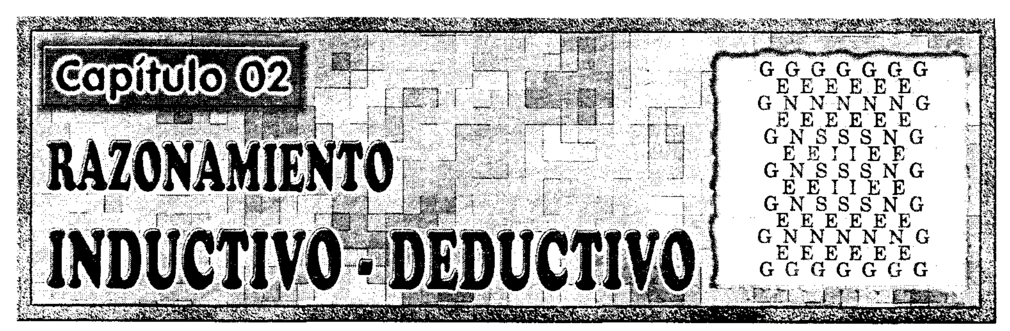
a) Hay dos asientos vacíos juntos.
b) E se sienta junto a un sitio vacío.
c) E se sienta frente a un sitio vacío.
d) C se sienta a la derecha de B.
e) D se sienta adyacente a dos asientos vacíos.

CLAVES
RAZONAMIENTO LÓGICO

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. d	03. a	04. e	05. b
06. a	07. c	08. d	09. c	10. d
11. c	12. b	13. b	14. a	15. a
16. c	17. c	18. a	19. a	20. a
21. c	22. d	23. d	24. d	25. d
26. d	27. c	28. d	29. c	30. e
31. b	32. a	33. a	34. e	35. c
36. c	37. b	38. e	39. d	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. a	03. a	04. a	05. d
06. b	07. e	08. c	09. d	10. b
11. b	12. d	13. d	14. c	15. c
16. e	17. a	18. d	19. d	20. c
21. e	22. b	23. c	24. e	25. c
26. d	27. e	28. d	29. d	30. b
31. a	32. d	33. e	34. c	35. a
36. e				

TERCERA PRÁCTICA				
01. e	02. c	03. e	04. c	05. e
06. b	07. a	08. d	09. e	10. c
11. d	12. d	13. c	14. b	15. a
16. c	17. a	18. e	19. a	20. d
21. e	22. c	23. c	24. c	25. e
26. c	27. a	28. c	29. a	30. c
31. e	32. c	33. a	34. c	35. e
36. c				



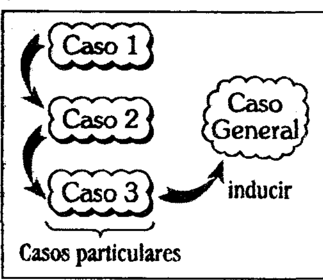
INTRODUCCIÓN:

Aparentemente elevar al cuadrado este número tan grande es muy difícil, pues eso no es así ya que existen métodos que nos permiten resolver de una manera fácil aquel problema.

En esta parte estudiaremos los dos tipos de razonamiento más usados en nuestra vida cotidiana y los aplicaremos en la resolución de problemas matemáticos.

RAZONAMIENTO INDUCTIVO

Es el tipo de razonamiento que en base a experiencias sencillas nos permite hacer conclusiones generales. Es decir mediante el análisis de situaciones sencillas con las mismas características del problema original, llegamos a conclusiones con amplia posibilidad de ocurrencia.



Ejemplo 01.-

Popis llegó muy tarde al clásico U - Alianza y sólo pudo enterarse que en total se marcaron n goles. ¿Cuántos resultados distintos se pudo haber dado?

a) n^2 b) $2n$ c) $n-1$
d) $n+1$ e) n

Resolución:
Analizando tres casos simples:

# de goles	# de resultados		
	U	AL	
1	1	0	$\Rightarrow 2$
	0	1	
	U	AL	
2	2	0	$\Rightarrow 3$
	0	2	
	1	1	

	U	AL		
	2	1		
3	1	2	⇒	4
⋮	3	0		⋮
	0	3		

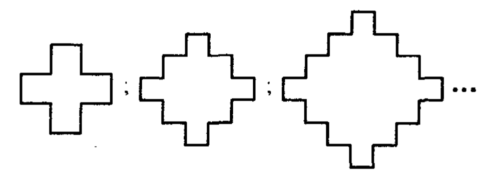
Se observa que el número de resultados es uno más que el número de goles.

$\therefore$ # de resultados = $n + 1$

Clave d

Ejemplo 02.-

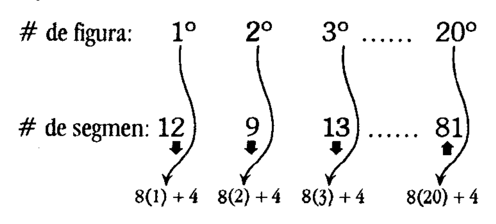
Se tiene las siguientes figuras formadas por segmentos rectilíneos de 1 cm. ¿Cuál es el perímetro de la figura 20?



a) 160 b) 146 c) 82
d) 164 e) 168

Resolución:

Contando el número de rombos en cada figura tenemos:



$\therefore$ La figura número 20 tiene 164 cm. de perímetro.

Clave d

Ejemplo 03.-

Cuál es el valor de:

$$M = (\underbrace{111\ldots112}_{100\text{ cif.}} + \underbrace{222\ldots224}_{100\text{ cif.}})^2$$

Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

a) 909 b) 900 c) 300
d) 600 e) 990

Resolución:

Analizando tres casos sencillos:

$$(\underbrace{12}_{2\text{ cif.}} + \underbrace{24}_{2\text{ cif.}})^2 = 36^2 = 1296 \Rightarrow \Sigma cifras = 18 = 9(2)$$

$$(\underbrace{112}_{3\text{ cif.}} + \underbrace{224}_{3\text{ cif.}})^2 = 336^2 = 112896 \Rightarrow \Sigma cifras = 27 = 9(3)$$

$$(\underbrace{1112}_{4\text{ cif.}} + \underbrace{2224}_{4\text{ cif.}})^2 = 3336^2 = 11128896 \Rightarrow \Sigma cifras = 36 = 9(4)$$

⋮

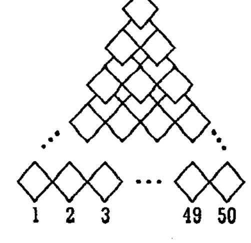
En el problema:
Suma de cifras $= 9(100) = 900$

Clave b

Ejemplo 04.-

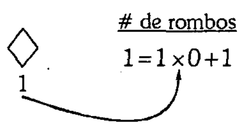
¿Cuántos rombos hay en total en la siguiente figura?

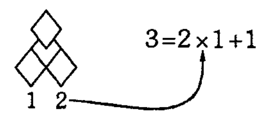
a) 2458
b) 2451
c) 2348
d) 2742
e) 2584

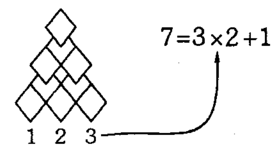


Resolución:

Analizando tres casos sencillos, pero muy parecidos al problema planteado tendremos:







En el problema:

$$\#\text{ de rombos } 50\times 49+1=2451$$

Clave b

Ejemplo 05.-

¿De cuántas formas diferentes se puede leer **TELEPOVIS**, en el siguiente arreglo.

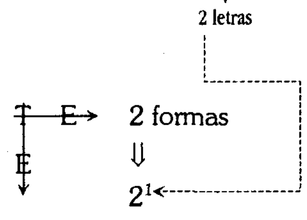
```
T E L E P O V I S
E L E P O V I S
L E P O V I S
E P O V I S
P O V I S
O V I S
V I S
I S
S
```

a) 512 b) 64 c) 256
d) 128 e) 250

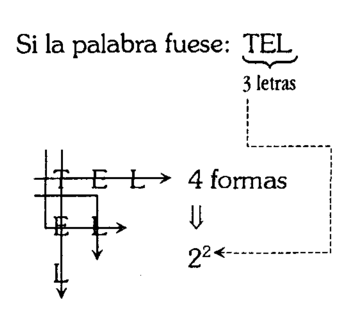
Resolución:

Analizando tres casos:

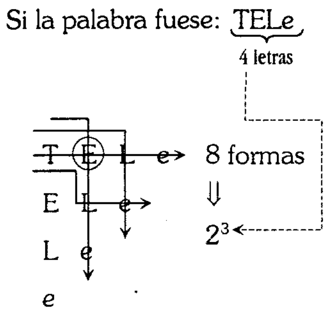
Si la palabra fuese: TE (2 letras)



Si la palabra fuese: TEL (3 letras)



Si la palabra fuese: TELe (4 letras)



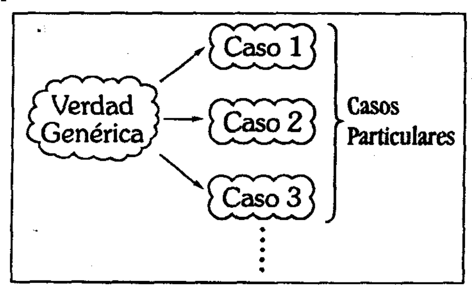
En el problema:

$$\underbrace{\text{TELEPOVIS}}_{9\text{ letras}} \Rightarrow 2^8 = 256\text{ formas}$$

Clave c

RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

Es aquel tipo de razonamiento que va de lo general a lo particular, se parte de un conocimiento general cuya verdad ya ha sido demostrada y se aplica a un caso particular.



Ejemplo 01.-

Halle el valor de $(\overline{abc})^2$

Si: $\overline{abc} \times a = 4068$

$\overline{abc} \times c = 5424$

$b \times \overline{abc} = 4746$

Dé como respuesta la suma de cifras.

a) 34 b) 38 c) 26
d) 36 e) 37

Resolución:

Sabemos que: $\overline{abc}^2 = \overline{abc} \times \overline{abc}$

$$\begin{array}{r} abc\ \times \\ abc \\ \hline c \times \overline{abc}\ + \\ b \times \overline{abc}\ \ \ \\ a \times \overline{abc}\ \ \ \ \ \ \\ \hline \text{— — — —} \end{array}$$

Reemplazando:

$$\begin{array}{r} a\,b\,c\ \times \\ a\,b\,c \\ \hline 5424\ + \\ 4746\ \ \ \\ 4068\ \ \ \ \ \ \\ \hline \longrightarrow 459684 \end{array}$$

Suma de cifras = 36

Clave d

Ejemplo 02.-

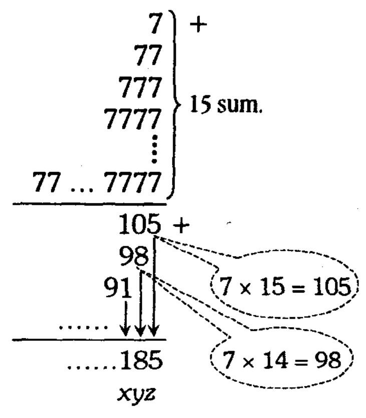
Hallar el valor de $x + y + z$ en:

$$7 + 77 + 777 + \ldots + \underbrace{777\ldots7}_{15\text{ cifras}} = \overline{\ldots xyz}$$

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

Resolución:

Ordenando verticalmente:



Luego: $x + y + z = 1 + 8 + 5 = 14$

Clave b

Ejemplo 03.-

Halle el valor de M.

$$M = \left(\frac{1984 \times 2016 + 256}{959 \times 1041 + 1681} \right)^5$$

a) 32 b) 64 c) 128
d) 256 e) 1024

Resolución:

Recordar que: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Dando forma:

$$M = \left(\frac{(2000-16)(2000+16)+16^2}{(1000-41)(1000+41)+41^2} \right)^5$$

$$M = \left(\frac{2000^2 - \cancel{16^2} + \cancel{16^2}}{1000^2 - \cancel{41^2} + \cancel{41^2}} \right)^5$$

$$M = \left(\frac{2000^2}{1000^2} \right)^5 = \left(\left(\frac{2000}{1000} \right)^2 \right)^5$$

$$M = 2^{10} = 1024$$

Clave e

Ejemplo 04.-

Si : $\overline{POVIS} \times 99999 = \overline{\ldots 12345}$

Halle : $P + O + V + I + S$

a) 33 b) 28 c) 29
d) 32 e) 31

Resolución:

$$\overline{POVIS} \times 99999 = \overline{\ldots 12345}$$

$$\overline{POVIS}(100000-1) = \overline{\ldots 12345}$$

$$\overline{POVIS00000} - \overline{POVIS} = \overline{\ldots 12345}$$

Verticalmente:

$$\begin{array}{r} P\ O\ V\ I\ S\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ - \\ P\ O\ V\ I\ S \\ \hline 1\ 2\ 3\ 4\ 5 \end{array}$$

Luego: $S = 5$
$I = 5$
$V = 6$
$I = 7$
$P = 8$

Piden: $5 + 5 + 6 + 7 + 8 = 31$

Clave e

PROBLEMA DE OLIMPIADA

Sean a, b y c números reales no nulos, tales que:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$$

Calcule k en:

$$\frac{1}{a^{1999}} + \frac{1}{b^{1999}} + \frac{1}{c^{1999}} = \frac{k}{a^{1999} + b^{1999} + c^{1999}}$$

a) –1 b) 1 c) 2
d) ½ e) 3

Problemas Resueltos

RAZONAMIENTO INDUCTIVO-DEDUCTIVO

Problema 01

¿Cuántos rombos simples se encuentran en la siguiente figura?

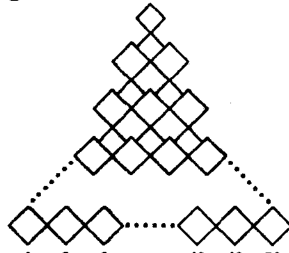
a) 3676

b) 2500

c) 2550

d) 3125

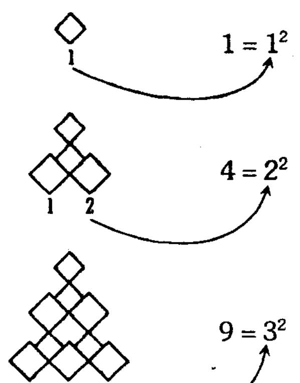
e) 2775



Resolución:

Analizando tres casos sencillos tenemos:

 # de rombos



En el problema:

total de rombos = $50^2 = 2500$

$\therefore$ Clave **b**

Problema 02

Halle el valor de:

$$M = (425 \times 375 \times 160625 + 625 \times 625)^{1/8}$$

a) 12 b) 16 c) 10
d) 20 e) 40

Resolución:

Sabemos que: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

En el problema:

$$M = ((400+25)(400-25) \times \underline{160625} + 625^2)^{1/8}$$

$$M = [(400^2 - 25^2)(\underline{400^2 + 25^2}) + \underline{625^2}]^{1/8}$$

$$M = (400^4 - 25^4 + \underline{25^4})^{1/8}$$

$$M = (20^8)^{1/8}$$

$$\therefore\ M = 20$$

$\therefore$ Clave **d**

Problema 03

Si en la figura se cuentan $62n$ triángulos en total. Halle el valor de n.

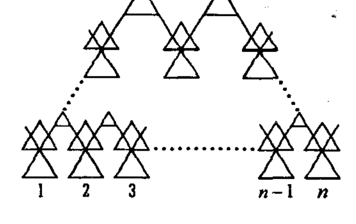
a) 10

b) 20

c) 30

d) 25

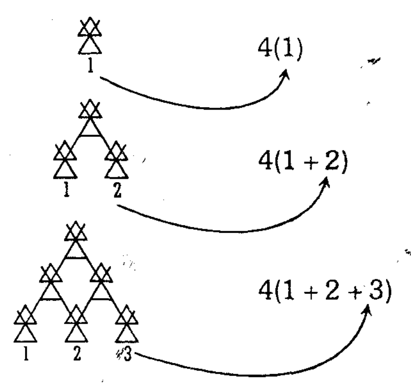
e) 40



Resolución:

Analizando inductivamente:

de triángulos



En el problema:

$$\# \text{ de triángulos} = 4(1+2+3+\ldots+n) = 62n$$

$$4\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = 62n$$

$$n+1 = 31$$

$$n = 30$$

$\therefore$ **Clave c**

Problema 04

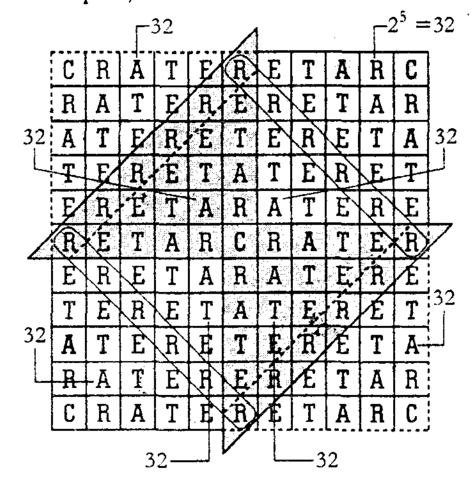
¿De cuántas formas distintas se puede leer la palabra **CRATER** uniendo letras vecinas?

C	R	A	T	E	R	E	T	A	R	C
R	A	T	E	R	E	R	E	T	A	R
A	T	E	R	E	T	E	R	E	T	A
T	E	R	E	T	A	T	E	R	E	T
E	R	E	T	A	R	A	T	E	R	E
R	E	T	A	R	C	R	A	T	E	R
E	R	E	T	A	R	A	T	E	R	E
T	E	R	E	T	A	T	E	R	E	T
A	T	E	R	E	T	E	R	E	T	A
R	A	T	E	R	E	R	E	T	A	R
C	R	A	T	E	R	E	T	A	R	C

a) 256　　b) 252　　c) 512
d) 508　　e) 225

Resolución:

Partiendo la figura en arreglos triangulares simples, tenemos:



Son 8 arreglos triangulares (2 en cada esquina) y en cada uno se cuentan:

$$2^{6-1} = 32 \text{ palabras}$$

$\therefore$ total = 8(32) − 4 = 252

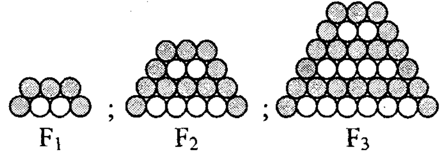
Se repite (4)

$\therefore$ **Clave b**

> ***Nota:***
> Como la palabra **CRATER** tiene 6 letras, el siguiente arreglo:
>
> C R A T E R
> R A T E R
> A T E R
> T E R
> E R
> R
>
> tiene: $2^{6-1} = 32$ palabras

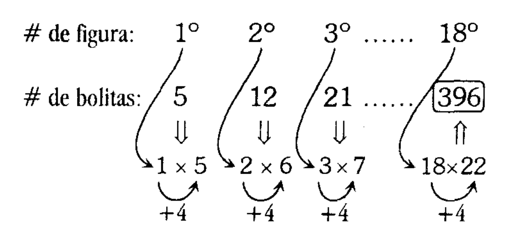
Problema 05

En la siguiente secuencia, determinar el número de círculos sombreados en la figura número18.



a) 406 b) 499 c) 396
d) 396 e) 586

Resolución:
Contando el número de círculos sombreados en cada figura.

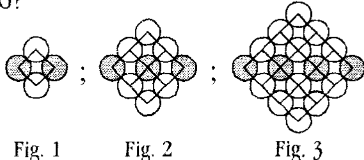


∴ Hay 396 círculos sombreados.

∴ Clave c

Problema 06

En la secuencia de figuras. ¿Cuántos cuadriláteros que poseen exactamente dos vértices que sean centros de los círculos sombreados hay en total en la figura N° 90?



a) 3240 b) 4186 c) 4095
d) 4096 e) 4895

Resolución:

Contando los cuadriláteros tenemos:

# de figura:	1°	2°	3°	90°
	⇓	⇓	⇓	⇓
# cuadriláteros	1	(1 + 2)	(1 + 2 + 3)	?

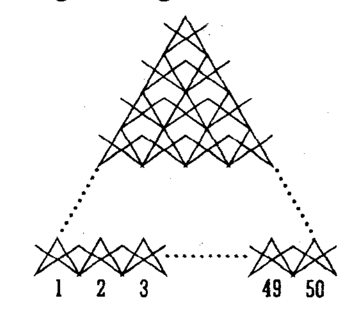
∴ En la figura N° 90 hay:

$$1+2+3+\ldots+90=\frac{90\times 91}{2}=4095$$

∴ Clave c

Problema 07

¿Cuántos cuadriláteros cóncavos se cuentan en la siguiente figura?

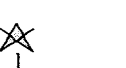


a) 1275 b) 1500 c) 2500
d) 1000 e) 5000

Resolución:

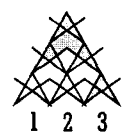
Aplicando inducción:

de cuad. cóncavos



$1 = 1^2$

$4 = 2^2$



$9 = 3^2$

En el problema: total $= 50^2 = 2500$

$\therefore$ Clave **c**

Problema 08

Halle el valor de:

$$M = \frac{\overbrace{(1\times 3 + 3\times 5 + 5\times 7 + \cdots)}^{20 \text{ sumandos}} + 20}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 20^2}$$

a) 1　　b) 2　　c) 3
d) 4　　e) 20

Resolución:

Analizando 3 casos particulares tenemos:

$$M = \frac{\overbrace{(1\times 3)}^{1 \text{ sumando}} + 1}{1^2} = \frac{4}{1} = 4$$

$$M = \frac{\overbrace{(1\times 3 + 3\times 5)}^{2 \text{ sumandos}} + 2}{1^2 + 2^2} = \frac{20}{5} = 4$$

$$M = \frac{\overbrace{(1\times 3 + 3\times 5 + 5\times 7)}^{3 \text{ sumandos}} + 3}{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{56}{14} = 4$$

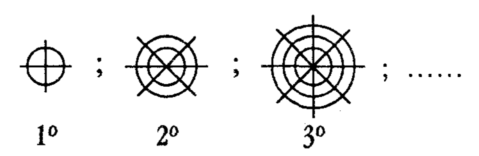
Vemos que sin importar cuántos sumandos tomamos el resultado es siempre 4.

$\therefore\ M = 4$

$\therefore$ Clave **d**

Problema 09

Calcule el total de semicírculos y puntos de intersección en la figura 20.



a) 840　　b) 841　　c) 1600
d) 1680　　e) 1681

Resolución:

Contando los semicírculos y puntos de intersección en cada figura:

# de figura	# de semicírculos	# de puntos
1	$4 = 2(1\times 2)$	5
2	$12 = 2(2\times 3)$	13
3	$24 = 2(3\times 4)$	25
⋮	⋮	
20	$2(20\times 21) = 840$	841

$\therefore$ Piden: $840 + 841 = 1681$

$\therefore$ Clave **e**

Problema 10

Halle: $\overline{abcd} + \overline{mnpp} + \overline{xyzw}$

Si: $\overline{bd} + \overline{np} + \overline{yw} = 160$

$\overline{ac} + \overline{mp} + \overline{xz} = 127$

$\overline{ab} + \overline{mn} + \overline{xy} = 124$

a) 12340 b) 15290 c) 12590
d) 13590 e) 15590

Resolución:
Escribiendo verticalmente:

$bd+$	$ac+$	$ab+$
np	mp	mn
yw	xz	xy
160	127	124

de la tercera adición:

$$b+n+y= \ldots 4$$

de la primera adición:

$$b+n+y= 14$$
$$d+p+w= 20$$

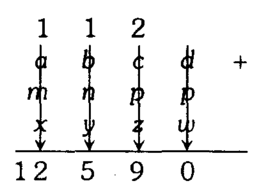
de la tercera adición:

$$a+m+x= 11$$

de la segunda adición:

$$c+p+z = 17$$

en lo que nos piden:



∴

Problema 11

Si: $\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{n}\right)+1=0$

Calcular:

$$M = \underbrace{n^{2001}-n^{2004}+n^{2007}-n^{2010}+\ldots}_{2005 \text{ sumandos}}$$

a) 0 b) 2005 c) 1
d) –1 e) 2

Resolución:

Sabemos que: $(a^2+a+1)(a-1)=a^3-1$

En el problema:

$$\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{n}\right)+1=0$$

$$\left[\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{n}\right)+1\right]\cdot\left[\frac{1}{n}-1\right]=0\cdot\left[\frac{1}{n}-1\right]$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^3-1=0$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^3=1$$

$$\therefore \quad n^3=1$$

Reemplazando en lo que nos piden:

$$M = \underbrace{(n^3)^{667}-(n^3)^{668}+(n^3)^{669}-(n^3)^{670}+\ldots}_{2005 \text{ sumandos}}$$

$$M = \underbrace{(1)^{667}-(1)^{668}+(1)^{669}-(1)^{670}+\ldots}_{2005 \text{ sumandos}}$$

$$M = \underbrace{\not{1}-\not{1}+\not{1}-\not{1}+\ldots-\not{1}+\not{1}-\not{1}}_{2004 \text{ sumandos}}+1$$

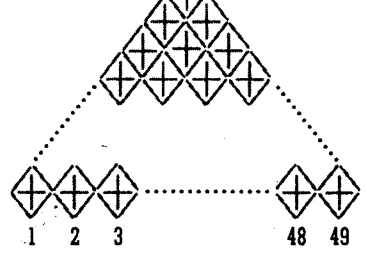
$$M=1$$

∴

Problema 12

Hallar el total de palitos en la siguiente figura:

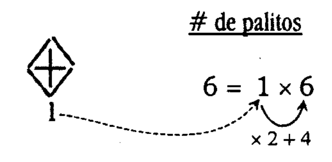
a) 4958
b) 4948
c) 4968
d) 4998
e) 4988



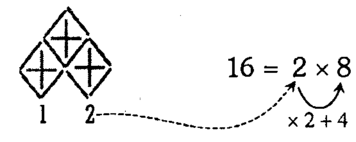
Resolución:

Aplicando el razonamiento inductivo:

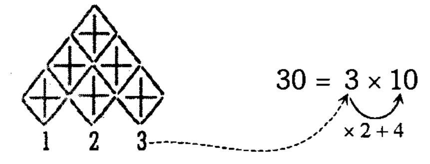
de palitos



$6 = 1 \times 6$ ($\times 2 + 4$)



$16 = 2 \times 8$ ($\times 2 + 4$)



$30 = 3 \times 10$ ($\times 2 + 4$)

En el problema:

$$\text{total} = 49 \times 102 = 4998$$

∴ Clave **d**

Problema 13

Halle el valor de:

$$M = \underbrace{222\ldots2}_{100\text{ cif.}}\underbrace{111\ldots1}_{100\text{ cif.}} - \underbrace{111\ldots1}_{100\text{ cif.}}\underbrace{222\ldots2}_{100\text{ cif.}}$$

dé como respuesta la suma de cifras de $\sqrt{M}$.

a) 150 b) 180 c) 100
d) 121 e) 300

Resolución:

Analizando tres casos particulares:

$M = 21 - 12 = 9 = 3^2$

$M = 2211 - 1122 = 1089 = 33^2$

$M = 222111 - 111222 = 110889 = 333^2$

⋮

$$M = \underbrace{22\ldots2}_{100\text{ cif.}}\underbrace{11\ldots1}_{100\text{ cif.}} - \underbrace{11\ldots1}_{100\text{ cif.}}\underbrace{22\ldots2}_{100\text{ cif.}} = (\underbrace{333\ldots3}_{100\text{ cif.}})^2$$

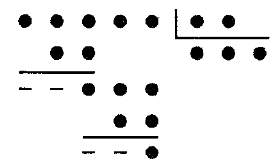
$$\Rightarrow \sqrt{M} = \underbrace{333\ldots33}_{100\text{ cif.}}$$

Suma de cifras $\sqrt{M} = 3(100) = 300$

∴ Clave **e**

Problema 14

Calcule la suma de cifras del dividendo, luego de reconstruir la siguiente división.

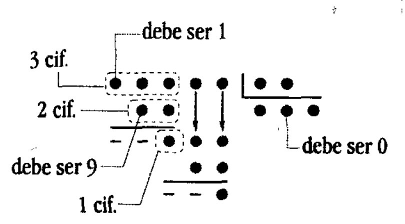


Si la suma de cifras del divisor es igual a la suma de cifras de cociente e igual al residuo de la división.

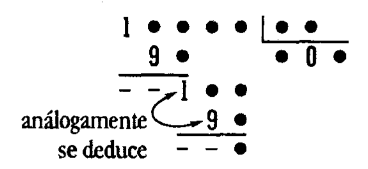
a) 4 b) 5 c) 6
d) 17 e) 8

Resolución:

Haciendo un análisis:



Note que al restar un número de 3 cifras y un número de 2 cifras se obtiene un número de una cifra; entonces el primer dígito del dividendo debe ser 1.



Se observa que hay una diferencia entre un número de 3 cifras y otro de 2, dando como resultado 1; entonces $100 - 99 = 1$

```
1 • • • • | • •
  9 9 <---  • 0 •
- - 1 • •
    9 •
  - - •
```

observe que:

```
  • • ×
    •
  9 9
```

los números deben ser: $33 \times 3 = 99$

ya que 99×1 se descartó con la condición:

Σcif. cociente = Σcif. divisor = residuo

```
1 0 0 • • | 3 3      Σ cif. = 6
  9 9       3 0 •    Debe ser 3
- - 1 • •
    9 •
  - - (6)
```

Finalmente:

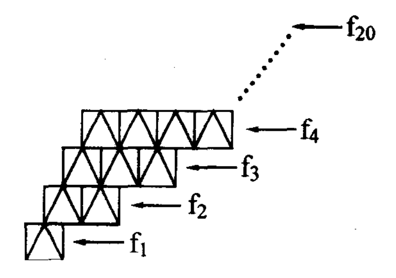
```
1 0 0 0 5 | 3 3
  9 9       3 0 3
    1 0 5
      9 9
        6
```

$\therefore$ Σcif. dividendo $= 1 + 0 + 0 + 0 + 5 = 6$

$\therefore$

Problema 15

Calcule el total de triángulos en la siguiente torre:

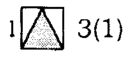


a) 1330 b) 630 c) 1960
d) 1980 e) 2910

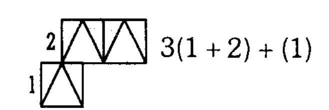
Resolución:

Analizando casos simples

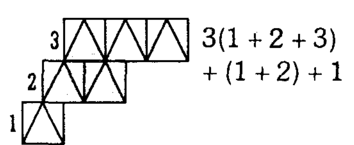
de triángulos



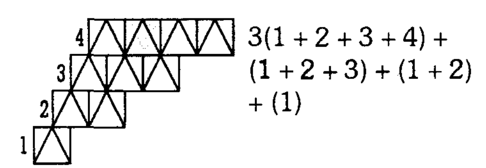
3(1)



$3(1+2)+(1)$



$3(1+2+3)$
$+(1+2)+1$



$3(1+2+3+4)+$
$(1+2+3)+(1+2)$
$+(1)$

$\therefore$ En el problema:

$\# \text{ de triángulos} = 3(1+2+3+\ldots+20)+$
$(1+2+3+\ldots+19)+$
$(1+2+3+\ldots+18)+$
$\ldots+(1+2)+(1)$

$$=3\left(\frac{20\times 21}{2}\right)+\left(\frac{19\times 20}{2}\right)+\left(\frac{18\times 19}{2}\right)+$$

$$\ldots+\left(\frac{2\times 3}{2}\right)+\left(\frac{1\times 2}{2}\right)$$

$$=\frac{1\times 2}{2}+\frac{2\times 3}{2}+\frac{3\times 4}{2}+\ldots+\frac{19\times 20}{2}+3\left(\frac{20\times 21}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(1\times 2+2\times 3+3\times 4+\ldots+19\times 20)+630$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{19\times 20\times 21}{3}\right)+630$$

$$=1960$$

$\therefore$ Clave **c**

NOTA:

$$1+2+3+4+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1\times 2+2\times 3+3\times 4+\ldots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Problema 16

Calcule la suma de cifras del resultado de E.

$$E=\sqrt{1\times 3\times 5\times 17\times 257+1}$$

a) 6 b) 12 c) 10
d) 16 e) 13

Resolución:

Recuerde:

$$(a+b)(a-b)\equiv a^2-b^2$$

Luego:

$$E=\sqrt{\underline{(2-1)(2+1)}\times 5\times 17\times 257+1}$$

$$E=\sqrt{\underline{(2^2-1^2)}\times 5\times 17\times 257+1}$$

$$E=\sqrt{(\underline{4-1})(4+1)\times 17\times 257+1}$$

$$E=\sqrt{\underline{\underline{(16-1)(16+1)}}\times 257+1}$$

$$E=\sqrt{(\underline{\underline{256-1}})(256+1)+1}$$

$$E=\sqrt{(256^2-\cancel{1})+\cancel{1}}$$

$$E=256$$

Piden:

$$2+5+6=13$$

$\therefore$

Problema 17

Halle el valor de E.

$$E = \frac{1+3+5+7+\ldots+2001}{2+4+6+8+\ldots+2002}$$

a) $\frac{1001}{1002}$ b) $\frac{2001}{2002}$ c) $\frac{1001}{2000}$

d) $\frac{2000}{2001}$ e) $\frac{1000}{1001}$

Resolución:

Por inducción:

$$E = \frac{1}{②} = \frac{①}{2}$$

$$E = \frac{1+3}{2+④} = \frac{4}{6} = \frac{②}{3}$$

$$E = \frac{1+3+5}{2+4+⑥} = \frac{9}{12} = \frac{③}{4}$$

$$\therefore \quad E = \frac{1+3+5+\ldots+2001}{2+4+6+\ldots+(2002)} = \frac{(1001)}{1002}$$

∴ Clave **a**

Problema 18

En el siguiente triángulo numérico. Halle la suma de los elementos de la fila número 20.

$F_1 \longrightarrow 1$

$F_2 \longrightarrow 1 \quad 1$

$F_3 \longrightarrow 2 \quad 1 \quad 2$

$F_4 \longrightarrow 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3$

$F_5 \longrightarrow 4 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 4$

$F_6 \longrightarrow 5 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 5$

⋮

a) 3000 b) 3136 c) 4650

d) 3116 e) 5000

Resolución:

Analizando cada fila:

1 (Suma)

1 1 ⟶ F_2

② 1 ② ⟶ F_3 ⟶ $2(2)+(1\times 1)$

③ 3 3 ③ ⟶ F_4 ⟶ $2(3)+(2\times 3)$

④ 6 6 6 ④ ⟶ F_5 ⟶ $2(4)+(3\times 6)$

⑤ 10 10 10 10 ⑤ ⟶ F_6 ⟶ $2(5)+(4\times 10)$

⋮

Además como:

$1 = 1$

$3 = 1+2$

$6 = 1+2+3$

$10 = 1+2+3+4$

Tenemos:

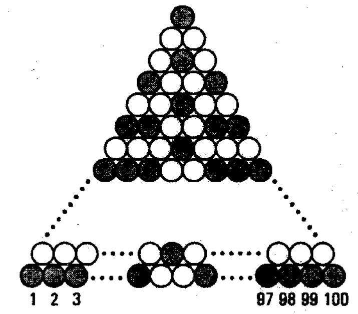
Fila	Suma
3°	$2(2)+1(1)$
4°	$2(3)+2(1+2)$
5°	$2(4)+3(1+2+3)$
6°	$2(5)+4(1+2+3+4)$
⋮	
20°	$2(19)+18(1+2+3+\ldots+18)$

$$= 38 + 18\frac{(18\times 19)}{2} = 3116$$

∴ Clave **d**

Problema 19

En el siguiente triángulo mostrado. ¿Cuántas bolitas sin sombrear hay en total?

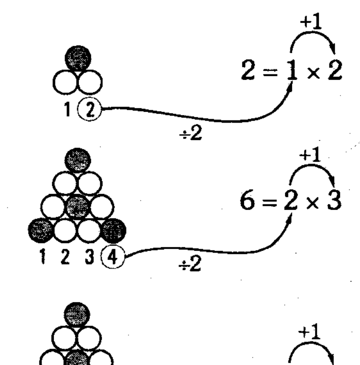


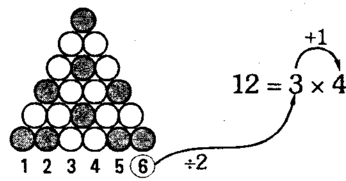
a) 2000 b) 2500 c) 1000
d) 2550 e) 2250

Resolución:

Razonando inductivamente:

de bolitas sin sombrear





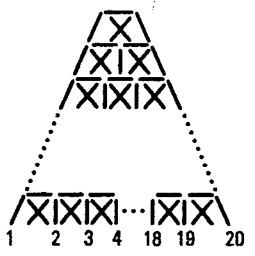
En el problema:

$$\text{Total} = 50 \times 51 = 2550$$

∴ Clave **d**

Problema 20

Halle el total de palitos de la siguiente figura:

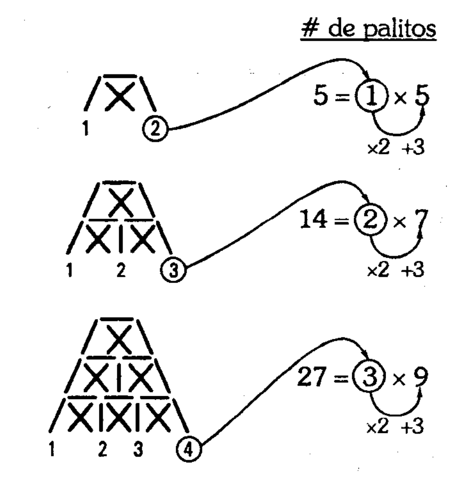


a) 780 b) 797 c) 879
d) 719 e) 779

Resolución:

Dibujemos tres figuras simples pero muy parecidas a la que nos dan:

de palitos



En el problema:

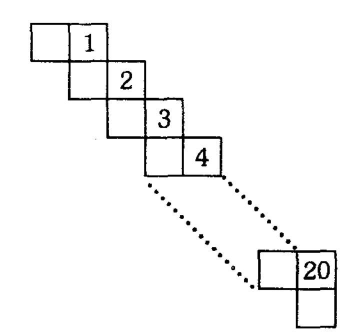
$$\therefore \text{Total} = 19 \times 41 = 779 \text{ palitos}$$

×2 +3

∴ Clave **e**

Problema 21

Halle el total de cuadriláteros en:

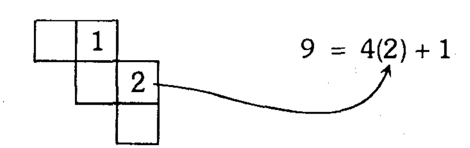


a) 72 b) 80 c) 79
d) 81 e) 400

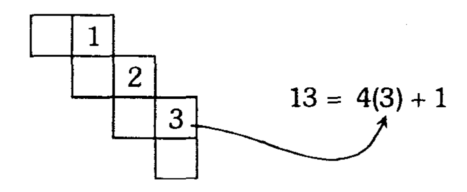
Resolución:
Aplicando inducción:

de cuadriláteros

5 = 4(1) + 1



9 = 4(2) + 1



13 = 4(3) + 1

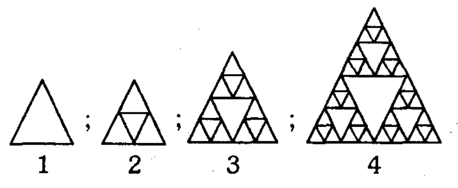
En el problema:

Total = 4(20) + 1 = 81 cuadraditos

∴ Clave d

Problema 22

¿Cuántos triángulos habrá en la figura número 8?



a) 2187 b) 6561 c) 6186
d) 4286 e) 2186

Resolución:

Contando los triángulos en cada figura tendremos:

# de figura	1	2	3	4 ...
# de triang.	1	5	17	53
	⇓	⇓	⇓	⇓
	$2 \times 3^0 - 1$	$2 \times 3^1 - 1$	$2 \times 3^2 - 1$	$2 \times 3^3 - 1$

Luego en la figura 8 habrán:

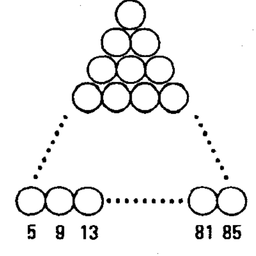
∴ Total $= 2 \times 3^7 - 1 = 2186$

∴ Clave e

Problema 23

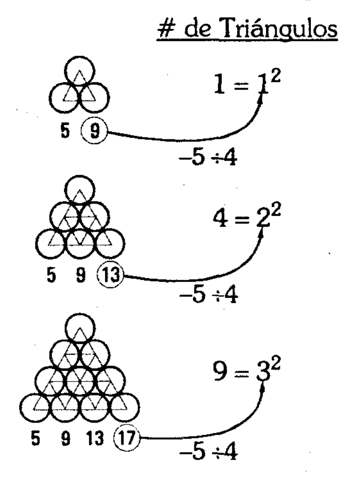
En el siguiente gráfico. ¿Cuántos triángulos equiláteros simples se formarán en total, al unirse los centros de tres círculos vecinos?

a) 400
b) 900
c) 200
d) 500
e) 1000



Resolución:

Aplicando inducción:



En el problema:

$$\text{total} = \left(\frac{85-5}{4}\right)^2 = 400 \text{ triángulos}$$

∴ Clave **a**

Problema 24

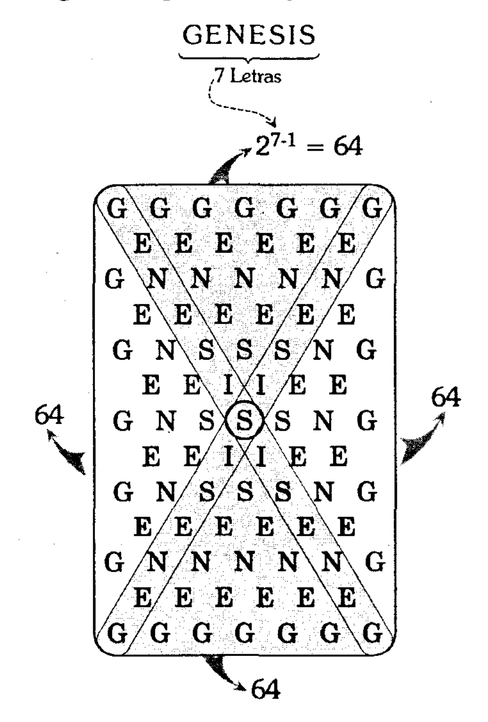
En el siguiente arreglo. ¿De cuántas formas se puede leer **GÉNESIS**?

G G G G G G G
E E E E E E
G N N N N N G
E E E E E E
G N S S S N G
E E I I E E
G N S S S N G
E E I I E E
G N S S S N G
E E E E E E
G N N N N N G
E E E E E E
G G G G G G G

a) 256 b) 250 c) 512
d) 252 e) 248

Resolución:

Dividiendo el arreglo del problema en arreglos triangulares simples.



Total = 4(64) – 4 = 252 palabras

Los que se repiten

∴ Clave **d**

Problema 25

En la siguiente secuencia, determinar la suma de los números impares de la figura número 53.

1 ; 1 2 3 ; 1 2 3 4 5 6 ; 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ; ....
1° 2° 3° 4°

a) 1431^2 b) 717^2 c) 715^2
d) 716^2 e) $716^2 - 1$

Resolución:
Sumando los números impares de cada figura, se tiene:

# fig.	1°	2°	3°	4°
# de bolitas	1	(1+2)	(1+2+3)	(1+2+3+4)

En la figura número 53 habrán:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 53 = \frac{53 \times 54}{2} = 1431 \text{ bolitas}$$

$\therefore$ Piden: $S = 1 + 3 + 5 + \ldots + 1431$

Como:

$$1 + 3 = \quad 4 = 2^2$$
(+ , ÷2)

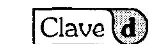
$$1 + 3 + 5 = \quad 9 = 3^3$$
(+ , ÷2)

$$1 + 3 + 5 + 7 = \quad 16 = 4^2$$
(+ , ÷2)

Luego:

$$S = 1 + 3 + 5 + \ldots + 1431 = 716^2$$

$\therefore$ La suma de los números impares en la figura N° 53 es 716^2.

$\therefore$ 

Problema 26

Si $N = \ldots 125$

Calcular $x + y + z$ en:

$$N + N^2 + N^3 + N^4 + \ldots + N^{30} = \overline{\ldots xyz}$$

a) 15 b) 13 c) 14
d) 7 e) 10

Resolución:

Sabemos que:

$$(\ldots 125)^{par} = \ldots 625$$

$$(\ldots 125)^{impar} = \ldots 125$$

Luego:

$$N + N^2 + N^3 + N^4 + \ldots + N^{29} + N^{30} = \overline{\ldots xyz}$$

$$(\ldots 125) + (\ldots 125)^2 + (\ldots 125)^3 + (\ldots 125)^4 + \ldots + (\ldots 125)^{29} + (\ldots 125)^{30} =$$

$$(\ldots 125 + \ldots 625) + (\ldots 125 + \ldots 625) + \ldots + (\ldots 125 + \ldots 625) =$$

$$\underbrace{\ldots 750 + \ldots 750 + \ldots + \ldots 750}_{15\ sum.} =$$

$$(\ldots 750) \times 15 = \overline{\ldots xyz}$$

$$\ldots 250 = \overline{\ldots xyz}$$

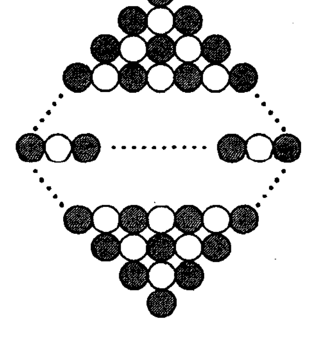
Piden: $2 + 5 + 0 = 7$

$\therefore$

Problema 27

En la siguiente figura hay en total 1024 esferas sombreadas. ¿Cuántas esferas sin sombrear hay en total?

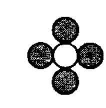
a) 1024
b) 512
c) 961
d) 1084
e) 900

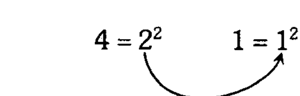


Resolución:

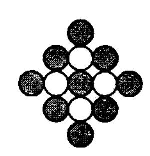
Por inducción

Sombreadas | Sin sombrear

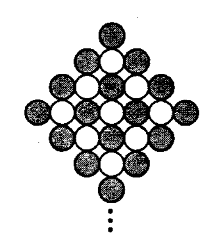




$4 = 2^2 \qquad 1 = 1^2$



$9 = 3^2 \qquad 4 = 2^2$



$16 = 4^2 \qquad 9 = 3^2$

En el problema:

$1024 = 32^2 \quad 31^2 = 961$

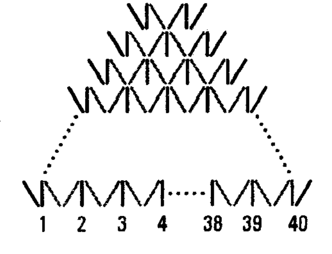
$\therefore$ Hay 961 esferas sin sombrear.

$\therefore$ Clave **c**

Problema 28

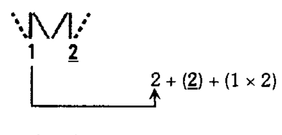
En la siguiente torre. ¿Cuántos palitos se necesitaron para construirla?

a) 2300
b) 2457
c) 2175
d) 2510
e) 2425



Resolución:

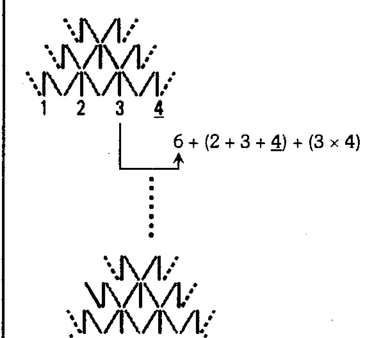
Razonando inductivamente.



$\underline{2} + (\underline{2}) + (1 \times 2)$

1 2 3

$4 + (2 + \underline{3}) + (2 \times 3)$



$6 + (2 + 3 + \underline{4}) + (3 \times 4)$

⋮

1 2 3 4 39 40

$78 + (2 + 3 + 4 + \ldots + \underline{40}) + (39 \times 40)$

$$= 78 + \left(\frac{40 \times 41}{2} - 1\right) + 1560$$

$$= 2457 \text{ palitos}$$

$\therefore$ Clave **b**

Problema 29

Si:

$$f(n) = \frac{4 \times 2^2 + 8 \times 3^2 + 12 \times 4^2 + \ldots (n \text{ sumandos})}{1 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + \ldots (n \text{ sumandos})}$$

Calcular: $f(1024)$

a) 3060 b) 3077 c) 3218
d) 3160 e) 3018

Resolución:

Aplicando inducción:

$$f(1) = \frac{4\times 2^2}{1\times 2} = \frac{16}{2} = 8 = 3(1)+5$$

$$f(2) = \frac{4\times 2^2 + 8\times 3^2}{1\times 2 + 2\times 3} = \frac{88}{8} = 11 = 3(2)+5$$

$$f(3) = \frac{4\times 2^2 + 8\times 3^2 + 12\times 4^2}{1\times 2 + 2\times 3 + 3\times 4} = 14 = 3(3)+5$$

$$\vdots$$

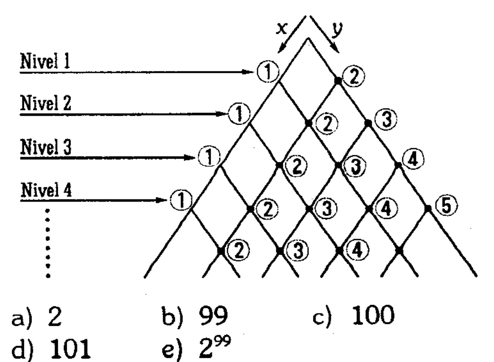
$$\Rightarrow f(1024) = 3(1024)+5 = 3077$$

$\therefore$ Clave **b**

Problema 30

Se tiene una red de caminos donde desde el punto A parten 2^{100} hormigas. Una mitad de ellas se encamina en la dirección $\boldsymbol{x}$; y la otra en la dirección $\boldsymbol{y}$. Al llegar al nivel 1 cada grupo se divide, una mitad en la dirección $\boldsymbol{x}$ y la otra en la dirección $\boldsymbol{y}$, lo mismo ocurre en cada nivel. ¿Cuántas hormigas llegarán a la ubicación 2 del nivel 100?.

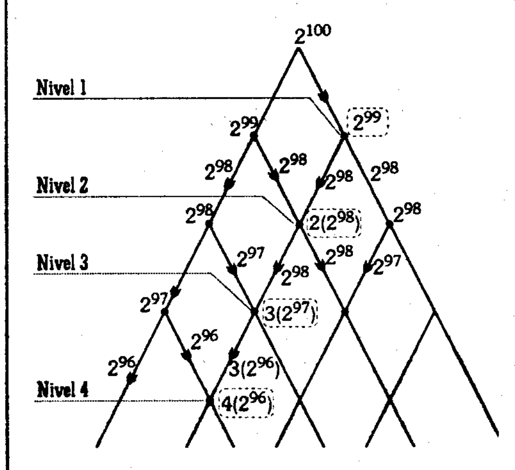
(Observación: ⓝ ubicación n)



a) 2 b) 99 c) 100
d) 101 e) 2^{99}

Resolución:

Relacionando el número de hormigas en cada nivel de la ubicación 2 tenemos:



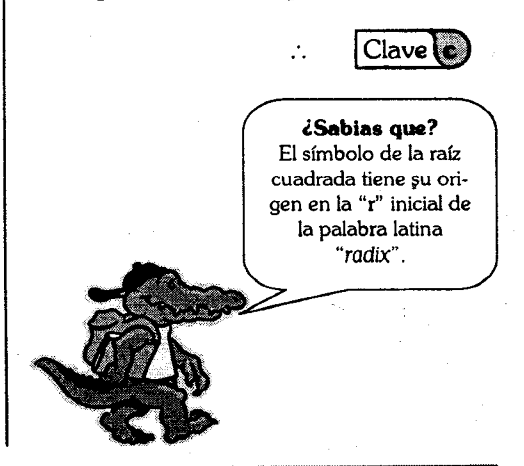
 # de nivel: 1° 2° 3° ...... 100°

 # de hormigas

$1(2^{99})$ $2(2^{98})$ $3(2^{97})$ $100(2^0) = 100$

$\therefore$ Llegarán 100 hormigas

$\therefore$ Clave **c**



Raz. Inductivo - Deductivo

Problemas Resueltos

Problema 01.

Calcule la suma de cifras del resultado de la siguiente operación:

$$M = \underbrace{666...666}_{50\ cif} \times \underbrace{333...334}_{50\ cif}$$

a) 300 b) 200 c) 600
d) 303 e) 900

Problema 02.

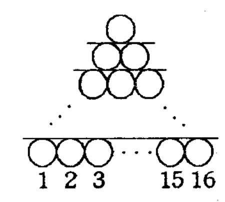
¿De cuántas formas distintas se puede leer **ADOLFO**, uniendo letras vecinas?

```
          A A A A A A
        A D D D D D A
      A D O O O O O D A
    A D O L L L O D A
   A D O L F F L O D A
  A D O L F O F L O D A
```

a) 90 b) 94 c) 92
d) 88 e) 102

Problema 03.

¿Cuántos puntos de tangencia hay en la siguiente figura?



a) 375 b) 320 b) 360
d) 348 e) 412

Problema 04.

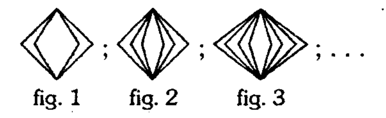
Calcule la suma de todos los números del siguiente arreglo.

```
            19
     3  4  5  4  3
     4  2  3  2  4
19...5  3  1  3  5...19
     4  2  3  2  4
     3  4  5  4  3
            19
```

a) 2781 b) 3600 c) 3681
d) 1900 e) 3781

Problema 05.

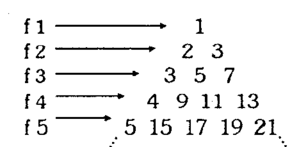
Cuántos cuadriláteros en total se contarán en la figura número 20?



a) 667 b) 861 c) 700
d) 675 e) 600

Problema 06.

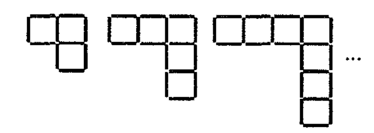
Calcule la suma de los números de la fila número 31.



a) 26091 b) 27091 c) 27081
d) 25091 e) 28071

Problema 07.

Las figuras mostradas se construyen con palitos de fósforo.



Hallar el número máximo de cuadrados que puede tener una figura como las del gráfico, construido utilizando a lo más 500 palitos de fósforo.

a) 160 b) 175 c) 185
d) 180 e) 165

Problema 08.

Calcule el valor de:

$$M=\sqrt{\sqrt{2008\times2009\times2010\times2011+1}-2008}$$

a) 2008 b) 2009 c) 1
d) 2 e) 2011

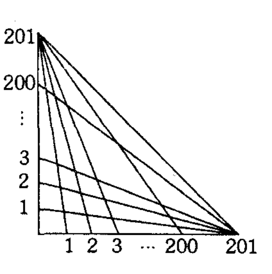
Problema 09.

¿Cuántos puntos de intersección se pueden contar, como máximo, al intersectar veinte triángulos que tienen un vértice en común y veinte rectas paralelas? (no cuente el vértice común)

a) 1170 b) 1420 c) 1370
d) 980 e) 1250

Problema 10.

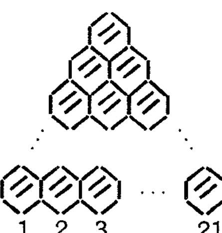
¿Cuántos triángulos rectángulos hay como máximo en la siguiente figura?



a) 201
b) 320
c) 444
d) 401
e) 201

Problema 11.

Determine el total de palitos en el siguiente gráfico.



a) 900
b) 1110
c) 1100
d) 1218
e) 1090

Problema 12.

En el siguiente arreglo numérico calcule la suma de todos los números.

100
50 ⋮ 50
16
8 | 8
12
6 | 6
8
4 | 4
4
2 2

a) 5000
b) 2500
c) 3600
d) 2600
e) 1000

Problema 13.

¿De cuántas maneras se puede leer CARRETILLA?

C C C
A A A A
R R R R R
E E E E E E
T T T T T
I I I I
L L L
A A

a) 224 b) 456 c) 182
d) 448 e) 468

Problema 14.

¿De cuántas formas diferentes se puede leer la palabra POVIS, esto es uniendo letras vecinas?

```
            P
          P O P
        P O V O P
      P O V I V O P
    P O V I S I V O P
  P O V I S   S I V O P
P O V I S       S I V O P
```

a) 192
b) 191
c) 96
d) 95
e) 185

Problemas 15.

Si:

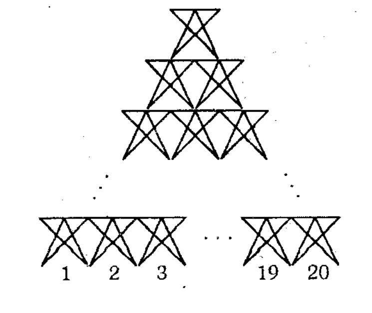
$$\left[\frac{a}{b}+\frac{\overline{aa}}{\overline{bb}}+\frac{\overline{aaa}}{\overline{bbb}}+\ldots+\frac{\overbrace{\overline{aa\ldots a}}^{25\text{ cif}}}{\underbrace{\overline{bb\ldots b}}_{25\text{ cif}}}\right]^{\frac{a}{b}}=2500$$

Además: $a + b = 12$; calcular: $a - b$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

Problema 16.

Calcule el total de cuadriláteros cóncavos en:



a) 800 b) 400 c) 840
d) 880 e) 820

Problema 17.

¿Cuál es la suma de cifras del producto?

$$M=(10^{30}+1)(10^{15}-1)(10^{15}+1)$$

a) 549 b) 531 c) 530
d) 540 e) 900

Problema 18.

Efectúe: $E=(\underbrace{111\ldots112}_{100\text{ cif}})^2-(\underbrace{111\ldots110}_{100\text{ cif}})^2$

Dé como respuesta la suma de cifras.

a) 100 b) 200 c) 300
d) 400 e) 500

Problema 19.

Reconstruya la siguiente multiplicación:

Dé como respuesta la suma de cifras del producto.

```
    • 1 • ×
    3 • 2
   -------
    • 3 •
  3 • 2 •
• 2 • 5
----------
1 • 8 • 3 0
```

a) 21 b) 22 c) 23
d) 24 e) 25

Problema 20.

Hallar la cantidad de esferitas que hay en la figura número 21.

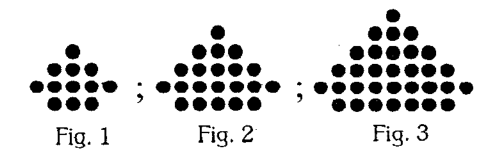
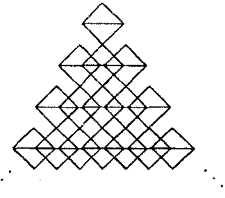


Fig. 1 ; Fig. 2 ; Fig. 3

a) 582 b) 672 c) 572
d) 575 e) 529

Problema 21.

¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



1 2 3 4 .... 20 21

a) 462
b) 642
c) 644
d) 646
e) 648

Problema 22.

Halle: P + O + V + I + S

Si: $\overline{POVIS} + (\underbrace{999\ldots9}_{100\text{ cif}})^2 = \ldots 12345$

a) 10 b) 12 c) 14
d) 16 e) 18

Problema 23.

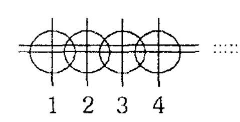
Halle el valor de:

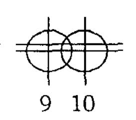
$$k=\sqrt{3+\sqrt{7}}\left(\sqrt{13-\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{7}}\right)$$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

Problema 24.

Halle el máximo número de puntos de intersección.

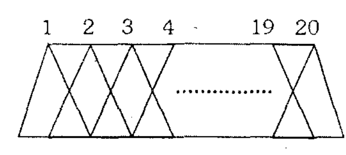




a) 98 b) 80 c) 100
d) 120 e) 110

Problema 25.

¿Cuántos triángulos hay en total?



a) 80 b) 78 c) 76
d) 77 e) 75

Problema 26.

Calcule la suma del divisor y el dividendo en la siguiente división indicada (cada punto representa una cifra).

Dé como respuesta la suma de cifras de dicha suma.

```
• • • •   | • 6
• 6         n • (n+1)
  • • •
  • 9 •
  - - -
```

a) 31 b) 32 c) 33
d) 34 e) 35

Problema 27.

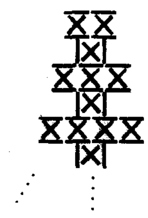
De cuántas maneras diferentes se puede leer ARIANA uniendo letras vecinas en un sólo sentido.

A A A
R R R R
I I I I I
A A A A A A
N N N N N N N
A A A A A A A A
N N N N N N N
A A A A A A
I I I I I
R R R R
A A A

a) 180 b) 192 c) 186
d) 182 e) 170

Problema 28.

¿Cuántos palitos hay en total en la siguiente figura?



a) 870

b) 862

c) 874

d) 872

e) 908

Problema 29.

Halle la suma de cifras del resultado de:

$$\underbrace{545454\ldots54}_{100\text{ cif}} \times \underbrace{9999\ldots99}_{100\text{ cif}}$$

a) 900 b) 800 c) 820
d) 1350 e) 700

Problema 30.

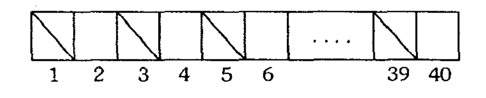
Halle el valor de:

$$M = \frac{1000001^4 - 999999^4}{8(10^{12}+1)}$$

a) 4×10^6 b) 2×10^6 c) 10^6
d) 11111 e) 1111

Problema 31.

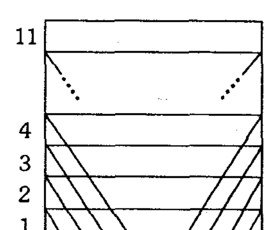
¿Cuántos cuadriláteros hay en total en la siguiente figura?



a) 1780 b) 1600 c) 1970
d) 1790 e) 1980

Problema 32.

Según la figura mostrada, ¿cuántos triángulos hay en total?



a) 110

b) 120

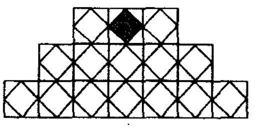
c) 132

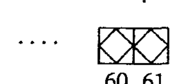
d) 140

e) 150

Problema 33.

¿Cuántos rombos del tamaño y posición indicada existen en la figura?





a) 1770

b) 1830

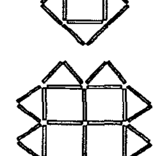
c) 1586

d) 2344

e) 1020

Problema 34.

¿Cuántos palitos hay en la figura número 20?



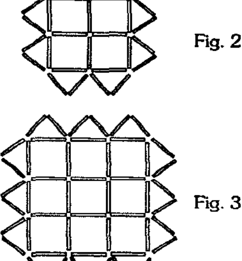


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

a) 890

b) 980

c) 2000

d) 900

e) 1000

Problema 35.

Dada la siguiente distribución numérica:

P	Q	R	S	T
	1	2	3	4
8	7	6	5	
	9	10	11	12
16	15	14	13	
	17	18	19	20

⋮

¿En qué columna aparecerá 2005?

a) P   b) Q   c) S
d) R   e) T

Problema 36.

Calcule:

$$P=(32^5+21^7)^{219}\times(216^{13}-615^{23})\times(29^{29}+66^{66})$$

Dé como resultado la suma de las dos últimas cifras de P^{2002}.

a) 1   b) 3   c) 5
d) 7   e) 0

Problema 37.

Calcule:

$$S=\frac{2^2+4^2+6^2+8^2+\ldots+2002^2}{1^2+3^2+5^2+7^2+\ldots+2001^2}$$

a) $\frac{2003}{2002}$ b) $\frac{2004}{2001}$ c) $\frac{2002}{2003}$
d) $\frac{2004}{1999}$ e) $\frac{2005}{2003}$

Problema 38.

Si:

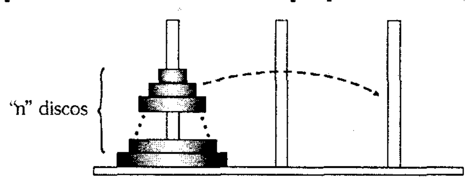
```
    R O M A  +
  M I L A N
  T U R I N
  ---------
I T A L I A
```

Hallar: A + M + O + R

a) 16   b) 18   c) 23
d) 20   e) 29

Problema 39.

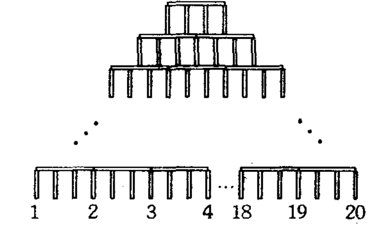
Se desea trasladar los "n" discos uno por uno de la primera varilla a la tercera. ¿Cuántos movimientos, como mínimo, se deben hacer, si un disco grande no se puede colocar sobre uno pequeño?



a) 2^{n-1} b) 2^n c) 2^{n-2}
d) 2^n+1 e) 2^n-1

Problema 40.

Halle el número total de "palitos" en la siguiente figura:



a) 860   b) 778   c) 779
d) 777   e) 772

Problema 41.

Si: $a^2+b^2-c^2=9$
y $a+b-c=3$; $b\neq3$

Calcule: $a-b+c$

a) 1   b) 2   c) 3
d) 0   e) 9

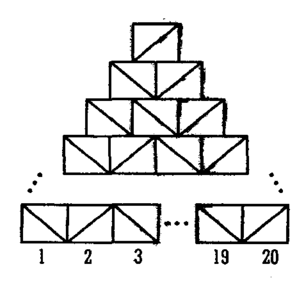
Problema 42.

A una reunión asistieron 40 personas, si cada una fue cortés con los demás. ¿Cuántas estrechadas de mano se contaron?

a) 720 b) 750 c) 780
d) 820 e) 840

Problema 43.

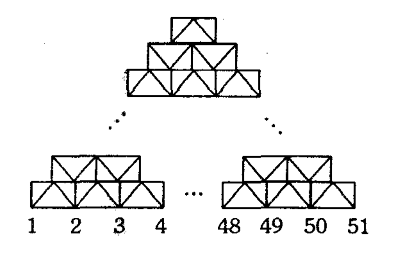
Calcule el total de triángulos:



a) 600
b) 610
c) 420
d) 670
e) 440

Problema 44.

¿Cuántos triángulos se pueden contar, como máximo en la siguiente figura?



a) 5500 b) 5000 c) 5050
d) 5253 e) 5250

Problema 45.

Halle el valor de *M*.

$$M = 11 \times 101 \times 10001 \times 100000001 \times \ldots \times (\underbrace{1000\ldots01}_{1025\text{ cifras}})$$

Y dé como respuesta, la suma de sus cifras.

a) 1024 b) 2048 c) 512
d) 2^{20} e) 2^{21}

Problema 46.

Si: $a + b + c = 0$

Calcule la suma de cifras de *M*.

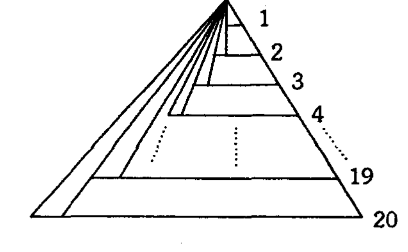
$$M = (\underbrace{\overline{xxx\ldots x}}_{100\text{ cif}})^2$$

Sabiendo que: $x = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab}$

a) 90 b) 989 c) 99
d) 900 e) 199

Problema 47.

Hallar el número total de triángulos en las siguiente figura:



a) 46
b) 58
c) 64
d) 85
e) 72

Problema 48.

Calcule $\sqrt{n}$;

Si: $\sqrt{m+n} + \sqrt{m-n} = 20$

$\sqrt{m+n} - \sqrt{m-n} = 10$

a) 12 b) 11 c) 8
d) 9 e) 10

Problema 49.

Halle el producto de todos los números impares de 3 cifras que no terminen en 5. Dé como respuesta la última cifra de dicho producto.

a) 1 b) 3 c) 0
d) 9 e) 5

Problema 50.

Halle el valor de "k" en:

$$\left(\sqrt[k+1]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt[k-1]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)=\sqrt[48]{(5+\sqrt{24})^7}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 2

Problema 51.

Calcule la diferencia de términos de la fracción irreducible resultante.

$$k=\frac{2+4+6+8+\ldots+\overbrace{888\ldots88}^{(n^2+3n+1)\text{ cif}}}{1+3+5+7+\ldots+\underbrace{888\ldots87}_{(n^2+3n+1)\text{ cif}}}$$

a) 1 b) 0 c) $2n$
d) 4 e) 444

Problema 52.

Hallar: $a+b+c$ en:

$$(2^1+6)(2^2+66)(2^3+666)\ldots(2^{10}+\underbrace{666\ldots6}_{10\text{ cif}})=\sqrt{\ldots abcd}$$

a) 16 b) 12 c) 24
d) 25 e) 0

Problema 53.

Hallar la suma de cifras del resultado de la siguiente operación:

$$M=\sqrt{\underbrace{999\ldots9}_{2(n-1)\text{ cif}}-\underbrace{1999\ldots998}_{n\text{ cifras}}}$$

a) $3n$ b) $6n$ C) $6(n+1)$
d) $9n$ e) $9(n-1)$

Problema 54.

En la siguiente secuencia de figuras:

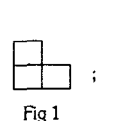


Fig 1

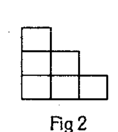


Fig 2

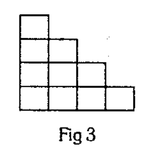


Fig 3

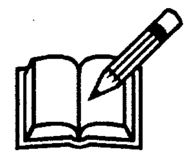
; ; ; . . .

¿Cuántos cuadrados hay en total en la figura 40 ?

a) 21142 b) 23142 c) 22142
d) 20142 e) 23342

Raz. Inductivo - Deductivo

Solucionario



Resolución 01.

Analizando:

$$\underbrace{6}_{1\,cif} \times \underbrace{4}_{1\,cif} = \underbrace{2}_{1\,cif}\ \underbrace{4}_{1\,cif}$$

$$\underbrace{66}_{2\,cif} \times \underbrace{34}_{2\,cif} = \underbrace{22}_{2\,cif}\ \underbrace{44}_{2\,cif}$$

$$\underbrace{666}_{3\,cif} \times \underbrace{334}_{3\,cif} = \underbrace{222}_{3\,cif}\ \underbrace{444}_{3\,cif}$$

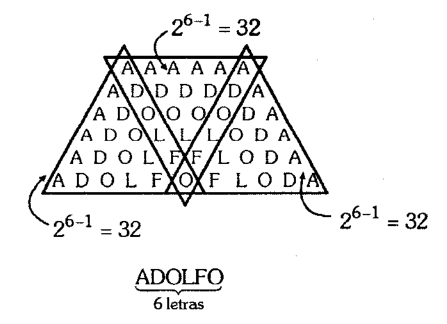
$$\vdots$$

Luego: $M = \underbrace{222...2}_{50\,cif}\ \underbrace{444...4}_{50\,cif}$

Suma de Cifras = 2(50) + 4(50) = 300.

∴ Clave a

Resolución 02.



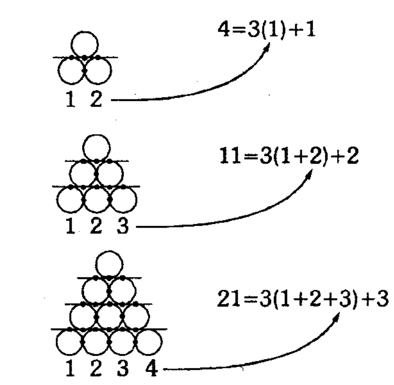
$\underbrace{\text{ADOLFO}}_{6\ letras}$

\# palabras = 3(32) - 2 = 94
se repiten

∴ Clave b

Resolución 03.

Analizando 3 casos simples:



En el problema:

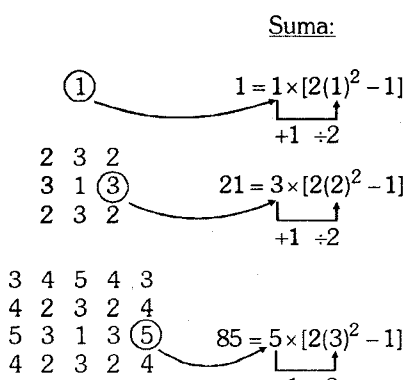
$$\#\ puntos = 3(1+2+3+...15)+15$$

$$= 3\left(\frac{15\times16}{2}\right)+15 = 375$$

∴ Clave a

Resolución 04.

Del Gráfico:



En el problema:

$$\text{Suma} = 19\times[2(10)^2-1]=3781$$

+1 ÷2

∴ Clave e

Resolución 05.

Existen 2 tipos de cuadriláteros:

convexos (▭) y cóncavos (⩓)

fig	⇒	1°	2°	3°	 20
convexos	⇒	$4 = 2^2$	$9 = 3^2$	$16 = 4^2$	.... 21^2
concavos	⇒	$2 = 1\times2$	$6 = 2\times3$	$12 = 3\times4$	.... 20×21

$$\#\ \text{total} = 21^2+20\times21=861$$

∴ Clave b

Resolución 06.

Sumando cada fila tenemos:

fila	suma
F_2	$2+3= 2+1(1^2+2)$
F_3	$3+12= 3+2(2^2+2)$
F_4	$4+33= 4+3(3^2+2)$
⋮	
F_{31}	$31+30(30^2+2)=27091$

∴ Clave b

Resolución 07.

# figura	palitos	cuadrados
1	10 = 6(1)+4	3=2(1)+1
2	16 = 6(2)+4	5=2(2)+1
3	22 = 6(3)+4	7=2(3)+1
⋮	⋮	⋮
n	6n+4	2n+1

Como debemos usar a lo más 500 palitos.

$$6n+4\le500$$
$$6n\le496$$
$$n\le82{,}6$$
$$n=82$$

$$\#\ \text{cuadrados} = 2(82)+1=165.$$

∴ Clave e

Resolución 08.

Analizando:

$$\sqrt{\sqrt{1\times2\times3\times4+1}-1} = 2$$

$$\sqrt{\sqrt{2\times3\times4\times5+1}-2} = 3$$

$$\sqrt{\sqrt{3\times4\times5\times6+1}-3} = 4$$

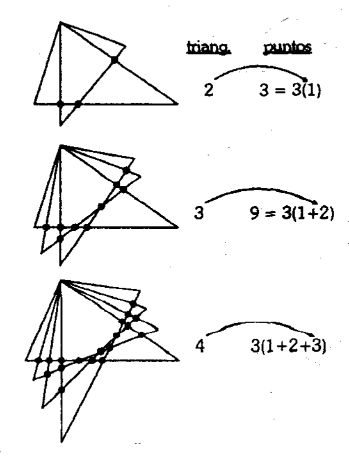
⋮

$$\sqrt{\sqrt{2008\times2009\times2010\times2011+1}-2008} = 2009$$

∴ Clave b

Resolución 09.

Contemos primero los puntos de intersección entre los triángulos:



Con 20 triángulos:

$$\# \text{ puntos} = 3(1+2+3+...+19) = 3\left(\frac{19\times20}{2}\right)$$
$$= 570$$

Cada una de las 20 rectas paralelas corta a cada uno de los 20 triángulos en 2 puntos.

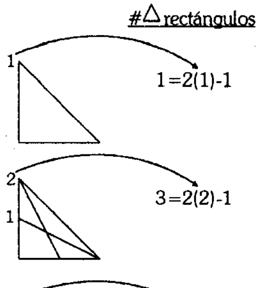
$\# \text{ puntos} = 2(20\times20) = 800$

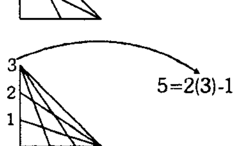
$\therefore \; \# \text{ total} = 570 + 800 = 1370$

$\therefore$ Clave c

Resolución 10.

Analizando 3 casos:





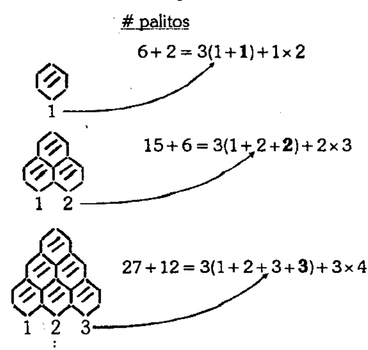
En el problema:

$\# \text{ triang. rect.} = 2(201) - 1 = 401$

$\therefore$ Clave d

Resolución 11.

Analizando 3 casos particulares:



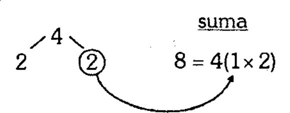
En el problema:

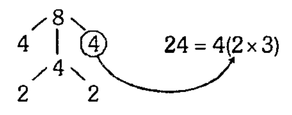
$$\# \text{ palitos} = 3(1+2+3+...+21+\mathbf{21})+21\times22$$
$$= 3\left(\frac{21\times22}{2}+21\right)+21\times22 = 1218$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 12.

Analizando 3 arreglos simples:





12
6 | 6
8
4 | 4
4
2 2

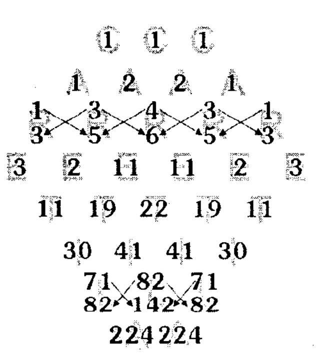
48 = 4(3×4)

En el problema: $\text{Suma} = 4(25\times26) = 2600$

$\therefore$ Clave d

Resolución 13.

Aplicando el principio de adición:

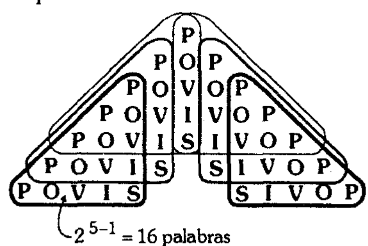


$\# \text{ palabras} = 224+224 = 448.$

$\therefore$ Clave d

Resolución 14.

Dividiendo la figura en arreglos triangulares simples.



Existen 6 arreglos triangulares y en cada uno 16 palabras.

$$\# \text{ palabras} = 16(6) - 1 = 95$$

∴ Clave d

Resolución 15.

Del dato: $\left[\frac{a}{b}+\frac{11\times a}{11\times b}+\frac{111\times a}{111\times b}+\ldots+\frac{\overbrace{11\ldots1}^{25\text{ cif}}a}{\underbrace{11\ldots1}_{25\text{ cif}}b}\right]^{\frac{a}{b}}=2500$

$$\left[\underbrace{\frac{a}{b}+\frac{a}{b}+\frac{a}{b}+\ldots+\frac{a}{b}}_{25\text{ veces}}\right]^{\frac{a}{b}}=2500$$

$$\left(25\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}}=2500$$

$$\left(25\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}}=(25\times 2)^2$$

$$\frac{a}{b}=2$$

Como: $a+b=12$ con $a = 8$, $b = 4$

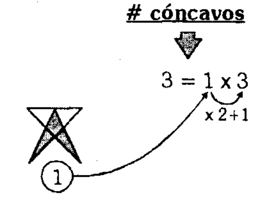
Piden: $a-b=8-4=4$

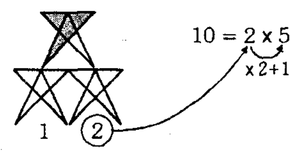
∴ Clave b

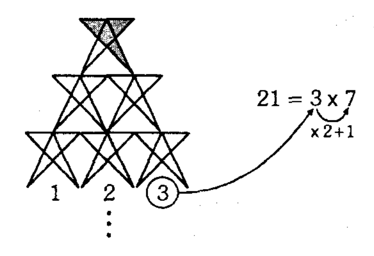
Resolución 16.

Analizando 3 casos particulares tenemos:

 # cóncavos







En el problema:

$$\# \text{ cóncavos} = 20\times 41 = 820$$

∴ Clave e

Resolución 17.

Sabemos que:

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

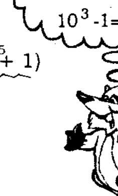
En el problema:

$M=(10^{30}+1)(10^{15}-1)(10^{15}+1)$

$M=(10^{30}+1)(10^{30}-1)$

$M=10^{60}-1=\underbrace{999\ldots99}_{60\text{ cif.}}$

Observe que :
$10^1-1=9$
$10^2-1=99$
$10^3-1=999$



S cifras = 9(60) = 540

Resolución 18.

Como: $E = (\underbrace{111\ldots112}_{100\text{ cif.}})^2 - (\underbrace{111\ldots110}_{100\text{ cif.}})^2$

Analizando tres casos particulares:

$E_1 = \underbrace{12}_{2\text{ cif.}}^2 - \underbrace{10}_{2\text{ cif.}}^2 = (12+10)(12-10) = \underbrace{44}_{2\text{ cif.}}$

$E_2 = \underbrace{112}_{3\text{ cif.}}^2 - \underbrace{110}_{3\text{ cif.}}^2 = (112+110)(112-110) = \underbrace{444}_{3\text{ cif.}}$

$E_3 = \underbrace{1112}_{4\text{ cif.}}^2 - \underbrace{1110}_{4\text{ cif.}}^2 = (1112+1110)(1112-1110) = \underbrace{4444}_{4\text{ cif.}}$

⋮

Entonces:

$E = \underbrace{444\ldots4}_{100\text{ cif.}} \Rightarrow S_{\text{cifras}} = 4(100) = 400$

∴ Clave d

Resolución 19.

De un primer análisis se tiene:

```
                 debe ser 0 ó 5
  • 1 •  ×
  3 • 2
  -------
    • 3⓪
 3 • 2⓪
①2 • 5
---------
1 • 8 • 3 0
```

Como: $3 \times (\bullet\, 1\, \bullet) = 12 \bullet 5$ (el último • es 5)

Luego:

```
  41⑤ ×                      4 1 5 ×
  ③• 2                       3 • 2   ← debe ser 8
  ------                     -------
   • 3 0        ⇒            ⑧3 0
 3 • 2 0                    3③2 0
①2 4 5                      1 2 4 5
---------                   ---------
1 • 8 • 3 0                 1⑤8⑤3 0
```

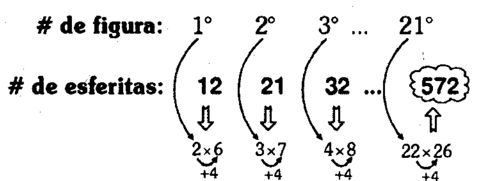
Suma de cifras del producto:

$1+5+8+5+3 = 22$

∴ Clave b

Resolución 20.

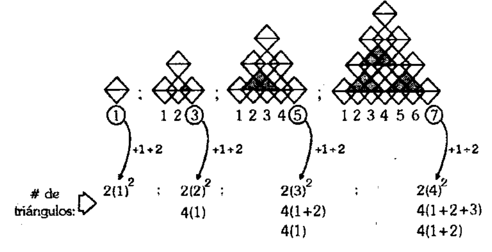
Contando las esferitas de cada figura tenemos:



∴ En la figura número 21 hay 572 esferitas.

∴ Clave c

Resolución 21.



En el problema:

$\#\text{ de triángulos} = 2(11)^2 + 4(1+2+3+\ldots+10) + 4(1+2+3\ldots+9)$

$= 242 + 4\left(\frac{10\times11}{2}\right) + 4\left(\frac{9\times10}{2}\right) = 642$

∴ Clave b

Resolución 22.

$9^2 = 81$

$99^2 = \underline{9}8\underline{0}1$

$999^2 = \underline{99}8\underline{00}1$

En el problema:

$$\overline{POVIS} + (\underbrace{999\ldots99}_{100\text{ cif}})^2 = \ldots 12345$$

$$\overline{POVIS} + \underbrace{999\ldots9}_{99\text{ cif}}8\underbrace{000\ldots0}_{99\text{ cif}}1 = \ldots 12345$$

Verticalmente:

```
      P O V I S +
 .... 0 0 0 0 1
 .... 1 2 3 4 5
```

$S = 4 ; I = 4 ; V = 3 ; O = 2 ; P = 1$

Piden: $1 + 2 + 3 + 4 + 4 = 14$

∴ Clave c

Resolución 23.

$k = \sqrt{3+\sqrt{7}}\left(\sqrt{13-\sqrt{7}} - \sqrt{5-\sqrt{7}}\right)$

$k = \sqrt{3+\sqrt{7}} \times \sqrt{13-\sqrt{7}} - \sqrt{3+\sqrt{7}}\sqrt{5-\sqrt{7}}$

$k = \sqrt{(3+\sqrt{7})(13-\sqrt{7})} - \sqrt{(3+\sqrt{7})(5-\sqrt{7})}$

$k = \sqrt{32+10\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}}$

$k = \sqrt{(5+\sqrt{7})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{7})^2}$

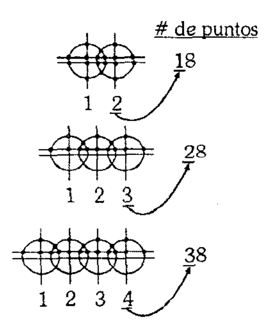
$k = (5+\sqrt{7}) - (1+\sqrt{7})$

$\therefore k = 4$

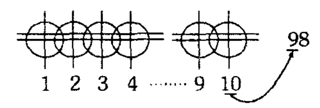
∴ Clave b

Resolución 24.

Razonando inductivamente:



En el problema:

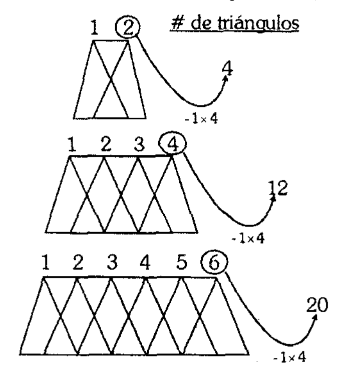


El máximo número de puntos es 98.

∴ Clave a

Resolución 25.

Analizando tres casos simples:



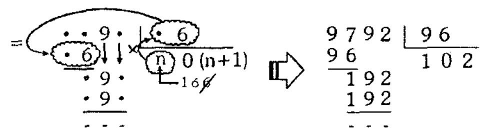
En el problema:

de triángulos = (20 – 1) × 4 = 76

∴ Clave c

Resolución 26.

De un primer análisis tenemos:



Luego:

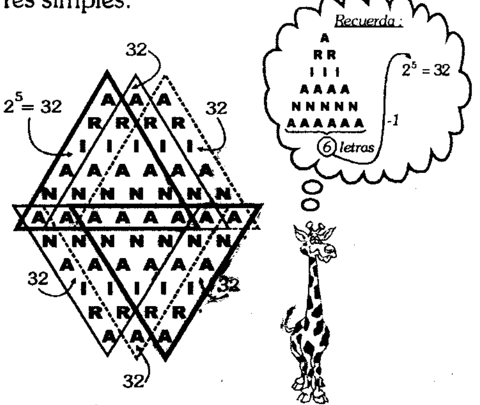
Dividendo + divisor = 9792 + 96 = 9888

Piden: Σcifras = 9 + 8 + 8 + 8 = 33

∴ Clave c

Resolución 27.

Dividiendo la figura en arreglos triangulares simples:



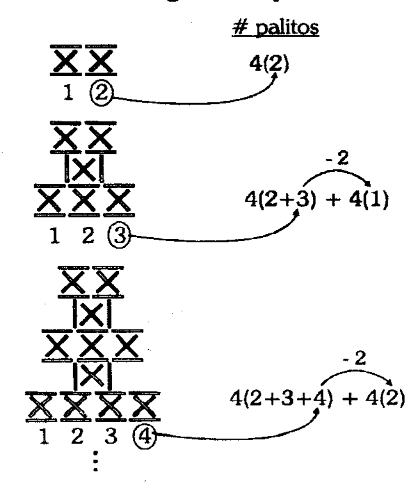
\# total = 6(32) = 192

Se puede leer de **192** maneras diferentes.

∴ Clave b

Resolución 28.

Analizando tres figuras simples:



En el problema:

Total de palitos. $= 4(2+3+4+\ldots+20) + 4(18)$ (con la indicación "-2" entre 20 y 18)

$$= 4\left(\frac{20\times 21}{2} - 1\right) + 72 = 908$$

∴ Clave e

Resolución 29.

Del enunciado:

$$\underbrace{5454\ldots54}_{100\text{ cif}} \times \underbrace{999\ldots9}_{100\text{ cif}} = (\underbrace{5454\ldots54}_{100\text{ cif}})(\underbrace{1000\ldots00}_{101\text{ cif}} - 1)$$

$$= \underbrace{5454\ldots54}_{100\text{ cif}}\ \underbrace{000\ldots00}_{100\text{ cif}} - \underbrace{5454\ldots54}_{100\text{ cif}}$$

Verticalmente:

$$\begin{array}{r} 5454\ldots5454\ \ 0000\ldots000000- \\ 5454\ldots545454 \\ \hline \underbrace{5454\ldots54}_{98\text{ cif}}53\ \ \underbrace{4545\ldots4545}_{98\text{ cif}}46 \end{array}$$

Suma de cifras:

$$9(98) + 5 + 3 + 4 + 6 = 900$$

∴ Clave a

Resolución 30.

$$M = \frac{1000001^4 - 999999^4}{8(10^{12}+1)}$$

$$= \frac{(1000001^2 - 999999^2)(1000001^2 + 999999^2)}{8(10^{12}+1)}$$

$$M = \frac{\left[(10^6+1)^2 - (10^6-1)^2\right]\left[(10^6+1)^2 + (10^6-1)^2\right]}{8(10^{12}+1)}$$

$$M = \frac{[4(10^6)(1)][2\cancel{(10^{12}+1)}]}{8\cancel{(10^{12}+1)}}$$

$$M = 10^6$$

Recuerda:

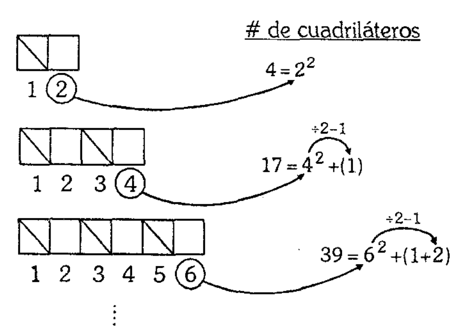
$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$

∴ Clave c

Resolución 31.

Razonando inductivamente:



En el problema:

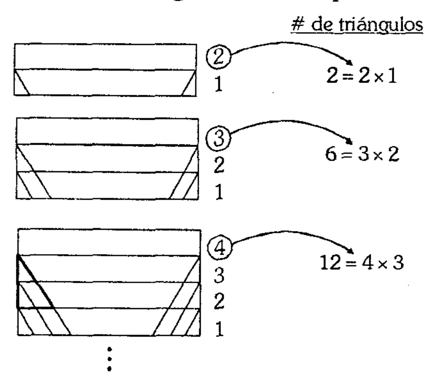
$$\text{total} = 40^2 + (1+2+3+\ldots+\overset{\frac{40}{2}-1}{19}) = 1600 + \frac{19\times 20}{2}$$

$$= 1790$$

∴ Clave d

Resolución 32.

Analizando tres figuras más simples:

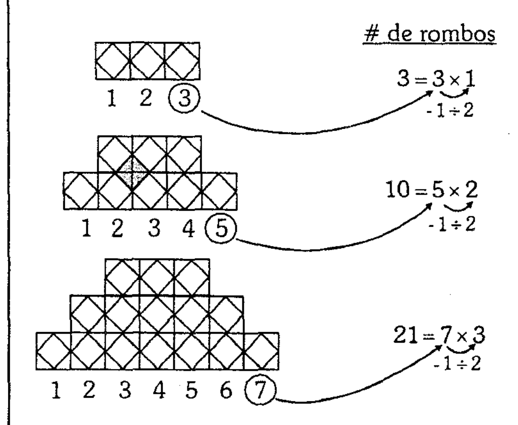


En el problema:

total de triángulos $= 11 \times 10 = 110$

∴ Clave a

Resolución 33.



En el problema:

total de rombos $= 61 \underset{-1 \div 2}{\times} 30 = 1830$

∴ Clave b

Resolución 34.

Contando los palitos en cada figura tenemos:

# de figura:	1°	2°	3°	...	20°
# de palitos:	12	28	48	.....	?
	2×6	4×7	6×8		40×25

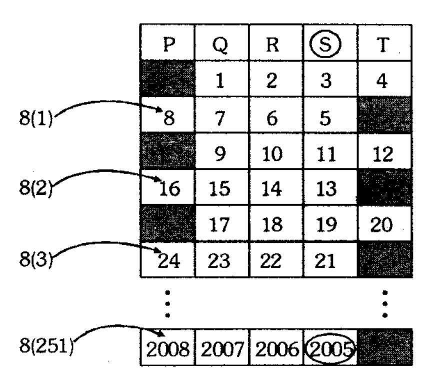
Entonces:

$$\#\ \text{palitos} = 40 \times 25 = 1000$$

∴ Clave e

Resolución 35.

Analizando:



	P	Q	R	(S)	T
	■	1	2	3	4
8(1) →	8	7	6	5	■
	■	9	10	11	12
8(2) →	16	15	14	13	■
	■	17	18	19	20
8(3) →	24	23	22	21	■
	⋮				⋮
8(251) →	2008	2007	2006	(2005)	■

$\therefore$ Aparecerá en la columna S.

$\therefore$ Clave c

Resolución 36.

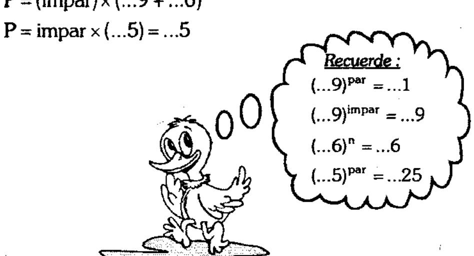
Trabajando con las cifras terminales:

$$P=(\underbrace{\underbrace{32^5}_{par}+\underbrace{21^7}_{impar}}_{impar})^{219}\times(\underbrace{\underbrace{216^{13}}_{par}-\underbrace{615^{23}}_{impar}}_{impar})\times(29^{29}+66^{66})$$

$P=(\text{impar})\times(\text{impar})\times((\ldots9)^{\text{impar}}+(\ldots6)^{66})$

$P=(\text{impar})\times(\ldots9+\ldots6)$

$P=\text{impar}\times(\ldots5)=\ldots5$



Luego: $P^{2002}=(\ldots5)^{2002}=(\ldots5)^{par}=\ldots25$

Suma de 2 últimas cifras: $2+5=7$

$\therefore$ Clave d

Resolución 37.

Aplicando inducción:

$$S_1=\frac{2^2}{①^2}=\frac{4}{1}\ \ (+3)$$

$$S_2=\frac{2^2+4^2}{1^2+③^2}=\frac{20}{10}=\frac{6}{3}\ \ (+3)$$

$$S_3=\frac{2^2+4^2+6^2}{1^2+3^2+⑤^2}=\frac{56}{35}=\frac{8}{5}\ \ (+3)$$

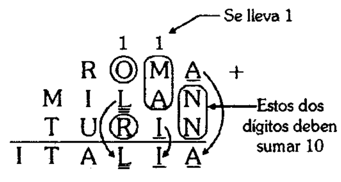
$\vdots$

Luego: $S=\dfrac{2^2+4^2+6^2+\ldots+2002^2}{1^2+3^2+5^2+\ldots+2001^2}=\dfrac{2004}{2001}$

$\therefore$ Clave b

Resolución 38.

Analizando se tiene:



$\Rightarrow \quad M+A=9$

$\Rightarrow \quad O+R=9$

Piden: $\quad A+M+O+R=9+9=18$

$\therefore$ Clave b

Resolución 39.

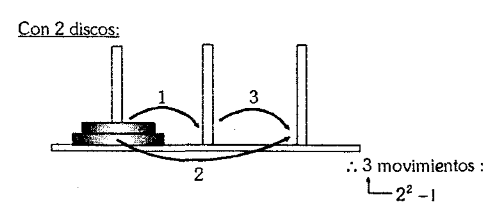
Analizando 3 casos más simples.

Con 1 disco:

1

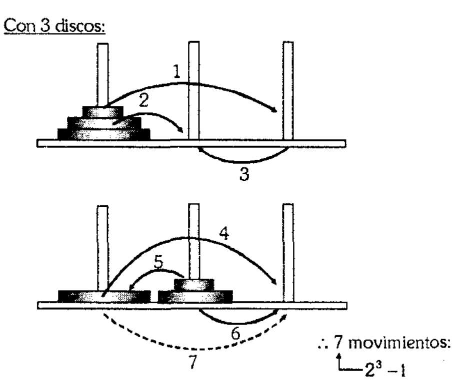
$\therefore$ 1 movimiento : 2^1-1

Con 2 discos:



∴ 3 movimientos : 2^2-1

Con 3 discos:



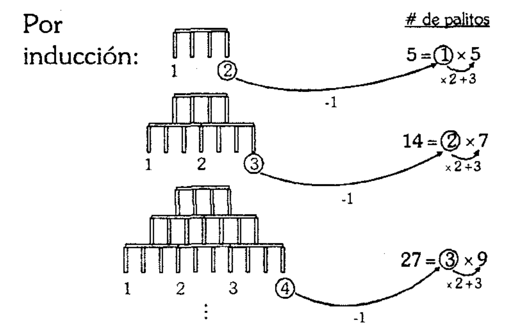
∴ 7 movimientos: 2^3-1

∴ Con "n" discos se deben hacer (2^n-1) movimientos.

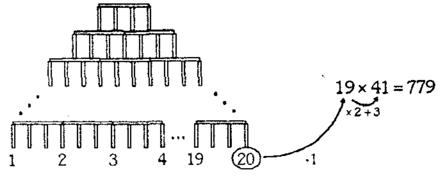
∴ Clave e

Resolución 40.

Por inducción:



En el problema:



Hay 779 palitos en total.

∴ Clave c

Resolución 41.

Como: $a+b-c=3 \Rightarrow a-c=3-b$

Además: $a^2+b^2-c^2=9$

$a^2-c^2=9-b^2$

$(a+c)(a-c)=(3+b)(3-b)$

Reemplazando: $(a+c)\cancel{(3-b)}=(3+b)\cancel{(3-b)}$

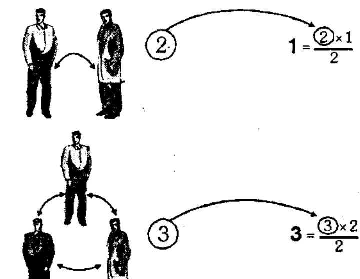
$a+c=3+b$

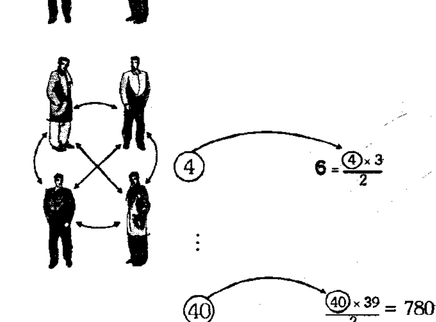
$\therefore\ a-b+c=3$

∴ Clave c

Resolución 42.

\# de personas   # de apretones





⋮

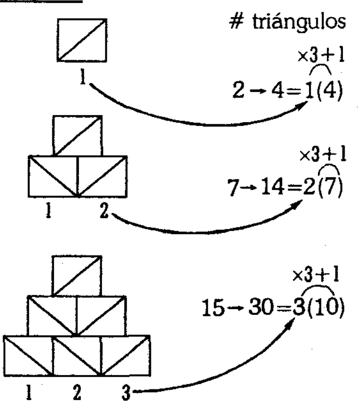
$40 \qquad \dfrac{40 \times 39}{2} = 780$

En el problema:

Se contaron 780 apretones de mano.

∴ Clave c

Resolución 43.

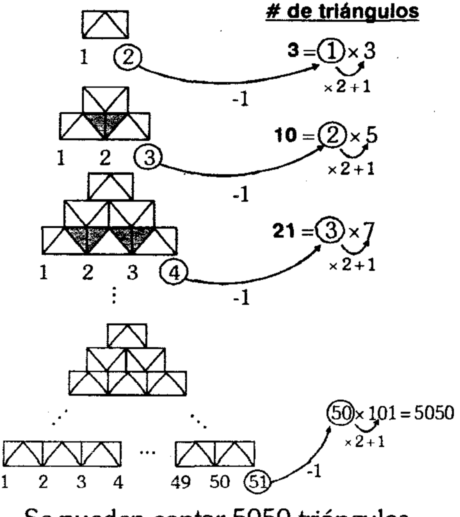


En el problema:
de triángulos $20(61) \div 2 = 610$

∴ Clave b

Resolución 44.

Analizando tres figuras muy parecidas al problema, pero más simples, tenemos:

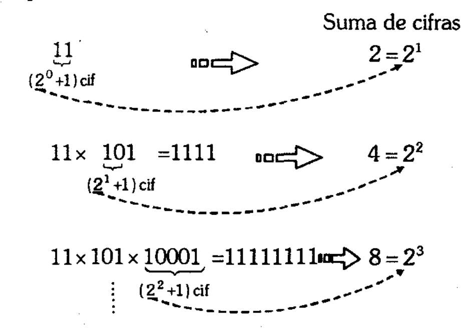


∴ Se pueden contar 5050 triángulos.

∴ Clave c

Resolución 45.

Aplicando inducción:



En el problema:

$$M = 11 \times 101 \times 10001 \times \ldots \times \underbrace{100\ldots01}_{(2^{10}+1)\text{cif}} \Rightarrow S_{cifras} = 2^{11} = 2048$$

∴ Clave b

Resolución 46.

Como: $a + b + c = 0$

Hacemos: $a = 1$; $b = 1$; $c = -2$

$$x = \frac{1^2}{(1)(-2)} + \frac{1^2}{(1)(-2)} + \frac{(-2)^2}{(1)(1)}$$

Luego: $x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 4 = 3$

Aplicando inducción: $M = (\underbrace{3333 \ldots 33}_{100 \text{ cifras}})^2$

$M_1 = \underbrace{3}_{1 \text{ cif}}{}^2 = 9 \Rightarrow S_{cifras} = 9(1)$

$M_2 = \underbrace{33}_{2 \text{ cif}}{}^2 = 1089 \Rightarrow S_{cifras} = 9(2)$

$M_3 = \underbrace{333}_{3 \text{ cif}}{}^2 = 110889 \Rightarrow S_{cifras} = 9(3)$

⋮

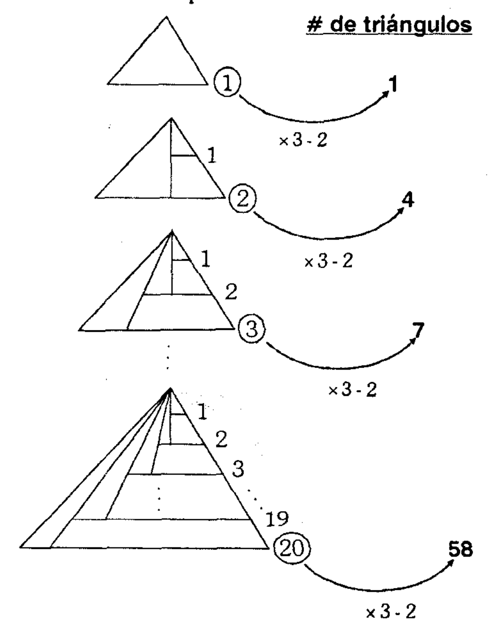
En el problema:

$$M = (\underbrace{3333\ldots33}_{100\,cif})^2 \Rightarrow S_{cifras} = 9(100) = 900$$

∴ Clave d

Resolución 47.

Analizando tres figuras simples, pero parecidas a la del problema tenemos:

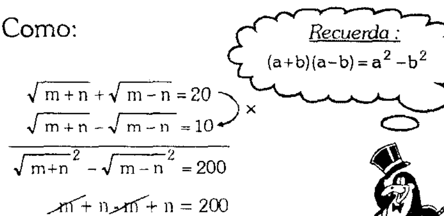


∴ Hay 58 triángulos en total.

∴ Clave b

Resolución 48.

Como:



$$\sqrt{m+n} + \sqrt{m-n} = 20$$
$$\sqrt{m+n} - \sqrt{m-n} = 10 \quad \times$$
$$\sqrt{m+n}^2 - \sqrt{m-n}^2 = 200$$
$$m + n - m + n = 200$$
$$2n = 200$$
$$n = 100$$

Piden: $\sqrt{n} = \sqrt{100} = 10$

∴ Clave e

Resolución 49.

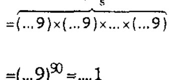
Piden:

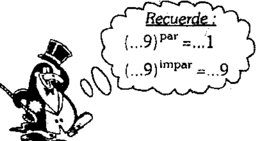
$$\overbrace{101\times103\times107\times109 \times 111\times113\times117\times119\times \ldots \times 991\times993\times997\times999}^{total: 4(90) = 360\ \#}$$

$$= \overbrace{(\ldots1\times\ldots3\times\ldots\times7\times\ldots9)\times(\ldots1\times\ldots3\times\ldots7\times\ldots9)\times\ldots\times(\ldots1\times\ldots3\times\ldots7\times\ldots9}^{360\ \#_s}$$

$$= \overbrace{(\ldots9)\times(\ldots9)\times\ldots\times(\ldots9)}^{90\ \#_s}$$

$$= (\ldots9)^{90} = \ldots1$$





∴ La última cifra es 1.

∴ Clave a

Resolución 50.

Dando forma:

$$\sqrt[48]{(5+\sqrt{24})^7} = \sqrt[48]{(\sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{6})^7}$$

$$= \sqrt[48]{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{14}} = \sqrt[24]{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^7}$$

$$= \left(\sqrt[24]{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3}\right)\left(\sqrt[24]{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^4}\right)$$

$$= \left(\sqrt[8]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt[6]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$$

Comparando:

$$\left(\sqrt[k+1]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt[k-1]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) = \left(\sqrt[8]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt[6]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$$

∴ $k = 7$

∴ Clave d

Resolución 51.

Aplicando inducción:

Diferencia

$k_1 = \dfrac{2}{1}$ ⟶ $2 - 1 = 1$

$k_2 = \dfrac{2+4}{1+3} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$ ⟶ $3 - 2 = 1$

$k_3 = \dfrac{2+4+6}{1+3+5} = \dfrac{12}{9} = \dfrac{4}{3}$ ⟶ $4 - 3 = 1$

Se observa que la diferencia de términos siempre es 1 sin importar la cantidad de sumandos.

$\therefore$ Dif de términos de k = 1.

$\therefore$ Clave a

Resolución 52.

Calculando la última cifra de cada factor:

$$2^1 + 6 = \ldots 8$$
$$2^2 + 66 = \ldots 0$$
$$2^3 + 666 = \ldots 4$$
$$\vdots$$
$$2^{10} + \underbrace{666\ldots6}_{10\text{ cif}} \ldots 0$$

Reemplazando en:

$$(2^1+6)(2^2+66)(2^3+666)\ldots(2^{10}+\underbrace{666\ldots6}_{10\text{cif}}) = \sqrt{\overline{\ldots abcd}}$$
$$(\ldots8)\times(\ldots0)\times(\ldots4)\times\ldots\times(\ldots0) = \sqrt{\overline{\ldots abcd}}$$
$$\ldots00 = \sqrt{\overline{\ldots abcd}}$$
$$(\ldots00)^2 = \overline{\ldots abcd}$$
$$\ldots0000 = \overline{\ldots abcd}$$

$\Rightarrow$ a = b = c = d = 0

Piden: a + b + c = 0

$\therefore$ Clave e

Resolución 53.

Aplicando inducción:

$n = 2 \Rightarrow M_1 = \sqrt{99 - 18} = \sqrt{81} = 9 \quad \mapsto \Sigma\text{ cif} = 9(1)$

$n = 3 \Rightarrow M_2 = \sqrt{9999 - 198} = \sqrt{9801} = 99 \quad \mapsto \Sigma\text{ cif} = 9(2)$

$n = 4 \Rightarrow M_3 = \sqrt{999999 - 1998} = \sqrt{998001} = 999 \quad \mapsto \Sigma\text{ cif} = 9(3)$

En el problema:

Suma de cifras = 9(n − 1).

$\therefore$ Clave e

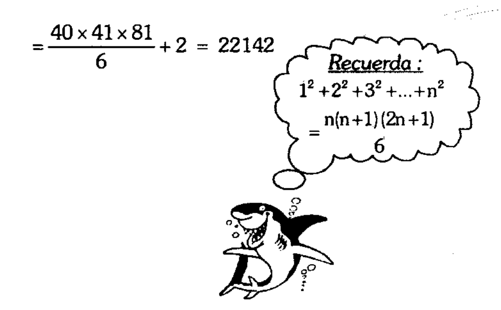
Resolución 54.

Contando los cuadrados en cada figura:

# de figura :	1°	2°	3°	.....	40°
# de cuadrados :	3	7	16	.....	S
	1^2+2	1^2+2^2+2	$1^2+2^2+3^2+2$		

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 40^2 + 2$$

$$= \frac{40 \times 41 \times 81}{6} + 2 = 22142$$

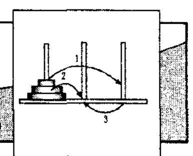


$\therefore$ Tendrá 22142 cuadrados.

$\therefore$ Clave c

Primera Práctica

Raz. Inductivo - Deductivo

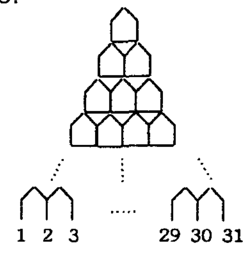


01 En el siguiente arreglo, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra INTERNET?

```
              T
            T E T
          T E N E T
        T E N R N E T
      T E N R E R N E T
    T E N R E T E R N E T
  T E N R E T N T E R N E T
T E N R E T N I N T E R N E T
```

a) 128 b) 63 c) 127
d) 255 e) 256

02 ¿Cuántos palitos hay en el siguiente arreglo?



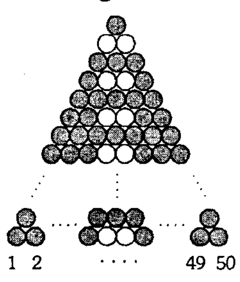
a) 961 b) 1 922 c) 1 395
d) 1860 e) 1 984

03 Halle el valor de E y dé como respuesta la suma de sus cifras

$$E = \sqrt{9999 \times 10000 \times 10001 \times 10002 + 1}$$

a) 36 b) 21 c) 37
d) 30 e) 27

04 ¿Cuántas esferas sombreadas hay en el siguiente arreglo?



a) 1 325 b) 1 520 c) 1 525
d) 1 220 e) 1 225

05 Halle el valor de P.

$$P = \frac{1 \times 3 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + ... + 99 \times 3^{50}}{49 \times 3^{51} + 3} + 50$$

a) 51 b) 52 c) 55
d) 49 e) 60

06 Se tiene que:

$$376 + 2376^2 + 3376^3 + ... + 20376^{20} = \overline{....abc}$$

Halle: $(a+b+c)^2$

a) 25 b) 16 c) 36
d) 49 e) 9

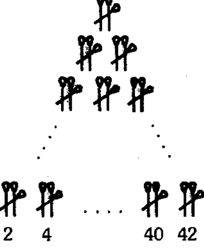
07 Halle el máximo valor de $a \times b$ si a y b son números enteros positivos y además se cumple que $2(a^2+b^2) = 201^2 + 1$

a) 2 001 b) 9 999 c) 10 100
d) 1 989 e) 12 345

08 Halle el máximo valor de $C + H$ si se cumple que $\overline{DOS} \times 4 = \overline{OCHO}$ y todas las cifras son significativas.

a) 10 b) 13 c) 18
d) 17 e) 15

09 Si se dispone de 700 cerillos y se desea construir el siguiente castillo, ¿sobrarán o faltarán cerillos y cuántos?



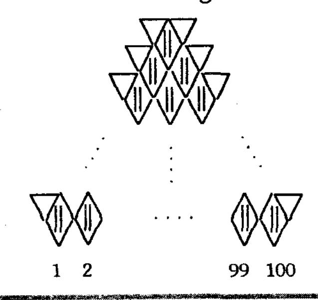
a) faltan 11 cerillos.
b) sobran 11 cerillos.
c) faltan 7 cerillos.
d) sobran 7 cerillos.
e) sobran 13 cerillos.

10 Calcule el valor de la siguiente expresión:

$$A = \frac{\overbrace{(1\times3+3\times5+5\times7+\ldots)}^{\text{n sumandos}}+n}{\underbrace{1^2+2^2+3^2+\ldots}_{\text{n sumandos}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

11 ¿Cuántos cerillos se han empleado en la construcción del siguiente castillo?

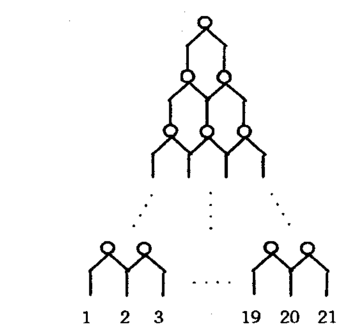


a) 17 180 b) 10 600 c) 15 00
d) 14 400 e) 20 800

12 En un campeonato de fulbito participan 30 equipos. Si todos juegan una vez con cada uno de los otros equipos, ¿cuántos partidos se jugarán en total?

a) 435 b) 465 c) 930
d) 870 e) 1120

13 ¿Cuál es la diferencia entre el número de cerillos y el número de circunferencias en el siguiente arreglo?



a) 400 b) 440 c) 600
d) 490 e) 500

14 Indicar la suma de cifras de:

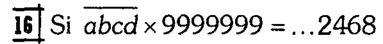
$$E = \sqrt{123456789 - 2468}$$

a) 10 b) 8 c) 9
d) 6 e) 5

15 Se tiene 300 fichas ordenadas en una fila de la siguiente manera: una blanca, una amarilla, una roja, una blanca, una amarilla, una roja, ...; una jugada es el intercambio de posición de

dos fichas adyacentes. ¿Cuál es el mínimo número de jugadas necesarias para reordenar las fichas de la siguiente manera: Primero todas las blancas, luego todas las amarillas y al último todas las rojas?

a) 9 900 b) 14 850 e) 10 000
d) 14 550 e) 12 350

16 
Si $\overline{abcd} \times 9999999 = \ldots 2468$

Calcular: "a + b + c + d"

a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

17 Halle el valor de k en:

$$k = \sqrt{\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} - n}$$

a) 1 b) $n-1$ c) n
d) $n+1$ e) $n+2$

18 ¿De cuántas maneras se puede leer la palabra "FAUSTINOS"?

F	A	U	S	T
A	U	S	T	I
U	S	T	I	N
S	T	I	N	O
T	I	N	O	S

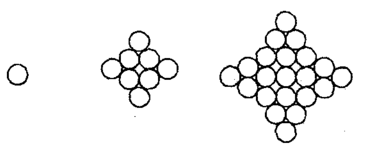
a) 20
b) 25
c) 35
d) 70
e) 65

19 Calcule la suma de cifras del resultado de operar:

$$M = (\underbrace{333.....34}_{20 \text{ cifras}})^2$$

a) 120 b) 144 c) 81
d) 210 e) 121

20 ¿Cuántas bolitas se contarán en la figura F_{20}?



a) 1 200 b) 960 c) 800
d) 1 160 e) 820

21 Calcular la suma de todos los elementos de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 & \ldots & 20 \\ 4 & 6 & 8 & 10 & \ldots & 22 \\ 6 & 8 & 10 & 12 & \ldots & 24 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 20 & 22 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix}$$

a) 2 500 b) 24 500 c) 2 000
d) 32 200 e) 2 800

22 En la base cuadrada de una pirámide se han usado 400 esferas de billar. ¿Cuántas esferas de billar se han usado en toda la pirámide?

a) 8 270 b) 2 870 c) 2 370
d) 3 450 e) 2 780

23 La figura muestra pasajes de números en forma de una L invertida.

1°	→	1	3	5	7	⋯
2°	→	1	4	7	10	⋯
3°	→	1	5	9	13	⋯
4°	→	1	6	11	16	⋯
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋱
100°	→	1 ⋯				

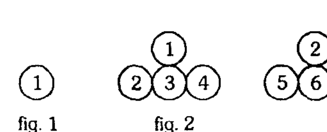
Halle la suma de los números ubicados en el último pasaje.

a) 10^3 b) 10^4 c) 10^5
d) 10^6 e) 10^7

24 En una circunferencia se ubican 17 puntos distintos ¿Cuántos arcos se pueden formar con dichos puntos?

A) 128 B) 144 C) 254
D) 262 E) 272

25 Determine la suma de los números ubicados en los círculos de la última fila de la figura 20.



a) 80 209 b) 1 973 c) 1 149
d) 14 859 e) 80 200

26 Calcule la suma de cifras del resultado de:

$$(\underbrace{888.....88}_{2000\text{ cifras}} - \underbrace{555.....55}_{2000\text{ cifras}})^2$$

a) 18 000 b) 20 000 c) 21 000
d) 15 000 e) 19 000

27 Si se sabe que:

$$\begin{array}{r} \overline{AZUL} + \\ \overline{LAZO} \\ \hline \overline{GLOZA} \end{array}$$

y que todas las letras representan cifras diferentes.

Halle: $M = \sqrt{4(Z+L)+A}$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 9

28 Si se sabe que: $\overline{toc} \times \overline{toc} = \overline{entre}$

calcule: c + o + n + o + c + e + r + e sabiendo que cada letra representa un dígito distinto y además o es cero.

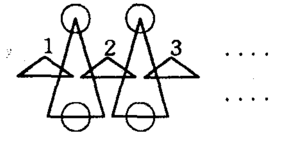
a) 30 b) 33 c) 36
d) 27 e) 35

29 Si: $N \times 375 = \ldots 625$
$N \times 427 = \ldots 021$

Halle las tres últimas cifras de $N \times 156$

a) 168 b) 188 c) 146
d) 224 e) 092

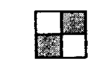
30 ¿Cuántos puntos de corte hay?

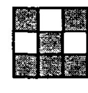


a) 240 b) 900 c) 232
d) 800 e) 80

31 ¿Cuántos cuadraditos pintados se contarán en F(25)?

F(1)


F(2)


F(3)

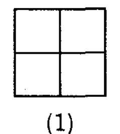
a) 400 b) 900 c) 600
d) 625 e) 490

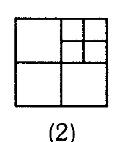
32 Hallar la suma de las cifras del resultado final de:

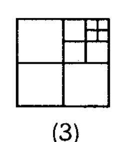
$$\underbrace{8 + 98 + 998 + 9998 + \ldots}_{45\text{ sumandos}}$$

a) 45 b) 44 c) 46
d) 47 e) 48

33 ¿Cuántos cuadrados se encontrarán en la posición número 20?


(1)


(2)


(3)

....

a) 96 b) 144 c) 400
d) 399 e) 81

34 Determine la última cifra de:

$$E=\overline{(1a)}^{\overline{1a}}+\overline{2(a+1)}^{\overline{2(a+1)}}+\overline{3(a+2)}^{\overline{(a+2)(a+2)}}$$

Si se sabe que:

$$\underbrace{4+44+444+\ldots}_{\overline{2a}\text{ sumandos}}=\overline{\ldots a}$$

a) 6 b) 7 c) 0
d) 8 e) 5

35 De la siguiente condición:

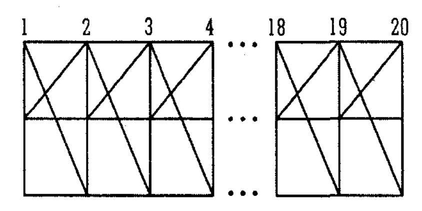
$$\overline{DOS}+\overline{DOS}+\overline{TRES}=\overline{SIETE}$$

Si cada letra distinta representa una cifra diferente.

Halle: D+O+R+I+S

a) 16 b) 10 c) 21
d) 18 e) 15

36 Calcule el total de triángulos:



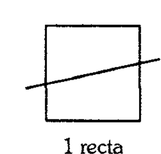
a) 160 b) 1680 c) 190
d) 208 e) 240

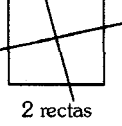
37 Halle el valor de:

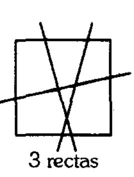
$$M=(425\times375\times160625+625\times625)^{\frac{1}{8}}$$

a) 12 b) 16 c) 10
d) 20 e) 40

38 ¿Cuál es el máximo número de regiones que se puede obtener al trazar 10 líneas rectas?


1 recta

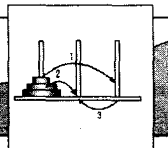

2 rectas


3 rectas

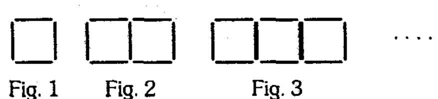
a) 63 b) 56 c) 54
d) 48 e) 60

Segunda Práctica

Raz. Inductivo - Deductivo



01 ¿Cuántos palitos se necesitan para formar la figura número 15?



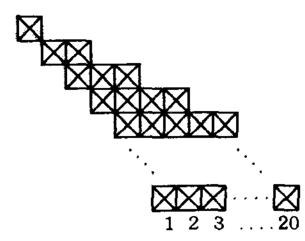
a) 24 b) 40 c) 32
d) 46 e) 52

02 ¿De cuántas formas se lee la palabra SOMOS?

```
            S
          S O S
        S O M O S
      S O M O M O S
    S O M O S O M O S
```

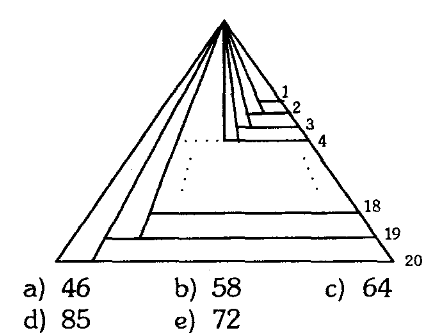
a) 186 b) 184 c) 180
d) 122 e) 61

03 Halle la cantidad de triángulos simples en la siguiente figura:



a) 480 b) 840 c) 400
d) 440 e) 820

04 En la siguiente figura, halle el número total de triángulos.



a) 46 b) 58 c) 64
d) 85 e) 72

05 ¿Cuántos puntos de intersección como máximo se contarán al intersectarse n circunferencias?

a) n^2 b) n^2-n c) n^2-1
d) n^2+n e) n^2+1

06 Calcule la suma de todos los números del siguiente arreglo:

```
        1
       1 1
      1 2 1
     1 3 3 1
    1 4 6 4 1
   .         .
  .           .
 1 10  ...  10 1
```

a) 2 049 b) 2 047 c) 1 025
d) 1 050 e) 4 050

07 ¿De cuántas maneras distintas se puede leer la palabra GIGANTE en el siguiente arreglo?

a) 256

b) 288

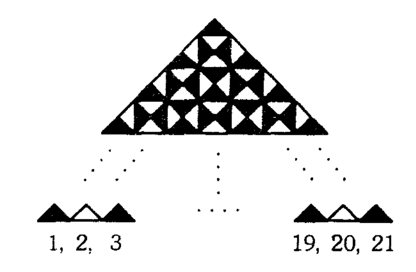
c) 192

d) 384

e) 512

E E E E E E E
T T T T T T
N N N N N
A A A A
G G G
I I
G
A A
N N N
T T T T
E E E E E

08 ¿Cuántos triángulos totalmente sombreados hay en?



Indicar la suma de cifras del resultado.

a) 7 b) 4 c) 11
d) 5 e) 8

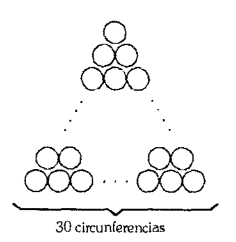
09 Si: $\boxed{2n} = 2\boxed{n}^{2002} - 1$

$\boxed{0{,}5} = 0$

Calcular: $\boxed{2^{2002}}$

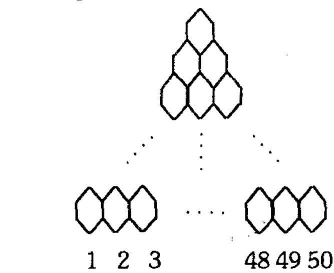
a) 2002 b) 0 c) –1
d) 1 e) 2001

10 ¿Cuántos hexágonos regulares se forman en total al unir los centros de las circunferencias, tal que en el interior de cada hexágono haya exactamente una circunferencia?



a) 370 b) 380 c) 378
d) 365 e) 392

11 Calcular el número total de palitos empleados en la construcción del siguiente panal.



a) 2 475 b) 1 825 c) 2 550
d) 5 050 e) 3 975

12 Si: $F(x) = \frac{x}{x+1}$

Calcular: $\underbrace{F(\ldots F(F(F(x)))\ldots)}_{\text{2002 paréntesis}}$

A) x B) $\frac{x}{2003x+1}$ C) 1
D) $\frac{1}{2002x+1}$ E) $\frac{x}{2002x+1}$

13 Obtenga el resultado de efectuar:

$$\sqrt[3]{2005 + 2006 \times 2007 \times 2008 + 2}$$

De cómo respuesta la suma de cifras.

a) 7 b) 12 c) 9
d) 8 e) 6

14 Calcule el valor de:

$$\frac{1\times1!+2\times2!+3\times3!+....+n\times n!}{(n+1)!-0!}$$

a) n b) n! c) n! – 1
d) 2 e) 1

15 ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer en forma continúa la palabra RECONOCER pudiendo repetir letra?

R R R R R
E E E E
R C C C R
E O O E
R C N C R
E O O C
R C C C R
E E E E
R R R R R

a) 3600 b) 3540 c) 4200
d) 4900 e) 3200

16 Simplificar:

$$E=\sqrt{\frac{11111111088888889}{123456787654322-1}}$$

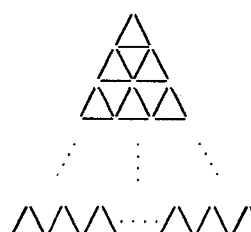
a) 3 b) 11 c) 7
d) 8 e) 2

17 Calcule la suma de cifras del resultado de efectuar:

$$M=81\,(12345679)^2$$

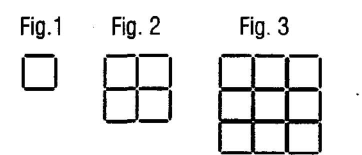
a) 100 b) 56 c) 92
d) 81 e) 76

18 Calcule el número total de palitos que se han usado en la construcción del siguiente castillo.



a) 1 935 b) 1 539 c) 1 593
d) 1 395 e) 1 359

19 ¿Cuántos palitos se necesitarán para formar la figura 50?



a) 5 100 b) 5 200 c) 3 500
d) 2 700 e) 6 100

20 Hallar la suma de las cifras del resultado final de:

$$\underbrace{8+98+998+9998+\ldots}_{45\text{ términos}}$$

a) 45 b) 44 c) 46
d) 47 e) 48

21 En qué cifras terminan las siguientes expresiones:

$F = (7+1)(7^2+1)(7^3+1)....(7^{300}+1)+8$

$T = (3-1)(3^2-1)(3^3-1)....(3^{400}-1)-7$

$D = (10+1)(10^2+3)(10^3+5)....(10^{500}+999)-1$

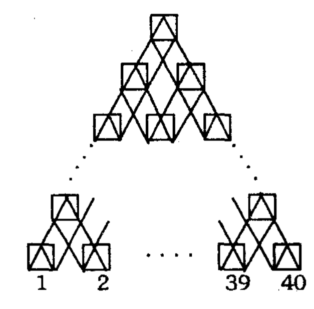
a) 0; 5 y 0 b) 0; 0 y 5 c) 8; 3 y 4
d) 4; 0 y 8 e) 3; 3 y 4

22 Si: $(2a+b)^{-c} = \frac{1}{5}$

Entonces el valor de:
$(b^2+4ab+4a^2)^c$ es:

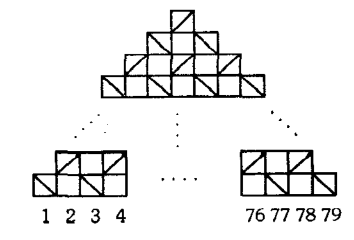
a) 1/25 b) 125 c) 1/125
d) 25 e) 5

23 ¿Cuántos triángulos se cuentan como máximo en la siguiente figura?



a) 4 000 b) 2 500 c) 5 050
d) 3 240 e) 3 600

24 Calcule el total de triángulos que hay en la siguiente figura.



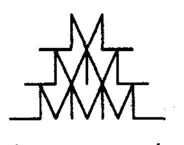
a) 1 640 b) 1 200 c) 1 580
d) 3 600 e) 1 720

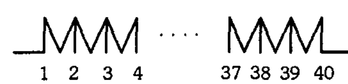
25 Si: $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} = k^2 + n$

Calcule k

a) n b) −1 c) −*n*
d) n + 1 e) n − 1

26 En la siguiente figura ¿Cuántos palitos se necesitaron para construirla?





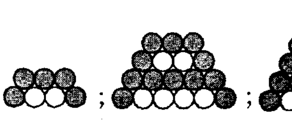
a) 2 300 b) 2 510 c) 2 475
d) 2 175 e) 2 457

27 ¿De cuántas formas distintas se puede leer la palabra RONALD uniendo letras vecinas?

R	O	N	A	L	D	L	A	N	O	R
O	N	A	L	D	L	D	L	A	N	O
N	A	L	D	L	A	L	D	L	A	N
A	L	D	L	A	N	A	L	D	L	A
L	D	L	A	N	O	N	A	L	D	L
D	L	A	N	O	R	O	N	A	L	D
L	D	L	A	N	O	N	A	L	D	L
A	L	D	L	A	N	A	L	D	L	A
N	A	L	D	L	A	L	D	L	A	N
O	N	A	L	D	L	D	L	A	N	O
R	O	N	A	L	D	L	A	N	O	R

a) 256 b) 252 c) 512
d) 508 e) 225

28 En la siguiente secuencia, determinar el número de círculos sombreados en la figura 18.



a) 406 b) 499 c) 396
d) 496 e) 586

29 Si: $2x + y + z = 0$

Calcular el valor de A:

$$A = \left(\frac{x+y}{x+z}\right)^{\left(\frac{x+y+z}{2x+3y}\right)^2} \times 199^{\overline{xy}} \times 2$$

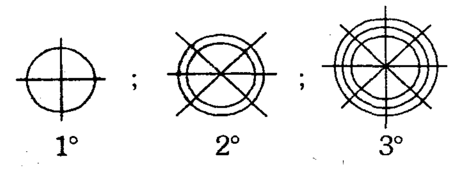
a) 1 b) −1 c) 0
d) 2 e) 1/2

30 Calcule $A \times B$, siendo

$$A = 1 + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{15}$$
$$B = 1 - \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{15}$$

a) 2 b) 6 c) 3
d) 4 e) 16

31 Calcule la suma del total de semicírculos y puntos de intersección en la figura 20.



a) 840 b) 841 c) 1600
d) 1680 e) 1681

32 Halle : $\overline{abcd} + \overline{mnpp} + \overline{xyzw}$

Si : $\overline{bd} + \overline{np} + \overline{yw} = 160$
$\overline{ac} + \overline{mp} + \overline{xz} = 127$
$\overline{ab} + \overline{mn} + \overline{xy} = 124$

a) 12340 b) 15290 c) 12590
d) 13590 e) 15590

33 En siguiente arreglo numérico, hallar el valor de x:

```
1  2  3  4  5 ······· 18  19  20
 3  5  7  9            37  39
  8  12  16              76
   20  28              .
     48              .
       .           .
         .       .
             x
```

a) 21×2^{16} b) 42×2^{18}
c) 23×2^{18} d) 21×2^{17}
e) 42×2^{17}

Tercera Práctica

Raz. Inductivo - Deductivo

01 ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "ADOLFO" usando letras vecinas?

```
          O
        F O
      L F O
    O L F O
  D O L F O
A D O L F O
```

a) 96
b) 35
c) 64
d) 63
e) 98

02 Halle el número total de palitos en la figura 100

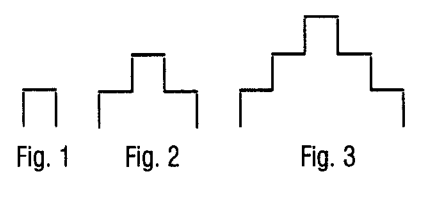


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

a) 360 b) 399 c) 400
d) 401 e) 422

03 ¿Cuántos triángulos simples hay en la figura 20?

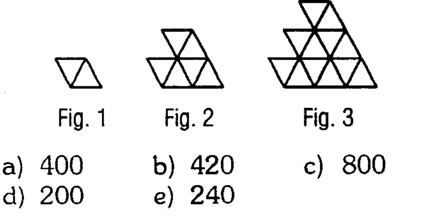


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

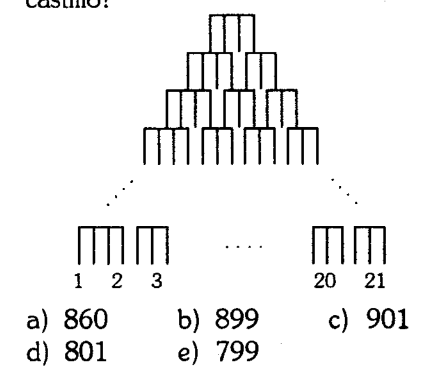
a) 400 b) 420 c) 800
d) 200 e) 240

04 Halle la cifra terminal de:

$$P = (\overline{PENSAR19} + \overline{RAZONAR99} - 12)^{\overline{LOMAXIMO}}$$

a) 7 b) 9 c) 3
d) 6 e) 0

05 ¿Cuántos palitos se emplearon en total para la construcción del siguiente castillo?



a) 860 b) 899 c) 901
d) 801 e) 799

06 Reconstruya la siguiente operación, sabiendo que cada asterisco representa una cifra, calcule la suma de los dígitos que representan los asteriscos.

```
       * 1 *  x
       3 * 2
     -------
       * 3 *
     3 * 2 *
   * 2 * 5
   ---------
   1 * 8 * 3 0
```

a) 41
b) 45
c) 42
d) 44
e) 43

07 Si: $\overline{RG} + \overline{RA} + \overline{RX} = \overline{MRM}$

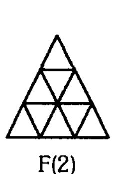
$\overline{GA}$ es el menor primo posible. Además letras diferentes son cifras diferentes, halle:

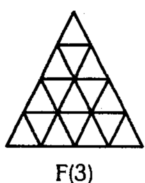
$$G + A + M + A + R + R + A$$

a) 36 b) 37 c) 39
d) 40 e) 41

08 ¿Cuántos palitos se usaron en la F(200)?

F(1)


F(2)


F(3)

a) 62 500 b) 58 200 c) 60 802
d) 65 200 e) 60 903

09 ¿De cuántas maneras se puede leer AMORARAROMA?

```
      R   R
    O   A   O
  M   R   R   M
A   O   A   O   A
  M   R   R   M
    O   A   O
      R   R
```

a) 224 b) 360 c) 272
d) 292 e) 320

10 Si: $A = (**)^{1/A}$; $B = (***)^{1/B}$;
$C = (****)^{1/C}$

Obs: Cada (∗) representa una cifra.

Halle A + B + C y dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

a) 11 b) 5 c) 3
d) 9 e) 13

11 Si:

$$\overline{\ldots cv} = v + \overline{cv} + \overline{vcv} + \overline{cvcv} + \ldots + \underbrace{\overline{vcvc\ldots vcv}}_{23\text{ cifras}}$$

Calcule: $\sqrt{(\overline{cv} - \overline{vc})(c - v)}$

a) 6 b) 10 c) 12
d) 5 e) 9

12 Halle "R": $R = \dfrac{2+4+6+\ldots+200}{1+3+5+\ldots+199}$

a) 101/100 b) 111/100
c) 100/101 d) 51/50
e) 50/51

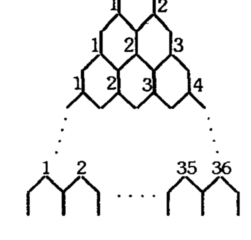
13 Encuentre el valor de:

$$\frac{(\overline{a0})^2 + (\overline{aa})^2 + (\overline{a2})^2}{(\overline{a3})^2 + (\overline{a4})^2} \; ; \; a < 5$$

si cada sumando es diferente.

a) 10 b) 2 c) 1/2
d) 1 e) 11

14 ¿Cuántos palitos hay en total?



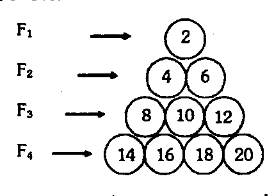
a) 1 020
b) 1 998
c) 3 050
d) 760
e) 2 034

15 Halle la suma de las cuatro últimas cifras de S:

$$S = \underbrace{7 + 7\times 11 + 3\times 7\times 37 + 7\times 11\times 101 + \ldots}_{36\text{ sumandos}}$$

a) 14 b) 2 c) 5
d) 8 e) 10

16 Calcule la suma de los números de la fila 20 en:



a) 8 020 b) 4 040 c) 16 020
d) 8 000 e) 16 000

17 Al determinar el MCM de A, B y C se obtuvo:

A – B – C	13
7 – D – 10	E
F – 1 – 2	G
F 1	7
1	

A, B y C son 13. Calcule: A + B – C

a) 19 b) 38 c) 26
d) 42 e) 52

18 Si:

$$\begin{array}{r} FELIZ - \\ DIA \\ \hline MAMA \end{array}$$

Además $0 < Z < I < L < 5$

Halle la suma de las cifras de:

$$\overline{FIDELIDAD}$$

a) 32 b) 28 c) 38
d) 41 e) 29

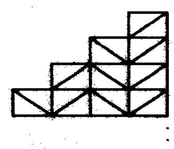
19 Si: $m = \dfrac{1}{a-b}$; $n = \dfrac{1}{a+b}$

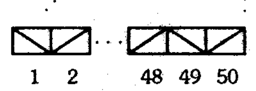
Calcule el valor de A, si:

$$A = \left(\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}\right)\left(\frac{ab}{a^2+b^2}\right)$$

a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4
d) 2 e) 1/5

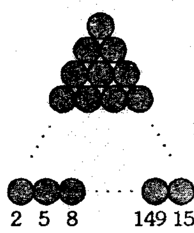
20 ¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?





a) 3 775 b) 2 105 c) 5 050
d) 2 500 e) 1 27501

21 Al unir los centros de los círculos se forman sectores de 60°. ¿Cuántos de éstos se contarán en total?



a) 2 500 b) 2 750 c) 6 500
d) 6 600 e) 7 500

22 Se tiene un tablero dividido en "n+1" columnas y "n" filas, todos ellos del

mismo ancho, si en dicho tablero se dibuja una de las diagonales principales. ¿A cuántos casilleros cortará dicha diagonal?

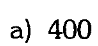
a) $2n + 2$ b) $2n$ c) $n + 2$
d) $3n + 1$ e) $n(n + 1)$

23 Calcule:

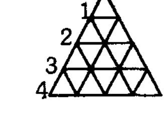
$$M = \frac{1\times 2^2 + 1\times 2\times 3^2 + ... + 1\times 2\times 3\times .....\times 29\times 30^2}{(1\times 2\times 3\times .....\times 30\times 31) - 2}$$

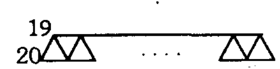
a) 31 b) 0 c) 300
d) 1/2 e) 1

24 ¿Cuántos rombitos de la forma y tamaño de $\Diamond$, ▱, ▱ hay en la siguiente figura?



a) 400
b) 420
c) 800
d) 570
e) 210





25 Calcule la raíz cuadrada de la suma de cifras del resultado de "A".

$$A = \left(\underbrace{888...88}_{100\ \text{cifras}}\right)^2 - \left(\underbrace{111....11}_{100\ \text{cifras}}\right)^2$$

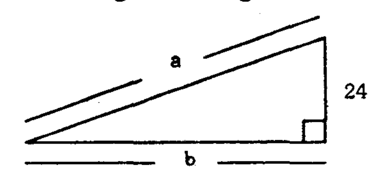
a) 30 b) 11 c) 36
d) 28 e) 36

26 ¿En qué cifra termina?

$$E = (2468)^{375}$$

a) 8 b) 4 c) 0
d) 1 e) 2

27 Sea el triángulo rectángulo:



Halle el máximo valor de b; si:

$$a \text{ y } b \in Z$$

a) 141 b) 143 c) 145
d) 147 e) 149

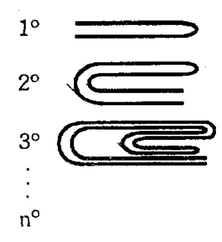
28 Calcule la suma de cifras al operar: A + B.

$$A = \sqrt[3]{1127\times 1129\times 1131 + 4\times 1129}$$

$$B = \sqrt[3]{1123\times 1125\times 1127 + 4\times 1125}$$

a) 11 b) 12 c) 13
d) 15 e) 16

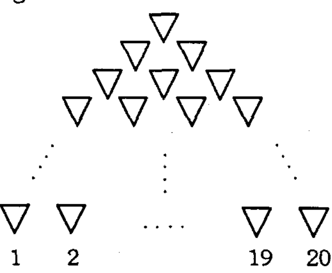
29 Un papel se dobla del siguiente modo:



¿Cuántos dobleces tendrá el papel en la enésima vez?

a) $2n - 1$ b) $2^n - 1$ c) 2^{n-1}
d) n^2 e) $2n$

30 Calcule el número de segmentos de recta existentes en el siguiente castillo triangular.



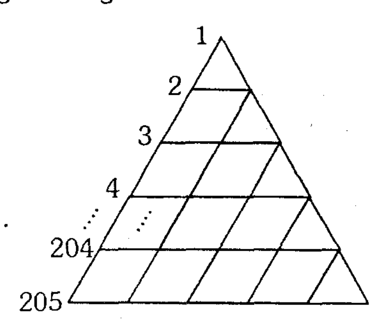
a) 630 b) 1 240 c) 970
d) 1 300 e) 1 150

31 Calcular:

$$R = \sqrt[2006]{\underbrace{999...984}_{1003\ cif} \times \underbrace{1000...016}_{1004\ cif} + 256}$$

a) 12 b) 100 c) 10
d) 8 e) 1

32 Calcular el número de triángulos en la siguiente figura:



a) 21490 b) 20910 c) 29010
d) 21910 e) 20830

33 Hallar la suma de todos los números del siguiente arreglo numérico:

1	4	7	10	...	28
4	7	10	13	...	31
7	10	13	16	...	34
10	13	16	19	...	37
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
28	31	34	37	...	55

a) 2700 b) 2800 c) 2400
d) 2870 e) 1400

34 Hallar la suma total de todos los números de 20 cifras cuya suma de cifras sea 179.

Dar como respuesta la suma de sus cifras.

a) 169 b) 180 c) 170
d) 145 e) 165

35 Deducir el valor de x^2.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x}-1}}{3} + \frac{3}{\sqrt{\sqrt{x}-1}} = 2$$

a) 10 b) 10000 c) 100
d) 25 e) 36

CLAVES RAZONAMIENTO INDUCTIVO - DEDUCTIVO

PRIMERA PRÁCTICA				
01. d	02. d	03. c	04. e	05. a
06. d	07. c	08. d	09. d	10. d
11. e	12. a	13. b	14. e	15. b
16. d	17. d	18. d	19. e	20. d
21. c	22. b	23. d	24. e	25. d
26. a	27. d	28. b	29. b	30. c
31. c	32. a	33. e	34. e	35. a
36. c	37. d	38. b		

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. d	02. a	03. b	04. b	05. b
06. b	07. b	08. d	09. d	10. c
11. e	12. e	13. c	14. e	15. a
16. a	17. d	18. d	19. a	20. a
21. c	22. d	23. d	24. a	25. d
26. e	27. b	28. c	29. a	30. b
31. e	32. c	33. a		

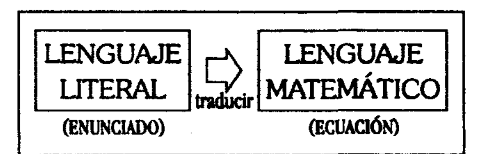
TERCERA PRÁCTICA				
01. a	02. b	03. b	04. d	05. a
06. e	07. e	08. e	09. c	10. c
11. c	12. a	13. d	14. e	15. a
16. a	17. c	18. c	19. a	20. a
21. e	22. b	23. e	24. d	25. a
26. e	27. b	28. c	29. b	30. a
31. c	32. b	33. b	34. a	35. b

Capítulo 03

PLANTEO DE ECUACIONES

INTRODUCCIÓN

El plantear una ecuación significa que el enunciado de cualquier problema que se tenga hay que interpretarlo, entenderlo y una vez comprendido, hay que expresarlo en una ecuación matemática, lo cual dará solución al problema planteado.



A continuación veamos algunos ejemplos de fragmentos de enunciados y su respectiva representación matemática.

LENGUAJE COMÚN (enunciado)	LENGUAJE MATEMÁTICO (ecuación)
♦ El triple de un número aumentado en cinco.	$\Rightarrow 3x+5$
♦ El triple, de un número aumentado en 5.	$\Rightarrow 3(x+5)$
♦ A excede a B en 3.	$\Rightarrow A-B=3$
♦ M es excedido por N en 5.	$\Rightarrow N-M=5$
♦ La edad de Ángel es 3 veces la edad de Betty.	Ángel: 3x; Betty: x; 3 veces
♦ La edad de Ángel es 3 veces más que la edad de Batty.	4x; x; 3 veces más <> 4 veces
♦ La suma de tres números consecutivos es 30.	$\Rightarrow x+(x+1)+(x+2)=30$
♦ He comprado tantas camisas como el triple de soles que me costo cada una.	# de soles c/u : x # de camisas: $3x$
♦ En una reunión por cada 3 hombres hay 4 mujeres.	# de hombres: $3x$ # de mujeres: $4x$

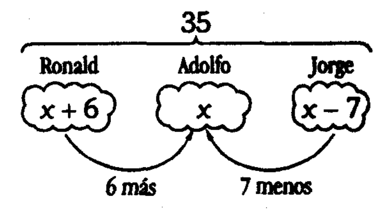
EJEMPLO 01.-

Entre Ronald, Adolfo y Jorge tienen 35 cervezas. Ronald tiene 6 cervezas más que Adolfo y Jorge tiene 7 cervezas menos que Adolfo. ¿Cuántas cervezas tiene Ronald?

a) 12 b) 18 c) 5
d) 21 e) 20

Resolución:

Del enunciado:



Planteamos:

$$(x+6)+x+(x-7)=35$$
$$3x-1=35$$
$$3x=36$$
$$x=12$$

∴ Ronald tiene: 12 + 6 = 18 cervezas.

∴ Clave b

EJEMPLO 02.-

El exceso del triple de un número sobre 42 equivale al exceso de 286 sobre el número. ¿Cuál es el número?

a) 80 b) 92 c) 83
d) 72 e) 82

Resolución:

Sea "x" el número

El triple del número: $3x$

El exceso del triple del número sobre 42: $3x-42$

El exceso de 286 sobre el número: $286-x$

Planteamos:

$$\Rightarrow 3x-42=286-x$$
$$3x+x=286+42$$
$$4x=328$$
$$x=82$$

∴ El número es 82.

∴ Clave e

EJEMPLO 03.-

Hallar dos números consecutivos tales que los 4/5 del mayor equivalga al menor disminuido en 4. Dé como respuesta la suma de los números.

a) 24 b) 25 c) 48
d) 49 e) 52

Resolución:

Sean los números: x (menor), $x+1$ (mayor)

Planteando:

$$\tfrac{4}{5}(x+1)=x-4$$
$$4x+4=5x-20$$
$$x=24$$

Piden: $24+25=49$

∴ Clave d

EJEMPLO 04.-

En una reunión se encuentran tantos hombres como tres veces el número de mujeres. Después se retiran 8 parejas y el número de hombres que aún quedan es igual a 4 veces más que el número de mujeres. ¿Cuántas personas en total había al inicio de la fiesta?

a) 64 b) 16 c) 48
d) 58 e) 72

Resolución:

Del enunciado:

(−8: de Inicio a Después)

	Inicio	Después
# hombres	$3x$	$3x-8$
# mujeres	x	$x-8$

$$\Rightarrow \quad 3x-8=\overset{\text{4 veces más}}{5}(x-8)$$
$$3x-8=5x-40$$
$$32=2x$$
$$x=16$$

Al inicio había: $4(16)=64$ personas.

∴ Clave a

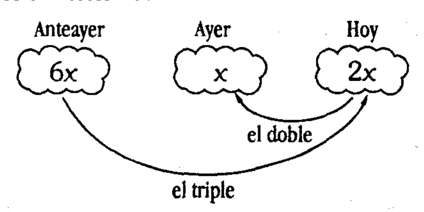
EJEMPLO 05.-

Anteayer tuve el triple de lo que tengo hoy, y lo que tengo hoy es el doble de lo que tenía ayer, que fue S/.50 menos que anteayer. ¿Cuántos soles me falta para comprarme un pantalón que cuesta S/.60?

a) S/.30 b) S/.40 c) S/.50
d) S/.20 e) S/.35

Resolución:

Del enunciado:



Como lo que tenía ayer fue S/.50 menos que anteayer:

$$6x-x=50$$
$$5x=50$$
$$x=10$$

∴ Tengo: $2(10)=$ S/.20 y para comprar el pantalón de S/.60 me falta S/.40.

∴ Clave b

RETO MORTAL

Lo que te falta para pagarme, es tantas veces más lo que te falta para pagarle a él lo que le debes, como el número de veces que contiene tu deuda con él a lo que tú tienes. Calcule lo que me debes y lo que tienes; si tu deuda con él es de S/.2. Dé como respuesta el producto.

a) 32 b) 4 c) 9
d) 16 e) 25

Problemas Resueltos
PLANTEO DE ECUACIONES

PROBLEMA 01

Caperucita Roja va por el bosque llevando una cesta de manzanas para su abuelita. Si en el camino la detiene el lobo y le pregunta. ¿Cuántas manzanas llevas en tu canasta? Caperucita para confundirlo y escapar le dice: "llevo tantas decenas como el número de docenas más uno. ¿cuántas manzanas llevaba Caperucita Roja.

a) 30 b) 6 c) 60
d) 120 e) 180

Resolución.-

Sea "x" el número de manzanas entonces:

$$\# \text{ de decenas } = \frac{x}{10}$$

$$\# \text{ de docenas } = \frac{x}{10}$$

Planteando: $\frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 1$

Multiplicamos por 60. $6x = 5x + 60$
$x = 60$

∴ Llevaba 60 manzanas.

∴ Clave c

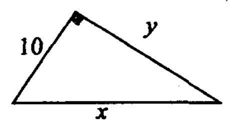
PROBLEMA 02

Si uno de los catetos de un triángulo mide 10 cm. ¿Cuál es el mayor valor entero que puede tomar la hipotenusa? Si el otro cateto tiene una longitud entera de centímetros.

a) 21cm. b) 12cm. c) 25cm.
d) 26cm. e) 20cm.

Resolución:

Del enunciado:



Aplicando Pitágoras.

$$x^2 = y^2 + 10^2$$

$$x^2 - y^2 = 100$$

$$(x+y)(x-y) = 50 \times 2$$

$$x + y = 50$$
$$x - y = 2$$
$$2x = 52$$
$$x = 26$$

∴ El mayor valor entero es 26 cm.

∴ Clave d

PROBLEMA 03

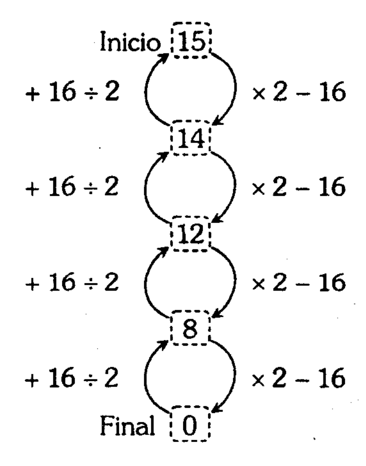
Marcelo entra a una iglesia donde está San Gerónimo, una santo muy milagro-

so, cada vez que entra a la iglesia le duplica el dinero que lleva, con la condición que cada vez que le hace un milagro le deje una limosna de S/.16. Un día queriendo volverse rico Marcelo realiza 4 visitas, pero fue tan grande su sorpresa porque se quedó sin un sol. ¿Cuánto llevaba Marcelo al inicio?

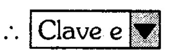
a) S/.16 b) S/.7 c) S/.25
d) S/.35 e) S/.15

Resolución:

Haciendo un esquema y completando desde el final.



∴ Al inicio llevaba S/.15.

∴ 

PROBLEMA 04

Con dos números enteros y positivos fueron realizadas las 4 operaciones siguientes: los sumaron, restaron el menor del mayor, los multiplicaron y dividieron el mayor del menor. Si la suma de los 4 resultados fue 243. ¿Cuál es el mayor de dichos números?

a) 27 b) 24 c) 54
d) *b* o c e) 8

Resolución:

Sean "x" e "y" los números ($x > y$)

Planteando:

$$(x+y)+(x-y)+xy+\frac{x}{y}=243$$

$$xy+2x+\frac{x}{y}=243$$

$$\frac{x}{y}(y^2+2y+1)=243$$

$$\frac{x}{y}(y+1)^2 = \begin{cases} 3\times 9^2 \\ 27\times 3^2 \end{cases}$$

Considerando los dos casos:

$\frac{x}{y}(y+1)^2=3\times 9^2 \longrightarrow y=8,\ x=24$

$\frac{x}{y}(y+1)^2=27\times 3^2 \longrightarrow y=2,\ x=54$

∴ El mayor número es 24 ó 54

∴

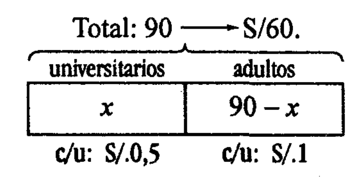
PROBLEMA 05

Los pasajes en combi valen S/.0,50 y S/.1 para universitarios y adultos respectivamente. Luego de una vuelta, en la que viajaron 90 personas, se recaudó S/.60. ¿Cuántos universitarios viajaron?

a) 30 b) 40 c) 50
d) 60 e) 70

Resolución:

Sea "x" el número de universitarios.



Planteando: $0{,}5x + 1(90 - x) = 60$

Duplicando: $x + 180 - 2x = 120$

$x = 60$

$\therefore$ Viajaron 60 universitarios.

$\therefore$

PROBLEMA 06

Un comerciante compró cierto número de pelotas por un valor de S/.60. Se le extraviaron 3 de ellas y vendió las que le quedaron en S/.2 más de lo que le había costado cada una, ganando en total S/.3 ¿Cuánto le costo la decena de pelotas?

a) S/.60 b) S/.50 c) S/.45
d) S/. 40 e) S/.55

Resolución:

Sea "x" el número de pelotas que compró

$\Rightarrow$ c/u le costó $\frac{60}{x}$ soles

Como perdió 3 $\Rightarrow$ quedaron $(x-3)$ pelotas, la que vendió a S/.$\left(\frac{60}{x}+2\right)$

Como al vender ganó S/.3 planteamos:

$$\left(\frac{60}{x}+2\right)\cdot(x-3) = 60+3$$

$$(60+2x)(x-3) = 63x$$

$$54x + 2x^2 - 180 = 63x$$

$$2x^2 - 9x - 180 = 0$$

$$\begin{matrix} 2x & +15 \\ x & -12 \end{matrix} \Rightarrow x = 12$$

$\therefore$ Compró 12 pelotas

$\Rightarrow$ C/u costó S/.$\frac{60}{12}$ = S/.5

$\Rightarrow$ la decena: 10(S/.5) = S/.50

$\therefore$

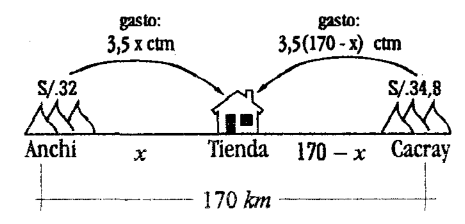
PROBLEMA 07

Los anexos de Anchi y Cacray distan 170 km. El quintal de papa en Anchi cuesta S/.32 y en Cacray S/.34 con 80 ctmos.; los gastos de transporte son de 3,5 céntimos por cada kilómetro. Se desea construir una tienda entre dichos anexos, de tal manera que sea indistinto compra en uno u en otro anexo. ¿Cuál es la diferencia de las distancias de la tienda a Anchy y Cacray?

a) 80km. b) 60km. c) 50km.
d) 100km. e) 70km.

Resolución:

Del enunciado:



Planteamos:

$$32+\frac{3{,}5x}{100}=34{,}8+\frac{3{,}5(170-x)}{100}$$

$$3200+3{,}5x=3480+3{,}5(170-x)$$

$$3200+3{,}5x=3480+595-3{,}5x$$

$$7x=875$$

$$x=125$$

$\therefore$ Las distancias son: 125 km. y 45 km.

Piden: $125-45=80$ km.

$\therefore$ Clave a

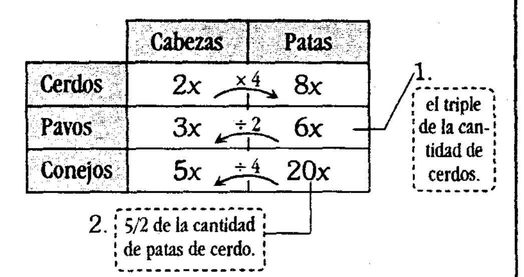
PROBLEMA 08

En una granja donde hay cerdos, conejos y pavos; se observa que el número de patas de pavos es el triple de la cantidad de cerdos y la cantidad de patas de conejos es 5/2 de la cantidad de patas de cerdos. Si la diferencia entre el número de patas y el número de cabezas es 96. ¿Cuántos pavos hay en total?

a) 11 b) 12 c) 10
d) 13 e) 14

Resolución:

Sea $2x$ el número de cerdos.



Como la diferencia entre el número de patas y cabezas es 96.

$$(8x+6x+20x)-(2x+3x+5x)=96$$

$$24x=96$$

$$x=4$$

$\therefore$ # de pavos $=3(4)=12$

$\therefore$ Clave b

PROBLEMA 09

Un empresario gasta diariamente S/.15000 para el pago de los jornales de 40 administrativos y 75 operarios; pero con el mismo gasto pude duplicar el número de administrativos y reducir 50 operarios. ¿Cuánto gana un operario?

a) S/.12 b) S/.90 c) S/.94
d) S/.120 e) S/.24

Resolución:

Sean S/.x y S/.y el pago de los administrativos y operarios respectivamente.

Planteamos:

$$\Rightarrow\quad 40x+75y=15000$$

$$8x+15y=3000\ \ldots\ldots\ (1)$$

duplicar los adminisist. — reducir en 50 operarios

$$\Rightarrow\quad 80x+25y=15000$$

$$16x+5y=3000\ \ldots\ldots\ (2)$$

De (1) y (2): $6000-30y=3000-5y$

$$3000=25y$$

$$y=120$$

∴ Un operario gana S/.120

∴ Clave d

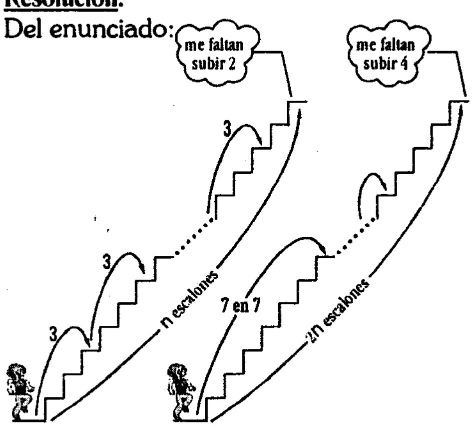
PROBLEMA 10

Al subir una escalera de 3 en 3 al final me faltan subir 2 escalones y la cantidad de pasos que doy hasta ese momento es dos más que la cantidad de pasos que doy al subir de 7 en 7 otra escalera de doble longitud que la anterior, además en esta última escalera al final me faltan subir 4 escalones. Halle la suma del número de escalones de la primera y segunda escalera.

a) 120 b) 132 c) 161
d) 114 e) 107

Resolución:

Del enunciado:



$\# \text{ de pasos} = \dfrac{n-2}{3}$ $\qquad \# \text{ de pasos} = \dfrac{2n-4}{7}$

Del enunciado: $\dfrac{n-2}{3} - \dfrac{2n-4}{7} = 2$

$$7n - 14 - 6n + 12 = 42$$

$$n = 44$$

∴ Las escaleras son de 44 y 88 escalones.

Piden: $44 + 88 = 132$

∴ Clave b

PROBLEMA 11

Con S/.195 se compraron libros de 7, 8 y 13 soles respectivamente. ¿Cuántos libros se compraron, si en total se adquirió el máximo número de libros y por lo menos se compró uno de cada precio?

a) 23 b) 30 c) 24
d) 26 e) 25

Resolución:

	# de libros	# de libros	# de libros
Sean:	x	y	z
	c/u S/.7	c/u S/.8	c/u S/.13

Para comprar el máximo número de libros se debe llevar la menor cantidad en libros de S/.13.

Planteando: $7x + 8y + 13z = 195$, con $z \to 1$

$$\underbrace{7x}_{\overset{\circ}{7}} + 8y = \underbrace{182}_{\overset{\circ}{7}}$$

Se observa que "y" debe ser 7, tomando el menor:

$$7x + 8y = 182, \quad y \to 7$$

$$7x = 126$$

$$x = 18$$

∴ Se compraron: $18 + 7 + 1 = 26$ libros.

∴ Clave d

PROBLEMA 12

Se compra 30 metros de tela fina por cierta cantidad de dinero, si el metro hubiera costado S/.10 menos hubiera podido comprar con la misma cantidad de dinero 10 metros más. ¿Cuál es el precio de un metro de tela?

a) S/.100 b) S/.120 c) S/.30
d) S/.40 e) S/.50

Resolución:

Del enunciado:

	Caso Real	Caso Hipotético
# de metros	30	40
c/metro	S/.x	S/.(x – 10)
Total	30x	40(x – 10)

Igualando: $30x = 40(x - 10)$
$x = 40$

∴ Cada metro cuesta S/.40

∴ Clave d

PROBLEMA 13

Popis rompe su alcancía que contiene monedas de 20 céntimos, 50 céntimos, 1 sol y 5 soles. Se encuentra con 241 monedas que tienen un valor de S/.247,3; el número de monedas de 20 céntimos es el triple del de 5 soles; el número de monedas de 5 soles es uno más que el doble del número de monedas de S/.1. Halle la suma del número de monedas de S/.1 y S/.5.

a) 76 b) 48 c) 49
d) 50 e) 70

Resolución:

Del enunciado:

total: 241 monedas ⟶ S/.247,3

3(2x + 1)	2x + 1	x	y
c/u: S/.0,20	c/u: S/.5	c/u: S/.1	c/u: S/.0,50

Planteando:

$\Rightarrow 3(2x + 1) + (2x + 1) + x + y = 241$

$y = 237 - 9x$ .... (1)

$\Rightarrow 0,20(3(2x + 1)) + 5(2x + 1) + 1x + 0,50y = 247,3$

$y = 483,4 - 24,4x$ .... (2)

Igualando (1) y (2).

$237 - 9x = 483,4 - 24,4x$
$x = 16$

∴ Habían 16 monedas de S/.1 y 33 monedas de S/.5

Piden: $16 + 33 = 49$

∴ Clave c

PROBLEMA 14

Un grupo de 40 cantidades es subdivido en dos grupos de modo que la variación que se da en el promedio al agregar 5 a cada uno del primer grupo y disminuir 4

a cada uno de los del segundo grupo es a la variación que se da en el promedio al agregar 4 a cada uno del primer grupo y disminuir 5 a cada uno de los del segundo grupo como 7 es a 2. Determinar la diferencia entre el número de cantidades de cada grupo.

a) 8 b) 14 c) 10
d) 7 e) 16

Resolución:

Sea x el número de cantidades del primer grupo:

Total: 40 cantidades

Primer grupo	Segundo grupo
x	$40-x$

Del enunciado:

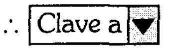
$$\frac{5x-4(40-x)}{4x-5(40-x)}=\frac{7}{2}$$

$$\frac{9x-160}{9x-200}=\frac{7}{2}$$

$$18x-320=63x-1400$$

$$x=24$$

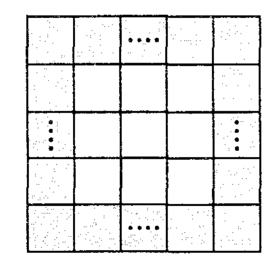
$\therefore$ Los números de cantidades son 24 y 16.
Piden: $24-16=8$

$\therefore$ 

PROBLEMA 15

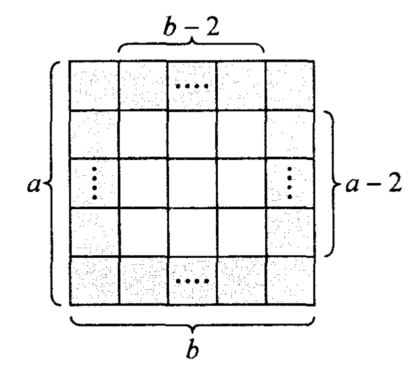
En una hoja de papel cuadriculado se sombrean los cuadrados del borde. ¿Qué perímetro (en cuadrados) debe tener la hoja para que el número de cuadrados sombreados sea igual al número de cuadrados sin sombrear.

a) 20 ó 30
b) 24 ó 30
c) 28 ó 32
d) 32 ó 36
e) 36 ó 38



Resolución:

Sean las dimensiones a y b.



$$\#\text{ de cuadraditos sin sombrear}=(a-2)(b-2)$$

$$=ab-2a-2b+4$$

$$\#\text{ de cuadraditos sombreados}=2a+2(b-2)$$

$$=2a+2b-4$$

Igualando:

$$ab-2a-2b+4=2a+2b-4$$

$$ab-4a-4b=-8$$

$$ab-4a-4b+16=-8+16$$

$$a(b-4)-4(b-4)=8$$

$$(a-4)(b-4)=8$$

$$(a-4)(b-4)=\begin{cases}8\times 1\\ 4\times 2\end{cases}$$

Tomando ambas soluciones:

$$(a-4)(b-4)=8\times 1 \qquad (a-4)(b-4)=4\times 2$$

$$a=12\ ;\ b=5 \qquad a=8\ ;\ b=6$$

Perímetro $=2(12)+2(5)-4=30$
Perímetro $=2(8)+2(6)-4=24$

$\therefore$ Clave b

PROBLEMA 16

A Lilli le preguntaron cuántos hermanos tenía y ella respondió: *mis hermanos no son muchos, 3/4 de todos ellos más 3 de ellos son todos mis hermanos.* ¿Cuántos hermanos son en total?

a) 6 b) 8 c) 12
d) 13 e) 16

Resolución.-
Sea "x" el número de mis hermanos.
Planteando:

$$\Rightarrow \frac{3}{4}x+3=x$$

$$3x+12=4x$$

$$x=12$$

debemos contar a Lili

$\therefore$ En total son $12+1=13$ hermanos.

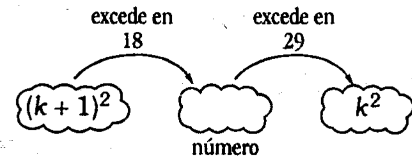
$\therefore$ Clave d

PROBLEMA 17

Un número excede al cuadrado más próximo en 29 unidades y es excedido por el siguiente cuadrado en 18 unidades. Halle la suma de cifras del número.

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

Resolución:



Planteamos:

$$(k+1)^2-k^2=18+29$$

$$\cancel{k^2}+2k+1-\cancel{k^2}=47$$

$$2k=46$$

$$k=23$$

$\therefore$ Número: $24^2-18=558$
Piden: $\Sigma cifras=5+5+8=18$

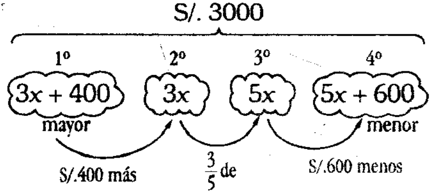
$\therefore$ Clave d

PROBLEMA 18

Se reparten 3 000 soles entre cuatro hermanos, de modo que el mayor recibe 400 soles más que el segundo y éste los 3/5 de lo que recibe el tercero, quien recibió 600 soles menos que el último. ¿Cuánto recibió el segundo hijo?

a) S/.225 b) S/.275 c) S/.325
d) S/.375 e) S/.496

Resolución:
Del enunciado.



Planteamos:

$$(3x+400)+3x+5x+(5x+600)=3000$$
$$16x=2000$$
$$x=125$$

$\therefore$ El segundo recibió: 3(125) = S/.375

$\therefore$
Clave d

PROBLEMA 19

Se tiene un número impar, se le añade el par de números impares que le anteceden y los tres números pares que son inmediatamente anteriores a dicho número, dando un resultado de 939 unidades. Halle la suma de cifras del número impar mencionado.

a) 26 b) 15 c) 13
d) 19 e) 20

Resolución:

Siendo x el número impar, planteamos:

$$x+\underbrace{(x-2)+(x-4)}_{\text{impares que anteceden}}+\underbrace{(x-1)+(x-3)+(x-5)}_{\text{pares anteriores}}=939$$

$$6x-15=939$$
$$6x=954$$
$$x=159$$

Σ cifras: $1+5+9=15$

$\therefore$
Clave b

PROBLEMA 20

Sobre un estante se pueden colocar 24 libros de RM y 20 libros de RV ó 36 libros de RM y 15 libros de RV. ¿Cuántos de RM únicamente entrarían en el estante?

a) 8 b) 24 c) 240
d) 120 e) 72

Resolución:

Sean los espesores de los libros:

RM: a RV: b

Del enunciado:

Capacidad: $24a+20b=36a+15b$

$$5b=12a$$
$$\frac{b}{a}=\frac{12}{5}$$

tomando: $b=12$ cm. $a=5$ cm.

Capacidad:

$$24(5\text{cm})+20(12\text{cm})=360\text{cm}$$

Si sólo colocamos libros de RM tendremos:

$$\#\text{ de libros }=\frac{360\text{ cm}}{5\text{ cm}}=72$$

$\therefore$
Clave e

PROBLEMA 21

Para envasar 15 000 litros de aceite se disponen de botellas de ½ litro, 1 litro y 5 litros. Por cada botella de 5 litros, hay 10 de un litro y 20 de medio litro. Al terminar de envasar el aceite no sobró ninguna botella vacía. ¿Cuántas botellas había en total?

a) 14 600 b) 18 600 c) 27 000
d) 24 200 e) 16 000

Resolución:

Del enunciado:

# de botellas	# de botellas	# de botellas
x	10x	20x
c/u: 5ℓ	c/u: 1ℓ	c/u: ½ℓ

Como se embasó 15000ℓ.

$$\Rightarrow \quad 5(x)+1(10x)+\tfrac{1}{2}(20x)=15000$$
$$5x+10x+10x=15000$$
$$25x=15000$$
$$x=600$$

$\therefore$ # de botellas: $x+10x+20x$
$=31x=31(600)$
$=18600$

$\therefore$
Clave b

PROBLEMA 22

Con 195 soles se compraron chompas de 7, 8 y 13 soles respectivamente. ¿Cuántas chompas se compraron si en total se compraron el máximo número de chompas y por lo menos se compró uno de cada precio.

a) 23 b) 30 c) 24
d) 26 e) 25

Resolución:

Suponiendo que inicialmente compramos una chompa de cada precio.

gasto : $7+8+13=$ S/.28

queda : $195-28=$ S/.167

Para que el número de chompas sea máximo, debemos comprar las de menor precio.

dividiendo:
```
167 |_7__
14    23
---
 27
 21
---
  (6)  <- sobran S/.6
```

Como con el dinero que sobra S/.6 no podemos comprar otra chompa, cambiemos el resto de la división, así:

```
167 |_7__
     23 − 1 = 22 chompas de S/.7
 6 + 7 = 13
         └── que alcanza exactamente para 1 chompa.
```

Luego:

de chompas $= \overset{\text{una de c/u}}{3} + \underset{\text{de S/.7}}{22} + \underset{\text{de S/.13}}{1} = 26$

$\therefore$ Clave d

PROBLEMA 23

Con motivo de su cumpleaños, los hijos de la señora María decidieron hacerle un regalo. Magaly propuso dar cada uno S/.6, pero faltó S/.8 para comprar el regalo, por lo que decidieron optar por contribuir cada uno con S/.7 de esta manera compraron un regalo cuyo precio era la mitad del precio y aún sobró S/.20. ¿Cuál es la suma de los precios de los dos regalos?

a) S/.44 b) S/.22 c) S/.60
d) S/.72 e) S/.66

Resolución:

Sea n el número de hijos:

	c/u	Total
Inicio	S/.6	S/.6n
Después	S/.7	S/.7n

- Como para comprar el primer regalo faltó S/.8.

  $\Rightarrow$ Costo del 1er. regalo = $6n + 8$

- Como al comprar el segundo regalo cuyo costo fue:

$$\frac{1}{2}(6n+8) = 3n+4$$

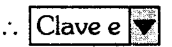
  sobró S/.20.

$$\Rightarrow \quad 7n = (3n+4)+20$$
$$4n = 24$$
$$n = 6$$

$\therefore$ Regalo 1 : $6(6) + 8 = \text{S/.}44$

$\therefore$ Regalo 2 : $\frac{1}{2}(44) = \text{S/.}22$

Piden: $44 + 22 = \text{S/.}66$

$\therefore$ 

PROBLEMA 24

Con billetes de 100 soles y de 50 soles se pagó una deuda de 2 800. El número de billetes de 50 soles excede en 8 al número de billetes de 100 soles. Si los billetes que tenemos de 100 soles, los contáramos como billetes de 50 soles y viceversa, ¿qué cantidad de dinero tendríamos?

a) S/.4 500 b) S/.2 900 c) S/.3 200
d) S/.3 800 e) S/.4 200

Resolución:

Sea el número de billetes

c/u S/.100	c/u S/.50
x	$x+8$

como la deuda fue de S/.2 800:

$$100x + 50(x+8) = 2800$$
$$2x + 1(x+8) = 56$$
$$3x = 48$$
$$x = 16$$

- Si los billetes que tenemos de S/.100 los contamos como billetes de S/.50 y viceversa:

$\Rightarrow$ # de billetes de S/.100 = $16 + 8 = 24$

$\Rightarrow$ # de billetes de S/.50 = 16

Dinero: 24(S/.100) + 16(S/.50) = S/.3200

$\therefore$ Clave c

PROBLEMA 25

Un comerciante tiene al inicio del día, 8 lapiceros de 10 soles cada uno y 4 lapiceros de 20 soles cada uno; si al final del día tiene 120 soles. ¿Cuántos lapiceros le sobran si le quedan por lo menos un lapicero de cada precio?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 2 e) 3

Resolución:

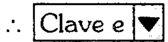
Sean los lapiceros que vendió:

$\boxed{x}$ c/u: S/.10 $\quad$ $\boxed{y}$ c/u: S/.20 $\quad$; $x < 8$; $y < 4$

Como al final del día tiene S/.120

$$10x + 20y = 120$$
$$x + 2y = 12$$
$$x \downarrow 6 \quad y \downarrow 3$$

$\therefore$ le sobran: $(8 + 4) - (6 + 3) = 3$

$\therefore$ 

PROBLEMA 26

Un tren al final de su recorrido llega con 40 adultos y 30 niños con una recaudación de 20 soles. Cada adulto y cada niño pagan pasajes únicos de 0,2 y 0,1 soles respectivamente. ¿Con cuántos pasajeros salió de su paradero inicial si en cada parada suben 3 adultos con 2 niños y bajan 2 adultos junto con 5 niños?

a) 160 b) 70 c) 80
d) 120 e) 90

Resolución:

Sea "n" el número de paraderos intermedios.

	Paradero Inicial	Paradero Intermedio	Paradero Final
Suben	?	$(3n)A + (2n)N$	ninguno
Bajan	ninguno	$(2n)A + (5n)N$	$40A + 230N$

Además:

$$\text{\# de niños que bajan} = 5n + 30$$
$$\text{\# de adultos que bajan} = 2n + 40$$

Como la recaudación fue S/.20

$$0,1(5n+30) + 0,2(2n+40) = 20$$
$$1(5n+30) + 2(2n+40) = 200$$
$$5n + 30 + 4n + 80 = 200$$
$$9n = 90$$
$$n = 10$$

En la tabla:

	Paradero Inicial	Paradero Intermedio	Paradero Final
Suben	?	$30A + 20N$	ninguno
Bajan	ninguno	$20A + 50N$	$40A + 30N$

Se observa:

bajaron: 60 adultos y 80 niños

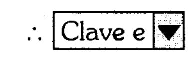
$\Rightarrow$ subieron: 60 adultos y 80 niños

$\therefore$ En el paradero inicial subieron:

$$\text{Adultos} = 60 - \underbrace{30}_{\text{intermedio}} = 30$$

$$\text{Niños} = 80 - 20 = 60$$

$\therefore$ Total $= 30 + 60 = 90$

$\therefore$ 

PROBLEMA 27

Una señora quiso comprar cierto número de limones con cierta suma de dinero, pero al ver que el precio de cada limón había bajado en S/.2, compró 4 limones más por la misma suma. Si el número de

soles que pagó por cada limón y el número de limones que compró suman 16. ¿Cuánto gastó en la compra de limones?

a) S/.10 b) S/.60 c) S/.64
d) S/.48 e) S/.72

Resolución:

Del enunciado:

	cada limón	# de limones
Al final	S/.x	$(16-x)$
Al inicio	S/.$(x+2)$	$(12-x)$

Luego planteamos:

Dinero:

$$x(16-x)=(x+2)(12-x)$$

$$16x-\cancel{x^2}=10x+24-\cancel{x^2}$$

$$6x=24$$

$$x=4$$

$\therefore$ gastó: $4(16-4)=$ S/.48

$\therefore$ Clave d

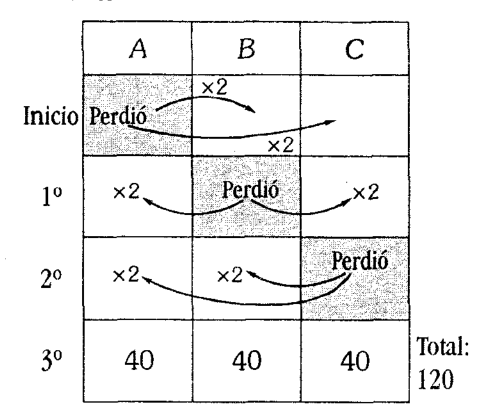
PROBLEMA 28

Tres jugadores *A*, *B* y *C* convienen en que el perdedor de cada partida, duplicará el dinero de los otros dos. Pierden una partida cada uno en orden alfabético y al final cada uno se queda con 40 soles. ¿Con cuánto dinero empezó cada uno?

a) 65 ; 35 y 20 soles
b) 82 ; 20 y 18 soles
c) 80 ; 17 y 23 soles
d) 96 ; 30 y 14 soles
e) 41 ; 23 y 16 soles

Resolución:

Del enunciado:



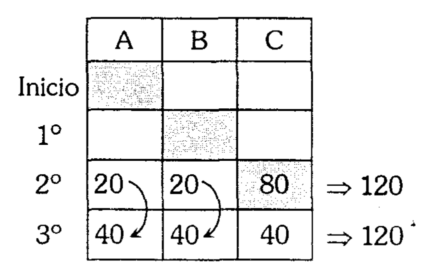
Haciendo la regresión:

Como antes de terminar el juego perdió *C* y después de duplicar el dinero a *A* y *B* pasaron a tener 40 cada uno.

⇒ *A* tenía: S/.20

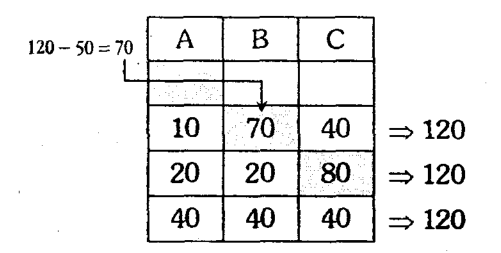
⇒ *B* tenía: S/.20

⇒ *C* tenía: 120 – 20 – 20 = S/.80



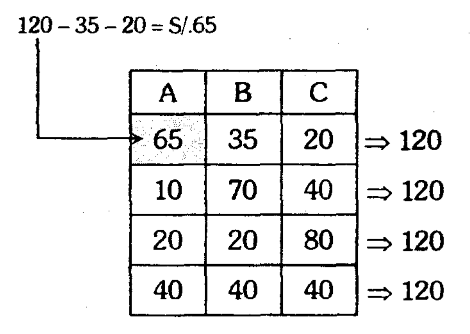
De forma análoga decimos:

Antes de que A tenga S/.20, B tenga S/.20 y C tenga S/.80; perdió B y este duplicó el dinero de *A* y C.


120 – 50 = 70

A	B	C	
10	70	40	⇒ 120
20	20	80	⇒ 120
40	40	40	⇒ 120

Como al inicio perdió A y luego de duplicar el dinero de B y C pasaron a tener 70 y 40 soles, éstos tenían 35 y 20 soles.


120 – 35 – 20 = S/.65

A	B	C	
65	35	20	⇒ 120
10	70	40	⇒ 120
20	20	80	⇒ 120
40	40	40	⇒ 120

∴ Cada uno empezó con:

S/.65 ; S/.35 y S/.20

∴ Clave a

PROBLEMA 29

Un maestro y su ayudante trabajan juntos. El primero gana 25 soles por día más que el segundo. Si después de trabajar cada uno el mismo número de días, el primero recibe 1 050 soles y el segundo 875 soles. ¿Cuál es el jornal del ayudante?

a) S/.120 b) S/.115 c) S/.152
d) S/.125 e) S/.130

Resolución:

De los datos:

Maestro : S/.1050 –
Ayudante : S/. 875
S/. 175

Como cada día el maestro gana S/.25 más que el ayudante.

$$\# \text{ de días} = \frac{S/.175}{S/.25} = 7$$

El ayudante recibió S/.875 por 7 días de trabajo.

$$\therefore \text{ jornal} = \frac{S/.875}{7} = S/.125$$

∴ Clave d

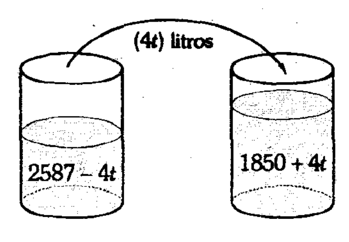
PROBLEMA 30

Dos depósitos contienen 2587 y 1850 litros de agua y con una bomba se traslada del primero al segundo 4 litros por segundo. ¿Después de cuánto tiempo uno contendrá el doble de litros que el otro?

a) 4 min. 37 s. b) 3 min. 21 s.
c) 4 min. 38 s. d) 5 min. 24 s.
e) 3 min. 42 s.

Resolución:

Sea "t" segundos el tiempo:



Planteamos $1850+4t=2(2587-4t)$

$$1850+4t=5174-8t$$
$$12t=3324$$
$$t=277$$

$\therefore$ Después de 277seg. < > 4 min. 37 seg.

$\therefore$

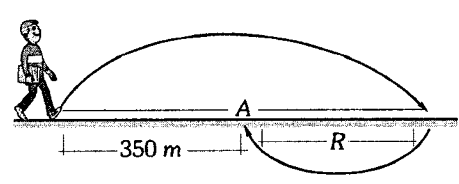
PROBLEMA 31

Un caminante ha recorrido 1000 metros unas veces avanzando otras retrocediendo. Si sólo ha avanzado 350 metros, ¿cuántos metros recorrió retrocediendo?

a) 300 m b) 425 m c) 325 m
d) 280 m e) 345 m

Resolución:

de metros que avanzó: A
de metros que retrocedió: R



Como recorrió en total 1000m.

$$A+R=1000 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Del gráfico: $A-R=350 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

Restando (1) y (2): $2R = 650$
$R = 325$

$\therefore$ Retrocediendo recorrió 325m.

$\therefore$ Clave c

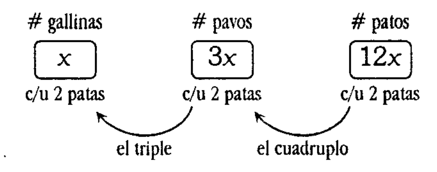
PROBLEMA 32

En una granja, por cada gallina hay tres pavos y por cada pavo hay 4 patos. Si en total se han contado 160 patas de animales, ¿Cuántos pavos hay?

a) 14 b) 10 c) 15
d) 20 e) 8

Resolución:

Del enunciado:



Como en total se han contado 160 patas tenemos:

$$2(x)+2(3x)+2(12x)=160$$
$$32x=160$$
$$x=5$$

$\therefore$ # de pavos = 3(5) = 15

$\therefore$

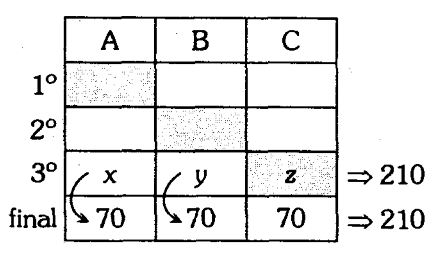
PROBLEMA 33

La regla de juego de cierta competencia de azar es que el perdedor de cada partida duplique el dinero de los otros participantes y además les dará S/.10. Si hay 3 personas que están jugando y cada una pierde una partida y al final tienen cada uno S/.70, halle el dinero inicial del participante que tuvo mayor cantidad.

a) S/.120 b) S/.180 c) S/.110
d) S/.140 d) S/.220

Resolución:

Del enunciado:



	A	B	C	
1°				
2°				
3°	x	y	z	$\Rightarrow 210$
final	70	70	70	$\Rightarrow 210$

$$2x + 10 = 70 \quad \Rightarrow \quad x = 30$$

$$2y + 10 = 70 \quad \Rightarrow \quad y = 30$$

$$\Rightarrow z = 210 - 30 - 30 = 150$$

	A	B	C	
1°				
2°	a	c	b	$\Rightarrow 210$
3°	30	30	150	$\Rightarrow 210$
final	70	70	70	$\Rightarrow 210$

$$2a + 10 = 30 \quad \Rightarrow \quad a = 10$$

$$2b + 10 = 150 \quad \Rightarrow \quad b = 70$$

$$\Rightarrow \quad c = 210 - 10 - 70 = 130$$

	A	B	C	
1°	m	n	p	$\Rightarrow 210$
2°	10	130	70	$\Rightarrow 210$
3°	30	30	150	$\Rightarrow 210$
final	70	70	70	$\Rightarrow 210$

$$2n + 10 = 130 \quad \Rightarrow \quad m = 60$$

$$2p + 10 = 70 \quad \Rightarrow \quad p = 30$$

$$\Rightarrow \quad m = 210 - 60 - 30 = 120$$

∴ El dinero inicial del participante con mayor dinero fue S/.120.

∴ Clave a

PROBLEMA 34

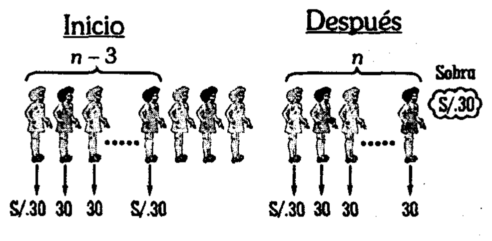
Maribel va al cine con sus primas y al querer sacar entradas para mezanine de 30 soles cada una, observa que le falta dinero para 3 de ellas, por tal motivo tiene que sacar entradas de 15 soles cada una, entrando todas al cine y sobrándole aún 30 soles para las gaseosas. ¿Cuántas primas fueron al cine con Maribel?

A) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

Resolución:

Sea n el # de personas

Del enunciado:



$$\text{Dinero:} \quad 30(n-3) = 15n + 30$$

$$30n - 90 = 15n + 30$$

$$15n = 120$$

$$n = 8$$

∴ Fueron 8 personas (Maribel y sus 7 primas).

∴

PROBLEMA 35

Si compro 2 revistas gastaría 2 soles más que si comprara 3 periódicos. Pero si comprara 5 periódicos, gastaría 2 soles más que si comprara 2 revistas. ¿Cuánto cuesta cada periódico?

a) S/.4 b) S/.3 c) S/.5
d) S/.1.5 e) S/.2

Resolución:

Sean los costos:

cada revista	cada periódico
S/. x	S/. y

Planteando:

$$\Rightarrow \quad \cancel{2x} - 3y = 2 \; +$$
$$\Rightarrow \quad 5y - \cancel{2x} = 2$$
$$2y = 4$$
$$y = 2$$

$\therefore$ Cada periódico cuesta S/.2

$\therefore$

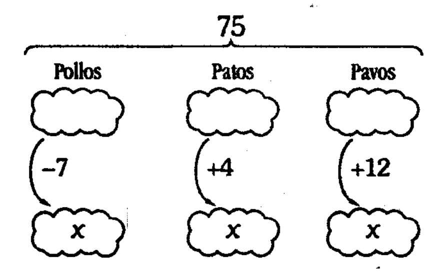
PROBLEMA 35

Entre pollos, patos y pavos un granjero tiene en total 75 aves. Si tuviera 7 pollos menos, 4 patos más y 12 pavos más tendría la misma cantidad de aves de cada especie. El número de pollos que tiene es:

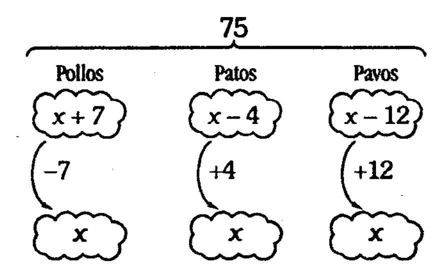
a) 42 b) 33 c) 39
d) 35 e) 40

Resolución:

Del enunciado:



Haciendo la regresión:



Planteando:

$$(x+7)+(x-4)+(x-12)=75$$
$$3x-9=75$$
$$x=28$$

de pollos = 28 + 7 = 35

$\therefore$

PROBLEMA 36

De un grupo de caramelos retiro 5 y el resto los reparto entre un grupo de niños a quienes les doy 11 caramelos a cada uno, menos al último a quien le doy 15. Si antes de repartirlos retirase 20 caramelos más, ahora sólo podría darles 9 caramelos a todos menos al último a quien

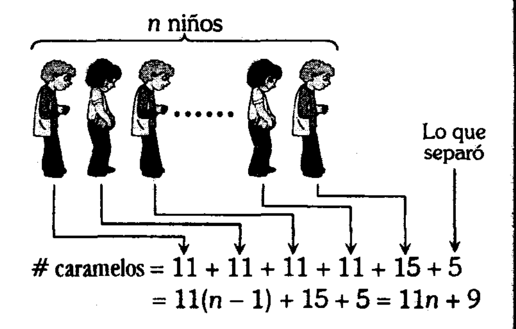
ahora sólo podría darle 5 caramelos. ¿Cuántos niños hay?

a) 6 b) 9 c) 11
d) 75 e) 30

Resolución:

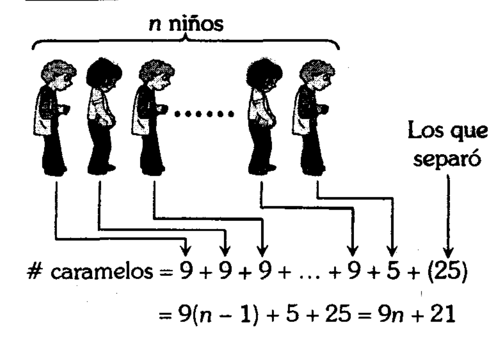
Según el enunciado:

Caso I:



$$\# \text{ caramelos} = 11 + 11 + 11 + 11 + 15 + 5$$
$$= 11(n-1) + 15 + 5 = 11n + 9$$

Caso II:



$$\# \text{ caramelos} = 9 + 9 + 9 + \ldots + 9 + 5 + (25)$$
$$= 9(n-1) + 5 + 25 = 9n + 21$$

Igualando: $11n + 9 = 9n + 21$

$$2n = 12$$
$$n = 6$$

$\therefore$ Hay 6 niños.

$\therefore$ Clave a

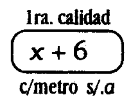
PROBLEMA 37

Un comerciante compró telas de dos calidades por el valor de 300 soles. De la primera calidad adquiere 6*m* más que de la segunda. Si por la tela de la primer hubiera pagado el precio de la segunda, su costo hubiera sido 180 soles; pero, si por la tela de la segunda calidad hubiera pagado el precio de la primera, el costo hubiera sido 120 soles. ¿Cuántos metros compró de cada calidad?

a) 10*m* y 16*m* b) 14*m* y 20*m*
c) 8*m* y 14*m* d) 18*m* y 12*m*
e) 11*m* y 17*m*

Resolución:

Sea el número de metros:



2da. calidad
x
c/metro s/.b

Del enunciado:

$$(x+6)a + xb = 300 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Además:

$$(x+6)b = 180 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$
$$xa = 120 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Sumando (2) y (3)

$$(x+6)b + xa = 300 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Igualando (1) y (4):

$$(x+6)a + xb = (x+6)b + xa$$
$$\cancel{xa} + 6a + \cancel{xb} = \cancel{xb} + 6b + \cancel{xa}$$
$$6a = 6b$$
$$a = b$$

Dividiendo (2) y (1):

$$\frac{(x+6)b}{xa}=\frac{180}{120}$$

$$\frac{(x+6)\not{a}}{x\not{a}}=\frac{3}{2}$$

$$2x+12=3x$$

$$x=12$$

$\therefore$ Compró: $18m$ y $12m$

$\therefore$ Clave d

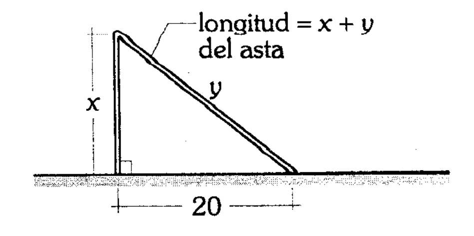
PROBLEMA 38

Un asta de metal se rompió en cierto punto quedando con la parte de arriba doblada a manera de gozne y la punta tocando el piso en un punto localizado a 20 pies de la base. Se reparó, pero se rompió de nuevo. Esta vez en un punto localizado 5 pies más abajo que la vez anterior y la punta tocando el piso a 30 pies de la base. ¿Qué longitud tenía el asta?

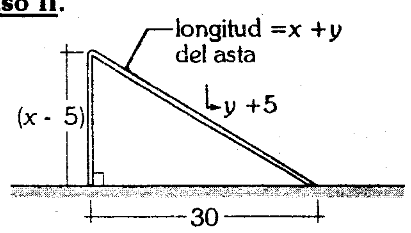
a) 43 pies b) 55 pies c) 58 pies
d) 50 pies e) 62 pies

Resolución:

Caso I.



Caso II.



Aplicando Pitágoras.

$$\Rightarrow \quad y^2=x^2+20^2$$

$$\Rightarrow \quad (y+5)^2=(x-5)^2+30^2$$

Restando: $10y+\not{25}=-10x+\not{25}+500$

$$10x+10y=500$$

$$x+y=50$$

$\therefore$ El asta tenía una longitud de 50 pies.

$\therefore$

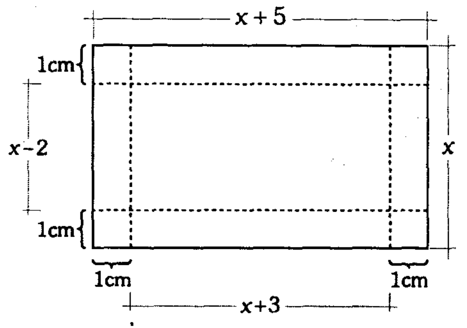
PROBLEMA 39

Si se corta una banda de un centímetro de ancho de todo el contorno de una hoja rectangular de papel, su área disminuye en $66cm^2$; si, además, se sabe que el largo excede al ancho en 5cm. antes de cortarse. ¿Cuál es el largo y el ancho de la hoja original del papel?

a) 20 cm. y 25 cm.
b) 30 cm. y 35 cm.
c) 21 cm. y 26 cm.
d) 17 cm. y 22 cm.
e) 15 cm. y 20 cm.

Resolución:

Sean las longitudes de la hoja:



Planteando:

$$(x+5)x-(x+3)(x-2)=66$$

$$\cancel{x^2}+5x-\cancel{x^2}-x+6=66$$

$$4x=60$$

$$x=15$$

Las dimensiones son: 15 cm. y 20 cm.

∴ Clave e

PROBLEMA 40

Al regalar el Sr. Pérez tantas veces 5 céntimos de soles como soles tenía en su bolsillo, le quedó 38 soles. ¿Cuántos soles le hubiera quedado si hubiera regalado tantas veces 50 céntimos como la mitad del número de soles que tenía?

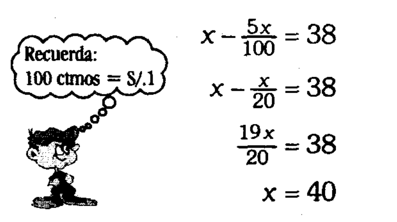
a) 20 b) 30 c) 35
d) 25 e) 40

Resolución:

Sea "x" el número de soles que tenía:

⇒ Regaló: x veces 5 céntimos, luego como le quedó S/.38, planteamos.

$$S/.x - 5x \text{ céntimos} = S/.38$$



$$x-\frac{5x}{100}=38$$

$$x-\frac{x}{20}=38$$

$$\frac{19x}{20}=38$$

$$x=40$$

∴ Si hubiera regalado 20 veces 50 céntimos le quedaría:

$$S/.40-20(S/.0{,}50)=S/.30$$

∴ Clave b

PROBLEMA 41

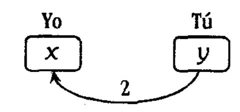
Si tú me dieras 2 de tus canicas, tendríamos la misma cantidad; en cambio, si yo te diera 3 de las mías, tú tendrías el doble de lo que a mi me quedaría. ¿Cuántas canicas tenemos entre los dos?

a) 40 b) 30 c) 35
d) 60 e) 42

Resolución:

Sea "x" e "y" el número de nuestras canicas.

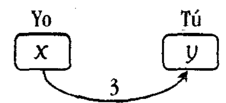
Del enunciado:



$$\Rightarrow \quad x+2=y-2$$

$$y=x+4 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Además:



$\Rightarrow \quad y+3=2(x-3)$

$y=2x-9$ .... (2)

Igualando (1) y (2):

$$x+4=2x-9$$
$$x=13$$
$$\Rightarrow \quad y=13+4=17$$

$\therefore$ Tenemos: $13+17=30$ canicas

$\therefore$

PROBLEMA 42

Dos señores llevan al mercado 100 manzanas. Una de ellas tenía mayor número de manzanas que la otra, no obstante, ambas obtuvieron iguales sumas de dinero. Una de ellas le dice a la otra: "*Si yo hubiese tenido la cantidad de manzanas que tú tuviste y tú la cantidad que yo tuve, hubiésemos recibido respectivamente 15 y 20/3 soles*". ¿Cuántas manzanas tenía cada una?

a) 20 y 80 b) 40 y 60 c) 10 y 90
d) 25 y 75 e) 30 y 70

Resolución:

Del enunciado:

100

1ra. Señora	2da. Señora
x	$100-x$
c/u: S/.a	c/u: S/.b

Como obtuvieron iguales sumas de dinero:

$$\Rightarrow \quad xa=(100-x)b$$
$$\frac{a}{b}=\frac{100-x}{x}$$

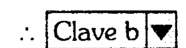
Del enunciado:

$$(100-x)a=15 \ ......(1)$$
$$xb=\frac{20}{3} \ ......(2)$$

Dividiendo:

$$\frac{(100-x)a}{xb}=\frac{15}{20/3}$$
$$\left(\frac{100-x}{x}\right)\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{45}{20}$$
$$\left(\frac{100-x}{x}\right)\left(\frac{100-x}{x}\right)=\frac{9}{4}$$
$$\left(\frac{100-x}{x}\right)^2=\frac{9}{4}$$
$$\frac{100-x}{x}=\frac{3}{2}$$
$$200-2x=3x$$
$$x=40$$

Tenían: 40 y 60 manzanas.

$\therefore$ 

PROBLEMA 43

Se lanza 3 dados simultáneamente. El triple del resultado del primer dado, más el doble el resultado del segundo dado, más el resultado del tercer dado suman diez. ¿Cuántos posibles resultados pudieron darse?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Sean a, b y c los resultados.

Planteando:

$$\begin{array}{ccccc} 3a & + & 2b & + & c = 10 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & & 1 & & 5 \\ 1 & & 2 & & 3 \\ 1 & & 3 & & 1 \\ 2 & & 1 & & 2 \end{array} \Bigg\} \text{4 posibles resultados}$$

∴ Pudieron darse 4 resultados.

∴ Clave d

PROBLEMA 44

María, cada día, gasta la mitad de lo que tiene más 2 soles. Si después de 3 días le quedan 30 soles. ¿Cuánto tenía al inicio?

a) 234 b) 300 c) 268
d) 240 e) 215

Resolución:

Sea "x" el dinero que tenía María.

	Gasta	Queda
1°	$\frac{1}{2}x+2$	$\frac{1}{2}x-2$
2°	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-2\right)+2$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-2\right)-2$
3°	$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-2\right)-2\right]+2$	$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-2\right)-2\right]-2$

Como después de 3 días le queda S/.30

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-2\right)-2\right]-2=30$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-2\right)-2=64$$

$$\frac{1}{2}x-2=132$$

$$x=268$$

∴ Al inicio tenía S/.268

∴ Clave c

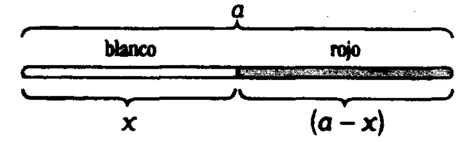
PROBLEMA 45

Un poste de a metros de longitud está pintado de rojo y blanco. Si se pintan b metros más de blanco, la mitad del poste estaría pintado de rojo. ¿Cuántos metros de poste están pintados de blanco?

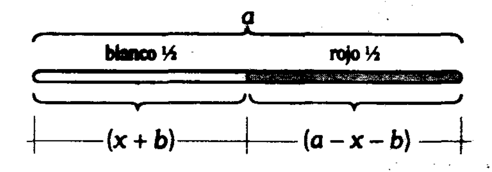
a) $\frac{a-2b}{2}$ b) $\frac{a+b}{2}$ c) $\frac{a-b}{2}$
d) $\frac{a}{2+b}$ e) $\frac{a}{2-b}$

Resolución:

Del enunciado:



Si se pinta b metros más de blanco.



Como la mitad estaría pintada de rojo, la otra mitad estaría pintada de blanco; es decir serian iguales:

$$x+b=a-x-b$$

$$2x=a-2b$$

$$x=\frac{a-2b}{2}$$

∴ Clave a

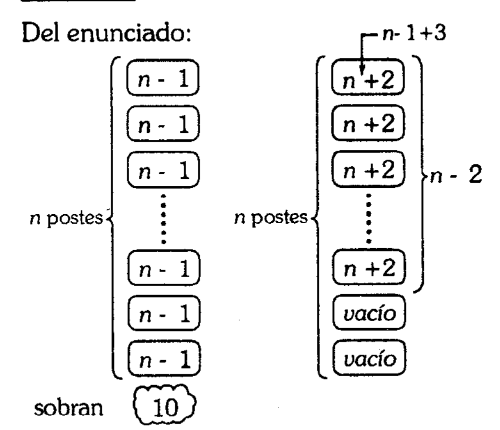
PROBLEMA 46

Si se posaran $(n-1)$ jilgueros en cada uno de los n postes, sobrarían 10 jilgueros; pero si en cada poste se posaran 3 jilgueros más, quedarían 2 postes vacíos. ¿Cuánto es la mitad del número de postes?

a) 14 b) 20 c) 8
d) 12 e) 7

Resolución:

Del enunciado:



Total de jilgueros:

$$(n-1)n+10=(n+2)(n-2)$$

$$\cancel{n^2}-n+10=\cancel{n^2}-4$$

$$n=14$$

∴ Hay 14 postes y la mitad es 7.

∴ Clave e

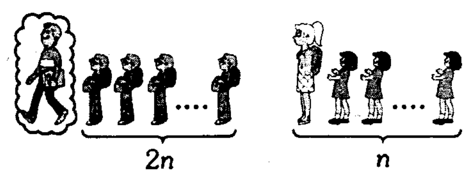
PROBLEMA 47

En una familia, el hermano mayor dice: "*Mis hermanos son el doble de mis hermanas*". Y la hermana mayor dice: "*Tengo 5 hermanos más que hermanas*". ¿Cuántas hijas tiene la familia?

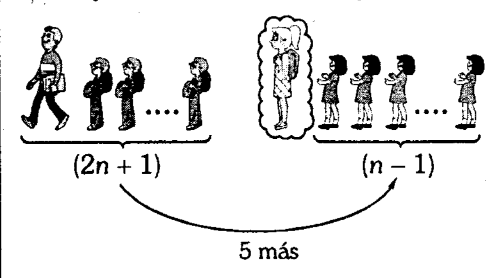
a) 9 b) 11 c) 3
d) 10 e) 8

Resolución:

De lo que dice el hermano mayor.



De lo que dice la hermana mayor.



$$\Rightarrow \quad (2n+1)-(n-1)=5$$

$$2n+1-n+1=5$$

$$n=3$$

∴ La familia tiene 3 hijas.

∴ Clave c

PROBLEMA 48

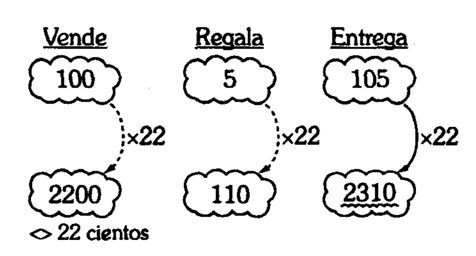
Un comerciante compró 2 500 botellas a 20 soles el ciento. En el camino se le rompieron 190 botellas y luego regala 5 botellas por cada 100 que vendía. ¿En cuánto vendió el ciento si en total ganó 116 soles?

a) S/.30 b) S/.32 c) S/.25
d) S/.28 e) S/.26

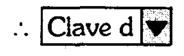
Resolución:

De los datos:

Compró : 2500 bot. < > 25 cientos
pagó : $25 \times$ S/.20 = S/.500
Se rompió : 190 bot.
Quedaron : $2500 - 190 = \underline{2310}$ bot.



Sea S/.x el precio al que vendió cada ciento.



$$22x = 500 + 116$$
$$22x = 616$$
$$x = 28$$

∴ Cada ciento vendió en S/.28

∴ Clave d

PROBLEMA 49

Un vendedor afirma que como hoy vendió cada caramelo a 10 céntimos más que ayer, vendió 10 caramelos menos que ayer. Además hoy vendió tantos caramelos como céntimos cobró por cada uno. Respecto a la venta de ayer. ¿Cuánto ganó o perdió hoy día?

a) ganó 10 céntimos
b) ganó S/.1
c) perdió S/.1
d) perdió 10 céntimos
e) no gana ni pierde.

Resolución:

	c/caramelo (céntimos)	# de caramelos	Recaudación
Hoy	$(x+10)$	$(x+10)$	$(x+10)^2$
Ayer	x	$(x+20)$	$x(x+20)$

Ayer recaudó: $\underline{x^2+20x}$

Hoy recaudó: $\underline{x^2+20x} + 100$

∴ Ganó: 100 ctmos < > S/.1

∴ Clave b

PROBLEMA 50

"Pagué 12 centavos por los duraznos que compré al almacenero". explicó la cocinera, "pero me dio dos duraznos extra, porque eran muy pequeños, eso hizo que en total pagara un centavo menos por docena que el primer precio que me dio". ¿Cuántos duraznos compró la cocinera?.

a) 14 b) 20 c) 22
d) 12 e) 16

Resolución:

Sea n el # de duraznos que inicialmente daban por 12 centavos.

$\Rightarrow \quad$ c/u: $\frac{12}{n}$

$\Rightarrow$ la docena: $12\left(\frac{12}{n}\right)=\frac{144}{n}$

Como al final le dieron $(n+2)$ duraznos.

$\Rightarrow \quad$ c/u: $\frac{12}{n+2}$

$\Rightarrow$ la docena: $12\left(\frac{12}{n+2}\right)=\frac{144}{n+2}$

Del enunciado: "*Pagué un centavo menos por docena*".

$$\frac{144}{n}-\frac{144}{n+2}=1$$

$$144(n+2)-144n=n(n+2)$$

$$288=n(n+2)$$

$$16\times 18=n(n+2)$$

$$n=16$$

$\therefore$ Compró: 16 duraznos.

$\therefore$ Clave e

¿Sabías que...?
Hacia el año 1900, el estadista inglés Kari Pearson lanzó una moneda 24000 veces y obtuvo 12012 caras.

OLIMPIADA MATEMÁTICA

(Japón - 2000)

Dos profesores que charlan, uno le dice al otro: "el tiempo en que tardo en llegar de la universidad a mi casa es el doble del cuadrado del tiempo en que demoro en llegar de mi casa a tu casa, y el tiempo en que demoro de llegar a la casa de mi madre es la diferencia con el doble de lo que me demoro de llegar de mi casa a tu casa y todo esto es una ecuación exponencial, ¡ah! por cierto me equivoqué al adelantarme en decirte que es una ecuación exponencial, sin haberte dicho que si a todo esto le restas uno, te da el mismo tiempo que demoro en llegar de mi casa a tu casa. Dime ¿cuál es el tiempo que tú demoras en llegar de tu casa a mi casa? si es igual al tiempo de llegar de mi casa a tu casa al cuadrado más la inversa de lo que te acabo de decir".

El otro profesor le dice "disculpa ¿cuáles son los exponentes?"

Si tienes razón toma sólo como base el tiempo en que demoro de llegar de mi casa a tu casa; y todo lo restante hasta antes de lo que me equivoqué es exponente.

a) 1 $\qquad$ b) 4 $\qquad$ c) 2
d) –2 $\qquad$ e) 3

Resolución:

Sea "x" el tiempo que demoro en llegar de mi casa a tu casa.

Planteando:

$$x^{2x^2-2x}-1=x$$

$$\frac{x^{2x^2}}{x^{2x}}=x+1$$

$$(x^2)^{x^2}=x^{2x}(x+1)$$

Multiplicando por x^2:

$$x^2(x^2)^{x^2}=x^{2x}(x+1)x^2$$

$$x^2(x^2)^{x^2}=x^{2x+2}(x+1)$$

$$x^2(x^2)^{x^2}=(x^2)^{(x+1)}(x+1)$$

Comparando : $x^2=x+1$ .... (1)

Como nos piden: $x^2+\frac{1}{x^2}$

Dando forma a (1): $\frac{x^2}{x}=\frac{x+1}{x}$

$$x=1+\frac{1}{x}$$

$$x-\frac{1}{x}=1$$

Elevando al cuadrado: $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=1^2$

$$x^2+\frac{1}{x^2}-2=1$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=3$$

∴

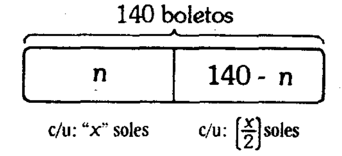
PRUEBA DE OLIMPIADA

Una organización de caridad vende 140 boletos para una obra de beneficencia; la recaudación total fue de S/.2001. Se venden algunos de los boletos a su precio normal (que es un mínimo entero de soles) y los demás boletos a mitad de su precio normal. ¿Cuánto dinero se recauda de la venta de boletos al precio normal?

a) S/.782 b) S/.986 c) S/.1158
d) S/.1119 e) S/.1449

Resolución:

Sea "n" el número de boletos vendidos a su precio normal.



Como la recaudación fue S/.2001

$$\Rightarrow \quad nx+(140-n)\tfrac{x}{2}=2001$$

$$2nx+140x-nx=2001\times 2$$

$$nx+140x=4002$$

Descomponiendo convenientemente:

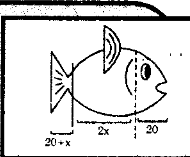
$$x\,(n+140)=23\times 174$$

$$x=23 \qquad n=34$$

Piden: $34(S/.23)=782$ soles

∴

Planteo de Ecuaciones



Problemas Resueltos

Problema 01.

Una fábrica contrata a un obrero con la siguiente condición: por cada día que trabaje le pagarán S/.15 y por cada día que no trabaje le descontarán S/.20. si luego de 30 días, el obrero sólo recibió S/.170. ¿Cuántos días trabajó?

a) 8 b) 22 c) 23
d) 12 e) 24

Problema 02.

Con todos los alumnos de una aula se formó un cuadrado compacto con "n" alumnos por lado. Pero si quisieran formar dos triángulos equiláteros compactos con "n" alumnos por lado harán falta 9 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en el salón?

a) 81 b) 100 c) 121
d) 144 e) 64

Problema 03.

En una familia se cuentan varios niños y niñas. Alguien les pregunta ¿Cuántos son? y la niña mayor contesta que tiene tantos hermanos como dos veces el número de hermanas; pero el niño mayor dice que sus hermanos exceden a sus hermanas en 1. ¿Cuántos niños son en total?

a) 10 b) 9 c) 8
d) 7 e) 11

Problema 04.

Se dispone de S/.999 para ser gastados en artículos de S/.37 y S/.21, ¿cuántos artículos se adquirieron si el dinero alcanzó exactamente?

a) 40 b) 42 c) 44
d) 43 e) 70

Problema 05.

Un ómnibus recauda 135 soles en uno de sus recorridos. En el paradero final bajan 36 personas en igual número entre adultos y universitarios; además al bajar 5 universitarios, subían 2 adultos y al bajar 6 adultos subían 5 universitarios. Halle el total de adultos que subieron en el paradero inicial. Si cada adulto paga S/.1.50 y cada universitario S/.1.

a) 7 b) 14 c) 30
d) 28 e) 42

Problema 06.

La cabeza de un pescado mide 20cm, la cola mide tanto como la cabeza mas medio cuerpo y el cuerpo mide tanto como la cabeza y cola juntas. ¿Cuánto mide el pescado?

a) 150 cm b) 120 cm c) 160 cm
d) 180 cm e) 130 cm

Problema 07.

Se dispone de S/.100 para comprar 40 sellos de correo de S/.1, S/.4 y S/.12. ¿Cuántos sellos de S/.12 deberán comprarse? Si por lo menos se debe comprar un sello de cada clase?

a) 10 b) 6 c) 8
d) 3 e) 9

Problema 08.

Se compraron cierta cantidad de maletines por S/.400. Si cada maletín hubiera costado S/.20 menos, se hubiera comprado 10 maletines más en la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos maletines se compraron?

a) 10 b) 5 c) 20
d) 25 e) 30

Problema 09.

Tres parejas de esposos: los Pezo, los Muñoz y los Flores van de compras. Cada persona compra tantos objetos iguales como soles paga por cada uno. Si cada esposa gastó S/.75 más que su esposo y Noemí compró uno más que Muñoz, además Jessica uno menos que Alberto Flores. ¿Cuál es el apellido de Nancy?

a) Pezo b) Flores
c) Muñoz d) Pezo o Flores
e) Flores o Muñoz

Problema 10.

Un número es tantas veces más que otro, como el número de veces que contiene la inversa del primero a la inversa del segundo. ¿cuál es la razón geométrica de los números?

a) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ c) 2
d) 3 e) 1,5

Problema 11.

Al comprar un pantalón, una camisa y un par de zapatos he pagado por todo S/.400. Si el pantalón cuesta el triple de lo que cuesta la camisa y los zapatos cuestan S/.50 más que el pantalón, calcular el precio de los zapatos.

a) S/. 50 b) S/. 200 c) S/. 100
d) S/.150 e) S/. 250

Problema 12.

En un salón de clase hay 20 alumnos y cada uno iba recibir 2 regalos, pero antes de la repartición se perdieron algunos regalos; el profesor mandó inmediatamente que traigan tantos regalos como regalos habían quedado y dos regalos más para reponer lo perdido. ¿Cuántos regalos se perdieron?

a) 18 b) 19 c) 20
d) 21 e) 22

Problema 13.

En una granja donde sólo hay gallos, pavos y conejos se puede observar que hay tantas cabezas de gallo como patas de conejo y tantas cabezas de conejo como patas de pavos. Si el total de patas excede en 60 al total de cabezas, ¿Cuántos animales hay en total?

a) 41 b) 42 c) 44
d) 45 e) 60

Problema 14.

En una granja se tienen pavos, gallinas y patos. Sin contar a las gallinas tenemos 15 aves, sin contar a los pavos tenemos 11 aves y sin contar a los patos tenemos 8 aves. ¿Cuántos patos más que gallinas hay?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

Problema 15.

Un matrimonio que tiene dos hijos acordó pesarse y lo hicieron del modo siguiente: se pesaron los padres y resultó 126 kg. Después el papá con el hijo mayor y resultó 106 Kg., y por último la mamá con el hijo menor y resultó 83 kg. Se sabe que el hijo mayor pesa 9 Kg. más que el menor. Determine cuánto pesa el hijo mayor.

a) 30 kg. b) 35kg. c) 38kg.
d) 40kg. e) 36kg.

Problema 16.

En un salón de clases si los alumnos se sientan de 6 en 6 quedarían 2 carpetas vacías, en cambio si se sientan de 4 en 4 se quedarían de pie 12 alumnos. ¿Cuántos alumnos son en total?

a) 56 b) 60 c) 61
d) 62 e) 68

Problema 17.

Con motivo del día del maestro, los alumnos de un salón deciden hacerle un regalo a éste. Manuel propuso dar cada uno S/.50 pero faltó S/.50 para el regalo, por lo que decidieron aportar cada uno S/.80, de esta manera aún sobró S/.100 después de comprar el regalo ¿Cuál es el precio del regalo?

a) S/.300 b) S/.350 c) S/.320
d) S/.250 e) S/.280

Problema 18.

Con 60 monedas en total, unas de 5 soles y otras de 2 soles se quiere pagar una deuda de 204 soles. ¿Cuántas monedas de cada clase se tienen; respectivamente?

a) 28 y 32 b) 30 y 30 c) 44 y 16
d) 40 y 20 e) 32 y 28

Problema 19.

A un empleado le prometen por un año de trabajo 8000 dólares, un televisor y un equipo de sonido; pero por ocioso lo despiden a los 10 meses recibiendo 6000 dólares más los dos artefactos. Si se le hubiera despedido a los 8 meses habría recibido 5800 dólares y el equipo de sonido. ¿Cuál es el precio del televisor?

a) $1500 b) $350 c) $1800
d) $11250 e) $1100

Problema 20.

Entre 10 personas tenían que pagar una cierta cantidad de dinero, pero resulta que 4 de ellos sólo pueden pagar la mitad de lo que les corresponde, obligando de esta manera a que cada uno de los restantes den 40 soles más. Hallar la cantidad de dinero a pagar.

a) S/.1200 b) S/.1500 e) S/.1800
d) S/.1000 e) S/.2100

Problema 21.

Tres hermanos se reparten en partes iguales una herencia que consiste en : un terreno de 170 m^2, 2 autos de igual valor y S/.1000. Uno recibe 150 m^2, otro los S/.1000 más uno de los autos, y el tercero recibe 20m^2 y el otro auto. ¿Cuál es el valor de cada auto?

a) S/.6500 b) S/.3800 c) S/.2750
d) S/.6600 e) S/.6800

Problema 22.

Un frutero que llevaba naranjas al mercado, razonaba: "Si vendo cada una a "R" soles, compro una licuadora y me sobra "x" soles, pero si vendo cada una a "C" soles ($R > C$), compro la licuadora y me sobra "y" soles, ¿Cuántas naranjas lleva a vender?

a) $\frac{x-y}{R+C}$ b) $\frac{x+y}{R-C}$ c) $\frac{x-y}{R-C}$
d) $\frac{R+C}{x+y}$ e) $\frac{R-C}{x+y}$

Problema 23.

Un tren con 120 pasajeros tiene que recorrer 150 Km. Los pasajeros de primera clase pagan 8 céntimos por kilómetro y los de segunda clase 4 céntimos por kilómetro. ¿Cuántos pasajeros viajaban en primera clase, si después del viaje se ha recaudado 1020 soles?

a) 50 b) 70 c) 85
d) 35 e) 100

Problema 24.

Se vende 12 litros de leche adulterada con un peso de 12,42 kg. Si un litro de leche pura pesa 1,04 kg. ¿Cuántos litros de agua se emplearon en la adulteración?

a) 1,52 litros b) 1,8 litros
c) 1,2 litros d) 1,5 litros
e) 2,5 litros

Problema 25.

Ana y Beatriz dedican 760 dólares cada una para socorrer a cierto número de pobres, Beatriz socorre a 150 pobres más que Ana, pero ésta da a cada pobre 15 dólares más que Beatriz. ¿Cuántos pobres son socorridos por Beatriz?

a) 120 b) 150 c) 190
d) 210 e) 180

Problema 26.

El peso de dos pavos en conjunto es 20 kg. Cada kg. del más pequeño cuesta 2 soles más que cada kg. del más grande. El pavo pequeño costó 80 soles y el grande 96 soles. ¿Cuánto pesa cada pavo?

a) 12 y 6 kg. b) 13 y 2 kg.
c) 12 y 8 kg. d) 12 y 7 kg.
e) 13 y 6kg.

Problema 27.

Pedro y su esposa fueron de compras y cada uno compró tantos artículos como soles pagó por cada uno, habiendo gastado Pedro 200 soles más que su esposa. ¿Cuánto gastó la esposa, si entre los dos compraron 20 artículos?

a) S/.225 b) S/.144 c) S/.220
d) S/.35 e) S/.25

Problema 28.

Si reparto tantos caramelos a cada niño como niños tengo, me harían falta 2 caramelos; pero si doy 2 caramelos a cada niño, me sobrarían 61 caramelos. ¿Cuántos niños y cuántos caramelos tengo?

a) 9 y 70 b) 9 y 79 c) 79 y 9
d) 79 y 8 e) 7 y 79

Problema 29.

Los ahorros de un niño constan de (P+1) (3P – 5) y (P+3) monedas de 5, 10 y 20 soles respectivamente. ¿A cuánto ascienden sus ahorros, si al cambiarlos en monedas de 25 soles el número de monedas obtenidas es el doble del número de monedas de 5 soles?

a) S/.400 b) S/.410 c) S/.420
d) S/.430 e) S/.450

Problema 30.

Con un número se hacen las siguientes operaciones: primero se le multiplica por 5, luego se le divide entre 10, al cociente se le extrae la raíz cuadrada, luego se eleva al cubo el resultado, para finalmente restarle 16. Si luego de realizar las operaciones indicadas, se obtiene 11. ¿Cuál es el número?

a) 5 b) 7 c) 18
d) 6 e) 10

Problema 31.

Tres amigos *A*, *B* y *C* juegan 3 apuestas entre sí, con la condición de que el que pierda duplique el dinero de los demás, si cada uno pierde una apuesta en el orden mencionado y al final terminan con S/.80 cada uno ¿Cuánto tenían inicialmente?

a) S/. 100, S/.20 y S/.120
b) S/.120, S/.70 y S/.50
c) S/.180, S/.20 y S/.40
d) S/.130, S/.30 y S/.80
e) S/.130, S/.70 y S/.40

Problema 32.

Cada vez que Carmen se cruza con Miguel, este último duplica el dinero que lleva Carmen. Carmen en retribución le entrega 20 soles. Si se han cruzado 3 veces luego de los cuales Carmen tiene 260 soles. ¿Cuánto tenía inicialmente?

a) S/.50 b) S/.18 c) S/.40
d) S/.70 e) S/.60

Problema 33.

Adolfo, cada día gasta la mitad de lo que tiene más 2 soles. Si después de 3 días le queda 20 soles ¿Cuánto tenía al inicio?

a) S/.260 b) S/.188c) S/.182
d) S/.275 e) S/.278

Problema 34.

Un comerciante compra cuadernos a 3 por 10 soles y los vende a 5 por 20 soles.

I. ¿Para ganar 100 soles cuántos cuadernos debe vender?

II. Si aún le quedan por vender 30 cuadernos que representan su ganancia, ¿Cuántos cuadernos compró?

a) 150 - 100 b) 180 - 150
c) 150 - 180 d) 130 - 180
e) 200 - 130

Problema 35.

En un mercado, 4 naranjas cuestan lo mismo que 15 plátanos, 10 plátanos lo mismo que 3 manzanas, 12 manzanas lo mismo que una piña. ¿Cuántas naranjas cuestan lo mismo que 3 piñas?

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 35

Problema 36.

Un comerciante compró 40 jarrones a 7 dólares cada uno, después de haber vendido 12 con una ganancia de 2 dólares por jarrón, se le rompieron 5. ¿A qué precio vendió cada uno de los jarrones que le quedaron, sabiendo que la ganancia total fue 81 dólares?

a) $11 b) $12 c) $13
d) $10 e) $14

Problema 37.

Con todos los alumnos de un salón se puede formar un triángulo equilátero compacto. Si aumentáramos 66 alumnos entonces se podría formar con todos los alumnos un cuadrado compacto, en cuyo lado el número de alumnos es el mismo que hay en el lado del triángulo anteriormente mencionado. Hallar el número de alumnos que conforman el salón.

a) 70 b) 72 c) 76
d) 78 e) 82

Problema 38.

Un asunto fue sometido a votación de 600 personas y se perdió. Habiendo votado de nuevo las mismas personas sobre el mismo asunto, fue ganado el caso por el doble de votos por el que se había perdido, y la nueva mayoría fue con respecto a la anterior como 8 a 7. ¿Cuántas personas cambiaron de opinión?

a) 250 b) 350 c) 300
d) 370 e) 150

Problema 39.

A una fiesta asistieron 20 personas. María bailó con 7 muchachos, Olga con 8, Ana con 9 y así sucesivamente hasta llegar a Nina que bailó con todos ellos. ¿Cuántos muchachos habían en la fiesta?

a) 12 b) 13 c) 15
d) 18 e) 21

Problema 40.

Hace muchos años, podía comprarse pavos a S/.10, patos a S/.5 y pollos a S/.0,50. Si con S/.100 podían comprarse 100 animales entre pavos, patos y pollos. ¿Cuántos fueron los pollos?

a) 95 b) 70 c) 12
d) 15 e) 90

Problema 41.

Se desea comprar objetos de dos precios distintos, gastando exactamente S/.1000.

Los precios por unidad son S/.40 y S/.100, ¿Cuál sería la mínima y la máxima cantidad de objetos que se pueden comprar?

a) 13 y 22 b) 12 y 33 c) 22 y 10
d) 14 y 24 e) 18 y 15

Problema 42.

Cierto día de verano, Jorgito con el fin de comprar un libro que sólo cuesta S/.19, saca de su bolsillo 3 billetes de S/.7, pero el vendedor se niega a venderlo, argumentando de que no podrá darle vuelto ya que únicamente cuenta con billetes de S/.10. Aun así Jorgito logró comprar el libro, llegando a la conclusión que la venta se podía realizar de diversas formas. Indicar de cuántas formas se puede realizar dicha venta, si se sabe que Jorgito únicamente cuenta con 300 billetes de S/.7.

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

Problema 43.

Se desea cercar un jardín de forma rectangular uno de cuyos lados es la pared de la casa. Si el área del jardín es 200 y para cercarlo se desea utilizar la menor cantidad de cerca. ¿Cuáles son las dimensiones de dicho jardín?

a) 10m. y 25m. b) 10m. y 20m.
c) 15m. y 18m. d) 8m. y 25m.
e) 4m. y 50m.

Problema 44.

Se disponen los estudiantes de una clase de baile igualmente espaciados en circulo y luego se les asigna números consecutivos. El estudiante número 20 se encuentra diametralmente opuesto al estudiante número 53. ¿Cuántos estudiantes hay en la clase de baile y cuál es el número del estudiante que se encuentra diametralmente opuesto al número 45?

a) 66 y 10 b) 66 y 12 c) 56 y 14
d) 56 y 12 e) 58 y 18

Problema 45.

En una granja hay patos, conejos y gallinas. Si en total se cuentan 60 cabezas y 160 patas de animales. ¿Cuántos son conejos?

a) 20 b) 22 c) 24
d) 18 e) 72

Problema 46.

Se tienen 3 montones de clavos donde las cantidades son proporcionales a 6, 7 y 11. Si del montón que tiene más clavos se sacan 12 para redistribuir entre los demás, al final se tendrían los tres montones con igual número de clavos. ¿Cuántos clavos hay en total?

a) 74 b) 84 c) 90
d) 94 e) 96

Problema 47.

Un examen de admisión consta de 50 preguntas, por cada respuesta correcta se le bonifica 4 puntos y por cada respuesta incorrecta le restan un punto. ¿Cuántas preguntas respondió acertadamente un alumno, si después de responder todo el examen obtuvo 150 puntos?

a) 42 b) 40 c) 44
d) 33 e) 30

Problema 48.

Si se posaran "$a+1$" gorriones en cada uno de la "a" postes, sobrarían gorriones, pero si en cada poste se posaran 3 gorriones más, quedarían dos postes vacíos. Calcular el mínimo número de postes y gorriones.

a) 9 y 91 b) 9 y 92 c) 8 y 90
d) 8 y 92 e) 9 y 90

Problema 49.

Unos gemelos y unos trillizos tienen edades que suman en total 150 años. Si se intercambian las edades de los gemelos con los trillizos, el total sería de 120 años. ¿Cuántos años tiene cada uno de los trillizos?

a) 50 b) 32 c) 46
d) 44 e) 42

Problema 50.

Una prueba consta de 70 preguntas; cada respuesta correcta vale 5 puntos, cada respuesta equivocada es 2 puntos en contra y cada respuesta en blanco vale cero puntos. Un estudiante que ha rendido dicha prueba ha obtenido 180 puntos habiéndose comprobado que las respuestas buenas fueron el doble de los que dejó en blanco. ¿Cuántas equivocaciones cometió?

a) 12 b) 14 c) 18
d) 10 e) 6

Problema 51.

En un estante caben 20 libros de álgebra y 17 de historia o 35 libros de álgebra y 12 de historia. Si en el estante se encuentran ya 14 libros de álgebra, ¿cuántos libros de historia como máximo se podrían colocar?

a) 17 b) 16 c) 19
d) 18 e) 20

Problema 52.

A un alambre de 132 cm. Se le hacen tantos cortes como longitud tiene cada trozo. ¿Cuántas partes iguales se consiguen?

a) 12 b) 14 c) 18
d) 16 e) 13

Problema 53.

Juan dice: "tengo tantas hermanas como hermanos, pero mi hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos hijos somos?

a) 5 b) 7 c) 9
d) 11 e) 13

Problema 54.

Cuatro hermanos tienen 30 manzanas. Si el número de manzanas del primero se incrementa en 1, el del segundo se reduce en 4, el tercero se duplica y el cuarto se reduce a la mitad, todos tendrían la misma cantidad. Hallar la cantidad de manzanas del tercero.

a) 10 b) 12 c) 15
d) 8 e) 3

Problema 55.

La suma de las dos cifras que componen un número es igual a 11. Si se invierte el orden de las cifras de dicho número y se le suma 103, entonces se obtiene el triple del número original. Hallar el número original aumentado en 11.

a) 121 b) 78 c) 69
d) 64 e) 67

Problema 56.

Miguel se enteró que San Judas hacia un milagro que consistía en duplicar el dinero que uno tenga cobrando únicamente S/.60 por cada milagro. Cierta mañana Miguel acudió a San Judas con todos sus ahorros, pero cuál sería su sorpresa que luego de 3 milagros se quedó sin un sol. ¿A cuánto ascendían los ahorros de Miguel?

a) S/.52,5 b) S/.52 c) S/.48,75
d) S/.54 e) S/.52,25

Problema 57.

Un día Juanito salió de compras con sus cuatro amigas, gastó en pasajes de ida S/.10, con la mitad del resto compró dos regalos para Isabel y Marlene; para Juana le compró un regalo de S/.80, con la mitad del nuevo resto y S/.40 más, compró una cartera para Rocío; cuando él quiso comprarse un libro observó que le faltaba dinero por lo cual Isabel le prestó duplicándole el dinero que le había quedado, entonces se compró un libro de S/.50 y se quedó solamente con S/.10, para el pasaje de vuelta. ¿Cuánto dinero tenía Juanito?

a) S/.400 b) S/.410 c) S/.420
d) S/.450 e) S/.460

Problema 58.

Una señora quiso comprar cierto número de limones con S/.720 pero al ver que el precio de cada limón había bajado en S/.2, compró 4 limones más por la misma suma. ¿Cuántos limones compró?

a) 38 b) 36 c) 40
d) 42 e) 48

Problema 59.

Un alumno tiene 30 caramelos que vende a 3 por S/.10, otro alumno tiene 30 caramelos que vende a 2 por S/.10 para evitar competencias, se unen y deciden vender a 5 caramelos por S/.20. Entonces, ¿ganan o pierden en este negocio y cuánto?

a) Pierden S/.10 b) Pierden S/.20
c) Ganan S/.10 d) Ganan S/.20
e) No ganan ni pierden

Problema 60.

Con los alumnos de un salón se formaron dos cuadrados compactos colocando en cada lado de los cuadrados alumnos en la relación de 2 a 3. Si en el salón hubieran 52 alumnos más se formaría un solo cuadrado compacto. Hallar la cantidad de alumnos del aula si es la menor posible.

a) 120 b) 117 c) 119
d) 126 e) 137

Problema 61.

Para los premios de un concurso infantil se necesitaba comprar juguetes de dos precios distintos. Los precios eran S/.4 y S/.5, pero debía comprarse la mayor cantidad posible de juguetes. ¿Cuántos niños serían premiados, si se debía gastar 131 soles y cada niño recibió un juguete?

a) 30 b) 31 c) 32
d) 43 e) 35

Problema 62.

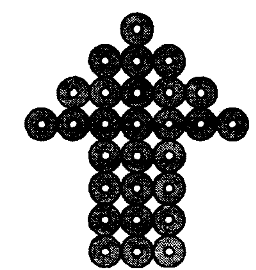
Al multiplicar dos números reales positivos uno de los cuales es superior al otro en 16 unidades, un escolar erró disminuyendo en 3 la cifra de las decenas y en 5 la cifra de las unidades de dicho producto. Sin embargo realizó bien la comprobación para lo cual divide el producto obtenido por el menor de los factores obteniendo 41 en el cociente y 19 en el resto. Hallar la suma de los factores.

a) 76 b) 60 c) 70
d) 78 e) 80

¡ RAZONANDO ¡

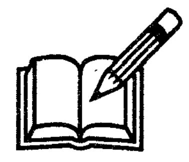
En la figura, ¿cuántos discos se tienen que mover como mínimo para que la flecha apunte hacia la derecha.

a) 7
b) 8
c) 6
d) 5
e) 9



Planteo de Ecuaciones

Solucionario



Resolución 01.

Del enunciado:

30 días → S/.170

	trabajó	no trabajó
# Días:	x	30 - x
	c/d: + S/.15	c/d: – S/.20

$$15x - 20(30 - x) = 170$$
$$15x - 600 + 20x = 170$$
$$35x = 770$$
$$x = 22$$

∴ Trabajó 22 días.

∴

Resolución 02.

Del enunciado:

(cuadrado de lado n) + 9 = (triángulo de lado n) + (triángulo de lado n)

n n n

$$n^2 + 9 = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$
$$n^2 + 9 = n(n+1)$$
$$n^2 + 9 = n^2 + n$$
$$n = 9$$

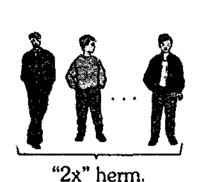
∴ # alumnos $= 9^2 = 81$.

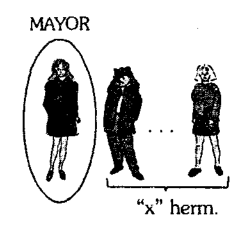
∴

Resolución 03.

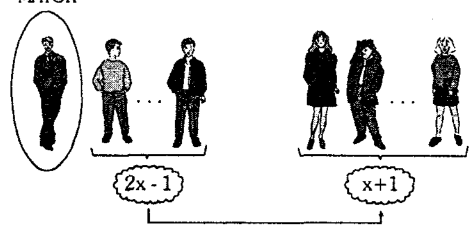
- Del enunciado:

Como la niña mayor tiene tantos hermanos como 2 veces el número de hermanas:





Pero el niño mayor dijo que sus hermanos exceden en 1 a sus hermanos.

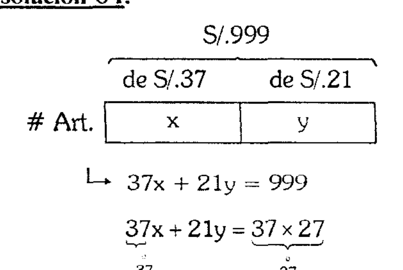


$$\Rightarrow \quad (2x - 1) - (x + 1) = 1$$
$$2x - 1 - x - 1 = 1$$
$$x = 3$$

niños = 6 + 4 = 10

∴ Clave a

Resolución 04.



S/.999

	de S/.37	de S/.21
# Art.	x	y

↳ $37x + 21y = 999$

$$\underbrace{37x}_{\overset{\circ}{37}} + 21y = \underbrace{37 \times 27}_{\overset{\circ}{37}}$$

Para que (21y) sea $\overset{\circ}{37}$:

$$37x + 21y = 37 \times 27$$
$$\downarrow$$
$$37$$

$$\cancel{37}x + 21 \times \cancel{37} = \cancel{37} \times 27$$
$$x + 21 = 27$$
$$x = 6$$

artículos = 37 + 6 = 43

∴ Clave d

Resolución 05.

- Como al final bajaron 18 adultos y 18 universitarios:

Recaudación = 18 × 1,50 + 18 × 1 = S/.45

⇒ Recaudación por los que bajaron en los paraderos intermedios:

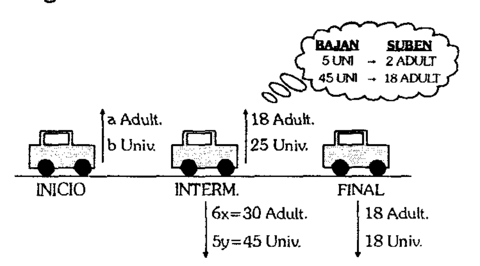
$$135 - 45 = 90 \text{ soles}$$

Como los universitarios bajaron en grupos de 5 y los adultos en grupos de 6:

$$1{,}50\,(\underbrace{6x}_{\text{adultos}}) + 1\,(\underbrace{5y}_{\text{universitarios}}) = 90$$

$$9x + 5y = 90$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$5 \quad 9$$

Luego:



Como el # de adultos que subieron es igual al # de adultos que bajaron:

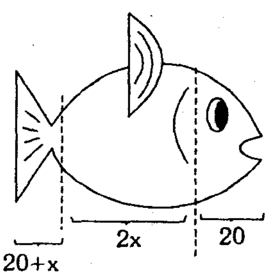
$$a + 18 = 30 + 18$$
$$a = 30$$

∴ En el paradero inicial subieron 30adultos.

∴ Clave c

Resolución 06.

Sea el cuerpo: 2x



Como el cuerpo mide tanto como la cabeza y cola juntas:

$$2x = (20 + x) + 20$$
$$2x = x + 40$$
$$x = 40$$

∴ Mide: 60 + 80 + 20 = 160 cm.

∴ Clave c

Resolución 07.

40 sellos → S/.100

Sellos: x (c/u: S/.1) y (c/u: S/.4) 40 - x - y (c/u: S/.12)

Planteando:

$$1x + 4y + 12\,(40 - x - y) = 100$$
$$x + 4y + 480 - 12x - 12y = 100$$

$$\underbrace{380}_{\overset{\circ}{4}} = \underset{\overset{\uparrow}{\overset{\circ}{4}}}{11x} + \underbrace{8y}_{\overset{\circ}{4}}$$

$$11x + 8y = 380$$

x	y	
4	42	
12	31	(+8, −11)
20	20	(+8, −11)
28	9	(+8, −11)

De todas las soluciones la única que cumple es la última, ya que en las otras el número de sellos de S/.12 sale negativo o cero.

de sellos de S/.12 = 40 – 28 – 9 = 3

∴ Clave d

Resolución 08.

Por S/.400 se compraron "*n*" maletines.

$$c/u: \left(\frac{400}{n}\right) \text{soles}$$

Si se hubieran comprado (*n* + 10) maletines.

$$c/u: \left(\frac{400}{n+10}\right) \text{soles}$$

Como cada maletín hubiera costado S/.20. menos:

$$\frac{400}{n} - \frac{400}{n+10} = 20$$

$$\frac{20}{n} - \frac{20}{n+10} = 1$$

De la última ecuación se observa que "*n*" tiene que ser un número que divida a 20 y que al sumarle 10 también lo debe dividir, luego: n = 10

∴ Se compraron 10 maletines.

∴ Clave a

Resolución 09.

de objetos de la esposa $\boxed{x}$ → c/u S/. x

de objetos de su esposo $\boxed{y}$ → c/u S/. y

Como cada esposa gastó S/.75 más que su esposo:

$$x^2 - y^2 = 75$$

$$(x+y)(x+y) \begin{cases} = 75 \times 1 \\ = 25 \times 3 \\ = 15 \times 5 \end{cases}$$

Si: (x + y) (x – y) = 75 × 1
→ x = 38 ; y = 37

Si: (x + y) (x – y) = 25 × 3
→ x = 14 ; y = 11

Si: (x + y) (x – y) = 15 × 5
→ x = 10 ; y = 5

Como Noemí compró uno más que Muñoz:

Noemí: 38 → su esposo: Muñoz = 37

Como Jessica compró uno menos que Alberto Flores:

Jessica: 10 → Alberto Flores = 11
(Que no es su esposo)

Luego: Noemí es Muñoz; Jessica es Pezo y Nancy es Flores.

∴ Clave b

Resolución 10.

$\#$ de veces: x/y → $\#$ de veces más: $\frac{x}{y}-1$

Planteando: $\frac{x}{y}-1=\frac{1/x}{1/y}$

$$\frac{x}{y}-1=\frac{y}{x}$$

Multiplicando por x/y:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2-\frac{x}{y}=1$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2-\left(\frac{x}{y}\right)-1=0 \quad \text{(ecuación cuadrática)}$$

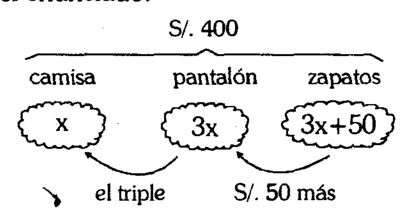
Por fórmula:

$$\frac{x}{y}=\frac{1+\sqrt{(-1)^2-4(1)(-1)}}{2(1)}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

∴ Clave a

Resolución 11.

Del enunciado:



Planteando: $x+3x+(3x+50)=400$

$$7x+50=400$$
$$7x=350$$
$$x=50$$

Los zapatos cuestan:

$$3(50)+50=S/.\ 200$$

∴ Clave b

Resolución 12.

Datos: # de alumnos = 20
c/u recibiría 2 regalos
⇒ total de regalos = 2(20) = 40

Sea "x" el # de regalos que se perdió.
⇒ quedaron: (40 – x)

Planteando: $x=(40-x)+2$

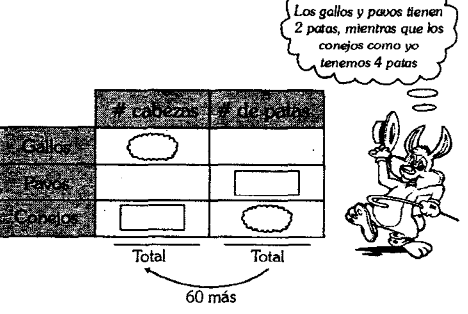
$$x=42-x$$
$$2x=42$$
$$x=21$$

∴ Se perdieron 21 regalos.

∴ Clave d

Resolución 13.

Ordenando los datos en una tabla:



Asumiendo: # de cabezas de pavos = x

Llenando la tabla:

	# cabezas	# de patas
Gallos	8x	×2 → 16x
Pavos	x	×2 → 2x
Conejos	2x	×4 → 8x
Total :	11x	26x

60 más

Planteando:

$$26x - 11x = 60$$
$$15x = 60$$
$$x = 4$$

de animales = 11(4) = 44

∴ Clave c

Resolución 14.

Sean: # pavos (a), # gallinas (b), # patos (c)

Del enunciado:

- Sin contar las gallinas tenemos 15 aves ⇒ $a + c = 15 \ldots (1)$
- Sin contar a los pavos tenemos 11 aves ⇒ $b + c = 11 \ldots (2)$
- Sin contar a los patos tenemos 8 aves ⇒ $a + b = 8 \ldots (3)$

Sumando (+):

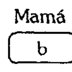
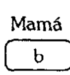
$$2a + 2b + 2c = 34$$
$$a + \underbrace{b + c}_{11} = 17$$
$$a = 6$$
$$c = 9$$
$$b = 2$$

Piden: # patos – # gallinas = 9 – 2 = 7

Resolución 15.

Sean los pesos:

Papá (a), Mamá (b), Hijo mayor (x + 9), Hijo menor (x)

9 kg más

Del enunciado:

$$a + b = 126 \ldots (1)$$
$$a + x + 9 = 106 \ldots (2)$$
$$b + x = 83 \ldots (3)$$

Sumando (2) y (3):

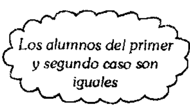
$$126 + 2x + 9 = 189$$
$$2x = 54$$
$$x = 27$$

∴ El hijo mayor pesa: 27 + 9 = 36 kg.

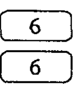
∴ Clave e

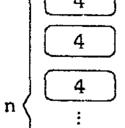
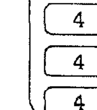
Resolución 16.

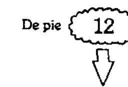
Haciendo un esquema:



Caso 2





Caso 1: n cajas: 6, 6, 6, ⋮, 6, vacía, vacía

Caso 2: n cajas: 4, 4, 4, ⋮, 4, 4, 4; De pie 12

Total:

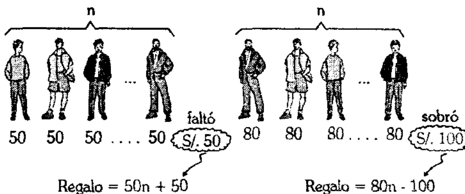
$$6(n - 2) = 4n + 12$$
$$6n - 12 = 4n + 12$$
$$2n = 24$$
$$n = 12$$

Total de alumnos = 6(12 – 2) = 60

∴ Clave b

Resolución 17.

Del enunciado:



Igualando:

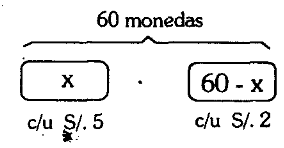
$$50n + 50 = 80n - 100$$
$$150 = 30n$$
$$n = 5$$

Precio del regalo: $50(5) + 50 =$ S/. 300

∴ Clave a

Resolución 18.

Sea el # de monedas:



Como la deuda total es 204 soles:

$$5x + 2(60 - x) = 204$$
$$5x + 120 - 2x = 204$$
$$3x = 84$$
$$x = 28$$

∴ Se tienen 28 monedas de S/.5 y 32 monedas de S/.2.

∴ Clave a

Resolución 19.

Del enunciado:

12 meses ⇒ t.v. + equipo + $ 8000 .... (1)
10 meses ⇒ t.v. + equipo + $ 6000 .... (2)
8 meses ⇒ equipo + $ 5800 .... (3)

De (1) y (2) se deduce:

×4 (2 meses ⇒ $ 2000
8 meses ⇒ $ 8000 = equipo + $ 5800
∴ equipo = $ 2200

Luego:

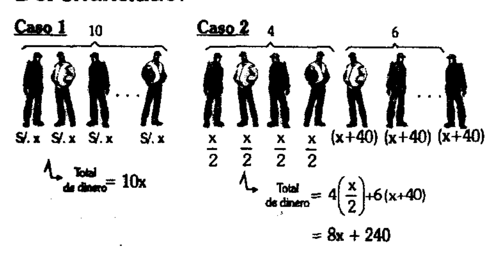
×5 (2 meses ⇒ $ 2000
10 meses ⇒ $ 10000 = t.v. + equipo ($ 2200) + $ 6000
∴ t.v. = $ 1800

∴ El precio del televisor es $ 1800.

∴ Clave c

Resolución 20.

Del enunciado:



Igualando:
$$10x = 8x + 240$$
$$2x = 240$$
$$x = 120$$

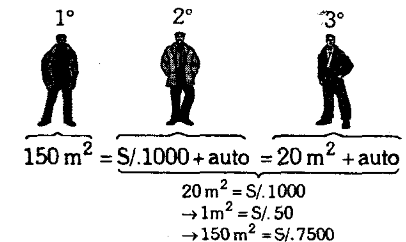
Cantidad de dinero a pagar:

$$10(120) = S/.1200$$

∴ Clave a

Resolución 21.

Del enunciado:



$150\ m^2 =$ S/.1000 + auto $= 20\ m^2 +$ auto

$20\ m^2 =$ S/. 1000
$\rightarrow 1 m^2 =$ S/. 50
$\rightarrow 150\ m^2 =$ S/. 7500

Luego: S/.7500 = S/.1000 + auto
auto = S/.6500

∴ Cada auto tiene un valor de S/.6500

∴ Clave a

Resolución 22.

Sea "n" el número de naranjas.

Si vendo cada una a "*R*" soles, compro una licuadora y me sobra "*x*" soles.

$\Rightarrow nR = \text{licuadora} + x \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

Pero si vendo cada una a C, compro una licuadora y me sobra "y" soles.

$\Rightarrow nC = \text{licuadora} + y \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

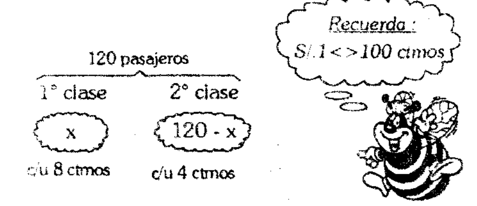
Restando (1) y (2):

$$nR - nC = x - y$$
$$n(R - C) = x - y$$
$$n = \frac{x - y}{R - C}$$

∴

Resolución 23.

Del enunciado del problema:



Como se recaudó:

1020 soles < > 102000 ctmos por 150 km

Por cada km se recaudó: $\frac{102000}{150} = 680$ctmos

Luego:

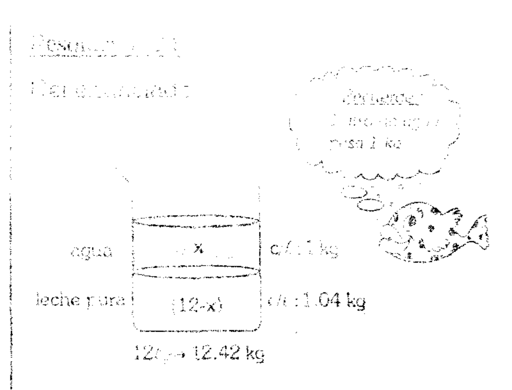
$$\cancel{8}x + \cancel{4}(120 - x) = \cancel{6}80$$
$$2x + 120 - x = 170$$
$$x = 50$$

∴ En primera clase viajaban 50 pasajeros.

∴ Clave (a)

Resolución 24.

Del enunciado:



Planteando:

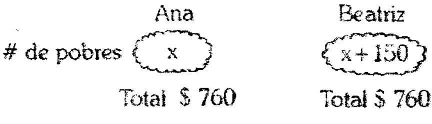
$$1x + 1{,}04\,(12 - x) = 12{,}42$$
$$100x + 104\,(12 - x) = 1242$$
$$100x + 1248 - 104x = 1242$$
$$6 = 4x$$
$$x = 1{,}5$$

∴ Se emplearon 1,5ℓ de agua.

∴ Clave (d)

Resolución 25.

Del enunciado:



Como Ana da 15 dólares más a cada pobre:

$$\frac{760}{x} - \frac{760}{x + 150} = 15$$

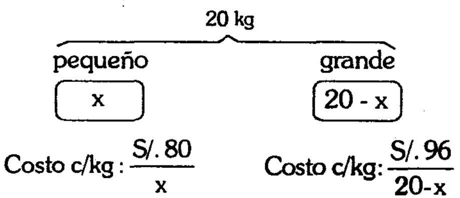
$$760(x + 150) - 760x = 15x(x + 150)$$
$$760 \times \cancel{150} = \cancel{15}x(x + 150)$$
$$7600 = x(x + 150)$$
$$40 \times 190 = x(x + 150)$$
$$x = 40$$

Beatriz socorre: 40 + 150 = 190 pobres

$\therefore$ Clave c

Resolución 26.

Sean los costos:



Costo c/kg : $\frac{S/.80}{x}$ Costo c/kg: $\frac{S/.96}{20-x}$

Como cada kg del más pequeño cuesta S/.2 más que cada kg del más grande:

$$\frac{80}{x}-\frac{96}{20-x}=2$$

$$\frac{40}{x}-\frac{48}{20-x}=1$$

$$800-40x-48x = x(20-x)$$

$$800-88x = 20x-x^2$$

$$800 = 108x-x^2$$

$$800 = x(108-x)$$

$$8\times 100 = x(108-x)$$

$$x = 8$$

Los pavos pesan 8 y 12 kg.

$\therefore$ Clave c

Resolución 27.

Sea el # de artículos:

20 artículos

Pedro	esposa
x	20 - x
c/u : S/.x	c/u : S/.(20 - x)
↳ total : x^2	↳ total : $(20-x)^2$

Como Pedro gastó S/.200 más que su esposa:

$$x^2-(20-x)^2=200$$

$$\cancel{x^2}-400+40x-\cancel{x^2}=200$$

$$40x=600$$

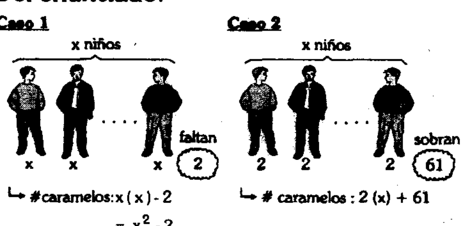
$$x=15$$

$\therefore$ La esposa gastó : $(20-15)^2=25$ soles

$\therefore$ Clave e

Resolución 28.

Del enunciado:



↳ #caramelos: x(x) - 2 = x^2-2 ↳ # caramelos : 2 (x) + 61

Igualando: $x^2-2 = 2x+61$

$$x^2-2x = 63$$

$$x(x-2) = 9\times 7$$

$$x=9$$

$\therefore$ Tengo 9 niños y $9^2-2=79$ caramelos

$\therefore$ Clave b

Resolución 29.

Del enunciado:

c/u : S/. 5	c/u : S/. 10	c/u : S/. 20
P + 1	3P - 5	P + 3
↳ monto: 5P+5	↳ monto: 30P - 50	↳ monto: 20P + 60

Total : (55P + 15) soles

Como al cambiarlos en monedas de 25 soles el número de monedas obtenidas es el doble del número de monedas de 5 soles:

$$\frac{55P+15}{25}=2(P+1)$$

$$55P+15=50P+50$$

$$5P=35$$

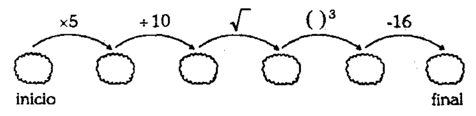
$$P=7$$

Ahorro total = 55(7) + 15 = S/.400.

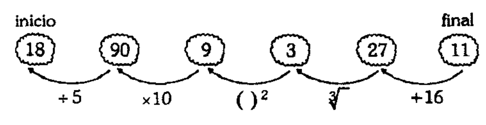
∴

Resolución 30.

Haciendo un esquema:



Haciendo la regresión:

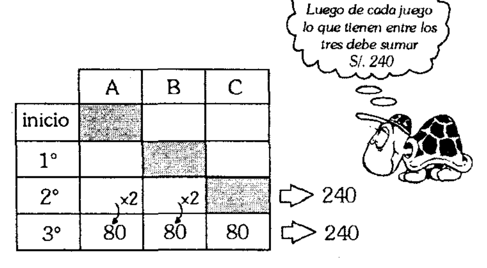


∴ El número es 18.

∴

Resolución 31.

Del enunciado:



	A	B	C
inicio			
1°			
2°			
3°	80	80	80

Antes de terminar el juego C perdió y tuvo que duplicar el dinero de los otros.

	A	B	C
inicio			
1°			
2°	40	40	160
3°	80	80	80

(×2, ×2; ⇨ 240)

Antes de que B tenga S/.40, duplicó el dinero de los otros.

	A	B	C
inicio	130	70	40
1°	20	140	80
2°	40	40	160
3°	80	80	80

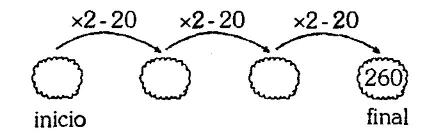
(×2, ×2; ⇨ 240)

∴ Tenían: 130, 70 y 40 soles.

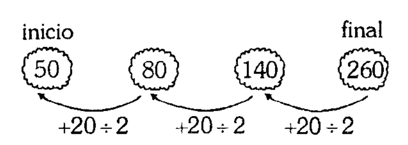
∴

Resolución 32.

Del enunciado:



Haciendo la regresión:

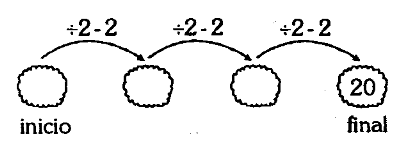


∴ Inicialmente Carmen tenía S/. 50.

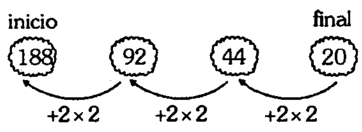
∴

Resolución 33.

Como gasta la mitad más 2 soles; queda la mitad menos 2 soles:



Regresando de atrás a adelante:



∴ Tenía 188 soles.

∴ Clave b

Resolución 34.

I) compra : 3 ⟶ S/. 10
vende : 5 ⟶ S/. 20

compra : 15 ⟶ S/. 50
vende : 15 ⟶ S/. 60

×10 (vende : 15 ⟶ gana S/. 10) ×10
vende : 150 ⟶ gana S/. 100

∴ Debe vender 150 cuadernos.

II) compra : 3 ⟶ S/. 10
vende : 5 ⟶ S/. 20

compra : 6 ⟶ S/. 20
vende : 5 ⟶ S/. 20

×30 (compra : 6 ⟶ gana 1 cuad) ×30
compra : 180 ⟶ gana 30 cuad

∴ Compró 180 cuadernos.

∴ Clave c

Resolución 35.

4 ~~naranjas~~ < > 15 ~~plátanos~~
10 ~~plátanos~~ < > 3 ~~manzanas~~
12 ~~manzanas~~ < > 1 ~~piña~~
3 ~~piñas~~ < > x ~~naranjas~~ x

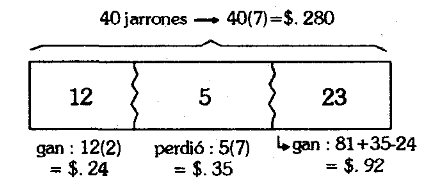
$$4 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 3 = 15 \cdot 3 \cdot 1 \cdot x$$
$$x = 32$$

32 naranjas cuestan lo mismo que 3 piñas.

∴ Clave c

Resolución 36.

Del enunciado:



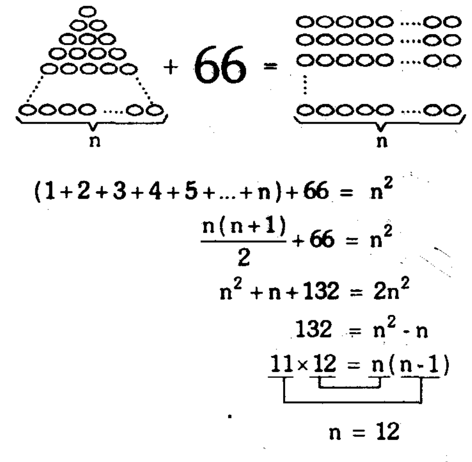
Como en 23 jarrones debe ganar S/. 92, en cada uno ganará: $\frac{92}{23} = \$.\,4$

∴ Vendió a: 7 + 4 = $.11.

∴ Clave a

Resolución 37.

Haciendo un esquema:



$$(1+2+3+4+5+...+n)+66 = n^2$$
$$\frac{n(n+1)}{2}+66 = n^2$$
$$n^2+n+132 = 2n^2$$
$$132 = n^2 - n$$
$$11 \times 12 = n(n-1)$$
$$n = 12$$

$$\# \text{ alumnos}: 1+2+3+...+12 = \frac{12 \times 13}{2} = 78$$

∴ Clave d

Resolución 38.

Del enunciado:

	a favor	en contra
inicio	600 - 7x	$\underset{\text{mayoría}}{7x}$
después	$\underset{\text{nueva mayoría}}{8x}$	600 - 8x

Como el caso fue ganado por el doble de votos por el que se había perdido:

$$8x - (600 - 8x) = 2[7x - (600 - 7x)]$$
$$16x - 600 = 2(14x - 600)$$
$$8x - 300 = 14x - 600$$
$$300 = 6x$$
$$x = 50$$

⇒ Al inicio estaban a favor:
$600 - 7(50) = 250$
y después: $8(50) = 400$.

Cambiarон de opinión:

$400 - 250 = 150$ personas.

∴

Resolución 39.

Sea: "n" el # de mujeres
⇒ # varones = $20 - n$

Del enunciado:

1° mujer (María) $\xrightarrow{+6}$ 7
2° mujer (Olga) $\xrightarrow{+6}$ 8
3° mujer (Ana) $\xrightarrow{+6}$ 9
⋮
n° mujer (Nina) $\xrightarrow{+6}$ (n+6)

Como Nina bailó con todos los varones:

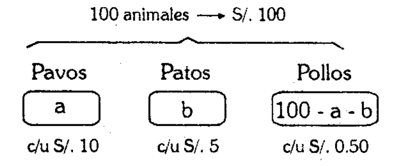
$$n + 6 = 20 - n$$
$$n = 7$$

Había: $20 - 7 = 13$ muchachos.

∴

Resolución 40.

Sean las cantidades:



Planteando:

$$10a + 5b + 0{,}50(100 - a - b) = 100$$
$$20a + 10b + (100 - a - b) = 200$$
$$19a + 9b = 100$$

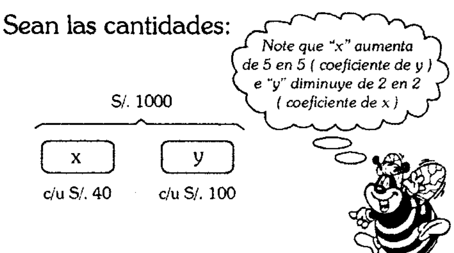
$a \to 1$, $b \to 9$

de pollos = $100 - 1 - 9 = 90$.

∴

Resolución 41.

Sean las cantidades:



Planteando:

$$4\not{0}x + 10\not{0}y = 100\not{0}$$
$$2x + 5y = 50$$

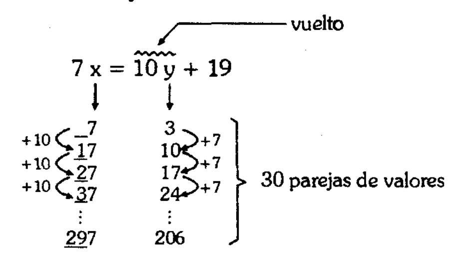
x	y	
5	8	mínima : 13
10	6	
15	4	
20	2	máxima : 22

(x: +5, +5, +5; y: -2, -2, -2)

∴ Clave a

Resolución 42.

Sea el número de billetes:

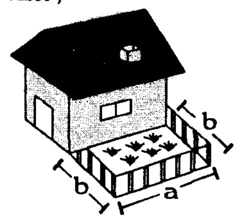


Se puede realizar de 30 formas.

∴

Resolución 43.

ℓ cerca = a + 2b (mínimo valor)



Del dato:

Área del jardín ⇒ ab = 200

$2\,ab = 400$

$a(2b) = 400$

Suma mínima

$a = 2b$

$a(a) = 400$

$a^2 = 400$

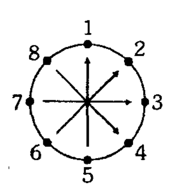
$a = 20 \rightarrow b = 10$

Las dimensiones son 10m y 20m

∴

Resolución 44.

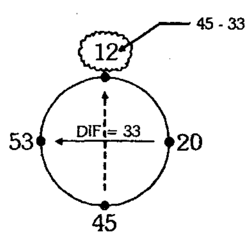
Veamos un caso particular con 8 alumnos.



Se observa que :

- La diferencia entre un número y su opuesto es 4.
- El doble de la diferencia constante nos da el número de alumnos.

Según esto:



de estudiantes: 2(33) = 66.

∴

Resolución 45.

Escogiendo las variables:

# de conejos	# de patos y gallinas
x	60 - x
c/u 4 patas	c/u 2 patas

Como hay 160 patas de animales:

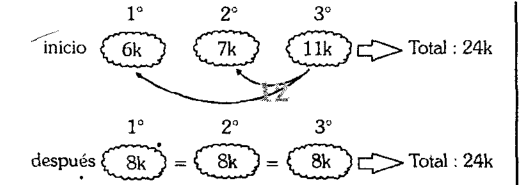
$$4x + 2(60 - x) = 160$$
$$2x + 60 - x = 80$$
$$x = 20$$

∴ Son 20 conejos.

∴

Resolución 46.

Como las fichas sólo se distribuyen; el total al inicio y después es el mismo.



Planteando: $11k - 12 = 8k$

$k = 4$

En total hay: $24(4) = 96$ clavos.

∴

Resolución 47.

Total : 50 preg.

# buenas	# malas
x	50 - x
c/u : 4 puntos	c/u : -1 punto

Como obtuvo 150 puntos:

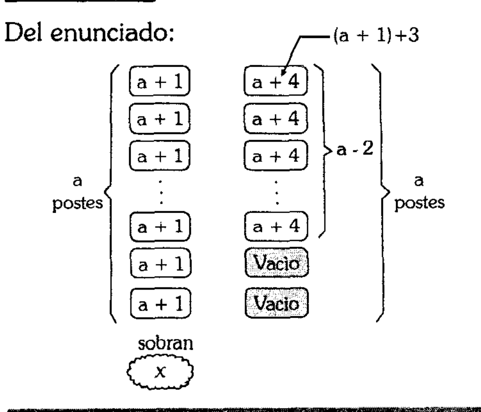
$$4x - 1(50 - x) = 150$$
$$4x - 50 + x = 150$$
$$5x = 200$$
$$x = 40$$

∴ Respondió 40 preguntas acertadamente.

∴ Clave b

Resolución 48.

Del enunciado:



de gorriones: $\Rightarrow a(a+1) + x = (a-2)(a+4)$

$$\cancel{a^2} + a + x = \cancel{a^2} + 2a - 8$$
$$a = x + 8$$

Como a es mínimo: $x = 1 \Rightarrow a = 9$

de gorriones: $9(10) + 1 = 91$

∴ Clave a

Resolución 49.

Son las edades: gemelos (2) a, trillizos (3) b

Planteando: Suman : 150

$$2a + 3b = 150 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Como al intercambiar las edades el total sería 120.

$$2b + 3a = 120 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Sumando (1) y (2):

$$5a + 5b = 270$$
$$a + b = 54$$
$$\hookrightarrow 2a + 2b = 108 \ldots (3)$$

Restando (1) y (3):

$$(2a + 3b) - (2a + 2b) = 150 - 108$$
$$b = 42$$

Cada uno de los trillizos tiene 42 años.

∴ Clave e

Resolución 50.

Del enunciado:

Total : 70 preg.

# correctas	# equivoc.	# blancas
2x	70 - 3x	x
c/u : 5 puntos	c/u : -2 puntos	c/u : 0 puntos

Como obtuvo 180 puntos:

$$5(2x) - 2(70 - 3x) + 0(x) = 180$$
$$10x - 140 + 6x = 180$$
$$x = 20$$

Se equivocó en:

$$70 - 3(20) = 10 \text{ preguntas.}$$

Resolución 51.

Sean los espesores: álgebra $\boxed{x}$ historia $\boxed{y}$

Planteando:

Longitud del estante ⇨ $20x + 17y = 35x + 12y$

$$5y = 15x$$
$$1y = 3x$$

tomando : $x = 1$ cm ; $y = 3$ cm

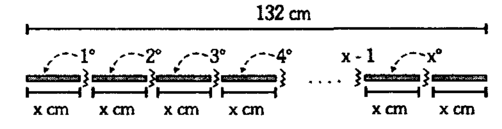
$$\#\text{ de libros de historia} = \frac{\text{espacio vacío}}{\text{espesor de historia}} = \frac{\overbrace{20(1)+17(3)}^{\text{longitud del estante}} - \overbrace{14(1)}^{\text{lo que ocupan los de álgebra}}}{3} = 19$$

Se podrían colocar 19 libros de historia.

Resolución 52.

Longitud de cada trozo: x cm

⇒ # de cortes: x



Como se obtienen (x + 1) trozos:

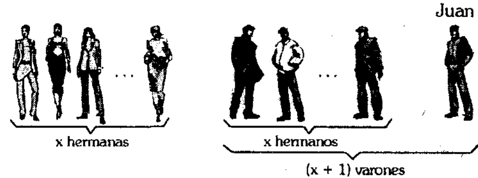
$$(x+1)x = 132$$
$$(x+1)x = 12 \times 11$$

$$x = 11$$

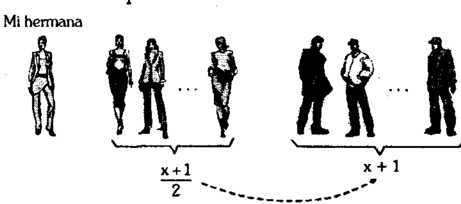
Se consigue: 11 + 1 = 12 trozos.

Resolución 53.

"tengo tantas hermanas como hermanos":



"... Pero mi hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos".



Planteando:

de mujeres ⇨ $\dfrac{x+1}{2} + 1 = x$

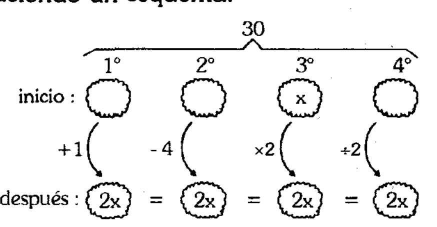
$$x + 1 + 2 = 2x$$
$$x = 3$$

de hijos: $\underset{\text{mujeres}}{3} + \underset{\text{varones}}{4} = 7$

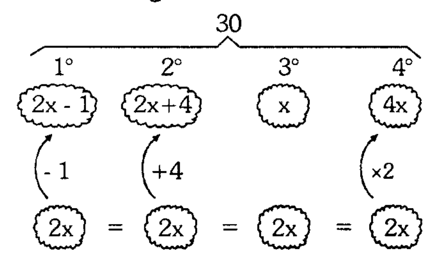
∴ Clave b

Resolución 54.

Haciendo un esquema:



Haciendo la regresión:

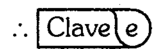


Planteando:

$$(2x-1)+(2x+4)+x+4x=30$$

$$9x+3=30$$
$$9x=27$$
$$x=3$$

El tercero tiene 3 manzanas.



Resolución 55.

Sea $\overline{ab}$ el número → $a+b=11$ → $b=11-a$

Del enunciado:

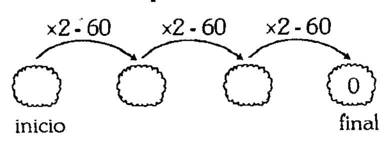
$$\overline{ba}+103=3(\overline{ab})$$
$$10b+a+103=3(10a+b)$$
$$10b+a+103=30a+3b$$
$$7b+103=29a$$
$$7(11-a)+103=29a$$
$$77-7a+103=29a$$
$$a=5$$
$$b=11-5=6$$

Piden: 56 + 11 = 67.

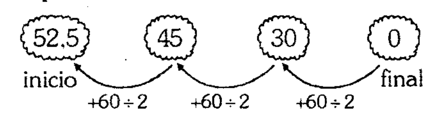
∴ Clave e

Resolución 56.

Haciendo un esquema:



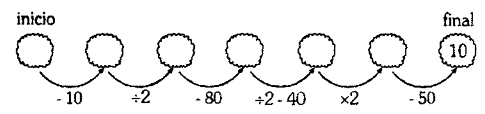
Completando desde el final:



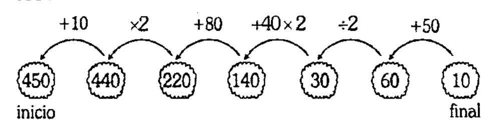
Sus ahorros ascendían a S/.52,5.

Resolución 57.

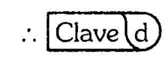
Haciendo un esquema:



Completando desde el final hacia el inicio.



∴ Tenia 450 soles.



Resolución 58.

Del enunciado:

	total	# de limones	c/ limón
inicio	S/. 720	n	S/.$\frac{720}{n}$
después	S/. 720	n + 4	S/.$\frac{720}{n+4}$

bajó S/.2

Planteando: $\frac{720}{n}-2=\frac{720}{n+4}$

$$\frac{360}{n}-\frac{360}{n+4}=1$$

$$360(4)=n(n+4)$$

$$36\times 40=n(n+4)$$

$$n=36$$

Compró: $36 + 4 = 40$ limones.

$\therefore$ Clave c

Resolución 59.

Primer alumno

$\times 10$ (3 caramelos → S/. 10 ; 30 caramelos → S/. 100) $\times 10$

Segundo alumno

$\times 15$ (2 caramelos → S/. 10 ; 30 caramelos → S/. 150)

Por separado recibirían:

$100 + 150 =$ S/.250 en total .

Juntos:

$\times 12$ (5 caramelos → S/. 20 ; 60 caramelos → S/. 240) $\times 12$

Juntos recibirán S/.240 en total.

$\therefore$ Pierden: $250 - 240 =$ S/.10.

$\therefore$ Clave a

Resolución 60.

Del enunciado:

de alumnos

2k [cuadrado] + 3k [cuadrado] + 52 = [cuadrado] p

$$(2k)^2 + (3k)^2 + 52 = p^2$$

$$4k^2 + 9k^2 + 52 = p^2$$

$$\underbrace{13k^2}_{\overset{\bullet}{13}} + \underbrace{52}_{\overset{\bullet}{13}} = \underbrace{p^2}_{\overset{\bullet}{13}}$$

Luego: $13k^2 + 52 = p^2$

↓ 13 (menor múltiplo de 13)

$$13k^2 + 52 = 13^2$$

$$k = 3$$

$\therefore$ # de alumnos $= 6^2 + 9^2 = 117$

$\therefore$ Clave b

Resolución 61.

Sean:

juguetes: x (c/u : S/. 4)   # juguetes: y (c/u : S/. 5)

Para que el número de juguetes sea máximo debemos comprar la menor cantidad de juguetes de S/: 5

Planteando:

$$4x + 5y = 131$$

x → 29, y → 3

Serán premiados: $29 + 3 = 32$ niños.

$\therefore$ Clave c

Resolución 62.

Sean los números: menor x, mayor $x+16$

Del enunciado:

Resultado obtenido ⇨ $x(x+16) - 35$ (3 decenas y 5 unidades) dividido entre x: cociente 41, residuo 19

Planteando:

$$41x + 19 = x(x+16) - 35$$

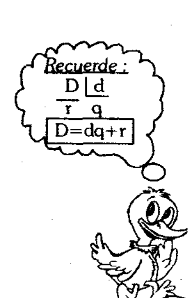
$$41x + 19 = x^2 + 16x - 35$$

$$54 = x^2 - 25x$$

$$27 \times 2 = x(x - 25)$$

$$x = 27$$

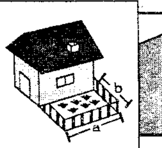
Recuerde: D | d, r q → $D = dq + r$



Piden: $27 + 43 = 70$.

$\therefore$ Clave c

Primera Práctica



01 Una señora tiene 75 animales, entre gatos, perros y canarios. ¿Cuántos gatos tiene si se sabe que el número de perros es igual a cuatro veces el número de gatos y además la suma del número de patas de los animales es de 200?

a) 12 b) 5 c) 14
d) 16 e) 21

02 Dos recipientes contienen 4 y 16 litros de agua. Cuando al primero se le agrega una cierta cantidad de agua y al segundo recipiente se le extrae lo que ahora posee el primero, resulta que en el primero hay ahora el triple de lo que hay en el segundo. Halle la cantidad de litros extraída del segundo.

a) 12 b) 10 c) 13
d) 15 e) 8

03 Si a cada uno de mis sobrinos le doy S/.3, me sobraría S/.19; pero si a cada uno les doy S/.5 me sobraría S/.5 ¿Cuántos soles tengo?

a) S/. 7 b) S/.21 c) S/.12
d) S/. 42 e) S/.40

04 Del dinero que tengo gasto el doble de lo que no gasto, de lo que no gasto pierdo la mitad de lo que no pierdo y de lo que no pierdo regalo la tercera parte de lo que no regalo. Si la suma de lo que gasto más lo que regalo es de S/.260, ¿cuánto dinero tenía inicialmente?

a) S/.240 c) S/.720 c) S/.360
d) S/.540 e) S/.120

05 Marcos fue al mercado con S/.72 con el propósito de comprar pollos pero al llegar al lugar se enteró de que cada pollo costaba S/.2 menos de lo que creía. Entonces, con el mismo dinero pudo comprar tres pollos más de lo que pensó. ¿Cuántos pollos compró?

a) 9 b) 13 c) 15
d) 12 e) 18

06 Se tienen dos cirios de igual calidad y diámetro. El segundo es encendido 30 minutos después de haber encendido el primero, 20 minutos más tarde se observa que el primero se ha consumido hasta su mitad y el segundo 18 centímetros. Calcule la longitud inicial del primer cirio.

a) 102 cm b) 96 cm c) 82 cm
d) 120 cm e) 90 cm

07 Si 144 manzanas cuestan tantos soles como manzanas dan por S/.100, ¿cuánto cuesta dos docenas de manzanas?

a) S/.20 b) S/.25 c) S/.13
d) S/.15 e) S/.12

08 Miriam redacta x cartas en un día de trabajo. Si durante 18 días, en los cuales algunos días no fue al trabajo por estar enferma, ha escrito solo y cartas, ¿cuántos días no fue al trabajo?

a) $x - y$ b) $\frac{18x-y}{x}$ c) $\frac{x-y}{18}$
d) $\frac{18y-x}{x}$ e) $\frac{18y-x}{y}$

09 Se tienen 3 piezas de tela de 60; 430 y 320 metros; respectivamente. Se desea dividir exactamente en trozos de igual longitud y lo más largo posible.

- ¿Qué longitud tendrá los trozos?
- ¿Cuántos trozos se obtendrán en total?

a) 10 y 81 b) 15 y 81 c) 10 y 43
d) 10 y 32 e) 10 y 38

10 Un comerciante ha comprado en S/.960 dos cajas con 150 paquetes de galleta cada una, pero el primer cajón le costó S/.120 más que el segundo. El comerciante vendió después 80 paquetes del primer cajón y 50 paquetes del segundo cajón, cobrando por todo S/.500. Determine cuánto ganó en la venta.

a) S/.288 b) S/.428 c) S/.140
d) S/.72 e) S/. 64

11 Ana y Beatriz invierten 760 soles cada una para donarlos a cierto número de ancianos. Beatriz ayuda a 150 ancianos más que Ana, pero ésta da a cada anciano 15 soles más que Beatriz. ¿Cuántos ancianos son atendidos por Beatriz?

a) 110 b) 40 c) 150
d) 190 e) 70

12 Se tienen cuatro velas de igual longitud y calidad, y cada vela se prende 20 minutos después que la anterior. Si la primera vela se terminó totalmente cuando la cuarta se había consumido en su tercera parte, ¿en qué relación se encuentran las longitudes de las otras dos?

a) 1/4 b) 2/5 c) 1/6
d) 1/3 e) 1/2

13 En un estante se puede ubicar exactamente 25 libros de Física junto con 12 libros de Química, o 36 libros de Química junto con 10 de Geometría, o 40 libros de Geometría junto con 15 libros de Física. Si se ubican en el estante de los tres tipos en igual cantidad, ¿cuántos se podrán ubicar en total para que el estante esté lleno?

a) 35 b) 50 c) 45
d) 33 e) 48

14 Un padre reparte una herencia entre sus hijos de la manera siguiente: Al primero le da una suma "a" y la enésima parte del resto, el segundo la suma "2a" y la enésima parte del resto, después de hacer el recuento, le da al tercero una suma "3a" y la enésima

parte del resto, y así sucesivamente. Al final se encuentra que cada uno de ellos ha recibido la misma cantidad. ¿Cuál es el número de hijos?

A) n B) n – 1 C) 2n – 5
D) 2n E) n2 – 1

15 En un cierto momento en una fiesta, el número de hombres que no bailan es al número de personas que están bailando como 1 es a 6; además al número de damas que no bailan es al número de hombres como 3 es a 2. Encontrar el número de damas que están bailando, si el total de personas que asistieron a la fiesta es 455.

a) 56 b) 84 c) 215
d) 105 e) 300

16 Una familia acordó preparar una pachamanca por el Aniversario de Huacho, para ello se sacó un presupuesto, el cual se cubriría en partes iguales por los miembros de familia; pero al realizar las compras se gastó S/.240 por lo que cada miembro tenía que aportar S/.6 más de lo previsto, entonces 3 de ellos acordaron no participar, por lo tanto los restantes tuvieron que aportar el doble de lo previsto, para cubrir el gasto. ¿De cuántas personas consta la familia?

a) 8 b) 15 c) 8 ó 15
d) 10 ó 16 e) 12 ó 18

17 En un examen de "*n*" preguntas un estudiante contesta correctamente 15 de las primeras 20. De las preguntas restantes contesta correctamente un tercio. Todas las preguntas tienen el mismo valor. Si la nota del estudiante es de 50% de la nota máxima. (no disminuye el puntaje por respuesta incorrecta). Hallar "*n*".

a) 60 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

18 Un escolar gastó cierta suma de dinero para comprar una cartera, un lapicero y un libro. Si la cartera, el lapicero y el libro costarán 5, 2 y 3 veces más caros respectivamente, la compra costaría 326 soles y sí, en comparación con el precio original, la cartera costará 2 veces más caro, el lapicero 4 veces más caro y el libro 2 veces más caro, por la misma compra el escolar pagaría 190 soles. ¿Cuánto vale la compra, si el precio de la cartera es el doble del precio del libro?

a) S/.130 b) S/.62 c) S/.36
d) S/.60 e) S/.92

19 Al multiplicar dos números reales positivos uno de los cuales es superior al otro en 16 unidades, un escolar erró disminuyendo en 3 la cifra de las decenas y en 5 la cifra de las unidades de dicho producto. Sin embargo realizó bien la comprobación para lo cual divide el producto obtenido por el menor de los factores obteniendo 41 en el cociente y 19 en el resto. Hallar la suma de los factores.

a) 76 b) 60 c) 70
d) 78 e) 80

20 En un corral se observa 3 gallinas por cada 5 patos y 4 conejos por cada 3 patos, si en total se cuentan 176 cabezas. Halle el número total de patas.

a) 390 b) 472 c) 520
d) 512 e) 464

21 Si reparto tantos caramelos como niños hay me faltan 2; pero si doy un caramelo a cada niño me sobran 70 caramelos. ¿Cuántos caramelos tengo?

a) 70 b) 79 c) 80
d) 68 e) 54

22 Si por S/.200 pudieran ingresar 6 personas más de las que ingresan normalmente al teatro, entonces el valor de una docena de entradas costaría S/.90 menos. ¿Cuánto cuesta en soles, cada entrada al teatro?

a) S/.10 b) S/.12 c) S/.15
d) S/.20 e) S/.24

23 En una reunión habían tantas chicas por cada chico, como chicos habían. Si en total hay 420 personas entre chicas y chicos. ¿Cuántas chicas quedaron luego que cada uno de la mitad de chicos se retiren acompañados de 4 chicas?

a) 260 b) 360 c) 320
d) 300 e) 240

24 En una ciudad se observa que existen 5 gatos por cada 2 ratones, pero un virus elimina 5 ratones por cada 2 gatos, sobreviviendo 84 gatos y ningún ratón. ¿Cuántos ratones habían inicialmente?

a) 40 b) 42 c) 48
d) 50 e) 62

25 Se tiene dos depósitos de vino de diferente calidad. El primero contiene 20 litros y el segundo 30 litros. Si se saca de cada uno la misma cantidad y se hecha al primero lo que se saca del segundo y viceversa. ¿Qué cantidad (en litros) ha pasado de un depósito a otro, si el contenido de los dos ha resultado de la misma calidad?

a) 12 b) 10 c) 11
d) 13 e) 15

26 Yulissa viaja en el último vagón de un tren, el cual tiene 9 vagones. Cuando avanza de un vagón a otro tiene que pagar 16 soles y cuando retrocede le devuelven 12 soles. Si para llegar al primer vagón realizó 24 cambios. Calcule la suma de lo que cobró y pagó.

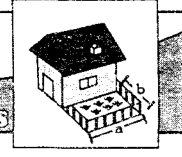
a) S/.398 b) S/.379 c) S/.352
d) S/.355 e) S/.389

27 En un baile se recaudó 475 soles, la tarjeta para una pareja cuesta 15 soles y las tarjetas sueltas 10 soles para caballeros y 6 soles para damas. Si se ha vendido un total de 55 tarjetas, halle cuántas de 6 soles se han vendido, sabiendo que en un determinado momento del baile, se observó que todos bailan.

a) 24 b) 25 c) 30
d) 27 e) 15

Segunda Práctica

Planteo de Ecuaciones



01 Si se forman filas de 8 niños sobran 4; pero si se forman 3 filas más de 7 niños faltarían 8 niños. ¿Cuántos niños son?

a) 78 b) 72 c) 64
d) 76 e) 84

02 Juan tiene diez veces lo que tiene Pedro, y Lucho tiene tres veces más de lo que tiene Pedro. Además el exceso de lo que tienen Juan y Lucho sobre el séxtuplo de lo que tiene Pedro es S/.48. ¿Cuánto tienen entre los 3 juntos?

a) S/.80 b) S/.90 c) S/.100
d) S/.120 e) S/.150

03 A un obrero le ofrecen pagarle anualmente S/.1400 y una sortija. Al cabo de 8 meses es despedido y le pagan S/.900 más la sortija. ¿Cuál es el valor de la sortija?

a) S/.500 b) S/.200 c) S/.3000
d) S/.400 e) S/.100

04 Se tiene 400 caramelos para ser distribuidos en partes iguales a un grupo de niños. Si se retiran 4 niños, los restantes reciben 5 caramelos más. ¿Cuántos niños había inicialmente?

a) 20 b) 16 c) 25
d) 15 e) 30

05 En un corral se observa 3 gallinas por cada 5 patos y 4 conejos por cada 3 patos, si en total se cuentan 176 cabezas. Halle el número total de patas.

a) 390 b) 472 c) 520
d) 512 e) 464

06 Alberto posee el triple de dinero que Pedro, si Alberto le diese S/.15 a Pedro, entonces tendrían la misma cantidad. ¿Cuánto tienen entre los dos?

a) S/.48 b) S/.45 c) S/.50
d) S/.60 e) S/.36

07 Si reparto tantos caramelos como niños hay me faltan 2; pero si doy un caramelo a cada niño me sobran 70 caramelos. ¿Cuántos caramelos tengo?

a) 70 b) 79 c) 80
d) 68 e) 54

08 Tres docenas de limones cuestan tantos soles como limones dan por 81 soles. ¿Cuántos soles vale la docena de limones?

a) 12 b) 15 c) 18
d) 24 e) 36

09 Si por S/.200 pudieran ingresar 6 personas más de las que ingresan normalmente al teatro, entonces el valor

de una docena de entradas costaría S/.90 menos. ¿Cuánto cuesta en soles, cada entrada al teatro?

a) S/.10 b) S/.12 c) S/.15
d) S/.20 e) S/.24

10 En una reunión habían tantas chicas por cada chico, como chicos habían. Si en total hay 420 personas entre chicas y chicos. ¿Cuántas chicas quedaron luego que cada uno de la mitad de chicos se retiren acompañados de 4 chicas?

a) 260 b) 360 c) 320
d) 300 e) 240

11 En una ciudad se observa que existen 5 gatos por cada 2 ratones, pero un virus elimina 5 ratones por cada 2 gatos, sobreviviendo 84 gatos y ningún ratón. ¿Cuántos ratones habían inicialmente?

a) 40 b) 42 c) 48
d) 50 e) 62

12 Se tiene dos depósitos de vino de diferente calidad. El primero contiene 20 litros y el segundo 30 litros. Si se saca de cada uno la misma cantidad y se hecha al primero lo que se saca del segundo y viceversa. ¿Qué cantidad (en litros) ha pasado de un depósito a otro, si el contenido de los dos ha resultado de la misma calidad?

a) 12 b) 10 c) 11
d) 13 e) 15

13 Yulissa viaja en el último vagón de un tren, el cual tiene 9 vagones. Cuando avanza de un vagón a otro tiene que pagar 16 soles y cuando retrocede le devuelven 12 soles. Si para llegar al primer vagón realizó 24 cambios. Calcule la suma de lo que cobró y pagó.

a) S/.398 b) S/.379 c) S/.352
d) S/.355 e) S/.389

14 Un comerciante compró cierto número de libros por un valor de S/.60, se le extraviaron 3 de ellos y vende los que le quedan en S/.2 más de lo que le había costado cada uno, ganando en total S/.3. ¿Cuánto le costó cada libro?

a) S/.4 b) S/.10 c) S/.6
d) S/.8 e) S/.5

15 Se tiene una cierta cantidad de vasos cuyo costo total es de 8 400 soles. Si se vendiera, cada uno a 400 soles se obtendría cierta ganancia; pero si cada uno se vendiera a 380 se produciría cierta pérdida. ¿Cuánto se ganaría de venderse a 500 soles cada vaso?

a) S/.2000 b) S/.2400 c) S/.2600
d) S/.2800 e) S/.3000

16 En dos oficinas, informática y contabilidad de un ministerio, había en el año 1996, un cierto número de empleados. En 1997 se aumentaron 5 empleados a la oficina de informática y 6 a la de contabilidad, resultando esta con el doble número de funcionarios que los

de informática. En 1998 se aumentaron 2 a contabilidad y cesaron a 4 empleados de informática, resultando este departamento con la tercera parte de funcionarios que contabilidad. ¿Cuántos empleados había en la oficina de informática en el año 1996?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 7 e) 6

17 Ella tiene 3 veces más de lo que tú tienes, si tuvieras 5 soles más de lo que tienes, entonces lo que ella tiene sería dos veces más de lo que tú tendrías. ¿En cuánto excede lo que tiene ella a lo que tienes tú?

a) 40 b) 64 c) 45
d) 35 e) 25

18 En un baile se recaudó 475 soles, la tarjeta para una pareja cuesta 15 soles y las tarjetas sueltas 10 soles para caballeros y 6 soles para damas. Si se ha vendido un total de 55 tarjetas, halle cuántas de 6 soles se han vendido, sabiendo que en un determinado momento del baile, se observó que todos bailan.

a) 24 b) 25 c) 30
d) 27 e) 15

19 Si se posaran $(n-1)$ gorriones en cada uno de los "n" postes sobrarían 10 gorriones, pero si en cada poste se posaran 3 gorriones más, quedarían dos postes vacíos. Calcule el número de postes y gorriones. De cómo respuesta la suma de ambos.

a) 199 b) 208 c) 215
d) 180 e) 206

20 En una familia se encuentran varios niños y niñas. Alguien les preguntó ¿cuántos eran? y la niña mayor contestó que tenía tantos hermanos como 5 veces el número de hermanas. Pero el niño mayor dijo que tenía tantos hermanos como tres veces el número de hermanas ¿Cuántos hermanos en total hay en dicha familia?

a) 13 b) 12 c) 15
d) 10 e) 9

21 Tú tienes la mitad de lo que tenías y tendrás el triple de lo que tienes. Si tuvieras lo que tienes, tenías y tendrás, tendrías entonces lo que yo tengo, que es nueve soles más de lo que tu tendrás ¿Cuánto más que tu dinero es lo que tengo?

a) S/.15 b) S/.10 c) S/.8
d) S/.18 e) S/.24

22 Un salón de un colegio mixto, organizó una fiesta donde cada alumno(a) del salón podía invitar a otra persona o ir a la fiesta con alguien del mismo salón. A la fiesta asistieron 37 parejas, pero solo 52 personas eran del salón (nadie faltó). Si se supo que 15 muchachos invitaron a muchachas que no eran del salón. ¿Cuántos muchachos y muchachas había en dicho salón de clases?

a) 30 y 32 b) 20 y 30 c) 32 y 20
d) 30 y 22 e) 22 y 35

23. En una reunión habían 20 mujeres más que hombres y cuando llegaron 12 parejas a la reunión, el número de hombres resultó los 3/8 de los reunidos. ¿Cuántos hombres habían al inicio?

a) 18 b) 9 c) 28
d) 13 e) 16

24. Manuel ahorra anualmente p soles y Alberto q soles. Si actualmente Manuel tiene q soles y Alberto p soles (p q), ¿Dentro de cuántos años Alberto tendrá el doble de lo que tendrá Manuel?

a) $\frac{q+p}{q-p}$ b) $\frac{2q-p}{q-2p}$ c) $p+q$
d) $\frac{3pq}{q-p}$ e) pq

25. Al multiplicarse por 37 al número de varones que hay en un aula y sumarle 16 veces más el número de mujeres se obtuvo 999. ¿Cuántos alumnos hay en total en el aula?

a) 17 b) 27 c) 37
d) 47 e) 57

26. En un banquete, habían sentados 8 invitados en cada mesa, luego se trajeron 4 mesas más y entonces se sentaron 6 invitados en cada mesa. ¿Cuántos invitados habían?

a) 32 b) 64 c) 36
d) 21 e) 96

27. Juan da a Raúl tantas veces 5 centavos como soles tiene en su bolsillo, sabiendo que aún le quedan S/.57 ¿Cuánto tenía al encontrarse con Raúl?

a) S/.80 b) S/.60 c) S/.100
d) S/.90 e) S/.120

28. Se reparte cierta cantidad de dinero entre cierto número de personas. La primera recibe S/.100 y 1/12 del resto; la segunda S/.200 y 1/12 del resto; la tercera S/.300 y 1/12 del resto; y así sucesivamente. De esta manera todas ellas han recibido la misma suma y se ha repartido la cantidad íntegra. Hallar el número de personas.

a) 12 b) 9 c) 11
d) 13 e) 15

29. Cuando un comerciante se informó que el precio de cierto producto iba a subir S/.3 por barril, se previno comprando cierto número de barriles de este producto por S/.300. Si este comerciante hubiese comprado al nuevo precio, él habría obtenido 5 barriles menos por la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos barriles compró el comerciante?

a) 20 b) 22 c) 23
d) 25 e) 27

30. El triple de lo que me faltaría para tener lo que tú tendrás, si es que yo te diese S/.10, es igual a 7 veces más de lo que tengo. ¿Cuánto tengo?, si tú tienes 2 veces más de lo que yo tengo.

a) 30 b) 40 c) 60
d) 25 e) 45

Tercera Práctica

Planteo de Ecuaciones

01 El exceso del triple de un número con respecto a 5 es equivalente al cuadrado del exceso del mismo sobre 5. Halle dicho número.

a) 10 b) 12 c) 9
d) 8 e) 11

02 José le dice a Luis: Dame S/.18000 y así tendré el doble que tú y Luis le contesta: mejor dame S/.15000 y así tendremos los dos igual cantidad. ¿Cuánto tiene Luis?

a) S/.114000 b) S/.96000
c) S/.84000 d) S/.94000
e) S/.84600

03 Un plato de cebiche con choclo cuesta S/.2 más que sin choclo. ¿Cuánto cuesta el camote, si vale el doble de la yuca y ésta la cuarta parte del choclo?

a) S/.2 b) S/.1 c) S/.0,5
d) S/.4 e) S/.3

04 En un corral, entre pavos, patos y cuyes se contaron 58 cabezas y 148 patas. ¿Cuántos cuyes hay?

a) 18 b) 20 c) 15
d) 16 e) 14

05 El triple de lo que me faltaría para tener lo que tú tendrás, si es que yo te diese S/.10, es igual a 7 veces más de lo que tengo. ¿Cuánto tengo?, si tú tienes 2 veces más de lo que yo tengo.

a) 30 b) 40 c) 60
d) 25 e) 45

06 César compró 5 toros y 3 vacas. Si hubiera comprado un toro menos y una vaca más habría gastado S/.5000 menos ¿En cuánto se diferencia el precio de un toro y el de una vaca?

a) S/.5000 b) S/.10000
c) S/.2500 d) S/.15000
e) S/.3000

07 Pepito, el curioso indica: Si subo la escalera de n en n escalones doy 17 pasos más que si los subiera de m en m escalones ¿Cuántos escalones tiene la escalera?

a) $\frac{17mn}{m-n}$ B) $\frac{17n}{m}$ C) $\frac{17n}{m+n}$
d) $\frac{17n}{m-n}$ E) $\frac{17mn}{m+n}$

08 Un alumno contestó 30 preguntas obteniendo 504 puntos. Determine cuántas preguntas contestó correctamente si cada correcta valía 20 puntos y cada errada –4 puntos.

a) 24 b) 26 c) 28
d) 27 e) 25

09 Dos cirios de igual calidad y diámetro difieren en 16 centímetros de longitud. Se encienden al mismo tiempo y se observa que en un momento la longitud de uno es el quíntuplo de la del otro y 12 minutos después se termina el más pequeño. Si el mayor dura tres horas, ¿Cuál era su longitud?

a) 48 cm b) 60 cm c) 120 cm
d) 136 cm e) 144 cm

10 Un número se sextuplica y se obtiene un número de cuatro cifras, si a este número se le coloca un 8 a la derecha, entonces el número de cuatro cifras aumenta en 18314. Halle la suma de las cifras del número original.

a) 15 b) 9 c) 10
d) 12 e) 18

11 Un alumno tiene 30 caramelos y los vende a 3 caramelos por 10 soles, otro alumno tiene 30 caramelos y los vende a 2 caramelos por 10 soles. Los alumnos juntan sus caramelos y los venden a 5 caramelos por 20 soles. Entonces ¿ganan o pierden? y ¿cuánto?

a) ganan 10 soles
b) pierden 20 soles
c) pierden 10 soles
d) pierden 5 soles
e) ganan 15 soles

12 De un grupo de varones y mujeres se retiran 15 varones, quedando 2 mujeres por cada varón, después se retiran 45 mujeres quedando por cada mujer, 5 varones ¿Cuántas personas se encontraban inicialmente?

a) 82 b) 75 c) 90
d) 65 e) 102

13 En un triángulo rectángulo el triple del cateto menor excede en una unidad al cateto mayor pero le falta una unidad para ser igual a la hipotenusa. ¿Cuál es la longitud del cateto mayor?

a) 35 b) 25 c) 37
d) 12 e) 24

14 Se tienen "x", "$(x + y)$" y 29 monedas de S/.1, S/.2 y S/.5 respectivamente. Al cambiar todo el dinero en billetes de S/.10 se cuentan 30 billetes, coincidiendo esta cantidad de billetes con el número de monedas en que excedían las monedas de S/.2 a las de S/.5 ¿Cuánto dinero se tiene en monedas de S/.1?

a) S/.24 c) S/.116 c) S/.37
d) S/.120 e) S/.128

15 Tres ladrones A, B y C se repartieron en partes iguales un botín. La primera noche, mientras C dormía, A y B le quitaron la mitad de lo que tenía y se lo repartieron en partes iguales. La segunda noche, mientras A dormía, B y C le quitaron la mitad de lo que tenía se lo repartieron en partes iguales.

La tercera noche, mientras B dormía; A y C le quitaron la mitad de lo que tenía y se lo repartieron en partes iguales. A la mañana siguiente se separaron para siempre. Cuando B contó su dinero, tenía 10 000 soles. Determine de cuanto dinero era el botín que se repartieron los tres ladrones.

a) 20 000 B) 32 000 C) 34 500
d) 36 500 e) 38 400

16 Cierto día en el comedor se observó que por cada 8 estudiantes que hacen cola sólo 5 logran almorzar. Al día siguiente esta relación se alteró ya que por cada 9 estudiantes que hacían cola almorzaban sólo 4. Si en ambos días la cantidad de alumnos que no almuerzan son iguales. Calcule cuántos alumnos almorzaron en el segundo caso, si en el primero almorzaron 130 alumnos más que en el segundo.

a) 100 b) 200 c) 120
d) 250 e) 270

17 Dos amigas tienen juntos "a" soles, uno de ellos tiene "b" soles más que el otro. ¿Cuánto tienen que dar uno de ellos al otro para que tengan la misma cantidad?

A) $\frac{(a+b)}{2}$ B) $\frac{(a-b)}{2}$ C) b
D) $\frac{b}{2}$ E) $\frac{a \cdot b}{2}$

18 Un número excede al cuadrado más próximo en 14 unidades y es excedido por el siguiente cuadrado en 11 unidades. Halle dicho número.

a) 135 b) 158 c) 236
d) 144 e) 156

19 En dos salones hay igual número de personas, por cada 5 personas que salen del primero, del segundo salen 3 para entrar al primero y uno se retira a su casa. Cuando hay 50 personas en el primero, resulta que el segundo hay 20 ¿Cuántas personas habían inicialmente?

a) 100 b) 240 c) 80
d) 160 e) 120

20 En una fiesta los invitados ingresaban de la siguiente manera: un caballero con 2 damas o una dama con tres niños. Si en total hay 220 asistentes y además ingresaron tantas damas con los caballeros como damas con los niños, halle el número de niños asistentes.

a) 120 b) 130 c) 140
d) 150 e) 160

21 En un estante se pueden colocar 24 libros de RM y 45 de RV o 32 libros de RM y 33 de RV. ¿Cuántos libros se pueden colocar, como máximo, en dicho estante y de qué curso deben ser estos?

a) 82 de RM b) 50 de RM
c) 81 de RV d) 50 de RV
e) 54 de RV

22 Se tiene 12 esferitas separados en 3 grupos se observa que solo la suma de dos grupos es un cuadrado perfecto y que al sumarle otro cuadrado obtendremos nuevamente otro número cuadrado perfecto. ¿Cuál fue el segundo cuadrado perfecto obtenido?

a) 1 b) 4 c) 9
d) 16 e) 25

23 Tú tienes el triple de la mitad de lo que yo tengo, más 10 soles; pero si yo tuviera el doble de lo que tengo, tendría 5 soles más de lo que tienes. ¿Cuánto tenemos entre los dos?

a) S/.85 b) S/.65 c) S/.75
d) S/.60 e) S/.50

24 Dos clases de vino (calidad 1 y calidad 2) están en tres recipientes de volúmenes diferentes, en proporciones de 2:1; 1:5; 3:1. Si se extrae el mismo volumen de cada recipiente para formar una nueva mezcla donde haya 38 litros de vino de calidad 1. ¿Cuántos litros se extraen de cada recipiente?

Nota: En un recipiente a:b significa: "a de calidad 1" y "b de calidad 2"

a) 12L b) 18L c) 30L
d) 24L e) 36L

25 En una tienda hay la siguiente oferta: un cuadro grande con marco vale seis cuadros pequeños sin marco, dos cuadros grandes sin marco, valen uno pequeño con marco, tres pequeños sin marco valen uno pequeño con marco. ¿Cuántos cuadros pequeños sin marco se pueden cambiar por los marcos de dos cuadros grandes?

a) 6 b) 7 c) 9
d) 10 e) 12

26 Un señor quiso dar limosna a un grupo de ancianos, si les daba 5 soles a cada uno, le faltaría 30 soles, si les daba 3 soles a cada uno, le sobraría 70 soles ¿Con cuánto de dinero contaba esa persona?

a) S/.200 b) S/.220 c) S/.250
d) S/.280 e) S/.310

27 Se quiere cambiar 9,6 soles en monedas de 20 y 50 céntimos. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá hacer esto? Considere que se emplean monedas de los dos tipos.

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

28 Juan tiene diez veces lo que tiene Pedro, y Lucho tiene tres veces más de lo que tiene Pedro. Además el exceso de lo que tienen Juan y Lucho sobre el séxtuplo de lo que tiene Pedro es 48. ¿Cuánto tienen entre los 3 juntos?

a) 80 b) 90 c) 100
d) 120 e) 150

29 En Huaral estudian únicamente mujeres, y en Barranca únicamente varones. Un día decidieron ir todos a

bailar, las entradas S/. a para cada mujer y S/.b para cada varón (a y b son enteros). En total las entradas costaron S/.1 más que si todos los boletos de las mujeres hubiesen costado S/.b y la de los varones S/.a. El total de varones es mayor que el total de mujeres. Si todos bailan ¿Cuántos de los varones se quedan sin pareja para bailar?

a) 1 b) 4 c) 10
d) 2 e) 3

30 Se tienen 120 esferas divididas en tres grupos, del primero grupo se extraen 4 esferas; el segundo se reduce a la mitad y el tercero a su tercera parte. Luego del primer grupo se saca la mitad de esferas que resultan; a la nueva cantidad del segundo grupo se le aumenta 6 y a la del tercer grupo se le aumenta en 4. Al final se observa que todos los grupos tienen la misma cantidad. ¿Cuántas esferas conformaban inicialmente el segundo grupo?

a) 26 b) 9 c) 51
d) 40 e) 28

31 Si por S/.2 dieran 6 chirimoyas más de las que me dan, la media docena costaría 45 céntimos menos. ¿Cuánto pagó por docena y media de chirimoyas?

a) S/.2,4 b) S/.3,5 c) S/.3,6
d) S/.2,9 e) S/.4,2

32 Un salón de un colegio mixto, organizó una fiesta donde cada alumno(a) del salón podía invitar a otra persona o ir a las fiestas con alguien del mismo salón. A la fiesta asistieron 37 parejas, pero solo 52 personas eran del salón (nadie faltó). Si se supo que 15 muchachos invitaron a muchachas que no eran del salón ¿Cuántos muchachos y muchachas había en dicho salón de clases?

a) 30 y 32 b) 20 y 30 c) 32 y 20
d) 30 y 22 e) 22 y 35

33 Se tienen 3 montones de palitos. En total hay 48 palitos. Si del 1er montón se pasa al 2do tantas como hay en éste, luego del 2do se pasa al 3ro, tantas como hay en éste y por último del 3ro, se pasa al 1ro, tantas como hay ahora, quedando igual número de palitos en cada montón ¿Cuántos palitos había en cada montón al inicio?

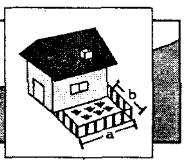
a) 22, 10, 16 b) 8, 28, 12
c) 8, 16, 24 d) 22, 14, 12
e) 20, 18, 10

34 Al multiplicarse por 37 al número de varones que hay en un aula y sumarle 16 veces más el número de mujeres se obtuvo 999. ¿Cuántos alumnos hay en total en el aula?

a) 17 b) 27 c) 37
d) 47 e) 57

Cuarta Práctica

Planteo de Ecuaciones



01 Se tiene 2 velas de igual tamaño, pero de diferente calidad, el primero dura "m" horas y el segundo "n" horas $(m > n)$, si se encienden simultáneamente, ¿dentro de cuánto tiempo la altura del más lento será (a – 1) veces más que el otro?

a) $\frac{mn(a-1)}{am-n}$ b) $\frac{mn(a-1)}{a-n}$ c) mn
d) $\frac{mn(ah)}{am+n}$ e) $\frac{mna}{am-n}$

02 Alfredo vende una canasta de peras y otra de naranjas con igual número de frutas cada una. La canasta de naranjas se vende en 150 soles menos que el de peras. Sabiendo que siete naranjas valen tanto como cinco peras y que todo se vende por 70 soles. ¿Cuál es el número de frutas de cada canasta?

a) 75 b) 80 c) 70
d) 83 e) 90

03 En 2 oficinas A y B de un ministerio había en el año 1942 cierto número de empleados. En 1943 se aumentaron 5 empleados a A y 6 a B, resultando esta con el doble número de funcionarios que A. En 1944 se aumentaron 2 a B y quedaron 4 cesantes en A, resultando esta oficina con la tercera parte de funcionarios que B. ¿Cuántos empleados había en las dos oficinas en 1944?

a) 40 b) 22 c) 31
d) 39 e) 42

04 En el colegio el profesor Povis debe encargar resolver cierto número de problemas a sus alumnos. Si encarga un sólo problema a cada alumno sobran n problemas, pero si encarga n problemas a cada alumno, se quedan n sin trabajar. Si alumnos y problemas suman menos de 15. Indique cuántos alumnos hay en total.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

05 José tiene S/.200 más que Beto pero S/.300 menos que Luis. Ana tiene S/.200 menos que Felipe pero S/.400 más que Darío. Claudia tiene la mitad de lo que tiene Mario y este tiene S/.300 menos que lo que tiene Pedro. Si José, Ana y Claudia tienen la misma cantidad de dinero y entre todos tienen S/.11200. ¿Cuánto tiene la persona con menos dinero?

a) S/.500 b) S/.600 c) S/.700
d) S/.800 e) S/.1000

06 Un almacenista pidió a una fábrica un cierto número de vigas de hierro, marcados en el catálogo al precio de 900 pesos cada una. La fábrica por equivocación, remitió 100 vigas más

que lo que pidió, y por convenio con el almacenista se quedó éste con ellas rebajando 90 pesos por cada una de las que fueron por exceso en el pedido. De esta manera se concluye que le resultó al almacenista inferior en 30 pesos el precio por viga en total. ¿Qué cantidad de vigas se pidió?

a) 100 b) 150 c) 200
d) 160 e) 250

07 Se tiene un depósito cilíndrico con 26 litros de agua y un caño en el fondo por el cual salen constantemente 2 litros cada segundo. Después de los primeros 5 segundos se agregan 8 litros al recipiente, pero después de los siguientes 5 segundos sólo se agregan 6 y así sucesivamente en forma alternada. Según esto, ¿en cuánto tiempo el depósito quedará vacío?

a) 31 b) 26 c) 30
d) 32 e) 34

08 Varios amigos hacen una excursión, pero no pueden ir 10 de ellos por no disponer de más autos; 5 autos son de 6 asientos cada uno y el resto de 4 asientos. Si los 5 autos hubieran sido de 4 asientos y el resto de 6, hubieran podido ir todos. ¿Cuántos amigos hicieron la excursión?

a) 60 b) 70 c) 80
d) 90 e) 100

09 Cuando tú tengas el dinero que él tiene, él tendrá la mitad del dinero que tú y yo tenemos y le será suficiente para comprarse un automóvil de 3600 dólares y aún quedarse con 400 dólares. Si tú tienes la cuarta parte de lo que él tendrá en ese entonces. ¿Cuánto dinero tengo?

a) 7 000 dólares b) 7 500 dólares
c) 7 600 dólares d) 6 000 dólares
e) 2 500 dólares

10 Alberto compra cierta cantidad de pelotas por 60 soles. Si vende ganando 1 sol por pelota, las vende todas; pero si vende ganando 2 soles por pelota, le sobran 20 pelotas. ¿Cuál es el máximo número de pelotas que debe compara, para que la recaudación en el primer caso sea mayor que en segundo caso?

a) 40 b) 50 c) 60
d) 59 e) 68

11 Compré cierto número de libros a 5 por S/.6, me quedé con la tercera parte y vendí el resto a 4 por S/.9, con lo cual obtuve una ganancia de S/.9. ¿Cuántos libros compré?

a) 15 b) 20 c) 30
d) 18 e) 25

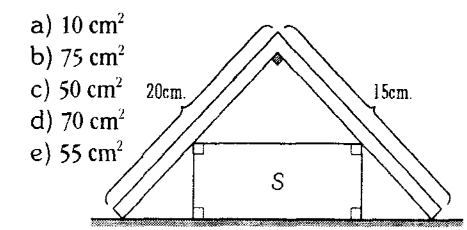
12 Se tienen 2 recipientes de vino. Del primero se hecha al segundo tanto como había en éste. Luego, del segundo se hecha al primero tanto como había quedado en éste último, finalmente del primero se hecha al segundo tanto como había en éste después de la segunda operación. Al final en el primer recipiente quedó 160 L y

en el segundo 120 L. ¿Cuánto más de vino había en uno que en el otro recipiente, al inicio?

a) 43 L b) 110 L c) 92 L
d) 88 L e) 122 L

13 Halle el máximo valor de S:

a) 10 cm^2
b) 75 cm^2
c) 50 cm^2
d) 70 cm^2
e) 55 cm^2



14 Adolfo compra cierta cantidad de cuadernos a S/.30. Si los vende ganando un sol en cada uno, los vende todos, pero si vende ganando 2 soles cada uno, deja de vender 10 cuadernos. ¿Cuál es el máximo número de cuadernos que debería comprar para que la venta en el primer caso sea mayor que en el segundo?

a) 39 b) 49 c) 30
d) 36 e) 29

15 Un padre deja una herencia a sus hijos de S/.($2mn$), pero "m" de éstos hijos renuncian a lo que le corresponde; y cada uno de los restantes se benefician con S/.n más. Si cada hijo recibe la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos hijos son los beneficiados?

a) $2m$ b) $m+n$ c) $2n-1$
d) $2m+1$ e) m

16 En dos habitaciones hay un total de 90 focos de los cuales hay un cierto número de focos prendidos. Luego se prenden tantos focos, como el número de focos prendidos excede al de los apagados; resultado el número de focos prendidos el doble de los apagados. ¿Cuántos estaban prendidos inicialmente?

a) 50 b) 40 c) 45
d) 55 e) 60

17 Para ganar S/.270 en la rifa de un artefacto se hicieron 90 boletos, vendiéndose únicamente 75, originando así una pérdida. ¿Cuál es el mínimo valor entero al que se vendió cada boleto?

a) S/.18 b) S/.17 c) S/.19
d) S/.20 e) S/.15

18 Un carnicero antes de iniciar la venta diaria razonaba: "si vendo cada kilogramo de carne a S/.m soles compro una batidora y me sobraría S/.a, pero si vendo cada kilogramo a S/.n me faltaría S/.b" ¿Cuántos kilogramos de carne pensaba vender el carnicero?

a) $\frac{a+b}{3m+2n}$ b) $\frac{ab}{m+n}$ c) $\frac{a+2b}{2n-m}$
d) $\frac{2a+b}{mn}$ e) $\frac{a+b}{m-n}$

19 ¿Cuál es el número que aumentado en 5, es tantas veces más que 6, como veces es 222 dicho número? Dé como respuesta la suma de cifras del número.

a) 6 b) 9 c) 10
d) 13 e) 8

20 En una olimpiada los concursantes están ocupando todos los asientos de un salón, además los asientos están alineados en filas y columnas, de tal manera que hay más de dos filas y en cada fila hay más de dos asientos. Al inicio un profesor les hace la indicación que cada concursante debe estrechar la mano de los concursantes que están junto a él (adelante, atrás, a los lados y en diagonal). Si el profesor observó que se dieron 157 apretones de manos, ¿Cuántos comensales hay en la competencia?

a) 50 b) 65 c) 29
d) 32 e) 95

21 Se tienen dos velas que se consumen en 6 horas y 24 horas cada una (son del mismo diámetro y la misma calidad), luego de cuánto tiempo la altura de la mayor será n veces la altura de la menor.

a) $\frac{24(n-1)}{4n-1}$ b) $\frac{24(n-1)}{4n+1}$
c) $\frac{6(n-4)}{n-1}$ d) $\frac{n}{24}$
e) $24n$

22 "Ha perdido Usted el tren por un minuto", dijo el jefe de la estación a un viajero, pero hay un tren cada pocos minutos. Si hubieran 3 trenes más, por hora, advirtió el viajero y yo hubiera perdido uno por un minuto, tendría que esperar un minuto menos para el siguiente. ¿Cuánto tiempo esperó el viajero?

a) 5min. b) 3min. c) 2min.
d) 1min. e) 4min.

23 En un lejano país, existen solamente tres tipos de monedas, cada una con un valor entero de soles. Juan tiene cuatro monedas en su bolsillo derecho por un total de 28 soles y tiene cinco monedas en su bolsillo izquierdo por un total de 21 soles, pero en cada bolsillo tiene al menos una moneda de cada tipo. Determina la suma de los valores de los tres tipos de monedas.

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

24 *PROBLEMA DE OLIMPIADA*

Un grupo de chicos y chicas han comido en un restaurante en el que sólo se sirven pizzas cortadas en 12 raciones. Cada chico comió 6 o 7 raciones y cada chica 2 o 3 raciones. Se sabe que 4 pizzas no fueron suficientes y que con 5 pizzas hubo de sobra. Calcular el número total de chicos y de chicas del grupo.

a) 9 b) 8 c) 10
d) 7 e) 11

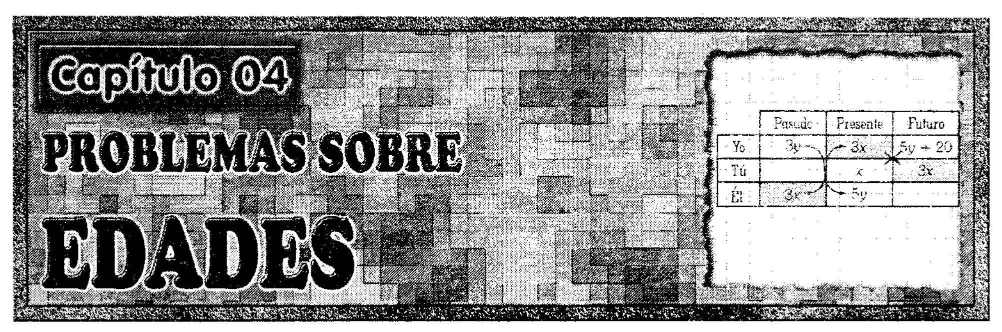
CLAVES
PLANTEO DE ECUACIONES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. a	03. e	04. c	05. d
06. e	07. a	08. b	09. a	10. d
11. d	12. e	13. c	14. b	15. d
16. c	17. e	18. b	19. c	20. d
21. b	22. d	23. b	24. a	25. a
26. c	27. b			

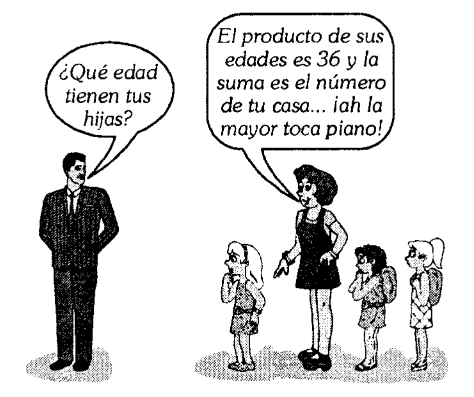
SEGUNDA PRÁCTICA				
01. d	02. b	03. e	04. a	05. d
06. d	07. b	08. c	09. d	10. b
11. a	12. a	13. c	14. e	15. c
16. b	17. c	18. b	19. e	20. a
21. a	22. d	23. a	24. b	25. d
26. e	27. b	28. c	29. d	30. a

TERCERA PRÁCTICA				
01. a	02. c	03. b	04. d	05. a
06. a	07. a	08. b	09. b	10. d
11. c	12. c	13. a	14. c	15. e
16. c	17. d	18. b	19. d	20. a
21. c	22. e	23. a	24. d	25. c
26. b	27. a	28. b	29. a	30. e
31. c	32. d	33. d	34. d	

CUARTA PRÁCTICA				
01. a	02. a	03. a	04. b	05. b
06. c	07. a	08. b	09. a	10. d
11. c	12. b	13. b	14. e	15. e
16. a	17. c	18. e	19. c	20. a
21. c	22. e	23. c	24. a	



INTRODUCCIÓN:



TIPO I.

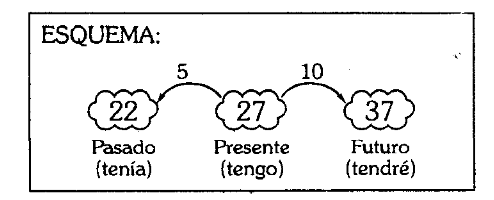
Cuando interviene la edad de un solo sujeto.

Si la edad de una persona es 27 años, entonces dentro de 10 años tendrá:

$$27 + 10 = 37 \text{ años}$$

y hace 5 años tenía:

$$27 - 5 = 22 \text{ años}$$



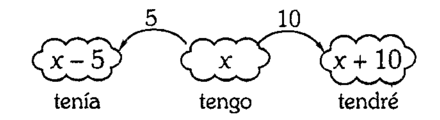
Ejemplo 01

Si a la edad que tendré dentro de 10 años le suman la edad que tenía hace 5 años obtienes lo que me falta para tener 65 años. ¿Cuántos años tengo?.

a) 10 b) 20 c) 30
d) 15 e) 25

Resolución:

Sea "x" mi edad.



Planteando:

$$(x+10)+(x-5)=65-x$$

$$2x+5=65-x$$

$$3x=60$$

$$x=20$$

∴ Tengo 20 años.

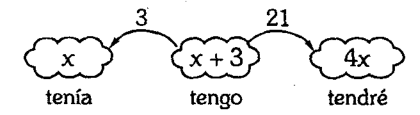
Ejemplo 02

Hace 3 años tenía la cuarta parte de la edad que tendré dentro de 21 años. ¿Dentro de cuántos años tendré el triple de la edad que tenía hace 7 años?

a) 7 b) 4 c) 5
d) 6 e) 1

Resolución:

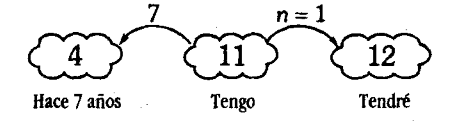
Del enunciado:



Planteando:

$$(x+3)+21=4x$$
$$x+24=4x$$
$$24=3x$$
$$x=8$$

Tengo: $8+3=11$ años.



∴ Dentro de 1 año.

∴

Ejemplo 03

Si mi edad más dos veces mi edad, más tres veces mi edad y así sucesivamente hasta tantas veces mi edad como años tengo es 126. ¿Qué edad tengo?

a) 5 años b) 6 años c) 7 años
d) 8 años e) 4 años

Resolución:

Sea "x" años mi edad.

Del enunciado:

$$x+2x+3x+\ldots+x\cdot x=126$$
$$x(1+2+3+\ldots+x)=126$$
$$x\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)=126$$

$$x^2(x+1)=2\times 126=2\times 126=2\times 2\times 9\times 7$$

$$x^2(x+1)=6^2\times 7$$

$$x=6$$

∴ Tengo 6 años.

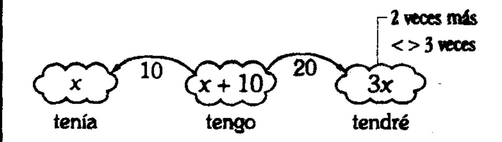
∴

Ejemplo 04

Dentro de 20 años tendré 2 veces más que la edad que tenía hace 10 años. ¿Qué edad tendría actualmente si hubiese nacido 3 años antes?.

a) 25 b) 22 c) 28
d) 29 e) 30

Resolución:



$$\Rightarrow \quad (x+10)+20=3x$$
$$30=2x$$
$$x=15$$

∴ Tengo: $15+20=25$ años y si hubiera nacido 3 años antes, tendría 3 años más; es decir: $25+3=28$ años.

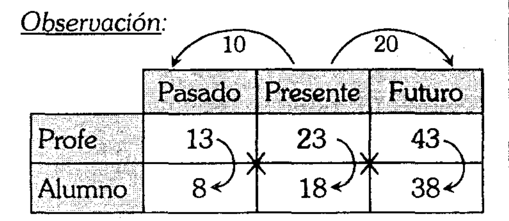
∴ **Clave (c)**

TIPO II.

Cuando intervienen las edades de varios sujetos

Para resolver este tipo de problemas se sugiere el uso de un cuadrado de doble entrada con el propósito de ordenar y relacionar convenientemente los datos.

Observación:



	Pasado	Presente	Futuro
Profe	13	23	43
Alumno	8	18	38

- La diferencia de edades es constante en el tiempo:

$$13 - 8 = 23 - 18 = 43 - 38 = 5$$

- La suma en aspa de valores ubicados simétricamente es constante.

$$13 + 18 = 8 + 23 = 31$$

$$23 + 38 = 18 + 43 = 61$$

$$13 + 38 = 8 + 43 = 51$$

Ejemplo 01

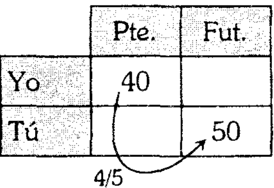
Yo tengo 40 años y mi edad es los 4/5 de la edad que tú tendrás cuando yo tenga la edad que tú tienes. ¿Qué edad tienes?

a) 36 años b) 40 años c) 45 años
d) 60 años e) 48 años

Resolución:

Del enunciado:

"yo tengo 40 años y mi edad es los 4/5 de la edad que tú tendrás...".



	Pte.	Fut.
Yo	40	
Tú		50

"... *cuando yo tenga la edad que tú tienes*".

	Pte.	Fut.
Yo	40	x
Tú	x	50

Por suma en aspa:

$$40 + 50 = x + x$$

$$x = 45$$

$\therefore$ Tú tienes 45 años.

$\therefore$

Ejemplo 02

Tú tienes 7 veces la edad que yo tenía cuando tú tenías la edad que yo tengo. Si dentro de 5 años nuestras edades sumarán 120. ¿Qué edad tengo?.

a) 40 años b) 70 años c) 60 años
d) 50 años e) 80 años

Resolución:

Del enunciado tenemos:

"tú tienes 7 veces la edad que yo tenía..."

	Pas.	Pte.	Fut.
Tú		$7x$	
Yo	x		

"... cuando tú tenías la edad que yo tengo"

	Pas.	Pte.	Fut.
Tú		$7x$	
Yo	x		

Por suma en aspa:

(5)

	Pas.	Pte.	Fut.
Tú	$4x$	$7x$	$7x+5$
Yo	x	$4x$	$4x+5$

Suma: 120

Como dentro de 5 años nuestras edades sumarán 120 tenemos.

$$(7x+5)+(4x+5)=120$$
$$11x+10=120$$
$$11x=110$$
$$x=10$$

$\therefore$ Tengo: $4(10) = 40$ años

$\therefore$

Ejemplo 03

Yo tengo el cuádruplo de la edad que tú tenías cuanto yo tenía la edad que tú tienes y cuando tú tengas la edad que yo tengo nuestras edades sumarán 95 años. ¿Cuántos años tenías cuando yo cumplí 18 años?.

a) 2 b) 3 c) 5
d) 8 e) 4

Resolución:

De los datos:

"yo tengo el cuádruplo de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes".

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo		$8x$	
Tú	$2x$		

"Cuando tú tengas la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán 95 años".

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo		$8x$	
Tú	$2x$		$8x$

95

por suma en aspa completamos la tabla.

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo	$5x$	$8x$	$11x$
Tú	$2x$	$5x$	$8x$

95

Planteando:

$$11x+8x=95$$
$$19x=95$$
$$x=5$$

$\therefore$ Yo tengo 40 años y tú 25 años; y como te llevo en 15 años, cuando yo tenía 18, tú tenías:

$$18-15=3 \text{ años}$$

$\therefore$

Ejemplo 04

Hace 5 años la edad de un padre fue 4 veces la edad de su hijo y dentro de 5 años será solamente el doble. ¿Qué edad tendrá el padre cuando su hijo tenga los años que tuvo el padre cuando nació el hijo?

a) 29 años b) 30 años c) 35 años
d) 40 años e) 45 años

Resolución:

(5 años de Pas. a Pte.; 5 años de Pte. a Fut.)

	Pas.	Pte.	Fut.
Padre	$4x$	$4x+5$	$4x+10$
Hijo	x	$x+5$	$x+10$

Como dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad del hijo.

$$4x+10=2(x+10)$$
$$4x+10=2x+20$$
$$2x=10$$
$$x=5$$

Luego Edad del padre : $4(5)+5=25$
Edad del hijo : $5+5=10$

	Pas.	Pte.	Fut.
Padre	15	25	30
Hijo	0	10	15

nació el hijo

∴ Tendrá 30 años.

∴ Clave b

Ejemplo 05

Tu edad es el triple de la edad que tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo nací. Si nuestras edades suman 46 años. ¿Qué edad tengo?

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

Resolución:

Del enunciado:

	Pasado: Tuviste	Pasado: Tenías	Pte.: Tienes
Yo	0	$3y$	
Tú	y	x	$3x$

Suma: 46

por suma en aspa $(3y+2x)$

De la tabla:

$$0+x=y+3y \Rightarrow x=4y$$

Además:

$$(3y+2x)+3x=46$$
$$3y+5x=46$$
$$3y+5(4y)=46$$
$$y=2 \Rightarrow x=8$$

∴ Tengo: $3(2)+2(8)=22$ años

∴ Clave c

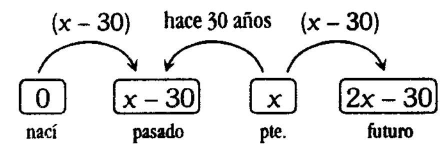
Problemas Resueltos
EDADES

PROBLEMA 01

Cuando transcurran a partir de hoy tantos años como los años que pasaron desde que nací hasta hace 30 años, tendré el quíntuplo de la edad que tenía en ese entonces. ¿Cuántos años tengo?

a) 30 años b) 20 años c) 18 años
d) 50 años e) 40 años

Resolución:



Como tendré el quíntuple de lo que tenía entonces:

$$2x-30=5(x-30)$$
$$2x-30=5x-150$$
$$x=40$$

∴ Tengo 40 años.

∴ **Clave e**

PROBLEMA 02

Tú tienes 24 años, pero cuando tengas la edad que yo tengo, la suma de nuestras edades será 60 años. ¿Hace cuántos años tenía yo las 2/3 partes de los años que tendré dentro de 22 años?

a) 12 b) 10 c) 8
d) 6 e) 14

Resolución:

Del enunciado:

	Presente	Futuro
Tú	24	x
Yo	x	$60-x$

Suma: 60

Por suma en aspa:

$$24+(60-x)=x+x$$
$$x=28$$

∴ Tengo 28 años y dentro de 22 años tendré 50.

Nos piden: $28-\frac{2}{5}(50)=8$

∴ **Clave c**

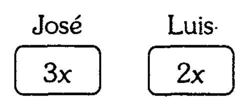
PROBLEMA 03

La edad de José es los 3/2 de la edad de Luis. Si José hubiera nacido 10 años antes y Luis 5 años después, entonces la razón de ambas edades sería 16/5 de la razón existente si José hubiera nacido 5 años después y Luis 10 años antes. ¿Qué edad tuvo uno de ellos cuando nació el otro?

a) 15 años b) 10 años c) 16 años
d) 10 años e) 14 años

Resolución:

Teniendo en cuenta que si una persona hubiera nacido 10 años antes tendría 10 años más y si hubiera nacido 5 años después tendría 5 años menos, tenemos:



Planteando:

$$\frac{3x+10}{2x-5} = \frac{16}{5}\left(\frac{3x-5}{2x+10}\right)$$

$$5(3x+10)(2x+10) = 16(3x-5)(2x-5)$$

$$5(6x^2+50x+100) = 16(6x^2-25x+25)$$

$$30x^2+250x+500 = 96x^2-400x+400$$

$$66x^2-650x-100=0$$

$$33x^2-325x-50=0$$

$$33x \quad +5$$
$$x \quad -10 \Rightarrow x = 10$$

$\therefore$ José tenía 30 años y Luis 20.

Piden: $30 - 20 = 10$

$\therefore$ **Clave d**

PROBLEMA 04

Piero le dice a Juana: Yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando Luis tenía la mitad de la edad que tienes; y cuando Luis tenga la edad que tengo, yo tendré el triple de la edad que él tenía cuando ya te dije y tú tendrás el doble de la edad que tenías hace 7 años. Halle la edad de Piero.

a) 18 años b) 20 años c) 24 años
d) 25 años e) 30 años

Resolución:

	Pasado	Presente	Futuro
Piero (Yo)		$2x$	$3y$
Juana (Tú)	x	$2y$	$2(2y-7)$
Luis (Él)	y		$2x$

Por suma en aspa:

$$\Rightarrow \quad x+2x = y+2(2y-7)$$
$$3x = 5y-14 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$\Rightarrow \quad 2x+2(2y-7) = 2y+3y$$
$$y = 2x-14 \ldots\ldots \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$3x = 5(2x-14)-14$$
$$x = 12$$

$\therefore$ Piero tiene: $2(12) = 24$ años.

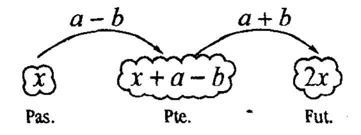
$\therefore$ **Clave c**

PROBLEMA 05

Cuanto transcurran $(a+b)$ años a partir de hoy tendré el doble de la edad que tenía hace $(a-b)$ años. ¿Cuántos años tendré dentro de b años?.

a) b b) $b+3a$ c) $3a-b$
d) $3a$ e) $3b+a$

Resolución:



Del gráfico:

$$x + a - \not{b} + (a + \not{b}) = 2x$$
$$x = 2a$$

$\therefore$ Tengo: $2a + a - b = (3a - b)$ años
y dentro de b años tendré:
$3a - b + b = 3a$ años.

$\therefore$ **Clave d**

PROBLEMA 06

Cuando tú tengas la edad que tengo, tendrás lo que él tenía que es el triple de lo que tienes y yo tenía los 3/5 de lo que él tiene, que es 20 años menos de los que tendré cuando tengas lo que ya te dije. ¿Qué edad tenía yo cuando tú naciste?

a) 16 años b) 30 años c) 18 años
d) 32 años e) 14 años

Resolución:

Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	$3y$	$3x$	$5y + 20$
Tú		x	$3x$
Él	$3x$	$5y$	

Por suma en aspa:

$$\Rightarrow \quad 3y + 5y = 3x + 3x$$
$$y = \tfrac{3}{4}x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\Rightarrow \quad 3x + 3x = x + (5y + 20)$$
$$x = y + 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$x = \tfrac{3}{4}x + 4$$
$$x = 16$$

$\therefore$ Yo tengo 48 años y tú 16 años.

Piden: $48 - 16 = 32$

$\therefore$ **Clave d**

PROBLEMA 07

En una reunión que se realizó en el 2002, uno de los 5 amigos que estaban reunidos comenta: "si calculamos el promedio de nuestras edades actualmente sería 14,8; pero si calculamos el promedio de nuestros años de nacimientos sería 1986,8". y uno de ellos responde: "esto quiere decir que algunos de nosotros ya celebró su onomástico". Calcule cuántos de dichos amigos ya cumplieron años.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

- Como el promedio de las 5 edades es: 14,8 $\longrightarrow$ Σedades = $14{,}8 \times 5 = 74$
- Como el promedio de los 5 años de nacimiento es 1986,8.

$$\Sigma\text{años nac.} = 1986{,}8 \times 5 = 9934$$

Observe que:

Σedades + Σaños nac. = $74 + 9934 = 10008$

Pero si todos ya hubieran cumplido años, el resultado sería:

$$5(2002) = 10010$$

Como ambos resultados se diferencian en 2, significa que hay 2 amigos que aún no cumplen años.

∴ Ya cumplieron 5 – 2 = 3

∴ **Clave c**

Nota:

Si una persona ya cumplió años:

$$\text{EDAD} + \frac{\text{Año}}{\text{Nac.}} = \frac{\text{Año}}{\text{Act.}}$$

Si todavía no cumple años:

$$\text{EDAD} + \frac{\text{Año}}{\text{Nac.}} = \frac{\text{Año}}{\text{Nac.}} - 1$$

PROBLEMA 08

Al profesor Povis le preguntan por su edad y responde: Si el año en que cumplí ***a*** años le suman el año en que cumpliré ***b*** años, y si a este resultado le restan la suma del año en que nací con el año actual, obtendrán $(a + b - 27)$. ¿Qué edad tiene el profesor Povis?

a) 54 años b) 21 años c) 34 años
d) 27 años e) 100 años

Resolución:

Sea "x" la edad del profesor y "A" el año en que nació.

Año en que cumplió "a" años = $A + a$

Año en que cumplirá "b" años = $A + b$

Año actual = $A + x$

Planteando:

$$(A+a)+(A+b)-(A+(A+x)) = a+b-27$$

$$\cancel{2A} + \cancel{a} + \cancel{b} - \cancel{2A} - x = \cancel{a} + \cancel{b} - 27$$

$$x = 27$$

∴ El profesor Povis tiene 27 años.

∴ **Clave d**

PROBLEMA 09

Paquito dice a su padre: "Si tomas mi edad tantas veces como años tengo y restas tantas veces la edad de mi hermano menor como años tiene, obtienes 95 años". El padre le contesta: "Lo mismo ocurre con mi edad y la de tu madre". ¿Qué edad tenía el padre cuando nació su hijo Paquito?

a) 12 años b) 24 años c) 36 años
d) 48 años e) 60 años

Resolución:

Sean ***x*** e ***y*** las edades:

$$(\underbrace{x+x+x+\dots}_{x \text{ veces}}) - \underbrace{y-y-y-\dots}_{y \text{ veces}} = 95$$

$$x^2 - y^2 = 95$$

$$(x+y)(x-y) = \begin{cases} 19 \times 5 \\ 95 \times 1 \end{cases}$$

Tomando ambas soluciones:

$$(x+y)(x-y) = 19 \times 5 \qquad (x+y)(x-y) = 19 \times 1$$

$$x + y = 19 \qquad\qquad x + y = 95$$

$$x - y = 5 \qquad\qquad x - y = 1$$

Resolviendo:

$\Rightarrow x = 12 \qquad x = 48$

$y = 7 \qquad y = 47$

Leyendo:

Edad del hijo mayor = 12
Edad del hijo menor = 7
Edad del padre = 48
Edad de la madre = 47

Piden: $48 - 12 = 36$

∴ **Clave c**

PROBLEMA 10

Marilú dialoga con flor y le dice: Yo tuve la séptima parte de mi edad cuando tú tuviste la edad que yo tenía cuando tú tenías mi edad actual. Además terminaste con Luis de 23 años, al cual conquistaré cuando yo tenga la edad que tú tendrás cuando yo tenga tu edad. Si Marilú conquistará a Luis en un futuro lejano cuando ella tenga 26 años. ¿Qué edad tendrá flor cuando Luis sea enamorado por Marilú?

a) 25 años b) 32 años c) 20 años
d) 28 años e) 20 años

Resolución:

Cuando Marilú conquista a Luis (Fut.)

	Pas.	Pas.	Pte.	Fut.	Fut.
Marilú	4x	x	7x	26	10x
Flor	7x	4x	10x	?	26

Por suma en aspa:

$$7x + 26 = 10x + 10x$$
$$x = 2$$

∴ Marilú tiene 14 años y Flor 20, y cuando Luis sea enamorado por Marilú, Flor tendrá 32 años.

∴ **Clave b**

PROBLEMA 11

Estamos en 1943. Yo tengo dos niños que no son mellizos. El cubo de la edad de mi hijo sumando al cuadrado de la edad de mi hija, da el año en el cual nació mi esposa, lo cual ocurrió en la segundad mitad del siglo pasado. Si yo soy 8 años mayor que mi esposa. Halle la raíz cúbica de la suma de las cuatro edades.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 3 e) 7

Resolución:

Del enunciado:

$$\underset{12}{(\ )^3} + \underset{13}{(\ )^2} = \underbrace{\overline{18ab}}_{1897} \ ; \ a \geq 5$$

Edad de mi esposa: $1943 - 1897 = 46$

Mi edad: $46 + 8 = 54$

Edad de mi hijo = 12

Edad de mi hija = 13

Piden: $\sqrt[3]{46 + 54 + 12 + 13} = 5$

∴ **Clave b**

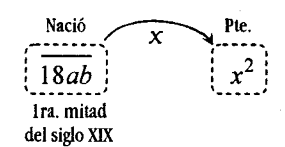
PROBLEMA 12

Mi tatarabuelo que nació en la primera mitad del siglo **XIX**, tuvo x años en el año x^2 y 126 años después del año en que él nació yo tenía tantos años como lo expresan las dos últimas cifras del año de mi nacimiento. Al poner en conocimiento a mi profesor lo que sucedió con mi edad, él dijo que con su edad ocurría lo mismo. ¿Qué edad tenía mi profesor cuando yo nací?

a) 50 años b) 54 años c) 48 años
d) 46 años e) 44 años

Resolución:

- Hallemos el año en que nació mi tatarabuelo.



Luego:

$$\overline{18ab} + x = x^2$$

$$x(x-1) = \overline{18ab}$$

x	$\overline{18ab}$
42	1722 ✗
43	1806 ✓
44	1892 ✗ (2da. mitad)

∴ Mi abuelo nación en 1806

- Hallemos mi edad.

Nací → $\overline{mn}$ → Pte.

$\overline{19mn}$ → 1932

1806 + 126

Luego:

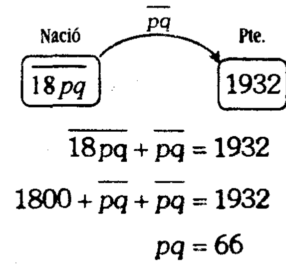
$$\overline{19mn} + \overline{mn} = 1932$$

$$1900 + \overline{mn} + \overline{mn} = 1932$$

$$\overline{mn} = 16$$

∴ Tengo 16 años

- Finalmente hallemos la edad de mi profesor:



$$\overline{18pq} + \overline{pq} = 1932$$

$$1800 + \overline{pq} + \overline{pq} = 1932$$

$$pq = 66$$

∴ Mi profesor tiene 66 años.
Piden: 66 – 16 = 50

∴ **Clave a**

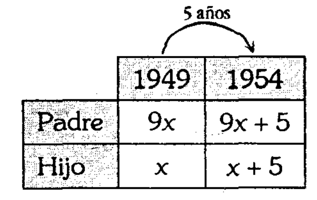
PROBLEMA 13

En 1949, la edad de un padre era 9 veces la edad de su hijo; en 1954, la edad del padre fue el quíntuplo de la edad de su hijo. ¿Cuál era la edad del padre en 1961?

a) 56 años b) 57 años c) 58 años
d) 47 años e) 59 años

Resolución:

Del enunciado:



	1949	1954
Padre	$9x$	$9x + 5$
Hijo	x	$x + 5$

Del enunciado: $9x+5=5(x+5)$

$$9x+5=5x+25$$

$$x=5$$

$\therefore$ El padre en 1949 tenía:
$9(5)=45$ años

y en 1961 (12 años después) tenía:

$45+12=57$ años

$\therefore$ **Clave b**

PROBLEMA 14

B tiene tantos días como los 3/5 de las semanas que tiene *A*, *B* tiene tantos años como los 2/7 de los meses que tiene *C*. Si entre *A*, *B* y *C* tiene 622 meses. ¿Cuántos años tiene *B*?

a) 4 b) 48 c) 24
d) 2 e) 7

Resolución:

- Si *A* tiene 5 semanas $\Rightarrow$ *B* tiene 3 días.

  Luego: $\dfrac{\text{Edad de } A}{\text{Edad de } B}=\dfrac{5\times 7}{3}$ .... (1)

- Si *C* tiene 7 meses $\Rightarrow$ *B* tiene 2 años

  Luego: $\dfrac{\text{Edad de } C}{\text{Edad de } B}=\dfrac{7}{2\times 12}$ ...... (2)

de (1) y (2).

Edad de $A = 5\times 7\times 8k=280k$
Edad de $B = 24k$
Edad de $C = 7k$

Como la suma es 622 meses:

$$280k+24k+7k=622$$
$$k=2$$

$\therefore$ *B* tiene: $24(2)=48$ meses
$=4$ años

$\therefore$ **Clave a**

PROBLEMA 15

Adolfo le dice a Ariana: "Cuando tú naciste yo tenía la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes, si a la suma de nuestras edades, cuando yo tenía lo que tú tienes, le añades la suma de nuestras edades actuales, obtendrás 56 años. ¿Qué edad tiene Ariana actualmente?

a) 18 años b) 20 años c) 16 años
d) 12 años e) 14 años

Resolución:

Relacionando los datos en una tabla de doble entrada:

	Pasado		Presente
Ariana (tú)	0	x	$2x$
Adolfo (Yo)	x	$2x$	$3x$

Como la suma de nuestras edades cuando yo tenía la que tú tienes y la suma de nuestras edades actuales es 56.

$$(x+2x)+(2x+3y)=56$$
$$8x=56$$
$$x=7$$

Actualmente Ariana tiene: $2(7)=14$ años

$\therefore$ **Clave e**

PROBLEMA 16

Dentro de 10 años tú tendrás la edad que yo tenía cuanto tú tenías la edad que yo tuve hace 34 años. ¿Cuántos años tengo si dentro de 18 años la suma de nuestra edades será 98?

a) 42 años b) 38 años c) 40 años
d) 43 años e) 37 años

Resolución:

Del enunciado:

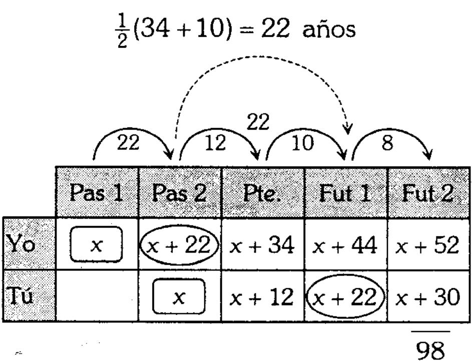
34 18 10

	Pas 1	Pas 2	Pte.	Fut 1	Fut 2
Yo	▭	◯			
Tú		▭		◯	

$\overline{98}$

Se observa que del pasado 1 al pasado 2 hay el mismo tiempo que del pasado 2 al futuro 1; y dicho tiempo es igual a:

$$\frac{1}{2}(34+10)=22 \text{ años}$$



$$\Rightarrow \quad (x+52)+(x+30)=98$$
$$2x+82=98$$
$$2x=16$$
$$x=8$$

$\therefore$ Tengo: $8+34=42$ años

$\therefore$ Clave a

PROBLEMA 17

Alfredo nació en el presente siglo y en este año cumplirá tantos años como la suma de la suma de cifras del año en que nació y la suma de cifras del año actual. ¿Cuál es la edad actual de Arturo, si este año cumplió tanto como la quinta parte del producto de cifras del año de nacimiento de Alfredo?. (año actual 1995)

a) 27 años b) 25 años c) 23 años
d) 19 años e) 30 años

Resolución:

De los datos:

Edad: $(10+a+6)+24$

Alfredo $\overline{19ab}$ nació → 1995 pte.

Planteando:

$$\overline{19ab}+\underbrace{(10+a+b)}_{\Sigma c:\overline{19ab}}+\underbrace{24}_{\Sigma c:1995}=1995$$
$$1900+\overline{ab}+10+a+b+24=1995$$
$$\overline{ab}+a+b=61$$
$$10a+b+a+b=61$$
$$11a+2b=61$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$5 \quad 3$$

$\therefore$ Alfredo nació en 1953.

$\therefore$ Edad de Arturo $=\frac{1}{5}(1\times 9\times 5\times 3)=27$

$\therefore$ Clave a

PROBLEMA 18

Diana le dice a Carlos: "Mi edad es 4 años menor que la edad que tú tenías cuando yo tenía 8 años menos de la edad que tú tienes y cuando tú tengas el doble de la edad que tengo, nuestras edades sumarán 82 años". ¿Qué edad tiene Diana?.

a) 26 b) 24 c) 22
d) 20 e) 18

Resolución:

De los datos:

	Pas.	Pte.	Fut.
Diana (Yo)	$y-8$	x	$3x-y$
Carlos (Tú)	$x+4$	y	$2x$

$\overline{82}$

Por suma en aspa:

$$\Rightarrow (y-8)+y=x+(x+4)$$
$$2y-8=2x+4$$
$$y=x+6 \quad ......(1)$$

Además:

$$(3x-y)+2x=82$$
$$5x-y=82 \quad ......(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$5x-(x+6)=82$$
$$x=22$$

$\therefore$ Diana tiene 22 años.

$\therefore$ Clave c

PROBLEMA 19

Yo tengo el triple de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tuviste cuando yo tuve la novena parte de la edad que tengo ahora. Si nuestras edades suman 57 años. ¿Cuántos años tengo?

a) 27 b) 37 c) 47
d) 36 e) 26

Resolución:

Ordenando los datos en una tabla, tenemos:

	Pas.	Pas.	Pte.
Yo	x	◯	$9x$
Tú	◯	$3x$	

$\overline{57}$

Por suma en aspa:

	Pas.	Pas.	Pte.
Yo	x	$2x$	$9x$
Tú	$2x$	$3x$	$10x$

$\overline{57}$

$$\Rightarrow 9x+10x=57$$
$$x=3$$

$\therefore$ Tengo: $9(3)=27$ años.

$\therefore$ Clave a

PROBLEMA 20

En el mes de julio de 1993 se le pidió a 12 alumnos que sumen los años que tienen a los años en los cuales nacieron y

dicho resultado fue 23908. ¿Cuántos alumnos todavía no cumplían años en ese momento?

a) 6 b) 8 c) 4
d) 17 e) 21

Resolución:

Sabemos que si una persona ya cumplió años:

Año nac. + edad = Año actual

Si todavía no cumple años:

Año nac. + edad = Año act. – 1

$$\text{Datos}\begin{cases}\text{Año actual} = 1993\\ \#\ \text{alumnos} = 12\\ \text{resultado} = 23908\end{cases}$$

Si todos ya hubieran cumplido años en este año (1993), el resultado sería:

$$12(1993) = 23916$$

Luego el número de alumnos que aún no cumplen años es:

$$23916 - 23908 = 8$$

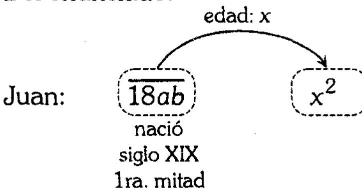
PROBLEMA 21

Juan nació en la primera mitad del siglo XIX, 19 años antes que naciera José; en el año x^2 Juan cumplió una edad igual a la raíz cuadrada de ese año. ¿En qué año José cumplió 15 años?

a) 1847 b) 1850 c) 1843
d) 1840 e) 1839

Resolución:

Del enunciado:



$$\overline{18ab} + x = x^2$$

$$\overline{18ab} = x^2 - x$$

$$x(x-1) = \overline{18ab}$$

x	$\overline{18ab}$	
42	1721	×
43	1806	(Primera mitad)
44	1892	(Segunda mitad)
45	1980	×

⇒ Juan nació en 1806

∴ José nació en: $1806 + 19 = 1825$

y cumplió 15 años en:

$$1825 + 15 = 1840$$

∴ Clave d

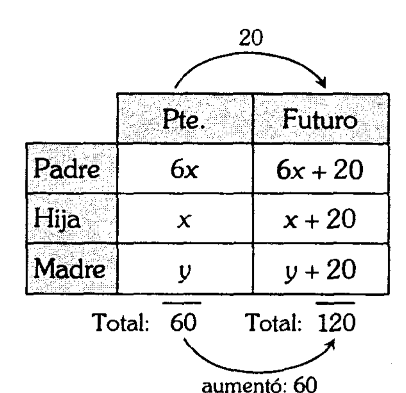
PROBLEMA 22

Un padre, una madre y su hija estaban reunidos y ésta preguntó por la edad de su madre y su padre le dijo: "*Nuestras tres edades juntas suman sesenta años. Como yo soy cinco veces más viejo de lo que tú eres ahora, puede decirse que cuando sea el doble de viejo que tú, nuestras edades juntas serán el doble de lo que son ahora*". ¿Qué edad tiene la madre?.

a) 32 b) 30 c) 29
d) 28 e) 25

Resolución:

Como el total aumentó en 60 y son 3 personas, cada edad aumentó en 20.



	Pte.	Futuro
Padre	$6x$	$6x+20$
Hija	x	$x+20$
Madre	y	$y+20$
	Total: 60	Total: 120

Como el padre será el doble de viejo que la hija:

$$6x+20=2(x+20)$$
$$6x+20=2x+40$$
$$x=5$$

Además:

$$6x+x+y=60$$
$$7x+y=60$$
$$7(5)+y=60$$
$$y=25$$

$\therefore$ La madre tiene 25 años.

$\therefore$ Clave e

PROBLEMA 23

Hace "$a+b+c$" años tu edad era "$a+b$" veces la mía. Cuando tú tengas "$b+c$" veces mi edad, habrán transcurrido a partir de hoy "$c+b-a$" años. Entonces yo tenía en años:

a) $2\left(\frac{b+c}{b-c}\right)$ b) $2b(b+c)$

c) $\frac{2(a+b)}{c}$ d) $2abc$

e) $2\left(\frac{b+c}{a-c}\right)(b+c-1)$

Resolución:

De los datos:

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo	x	$x+a+b+c$	$x+2b+2c$
Tú	$(a+b)x$	$(a+b)x+a+b+c$	$(a+b)x+2b+2c$

$\text{Pas.} \xleftarrow{a+b+c} \text{Pte.} \xrightarrow{c+b-a} \text{Fut.}$

Como tú vas a tener $(b+c)$ veces mi edad:

$$\Rightarrow (a+b)x+2b+2c=(b+c)(x+2b+2c)$$
$$(a+b)x+2b+2c=(b+c)x+(b+c)(2b+2c)$$
$$(a+\cancel{b}-\cancel{b}-c)x=2(b+c)^2-2(b+c)$$
$$(a-c)x=(b+c)(2b+2c-2)$$
$$x=2\frac{(b+c)}{(a-c)}(b+c-1)$$

$\therefore$ Clave e

PROBLEMA 24

Cuando él nació, yo tenía la edad que tú tienes, que a su vez es la edad que él tendrá cuando tú tengas 20 años y yo el doble de lo que tienes. ¿Qué edad tienes, si él tiene la edad que yo tenía cuando tú naciste, y en ese entonces mi edad era 5 años menos que tu edad actual?

a) 25 años b) 18 años c) 23 años
d) 20 años e) 15 años

Resolución:

Del enunciado:

	Cuando tú naciste	Cuando él nació	Pte.	Fut.
Yo	$x-5$	x		$2x$
Tú	0		x	20
Él		0	$x-5$	x

Por suma en aspa:

$$x + x = (x-5) + 20$$
$$x = 15$$

∴ Tienes 15 años.

∴

PROBLEMA 25

Dentro de **2*a*** años tendré 3 veces más de los años que tuve hace ***a*** años. Si los años que tuve, tengo y tendré suman 84 años, ¿qué edad tengo?

a) 42 años b) 24 años c) 40 años
d) 36 años e) 12 años

Resolución:

3 veces más

a — $2a$

x (tuve) — $x+a$ (tengo) — $4x$ (tendré)

$$\Rightarrow \quad (x+a) + 2a = 4x$$
$$a = x$$

Del dato:

$$x + (x+a) + 4x = 84$$
$$6x + \underline{a} = 84$$
$$6x + \underline{x} = 84$$
$$x = 12$$
$$\Rightarrow \quad a = 12$$

∴ Tengo: 12 + 12 = 24 años

∴

PROBLEMA 26

Si hubiera nacido 15 años antes, entonces lo que me faltaría actualmente para cumplir 78 años sería los cinco tercios de la edad que tendría si hubiese nacido 7 años después. ¿Qué edad tendré dentro de 5 años?

a) 38 años b) 31 años c) 34 años
d) 33 años e) 35 años

Resolución:

Sea "x" mi edad

⇒ Si hubiera nacido 15 años antes, tendría 15 años más, es decir: $x + 15$.
⇒ Si hubiese nacido 7 años después, tendría 7 años menos, es decir: $x - 7$.

Del enunciado:

$$78 - (x+15) = \tfrac{5}{3}(x-7)$$
$$63 - x = \tfrac{5}{3}(x-7)$$
$$189 - 3x = 5x - 35$$
$$224 = 8x$$
$$x = 28$$

∴ Tengo 28 años y dentro de 5 años tendré: $28 + 5 = 33$ años.

∴ Clave d

PROBLEMA 27

Hace tantos años, como la mitad de los años que tendré, tenía tantos años como los que deben pasar para tener los años que te dije que tendría. Si la suma de los años que tenía y tendré suman 70 años. ¿Cuántos años tengo?

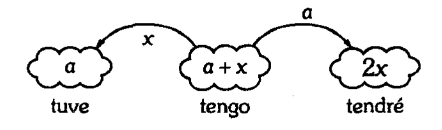
a) 42 años b) 36 años c) 49 años
d) 63 años e) 25 años

Resolución:

Del enunciado:

"Hace tantos años, como la mitad de los años que tendré..."

"... tenía tantos años como los que deben pasar para tener los años que te dije que tendría...".



Del último gráfico:

$$(a + x) + a = 2x$$
$$2a = x$$

Como la suma de los años que tenía y tendré suman 70 años:

$$a + 2x = 70$$
$$a + 2(2a) = 70$$
$$a = 14$$
$$\Rightarrow \quad x = 28$$

∴ Tengo: $14 + 28 = 42$ años

∴ Clave a

PROBLEMA 28

La edad actual de un hijo es los 4/9 de la edad de su padre. Si dentro de 5 años, la mitad de la edad del padre será igual a la edad que el hijo tendrá. ¿Cuál es la edad del padre?

a) 35 años b) 40 años c) 45 años
d) 55 años e) 60 años

Resolución:

(5 años: Pte. → Fut.)

	Pte.	Fut.
Hijo	$4x$	$4x + 5$
Padre	$9x$	$9x + 5$

$$\Rightarrow \quad \frac{9x+5}{2} = 4x + 5$$
$$9x + 5 = 8x + 10$$
$$x = 5$$

∴ El padre tiene: $9(5) = 45$ años

∴ Clave c

PROBLEMA 29

Yo tengo el doble de la edad que usted tenía cuando yo tenía la que usted tiene.

Si la suma de la edad que usted tiene con la que yo tendré cuando usted tenga la edad que yo tengo es 120. ¿Qué edad tengo?

a) 80 b) 60 c) 70
d) 50 e) 45

Resolución:

Ordenando los datos en una tabla, tenemos:

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo		4x	
Usted	2x		4x

suman 120

Completando la tabla:

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo	3x	4x	5x
Usted	2x	3x	4x

suman 120

$$\Rightarrow \quad 3x+5x=120$$
$$8x=120$$
$$x=15$$

$\therefore$ Tengo: $4(15)=60$ años

$\therefore$ Clave b

PROBLEMA 30

Uno de tres amigos descubre lo siguiente con respecto a sus edades y dice: "*Cuando tú tengas el doble de la edad que yo tengo tendrás lo que él tenía, cuando tenías la mitad de lo que tienes y yo tenía la octava parte de lo que él tiene, que es 30 años más de los que tendré cuando tengas lo que ya te dije que tendrías*". ¿Cuántos años tenías tú en el pasado mencionado?

a) 10 años b) 20 años c) 40 años
d) 60 años e) 80 años

Resolución:

	Pas.	Pte.	Fut.
Yo	y	$3y$	$8y-30$
Tú	a	$2a$	$2(3y)$
Él	$2(3y)$	$8y$	

Por suma en aspa:

$$\Rightarrow \quad a+8y=6y+2a$$
$$2y=a$$
$$\Rightarrow \quad 2a+(8y-30)=3y+6y$$
$$2a-30=y$$
$$2(2y)-30=y$$
$$y=10$$
$$a=20$$

$\therefore$ Tú tenías 20 años.

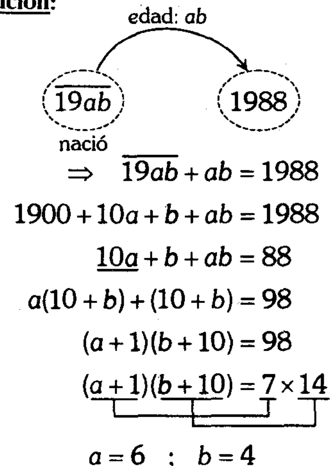
$\therefore$ Clave b

PROBLEMA 31

Mary tuvo en 1988 tantos años como el producto de las dos últimas cifras del año de su nacimiento. ¿Cuál es la suma de cifras del número que expresa el año en qué cumplió 15 años?

a) 26 b) 22 c) 24
d) 16 e) 18

Resolución:



$$\Rightarrow \overline{19ab} + ab = 1988$$

$$1900 + 10a + b + ab = 1988$$

$$10a + b + ab = 88$$

$$a(10+b) + (10+b) = 98$$

$$(a+1)(b+10) = 98$$

$$(a+1)(b+10) = 7 \times 14$$

$$a = 6 \quad ; \quad b = 4$$

$\therefore$ Cumplió 15 años en:

$1964 + 15 = 1979$

Piden: $1 + 9 + 7 + 9 = 26$

$\therefore$ Clave a

PROBLEMA 32

El 27 de setiembre del 2003 se observó que la suma de las edades más la suma de los años de nacimiento de Ándres, Betty y Carmen fue 6007. Si Andrés nació en abril y Betty en noviembre. ¿En qué mes nació Carmen, sabiendo que nació el 31 de dicho mes?

a) enero b) noviembre
c) diciembre e) octubre
e) octubre o diciembre

Resolución:

Del enunciado:

fecha : setiembre del 2003
\# de personas = 3
resultado = 6007
Andrés : abril
Betty : noviembre
Carmén : ?

Si los tres ya hubieran cumplido años la suma de sus edades más sus años de nacimiento sería:

$$2003 \times 3 = 6009$$

Vemos que el resultado obtenido es 2 menos que si todos ya hubieran cumplido años, entonces hay 2 personas que hasta el mes de setiembre todavía no cumplen años. Como Andrés nació en abril ya cumplió años; y como Betty nació en noviembre todavía no cumple años, entonces Carmen todavía no cumple años.

Betty debió nacer después de setiembre, es decir: octubre (31 días), noviembre (30 días) ó diciembre (31 días); pero como nació el 31, sólo puede ser octubre o diciembre.

$\therefore$ Clave e

PROBLEMA 33

Cuando José tenía a veces la edad que tenía Josefa, faltaban para llegar al presente año $(a - b)$ años, pero cuando Josefa tenga la b-ésima parte de lo que tenga José ya habrá transcurrido, a partir de hoy, $(a + b)$ años. ¿Qué edad tenía Josefa hace $(a - b)$ años?

a) $\frac{2a^2(a-b)}{b-a}$ b) $\frac{2a^2(b-1)}{b-a}$ c) $\frac{2a(b-1)}{b-a}$

d) $\frac{2a(1-b)}{b-a}$ e) $\frac{2a^2(b-1)}{a+b}$

Resolución:

$\text{Pas.} \xrightarrow{a-b} \text{Pte.} \xrightarrow{a+b} \text{Fut.}$

	Pas.	Pte.	Fut.
José	ax	$ax+a-b$	$ax+2a$
Josefa	x	$x+a-b$	$x+2a$

Como Josefa tendrá la b-ésima parte de lo que tendrá José:

$$x+2a=\frac{ax+2a}{b}$$

$$bx+2ab=ax+2a$$

$$x=\frac{2a(1-b)}{b-a}$$

∴ Clave d

PROBLEMA 34

Juan le dice a Pedro: "*cuando tengas lo que yo tengo, es decir el triple de lo que tenías cuando yo tenía 4 años menos de los años que tienes, nuestras edades sumarán 68 años*". Pedro a su vez le dice a Martín: "*cuando tengas lo que yo tengo, yo tendré cinco veces lo que tenías cuando yo tenía lo que tú tienes*". ¿Qué edad tendrá Martín cuando Juan tenga el triple de lo que tiene actualmente?.

a) 44 años b) 85 años c) 58 años
d) 74 años e) 66 años

Resolución:

- De lo que Juan le dice a Pedro:

	Pas.	Pte.	Fut.
Juan (Yo)	$y-4$	$3x$	$6x-y$
Pedro (Tu)	x	y	$3x$

(Suma en Fut.: 68)

$$\Rightarrow \quad (y-4)+y=x+3x$$

$$y=2x+2$$

$$\Rightarrow \quad (6x-y)+3x=68$$

$$9x-y=68$$

$$9x-(2x+2)=68$$

$$x=10$$

$$y=2(10)+2=22$$

∴ Pedro tiene 22 años.
∴ Juan tiene: 3(10) = 30 años.

- De lo que Pedro le dice a Martín:

	Pas.	Pte.	Fut.
Pedro (Yo)	b	22	$5a$
Martín (Tú)	a	b	22

$$\Rightarrow \quad 2b=a+22 \quad \text{.............. (1)}$$

$$\Rightarrow \quad b+5a=22+22 \quad \text{......... (2)}$$

De (1) y (2): $a=6$; $b=14$
∴ Martín tiene 6 años, nos piden.

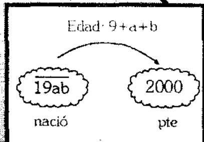
	Pte.	Fut.
Juan	30	90
Martín	6	66

$30 \xrightarrow{\times 3} 90$

∴ Martín tendrá 66 años.

∴ Clave e

Problemas sobre Edades



Problemas Resueltos

Problema 01.

La edad que tendré dentro de 20 años será 2 veces más que la edad que tuve hace 10 años. ¿Qué edad tendré dentro de 5 años?

a) 25 b) 30 c) 35
d) 20 e) 22

Problema 02.

Mi edad es 5 veces la edad que tú tenías, cuando yo tenía la mitad de tu edad actual y cuando tú tengas el doble de mi edad, nuestras edades sumarán 210 años. ¿Qué edad tengo?

a) 40 años b) 50 años c) 30 años
d) 60 años e) 25 años

Problema 03.

Si en el año 2000 Adolfo cumplió tantos años como la suma de las 3 últimas cifras del año de su nacimiento. ¿Qué edad tuvo Adolfo en el año 2004?

a) 24 años b) 25 años c) 26 años
d) 27 años e) 37 años

Problema 04.

Adolfo en el 2008 saca el promedio de las edades y de los años de nacimiento de sus 5 mejores alumnos, obteniendo 18,6 y 1988,6. ¿Cuántos todavía no habían cumplido años?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Problema 05.

Hace tantos años como la cuarta parte de los años que tengo, nuestras edades sumaban 42 años y dentro de tantos años, como la tercera parte de los años que tienes nuestras edades sumarán 74 años. ¿Cuánto años tengo?

a) 20 b) 30 c) 24
d) 28 e) 22

Problema 06.

Emerson al ser consultado por su edad respondió: "Si mi edad es restada de 26, se obtiene su suma de cifras" ¿cuál es la suma de cifras de la edad de Emerson?

a) 6 b) 7 c) 4
d) 5 e) 3

Problema 07.

Se escucha la conversación entre un padre y su hijo: "te das cuenta, dice el padre, que dentro de tantos años como los que yo tengo ahora, nuestras edades estarán en la relación de 3 a 2. Es verdad, comenta el hijo, y la suma de nuestras edades hace 5 años y la suma en el futuro mencionado están en la relación de 1 a 3. Diga ud. ¿cuál es la edad del padre?

a) 30 b) 36 c) 45
d) 60 e) 54

Problema 08.

La edad de un padre sobrepasa en 5 años a la suma de las edades de sus hijos. Dentro de 10 años, él tendrá el doble de la edad de su hijo mayor; dentro de 20 años, tendrá el doble de la edad del segundo y dentro de 30 años tendrá el doble de la edad del tercero. Halle la edad del padre.

a) 48 b) 60 c) 50
d) 30 e) 56

Problema 09.

Yo tengo 2 veces más de la edad que tu tuviste, cuando yo tuve una vez más de la edad que tuviste, cuando yo tuve 3 veces menos de la edad que tengo. ¿Qué edad tendrás cuando yo tenga el doble de la edad que tuviste hace 5 años? Si nuestras edades suman 34 años.

a) 18 años b) 16 años c) 20 años
d) 22 años e) 26 años

Problema 10.

Cuando yo tenga el doble de la edad que tenía cuando tú tenías la cuarta parte de la edad que tendrás, nuestras edades sumarán 40 años. ¿Qué edad tengo, si nuestras edades al sumarse resulta un cuadrado perfecto y además tu edad es un número entero?

a) 14 b) 16 c) 18
d) 20 e) 22

Problema 11.

Al ser consultado por su edad un estudiante responde: Si al doble de mi edad se le quitan 13 años, se obtiene lo que me falta para tener 50 años. ¿Cuál es la edad del estudiante?

a) 21 años b) 22 años c) 24 años
d) 26 años e) 28 años

Problema 12.

Un padre tiene "x" años y su hijo "y" años, ¿dentro de cuántos años la edad del padre será dos veces la edad del hijo?

a) $2x+y$ b) $2x-y$ c) $x-2y$
d) $x+2y$ e) $x+y$

Problema 13.

Mi hijo es ahora tres veces más joven que yo. Pero hace cinco años cuatro veces más joven. ¿Cuántos años tiene?

a) 14 b) 15 c) 12
d) 16 e) 10

Problema 14.

Frida tuvo su primer hijo a los 20 años, su segundo hijo a los 25 años y 7 años después a su tercer hijo. Si en 1996 la suma de las edades de los cuatro fue 83 años, ¿en qué año nació Frida?

a) 1978 b) 1966 c) 1950
d) 1956 e) 1954

Problema 15.

La suma de las edades de Antonio y Beatriz, cuando nació César, su primer hijo, era la mitad de su suma actual. Si actualmente César tiene 20 años. ¿Qué

edad tenía César cuando las edades de los tres sumaban 70 años?

a) 12 años b) 10 años c) 15 años
d) 18 años e) 20 años

Problema 16.

Una persona en el mes de Junio, resta a los meses que ha vivido los años que tiene y obtiene 455. ¿En qué mes nació dicha persona?

a) diciembre b) enero c) febrero
d) marzo e) abril

Problema 17.

Hace 5 años la edad de un padre fue 4 veces la del hijo y dentro de 5 años será solamente el doble de la edad de su hijo. ¿Qué edad tendrá el padre cuando su hijo tenga los años que tuvo el padre cuando nació el hijo?

a) 20 b) 30 c) 35
d) 40 e) 45

Problema 18.

Don Sixto le dice a Don Pedro: Yo tengo el doble de la edad que usted tenía cuando yo tenía la que usted tiene. La suma del triple de la edad que usted tiene con la que yo tendré cuando usted tenga la edad que yo tengo, es 280. ¿Cuáles son las edades de Don Sixto y de Don Pedro?

a) 80 y 60 b) 70 y 60 c) 60 y 75
d) 80 y 90 e) 50 y 40

Problema 19.

La edad de Juan es mayor que la de su hermano Antonio en 5 años; Francisco tiene tantos años como los dos juntos, y entre los tres suman en total 70 años. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

a) 36; 14; 15 b) 32; 18; 13
c) 40; 15; 5 d) 35; 20; 15
e) 20; 15; 8

Problema 20.

Las sumas respectivas de las cifras que forman los años de nacimiento de Juan y Pedro son iguales. Sabiendo que sus edades empiezan por la misma cifra, ¿cuál es su diferencia de edades?

a) 7 b) 6 C) 4
d) 9 e) 5

Problema 21.

Pedro lleva en el sindicato el doble de años que Joaquín. Hace dos años llevaba el triple de años. ¿Cuántos años lleva cada uno en el sindicato?

a) 12 y 6 b) 8 y 4 c) 10 y 5
d) 14 y 7 e) 9 y 18

Problema 22.

Se sabe que si una pareja de esposos, donde el esposo es mayor, tuviese un hijo ahora; al cabo de cierto tiempo la suma de edades de los tres sería 66 años y que el triple de dicho tiempo es justamente la diferencia de las edades de los esposos, además en ese momento la edad de la madre sería múltiplo de la

edad del hijo y este tendría más de 2 años. Halle la suma de cifras del resultado de sumar las edades de la pareja.

a) 57 b) 3 c) 21
d) 12 e) 14

Problema 23.

Si en 1974 María tuvo la cuarta parte de la edad de su madre, y en 1984 la mitad, ¿qué edad tendrá cada una de ellas en 1994?

a) 26 y 40 b) 20 y 60 c) 22 y 35
d) 24 y 40 e) 25 y 40

Problema 24.

En una lápida podía leerse esta inscripción: Aquí yace Leonel, muerto en Chocna en 1971, vivió tantos años como la suma de las cifras del año de su nacimiento. ¿A qué edad murió?

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

Problema 25.

Dentro de dos años mi hijo será dos veces mayor de lo que era hace dos años y mi hija será dentro de tres años tres veces mayor de lo que era hace tres años. ¿Quién es mayor, el niño o la niña?

a) El niño por 2 años.
b) La niña por un año.
c) El niño por 4 años.
d) La niña por 2 años.
e) Son mellizos.

Problema 26.

¿Qué edad tendrá Carlos en el año 2000 sabiendo que esa edad será igual a la suma de las cuatro cifras de su año de nacimiento?

a) 17 b) 18 c) 19
d) 20 e) 21

Problema 27.

Si hubieran pasado 3 veces los años que han pasado, me faltaría la tercera parte de los años que supongo que pasaron, para duplicar la edad que tengo, y la suma de esta supuesta edad actual con mi edad actual real sería 80 años. ¿Qué edad tengo?

a) 30 b) 50 c) 36
d) 45 e) 27

Problema 28.

Al preguntarle su edad a Mirian, ella contestó; Mi edad es la suma de todos aquellos números naturales tales que el cuadrado de su quíntuplo disminuido en 4; son mayores que 16, pero menores que 900. ¿Cuál es la edad de Claudia, si ésta nació 5 años antes que Mirian?

a) 15 b) 20 c) 26
d) 16 e) 18

Problema 29.

Una persona nacida en la segunda mitad del siglo XX, tendrá "a" años en el año a^2 ¿Cuántos años tenía dicha persona en 1995?

a) 10 años b) 12 años c) 15 años
d) 18 años e) 14 años

Problema 30

Raquel le dice a Javier: Recuerdo que en cierto año de la segunda mitad del siglo pasado mi edad era mayor que 20 pero menor que 30, además en dicho año mi edad se podía calcular de la siguiente manera: suma los cuadrados de las 2 primeras cifras de aquel año y réstale la suma de los cuadrados de las 2 últimas cifras de aquel año. También recuerdo que aquel año era par y la suma de sus cifras era 19. ¿En qué año nací? (Año actual 2001).

a) 1941 b) 1942 c) 1943
d) 1944 e) 1945

Problema 31

Pedro dice un día a Manolo: Mi edad es el triple de la que tú tenías cuando yo tenía la que tú tienes. Cuando tú tengas la edad que yo tengo, tendremos entre los dos 77 años. Calcule las edades de Pedro y manolo.

a) 33 y 22 b) 30 y 40 c) 20 y 40
d) 32 y 40 e) 22 y 48

Problema 32

El 27 de octubre de 1981, sucedió que la suma de las edades más los años de nacimiento de Antonio, Bruno y César fue 5941. Si Antonio nació en abril y Bruno en noviembre, ¿en qué mes nació César, si nació el 31 de dicho mes?

a) octubre o diciembre. b) mayo.
c) enero. d) marzo.
e) julio.

Problema 33

Al preguntarle la edad a un abuelo este contestó: No tengo menos de 60, pero aún no soy noventón. Cada uno de mis hijos me ha dado tantos nietos como hermanos tiene; y mi edad es exactamente el cuádruplo del número de hijos y nietos que tengo. Halle la edad del abuelo.

a) 60 años b) 62 años c) 63 años
d) 64 años e) 70 años

Problema 34

Estando reunidos Ángel, Bruno y Carlos, se escucha la siguiente conversación:

- Bruno: Mi edad es la misma que tuvo Ángel cuando Carlos nació.
- Ángel: Así es, y en ese entonces nuestras edades sumaba 30 años.
- Carlos: Mi edad actual es la misma que tuvo Bruno cuando yo nací.

¿Cuál será la edad que tendrá Ángel cuando Carlos tenga la edad que tiene Bruno?

a) 44 años b) 42 años c) 33 años
d) 46 años e) 40 años

Problema 35

Una pareja de matemáticos; marido y mujer, mantienen el siguiente diálogo en el siglo XX.

El: ¿Te das cuenta de que mi edad sólo fue múltiplo de la tuya una vez?

Ella: Es verdad, y es una pena que no nos conociéramos entonces, porque no volverá a suceder.

El: Pero la edad de nuestro hijo es el máximo común divisor de las nuestras.

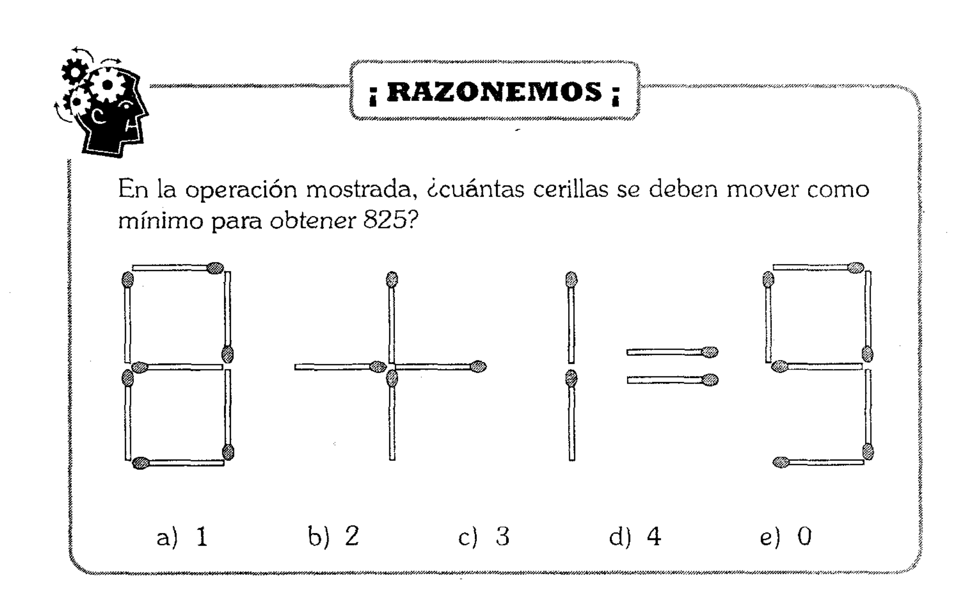
Ella: Y el mínimo común múltiplo de nuestras edades es el año en que estamos. ¿En qué año nació el hijo?

a) 1979 b) 1980 c) 1981
d) 1986 e) 1978

Problema 36

A le dice a B: "cuando yo tenía tu edad, C tenía 10 años"; B contesta: "Cuando yo tenga tu edad, C tendrá 26 años"; C interviene: "Sí sumamos los años que ustedes me llevan de ventaja resultaría el doble de mi edad" .¿Cuál es la edad del mayor?

a) 40 años b) 48 años c) 49 años
d) 30 años e) 32 años

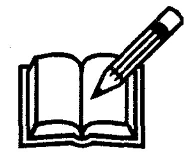


En la operación mostrada, ¿cuántas cerillas se deben mover como mínimo para obtener 825?

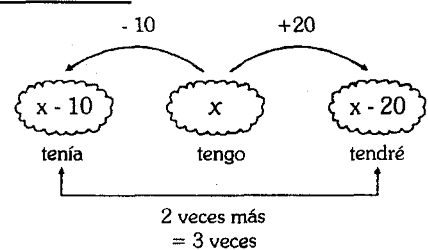
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 0

Problemas sobre Edades

Solucionario



Resolución 01.



Planteando:

$$x + 20 = 3(x - 10)$$
$$x + 20 = 3x - 30$$
$$50 = 2x$$
$$x = 25$$

∴ Tengo 25 años y dentro de 5 años tendré 30.

∴

Resolución 02.

Del enunciado:

	pas	pte	fut
yo		5x	
tú	x		10x

la mitad — 210

Completando con 2x mi edad en el pasado y 4x tu edad actual ya que uno es la mitad del otro y suman 6x.

	pas	pte	fut
yo	2x	5x	11x
tú	x	4x	10x

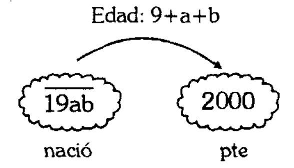
210

$$11x + 10x = 210$$
$$21x = 210$$
$$x = 10$$

∴ Tengo $5 \times 10 = 50$ años.

∴

Resolución 03.



Planteando

$$\overline{19ab} + 9 + a + b = 2000$$
$$1900 + \overline{ab} + 9 + a + b = 2000$$
$$\overline{ab} + a + b = 91$$
$$10a + b + a + b = 91$$
$$\underset{7}{11a} + \underset{7}{2b} = 91$$

Nació en 1977 y su edad en el 2004 fue:

$$2004 - 1977 = 27 \text{ años.}$$

∴ Clave d

Resolución 04.

Si una persona ya cumplió años:

$$\begin{pmatrix} \text{AÑO} \\ \text{NAC} \end{pmatrix} + \text{EDAD} = \begin{pmatrix} \text{AÑO} \\ \text{ACT} \end{pmatrix}$$

Si todavía no cumpleaños:

$$\begin{pmatrix} \text{AÑO} \\ \text{NAC} \end{pmatrix} + \text{EDAD} = \begin{pmatrix} \text{AÑO} \\ \text{ACT} \end{pmatrix} - 1$$

En el problema:

$$\# \text{ personas} = 5$$
$$\text{año} = 2008$$

Suma de Edades	= 18,6 x 5	=	93 +
Suma de años nac	= 1988,6 x 5	=	9943
	Resultado	=	10036

Si todos ya hubieran cumplido años:

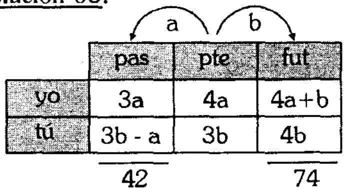
$$\text{Resultado} = 2008 \times 5 = 10040$$

de alumnos que aún no cumplen años:

$$10040 - 10036 = 4.$$

∴ Clave d

Resolución 05.



	pas	pte	fut
yo	3a	4a	4a+b
tú	3b - a	3b	4b

(a: pas → pte; b: pte → fut; pas: 42; fut: 74)

$\hookrightarrow 3a + (3b - a) = 42$

$\hookrightarrow (4a + b) + 4b = 74$

$$2a + 3b = 42 \quad (\times 5)$$
$$4a + 5b = 74 \quad (\times 3)$$

$$-\begin{cases} 10a + \cancel{15b} = 210 \\ 12a + \cancel{15b} = 222 \end{cases}$$

$$2a = 12$$
$$a = 6$$

Tengo: $4(6) = 24$ años.

∴
Clave c

Resolución 06.

Sea la edad: $\overline{ab}$

Planteando: $26 - \overline{ab} = a + b$

$$26 = \overline{ab} + a + b$$
$$26 = 10a + b + a + b$$
$$26 = 11a + 2b$$

(a = 2, b = 2)

∴ Tiene 22 años.
Piden: $2 + 2 = 4$.

∴ Clave c

Resolución 07.

Sea la edad del padre: 3a

	pas	pte	fut
padre	3a - 5	3a	6a
hijo	a - 5	a	4a

(5: pas → pte; 3a: pte → fut; fut padre : hijo = 3:2; pas: 4a - 10; fut: 10a)

Del enunciado: $\dfrac{4a - 10}{10a} = \dfrac{1}{3}$

$$12a - 30 = 10a$$
$$2a = 30$$
$$a = 15$$

El padre tiene: $3(15) = 45$ años.

∴
Clave c

Resolución 08.

Sea 2x la edad del padre:

	pte	fut (10)	fut (20)	fut (30)
padre	2x	2x+10	2x+20	2x+30
mayor	x - 5	x+5		
segundo	x - 10		x+10	
tercero	x - 15			x+15

Como la edad del padre sobrepasa en 5 años a la suma de las edades de sus 3 hijos:

$$2x - (x - 5 + x - 10 + x - 15) = 5$$
$$2x - (3x - 30) = 5$$
$$2x - 3x + 30 = 5$$
$$25 = x$$

El padre tiene: 2(25) = 50 años.

∴ Clave c

Resolución 09.

	pas	pas	pte	fut
yo	a	2b	3a	2(29-3a)
tú	b	a	34 - 3a	x
			34	

Por suma en aspa:

$$\Rightarrow \quad 2a = 3b \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$
$$\Rightarrow \quad 4a = 2b + 34 - 3a$$
$$7a = 2b + 34$$

Multiplicando por 3:

$$21a = 6b + 102 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$21a = 4a + 102$$
$$17a = 102$$
$$a = 6$$

Luego: $x + 3a = 2(29 - 3a) + (34 - 3a)$
$$x + 18 = 22 + 16$$
$$x = 20$$

∴ Tendrás 20 años.

∴ Clave c

Resolución 10.

	pas	pte	fut
yo	x		2x
tú	y		4y
			40

De la tabla:

$$\Rightarrow \quad x + 4y = y + 2x$$
$$x = 3y \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$

Como: $\Rightarrow \quad 2x + 4y = 40$
$$x + 2y = 20 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$3y + 2y = 20$$
$$y = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 12$$

En la tabla: (n: de pas a pte)

	pas	pte	fut
yo	12	12+n	24
tú	4	4+n	16
	16	16+2n	40

Como (16 + 2n) es un cuadrado perfecto sólo puede ser 25 ó 36 pero con 25 las edades no salen enteros; luego:

$$16 + 2n = 36$$
$$n = 10$$

Tengo: 12 + 10 = 22 años.

Resolución 11.

Sea "x" años la edad.

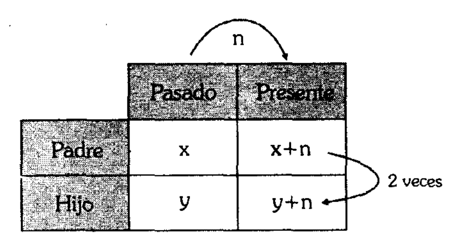
Planteando:

$$2x - 13 = \overbrace{50 - x}^{\text{lo que me falta}}$$
$$3x = 63$$
$$x = 21$$

La edad es 21 años.

Resolución 12.

Sea "n" la cantidad de años.



	Pasado	Presente
Padre	x	x+n
Hijo	y	y+n

Planteando:

$$x + n = 2(y + n)$$
$$x + n = 2y + 2n$$
$$n = x - 2y$$

∴ Dentro de $(x - 2y)$ años.

Resolución 13.

Del enunciado:

5

	Pasado	Presente
Padre	3x - 5	3 x
Hijo	x - 5	x

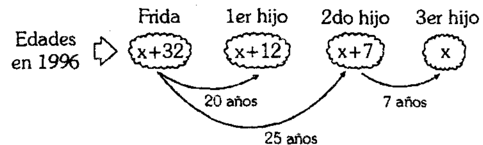
Como hace 5 años el hijo era 4 veces más joven:

$$3x - 5 = 4(x - 5)$$
$$3x - 5 = 4x - 20$$
$$x = 15$$

El hijo tiene 15 años.

Resolución 14.

Del enunciado:



Planteado:

$$(x + 32) + (x + 12) + (x + 7) + x = 83$$
$$4x + 51 = 83$$
$$x = 8$$

Frida en 1996 tenía: $8 + 32 = 40$ años.

Nació en: $1996 - 40 = 1956$.

Resolución 15.

Del enunciado:

x
20

	Nació César	Presente	Sumaban 70
Padres	S	2S	S+2x
César	0	20	x

Como son 2 los padres:

$$S + 20 + 20 = 2S$$
$$S = 40$$

Además: $S + 2x + x = 70$
$$40 + 3x = 70$$
$$x = 10$$

∴ César tenía 10 años.

∴ Clave b

Resolución 16.

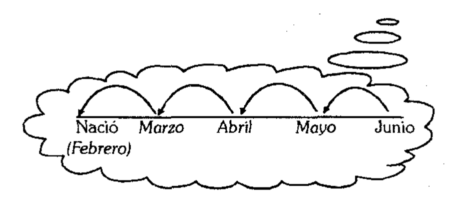
Sea la edad de la persona:

"x" años + "y" meses ; $y < 12$.

Planteando:

$$(12x + y) - x = 455$$
$$11x + y = 455$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$41 \quad 4$$

Como hasta junio tenía 41 años y 4 meses entonces nació en febrero.



∴ Clave c

Resolución 17.

Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
Padre	4x	4x+5	4x+10
Hijo	x	x+5	x+10

(5 años entre Pasado y Presente; 5 años entre Presente y Futuro; en el futuro, el doble)

Planteando:

$$4x + 10 = 2(x + 10)$$
$$4x + 10 = 2x + 20$$
$$2x = 10$$
$$x = 5$$

El padre tiene: $4(5) + 5 = 25$ años y el hijo: $5 + 5 = 10$ años; es decir cuando nació el hijo, el padre tenía: $25 - 10 = 15$ años y cuando el hijo tenga esta edad el padre tendrá:

$$15 + 15 = 30 \text{ años.}$$

∴ Clave b

Resolución 18.

Ordenando los datos:

	Pasado	Presente	Futuro
Sixto (yo)	◯	4x	
Pedro (usted)	2x	◯	4x

Completando por suma en aspa:

	Pasado	Presente	Futuro
Sixto (yo)	3x	4x	5x
Pedro (usted)	2x	3x	4x

Del enunciado:

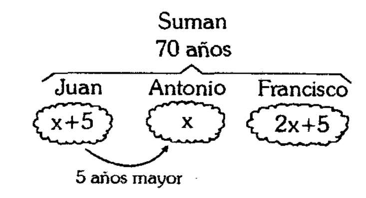
$$3(3x) + 5x = 280$$
$$14x = 280$$
$$x = 20$$

Las edades de Don Sixto y Don Pedro son: 80 y 60 años respectivamente

∴ Clave a

Resolución 19.

Del enunciado:



Planteando:

$$(x+5) + x + (2x + 5) = 70$$
$$4x + 10 = 70$$
$$x = 15$$

Sus edades son: 20, 15 y 35 años.

∴ Clave d

Resolución 20.

Sean los años de nacimientos:

Pedro

$\overline{19ab}$ — edad $\overline{pq}$; $\overline{19mn}$ — edad $\overline{pr}$; $a+b=m+n \rightarrow n-b=a-m$

Piden: $\overline{pq}-\overline{pr}=q-r$

Como:

$$\text{Año actual}=\overline{19ab}+\overline{pq}=\overline{19mn}+\overline{pr}$$
$$q-r=\overline{mn}-\overline{ab}$$
$$q-r=10(m-a)+\underline{n-b}$$
$$q-r=10(m-a)+a-m$$
$$q-r=9(m-a)$$

$$\text{Diferencia de edades}=9\underbrace{(m-a)}_{1}$$

Como "q" y "r" son dígitos su diferencia es menor o igual que 9 ; la única posibilidad es 9.

∴ Clave d

Resolución 21.

Del enunciado:

(2)

	Pasado	Presente
Pedro	2x - 2	2x
Joaquin	x - 2	x

Planteando: $2x-2=3(x-2)$
$$2x-2=3x-6$$
$$x=4$$

Llevan: 8 y 4 años en el sindicato.

∴ Clave b

Resolución 22.

Del enunciado:

(x)

	Pasado	Presente
Padre	a+3x	a+4x
Madre	a	a+x
Hijo	0	x

múltiplo → a = x

Suma : 66

Planteando:

$$(a+4x)+(a+x)+x=66$$
$$6x+2a=66$$
$$3x+a=33$$

x: ~~1~~, ~~2~~, 3 ; a: ~~30~~, ~~27~~, 24

El padre tiene:

$24+3(3)=33$ años y la madre 24 años.

Suma de edades: $33+24=57$

Suma de cifras: $5+7=12$

∴ Clave d

Resolución 23.

Del enunciado:

(10) (10)

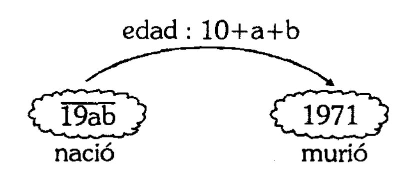
	1974	1984	1994
María	x	x+10	x+20
Madre	4x	4x+10	4x+20

Planteando: $x+10=\frac{1}{2}(4x+10)$
$$x+10=2x+5$$
$$x=5$$

Tendrán: 25 y 40 años.

∴ Clave e

Resolución 24.



Planteando:

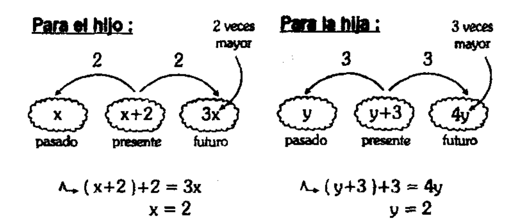
$$\overline{19ab}+10+a+b=1971$$
$$1900+10a+b+10+a+b=1971$$
$$11a+2b=61$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$5 \quad 3$$

Leonel murió a los:

$10+5+3=18$ años.

$\therefore$

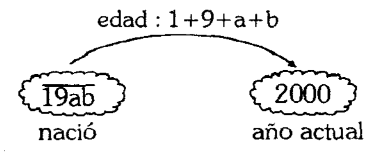
Resolución 25.



El niño tiene 4 años y la niña 5 años; entonces la niña es mayor por un año.

$\therefore$

Resolución 26.



Luego: $\overline{19ab}+(10+a+b)=2000$

$$\overline{ab}+a+b=90$$
$$11a+2b=90$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$8 \quad 1$$

Edad: $1+9+8+1=19$ años.

$\therefore$ Clave c

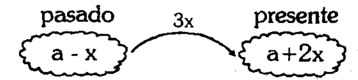
Resolución 27.

Haciendo un esquema:

Caso real:

Caso hipotético:

Si hubieran pasado tres veces los años que han pasado:



Como me faltaría la tercera parte de los años que supongo que pasaron, para duplicar la edad que tengo:

$$(a+2x)+\frac{1}{3}(3x)=2(a)$$
$$a=3x\cdots(1)$$

La suma de esta supuesta edad actual con mi edad actual real sería 80 años:

$$(a+2x)+a=80$$
$$a+x=40$$

Reemplazando: $3x+x=40$

$$x=10 \longrightarrow a=30$$

$\therefore$ Tengo 30 años $\therefore$ Clave a

Resolución 28.

Del enunciado: $16 < (5x)^2 - 4 < 900$

$$20 < (5x)^2 < 904$$

$$4,\ldots < 5x < 30,\ldots$$

$\hookrightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6$

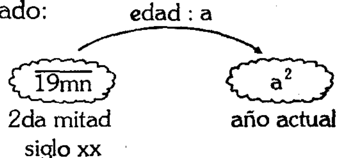
Edad de Miriam : $1+2+3+\ldots+6 = \dfrac{6\times 7}{2} = 21$ años

Claudia tiene: $21 + 5 = 26$ años.

$\therefore$ Clave c

Resolución 29.

Del enunciado:



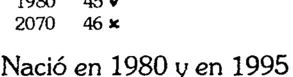
Planteando:

Recuerde : AÑO NAC + EDAD = AÑO ACT

$\overline{19mn} + a = a^2$

$\overline{19mn} = a^2 - a$

$\overline{19mn} = a(a-1)$



1806	43 ✗
1892	44 ✗
1980	45 ✓
2070	46 ✗

Nació en 1980 y en 1995 tenía:

$$1995 - 1980 = 15 \text{ años.}$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 30.

Sea $\overline{19ab}$ aquel año

Luego: $20 < (1^2 + 9^2) - (a^2 + b^2) < 30$

$$20 < 82 - (a^2 + b^2) < 30$$

$$52 < a^2 + b^2 < 62 \ldots (1)$$

Como dicho año era par y la suma de sus cifras es 19:

$$1 + 9 + a + b = 19$$

$$a + b = 9$$

a	b
~~3~~	~~6~~
~~4~~	~~5~~
~~5~~	~~4~~
~~6~~	~~3~~
7	2

Comprobando en (1) el único que cumple es: $a = 7$ y $b = 2$.

$\therefore$ En 1972 tenía : $1^2 + 9^2 - 7^2 - 2^2 = 29$ años y nació en : $1972 - 29 = 1943$

$\therefore$ Clave c

Resolución 31.

Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
Pedro (yo)	( )	3x	
Manolo (tú)	x	( )	3x

Suma : 77

Completando por suma en aspa:

	Pasado	Presente	Futuro
Pedro (yo)	2x	3x	4x
Manolo (tú)	x	2x	3x

Suma : 77

Luego: $4x + 3x = 77$

$$x = 11$$

Pedro tiene 33 años y Manolo 22 años.

$\therefore$ Clave a

Resolución 32.

Según el enunciado:

$$\text{Año actual} = 1981(\text{octubre})$$

$$\begin{pmatrix}\text{Suma de}\\ \text{edades}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Suma de}\\ \text{año nac}\end{pmatrix} = 5941$$

Si los tres ya hubieran cumplido años la suma de sus edades más la suma de sus años de nacimiento sería:

$$1981 \times 3 = 5943$$

Vemos que el resultado obtenido es 2 menos que si todos ya hubieran cumplido años, entonces hay 2 personas que aún no cumplen años.
Como Antonio nació en abril y Bruno en noviembre, el primero ya cumplió años y el segundo aún no; por lo tanto César es el otro que aún no cumple años y nació en octubre, noviembre o diciembre; pero de estos meses los únicos que traen 31 días son octubre y diciembre.

$\therefore$ César nació en octubre o diciembre.

$\therefore$

Resolución 33.

Sea "x" el # de hijos del abuelo.

$\Rightarrow$ Cada hijo tiene $(x - 1)$ hermanos

$\Rightarrow$ Cada hijo le ha dado $(x - 1)$ nietos
\# de nietos $= x\,(x - 1)$

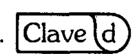
Luego:

Edad del abuelo: $4\,(x + x\,(x - 1) = 4\,(x + x^2 - x)$
$= 4x^2$

Como no tiene menos de 60 y aún no es un noventón.

$$60 \leq 4x^2 < 90$$
$$15 \leq x^2 < 22{,}5$$
$$x = 4$$

$\therefore$ Edad $4(4)^2 = 64$ años

$\therefore$ 

Resolución 34.

Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
Ángel	( )		x
Bruno	a	( )	
Carlos	0	a	( )

Suma: 30

Por suma en aspa:

	Pasado	Presente	Futuro
Ángel	2a	3a	x = 4a
Bruno	a	2a	3a
Carlos	0	a	2a

Suma : 30

Planteando: $2a + a + 0 = 30$
$a = 10$

Tendrá: $x = 4(10) = 40$ años.

$\therefore$ Clave e

Resolución 35.

Sabemos que una edad será múltiplo de otra, tantas veces como divisores tiene su diferencia.

Además en el problema se indica que la edad del esposo fue múltiplo de la edad de la esposa una sola vez. Por tanto su diferencia de edades es 1.

Además si su diferencia es uno, las edades son números consecutivos (primos entre sí) y su MCM es el producto.

$$MCM = \underbrace{(\text{edad esposo})}_{n}\underbrace{(\text{edad esposa})}_{(n-1)} = \text{año actual}$$
$$= n \times (n-1) = \overline{19ab}$$

Como:

$44 \times 43 = 1\,892$

$\boxed{45 \times 44 = 1980}$

$46 \times 45 = 2\,070$

$\vdots$

$\therefore\ n = 45 \rightarrow$ año actual $= 1980$

Además como las edades son números primos entre sí; su MCD = 1

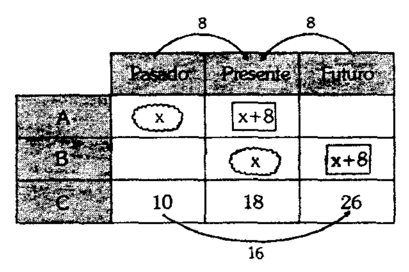
$\therefore$ El hijo que actualmente (1980) tiene 1 año, nació en: 1979.

Resolución 36.

Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
A	◯	▭	
B		◯	▭
C	10		26

Analizando se deduce que del pasado al presente hay el mismo tiempo que del presente al futuro.



	Pasado	Presente	Futuro
A	x	x+8	
B		x	x+8
C	10	18	26

Como al sumar los años que A y B le llevan de ventaja a C, resulta el doble de su edad.

$$(x+8-18)+(x-18) = 2(18)$$
$$2x - 28 = 36$$
$$x = 32$$

El mayor tiene: 32 + 8 = 40 años.

$\therefore$ Clave a

Primera Práctica

Problemas sobre Edades

01 Si al triple de la edad que tengo, se le quita mi edad aumentada en 4 años, tendría 32 años. ¿Qué edad tengo?

a) 36 años b) 18 años c) 54 años
d) 14 años e) 28 años

02 Hace 14 años, la relación de mi edad a tu edad era como 5 es a 1 y dentro de 6 años dicha relación será como 5 es a 3. ¿Qué edad tengo?

a) 30 años b) 20 años c) 36 años
d) 18 años e) 34 años

03 Cuando a Diana se le preguntó por su gatito, respondió; "hace 4 meses tenía la cuarta parte de los meses que tendrá dentro de 8 meses". ¿Dentro de cuánto tiempo tendrá el triple de los meses que tenía hace 3 meses?

a) 5 meses b) 6 meses c) 7 meses
d) 8 meses e) 9 meses

04 La suma de las edades de 10 personas es igual a 390 años. ¿Cuál era la suma de dichas edades hace 5 años?

a) 340 años b) 330 años c) 320 años
d) 300 años e) 290 años

05 Dentro de 10 años, la edad de Edgar será el doble de la edad de Blanca. ¿Cuál es la edad actual de Blanca, si hace 5 años la edad de Edgar era el quíntuplo de la edad de Blanca?

a) 15 años b) 20 años c) 10 años
d) 30 años e) 40 años

06 Cuando tú tengas lo que yo tengo, tendrás lo que él tenía, cuando tenías la tercera parte de lo que tienes y yo tenía la tercera parte de lo que él tiene, que es 10 años más de lo que tendré, cuando tengas lo que ya lo dije y él tenga lo que tú y yo tenemos. Entonces yo tengo:

a) 50 b) 45 c) 22
d) 10 e) 40

07 Tú tienes la mitad menos 5 años de la edad que yo tendré cuando tú tengas lo que yo tenía cuando tú tenías la cuarta parte de la edad que yo tuviese, si tendría 10 años más de los que yo tendré; pero si yo tuviese 10 años más de los que tendré y tú los que te he dicho que tienes, entonces entre ambos tendríamos 110 años. ¿Qué edad tengo?

a) 50 b) 65 c) 55
d) 56 e) 54

08 Las edades de 3 jóvenes están en progresión aritmética creciente cuya

suma es 39, si la suma de sus cuadrados es 515, la edad del menor es:

a) 11 b) 13 c) 15
d) 17 e) 19

09 Es sabido que los gatos tienen siete vidas pero "Cuchita", gata techera, pensó cierta noche: "hoy termina mi segunda vida y en todos mis años he hecho los que otros hacen en sus siete vidas". Si el número de años que ella lleva vividos es igual a la cuarta parte del número de meses vividos, menos 6. ¿Cuántos años dura una de las vidas de Cuchita"?

a) 1,5 b) 3 c) 4
d) 6 e) 4,5

10 Cuando yo tenía la mitad de la edad que tienes, tú tenías la edad que él tenía cuando tu naciste. Si hoy tengo 35 años y él tiene el cuádruple de lo que tenía cuando naciste. ¿Qué edad tienes?

a) 10 b) 12 c) 14
d) 16 e) 30

11 Yo tengo doce veces la edad que tú tenías, cuando yo tenía dos veces la edad que tuviste, cuando yo tuve un exceso de 10 años sobre tu edad actual, y cuando tenga 2 veces la edad que tú tienes la suma de nuestras edades será 105. ¿Qué tendré dentro de 1 año?

a) 60 años b) 61 años c) 68 años
d) 58 años e) 63 años

12 Vallejo le dice a Neruda: "cuando tú tengas la edad que yo tengo, tendrás lo que él tenía, que es el triple de lo que tienes y yo tenía los 3/5 de lo que él tiene, que es 10 años menos de los que tendré cuando tengas lo que ya te dije" ¿Qué edad tuvo Vallejo cuando nació Neruda?

a) 12 años b) 16 años c) 20 años
d) 14 años e) 18 años

13 Hace 5 años las edades de Raúl y Angel estaban en la relación de 9 a 1, actualmente la relación es de 5 a 1. ¿Dentro de cuántos años la relación será de 2 a 1?

a) 24 b) 30 c) 35
d) 20 e) 27

14 Cuando yo tenga el doble de la edad que tenía, cuando tú tenías la cuarta parte de la edad que tendrás, nuestras edades sumarán 40 años. ¿Qué edad tengo, si la suma de nuestras edades es un número cuadrado perfecto?

a) 21 años b) 36 años c) 12 años
d) 11 años e) 22 años

15 Determinar la edad que cumplió una persona en el 1905, sabiendo que en 1896 su edad era igual a la suma de las cifras de su año de nacimiento.

a) 36 años b) 29 años c) 21 años
d) 24 años e) 44 años

16 Las edades de tres personas están en la relación de 3, 5, 4; luego de 12

años estarán en la relación de $(x-2)$, 13 y x, ¿dentro de cuánto años estarán en la relación de 23, 31 y 27?

a) 1 b) 9 c) 10
d) 12 e) 22

17 Magali le dice a Gisela: "Mi edad hace muchos años era mayor de 20, pero menor de 30, y en dicho año se podía calcular de la siguiente manera: sumando los cuadrados de cada una de las dos primeras cifras y restándole la suma de cada uno de los cuadrados de las dos últimas cifras de aquel año". ¿Cuántos años tuvo Magali el año 2004, sabiendo que es la mayor posible?

a) 104 b) 106 c) 98
d) 109 e) 96

18 En el año 2004 Héctor dijo: "si al año en que nací le resto mi edad actual, encontraría un número cuadrado perfecto, si dentro de "n" años mi edad será la n-sima parte de la edad que tendré dentro de 19n años. ¿Cuántos años tendrá Héctor dentro de $2n$ años?

a) 28 b) 26 c) 24
d) 39 e) 38

19 María le dice a Janina. "la suma de nuestras edades es 46 años y tu edad es el triple de la edad que tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo nací". ¿Qué edad tiene Janina?

a) 21 años b) 24 años c) 26 años
d) 18 años e) 48 años

20 Jhon le dice a Peter: cuando tengas lo que yo tengo, es decir el triple de lo que tenías cuando yo tenía 4 años menos de los años que tienes, nuestras edades sumarán 68 años. Peter a su vez le dice a Mario: cuando tengas lo que yo tengo, yo tendré cinco veces lo que tenías cuando yo tenía lo que tú tienes. ¿Qué edad tendrá Mario cuando Jhon tenga el triple de lo que tiene actualmente?.

a) 44 años b) 85 años c) 58 años
d) 74 años e) 72 años

21 Uno de los tres amigos descubre lo siguiente con respecto a sus edades. Cuando tú tengas el doble de la edad que yo tengo tendrás lo que él tenía, cuando tenías la mitad de lo que tienes y yo tenía la octava parte de lo que él tiene, que es 30 años más de los que tendré cuando tengas lo que ya te dije que tendrías. ¿Cuántos años tenías tú en el pasado mencionado?

a) 10 años b) 20 años c) 40 años
d) 60 años e) 80 años

22 Yo tengo el doble de la edad que tu tenias cuando yo tenía la edad que tu tuviste cuando yo nací. Cuando tu tengas el doble de la edad que tengo la suma de nuestras edades será 75 años. ¿Cuántos años tengo?

a) 25 b) 20 c) 16
d) 18 e) 24

23 Hace 5 años la edad de Vanessa era a la de Luis como 7 es a 5 respectivamente, pero si dentro de 14 años la relación será como 13 es a 12. ¿Cuál será la edad de Luis dentro de 6 años?

a) 16 b) 20 c) 15
d) 13 e) 18

24 Yo tengo el doble de la edad, que tú tenias cuando yo tenía la edad que tu tienes. Cuando tu tengas el doble de lo que yo tengo, la suma de nuestras edades será 85 años. ¿Qué edad tenía yo, cuando tu naciste?

a) 5 años b) 10 años c) 12 años
d) 8 años e) 15 años

25 Mi hijo es 22 años menor que yo, y el producto de nuestras edades excede en 662 a la suma de nuestras edades. ¿Qué edad tiene mi hijo?

a) 19 años b) 15 años c) 18 años
d) 16 años e) 20 años

26 Vanessa al ser preguntada por su edad, respondió: "Mi edad es la cantidad de números de cuatro cifras que al ser divididos entre 6, 7, 8 y 12 dejan como residuos 4, 5, 6 y 10 respectivamente. ¿Cuál erá la edad de Vanessa?

a) 24 e) 27 c) 54
d) 53 e) 55

27 Luis sumó: Un año, mas dos años, más tres años y así sucesivamente, hasta la edad actual que tiene, dado como resultado un número de tres cifras iguales. ¿Cuál es la edad de Luis?

a) 36 b) 37 c) 40
d) 38 e) 35

28 En una familia la suma de las edades de los padres es 3 veces la suma de las edades de sus hijos. Hace 3 años la suma de las edades de los padres era 27 veces la de sus hijos y dentro de 10 años la suma de los padres y la suma de los hijos estaran en la relación de 1 es a 1. ¿Cuántos hijos tiene la familia?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

29 Liliana le dice a Luis: "Mi edad es 4 años menos que la edad que tú tienes. Cuando tu tengas el doble de la edad que tengo nuestras edades sumaran 60 años. ¿Qué edad tengo?

a) 22 años b) 18 años c) 24 años
d) 16 años e) 28 años

30 Un padre pensó al ver a su hijo recién nacido: "Cuando tenga la mitad de mi edad actual, yo tendré el triple de su edad". Si dentro de 30 años las edades sumaran 84 años, ¿Qué edad tiene el padre actualmente?

a) 22 años b) 36 años c) 24 años
d) 29 años e) 38 años

31 Cuando yo tengo la edad que el tiene, que es lo que tenias cuando él tenía lo que yo tengo; él tendrá la edad que tienes y a ti te faltaría 15 años para duplicar la edad que tengo. Cuántos años tengo si hace 10 años tenía la mitad de la edad que tienes.

a) 45 años b) 35 años c) 30 años
d) 40 años e) 42 años

32 Cuando yo tenía un año menos de la edad que tu tienes, tú tenías 5 años menos de la edad que yo tengo. Pero cuando tengas la edad que yo tengo; nuestras edades sumarán 110 años. ¿Qué edad tenemos tú y yo respectivamente?

a) 51 y 49 b) 54 y 52 c) 47 y 45
d) 57 y 55 e) 42 y 40

33 Se tiene 16 alumnos a los cuales se les pide que sumen los años que tienen a los años que nacieron y dicho resultado es 32008. ¿Cuántos aún no cumplen años en la actualidad (2001)?

a) 9 b) 8 c) 7
d) 12 e) 10

34 Hace 10 años la edad de Milagros y la edad de Silvia estaban en la relación de 1 a 3; pero dentro de 5 años, sus edades serán como 3 a 4. ¿Cuál es la edad de Milagros?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

35 Tito nació 10 años después que Pepe, si dentro de 4 años sus edades sumarán 48 años, ¿que edad tiene actualmente Pepe?

a) 15 años b) 18 años c) 25 años
d) 16 años e) 30 años

36 Yo tengo el triple de la edad que tú tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando tuve yo la novena parte de la edad que tengo ahora. Si nuestras edades suman 72 años, ¿cuántos años tengo?

a) 36 b) 27 c) 25
d) 32 e) 29

37 Él tiene la edad que ella tenía cuando él tenía la tercera parte de la edad que ella tiene, si ella tiene cinco años más de los que él tiene, ¿cuál es la edad de ella?

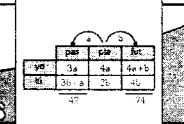
a) 9 b) 12 c) 16
d) 10 e) 15

38 De una muestra de "n" personas, el promedio de las edades de los casados es "m" años y de los solteros es "u" años $(u \neq m)$, y el promedio de las edades de todos es "t" años. ¿Cuántos son casados?

a) $\frac{n(t-u)}{m-u}$ b) $\frac{n(t+u)}{m-u}$ c) $\frac{n(t-u)}{m+u}$
d) $\frac{m(t-u)}{m-u}$ e) $\frac{t(m+u)}{m-u}$

Segunda Práctica

Problemas sobre Edades



01 En un aula se calculó el promedio de las edades de todos los alumnos incluyendo la del profesor, luego se evaluó el promedio de los años de nacimiento, luego se sacó el promedio de ambos promedios cuyo resultado es: (año actual 2006)

a) 1002 b) 1003 c) 1001
d) 2003 e) 2001

02 Hace 30 años, María tenía la sexta parte de la edad que tiene ahora ¿Qué edad tendrá dentro de 4 años?

a) 21 años b) 36 años c) 30 años
d) 40 años e) 32 años

03 La edad de Diana dentro de 4 años será un cuadrado perfecto. Hace 8 años su edad era la raíz de ese cuadrado perfecto. ¿Qué edad tendrá Diana dentro de 8 años?

a) 28 años b) 26 años c) 24 años
d) 20 años e) 17 años

04 Yo tengo el doble de tu edad, pero él tiene el triple de la mía, si dentro de 6 años él va a tener el cuádruple de tu edad ¿Dentro de cuántos años tendré 30 años?

a) 18 años b) 14 años c) 12 años
d) 10 años e) 16 años

05 Cuando yo nací mi padre tenía 38 años ¿Qué edad tiene mi padre si actualmente nuestras edades suman 80 años?

a) 59 años b) 58 años c) 57 años
d) 56 años e) 54 años

06 Hace dos años Martha le dijo a su hijo; dentro de 5 años la relación de nuestras edades será como 23 es a 7. Determinar las edades actuales (en años) si la relación actual es como 5 es a 1.

a) 35 y 7 b) 30 y 6 c) 40 y 8
d) 20 y 4 e) 45 y 9

07 La suma de las edades de un padre y un hijo dá 48 años. Dentro de algunos años el padre tendrá el doble de la edad del hijo; y la edad del padre será entonces 8 veces la edad que el hijo tiene ahora ¿Cuántos años tiene el padre?

a) 36 b) 38 c) 40
d) 42 e) 45

08 "A" le dice a "B" yo tengo 5 años más de la edad que tú tenías, cuando yo tenía 3 años menos de la edad que tienes, y cuando tú tengas el doble de la edad que tengo, nuestras edades

sumarán 49 años. ¿Qué edad tiene"A"?

a) 11 años b) 12 años c) 13 años
d) 15 años e) 16 años

09 Hace "x – y" años Félix tenía "x" años más que Sandra. Si actualmente Sandra tiene "y" años. ¿Cuál será la suma de sus edades dentro de "x – 2y" años?

a) $4x - 3y$ b) $3x - 2y$ c) $4(x - y)$
d) $4(x + y)$ e) $x + y$

10 Dentro de 20 años la edad de Carlitos será 3 veces mayor de lo que era hace 10 años ¿Qué edad tiene Carlitos?

a) 40 años b) 30 años c) 20 años
d) 25 años e) 50 años

11 Dentro de 15 años, la edad de Silvia será el doble de la edad de César. Si hace 6 años la edad de Silvia era el triple de la de César ¿Cuántos años tiene César?

a) 69 años b) 27 años c) 36 años
d) 42 años e) 96 años

12 Elena le dice a Rosa: "Tu edad es el doble de la que tenías cuando yo tenía el doble de la que tuviste cuando yo cumplí 4 años". Si las edades actuales suman 32 años ¿Cuántos años tiene Elena?

a) 8 años b) 10 años c) 12 años
d) 14 años e) 16 años

13 Silvia le dijo a Nancy: "yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes; pero cuando tú tengas la edad que yo tengo la suma de nuestras edades será 63 años?. Hallar la edad de Silvia.

a) 28 años b) 21 años c) 25 años
d) 30 años e) 36 años

14 La suma de las edades de Luis, Carlos y Mario es 18 años; si se toma la edad de Mario tantas veces como la edad que Luis tiene y viceversa, y luego de sumarlo se agrega la edad de Luis tantas veces como años él tiene, se obtendrá 69. Determinar la edad del que es mayor que el menor y es menor que el mayor.

a) 3 años b) 5 años c) 8 años
d) 10 años e) 12 años

15 Si Yael tuviese 27 años menos el tiempo que hubiese permanecido durmiendo sería la quinta parte del tiempo que hubiese permanecido despierto si es que tuviese 27 años más. Si en el transcurso de su vida, duerme un promedio de 8 horas diarias determine la edad que tuvo Yael hace 25 años.

a) 30 b) 32 c) 35
d) 38 e) 25

16 Javier le dice a Lidia: la suma de nuestras edades es 46 años y tu edad es el triple de la edad que tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo nací. Entonces Lidia tiene actualmente.

a) 12 años b) 34 años c) 48 años
d) 24 años e) 50 años

17 Actualmente tengo el triple de tu edad; pero dentro de 12 años tendré sólo el doble ¿Qué edad tienes?

a) 12 años b) 14 años c) 20 años
d) 24 años e) 18 años

18 Alicia le dice a Beatriz: "Mi edad es 6 años menos de la edad que tú tenías cuando yo tenía 10 años menos de la edad que tú tienes. Cuando tú tengas el doble de la edad que tengo, nuestras edades sumarán 80 años ¿Qué edad tengo?

a) 28 años b) 24 años c) 23 años
d) 22 años e) 20 años

19 Cuando yo tenía la cuarta parte de la edad que tienes, él tenía la sexta parte, y tu tenías 4 años menos de la edad que actualmente tiene él. Pero cuando yo tenga el doble de mi edad, él tendrá 2 años menos de mi edad de ese entonces. ¿Qué edad tuve yo cuando tu edad era el doble de lo que tenía él?

a) 14 años b) 20 años c) 18 años
d) 12 años e) 10 años

20 En 1977 la edad de Julio era aunque con el orden cambiado igual a las dos últimas cifras del año de su nacimiento, lo mismo sucede con su abuelo. Si la diferencia de sus edades es 45, y la edad del abuelo en 1977 era, con el orden cambiado de sus cifras igual a la edad de Julio. ¿Cuántos años tuvo el abuelo en 1985?

a) 83 b) 71 c) 75
d) 69 e) 70

21 Hace 3 años, la edad de un hijo se diferenciaba de la edad de su padre en el doble de su edad, y de la edad de su hermano menor en la mitad de su edad. Si dentro de 7 años el menor tendrá la edad que tiene su hermano mayor, calcule la edad (en años) que tiene el hermano mayor?

a) 17 b) 18 c) 16
d) 19 e) 20

22 Dentro de 10 años tendré el quíntuplo de la edad que tenía hace 30 años. ¿Qué edad tendré dentro de 3 años?

a) 42 b) 43 c) 44
d) 45 e) 46

23 Cinco veces la edad que tendré dentro de 10 años, menos 3 veces la edad que tenía hace 5 años, resulta siete veces de mi edad actual. ¿Cuántos años me faltan para cumplir 20 años?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

24 La edad de un niño será dentro de 4 años, un cuadrado perfecto. Hace 8 años, su edad era la raíz cuadrada de ese cuadrado perfecto. ¿Qué edad tendrá dentro de 8 años?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

25 Las edades de un padre y sus dos hijos son 34, 10 y 6 años. Hace cierto tiempo el producto de las edades de sus hijos era igual a la edad de su padre. Hallar la suma de las edades en ese tiempo.

a) 24 años b) 34 años c) 44 años
d) 54 años e) 60 años

26 Federico tiene el cuádruplo de la edad de Rosa que tiene 15 años. ¿Dentro de cuántos años la edad de él será el doble de la edad de ella?

a) 20 b) 25 c) 30
d) 35 e) 39

27 La edad de Aniceto y de su hijo Beto suman 90 años; Beto nació cuando Aniceto tenía 36 años. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad de Aniceto sea el doble de la de Beto?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

28 A José le preguntan por su edad y él contesta: "Mi edad, más dos veces mi edad, más tres veces mi edad y así sucesivamente hasta tantas veces como años tengo suman en total 4200". ¿Cuál es la edad de José?

a) 30 b) 40 c) 35
d) 20 e) 28

29 La señora Esperanza tiene 15 hijos cuyas edades forman una P.A. de razón 1 año y medio. La mayor María, no quiere decir su edad, pero admite tener ocho veces la edad de Juan, el más pequeño. Determina la edad de María.

a) 21 b) 27 c) 24
d) 31 e) 33

30 Un niño nació en noviembre y el 10 de diciembre tiene una edad igual al número de días transcurridos del 1 de noviembre al día de su nacimiento. Hállese la fecha de su nacimiento.

a) 10 de nov. b) 12 de nov.
c) 20 de nov. d) 25 de nov.
e) 15 de nov.

31 Si sumas de 2 en 2 las edades de mis 3 hijas obtienes 13, 17 y 24 años. ¿Qué edad tiene Karla, siendo ella la mayor?

a) 10 b) 14 c) 8
d) 12 e) 16

32 El menor de 3 hermanos tiene 3 años menos que el segundo y la edad del mayor es el duplo de la edad del segundo. Dentro de 6 años la suma de las edades será 47 años. ¿Qué edad tiene el mayor?

a) 10 b) 11 c) 14
d) 15 e) 16

33 La edad actual de un hijo es los 4/9 de la edad de su padre, si dentro de 5 años la mitad de la edad del padre sería igual a la del hijo. ¿Cuál es la edad del padre?

a) 30 b) 35 c) 40
d) 45 e) 50

34 Un padre le dice a su hijo: "Hace 8 años mi edad era el cuádruplo de la edad que tú tenías, pero dentro de 8 años únicamente será el doble". ¿Cuál es la edad del hijo?

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

35 Tú tienes 16 años, pero cuando tu tengas la edad que yo tengo la suma de nuestras edades será 59 años. ¿Qué edad tengo?

a) 19 b) 32 c) 41
d) 25 e) 28

36 Cuando yo tenía 20 años, tú tenías la tercera parte de la edad que tienes. Si nuestras edades suman 95 años. ¿Cuántos años tengo?

a) 40 b) 45 c) 50
d) 60 e) 75

37 Roxana cuenta que cuando cumplió años en 1994, se dio cuenta que su edad era igual a la suma de las cifras del año de su nacimiento. ¿Cuántos años tenía en 1999?

a) 25 b) 36 c) 28
d) 24 e) 30

38 El año que nació Anita representa el cuadrado de su edad en 1980. calcular su edad en 1962.

a) 25 b) 28 c) 26
d) 32 e) 34

39 Cuando a partir de ahora transcurrirán tantos años que pasaron desde que nací hasta la edad que tenía hace 10 años; tendré el cuadrado de la edad que tenía hace 9 años. ¿Cuántos años tenía hace un año?

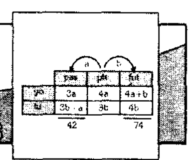
a) 8 b) 9 c) 11
d) 12 e) 13

40 Hace "*n*" años, las edades de Juan y Milagros eran como 3 a 2 y dentro de 2 años serán como 4 a 4 ¿Cuáles la relación actual de edades?

a) 113 b) 117 c) 97
d) 118 e) 138

Tercera Práctica

Problemas sobre Edades



01 Cuando yo tenía 1 año menos de la edad que tú tienes, tú tenías 5 años menos de la edad que yo tengo. Pero cuando tengas la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán 42 años ¿Qué edad tenemos tú y yo respectivamente?

a) 18 y 20 b) 19 y 20 c) 17 y 20
d) 18 y 21 e) 20 y 18

02 Carolina tuvo su primer hijo a los 18 años, 3 años después tuvo a su segundo hijo y 5 años después a su tercer hijo. Si en 1995 las edades de los 4 sumaban 79 años. ¿En qué año nació Carolina?

a) 1950 b) 1951 c) 1952
d) 1957 e) 1959

03 Las edades de tres personas están en progresión geométrica cuyo producto es 21952. Hallar la edad del intermedio.

a) 25 b) 26 c) 28
d) 30 e) 32

04 Si una persona nació en el siglo XX y en 1930 se cumplió que su edad era la cuarta parte del número formado por las dos últimas cifras de su año de nacimiento. ¿Cuántos años tendría ahora?
Observación: Año actual 2007.

a) 72 b) 83 c) 85
d) 92 e) 67

05 Hace tres años mi edad fue la mitad de tu edad en ese entonces y dentro de x años nuestras edades estarán en la relación de 3 a 5. Halle x si se sabe que yo tengo 23 años.

a) 10 b) 9 c) 2
d) 7 e) 12

06 Si mi edad es tanto como la edad que tu tenías cuando yo tenía 6 años, y tu edad es igual a la edad que yo tendré cuando tú tengas 24 años, ¿cuál es la suma de nuestras edades actuales?

a) 24 años b) 30 años c) 28 años
d) 32 años e) 25 años

07 El tiene la edad que ella tenía cuando él tenía la tercera parte de la edad que ella tiene. Si ella tiene 18 años más de lo que él tiene, ¿qué edad tiene ella?

a) 36 años b) 42 años c) 54 años
d) 50 años e) 32 años

08 Las edades de dos personas están en la relación de 5 a 7 y dentro de 10 años la relación será de 3 a 4. Hace 10 años, ¿cuál era la relación de las edades de dichas personas?

a) 3 a 5 b) 2 a 3 c) 1 a 2
d) 2 a 5 e) 4 a 3

09 Cuando él nació yo tenía la edad que tienes tú, que es la edad que él tendrá cuando tú, tengas 20 años y yo el doble de la que tienes. ¿Qué edad tienes, si él tiene la edad que yo tenía cuando tú naciste y yo tengo actualmente 22 años?

a) 32 años b) 14 años c) 22 años
d) 20 años e) 28 años

10 Hoy nació mi hijo y mi edad es el triple de la que tuve en un determinado pasado. Cuando mi hijo cumpla 18 años, yo tendré 48 años. ¿Cuántos años tuve en el pasado mencionado?

a) 30 años b) 29 años c) 18 años
d) 10 años e) 25 años

11 Manuel le dice a José: Yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando Raúl tenía la mitad de la edad que tienes, y cuando Raúl tenga la edad que tengo, yo tendré el triple de lo que él tenía cuando tú tenías lo que ya te dije y tú tendrías el doble de la edad que tenías hace siete años. ¿Cuál es la suma de las edades actuales de Manuel y José?

a) 40 años b) 41 años c) 42 años
d) 44 años e) 43 años

12 La suma de las edades de Luis, Carlos y Mario es 18 años; si se toma la edad de Mario tantas veces como la edad que Luis tiene y viceversa, y luego de sumarlo se agrega la edad de Luis tantas veces como años él tiene, se obtendrá 69. Determinar la edad del que es mayor que el menor y es menor que el mayor.

a) 3 b) 5 c) 8
d) 10 e) 12

13 Cuando yo tenía la cuarta parte de la edad que tienes, él tenía la sexta parte, y tu tenías 4 años menos de la edad que actualmente tiene él. Pero cuando yo tenga el doble de mi edad, él tendrá 2 años menos de mi edad de ese entonces. ¿Qué edad tuve yo cuando tu edad era el doble de lo que tenía él?

a) 4 años b) 20 años c) 8 años
d) 2 años e) 10 años

14 La suma de las edades de un padre y un hijo dá 48 años. Dentro de algunos años el padre tendrá el doble de la edad del hijo; y la edad del padre será entonces 8 veces la edad que el hijo tiene ahora ¿Cuántos años tiene el padre?

a) 36 b) 38 c) 40
d) 42 e) 45

15 "A" le dice a "B" yo tengo 5 años más de la edad que tú tenías, cuando yo tenía 3 años menos de la edad que tienes, y cuando tú tengas el doble de la edad que tengo, nuestras edades sumarán 49 años. ¿Qué edad tiene "A"?

a) 11 años b) 12 años c) 13 años
d) 15 años e) 16 años

16 Cuando tú tenías 10 años yo tenía la mitad de la edad que tú tendrás cuando yo tenga el doble de la edad que tienes. Si nuestras edades suman 28 años. ¿Qué edad tengo?

a) 12 b) 14 c) 15
d) 18 e) 21

17 Dentro de 20 años la edad de Carlitos será 3 veces mayor de lo que era hace 10 años ¿Qué edad tiene Carlitos?

a) 40 años b) 30 años c) 20 años
d) 25 años e) 50 años

18 Dentro de 15 años, la edad de Silvia será el doble de la edad de César. Si hace 6 años la edad de Silvia era el triple de la de César ¿Cuántos años tiene César?

a) 69 años B) 27 años C) 36 años
d) 42 años E) 96 años

19 Si la edad de un padre con la de su hijo suman 88 años, y hace 12 años la edad del padre era el triple de la edad del hijo. Determinar la edad del hijo hace 4 años.

a) 20 b) 28 c) 12
d) 16 e) 24

20 Un padre le dice a su hijo: ahora tu edad es un quinto de la mía y hace 5 años no era más que la novena parte ¿Cuántos años tiene el padre?

a) 40 b) 50 c) 48
d) 54 e) 60

21 Juan nació 6 años antes que Carlos. En 1948 la suma de sus edades era la cuarta parte de la suma de sus edades en 1963. ¿En qué año nació Juan?

a) 1931 b) 1940 c) 1934
d) 1946 e) 1942

22 La suma de las edades de un padre y su hijo, es 50 años. Dentro de 5 años estarán en la proporción de 1:2. Hallar en qué proporción están actualmente.

a) 1:2 b) 1:3 c) 3:7
d) 2:5 e) 3:5

23 Patricia le dice a Rosa: tengo 4 veces la edad que tu tenías, cuando yo tenía el doble de la edad que tú tienes. Cuando tengas las 3/4 partes de mi edad, nuestras edades sumarán 75 años ¿Qué edad tiene Patricia?

a) 36 b) 28 c) 32
d) 30 e) 24

24 En 1977 la edad de Julio era aunque con el orden cambiado igual a las dos últimas cifras del año de su nacimiento, lo mismo sucede con su abuelo. Si la diferencia de sus edades es 45, y la edad del abuelo en 1977 era, con el orden cambiado de sus cifras igual a la edad de Julio. ¿Cuántos años tuvo el abuelo en 1985?

a) 83 b) 71 c) 75
d) 69 e) 70

25 Hace 3 años, la edad de un hijo se diferenciaba de la edad de su padre en el doble de su edad, y de la edad de su hermano menor en la mitad de su edad. Si dentro de 7 años el menor tendrá la edad que tiene su hermano mayor, calcule la edad (en años) que tiene el hermano mayor?

a) 17 b) 18 c) 16
d) 19 e) 20

26 La edad que tendré dentro de "a" años es a lo que tenía hace "a" años como 5 es a 3. ¿Qué edad tendré dentro de "2a" años? Si mi edad actual es 40 años.

a) 60 b) 61 c) 62
d) 59 e) 58

27 Pedro le dice a Juan: "Dentro de 10 años, yo tendré el doble de la edad que tú tengas".

Juan responde: "Hace 5 años tu edad era el quíntuplo de la que yo tenía".

Si Juan nació en 1920. ¿En qué año nació Pedro?

a) 1 900 b) 1 990 c) 1 890
d) 1 905 e) 1 910

28 Cuando nació el primer hijo de Blanca, la edad de ella y la de su esposo estaban en la relación de 7 a 9. Cuando su hijo cumplió 9 años; la edad de Blanca y la de su esposo estaban en la relación de 5 a 6. Si Blanca se casó 3 años antes de nacer su primer hijo. ¿Cuántos años tenía en ese entonces?

a) 17 b) 18 c) 16
d) 19 e) 20

29 La edad que tú tienes es la edad que yo tenía cuando él tenía la octava parte de lo que tendré, y cuando tú tengas lo que yo tengo él tendrá 6 años más de lo que tuve. Si lo que tuve es 6 años más de lo que él tiene y 12 años más de lo que tuviste. ¿Qué edad tengo?

a) 36 b) 37 c) 38
d) 39 e) 40

30 "Alfredito" nació en el presente siglo y en este año cumplirá tantos años como la suma de sus cifras, del año en que nació y el año actual. ¿Cuál es la edad actual de "Arturito", si este año cumplió tanto como la quinta parte del producto de cifras del año de nacimiento de Alfredito? (considerar año actual = 1995).

a) 27 b) 28 c) 29
d) 30 e) 31

31 Yo tengo el cuádruplo de la edad que tú tenías, cuando él tenía la misma edad que tengo. Cuando él tenga el doble de mi edad, yo tendré el doble de tu edad actual, y nuestras tres edades sumarán 190 años ¿Qué edad tengo?

a) 20 b) 30 c) 40
d) 60 e) 80

32 Paquito le dice a su padre: "si tomas mi edad tantas veces como años tengo y restas tantas veces la edad de mi hermano menor como años tiene, obtienes 95 años". El padre le contesta "lo mismo ocurre con mi edad y la de tu madre". ¿Qué edad tenía el padre cuando nació su hijo mayor?

a) 12 b) 24 c) 36
d) 48 e) 60

33 Roxana le pregunta su edad al profesor de RM y él para confundirla le responde: "si hubieran pasado 2 veces más los años que han pasado, me faltaría la tercera parte de los años que supongo que pasaron para duplicar la edad que tengo, y la suma de esta supuesta edad actual con mi edad actual sería 80 años" ¿Qué edad tiene el profesor de RM?

a) 20 b) 25 c) 30
d) 35 e) 18

34 Jorge dice a Luis: "La suma de nuestras edades es 46 años y tu edad es el triple de la edad que tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo nací". Entonces, Luis tiene actualmente.

a) 12 años b) 34 años c) 48 años
d) 24 años e) 22 años

35 Manuel tiene 40 años su edad es el doble de la edad que tenía Juan, cuando Manuel tenía la tercera parte de la edad que tiene Juan. ¿ Qué edad tenía Juan cuando Manuel tenía 6?

a) 5 b) 4 c) 6
d) 3 e) 2

36 Magaly tiene 7 años menos que Virginia y los ¾ partes de la edad de Virginia a la edad de Magaly. ¿ Dentro de cuantos años la relación de edades será de 4 a 5?

a) 7 b) 6 c) 5
d) 3 e) 2

37 Daniela tuvo su primer hijo a los 18 años, a los 21 tuvo su segundo hijo y el 31 de diciembre de 1990 las edades de los 3 sumaban 39 años. ¿En qué año nació Daniela?

a) 1968 b) 1954 c) 1964
d) 1955 e) 1960

Cuarta Práctica

Problemas sobre Edades

01 Mili le dice a Mila: "Yo tengo 3 veces la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes y cuando tengas la edad que tengo, la suma de nuestras edades será 35 años". ¿Cuál es la edad de Mili?

a) 12 años b) 13 años c) 14 años
d) 15 años e) 16 años

02 Povis dice: "En el año 2018 tendré 4 veces más que la edad que tenía en 1986". ¿Qué edad tiene actualmente Povis, si estamos en el 2005?

a) 25 años b) 26 años c) 27 años
d) 28 años e) 17 años

03 Cuenta mi abuelita que a un antepasado mío le ocurrió algo muy curioso y es que tuvo "a" años en el año a^3. Además me contó que este antepasado mío vivió hasta el año 1800. ¿En qué año nació mi antepasado?

a) 1720 b) 1718 c) 1716
d) 1725 e) 1750

04 Cinco días antes de mi cumpleaños dije: "Si yo hubiera nacido 6 años antes, hoy tendría la tercera parte de la edad de mi madre si es que ella hubiese nacido 15 años antes. Si cuando cumpla años, tendré la mitad de la edad de mi madre, si es que ella hubiese nacido 10 años después ¿Cuántos años tiene mi madre?

a) 42 b) 50 c) 38
d) 30 e) 52

05 Yo tengo dos veces más de la edad que tú tuviste, cuando yo tuve una vez más de la edad que tuviste, cuando yo tuve tres veces menos de la edad que tengo. ¿Qué edad tendrás cuando yo tenga el doble de la edad que tuviste hace 5 años? Si actualmente nuestras edades suman 34 años.

a) 18 años b) 16 años c) 20 años
d) 22 años e) 26 años

06 En el año "a" un profesor sumó los años de nacimiento de "n" estudiantes y luego las edades de todos ellos; enseguida sumó ambos resultados y obtuvo "R". ¿Cuántos estudiantes ya cumplieron años en dicho grupo?

a) $R - an$ b) $an - R$
c) $R - a(n-1)$ d) $R - a(n-2)$
e) $R - n(a-1)$

07 Tania nació en $\overline{19nm}$ y en $\overline{19mn}$ cumplió $(m+n)$ años. ¿En qué año cumplió $\overline{mn}$ años?

a) 1998 b) 1999 c) 1997
d) 1996 e) 1995

08 Las edades actuales de dos jóvenes se encuentran en la relación de 3 a 4; pero hace n años estaban en la relación de 5 a 7 y dentro de $3n$ años sumarán 60 años. ¿Hace cuántos años una edad era una vez más que la otra?

a) 8 b) 10 c) 12
d) 17 e) 14

09 Sandra le dice a Pepe: yo tengo el doble de la edad que tú tenías, cuando yo tenía la edad que tienes. Además la suma del triple de la edad que tienes con la que yo tendré cuando tengas lo que yo tengo es 280 años. ¿Qué edad tiene Sandra?

a) 80 años b) 70 años c) 60 años
d) 50 años e) 55 años

10 La edad de un padre es "n" veces más que la edad de su hijo, cuya edad es "a" años. ¿Dentro de cuántos años su edad será solamente "m" veces la edad del hijo?

a) $\frac{a(n+m+1)}{m-1}$ b) $\frac{a(n-m)}{m-1}$
c) $\frac{a(n+1)}{m-1}$ d) $\frac{a(n-m-1)}{m+1}$
e) $\frac{a(n-m+1)}{m-1}$

11 La edad que tendré dentro de "a" años es a lo que tenía hace "a" años como 5 es a 3. ¿Qué edad tendré dentro de "$2a$" años? Si mi edad actual es 40 años.

a) 60 años b) 61 años c) 62 años
d) 59 años e) 58 años

12 Un padre a quien se le pregunta por la edad de su hijo, responde: "mi edad es tres veces la suya, pero hace 10 años era el quíntuplo". ¿Cuál es la edad del hijo?

a) 18 años b) 19 años c) 20 años
d) 21 años e) 22 años

13 Mi edad es el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo tuve 20 años y cuando tú tengas mi edad nuestras edades sumarán 75 años. ¿Qué edad tengo?

a) 32 b) 34 c) 35
d) 30 e) 33

14 Luis observó en cierto año del presente siglo, que el cuadrado de su edad era igual al año de su nacimiento, y que la edad de su primo Pedro era igual a la suma de las cifras del año en que él había cumplido 20 años. ¿Qué edad tendrá Pedro cuando Luis cumpla los 60 años?

a) 36 años b) 35 años c) 37 años
d) 38 años e) 39 años

15 Estando reunidos el día de ayer, 20 alumnos procedieron a sumar los años de nacimiento de cada uno y

por otro lado se sumó las edades también de cada uno, dando como resultado global 39916. ¿Cuántos alumnos todavía no cumplieron años en el presente? (año actual: 1996)

a) 4 b) 5 c) 3
d) 2 e) 6

16 Pedro tiene 47 años y Jesús 32 años. ¿Cuánto tiempo hace que la edad de Pedro fue el cuádruple de la de Jesús?

a) 26 años b) 27 años c) 25 años
d) 28 años e) 29 años

17 Cuando yo tenía la edad que tú tenías cuando tenía 20 años, tú tenías 10 años. ¿Cuántos años tenía cuando tú tenías 12 años?

a) 16 años b) 18 años c) 19 años
d) 17 años e) 15 años

18 Tú tienes la mitad menos 5 años de la edad que yo tendré cuando tú tengas lo que yo tenía cuando tú tenías la cuarta parte de la edad que yo tuviese si tendría 10 años más de los que yo tendré. Pero si yo tuviese 10 años más de los que tendré y tú los que he dicho que tienes, entonces entre ambos tendríamos 110 años. ¿Qué edad tengo?

a) 50 años b) 40 años c) 55 años
d) 35 años e) 60 años

19 Pedro le dice a Juan: "Dentro de 10 años, yo tendré el doble de la edad que tú tengas". Juan responde: "Hace 5 años tu edad era el quíntuplo de la que yo tenía". Si Juan nació en 1920. ¿En qué año nació Pedro?

a) 1900 b) 1990 c) 1890
d) 1905 e) 1910

20 Cuando tú tengas lo que yo tengo, tendrás lo que él tenía, cuando tenias la tercera parte de lo que tienes; y yo tenía la tercera parte de lo que él tiene, que es 5 años más de los que tendré, cuando tengas lo que ya te dije y él tenga lo que tú y yo tenemos. Entonces yo tenía:

a) 9 años b) 10 años c) 8 años
d) 7 años e) 11 años

21 Las edades de tres personas son proporcionales a tres números consecutivos, dentro de 14 años seguirán siendo proporcionales a tres números consecutivos. Si la suma de estos seis números es 24. Halle la edad del mayor.

a) 20 b) 14 c) 11
d) 28 e) 15

22 Yo tengo el doble de la edad que tu tenías cuando el tenía la mitad de la edad que tienes y cuando el tenga la edad que tengo, yo tendré el triple de lo que él tenía cuando tu tenías lo que ya te dije y tu tendrás el doble de la edad que tenías hace 7 años. ¿Cuánto es la suma de tu edad y la mía?

a) 44 b) 41 c) 40
d) 43 e) 42

CLAVES
EDADES

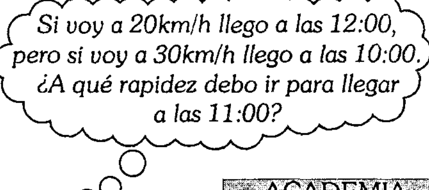
PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. e	03. c	04. a	05. c
06. e	07. c	08. a	09. a	10. e
11. b	12. b	13. b	14. e	15. c
16. e	17. b	18. e	19. b	20. d
21. b	22. b	23. a	24. a	25. c
26. c	27. a	28. d	29. d	30. c
31. c	32. b	33. b	34. d	35. c
36. a	37.e	38. a		

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. d	03. d	04. c	05. a
06. d	07. c	08. b	09. b	10. c
11. b	12. e	13. a	14. b	15. d
16. d	17. d	18. d	19. e	20. d
21. a	22. b	23. c	24. b	25. c
26. c	27. b	28. d	29. c	30. c
31. b	32. e	33. d	34. e	35. d
36. c	37. e	38. c	39. d	40. d

TERCERA PRÁCTICA				
01. a	02. e	03. c	04. b	05. d
06. b	07. c	08. b	09. b	10. d
11. d	12. b	13. b	14. c	15. b
16. c	17. c	18. b	19. e	20. b
21. b	22. c	23. a	24. d	25. a
26. a	27. a	28. b	29. a	30. a
31. c	32. c	33. c	34. d	35. a
36. a	37. c			

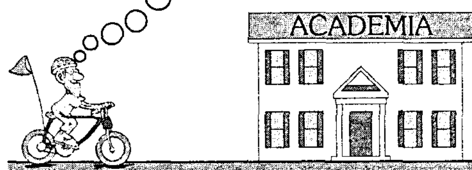
CUARTA PRÁCTICA				
01. d	02. c	03. c	04. d	05. c
06. e	07. b	08. c	09. a	10. e
11. a	12. c	13. a	14. c	15. a
16. b	17. d	18. c	19. a	20. b
21. d	22. a			

INTRODUCCIÓN:

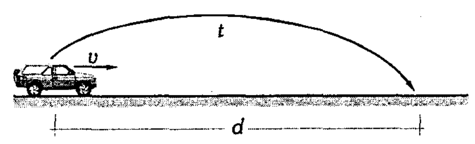


CONSIDERACIONES PREVIAS

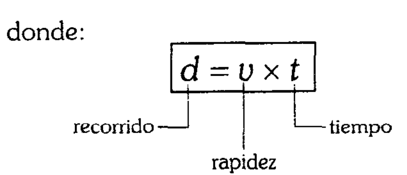
En este capítulo estudiaremos el movimiento desarrollado por un cuerpo cuando lleva una rapidez constante y la relación entre su rapidez, el tiempo y la distancia.



donde:



$$d = v \times t$$



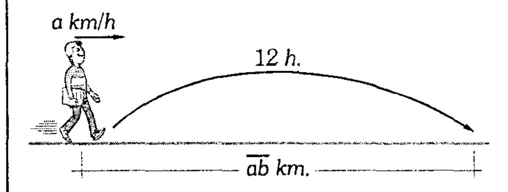
Ejemplo 01.-

Dos pueblos están distanciados $\overline{ab}\,km.$; si un peatón viaja con una rapidez de $a\ km/h$, emplea 12 horas. ¿Cuántas horas empleará si va con una rapidez de **b** km/h.

a) 8h b) 6h. c) 5h.
d) 10h. e) 9h.

Resolución:

Del enunciado:



Como:

$$d = v \times t$$
$$\overline{ab} = a \times 12$$
$$10a + b = 12a$$
$$b = 2a$$

Piden: $t = \frac{d}{v} = \frac{\overline{ab}\,km}{b\ km/h}$

$$= \frac{10a+b}{b} = \frac{10a+2a}{2a}$$

$= 6$ horas

Clave b

Ejemplo 02.-

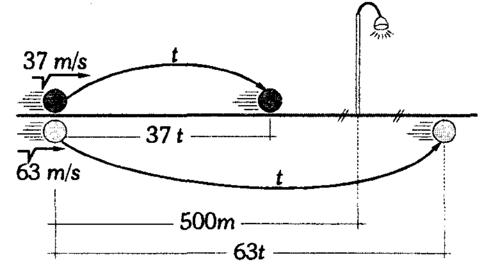
En un instante dos móviles pasan por un mismo punto y se desplazan en el mismo sentido con rapidez de 37 y 63 m/s. Si

delante de ellos a 500 *m*. hay un poste. ¿Después de qué tiempo los móviles equidistarán del poste?

a) 20 *s* b) 240 *s* c) 2 *min*
d) 3 *min* e) 10 *s*

Resolución:

Haciendo un esquema:



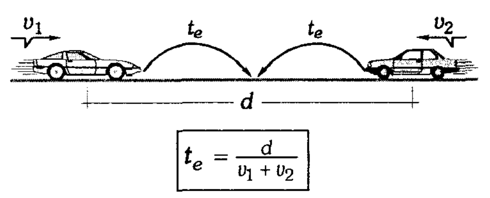
Del gráfico:

$$500 - 37t = 63t - 500$$
$$1000 = 100t$$
$$t = 10$$

$\therefore$ Después de 10 segundos.

TIEMPO DE ENCUENTRO (t_e)

Si dos móviles con rapideces v_1 y v_2, están separados una distancia d y van al encuentro simultáneamente, se encuentran luego de un tiempo t_e que se calcula así:



$$t_e = \frac{d}{v_1 + v_2}$$

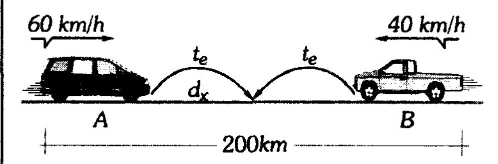
Ejemplo 03.-

Dos móviles distan 200 *km*. salen al encuentro, desde dos puntos *A* y *B*, con una rapidez de 60 *km/h* y 40 *km/h*, respectivamente. ¿En qué tiempo se encontrarán y a qué distancia de *A*?

a) 2 *h* y 80 *km* b) 1 *h* y 100 *km*
c) 6 *h* y 100 *km* d) 2 *h* y 120 *km*
e) 10 *h* y 120 *km*

Resolución:

Del enunciado:

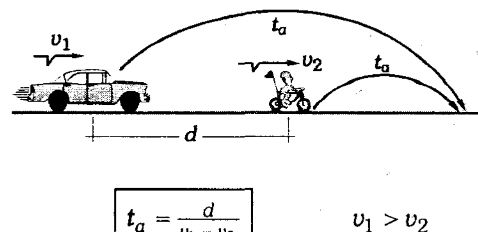


$$\Rightarrow \ t_e = \frac{200}{60+40} = 2h$$

$$\Rightarrow \ d_x = 60 \times 2 = 120 \ km$$

TIEMPO DE ALCANCE (t_a)

Para que un móvil que lleva una rapidez v_1 alcance a otro móvil con rapidez v_2 deberá pasar un tiempo t_a llamado tiempo de alcance que se calcula así:



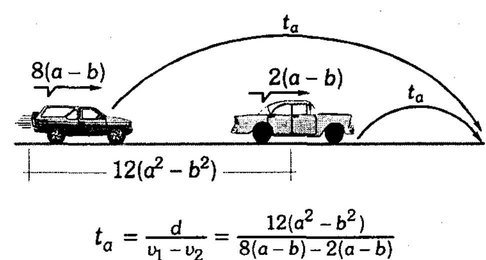
$$t_a = \frac{d}{v_1 - v_2} \qquad v_1 > v_2$$

Ejemplo 04.-

La distancia que separa a dos autos es $12(a^2 - b^2)\,km$. uno de ellos empieza a escapar con una rapidez de $2(a-b)\,km/h$, en ese instante el otro móvil empieza a perseguirlo con una rapidez que es el cuádruple de la del primer móvil. ¿En qué tiempo lo alcanza?

a) $(a+b)$ horas b) $2(a-b)$ horas
c) $2(a+b)$ horas d) $3(a+b)$ horas
e) $2(a+2b)$ horas

Resolución:

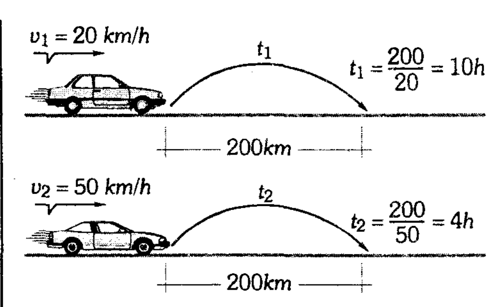


$$t_a = \frac{d}{v_1 - v_2} = \frac{12(a^2-b^2)}{8(a-b)-2(a-b)}$$

$$= \frac{12(a+b)\cancel{(a-b)}}{6\cancel{(a-b)}} = 2(a+b)$$

RELACIÓN ENTRE LAS RAPIDECES Y EL TIEMPO PARA ESPACIOS IGUALES

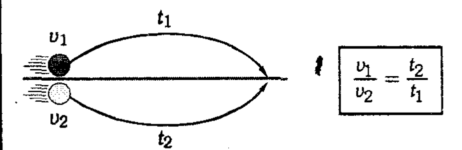
Supongamos que dos autos van a recorrer 200 km, uno lo hace a 20 km/h y el otro a 50 km/h. Hallemos los tiempos que emplean:



Se observa que: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$

y que: $\frac{t_1}{t_2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

Es decir cuando dos móviles recorren el mismo espacio la relación de tiempos es inversa a la relación de rapideces.

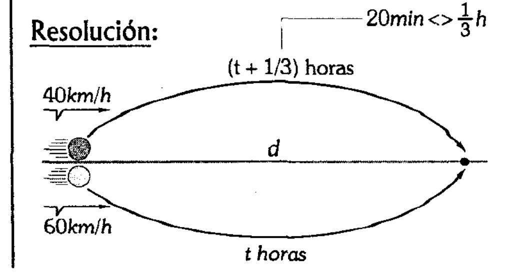


Ejemplo 05.-

Al ir de mi casa a la academia me doy cuenta que si voy a 40 km/h demoro 20 minutos más que si fuera a 60 km/h. ¿Cuál es la distancia entre mi casa y la academia?

a) 42 km b) 40 km c) 52 km
d) 48 km e) 47 km

Resolución:



Como el espacio es el mismo:

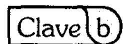
$$\frac{40}{60}=\frac{t}{t+\frac{1}{3}}$$

$$2t+\frac{2}{3}=3t$$

$$t=\frac{2}{3}$$

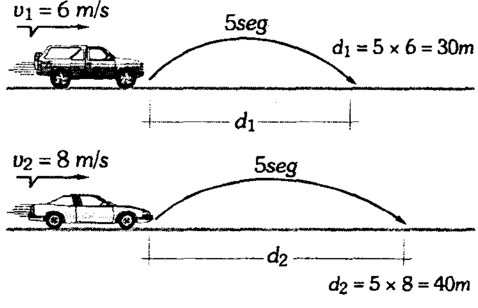
Piden: $d=v\times t=60\frac{km}{h}\times\frac{2}{3}h$

$$=40\ km$$



RELACIÓN ENTRE RAPIDECES Y RECORRIDOS PARA UN MISMO TIEMPO

Supongamos que dos autos que van a 6 *m/s* y 8 *m/s* se desplazan durante 5 segundos. Hallemos sus recorridos.

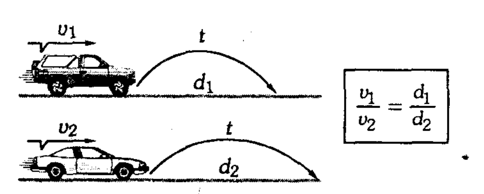


Se observa que:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{30}{40}=\frac{3}{4}$$

Es decir para un mismo tiempo la relación de rapideces es igual a la relación de recorridos.



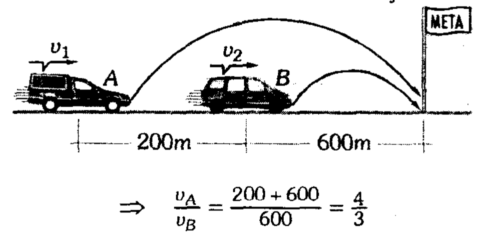
Ejemplo 06.-

Dos móviles *A* y *B* disputan una carrera de 800 *m*. Si "*A*" da a "*B*" 200 *m* de ventaja, llegan al mismo tiempo a la meta; en cambio si le da 80 *m*. de ventaja le gana por 20 segundos. ¿Cuál es la rapidez de "*A*"?

a) 8 m/s b) 6 m/s c) 12 m/s
d) 10 *m/s* e) 14 *m/s*

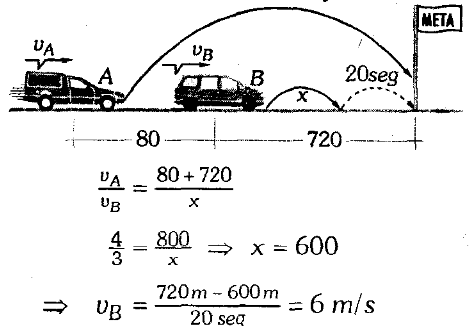
Resolución:

Cuando *A* da a *B* 200 *m* de ventaja.



$$\Rightarrow\quad \frac{v_A}{v_B}=\frac{200+600}{600}=\frac{4}{3}$$

Cuando le da 80 *m* de ventaja



$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{80+720}{x}$$

$$\frac{4}{3}=\frac{800}{x}\Rightarrow x=600$$

$$\Rightarrow\quad v_B=\frac{720m-600m}{20\ seg}=6\ m/s$$

$$\therefore\quad v_A=\frac{4}{3}v_B=\frac{4}{3}(6\ m/s)=8\ m/s$$

Clave a

Problemas Resueltos MÓVILES

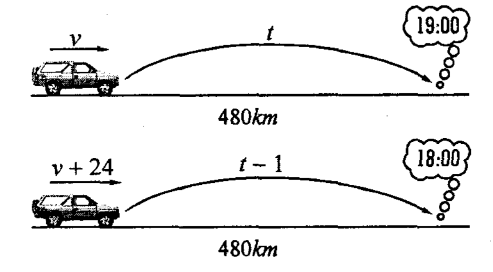
PROBLEMA 01

Un automovilista debe llegar a una ciudad distante 480km. a las 19:00 horas; pero con la finalidad de llegar a las 18:00 horas tuvo que aumentar su rapidez en 24 km/h. ¿A qué hora partió?

a) 12:00 h b) 13:00 h c) 14:00 h
d) 15:00 h e) 16:00 h

Resolución:

Del enunciado:



Planteamos:

$\Rightarrow 480 = vt$

$v = \frac{480}{t}$ .... (1)

$\Rightarrow 480 = (v+24)(t-1)$

$v = \frac{480}{t-1} - 24$ .... (2)

Igualando (1) y (2): $\frac{480}{t} = \frac{480}{t-1} - 24$

$\frac{20}{t} = \frac{20}{t-1} - 1$

$t = 5$ (tanteando)

∴ Vemos que para llegar a las 19:00 h. demoró 5 horas

$\Rightarrow$ sale a las $19{:}00h - 5h = 14{:}00h$

Clave c

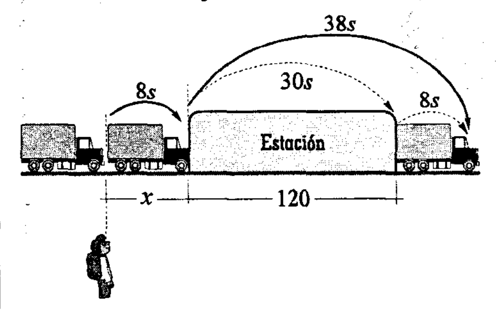
PROBLEMA 02

Un camión emplea 8 segundos en pasar delante de un observador y 38 seg. en recorrer una estación de 120*m* de longitud. Halle la longitud del camión.

a) 45*m* b) 28*m* c) 30*m*
d) 32*m* e) 60*m*

Resolución:

Haciendo un esquema:



Relacionando: t y d

$\frac{8}{x} = \frac{30}{120}$

$x = 32$

∴ El camión mide 32*m*.

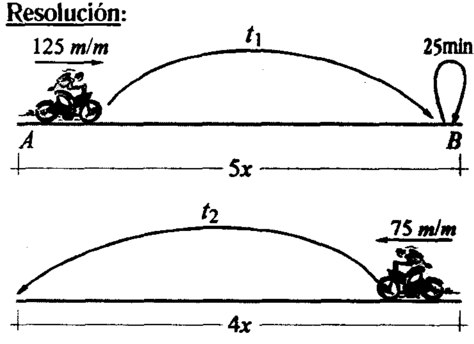
Clave d

PROBLEMA 03

Pedro va de la ciudad A a la ciudad B en bicicleta con una rapidez de $125m/min$. En la ciudad B se entretuvo conversando con Luis $25min$. quien le indica que regrese por un camino más corto cuya longitud es $\frac{4}{5}$ del tramo recorrido de A hacia B. Pedro así lo hace con una rapidez de $50m/min$. menos que su rapidez anterior. Si el tiempo total empleado en el viaje fue de $2h52min$. ¿Cuál es la longitud del segundo tramo?

a) $7658\,m$ b) $3824\,m$ c) $6300\,m$
d) $7875\,m$ e) $5845\,m$

Resolución:



2h54min

Del dato: $t_1 + t_2 + 25' = 172'$

$$\frac{5x}{125} + \frac{4x}{75} = 147$$

$$\frac{x}{25} + \frac{4x}{75} = 147$$

$$\frac{7x}{75} = 147$$

$$x = 1575$$

Segundo tramo: $4(1575) = 6300\,m$

Clave c

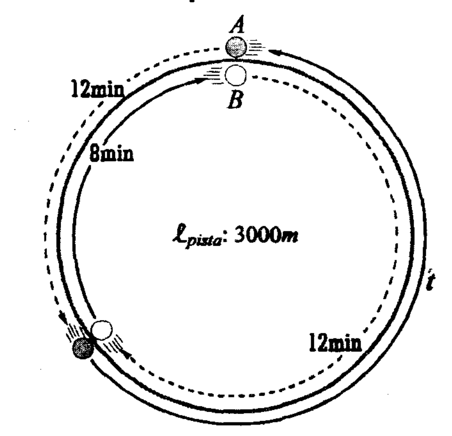
PROBLEMA 04

En una pista circular de $3000\,m$ de longitud, dos atletas parten simultáneamente pero con sentidos contrarios, cruzándose al cabo de 12 minutos. Si 8 minutos más tarde uno de los atletas llega al punto de partida ¿Cuál es la rapidez del otro atleta?

a) $96\,m/min$ b) $100\,m/min$
c) $105\,m/min$ d) $80\,m/min$
e) $120\,m/min$

Resolución:

Haciendo un esquema:



Del gráfico: $\frac{12}{8} = \frac{t}{12}$

$$t = 18$$

$$V_A = \frac{3000m}{(12+18)min} = 100\,m/min$$

Clave b

PROBLEMA 05

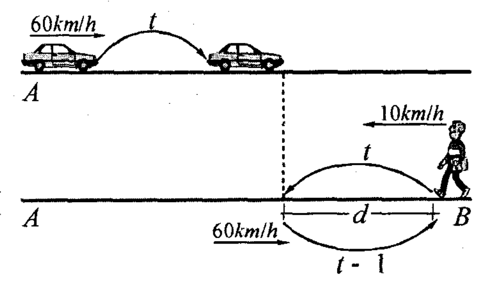
Un automóvil parte de A, al mismo tiempo que un peatón lo hace de B. Cuando

ocurre el encuentro el peatón sube al auto y regresa a B. Si el peatón tardó una hora menos en el regreso que en la ida, hallar la distancia de A a B sabiendo que la rapidez del auto y del peatón son de 60km/h y 10km/h, respectivamente.

a) 90 km b) 140 km c) 84 km
d) 75 km e) 80 km

Resolución:

Del enunciado:



Tenemos: $d = 10t = 60(t-1)$

$$t = 6t - 6$$

$$6 = 5t$$

$$t = \frac{6}{5}$$

$$d_{AB} = 60\left(\frac{6}{5}\right) + 10\left(\frac{6}{5}\right)$$

$$= 72 + 12 = 84\,km$$

Clave c

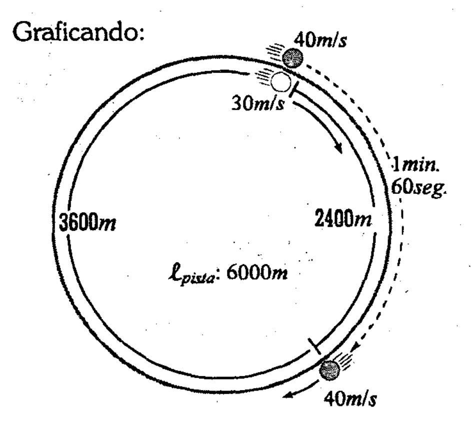
PROBLEMA 06

Dos motociclistas recorren en el mismo sentido una pista circular de 6 km. a rapideces de 40m/s y 30m/s. Si el más rápido parte con un minuto de adelanto. ¿Al cabo de qué tiempo de haber partido el más veloz alcanza al más lento?

a) 6 min b) 7 min c) 8 min
d) 9 min e) 10 min

Resolución:

Graficando:



Aplicando tiempo de alcance:

$$t_a = \frac{d}{v_1 - v_2} = \frac{3600}{40-30} = 360\,seg$$

$$= 6\,min$$

$\therefore$ Tiempo pedido: $6\,min + 1\,min = 7\,min$

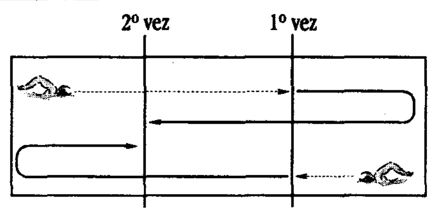
Clave b

PROBLEMA 07

Sandro y Gaby participan en una carrera para atravesar una piscina partiendo de los extremos opuestos. Después de minuto y medio se cruzaron en un punto de la piscina. Si no pierden tiempo al voltear y mantienen sus respectivas velocidades. ¿A cuántos minutos después del momento de partida se cruzan por segunda vez?

a) $6\frac{1}{2}$ b) $5\frac{1}{2}$ c) 4
d) $4\frac{1}{2}$ e) 6

Resolución:



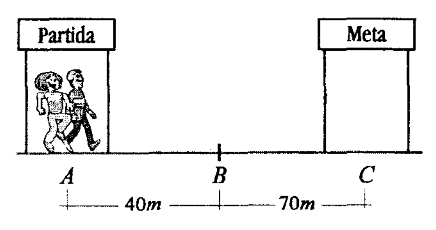
Observe que desde que partieron hasta que se encontraron por primera vez habían recorrido juntos una vez el largo de la piscina y desde que partieron hasta que se encuentran por segunda vez habían recorrido el triple, es decir tres veces el largo de la piscina.

∴ Se cruzaron por segunda vez en:
$3(1½\ min) = 4½\ min$.

Clave d

PROBLEMA 08

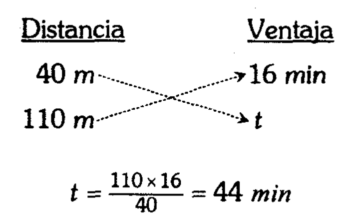
Fifi y Fifo compiten a las carreras partiendo simultáneamente del punta *A*, tal como se muestra en la figura. Si Fifo llega al punto *B* 16 *min* antes que Fofi. ¿Cuántos minutos de ventaja, en la partida, deberá darle Fifo a Fofi para que así ambos lleguen simultáneamente a la meta?



a) 44 *min* b) 34 *min* c) 14 *min*
d) 24 *min* e) 28 *min*

Resolución:

Aplicando regla de tres:



$$t = \frac{110 \times 16}{40} = 44\ min$$

∴ Debe darle 44 *min* de ventaja.

Clave a

PROBLEMA 09

A partir del instante mostrado en la figura. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que ambos autos se encuentren separados 20 *m* por segunda vez, sabiendo que se encontrarán al cabo de 25 segundos?

a) 31,25 seg. b) 1,25 seg.
c) 14,25 seg. d) 44,5 seg.
e) 42,6 seg.

Resolución:

- Para que se encuentren, juntos deben recorrer 80 *m*.
- Para que se encuentren separados 20 *m* por segunda vez deben recorrer:

$$80 + 20 = 100\ m.$$

Luego:

Recorrido	Tiempo
80 m	25 seg.
100 m	t

$$t = \frac{100 \times 25}{80} = 31,25 \ seg.$$

∴ Deben transcurrir 31,25 segundos.

Clave a

PROBLEMA 10

Dos ciudades *A* y *B* están unidas por un río navegable y distan entre sí 480 *km*. Cuando un bote va de *A* hacia *B* a favor de la corriente emplea 24 horas en llegar; para el retorno lo hace en 40 horas. Cierto día cuando iba de *A* a *B* se malogró el motor del bote, dejándose llevar por la corriente y llegando así con 8 horas de retraso. Halle a qué distancia de "*A*" se apagó el motor.

a) 450 *km* b) 430 *km* c) 440 *km*
d) 550 *km* e) 410 *km*

Resolución:

Como cuando va a favor de la corriente emplea 24*h*

$$V_{bote} + V_{rio} = \frac{480 \, km}{24 \, h} = 20 \frac{km}{h} \quad \text{......... (1)}$$

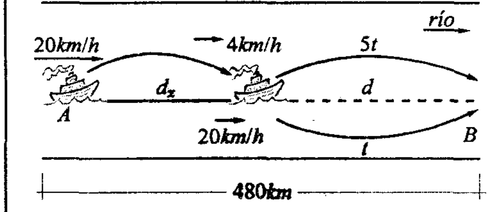
Como cuando retorno lo hace en contra; demorando 40*h*.

$$V_{bote} - V_{rio} = \frac{480 \, km}{40 \, h} = 12 \frac{km}{h} \quad \text{......... (2)}$$

de (1) y (2):

$$V_{bote} = 16 \ km/h$$

$$V_{rio} = 4 \ km/h$$



Como el retraso fue de 8*h*.

$$5t - t = 8$$

$$t = 2h$$

Luego: $d = 20 \frac{km}{h} \times 2h = 40 km$

$\Rightarrow dx = 480 - 40 = 440 km$

∴ Se apagó a 440*km* de *A*.

Clave c

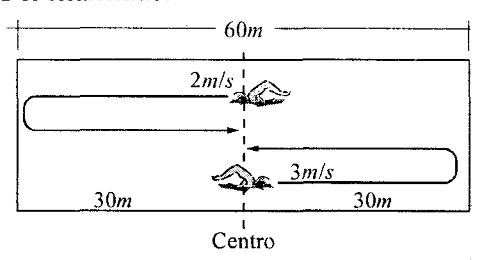
PROBLEMA 11

Dos nadadores, que se encuentran en el centro de una piscina de 60 *m*. de largo, parten simultáneamente cada uno hacia un extremo con rapidez de 2*m/s* y 3*m/s* respectivamente. Si no pierden tiempo al voltear y recorren varias veces el largo de la piscina ¿Al cabo de qué tiempo se volverán a encontrar en el centro de la piscina?

a) 30*s* b) 70*s* c) 50*s*
d) 60*s* e) 80*s*

Resolución:

Del enunciado:



El primero está en el centro de la piscina cada: $\frac{d}{v} = \frac{30+30}{2} = 30\,seg.$

El segundo cada: $\frac{30+30}{3} = 20\,seg.$

∴ Volverán a encontrarse en el centro al cabo de MCM(30,20) = 60*seg*.

Clave d

PROBLEMA 12

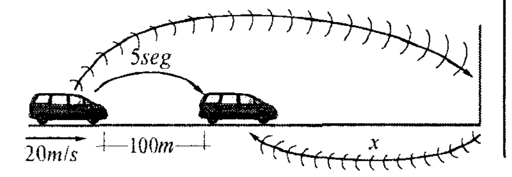
El piloto de un auto que viaja a 72*km/h* toca el claxon y escucha su eco luego de 5 segundos. Si viaja en dirección hacia la pared. ¿A cuántos metros de la pared escuchó el eco?

a) 600*m* b) 700*m* c) 750*m*
d) 900*m* e) 800*m*

Resolución:

$$V_{auto} = 72\frac{km}{h} = 72 \times \frac{1000\,m}{3600\,s} = 20\frac{m}{s}$$

$V_{sonido} = 340\ m/s$ (por teoría)



En 5 segundos el sonido recorrió:

$$340\frac{m}{seg} \times 5\ seg = 1700\,m$$

Luego: $1700 = (100 + x) + x$
$x = 800$

∴ Escuchó a 800*m* de la pared.

Clave e

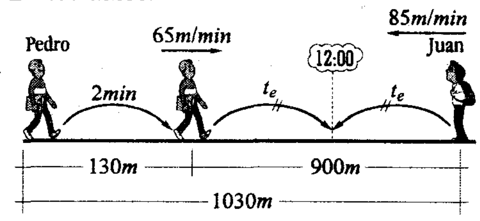
PROBLEMA 13

Pedro y Juan, inicialmente separados una distancia de 1030*m*, corren al encuentro a razón de 65*m/min* y 85*m/min* respectivamente. Si Pedro salió 2 minutos antes y el encuentro se produjo, justo al medio día. ¿A qué hora se puso a correr Juan?

a) 11:54 b) 11:55 c) 11:53
d) 11:52 e) 11:44

Resolución:

De los datos:



Aplicando tiempo de encuentro:

$$t_e = \frac{900}{65+85} = 6\ min$$

∴ Juan se puso a correr 6 *min* antes de las 12:00, es decir a las 11:54.

Clave a

PROBLEMA 14

De la ciudad A salen carros hacia la ciudad B cada 4 minutos. Si Tuto sólo viaja en cada carro 3min, después de los cuales se baja y espera otro, calcular el tiempo que emplea para llegar de A a B si en total aborda 60 carros.

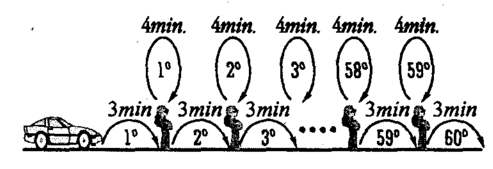
a) $6h\,50min$ b) $6h\,56min$ c) $7h$
d) $6h\,45min$ e) $7h\,56min$

Resolución:

Como los carros salen cada $4min$, entonces en cualquier punto de la pista los carros aparecen cada 4 minutos.

⇒ Tuto tiene que esperar 4 minutos para tomar el siguiente carro.

Haciendo un esquema:



$$\therefore\ t_{total} = 60(3min) + 59(4min) = 416\,min$$
$$= 6h\,56\,min$$

Clave b

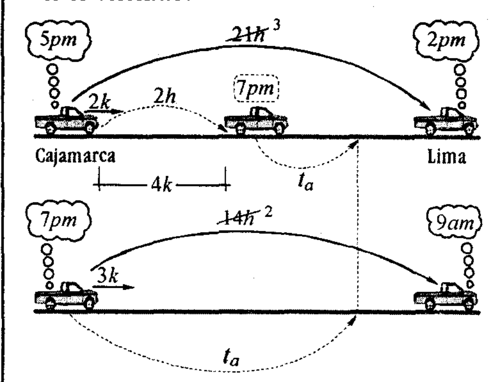
PROBLEMA 15

Un auto sale de Cajamarca a las 5pm y llega a Lima al día siguiente a las 2pm. Otro auto sale de la misma ciudad a las 7pm y llega a Lima al día siguiente a las 9am. ¿A qué hora el segundo auto alcanzó al primero?

a) 10:00 pm b) 9:00 pm
c) 11:00 pm d) 11:30 pm
e) 10:45 pm

Resolución:

Del enunciado:



Aplicando tiempo de alcance:

$$t_a = \frac{d}{V_1 - V_2} = \frac{4k}{3k - 2k} = 4h$$

∴ El segundo auto alcanzó al primero $4h$ después de las 7pm es decir a las:

$$7\text{pm} + 4h = 11\text{pm}.$$

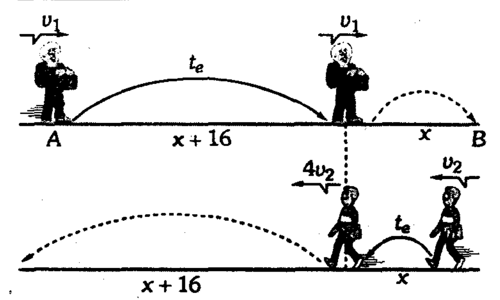
Clave c

PROBLEMA 16

Dos viajeros parten al mismo tiempo de A y B, el uno hacia el otro. Al encontrarse, el primero ha recorrido 16 km. más que el segundo, pero, a partir de este momento, el segundo cuadruplica su rapidez, llegando ambos al mismo tiempo. ¿Cuál es la relación de la rapidez del 2do. al 1er. viajero?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{3}{4}$

Resolución:



Del gráfico: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{x+16}{x}$

$$\frac{v_1}{4v_2} = \frac{x}{x+16}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x+16}{x} = \frac{4x}{x+16}$$

$$(x+16)^2 = 4x^2$$

$$x+16 = 2x$$

$$x = 16$$

$$\therefore \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{16}{16+16} = \frac{1}{2}$$

Clave b

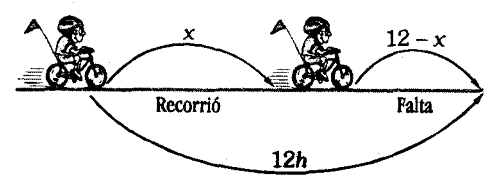
PROBLEMA 17

Un motociclista observa que 1/5 de lo que ha recorrido equivale a los 3/5 de lo que le falta recorrer. ¿Cuántas horas habrá empleado hasta el momento, si todo el viaje lo hace en 12 horas?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

Resolución:

Del enunciado:



Planteamos: $\frac{1}{\not 5}x = \frac{3}{\not 5}(12-x)$

$$x = 36 - 3x$$

$$4x = 36$$

$$x = 9$$

∴ Hasta el momento ha empleado 9 horas.

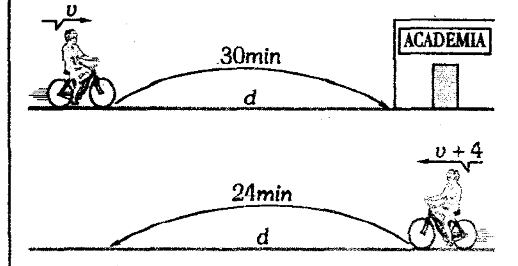
Clave b

PROBLEMA 18

Juana se dirige, desde su casa a la academia en bicicleta, empleando un tiempo de 30 minutos; para volver, aumenta su rapidez inicial en $4m/min$, demorándose esta vez 6 minutos menos. ¿Cuál es el espacio que recorrió en total?

a) $960m$ b) $920m$ c) $860m$
d) $880m$ e) $940m$

Resolución:



Por propiedad:

$$\frac{v}{v+4}=\frac{24}{30}$$

$$\frac{v}{v+4}=\frac{4}{5}$$

$$5v=4v+16$$

$$v=16$$

$$d=16\times 30=480m$$

$$\therefore \text{ Espacio recorrido } = \overbrace{480}^{\text{IDA}}+\overbrace{480}^{\text{VUELTA}}$$

$$=960\ m$$

Clave a

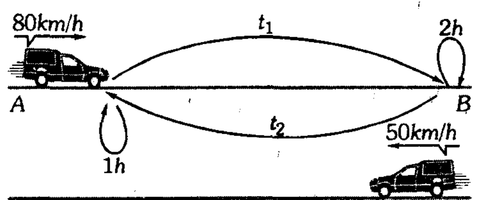
PROBLEMA 19

Un carro sale de A hacia B a 80 km/h y regresa a 50 km/h después de 16 horas. Si el carro se detuvo en B por 2 horas y luego se detuvo 1 hora en el camino de regreso determinar la distancia $\overline{AB}$.

a) 450 km b) 600 km c) 400 km
d) 550 km e) 480 km

Resolución:

De los datos:



Por propiedad: $\frac{t_1}{t_2}=\frac{50}{80}=\frac{5}{8}$

$$t_1=5k$$

$$t_2=8k$$

Como regresó después de 16 h.

$$t_1+2+t_2+1=16$$

$$5k+2+8k+1=16$$

$$13k=13$$

$$k=1 \Rightarrow t_1=5h$$

$$\therefore\ d_{AB}=80\times 5=400\ km$$

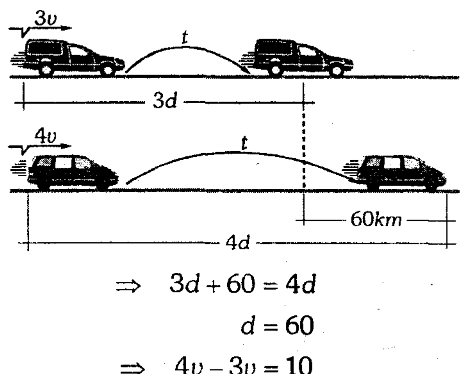
Clave c

PROBLEMA 20

La rapidez respectiva de dos móviles está en la relación de 3 a 4. ¿Dentro de cuánto tiempo estarán separados una distancia de 60 km. si partieron juntos en el mismo sentido, sabiendo además, que la diferencia de la rapidez de ambos es de 10 km/h?

a) 4 h b) 7 h c) 5 h
d) 8 h e) 6 h

Resolución:



$$\Rightarrow\ 3d+60=4d$$

$$d=60$$

$$\Rightarrow\ 4v-3v=10$$

$$v=10$$

$$t=\frac{\cancel{4}d}{\cancel{4}v}=\frac{60}{10}=6h$$

$\therefore$ Dentro de $6h$.

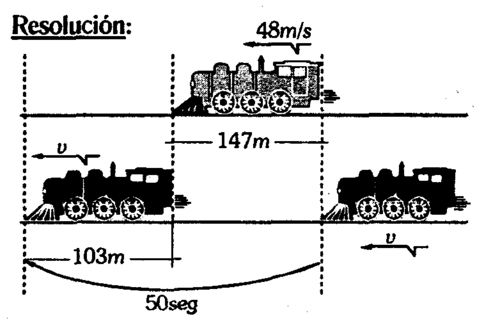
Clave e

PROBLEMA 21

Dos trenes, cuyas longitudes son 147 m y 103 m avanzan sobre vías paralelas en la misma dirección. Si la rapidez del primero es de 48 m/s y el segundo demoró 50 s en pasarlo, calcule la rapidez del segundo tren.

a) 53 m/s b) 45 m/s c) 50 m/s
d) 40 m/s e) 37 m/s

Resolución:



Para que se crucen uno debe avanzar:

$103 + 147 = 250\ m$

más que el otro.

$$\Rightarrow \quad 50v - 50 \times 48 = 250$$
$$v = 53$$

$\therefore$ La rapidez del segundo tren es 53 m/s.

Clave a

PROBLEMA 22

Ana y Carlos van al encuentro con rapidez constante. Si Ana hubiese partido n horas después de Carlos, se encontrarían R horas después de que éste hubiese partido, debido a que Ana recorre en una hora m km. más que Carlos. Si se sabe que cuando parten simultáneamente se encuentran luego de S horas, la rapidez del mayor será.

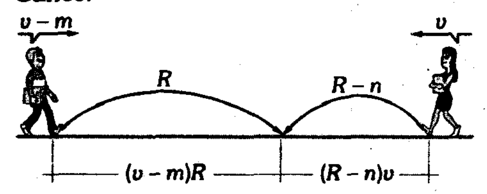
a) $\dfrac{R-S}{2(R+1)-n}$ b) $\dfrac{S-R}{2R-2S-m}$

c) $\dfrac{2m-R-S}{2R+2S-n}$ d) $\dfrac{(R-S)m}{2R-2S-n}$

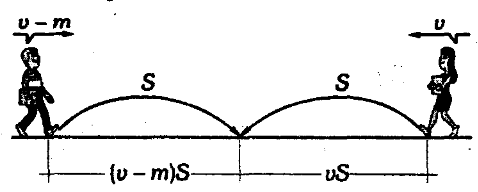
e) $\dfrac{2-R-S}{R+S-n}$

Resolución:

Cuando Ana parte n horas después de Carlos:



Cuando parten simultáneamente.



Planteando:

$$(v-m)R + (R-n)v = (v-m)S + vS$$
$$vR - mR + (R-n)v = vS - mS + vS$$
$$v(2R-n) - mR = 2vS - mS$$
$$v(2R-2S-n) = m(R-S)$$
$$v = \frac{(R-S)m}{2R-2S-n}$$

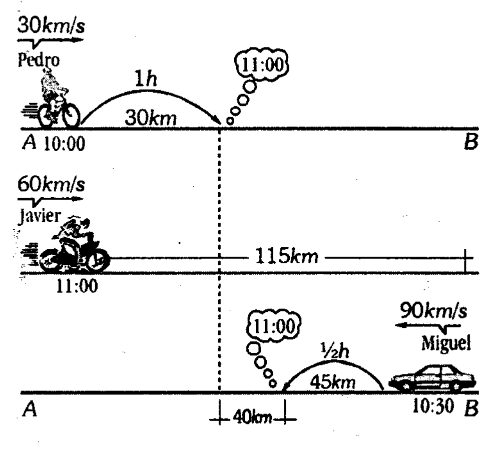
Clave d

PROBLEMA 23

La distancia entre dos ciudades A y B es de 115 km. A las 10:00 am. Pedro sale de A hacia B en bicicleta con una rapidez de 30 km/h. Javier realiza el mismo trayecto en moto a una rapidez de 60 km/h, pero saliendo 1 hora después. Por otra parte, Miguel sale en coche de B hacia A a las 10:30 am. y realiza el trayecto a una rapidez de 90 km/h. ¿A qué hora alcanzará Javier a Pedro y a qué hora se encontrarán Pedro y Miguel?

a) 12:00 m. ; 11:10 am. b) 12:45 pm. ; 11:25 am.
c) 12:10 pm. ; 11:15 am. d) 12:00 m ; 11:20 am.
e) 13:45 m ; 11:20 pm.

Resolución:
Del enunciado:



- Para encontrar el tiempo que demora en alcanzar Javier a Pedro, aplicamos:

$$t_a = \frac{d}{v_1 - v_2} = \frac{30}{60 - 30} = 1h$$

$\therefore$ Lo alcanzará a las:

11:00 + 1h = 12:00 m.

- Para encontrar el tiempo que demoran en encontrarse Pedro y Miguel aplicamos:

$$t = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{40}{30 + 90} = \frac{1}{3}h = 20\ min$$

$\therefore$ Se encontraron a las:

11:00 + 20 min. = 11:20 am.

Clave d

PROBLEMA 24

Daniel y Roberto disfrutaban de un viaje en sus motocicletas cuando a 100 km de arribar a una ciudad, la moto de Daniel sufrió una ligera avería, por lo que debió reducir su rapidez de los 100 km/h que llevaba a 50 km/h. Se decidió que Roberto continuara su marcha a la rapidez inicial, yendo a la ciudad a comprar el repuesto necesario y retornar hacia el encuentro con Daniel, Suponiendo que no demoró en comprar el repuesto. ¿Cuánto tiempo demoraron en encontrarse?

a) 2 h b) 1 h 20 min
c) 40 min d) 1 h 10 min
e) 50 min

Resolución:

Del enunciado:

50km/s
Daniel
x
B
100km/s
100 – x
Roberto
x
100

Del gráfico:

$$\frac{x}{100+(100-x)}=\frac{50}{100}$$

$$\frac{x}{200-x}=\frac{1}{2}$$

$$2x=200-x$$

$$x=\frac{200}{3}$$

$\therefore$ Tiempo $=\frac{200/3}{50}=\frac{4}{3}h$

$=1h\ 20min$

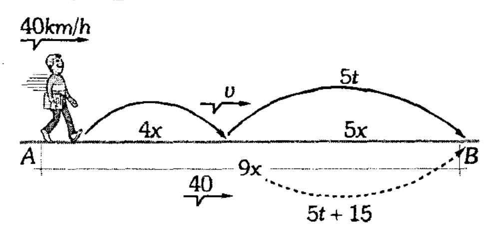
Clave b

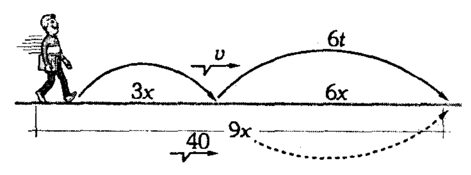
PROBLEMA 25

Ricardo tiene que recorrer el tramo $\overline{AB}$, con una rapidez de 40 km/h. Cuando ha recorrido 4/9 de su camino cambia de rapidez, llegando así 15 horas antes de lo establecido. Si hubiera cambiado su rapidez cuando solo había recorrido 1/3 de su camino, el tiempo que habría empleado en este caso en culminar su trayecto, sumado con el tiempo empleado en culminar su trayecto con el cambio anterior nos daría 22 horas. ¿Cuánto mide el tramo $\overline{AB}$?

a) 180 km b) 2700 km c) 1800 km
d) 240 km e) 2100 km

Resolución:





Del dato: $5t+6t=22$

$t=2$

Además del primer gráfico:

$$\frac{v}{40}=\frac{5t+15}{5t}$$

$$\frac{v}{40}=\frac{5(2)+15}{5(2)}$$

$$\frac{v}{40}=\frac{25}{10}\Rightarrow v=100$$

Luego: $5x=100\times5(2)$

$x=200$

$\therefore\ AB=9(200)=1800\,km$

Clave c

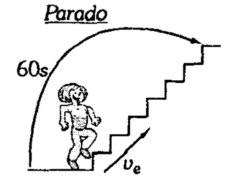
PROBLEMA 26

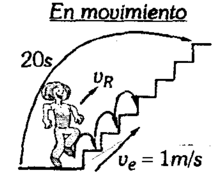
Cuando Raúl está parado sobre una escalera mecánica en movimiento sube en 60 s. pero si caminara sobre la escalera en movimiento emplearía en subir 20 s. ¿En cuánto tiempo Raúl bajaría caminando sobre la misma escalera en movimiento?

a) 50 s b) 60 s c) 64 s
d) 70 s e) 80 s

Resolución:

Asumiendo la longitud de la escalera = 60 m.



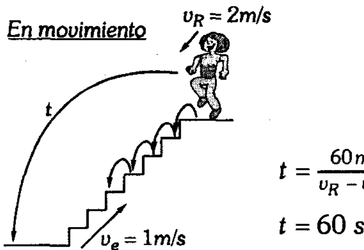


$\Rightarrow v_e = \frac{60m}{60s} = 1\frac{m}{s} \quad \Rightarrow \quad v_R + v_e = \frac{60m}{20s}$

$v_R + 1 = 3$

$v_R = 2m/s$

Cuando baja:



$t = \frac{60m}{v_R - v_e} = \frac{60m}{1\,m/s}$

$t = 60\ seg$

∴ Bajaría en 60 segundos.

Clave b

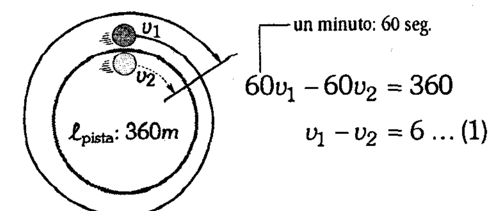
PROBLEMA 27

Dos ciclistas corren en una pista circular de 360*m*. Cuando lo hacen en el mismo sentido; uno de ellos pasa delante del otro cada minuto, y cuando lo hacen en sentidos contrarios se cruzan cada 12 segundos. Halle la rapidez del más veloz.

a) 30 *m/s* b) 12 *m/s* c) 18 *m/s*
d) 20 *m/s* e) 16 *m/s*

Resolución:

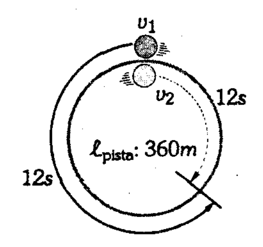
Cuando van en el mismo sentido:



$60v_1 - 60v_2 = 360$

$v_1 - v_2 = 6 \ldots (1)$

Cuando van en sentido contrario:



$12v_1 + 12v_2 = 360$

$v_1 + v_2 = 30 \ldots\ldots (2)$

De (1) y (2): $v_1 = 18$; $v_2 = 12$

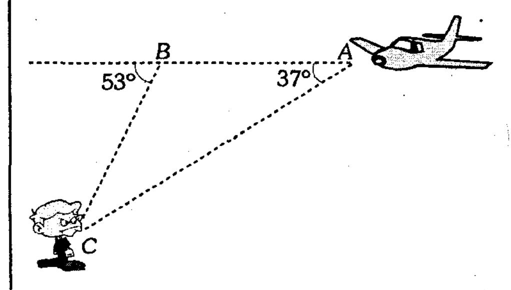
∴ La rapidez del más veloz es 18 *m/s*.

Clave c

PROBLEMA 30

El ruido emitido por el avión en *A* es escuchado por un observador en *C* cuando el avión se encuentra en *B*. Halle la rapidez del avión.

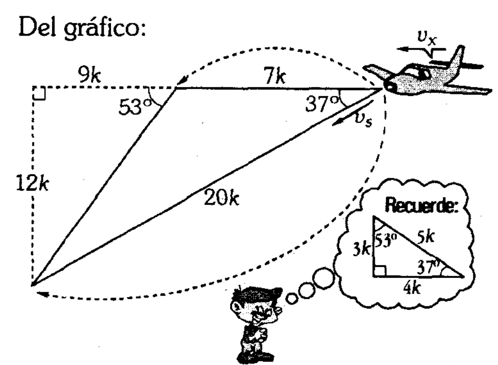
$(v_{sonido} = 340\ m/s)$.



a) 119 *m/s* b) 117 *m/s* c) 129 *m/s*
d) 127 *m/s* e) 130 *m/s*

Resolución:

Del gráfico:



Planteamos: $\frac{v_x}{v_s} = \frac{7k}{20k}$

$$v_x = \frac{7}{20} v_s$$

$$v_x = \frac{7}{20}(340\,m/s)$$

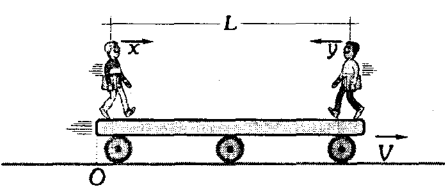
$$v_x = 119\ m/s$$

∴ La rapidez del avión es 119 *m/s*.

Clave a

PROBLEMA 31

Una plataforma de longitud *L* parte de *O* (inicialmente, el extremo izquierdo coincide con *O*) con una rapidez de *υ*; en el mismo instante, parten de ambos extremos dos hombres con una rapidez de *x* e *y*, respectivamente (rapidez constante). Hallar a qué distancia de *O* se encuentran ambos hombres. (Observación: *x* e *y*, con respecto a la plataforma).

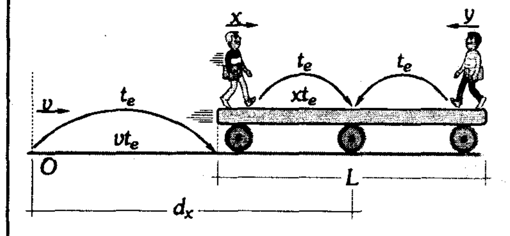


a) $\frac{L(v-x)}{x+y}$ b) $\frac{L}{x+y}$ c) $\frac{v(x+y)}{L+y}$

d) $\frac{L(v+x)}{x+y}$ e) $\frac{L(y+v)}{x+y}$

Resolución:

Del gráfico:



Aplicando tiempo de encuentro

$$t_e = \frac{L}{x+y}$$

Luego: $d_x = vt_e + xt_e$

$$= t_e(v+x)$$

$$= \frac{L(v+x)}{x+y}$$

Clave d

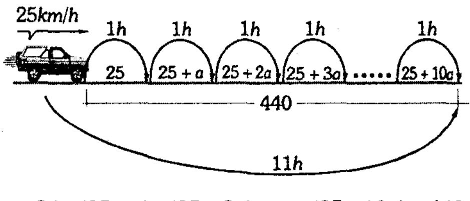
PROBLEMA 32

La distancia entre dos puntos es de 440 *km*. un móvil recorre cada hora una distancia igual a la que recorrió la hora anterior, más ***a*** *km*. Halle ***a***, si tardó 11 horas en hacer todo el recorrido e inició su recorrido a 25 *km/h*.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Resolución:

De los datos:



$$\Rightarrow \underbrace{25+(25+a)+(25+2a)+\ldots+(25+10a)}_{\text{11 sumandos}}=440$$

$$25(11)+a(1+2+3+\ldots+10)=440$$

$$275+a\left(\frac{10\times 11}{4}\right)=440$$

$$55a=165$$

$$a=3$$

Clave b

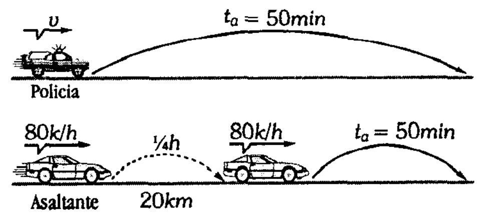
PROBLEMA 33

Un asaltante después de robar un banco huye con el botín en un auto con una rapidez constante de 80 km/h, un patrullero empieza a perseguirlo después de 15 minutos. ¿Con qué rapidez viajó el policía si capturó al asaltante después de 50 minutos de persecución?

a) 104 km/h b) 100 km/h c) 88 km/h
d) 200 km/h e) 150 km/h

Resolución:

Haciendo un esquema:



Aplicando tiempo de alcance:

$$t_a=\frac{d}{v_1-v_2}$$

$$\frac{50}{60}=\frac{20}{v-80}$$

$$5v-400=120$$

$$v=104$$

$\therefore$ Viajó con una rapidez de 104 km/h

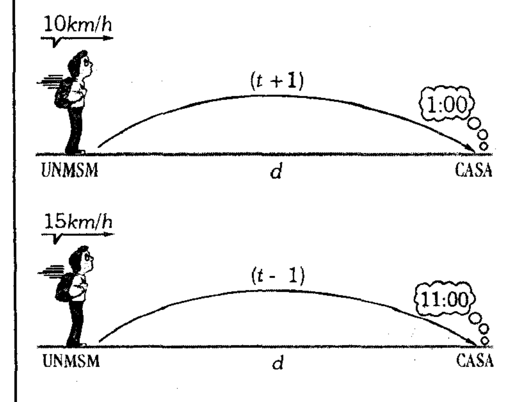
Clave a

PROBLEMA 34

Un cachimbo debe llegar a su casa desde la ***UNMSM*** al medio día. Si viajara a 10 km/h llegaría 1 hora después y si viajara a 15 km/h llegaría una hora antes. ¿Con qué rapidez debe viajar para llegar exactamente al medio día?

a) 11 km/h b) 12 km/h c) 13 km/h
d) 14 km/h e) 10,5 km/h

Resolución:



Por propiedad:

$$\frac{t+1}{t-1}=\frac{15}{10}$$

$$\frac{t+1}{t-1}=\frac{3}{2}$$

$$2t+2=3t-3$$

$$t=5$$

$$\Rightarrow \quad d=10\tfrac{km}{h}\times 6h=60\,km$$

$\therefore$ Debe viajar con una rapidez de:

$$v=\frac{d}{t}=\frac{60\,km}{5h}=12\tfrac{km}{h}$$

Clave b

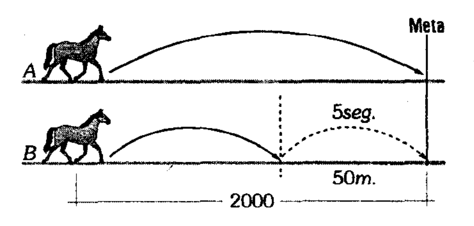
PROBLEMA 35

En una misma carrera participan tres caballos A, B y C. El caballo A llega a la meta con una ventaja de 50 m sobre B y 9 segundos antes que C y B llega 4 segundos antes que C. ¿Cuánto tiempo empleó en la carrera el caballo B?. Si corren a lo largo de una pista de 2 000 m y se desplazan con rapidez constante.

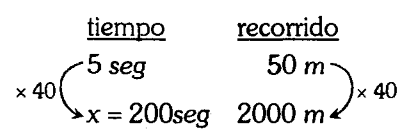
a) 20 s b) 200 s c) 210 s
d) 180 s e) 240 s

Resolución:

Como A llegó 9 segundos antes que C y B llegó 4 segundos antes que $C \Rightarrow A$ llegó 5 segundos antes que B.



Aplicando regla de tres simples.



$\Rightarrow$ Empleó 200 segundos.

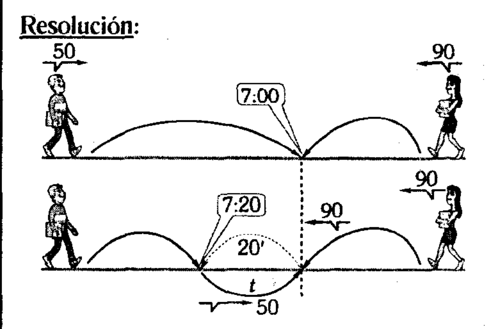
Clave b

PROBLEMA 36

Todos los días Miguel y Natalia salen de las ciudades A y B respectivamente y siempre se cruzan a las 7:00 am. Un día Natalia se encontró con Miguel a las 7:20 am, ya que Miguel se fracturó una pierna en el camino. Si en un minuto Miguel avanza 50 m y Natalia avanza 90 m. ¿A qué hora Miguel se fracturó la pierna?

a) 6:00 am b) 6:12 am c) 6:24 am
d) 6:32 am e) 6:40 am

Resolución:



por propiedad: $\frac{20}{t}=\frac{50}{90}$

$$t=36$$

$\therefore$ Miguel se fracturó la pierna 36 minutos antes de las 7:00 am. es decir a las 6:24 am.

Clave c

PROBLEMA 37

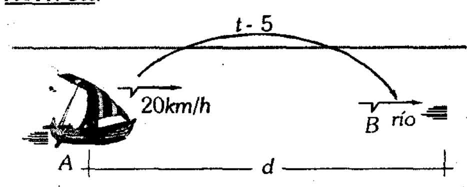
Navegando a favor de la corriente, un barco a vapor desarrolla una rapidez de 20 *km* por hora; navegando en contra, sólo 15 *km* por hora. En ir desde el embarcadero de la ciudad *A*, hasta el embarcadero de la ciudad *B*, tarda 5 horas menos que en el viaje de regreso. ¿Qué distancia hay entre estas dos ciudades?

a) 280 *km* b) 300 *km* c) 320 *km*
d) 340 *km* e) 360 *km*

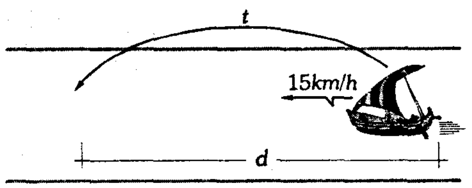
Resolución:

Del enunciado:

A FAVOR:



EN CONTRA:



por propiedad:

$$\frac{t-5}{t} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$4t - 20 = 3t$$

$$t = 20h$$

$$\therefore \quad d = 20h \times 15\frac{km}{h} = 300km$$

Clave b

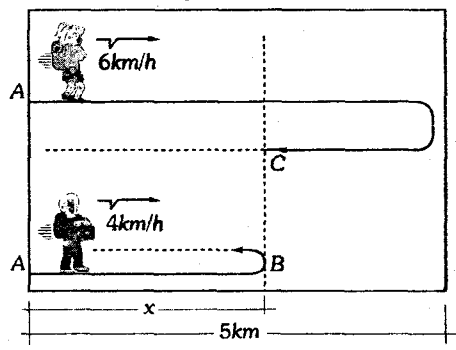
PROBLEMA 39

Agustín y Bárbara salen al mismo tiempo del mismo lugar, por el mismo camino. Agustín camina a 6 *km/h* y Bárbara a 4 *km/h*, luego de recorrer 5 *km*. Agustín emprende el regreso, y cuando se encuentra con Bárbara, también Bárbara emprende el regreso. Determine cuánto tiempo después que Agustín llega al punto de partida, lo hace Bárbara.

a) 1 *h* b) 30 *min* c) 2 *h*
d) 20 *min* e) 40 *min*

Resolución:

Haciendo un esquema:



Cuando Agustín recorre de *A* a *C* Bárbara lo hace de *A* a *B*. Luego:

$$\frac{10-x}{x} = \frac{\not{6}}{\not{4}} = \frac{3}{2}$$

$$20 - 2x = 3x$$

$$x = 4$$

$$t_{\text{Agustín}} : \frac{4\ km}{6\ km/h} = \frac{2}{3}h = 40\ min$$

$$t_{\text{Bárbara}} : \frac{4\ km}{4\ km/h} = 1h = 60\ min$$

∴ Piden: 60 – 40 = 20 min.

Clave d

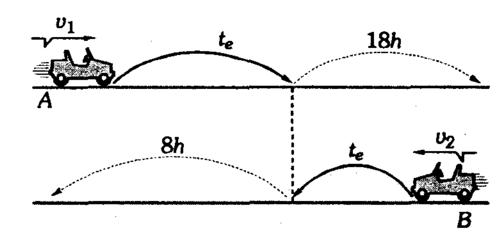
PROBLEMA 40

Un móvil parte de la ciudad A hacia B y otro móvil va de B hacia A. Llegando el primero a B después de 18 horas del encuentro y el segundo a A llegó después de 8 horas del encuentro. Después de cuánto tiempo que partieron se encontraron, si parten simultáneamente.

a) 12 h b) 15 h c) 2 h
d) 13 h e) 38 h

Resolución:

Graficando:



Del gráfico: $\frac{t_e}{8} = \frac{18}{t_e}$

$$(t_e)^2 = 144$$

$$t_e = 12$$

∴ Se encontraron después de 12h.

Clave a

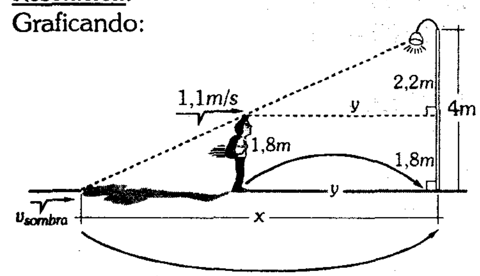
PROBLEMA 41

Un hombre de altura 1,8 m va caminando a razón de 1,1 m/s y pasa frente a un poste de 4 m. de altura, hallar la rapidez de crecimiento de la sombra.

a) 2 m/s b) 3 m/s c) 4 m/s
d) 6 m/s e) 8 m/s

Resolución:

Graficando:



Por semejanza:

$$\frac{4}{x} = \frac{2,2}{y}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2,2}{4}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{11}{20}$$

Además: $\frac{v_{persona}}{v_{sombra}} = \frac{y}{x}$

$$\frac{1,1}{v_{sombra}} = \frac{11}{20}$$

∴ $v_{sombra} = 2\ m/s$

Clave a

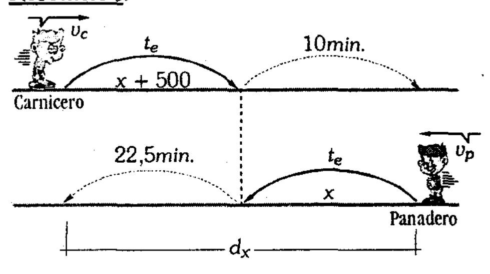
PROBLEMA 42

En el mismo momento en que el carnicero manda a su hijo a comprar a la panadería, el panadero manda al suyo a la carnicería; los dos avanzan el uno hacia el otro a una rapidez constante. Cuando se cruzan, el hijo del carnicero ha recorrido 500 metros más que el otro. Para llegar entonces a sus objetivos, al primero le quedan solamente 10 minutos por andar, mientras que al segundo le quedan 22,5

minutos. ¿Cuál es la distancia entre la panadería y la carnicería?

a) 2500 m b) 2200 m c) 2000 m
d) 2100 m e) 2300 m

Resolución:



Por propiedad: $\frac{t_e}{22,5} = \frac{10}{t_e}$

$$(t_e)^2 = 225$$

$$t_e = 15 \text{ min}$$

Además:

$$\frac{v_c}{v_p} = \frac{x+500}{x} = \frac{t_e}{10 \text{ min}}$$

$$\frac{x+500}{x} = \frac{\cancel{15}}{\cancel{10}} = \frac{3}{2}$$

$$2x + 1000 = 3x$$

$$x = 1000$$

$$\therefore \; d_x = 1500 + 1000 = 2500\ m$$

Clave a

PROBLEMA 43

Dos autos parten simultáneamente de un mismo punto en direcciones opuestas y después de "t" horas, se encuentran separados "x" km. Si uno de ellos va a "y" km/h, a qué rapidez va el otro.

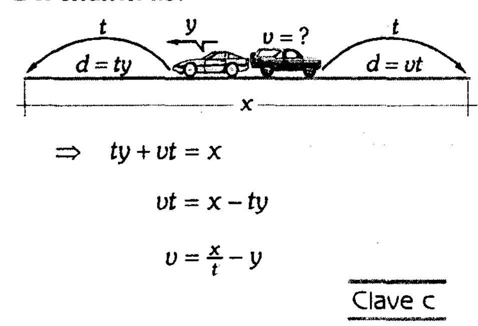
a) $\left(\frac{x}{t} + y\right) km/h$ b) $\left(\frac{x+y}{t}\right) km/h$

c) $\left(\frac{x}{t} - y\right) km/h$ d) $\left(\frac{x-y}{t}\right) km/h$

e) $\left(\frac{xy}{t}\right) km/h$

Resolución:

Del enunciado:



$$\Rightarrow \quad ty + \upsilon t = x$$

$$\upsilon t = x - ty$$

$$\upsilon = \frac{x}{t} - y$$

Clave c

PROBLEMA 44

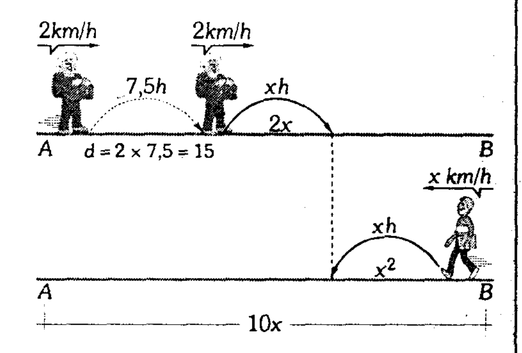
Una persona pasó por A con dirección a B a rapidez constante de $2km/h$ y 7,5 horas después pasa por B otra persona, a su encuentro, quien recorre en una hora la décima parte de todo el camino de "A" a "B" y se encontró con el primero después de tantas horas como kilómetros recorre en una hora.

Hallar AB (mayor valor).

a) 48 km b) 50 km c) 60 km
d) 68 km e) 170 km

Resolución:

Haciendo un esquema;



Del gráfico:

$$15+2x+x^2=10x$$

$$x^2-8x+15=0$$

$x \quad -3 \longrightarrow x=3$ ✗

$x \quad -5 \longrightarrow x=5$ ✓

$\therefore \quad d_{AB}=10(5)=50\ km$ (mayor valor)

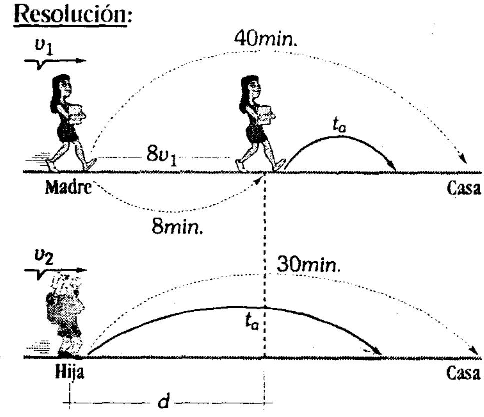
Clave b

PROBLEMA 45

Una madre y su hija trabajan juntas en la misma oficina. De su casa a la oficina, la hija emplea 30 minutos y la madre 40 minutos. ¿En cuánto tiempo alcanzará la hija a su mamá, si ésta sale 8 minutos antes?

a) 20 *min.* b) 12 *min.* c) 24 *min.*
d) 25 *min.* e) 30 *min.*

Resolución:



Del gráfico: $\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{3\not{0}}{4\not{0}}=\dfrac{3}{4}$

$$v_1=3k$$

$$v_2=4k$$

Aplicando tiempo de alcance:

$$t_a=\frac{d}{v_2-v_1}=\frac{8v_1}{v_2-v_1}=\frac{8(3k)}{4k-3k}$$

$$=\frac{24k}{k}=24$$

$\therefore$ La alcanzará en 24 minutos.

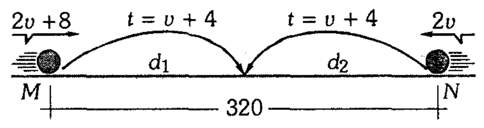
Clave c

PROBLEMA 46

Dos ciclistas parten al mismo tiempo de dos puntos M y N distantes 320 *km*. en sentidos opuestos. Uno de ellos recorrió 8 *km*. más por hora que el otro y el número de horas que tardarán en encontrarse es igual a la mitad de la rapidez del más veloz. Hallar el recorrido del ciclista de menor rapidez, hasta el momento del encuentro.

a) 130 *km* b) 140 *km* c) 120 *km*
d) 180 *km* e) 170 *km*

Resolución:



Del gráfico:

$$d_1 + d_2 = 320$$

$$(2\upsilon + 8)(\upsilon + 4) + 2\upsilon(\upsilon + 4) = 320$$

$$(\upsilon + 4)(\upsilon + 4) + \upsilon(\upsilon + 4) = 160$$

$$(\upsilon + 4)(2\upsilon + 4) = 160$$

$$(\upsilon + 4)(\upsilon + 2) = 80$$

$$(\upsilon + 4)(\upsilon + 2) = 10 \times 8$$

$$\upsilon = 6$$

Piden: $d_2 = 12 \times 10 = 120\ km$

Clave c

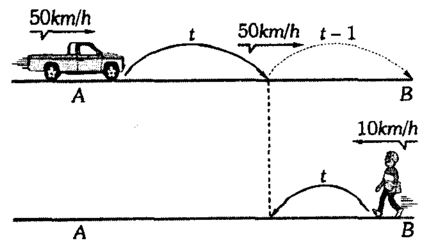
PROBLEMA 47

Un automóvil parte de A, al mismo tiempo que un peatón lo hace de B. Cuando ocurre el encuentro el peatón sube al auto y regresa a B. Si el peatón tardó una hora menos en el regreso que en la ida, hallar la distancia de A a B, además la rapidez de cada uno es 50 y 10 km/h respectivamente.

a) 80 km. b) 75 km. c) 70 km.
d) 66 km. e) 60 km.

Resolución:

Del enunciado:



Planteando: $\frac{t-1}{t} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

$$5t - 5 = t$$

$$4t = 5$$

$$t = \frac{5}{4}$$

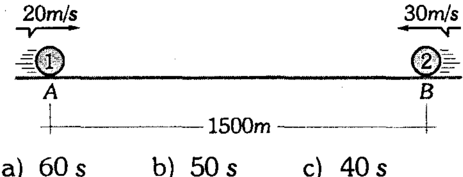
$$d_{AB} = 50t + 50(t-1) = 100t - 50$$

$$= 100 \times \frac{5}{4} - 50 = 75\ km$$

Clave b

PROBLEMA 48

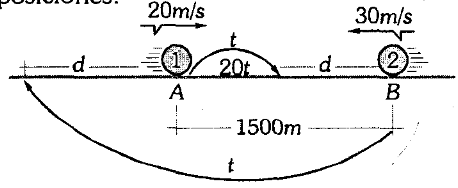
Los móviles mostrados se mueven respectivamente, con una rapidez constante. Después de qué tiempo 1 dista de B, lo mismo que 2 dista de A?



a) 60 s b) 50 s c) 40 s
d) 55 s e) 45 s

Resolución:

Para que 1 diste de B, lo mismo que 2 dista de A, deberán estar en las siguientes posiciones:



Del gráfico:

$$\Rightarrow \quad 20t + d = 1500 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\Rightarrow \quad 30t = d + 20t + d$$

$$d = 5t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$20t + 5t = 1500$$
$$t = 60$$

$\therefore$ Después de 60 segundos.

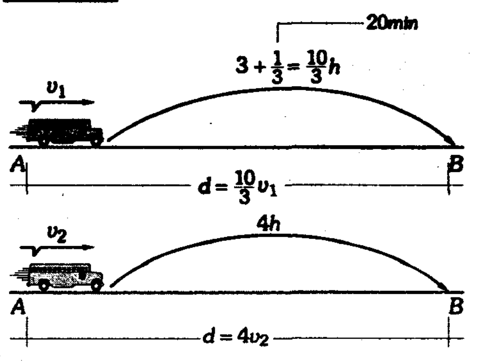
Clave a

PROBLEMA 49

La distancia entre dos ciudades *A* y *B* es un número entero de kilómetros comprendido entre 180 y 218. Un bus recorre dicha distancia en 3 *h* 20 *min*. marchando con una rapidez expresada por un número entero de *km/h*; y otro bus recorre dicha distancia en 4 horas, con una rapidez expresada como la anterior. ¿Cuál es la distancia entre dichas ciudades?

a) 196 *km* b) 195 *km* c) 186 *km*
d) 217 *km* e) 200 *km*

Resolución:



Se observa que *d* es múltiplo de 10 y múltiplo de 4 $\Rightarrow$ es múltiplo del:

$$\text{MCM}(10,4) = 20$$

Como: $180 < d < 218$

$\therefore$ La distancia es 200 *km*.

Clave e

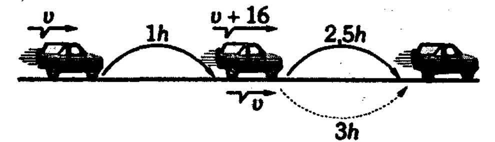
PROBLEMA 50

Un automóvil debe hacer un cierto recorrido en 4 horas. Una hora después de la partida, el piloto aumenta la rapidez a fin de llegar media hora antes y hace, entonces, 16 *km* más por hora. ¿Cuál fue la distancia recorrida?

a) 290 *km* b) 300 *km* c) 310 *km*
d) 320 *km* e) 350 *km*

Resolución:

Del enunciado:



Del gráfico:

$$\frac{v+16}{v} = \frac{3}{2,5}$$
$$\frac{v+16}{v} = \frac{6}{5}$$
$$5v + 80 = 6v$$
$$v = 80$$

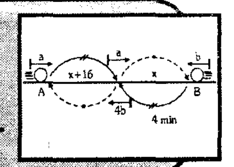
$$d = 80 \times 1 + 96 \times 2,5 = 320\ km$$

$\therefore$ La distancia recorrida es 320 *km*.

Clave d

Móviles

Problemas Resueltos



Problema 01.

Todos los días una persona sale de su casa a la misma hora, y llega a las 8:30, cierto día triplica su rapidez y llegó a las 7:30 ¿A qué hora sale normalmente de su casa?

a) 7:10 b) 7:05 c) 7:00
d) 6:45 e) 6:30

Problema 02.

Adolfito ha estado caminando durante 5h, si hubiera caminado una hora menos con una rapidez mayor en 2km/h, habría recorrido 2km menos, ¿cuál es su rapidez?

a) 12 km/h b) 8 km/h c) 10 km/h
d) 16 km/h e) 7 km/h

Problema 03.

Dos móviles parten de un mismo punto, uno se aleja en dirección norte con rapidez de 20 m/s y el otro en dirección este con rapidez de 15 m/s ¿En qué tiempo estarán separados 36 km?

a) 18 min b) 24 min c) 36 min
d) 20 min e) 28 min

Problema 04.

María y Maribel parten al mismo tiempo en bicicleta del mismo lugar y en dirección contraria. María va a 7 km/h y Maribel a 5 km/h. Después de 3h de recorrido María da la vuelta, ¿a qué distancia del punto de partida alcanza a Maribel?

a) 106 km b) 105 km c) 126 km
d) 110 km e) 136 km

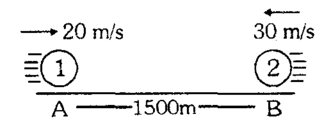
Problema 05.

Un remero navega sobre un río hacía un objeto que está a 72km del punto de partida, y hace el viaje de ida y vuelta en 14 h. Si el tiempo que demora en remar 4 km a favor de la corriente es el mismo tiempo que se demora en remar 3 km en contra la corriente, hallar la rapidez del remero.

a) 10,5 km/h b) 8,5 km/h c) 9 km/h
d) 11 km/h e) 12 km/h

Problema 06.

Los móviles mostrados se mueven respectivamente, con una rapidez constante, ¿Después de que tiempo 1 dista de B, lo mismo que 2 dista de A?



a) 60 s b) 50 s c) 40 s
d) 55 s e) 45 s

Problema 07.

Hacia el norte salen **2** trenes con una rapidez de 80 km/h, cada uno, desfasados 10 min. ¿Con qué rapidez venía otro tren desde el norte; si después de 4 minutos de cruzar con el primero, lo hace con el segundo?

a) 110 km/h b) 120 km/h
c) 80 km/h d) 110 km/h
e) 140 km/h

Problema 08.

Dos viajeros parten al mismo tiempo de A y B, el uno hacia el otro. Al encontrarse, el primero ha recorrido 16km más que el segundo; pero, a partir de este momento, el segundo cuadriplica su rapidez; llegando ambos al mismo tiempo, ¿cuál es la distancia de A a B?

a) 32 km b) 54 km c) 100 km
d) 60 km e) 48 km

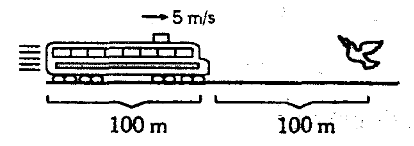
Problema 09.

Un móvil inicialmente fue visto en la posición (2,3) moviéndose sobre una línea recta con velocidad constante, si después de 1 s, se encuentra en la posición (5,7). ¿En que posición se encontrará después de 4 s más?

a) (12,16) b) (14,19) c) (16,21)
d) (18,27) e) (23,17)

Problema 10.

En el gráfico la paloma se dirige a la parte posterior del tren y luego a la parte delantera; determina el tiempo que transcurre hasta que la paloma se encuentra por segunda vez con la parte delantera. Considere que la paloma se mueve horizontalmente y con rapidez constante que es n veces la rapidez del tren.



a) $\frac{10(3n-1)}{n^2+1}$ b) $\frac{15(n+1)}{n^2+1}$ c) $\frac{20(3n-1)}{n^2-1}$
d) $\frac{25(n+1)}{n^2-2}$ e) $\frac{30(3n-2)}{n+1}$

Problema 11.

Con una rapidez de 34 m/s, un auto viaja paralelamente a una gran pared, a una distancia de $10\sqrt{11}\,m$. Si el chofer tocara la bocina del auto, ¿Al cabo de cuánto tiempo el chofer escuchará el eco de ésta? (V sonido = 340 m/s)

a) 9/52 s b) 10/51 s c) 10/61 s
d) 9/41 s e) 7/41 s

Problema 12.

Un automóvil según aumenta o disminuya su rapidez en 20 km/h, gana o pierde 3 horas. ¿Qué distancia recorre el automóvil?

a) 1200 km b) 1100 km c) 1000 km
d) 960 km e) 980 km

Problema 13.

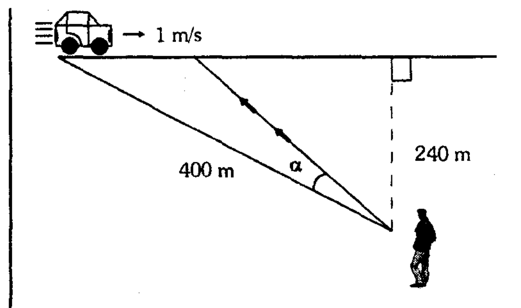
Adolfo desciende por una escalera mecánica detenida, en 4 segundos. Si la esca-

lera se moviera hacia arriba con una velocidad de 2 m/s Adolfo demoraría 6 segundos en descender. ¿Cuál es la longitud de la escalera?

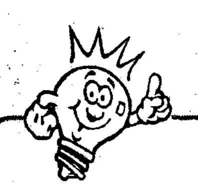
A) 24 m B) 15 m C) 30 m
D) 35 m E) 50 m

Problema 14.

Un carro va por la carretera a 2 m/s. Un hombre se encuentra a 240m de la carretera, y en cierto instante a 400m del carro. ¿En qué dirección indicada por α debe correr el hombre a razón $3\sqrt{2}$ m/s para llegar a encontrarse justamente con el carro? $(0° < \alpha < 90°)$.



a) 37° b) 8° c) 10°
d) 12° e) 15°



¡ RAZONEMOS ¡

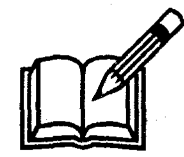
En una caja hay once discos de cartón que llevan impresos los números del 1 al 11. ¿Cuántos discos hay que extraer como mínimo para tener la certeza de tener 2 números que cumplan la igualdad indicada.

$$\sqrt{(?) + (?)} = \begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$$

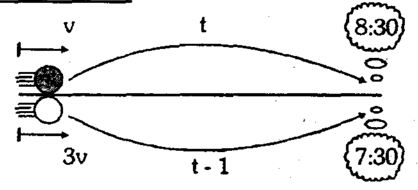
a) 7 b) 6 c) 10 d) 9 e) 8

Móviles

Solucionario



Resolución 01.



Como la distancia es común:

$$\Rightarrow \quad \cancel{v}\,t = 3\cancel{v}\,(t-1)$$

$$t = 3t - 3$$

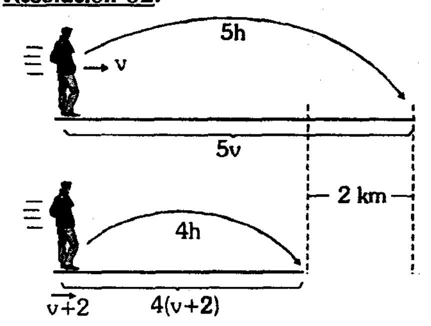
$$3 = 2t$$

$$t = 1\text{ h } 30\text{ min}$$

Sale a las: 8:30 – 1h 30 min = 7:00

∴

Resolución 02.



Del gráfico: $5v = 4(v+2) + 2$

$5v = 4v + 8 + 2$

$v = 10$

∴ Clave c

Resolución 03.

Del enunciado:

NORTE
36000 m
t
20t
t
20m/s
ESTE
15t
15m/s

Aplicando Pitágoras:

$$(15t)^2 + (20t)^2 = 36000^2$$

$$225t^2 + 400t^2 = 36000^2$$

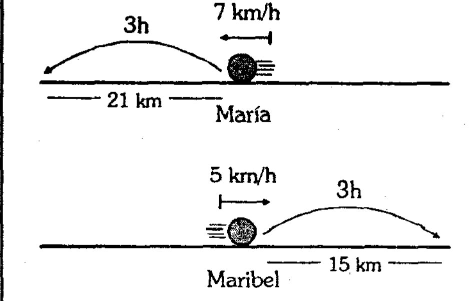
$$t^2 = \frac{36000^2}{625}$$

$$t = \frac{36000}{25} = 1440\text{ s.}$$

$$t = 24\text{min}$$

∴ Clave b

Resolución 04.



Luego de 3h se han separado:

$$21 + 15 = 36 \text{ km.}$$

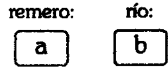
Aplicando tiempo de alcance:

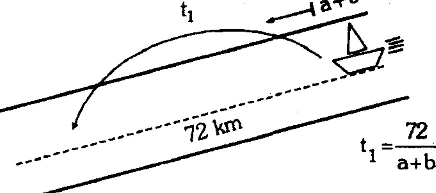
$$t_a = \frac{36 \text{ km}}{7 \text{ km/h} - 5 \text{ km/h}} = 18\text{h}$$

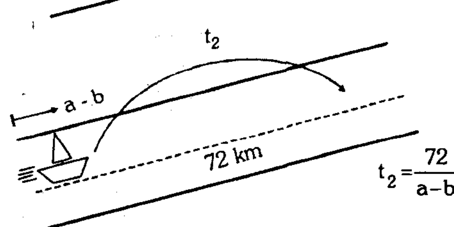
distancia: $7\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 18\text{h} - 21 \text{ km} = 105 \text{ km}$

∴

Resolución 05.

Rapideces: 





$$\frac{72}{a+b} + \frac{72}{a-b} = 14 \ldots (1)$$

Como demora 4 km a favor de la corriente el mismo tiempo que demora en remar 3 km en contra la corriente.

$$t = \frac{d}{v} \Rightarrow \frac{4}{a+b} = \frac{3}{a-b}$$

$$b = a/7 \ldots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\frac{72}{a + a/7} + \frac{72}{a - a/7} = 14$$

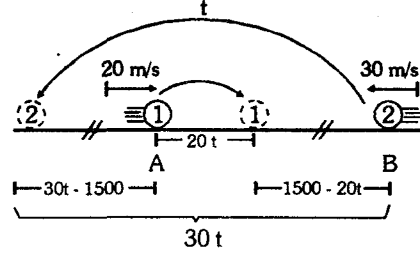
$$\frac{72 \times 7}{8a} + \frac{72 \times 7}{6a} = 14$$

$$a = 10{,}5$$

∴

Resolución 06.

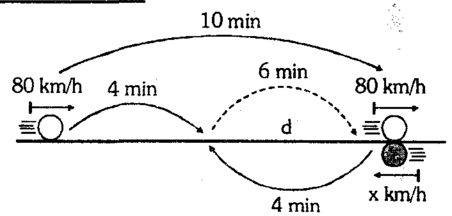
Del enunciado:



$$\Rightarrow \quad 30t - 1500 = 1500 - 20t$$
$$50t = 3000$$
$$t = 60$$

∴ Clave a

Resolución 07.

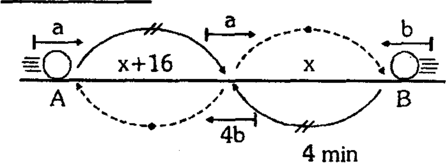


$$d \Rightarrow 6 \text{ min} . 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 4\text{min} . \mathbf{x}\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$480 = 4x$$
$$x = 120$$

∴ Clave b

Resolución 08.



Del gráfico: $\frac{a}{b}=\frac{x+16}{x}$

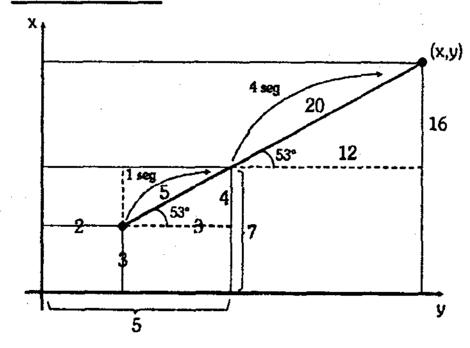
$$\frac{a}{4b}=\frac{x}{x+16}$$

Luego: $\frac{x+16}{x}=\frac{4x}{x+16}\rightarrow x=16$

AB = 32 + 16 = 48 km.

∴ Clave e

Resolución 09.



$\Rightarrow$ x = 16 + 7 = 23 y = 5 + 12 = 17

Posición final (23,17)

∴ Clave e

Resolución 10.

Para que llegue a la parte posterior:

$$t_{encuentro}=\frac{2(100)}{5+5n}=\frac{40}{n+1}$$

Para que de la parte posterior valla a la parte delantera:

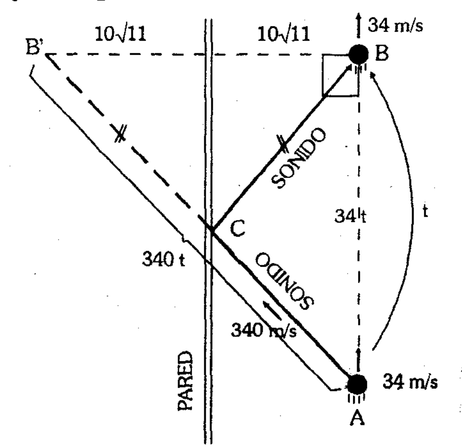
$$t_{alcance}=\frac{100}{5n-5}=\frac{20}{n-1}$$

$$\therefore \text{tiempo}=\frac{40}{n+1}+\frac{20}{n-1}=\frac{20(3n-1)}{n^2-1}$$

∴ Clave c

Resolución 11.

El sonido recorrerá la menor distancia para llegar al chofer:



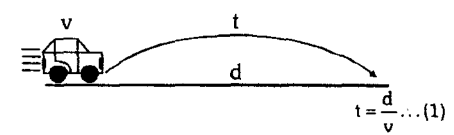
Aplicando Pitágoras:

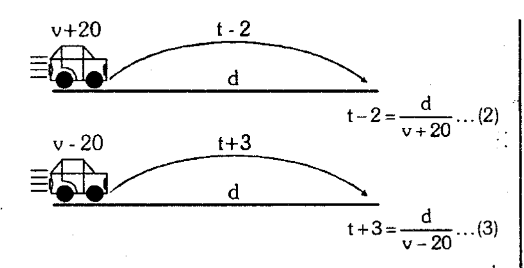
$$(340\,t)^2=(20\sqrt{11})^2+(34\,t)^2$$

$$t=\frac{10}{51}\,s$$

∴ Clave b

Resolución 12.





Restando (1) y (2): $\dfrac{d}{v}-\dfrac{d}{v+20}=2$

Restando (3) y (1): $\dfrac{d}{v-20}-\dfrac{d}{v}=3$

Dividiendo: $\dfrac{\dfrac{d}{v}-\dfrac{d}{v+20}}{\dfrac{d}{v-20}-\dfrac{d}{v}}=\dfrac{2}{3}$

$$\dfrac{\dfrac{\cancel{20}}{\cancel{v}(v+20)}}{\dfrac{\cancel{20}}{(v-20)\cancel{v}}}=\dfrac{2}{3}$$

$$\dfrac{v-20}{v+20}=\dfrac{2}{3}$$

$$3v-60=2v+40$$

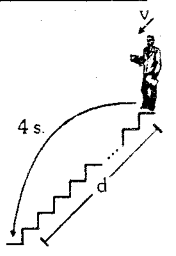
$$v=100\text{ km/h}$$

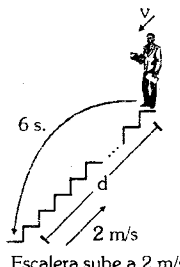
Reemplazando: $\dfrac{d}{100}-\dfrac{d}{120}=2$

$$d=1200\text{ km}$$

$\therefore$

Resolución 13.





En ambos casos la distancia es la misma:

Se resta la velocidad de la escalera

d: $4v = 6(v-2)$

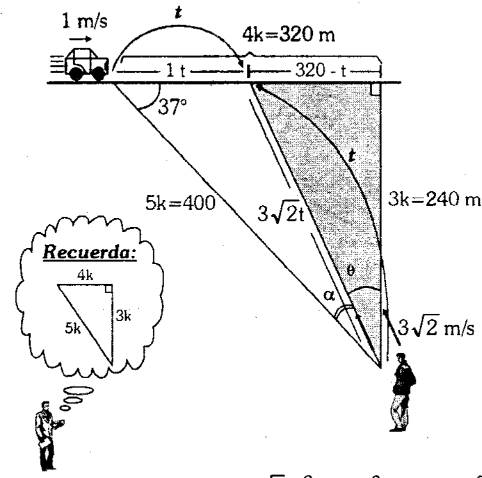
$4v = 6v - 12$

$v = 6$

$d = 4(6) = 24$ m.

$\therefore$ Clave a

Resolución 14.



Aplicando Pitágoras: $(3\sqrt{2}\,t)^2=240^2+(320-t)^2$

$t=80$

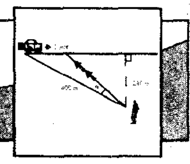
En el gráfico: $\theta = 45°$

↳ $\alpha = 53 - 45 = 8°$

$\therefore$ Clave b

Primera Práctica

Móviles



01 Un automovilista razonaba de la siguiente manera: "Si voy a 100 km/h llegare a mi destino a las 17:00 h; pero si voy a 150 km/h llegará a las 15:00 h. ¿Qué velocidad deberá emplear para llegar a las 16:00 h?

a) 170 km/h b) 100 km/h
c) 125 km/h d) 130 km/h
e) 120 km/h

02 Dos autos separados una distancia de 810 km, salen a encontrarse con velocidades de 45km/h y 54km/h. Si el primero sale a las 05:30h. ¿A qué hora tiene que salir el otro, para llegar al lugar que salió el primero a la misma hora en que el primero llega al segundo lugar.

a) 08:30 b) 11:30 c) 10:28
d) 12:40 e) 09:30

03 En una pista circular de 420 m de longitud, dos corredores pasan simultáneamente por un mismo punto en el mismo sentido y al cabo de 30 minutos uno le saca 2 vueltas de ventaja al otro; pero si pasan en sentido contrario a los 6 minutos se cruzan por segunda vez. ¿Cuál es la rapidez del más lento?

a) 56 m/min b) 52 m/min
c) 54 m/min d) 45 m/min
e) 50 m/min

04 Tres autos se desplazan en una pista circular con velocidades que son proporcionales a 4; 5 y 7 respectivamente. Si la suma de los tiempos que ha tardado cada uno en dar una vuelta a la pista es 2min 46s. ¿Cuál es el tiempo que ha tardado el más veloz en dar una vuelta?

a) 30 s b) 20 s c) 40 s
d) 35 s e) 50 s

05 Un alumno se quiere suicidar y para esto va con su auto con una velocidad constante de 20 m/s directamente contra una pared. Si en un instante de su movimiento toca la bocina y luego de 2 segundos escucha el eco. Calcular la longitud recorrida por el coche desde que tocó la bocina hasta que chocó con la pared.

a) 649 m b) 680 m c) 360 m
d) 320 m e) 340 m

06 Dos ciclistas separados por una distancia de 120km. deben partir a un mismo tiempo, si avanzan en un mismo sentido se encuentran al cabo de 8 h. si lo hacen en sentido contrario,

al cabo de 5 h. La velocidad de uno de ellos es:

a) 6,5 km/h b) 19,5 km/h
c) 7,5 km/h d) 18,5 km/h
e) 12 km/h

07 Renzo y Jimena caminan de Lima hasta Huacho, y acuerdan descansar por cada kilómetro recorrido un número de segundos igual al total de kilómetros recorridos desde el inicio de la caminata. ¿Cuántas kilómetros han recorrido hasta el momento que habían descansado 54 minutos en total?

a) 80 b) 54 c) 81
d) 53 e) 90

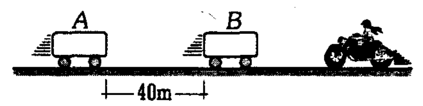
08 Un carro sale de A hacia B a 80 km/h y regresa a 50 km/h después de 16 horas. Si el carro se detuvo en B dos horas y luego 1 hora en el camino de regreso, determinar AB.

a) 845 km b) 422,5 km
c) 320 km d) 400 km
e) 800 km

09 Dos maratonistas están separados por una distancia de 1 030 m. los dos corren al encuentro con velocidades de 65 m/min y 85 m/min, si el primero salió 2 minutos antes que el segundo y si el encuentro se produjo a las 12.00 h. ¿A qué hora se puso a correr el segundo maratonista?

a) 11:54 h b) 11:30 h c) 11:56 h
d) 11:52 h e) 11:50 h

10 Los ómnibus *A* y *B* de 10 m de longitud van a 10 m/s. Si un ciclista se encuentra con el segundo luego de 4 s de haberse encontrado con el primero Halle su rapidez.



a) 5 m/s b) 4 m/s c) 2,5 m/s
d) 2m/s e) 8 m/s

11 Dos móviles con velocidades de 70 km/h y 30 km/h salen simultáneamente de las ciudades "A" y "B", distantes 300 km, para encontrarse. ¿En qué tiempo y a qué distancia de "A" se encontrarán?

a) 3 h y 210 km b) 4h y 320 km
c) 2h y 100 km d) 5h y 150 km
e) 1h y 100 km

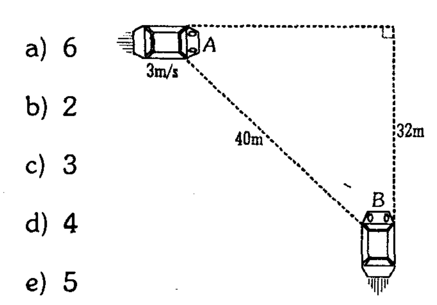
12 Un ciclista que se desplaza a una velocidad de 40 km/h, empieza a perseguir a un peatón que le lleva 90 km de ventaja. ¿Al cabo de cuántas horas el ciclista alcanzará al peatón, si la velocidad de éste es de 10 km/h?

a) 7 horas b) 2 horas c) 3 horas
d) 8 horas e) 5 horas

13 Un tren para atravesar un túnel de 1 200 pies de longitud, tarda 70s y en pasar delante de un observador tarda 20 s. ¿Cuál es la longitud del tren?

a) 360 pies b) 480 pies
c) 720 pies d) 240 pies
e) 420 pies

14 Si luego de 12 s los móviles estarán separados 20 m. Halle la rapidez.



a) 6
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

15 Una lancha va en 6h de "A" a "B" río abajo y demora 30 h en regresar de "B" hacia "A" río arriba. Una balsa que se deja llevar por el río de "A" a "B" ¿En cuánto tiempo llegaría?

a) 12 h b) 15 h c) 16 h
d) 10 h e) 18 h

16 Dos trenes marchan en sentido contrario y sobre vías paralelas con velocidades de 13 y 23 Km/h respectivamente. Un pasajero ubicado en el segundo tren. Calculó que el primero demoró en pasarle 3 segundos. ¿Cuál es la longitud de este último tren?

a) 30 m b) 40 m c) 100 m
d) 80 m e) 20 m

17 Diariamente Rocío sale del colegio a las 13 h y su papá la recoge puntualmente en la puerta para llevarla a casa, un día Rocío salió a las 12h 40min. y fue caminando al encuentro de su papá, éste la recogió en el camino y llegaron a casa 24 minutos antes que de costumbre. ¿Cuánto tiempo estuvo caminando Rocío antes de ser recogida?

a) 8 min b) 16 min c) 48 min
d) 20 min e) 24 min

18 Dos nadadores se lanzan simultáneamente de las orillas opuestas de un río y se cruzan a 12m de la orilla más próxima. Tras llegar a sus destinos inmediatamente regresan cruzándose esta vez a 6 m de la otra orilla. En cada momento ellos nadan con rapidez uniforme. Calcular el ancho del río.

a) 20 m b) 30 m c) 18 m
d) 26 m e) 32 m

19 Juan y Pedro están en orillas opuestas de un lago y comienzan a remar al mismo tiempo. La velocidad de cada uno es constante, cuando se cruzan, están a 60 metros de la orilla izquierda. Continúan remando, llegan a la costa, se vuelven y reman nuevamente, esta vez se cruzan a 38 metros de la orilla derecha. ¿Qué ancho tiene el lago?

a) 98 m b) 120 m c) 139 m
d) 140 m e) 142 m

20 Dos móviles, con velocidades de 30 y 20 km/h parten simultáneamente y de un mismo punto, por una misma vía; pero con sentidos opuestos, al cabo de 12 h. de marcha, ambos regresan en forma simultánea. Si al regresar al segundo triplica su velocidad, y el primero le duplica, ¿Cuánto tiempo

tendrá que esperar en el punto de partida a que llegue el primer móvil?

a) 4 horas b) 6 horas c) 2 horas
d) 3 horas e) 5 horas

21 Todos los días sale de A hacia B un ómnibus con una rapidez de 80 km/h, éste se cruza siempre a las 11:00 a.m. con un auto que viene de B con una rapidez de 70 km/h. Cierto día el ómnibus que sale de A encuentra al auto a las 12:45 p.m. ¿A qué hora se malogró dicho auto?.

a) 9:00 a.m. b) 7:00 a.m.
c) 6:00 a.m. d) 10:00 a.m.
e) 8:00 a.m.

22 Dos autos separados 250 m. salen simultáneamente con rapideces constantes de 30 m/s y 20 m/s para luego encontrarse en el punto A. Si el segundo auto demorase 2 segundos en salir, se encontraría con el otro auto "d" metros antes de A. Halle "d".

a) 150 b) 24 c) 120
d) 80 e) 50

23 Un tren de 120 m de largo marcha con velocidad constante de 50m/s. En que tiempo cruza un túnel de 180 m de largo.

a) 5s b) 4s c) 3s
d) 6s e) 7s

24 "Jayo" sale de su casa todos los días a la misma hora y llega a su centro de trabajo a las 8:00 a.m. Un día salió atrasado 20 minutos, y duplica su rapidez, llegando aún así tarde 8 minutos. ¿Cuánto tiempo emplea normalmente en llegar a su centro de trabajo?

a) 18 min. b) 24 min. c) 12 min.
d) 36 min. e) 16 min.

25 Un hombre dispara un rifle sobre un blanco. Dos segundos después de disparar oye el sonido de la bala al dar en el blanco, si la velocidad del sonido es 340 m/s y la velocidad de la bala es 510 m/s. ¿A qué distancia está el blanco?

a) 425 m b) 850 m c) 408 m
d) 688 m e) 1 020 m

26 Dos móviles parten de los puntos A y B distantes 900 km. en sentidos contrarios. Suponiendo que se encuentran en un punto "E" y que a partir de ese momento uno demora 4h. en llegar a "B" y el otro demora 16 h. en llegar a "A". Hallar la rapidez del más veloz.

a) 70 km/h b) 80 km/h c) 85 km/h
d) 75 km/h e) 60 km/h

27 Un asaltante después de robar en un banco huye en un auto a razón de 80 km/h. Un policía empieza a perseguirlo después de 15 minutos. ¿A qué velocidad viajó el policía, si capturó al asaltante después de 50 minutos de persecución?

a) 110 km/h b) 120 km/h
c) 100 km/h d) 160 Km./h
e) 104 Km./h

28 Un microbús parte de Lima a las 6 a.m. y llega a Chimbote a las 4 p.m., otro parte de Chimbote a las 7 a.m. y llega a Lima a las 3 p.m. si la distancia entre Lima y Chimbote es 400 km ¿A qué hora se encontraron por el camino?

a) 11 a.m. b) 1 p.m.
c) 12 m d) 12:30 p.m.
e) 1:30 p.m.

29 Dos autos M y N están estacionados y entre ellos hay una distancia de 300 m. Los dos autos parten simultáneamente en la misma dirección y después de 1 min. 48 seg. M alcanza a N. Si la suma de las distancias recorridas por los dos autos hasta el punto de alcance fue de 2700 m, entonces la velocidad de M fue de:

a) 45 km/h b) 40 km/h c) 60 km/h
d) 30 km/h e) 50 km/h

30 Un automóvil parte de A hacia B, a la velocidad de 12 km/h, en el mismo instante un peatón sale de B hacia A con una velocidad de 4 km/h. En el momento del encuentro el peatón sube al automóvil y vuelve a su casa, mira el reloj y observa que ha tardado una hora menos en la vuelta que en la ida. ¿Cuántos km. mide la distancia $\overline{AB}$?

a) 20 b) 36 c) 18
d) 24 e) 50

31 Un peatón recorre 23 km en 7 horas; los 8 primeros con una velocidad superior en 1 km a la velocidad del resto del recorrido. Calcular la velocidad con que recorrió el primer trayecto.

a) 2 km/h b) 3 km/h c) 4 km/h
d) 5 km/h e) 6 km/h

32 Pedro parte de la ciudad A y viaja hacia la ciudad B. Marco hace lo mismo 4 horas después que parte Pedro, pero a una velocidad mayor que la de Pedro en 15 km/h y lo encuentra al cabo de 12 horas y a 80 km de B. Hallar la distancia entre las dos ciudades.

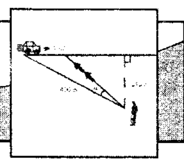
a) 260 km b) 800 km c) 600 km
d) 340 km e) 500 km

33 Dos ciclistas recorren una pista circular, el primero da la vuelta en 18 min, y el segundo en 15 min. Si ambos parten en el mismo sentido y simultáneamente de un mismo punto, ¿dentro de cuánto tiempo volverán a encontrarse por primera vez en el punto de partida?

a) 80 min b) 90 min c) 100 min
d) 110 min e) 65 min

Segunda Práctica

Móviles



01 Un campesino va caminando de su casa a su chacra. Parte a medianoche y recorre 70 m cada minuto. En cierto trecho de camino sube a la moto de un amigo que había partido del mismo lugar a las cero horas 20 minutos con la velocidad de 150 m por minuto. El campesino llega a su destino 20 minutos antes que si hubiese continuado andando. Calcular la distancia entre la casa y la chacra.

a) 5450 m b) 5250 m c) 4500 m
d) 4250 m e) 6000 m

02 Dos coches parten al mismo tiempo, uno, de "A" en dirección a "B" y el otro de "B" con dirección a "A". Cuando se encontraron el primero había recorrido 36 km. más que el segundo, a partir de este momento (en que se encontraron) el primero tardó una hora en llegar a "B" y el segundo 4 h en llegar a "A". Calcular la distancia AB.

a) 70 km b) 90 km c) 124 km
d) 108 km e) 150 km

03 Dos motociclistas recorren en el mismo sentido una pista circular de 6 km. a velocidad de 40 m/s y 30 m/s, el primero parte con un minuto de adelanto. ¿Al cabo de qué tiempo de haber partido el más veloz, se encontrarán en el mismo punto?

a) 12 min b) 7 min c) 8 min
d) 9 min e) 10 min

04 Dos ciclistas parten al mismo tiempo de dos puntos A y B distantes 320 km. uno de A con dirección a B, y el otro de B con dirección a A; el primero recorrió 8 km. más por hora que el segundo y el número de horas que tardarían en encontrarse está representado por la mitad del número de kilómetros que el segundo recorrió en una hora. ¿Cuál es la distancia recorrida por cada ciclista en el momento de encontrarse?

a) 200 y 120 b) 280 y 100
c) 180 y 140 d) 192 y 128
e) 10 y 200

05 Un remero que rema a una velocidad constante, remonta un río que fluye a una velocidad también constante. Al pasar bajo un puente, pierde su sombrero, se da cuenta de la pérdida media hora más tarde, da entonces media vuelta y recupera su sombrero a 1 kilómetro más abajo que el puente ¿Cuál es la velocidad de la corriente?

a) 1/2 b) 1 c) 2

d) 3/2 e) 4

06 Dos móviles van en el mismo sentido, uno tiene 3 veces la velocidad del otro y se encuentra separados 60 km, y luego de 2 horas se triplica la distancia. Hallar la velocidad mayor.

a) 30 km/h b) 120 km/h
c) 45 km/h d) 75 km/h
e) 90 km/h

07 Karol y José están en orillas opuestas de una piscina y comienzan a nadar al mismo tiempo, la velocidad de cada uno es constante. Cuando se cruzan por primera vez se encuentran a 18 m de la orilla izquierda, continúan nadando, llegan a las orillas opuestas y vuelven, esta vez se cruzan a 10 m de la orilla derecha. ¿Qué ancho tiene la piscina?

a) 54 m b) 44 m c) 30 m
d) 64 m e) 35 m

08 Adolfo se acerca en su auto hacia una pared, tocando la bocina durante 1s, si escucha el eco durante $\frac{17}{18}$s ¿Cuál es la rapidez del auto?

a) 10 m/s b) 20 m/s c) 30 m/s
d) 40m/s e) 50m/s

09 A las 9 a.m. dos peatones "A" y "B" parten de un mismo punto y en un mismo sentido con velocidad de 4 y 6 k/h respectivamente. A las 11 a.m. parte un peatón "C" del mismo punto de partida de "A" y "B" con una velocidad de 10 k/h ¿Qué tiempo transcurrirá entre el instante que se cruza con "A" y el instante que se cruza con "B"?

a) 5/3 h b) 2 h c) 4/5 h
d) 4/3 h e) 2/3 h

10 Un tren sale de la estación "A" a las 7 a.m. con una velocidad de 36 Km/h. A las 7 h 05 min. disminuye su velocidad en 16 Km/h recorriendo con esta 2 Km. para finalmente marchar a la mitad de la velocidad primitiva, llegando a la estación "B" a las 7 h 21 min. el tren se detuvo 5 min. en este último tramo para revisar posibles averías. Calcular la distancia AB.

a) 8,5 Km. b) 5,5 Km. c) 6,5 Km.
d) 7,5 Km. e) 8,3 Km.

11 Justo en el mismo momento en que el tren sale de la estación, un pasajero empieza a caminar desde el furgón de cola hacia la máquina. Al llegar a la máquina da media vuelta y emprende el regreso al furgón de cola, cuando llega a éste el tren ha recorrido 6 Km. Si se sabe que la velocidad del tren es de 60 Km/h y la del hombre es 3 Km/h. ¿Cuál es la longitud del tren?

a) 120 m. b) 180 m. c) 150 m.
d) 100 m. e) 300 m.

12 Una tripulación emplea 3 horas en remar 16 Km. río abajo y regresar. El tiempo empleado en remar 2 Km. río arriba es el mismo que remar 4 Km.

río abajo. Hallar la velocidad del bote y del río respectivamente.

a) 16 Km/h; 8 Km/h
b) 12 Km/h; 4 km/h
c) 12 Km/h; 6 Km/h
d) 6 Km/h; 12 Km/h
e) 10 Km/h; 4 Km/h

13 Un tren demora 7 segundos en pasar delante de un observador y 27 segundos en pasar completamente por una estación de 300 m. de largo. Calcular la longitud del tren y su velocidad.

a) 20m/s; 105 m. b) 15m/s; 210 m
c) 15m/s; 105 m. d) 30m/s; 105 m.
e) 15m/s; 140 m.

14 Un peatón partió de A con dirección a B con una velocidad de 6 Km/h. Después de haber recorrido 4 Km. fue alcanzado por un vehículo que salió de "A" 30 minutos más tarde. Después de haber recorrido el peatón 8 Km. más encontró por segunda vez el vehículo que regresaba de B (en B el vehículo descanso 15 min.). Calcular la distancia de AB.

a) 18 Km. b) 21 Km. c) 24 Km.
d) 20 Km. e) 22 Km.

15 Un tren tarda 8 segundos en pasar delante a un observador y 38 segundos en cruzar un puente de longitud "E". Sabiendo que si aumentamos la velocidad del tren en 6 Km/h más, tardaría en cruzar delante de otro observador 6 segundos. De acuerdo a los datos anteriores. Hallar el valor veritativo de las siguientes proposiciones:

I. La longitud del puente es 150 m.
II. La longitud del tren es 40 m.
III. La velocidad del tren es 18 Km/h.

a) VVF b) VFV c) VFF
d) FVV e) VVV

16 Un ingeniero trabaja en un yacimiento minero que se encuentra en las cercanías de la ciudad. Cada vez que llega el tren a la estación ferroviaria venia el coche de la empresa minera que conducía al ingeniero a su trabajo. Cierto día el ingeniero llegó a la estación media hora antes de lo habitual y sin esperar el coche fue a pie a dicho yacimiento, en el camino encontró al coche subió y llegó al yacimiento 8 minutos antes de lo normal. ¿Cuánto tiempo caminó el ingeniero antes de encontrar al coche?

a) 26 min. b) 22 min. c) 20 min.
d) 14 min. e) 24 min.

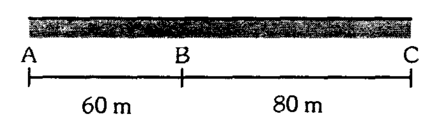
17 El sonido recorre en el agua 1 440 m/s y en el aire 360 m/s. Calcular la distancia a la que se encontraba un buque de la orilla, si un observador calculó que una explosión del buque demoró en llegar 7,5 segundos más por aire que por agua.

a) 5040 m. b) 4320 m.
c) 5760 m. d) 3600 m.
e) 2880 m.

18 Un avión provisto de un radio de 60km. de alcance parte del Callao al encuentro de un vapor cuya velocidad es la quinta parte de la suya (avión). Cuando sus mensajes alcanzan al vapor responde éste que llegará al Callao dentro de 15 horas. El avión regresa inmediatamente y puede anunciar la noticia al Callao por medio de su radio cinco horas después de su partida del Callao. Determinar la velocidad del vapor.

a) 72 Km/h b) 30 Km/h
c) 36 Km/h d) 60 Km/h
e) 48 Km/h

19 Tres ciudades A, B y C se encuentran en la misma vía como muestra la figura. Dos móviles parten simultáneamente, uno de A y otro de B con una rapidez de 5 m/s y 6 m/s, respectivamente ¿Dentro de cuánto tiempo equidistarán de C?



a) 15 s b) 20 s c) 24 s
d) 25 s e) 30 s

20 Un ciclista está viajando con una rapidez de 36 km/h y faltando 6 000 m para llegar a su destino se malogra su bicicleta y luego tiene que viajar a 54 km/h para llegar en el tiempo previsto. ¿Cuánto tiempo empleó en arreglar su bicicleta?

a) 100 s b) 150 s c) 200 s
d) 250 s e) 300 s

21 Un estudiante aborda todos los días y a la misma hora un microbús, para llegar a su centro de estudios a las 7:45 a.m. El día de hoy perdió su autobús teniendo que abordar el siguiente, 10 minutos después y cuya rapidez es la mitad de la del microbús anterior, si llego a las 8:09 a.m. ¿a qué hora llega habitualmente el microbús al paradero donde sube el estudiante?

a) 7:40 a.m. b) 7:22 a.m.
c) 7:28 a.m. d) 7:31 a.m.
e) 7:37 a.m.

22 Un tren tarda un tiempo de a segundos en cruzar completamente a otro tren, de 200 m de longitud, que va a su encuentro. ¿Qué longitud, en metros, tiene el primer tren, si la rapidez de ambos es de 20 m/s y 30 m/s respectivamente?

a) 50a – 200 b) 50a + 100
c) 50a + 200 d) 50a
e) 200

23 Una persona ubicada entre dos montañas emite un grito y recibe el primer eco a los tres segundos y el siguiente a los 3,6 segundos. ¿Cuál es la separación entre las montañas?
(Vsonido = 340 m/s).

a) 262 m b) 648 m c) 972 m
d) 1 122 m e) 1 536 m

24 Dos coches parten al mismo tiempo, uno de "A" en dirección a "B" y el otro de "B" con dirección a "A". Cuando se encontraron el primero había recorrido 36 km. más que el segundo, a partir de este momento (en que se encontraron) el primero tardó una hora en llegar a "B" y el segundo 4 h en llegar a "A". Calcular la distancia AB.

a) 70 km. b) 90 km. c) 124 km.
d) 108 km. e) 150 km.

25 De los puntos A y B parten al mismo tiempo al encuentro uno del otro, un transeúnte y un ciclista. Después de su encuentro, el transeúnte continúa su camino hacia B, mientras que el ciclista vuelve atrás y se dirige también hacia B. El transeúnte, que partió de A, llega a B "t" horas más tarde que el ciclista. ¿Cuánto tiempo pasó hasta el primer encuentro del transeúnte con el ciclista, si se sabe que la velocidad del transeúnte es k veces la del ciclista?

a) t/k b) (t – 1)/(k – 1)
c) (t + 1)/(k + 1) d) t/(k – 1)
e) kt/(1 – k)

26 Dos ciclistas parten al mismo tiempo de dos puntos A y B distantes 320 km. uno de A con dirección a B, y el otro de B con dirección a A; el primero recorrió 8 km. más por hora que el segundo y el número de horas que tardarían en encontrarse está representado por la mitad del número de kilómetros que el segundo recorrió en una hora. ¿cuál es la distancia recorrida por cada ciclista en el momento de encontrarse?

a) 200 y 120 b) 280 y 100
c) 180 y 140 d) 192 y 128
e) 10 y 200

27 Un bote recorre un lago a 18 k/h y demora 1/4 h menos que cuando recorre el lago a 12 k/h ¿Qué longitud tiene el lago?

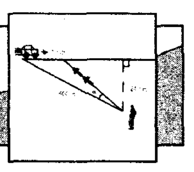
a) 8 km b) 6 km c) 9 km
d) 12 km e) 15 km

28 Un ciclista que se desplaza a una velocidad de 40 k/h, empieza a perseguir a un peatón que le lleva 90 km de ventaja. ¿Al cabo de cuántas horas el ciclista alcanzará al peatón, si la velocidad de éste es de 10 k/h?

a) 7 h b) 2 h c) 3 h
d) 8 h e) 5 h

Tercera Práctica

Móviles



01 Un estudiante aborda todos los días un microbús para llegar a su clase a las 8:00 a.m., pero hoy perdió el microbús y tomó otro que pasó 10 minutos después del primero y arribó en el doble del tiempo normal, llegando a las 8:24 a.m. ¿A qué hora partió?

a) 7:50 b) 7:51 c) 7:55
d) 7:56 e) 7:59

02 Un peatón recorre 23 km en 7 horas; los 8 primeros con una velocidad superior en 1 km a la velocidad del resto del recorrido. Calcular la velocidad con que recorrió el primer trayecto.

a) 2 k/h b) 3 k/h c) 4 k/h
d) 5 k/h e) 6 k/h

03 Un niño ha estado caminando durante 14 horas. Si hubiera caminado una hora menos, con una velocidad mayor en 5 k/h, habría recorrido 5 km menos. ¿Cuál es su velocidad?

a) 60 k/h b) 70 k/h c) 80 k/h
d) 50 k/h e) 40 k/h

04 Un ciclista va a 3 m/s; si faltando 60 m para llegar a su destino se malogra su vehículo y luego tiene que ir a 5 m/s para llegar al tiempo previsto. ¿Cuánto tiempo duró la compostura?

a) 7 s b) 6 s c) 8 s
d) 9 s e) 10 s

05 Dos ciclistas separados por una distancia de 240 km deben partir al mismo tiempo. Si van en el mismo sentido, uno alcanza al otro al cabo de 8 h, pero si lo hacen en sentidos opuestos, se encontrarán al cabo de 5 h. ¿Cuál es la rapidez de cada uno?

a) VA = 38; VB = 9
b) VA = 39; VB = 8
c) VA = 25; VB = 5
d) VA = 39; VB = 9
e) VA = 30; VB = 6

06 Un obrero y su hijo trabajan en una misma fábrica, el hijo de su casa a la fábrica emplea 30 minutos y el padre 40 minutos. ¿En cuántos minutos alcanzará el hijo a su padre si éste sale 8 minutos antes?

a) 18 min b) 24 min c) 6 min
d) 12 min e) 15 min

07 Nancy y Luis se dirigen con velocidades constantes al encuentro uno del otro y hasta que lo consiguen Nancy recorrió 180 km y Luis 120 km. Si quisieran encontrarse en el punto medio del camino que los separa Nancy tendría que salir 2,5 horas después

que haya salido Luis, ¿Cuál es la velocidad de Luis?

a) 30 k/h b) 50 k/h c) 40 k/h
d) 80 k/h e) 20 k/h

08 Un peatón partió de "A" con dirección a "B" con una rapidez de 6 k/h; después de haber recorrido 4 km fue alcanzado por un vehículo que salió de "A" 30 minutos más tarde y luego de recorrer 8 km más, encuentra por segunda vez al vehículo que regresaba de "B" donde descansó 15 minutos. Calcule la distancia de "A" a "B".

a) 20 km b) 21 km c) 19 km
d) 15 km e) 25 km

09 Un alumno en su auto se dirige hacia una pared con una velocidad constante de 72 k/h. En un instante toca la bocina y luego de 2 segundos escucha el eco. Calcular la longitud recorrida por el auto desde que tocó la bocina hasta que chocó con la pared.

a) 340 m b) 270 m c) 320 m
d) 360 m e) 380 m

10 Un niño escapó de su casa, dos horas después, fue el padre en su búsqueda y 5 horas después de haber salido el padre, salió la madre al encuentro de los dos. Padre, madre e hijo caminaron a razón de 8; 6 y 4 k/h respectivamente. En el momento que el padre encontró al hijo, volvió con él a su casa a 4 k/h. ¿A qué distancia de la casa encontraron a la madre?

a) 2,4 km b) 31/4 km c) 8/5 km
d) 5,3 km e) 12/7 km

11 La llegada normal de un ómnibus a su terminal es a las 8 am. cierto día llegó con 20 minutos de adelanto porque antes de llegar, el conductor había incrementado instantáneamente su velocidad en 50% ¿A qué hora sucedió este incremento de velocidad?

a) 5:00am b) 6:00am C) 6:30am
d) 7:00am e) 6:40am

12 A las 9 a.m. dos peatones "A" y "B" parten de un mismo punto y en un mismo sentido con velocidad de 4 y 6 k/h respectivamente. A las 11 a.m. parte un peatón "C" del mismo punto de partida de "A" y "B" con una velocidad de 10 k/h ¿Qué tiempo transcurrirá entre el instante que se cruza con "A" y el instante que se cruza con "B"?

a) 5/3 h b) 2 h c) 4/5 h
d) 4/3 h e) 2/3 h

13 Un auto sale de Huancayo a las 4 p.m. y llega a Lima, al día siguiente, a las 2 a.m.; otro auto sale de la misma ciudad a las 6 p.m. y llega a las 0:00 horas. ¿A qué hora el segundo auto alcanzó al primero?

a) 8 p.m. b) 9 p.m. c) 10 p.m.
d) 1 a.m. e) 2 a.m.

14 Una persona sale de su casa todos los días a la misma hora y llega a su cen-

tro de trabajo a la hora exacta. Un día salió atrasado 25 minutos y duplica su rapidez, pero aún así llegó 10 minutos tarde ¿Cuántos minutos demora en llegar a su trabajo normalmente?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 35 e) 25

15 Dos autos parten del norte hacia el sur con un intervalo de 2 horas a 90 km/h cada uno. Un tercer vehículo que marcha de sur a norte se cruza con los dos anteriores con un intervalo de 1 h 12 minutos. ¿Qué rapidez está llevando el tercer vehículo?

a) 30 km/h b) 60 Km/h
c) 90 km/h d) 62 km/h
e) 100 km/h

16 Con una velocidad de 8 m/s, un maratonista se acerca frontalmente hacia una gran pared, si cuando el maratonista está a 174 m de la pared, emite un grito ¿Al cabo de qué tiempo el maratonista escuchará el eco? Considere que la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

a) 2 s b) 3 s c) 1 s
d) 1,5 s e) 2,5 s

17 Dos obreros, uno viejo y otro joven, viven en un mismo apartamento y trabajan en la misma fábrica. El joven va desde la casa a la fábrica en 20 minutos; el viejo, en 30 minutos ¿En cuántos minutos alcanzará el joven al viejo andando ambos a su paso normal, si éste sale de casa 5 minutos antes que el joven?

a) 15' b) 10' c) 20'
d) 12' e) 18'

18 Nataly normalmente termina sus clases a las 19h y a esa misma hora es recogida por su padre, que llega en su auto para llevarla a casa. Pero un día, salió a las 18h y se fue, sin perder tiempo, con dirección a su casa. Se encontró por el camino con su padre y llegó junto con él a su casa 36 minutos antes de lo acostumbrado. ¿Qué tiempo en minutos, estuvo caminando Nataly?

a) 42 b) 36 c) 60
d) 50 e) 18

19 Dos autos arrancando del mismo punto viajaron en direcciones opuestas. La velocidad de uno fue 80 km/h y del otro 70 km/h ¿En cuántas horas se apartarán 375 km?

a) 2 h b) 2,5 h c) 3 h
d) 4,5 h e) 4 h

20 Abel salió en su carro con una velocidad de 40 km/h, dos horas después, María salió del mismo lugar. Ella manejó por la misma carretera a 50 km/h. ¿Cuántas horas ha manejado María cuando se encontró a Abel?

a) 5 h b) 8 h c) 7 h
d) 9 h e) 10 h

21 Una lancha puede viajar a 20 km/h en aguas tranquilas, y puede navegar a 36 km; a favor de la corriente en el mismo tiempo que viaja río arriba 24 km ¿Cuál es la velocidad de la corriente?

a) 2 km/h b) 3 km/h c) 4 km/h
d) 5 km/h e) 6 km/h

22 Dos motociclistas que recorren una pista circular, se encuentran cada 20 minutos cuando recorren en sentido contrario y cada 30 minutos cuando lo hacen en el mismo sentido. ¿Cuánto tarda cada uno en dar toda la vuelta a la pista?

a) 12 min y 60 min
b) 24 min y 140 min
c) 24 min y 120 min
d) 18 min y 140 min
e) 24 min y 90 min

23 Un bote navega por un río; si el motor lo impulsa con una rapidez que es la mitad de la que tiene la corriente del río, ¿Qué ángulo respecto de la corriente debe mantener el bote para cruzar el río y ser arrastrado lo menos posible?

a) 75° b) 60° c) 75°
d) 90° e) 150°

24 Dos móviles, con velocidades de 30 y 20 km/h parten simultáneamente y de un mismo punto por una misma vía; pero con sentidos opuestos, al cabo de 12 h. de marcha, ambos regresan en forma simultánea. Si al regresar el segundo triplica su velocidad, y el primero le duplica ¿Cuánto tiempo tendrá que esperar en el punto de partida a que llegue el primer móvil?

a) 4 h b) 6 h c) 2 h
d) 3 h e) 5 h

25 Una lancha que navega río abajo luego de 30 min de haber dejado atrás a una balsa da la vuelta encontrándose por segunda vez con ella a 2 *km* del lugar en que se encontraron por primera vez; determine la rapidez de la corriente del río.

a) $\frac{5}{6}m/s$ b) $\frac{5}{9}m/s$ c) $\frac{7}{8}m/s$
d) $\frac{8}{7}m/s$ e) $\frac{9}{4}m/s$

26 En los vértices de un triángulo equilátero de lado L se encuentran 3 insectos, ellos se mueven con rapidez v. El primero mantiene invariable su curso hacia el segundo, el segundo hacia el tercero y el tercero hacia el primero, ¿pasados cuantos segundos se encontrarán?

a) L/V b) $5L/V$ c) $2L/3V$
d) $4V/L$ e) $5V/3L$

27 Dos móviles A y B separados 24 m. parten simultáneamente al encuentro con velocidades de 3 m/s y 5 m/s respectivamente. Después de qué tiempo los separa 72 m.

a) 8 s b) 10 s c) 6 s
d) 12 s e) 9 s

28 Dos coches parten de un punto y se alejan en direcciones perpendiculares con velocidades de 30 y 40 m/s ¿En qué tiempo estarán separados 24 km?

a) 10 min b) 9 min c) 8 min
d) 7 min e) 12 min

29 Dos autos pasan por un mismo punto y se mueven en el mismo sentido con velocidades de 40 m/s y 20 m/s. Delante de ellos a 900 m hay un árbol. ¿Después de qué tiempo los móviles equidistarán del árbol?

a) 28 s b) 45 s c) 32 s
d) 30 s e) 15 s

30 Un camino de A a B consta de una subida y una bajada; un peatón que se dirige de A a B pasa todo el camino en 13 h y en el camino de regreso demora 1 h menos. Si la subida va a 2 km/h y la bajada a 3 km/h ¿Cuál es la longitud del camino?

a) 12 km b) 18 km c) 32 km
d) 20 km e) 30 km

31 Dos autos parten del norte hacia el sur con un intervalo de 2 horas a 90 km/h cada uno. Un tercer vehículo que marcha de sur a norte se cruza con los dos anteriores con un intervalo de 1 h 12 minutos. ¿Qué rapidez está llevando el tercer vehículo?

a) 30 km/h b) 60 Km/h
c) 90 km/h d) 62 km/h
e) 100 km/h

32 Una lancha puede viajar a 20 km/h en aguas tranquilas, y puede navegar a 36 km; a favor de la corriente en el mismo tiempo que viaja río arriba 24 km ¿Cuál es la velocidad de la corriente?

a) 2 km/h b) 3 km/h c) 4 km/h
d) 5 km/h e) 6 km/h

33 Dos motociclistas que recorren una pista circular, se encuentran cada 20 minutos cuando recorren en sentido contrario y cada 30 minutos cuando lo hacen en el mismo sentido. ¿Cuánto tarda cada uno en dar toda la vuelta a la pista?

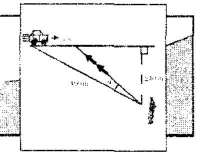
a) 12 min y 60 min
b) 24 min y 140 min
c) 24 min y 120 min
d) 18 min y 140 min
e) 24 min y 90 min

34 Un bote navega por un río, si el motor lo impulsa con una rapidez que es la mitad de la que tiene la corriente del río. ¿Qué ángulo respecto a la corriente debe mantener el bote al cruzar el río para que sea arrastrado lo menos posible.

a) 30° b) 60° c) 75°
d) 90° e) 15°

Cuarta Práctica

Móviles



01 Todos los días una persona sale de su casa a la misma hora, y llega a su trabajo a las 8 horas 30 minutos. Cierto día triplicó su rapidez y llegó a las 7 horas 30 minutos. ¿A qué hora sale normalmente de su casa?

a) 7 horas 10 min. b) 7 horas 5 min.
c) 7 horas d) 6 horas 45 min.
e) 6 horas 30 min.

02 En una carrera el atleta que va en primer lugar corre a razón de 2*km/h* y le lleva una ventaja de 20*km*. al que va en segundo lugar, pero este logra alcanzarlo en 2 horas. Calcular la rapidez del atleta que iba en el segundo lugar.

a) 8 *km/h* b) 10 *km/h* c) 12 *km/h*
d) 11 *km/h* e) 9 *km/h*

03 Una persona ha estado caminando durante 5 horas. Si hubiera caminado una hora menos con una rapidez mayor en 2 *km/h*, habría recorrido 2 *km* menos. ¿Cuál es su rapidez?

a) 12 *km/h* b) 8 *km/h* c) 10 *km/h*
d) 16 *km/h* e) 7 *km/h*

04 Dos móviles parten de un mismo punto, uno se aleja en dirección norte con rapidez constante de 20 *m/s* y el otro en dirección este con rapidez constante de 15 *m/s*. ¿En qué tiempo estarán separados 36 *km*?

a) 18 *min* b) 24 *min* c) 36 *min*
d) 20 *min* e) 28 *min*

05 María planifica viajar 120 *km* en auto a una cierta rapidez y calcula que si aumenta dicha rapidez en 10 *km/h*, llegará a su destino 2 horas antes de lo previsto. Si se decide por esta opción, ¿a qué rapidez viajó?

a) 15 *km/h* b) 30 *km/h* c) 25 *km/h*
d) 35 *km/h* e) 45 *km/h*

06 Orlando para visitar a su amigo hace el siguiente recorrido, avanza $20\sqrt{2}$ *km*. en dirección noreste, luego 60 *km* al este y finalmente 80 *km* al sur. ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra?

a) $160\sqrt{2}$ *km* b) 160 *km*
c) 130 *km* d) 100 *km*
e) 120 *km*

07 Dos ciclistas de los cuales uno es más veloz que el otro en 2 *m/s*, parten de un mismo punto y corren en sentido contrario en una pista circular de 300*m*. Si se encuentran 20 segundos después, hallar la rapidez del más veloz en *m/s*.

a) 6,5 b) 7 c) 7,5
d) 8,5 e) 9

08 Armando ha recorrido los 3/7 del camino que une el punto *A* con el punto

B. Si aún le falta recorrer 60km. y ya lleva caminando 5 horas. ¿Cuál es la rapidez de Armando?

a) 12km/h b) $\frac{35}{7}$ km/h c) $\frac{45}{7}$ km/h
d) 9km/h e) 10km/h

09 Un tren de "e" metros de longitud se demora 6 segundos en pasar frente a un observador y 24 segundos en pasar por un puente de 900 m de largo. ¿Cuál es la longitud del tren?

a) 200 m b) 400 m c) 250 m
d) 300 m e) 350 m

10 El lobo feroz observa a Caperucita desde una distancia "d" que separa a ambos, luego empieza a perseguirla hasta alcanzarle, después que Caperucita a recorrido una distancia que excede en 15m a la que los separaba al comienzo. Si sus rapideces son 6m/s y 4m/s respectivamente. Hallar la distancia que recorrió el lobo feroz.

a) 20m b) 30m c) 55m
d) 45m e) 50m

11 Un auto sube una cuesta a una rapidez de 18km/h y baja a una rapidez de 30km/h; y en subir y bajar emplea 8 horas. ¿En cuánto disminuirá el tiempo de subida, si su rapidez de subida se incrementa en 2km/h?

a) 1h 30min b) 30min c) 2h 30min
d) 1h 15m e) 45min

12 Un excursionista parte en su auto a las 8a.m. y viaja a un lugar distante 504km, 3 horas después se detiene y se percata que la fracción transcurrida del día es idéntica a la fracción del camino que falta por recorrer. Si la rapidez fue constante en las tres primeras horas, hallar dicha rapidez.

a) 120km/h b) 89km/h c) 91km/h
d) 80km/h e) 78km/h

13 María y Maribel parten al mismo tiempo en bicicleta del mismo lugar y en la misma dirección. María va a 7km/h y Maribel a 5 km/h. Después de 3 horas de recorrido María regresa. ¿a qué distancia del punto de partida encuentra a Maribel?

a) 16,8 km/h b) 16,5 km/h
c) 16,45 km/h d) 17,5 km/h
e) 14,5 km/h

14 Dos ciclistas pasan por un mismo punto y se mueven en el mismo sentido con rapideces de 4m/s y 2m/s. Delante de ellos a 840m hay un poste. ¿Después de cuanto tiempo los ciclistas equidistan del poste?

a) 280 s b) 5 min c) $\frac{14}{3}$ min
d) $\frac{17}{3}$ min e) $\frac{13}{3}$ min

15 Dos autos parten simultáneamente (con velocidad constante) de los extremos A y B de un camino, uno al encuentro del otro, cruzándose a 320km. de A y a 480km de B. Si el auto que sale de A hubiera partido 3h 20min antes del que sale de B, entonces ambos se cruzarían en el punto

medio de A a B. Hallar la rapidez del que sale de A.

a) 42 km/h b) 40 km/h
c) 40,4 km/h d) $39,\hat{4}\,km/h$
e) $38,1 km/h$

16 Dos móviles parten simultáneamente uno al encuentro de otro de dos ciudades situadas a 180km. El primero recorre cada día 6km. más que el segundo y el número de días durante el cual viajan es igual a la mitad del número de kilómetros que el segundo recorre en un día. Hallar la diferencia de la distancia recorrida por el primer móvil respecto al segundo hasta el primer encuentro.

a) 70km b) 34km c) 72km
d) 36km e) 30km

17 Un hombre anda 35km una parte a 4km/h y otro parte a 5km/h. Si hubiese andado a 5km/h cuando andaba a 4km/h y viceversa hubiese andado 2km más en el mismo tiempo. ¿Cuánto tiempo estuvo andando?

a) 3 *horas* b) 9 *horas*
c) 10 *horas* d) 8 *horas*
e) 5 *horas*

18 Un motociclista y un patinador se desplazan en línea recta, en la misma dirección y rapideces constantes de 20m/s y 5m/s respectivamente. Si inicialmente están separados 50m, además el tiempo transcurrido hasta que el más veloz se encuentre a 25m más adelante con respecto al otro es "t" seg. ¿A qué rapidez debe viajar el motociclista si quiere recorrer todo el tramo analizado en $(t-1)$ seg.?

a) 30m/s b) 18m/s c) 17m/s
d) 32m/s e) 25m/s

19 Dos ciclistas partieron al mismo tiempo del punto A hacia el punto B con rapidez diferente pero constante. Al llegar al punto B inmediatamente regresan. El primer ciclista dejó atrás al segundo y lo encuentra en el camino de regreso a la distancia de "a" km, del punto B. Luego, después de alcanzar el punto A va hacia el punto B y encuentra al segundo ciclista después de recorrer una k-ésima parte de la distancia de A a B. Halle la distancia entre A y B.

a) $(a+k)km$ b) $\frac{2a}{k}\,km$
c) $\frac{a+k}{2k}km$ d) $2ak\ km.$
e) $\frac{ak}{a+k}km$

20 Un hombre debe realizar un viaje de 820km en 7 horas. Si realiza parte del viaje en un avión a 200 km/h y el resto en auto a 55 km/h. Halle la distancia recorrida en auto.

a) 190km b) 220km c) 105km
d) 150km e) 260km

CLAVES MÓVILES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. e	02. a	03. a	04. c	05. c
06. b	07. a	08. d	09. a	10. c
11. a	12. c	13. b	14. d	15. b
16. a	17. a	18. b	19. e	20. c
21. a	22. b	23. d	24. b	25. c
26. d	27. e	28. a	29. e	30. d
31. c	32. b	33. b		

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. d	03. b	04. d	05. b
06. e	07. d	08. b	09. a	10. c
11. c	12. b	13. c	14. b	15. e
16. a	17. d	18. c	19. b	20. c
21. d	22. a	23. d	24. d	25. e
26. d	27. c	28. c	29. d	

TERCERA PRÁCTICA				
01. d	02. c	03. b	04. c	05. d
06. b	07. e	08. b	09. d	10. a
11. d	12. a	13. b	14. c	15. b
16. c	17. b	18. a	19. b	20. b
21. c	22. c	23. e	24. c	25. a
26. c	27. d	28. c	29. d	30. e
31. b	32. c	33. c	34. b	

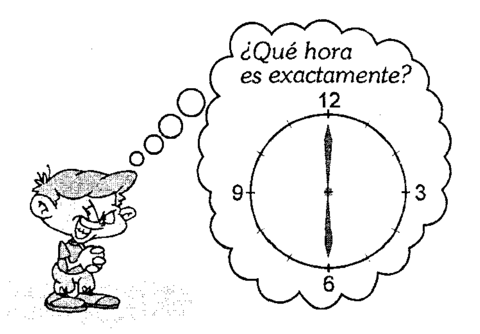
CUARTA PRÁCTICA				
01. c	02. c	03. c	04. d	05. b
06. d	07. d	08. d	09. d	10. d
11. b	12. c	13. d	14. a	15. b
16. d	17. d	18. e	19. d	20. b

Capítulo 06

CRONOMETRÍA

INTRODUCCIÓN:

Un relojero medio extravagante fabrica un reloj que funcionaba a la perfección, pero sus manecillas eran del mismo tamaño.

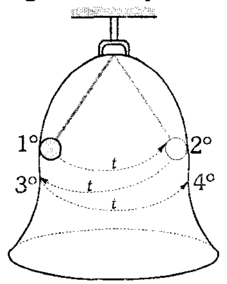


Medir el tiempo que transcurre significa utilizar muchos conceptos, como son: los segundos, los minutos, las horas, los días, las semanas, los meses, los años, ... etc. Relacionando convenientemente dichos conceptos, y de acuerdo a los instrumentos y formas utilizadas para dichas mediciones, es que desarrollaremos el capítulo, agrupando a los problemas en 4 partes principalmente.

I.- PROBLEMAS SOBRE CAMPANAS

En este grupo de problemas se verán los casos en los cuales involucran a relojes que señalan las horas mediante campanadas.

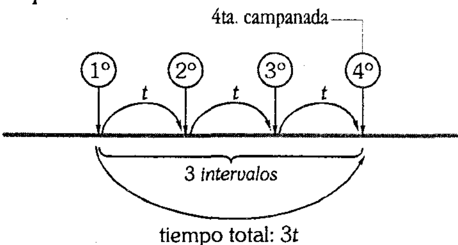
Veamos el siguiente esquema:



- Se observa que entre campanada y campanada hay un intervalo de tiempo (t) constante.
- Según el gráfico:

de campanadas = 4
de intervalos = 3

Esquema:



Conclusiones:

de intervalos = # camp – 1

$$\begin{bmatrix}\text{Tiempo} \\ \text{total}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\text{\# de} \\ \text{intervalos}\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}\text{Duración del} \\ \text{intervalo}\end{bmatrix}$$

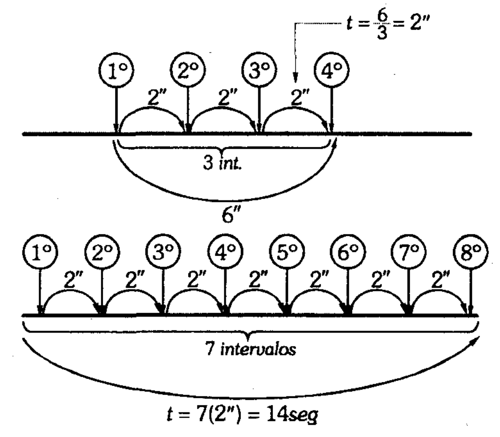
Ejemplo 01

Un campanario emplea 6 segundos para tocar 4 campanadas. ¿Cuánto tiempo empleará para tocar 8 campanadas?

a) 12 *s* b) 14 *s* c) 20 *s*
d) 16 *s* e) 10 *s*

Resolución:

Analizando en un gráfico tenemos:



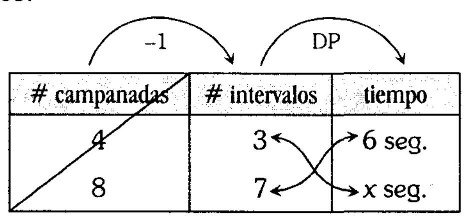
∴ Empleará 14 segundos.

Clave: b

OBSERVACIÓN.

Aparentemente la respuesta iba a ser 12 segundos pero no fue así ya que el número de campanadas y el tiempo en dar campanadas no son magnitudes directamente proporcionales; es decir no podemos indicar que si un campanario toca 4 campanadas en 6 segundos, el doble, 8 campanadas tocará en 12 segundos.

En cambio el tiempo empleado y el número de intervalos sí son magnitudes directamente proporcionales, entonces podemos indicar el siguiente método práctico.



$$\Rightarrow \quad x = \frac{7 \times 6}{3} = 14$$

∴ Empleará 14 segundos.

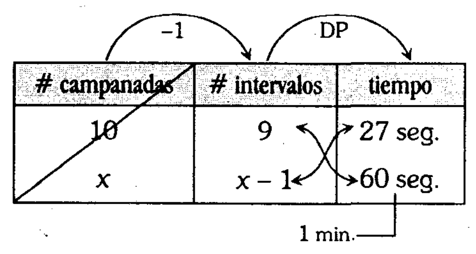
Ejemplo 02

Si un campanario toca 10 campanadas en 27 segundos. ¿Cuántas campanadas tocará en un minuto?

a) 20 b) 18 c) 22
d) 19 e) 21

Resolución:

Aplicando el método práctico.



$$\Rightarrow \quad x - 1 = \frac{9 \times 60}{27}$$

$$x - 1 = 20$$

$$x = 21$$

∴ Tocará 21 campanadas.

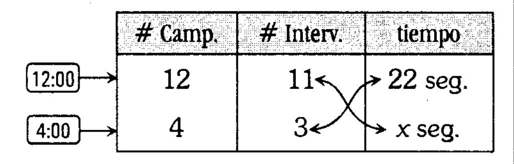
Clave: e

Ejemplo 03

Un reloj señala la hora con igual número de campanadas, si para indicar las 12:00 demoró 22 segundos. ¿Cuánto demorará en indicar las 4:00?

a) 7 seg. b) 6 seg. c) 4 seg.
d) 9 seg. e) 12 seg.

Resolución:



	# Camp.	# Interv.	tiempo
12:00 →	12	11	22 seg.
4:00 →	4	3	x seg.

$$x = \frac{3 \times 22}{11} = 6$$

∴ Demorará 6 segundos.

Clave: b

Ejemplo 04

Un reloj señala la hora con el triple de campanadas con que señalaría un reloj normal. Si en indicar las 4:00 am. demoró 44 segundos. ¿Cuánto demorará en indicar las 21:00?

a) 108 seg. b) 231 seg. c) 250 seg.
d) 104 seg. e) 110 seg.

Resolución:

	# Camp.	# Interv.	tiempo
4:00 ×3 →	12	11	44 seg.
9:00 ×3 →	27	26	x seg.

9:00 — 21:00h

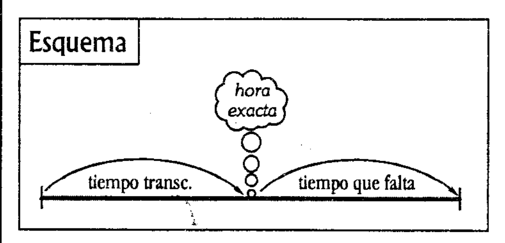
$$\Rightarrow \quad x = \frac{26 \times 44}{11} = 104$$

∴ Demorará 104 segundos.

Clave: d

II. RELACIÓN DE TIEMPOS

En este grupo de problemas desarrollaremos aquellos casos en los que se involucran el transcurrir del tiempo y por consiguiente también al tiempo que falta transcurrir, ya sea en un día, una semana, una hora, etc.

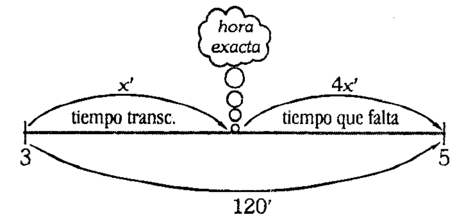


Ejemplo 05

Si son más de las 3, pero aún no son las 5 y los minutos transcurridos desde las 3 es la cuarta parte de los minutos que faltan para las 5, ¿qué hora es?

a) 3:20 b) 4:24 c) 3:44
d) 3:24 e) 3:36

Resolución:
Del enunciado:



Planteando:

$$x+4x=120$$
$$5x=120$$
$$x=24$$

$\therefore$ Son las $3{:}00+24'=3{:}24$

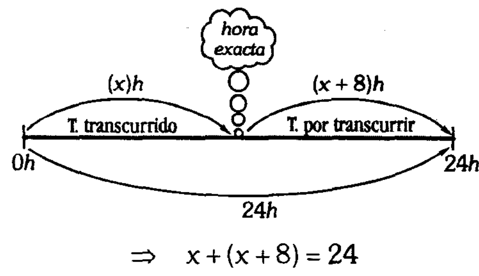
Clave: d

Ejemplo 06

Sabiendo que el tiempo transcurrido del día es excedido en 8 horas por el tiempo que falta transcurrir. ¿Qué hora será dentro de 3 horas?

a) 11:00 pm. b) 8:00 am.
c) 10:00 am. d) 11:00 am.
e) 9:00 am.

Resolución:



$$\Rightarrow \quad x+(x+8)=24$$
$$2x=16$$
$$x=8$$

$\therefore$ Son las 8:00 am. y dentro de 3 horas serán las 11:00 am.

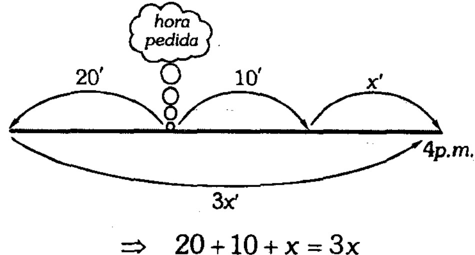
Clave: d

Ejemplo 07

Hace 20 minutos, el tiempo que faltaba para las 4 pm. era el triple de lo que faltará para dicha hora pero dentro de 10 minutos. ¿Qué hora es?.

a) 3:30 b) 3:35 c) 3:45
d) 3:55 e) 3:32

Resolución:



$$\Rightarrow \quad 20+10+x=3x$$
$$x=15$$

$\therefore$ Hora exacta : 4pm – (10' + 15')

: 3:35 pm.

Clave: b

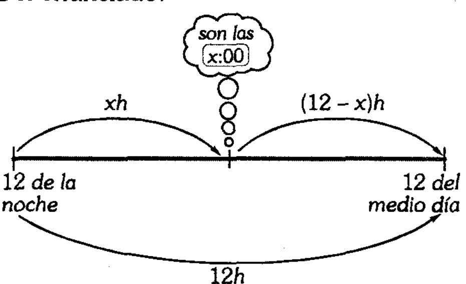
Ejemplo 08.-

¿Qué hora es?; para saberlo, basta con sumar la mitad del tiempo que falta para las doce del medio día, más los 2/3 del tiempo transcurrido desde las doce de la noche.

a) 7:12 a.m. b) 5:30 a.m.
c) 9:10 a.m. d) 10:30 a.m.
e) 7:20 a.m.

Resolución:

Del enunciado:



Planteando:

$$x = \frac{12-x}{2} + \frac{2}{3}(x)$$

$$6x = 36 - 3x + 4x$$

$$5x = 36$$

$$x = \frac{36}{5}h$$

$$x = 7h12min$$

36 |5
35 7h 12′
1h
<> 60 min
60

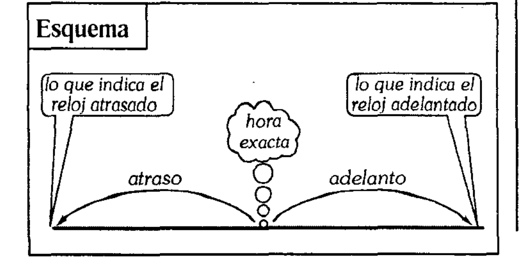
∴ Son las 7:12 a.m.

Clave: a

III. PROBLEMAS SOBRE ADELANTOS Y ATRASOS

En esta parte veremos aquellos problemas que involucren relojes que por un mal funcionamiento se adelantan o atrasan.

Esquema



- Si un reloj está atrasado.

$$\text{Hora indicada} = \left(\text{Hora real}\right) - \text{atraso}$$

- Si un reloj está adelantado:

$$\text{Hora indicada} = \left(\text{Hora real}\right) + \text{adelanto}$$

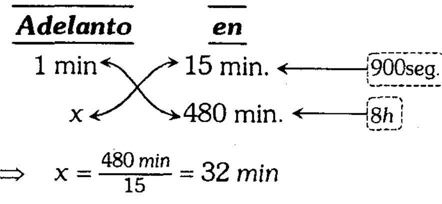
Ejemplo 09

Un reloj se adelanta 1 minuto cada 900 segundos. Si ahora marca las 4:20 y hace 8 horas que se adelanta; ¿cuál es la hora correcta?

a) 3:42 b) 4:12 c) 3:16
d) 3:48 e) 3:30

Resolución:

Calculemos el adelanto:



$$\Rightarrow \quad x = \frac{480\,min}{15} = 32\,min$$

∴ Hora correcta = 4:20 – 32′

= 3:48

Clave: d

NOTA

Para que un reloj defectuoso que sufre adelantos o atrasos, vuelva a marcar la hora correcta, es necesario que acumule un adelanto o atraso total de:

12 *h* <> 720 *min*.

Ejemplo 10

Un reloj que se atrasa 5 minutos en cada hora, es sincronizado hoy al medio día (12m). ¿Qué tiempo, como mínimo, deberá transcurrir para que vuelva a marcar la hora correcta?

a) 6 días b) 9 días c) 7 días
d) 8 días e) 10 días

Resolución:

Aplicando regla de tres simple:

Atrasa	**en**
5 min.	1 h.
720 min.	x

$$\Rightarrow \quad x=\frac{720\times 1}{5}=144h$$
$$=6\ días$$

∴ Debe transcurrir como mínimo 6 días.

Clave: a

NOTA

Para que dos relojes defectuosos (que se adelantan o atrasan) vuelvan a marcar la misma hora es necesario que exista una diferencia entre lo que marcan de:

$$12\ h <> 720\ min.$$

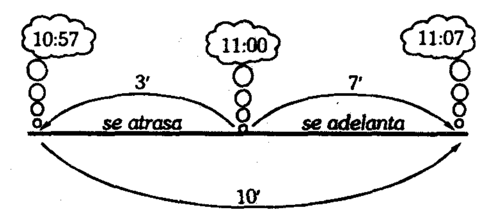
Ejemplo 11

Un reloj que se adelanta 7 *min.* cada hora y otro que se atrasa 3 *min.* cada hora se sincronizan a las 10:00*am*. ¿Dentro de cuánto tiempo como mínimo marcarán juntos la misma hora?

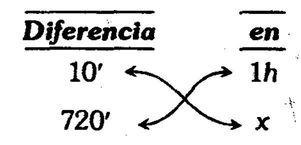
a) 2 días b) 3 días c) 4 días
d) 5 días e) 6 días

Resolución:

Note amigo que en una hora habrá 10*min.* de diferencia entre lo que marcan:



Aplicando regla de tres:



$$\Rightarrow \quad x=\frac{720\times 1}{10}=72h <> 3\ días$$

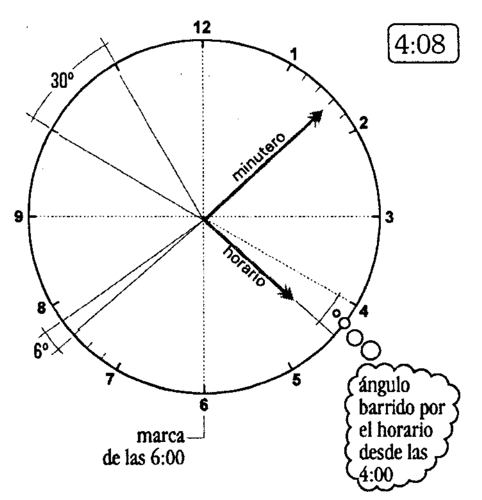
∴ Dentro de 3 días.

Clave: b

III. MANECILLAS DEL RELOJ

Consideraciones:

- La circunferencia de un reloj está dividida en 12 espacios iguales separados por las marcas horarias.
- El espacio comprendido entre dos marcas horarias está dividido en 5 espacios que corresponden a los minutos.



Ahora hallemos la relación entre el tiempo y el ángulo barrido para cada manecilla.

En una hora el horario deberá avanzar desde la marca de las 4 hasta la marca de las 5, es decir 30° y el minutero deberá dar una vuelta completa es decir 360°.

Tiempo	Ángulo barrido del horario	Ángulo barrido del minutero
60 *min*	30°	360°
÷30 → 2 *min*	1°	12°
$x_{min.}$	$(x/2)°$	$6x°$

Se observa que el ángulo que barre el horario es la mitad del tiempo en minutos y el minutero barre un ángulo igual a 6 veces el tiempo en minutos.

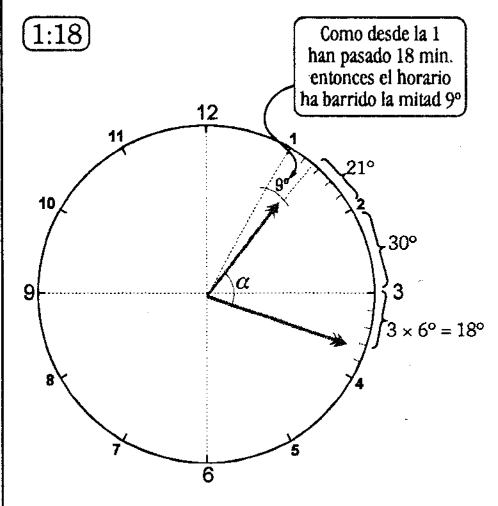
Ejemplo 12

Calcule el ángulo que forman las manillas del reloj a las 1:18.

a) 60° b) 69° c) 68°
d) 67° e) 70°

Resolución:

En un gráfico tenemos:



entonces: $\alpha = 21° + 30° + 18° = 69°$

∴ Forman un ángulo de 69°.

Clave: b

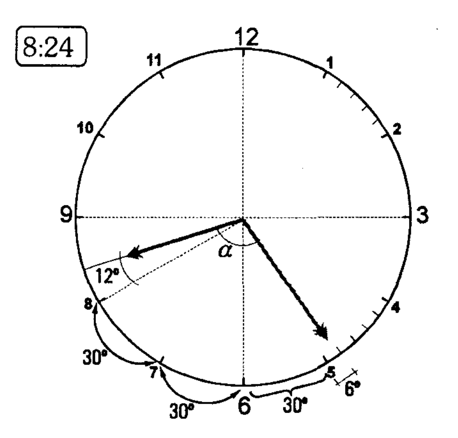
Ejemplo 13

¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas del reloj a las 8:24?

a) 72° b) 128° c) 98°
d) 118° e) 108°

Resolución:

Como desde las 8:00 hasta las 8:24 han pasado 24 min., en este tiempo el horario ha barrido 12° (la mitad).



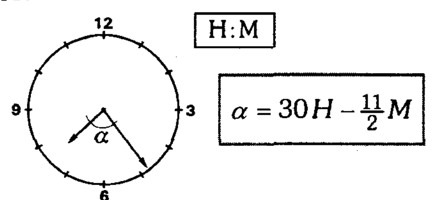
$\Rightarrow \alpha = 12° + 30° + 30° + 30° + 6° = 108°$

$\therefore$ El menor ángulo es 108.

Clave: e

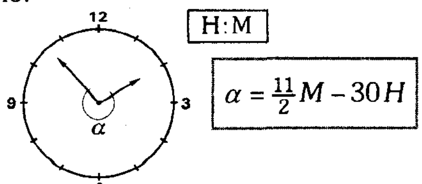
FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁNGULO ENTRE LAS MANECILLAS.

- Cuando el horario adelanta al minutero.



$$\alpha = 30H - \tfrac{11}{2}M$$

- Cuando el minutero adelanta al horario.



$$\alpha = \tfrac{11}{2}M - 30H$$

De los ejemplos anteriores:

a) 1:18 $\quad H = 1 \quad M = 18$

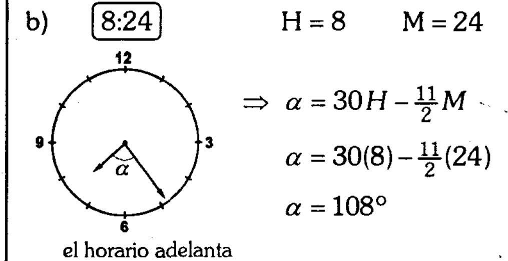
$\Rightarrow \alpha = \tfrac{11}{2}M - 30H$

$\alpha = \tfrac{11}{2}(18) - 30(1)$

$\alpha = 69°$

el minutero adelanta

b) 8:24 $\quad H = 8 \quad M = 24$



$\Rightarrow \alpha = 30H - \tfrac{11}{2}M$

$\alpha = 30(8) - \tfrac{11}{2}(24)$

$\alpha = 108°$

el horario adelanta

> **NOTA**
> Sólo cuando sean las 12:x
> $H = 0 \;;\; M = x$

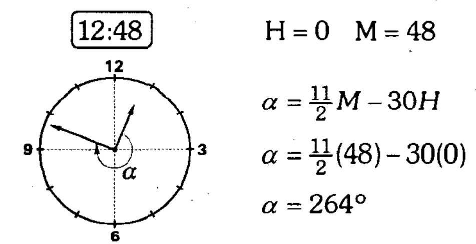
Ejemplo 14

¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas del reloj a las 12:48?

a) 264° b) 96° c) 98°
d) 132° e) 99°

Resolución:

12:48 $\quad H = 0 \quad M = 48$



$\alpha = \tfrac{11}{2}M - 30H$

$\alpha = \tfrac{11}{2}(48) - 30(0)$

$\alpha = 264°$

el minutero adelanta.

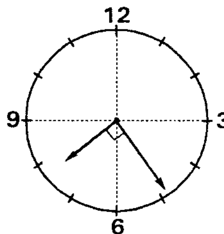
∴ El menor ángulo es:

$360° - 264° = 96°$

Clave: b

Ejemplo 15

Según el gráfico, ¿qué hora es exactamente?



a) 7:24 b) 7:22 c) 7:22 9/4
d) 7:21 9/11 e) 7:23

Resolución:

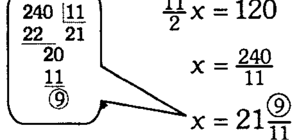
Del gráfico son las $\boxed{7 : x}$

$\Rightarrow$ H = 7 ; M = x ; $\alpha = 90°$

Aplicando la fórmula:

$$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$90 = 30(7) - \frac{11}{2}(x)$$



$$\frac{11}{2}x = 120$$

$$x = \frac{240}{11}$$

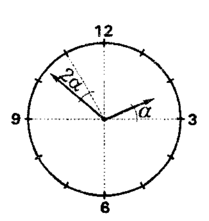
$$x = 21\frac{9}{11}$$

∴ Son las $7{:}21\frac{9}{11}$

Clave: d

Ejemplo 16

¿Qué hora indica el gráfico?

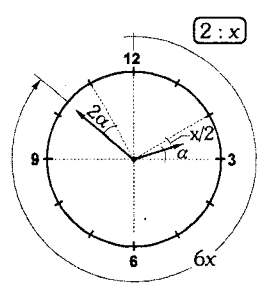


a) 2:51 b) 2:52 c) 2:53
d) 2:54 e) 2:55

Resolución:

Son las $\boxed{2 : x}$

y como desde las 2:00 han pasado x minutos, entonces el horario ha barrido $(x/2)°$ y el minutero $6x°$.



Del gráfico:

Para el horario: $\frac{x}{2} + \alpha = 30°$ .... (1)

para el minutero:

$$6x + 2\alpha = 330°$$

$$3x + \alpha = 165° \quad .... \quad (2)$$

Restando: (2) – (1)

$$3x + \not\alpha = 165$$
$$\frac{x}{2} + \not\alpha = 30$$

$$3x - \frac{x}{2} = 135$$

$$6x - x = 270$$

$$5x = 270$$

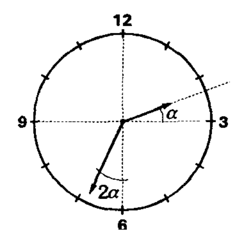
$$x = 54$$

∴ Son las 2:54

Clave: d

Ejemplo 17

¿Qué hora indica el reloj de la figura?



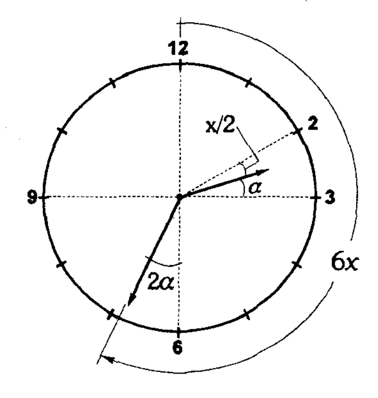
a) $2h\,33\frac{2'}{5}$ b) $2h\,34\frac{2'}{7}$

c) $2h\,34\frac{1'}{5}$ d) $2h\,33\frac{2'}{7}$

e) $2h\,35\frac{1'}{7}$

Resolución:

Del gráfico:



$\Rightarrow \quad \alpha+\frac{x}{2}=30°$ .... (1)

$\Rightarrow \quad 6x=180°+2\alpha$

$3x=90+\alpha$ ...... (2)

Sumando (1) y (2):

$$\left(\alpha+\frac{x}{2}\right)+3x=30+(90+\alpha)$$

$$\frac{x}{2}+3x=120$$

$$x+6x=240$$

$$x=\frac{240}{7}$$

$$x=34\frac{2}{7}$$

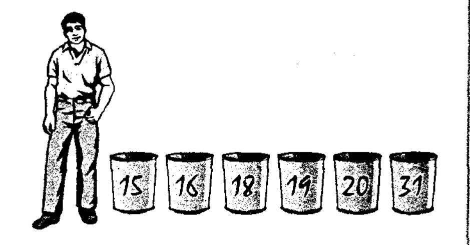
240 | 7
21   34
30
28
2

∴ Son las $2{:}34\frac{2}{7}$

Clave: b

¡RAZONE!

Un vendedor de refrescos tiene seis recipientes con capacidades de 15, 16, 18, 19, 20 y 31 litros respectivamente. Uno de dichos recipientes se llena totalmente solo con jugo de naranja y cada uno de los otros cinco se llena totalmente solo con chicha morada o con limonada. De esta manera el vendedor tiene el doble de chicha morada que de limonada. ¿Cuál es el volumen, en litros, del recipiente que contiene el jugo de naranja?



a) 18 b) 16 c) 15
d) 31 e) 20

Problemas Resueltos

CRONOMETRÍA

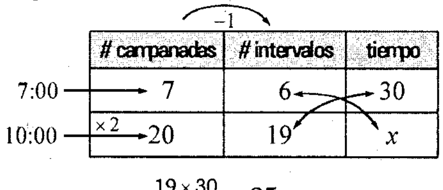
PROBLEMA 01

El campanario de un reloj da tantas campanadas como el doble del número de horas que indica si la hora es par; y si la hora es impar indica la hora con igual número de campanadas. Si para indicar las 7:00 demoró 30 segundos ¿cuánto demorará para indicar las 10:00?

a) 45 seg. b) 95 seg. c) 100 seg
d) 100 seg. e) 90 seg.

Resolución:

Aplicando regla de tres simple, pero con campanadas.



	# campanadas	# intervalos	tiempo
7:00	7	6	30
10:00	×2 20	19	x

$$x = \frac{19 \times 30}{6} = 95\ seg.$$

∴ Demorará 95 segundos.

∴ **Clave: b**

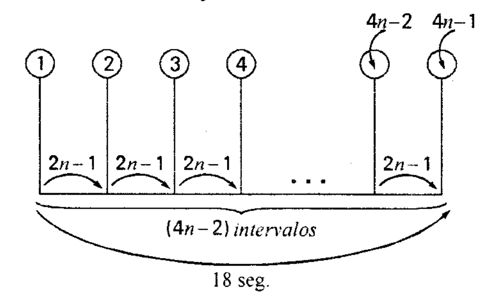
PROBLEMA 02

Un campanario tarda 18 segundos en tocar $(4n - 1)$ campanadas. Si entre campanada y campanada tardó tantos segundos como la mitad de un número que es uno menos que el número de campanadas que dio. ¿Cuánto tardará en tocar n^2 campanadas, si el tiempo entre campanada y campanada se duplicara?

a) 17 seg. b) 15 seg. c) 9 seg.
d) 16 seg. e) 18 seg.

Resolución:

Haciendo un esquema:



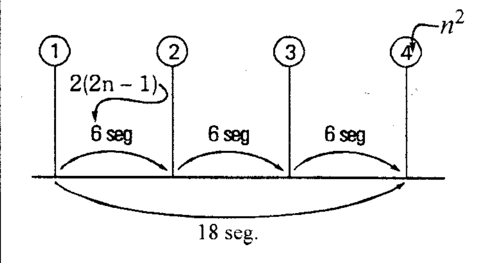
Del grafico: $(4n-2)(2n-1) = 18$

$$(2n-1)(2n-1) = 9$$

$$2n-1 = 3$$

$$n = 2$$

¡Muy bien! ... ahora hallemos cuánto demorará en tocar n^2 campanadas:



∴ Tardará 18 segundos

∴ **Clave: e**

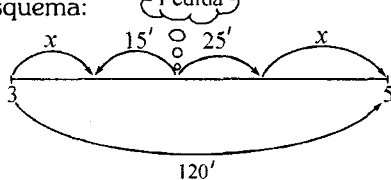
PROBLEMA 03

Son más de las 3 sin ser las 4 de la mañana; si hubiera pasado 25 minutos más, faltarían para las 5:00 los mismos minutos que pasaron desde las 3:00 am. hasta hace 15 minutos. ¿Qué hora es?

a) 3.55 am. b) 3:36 am. c) 3:42 am.
d) 3:45 am. e) 3:52 am.

Resolución:

Haciendo un esquema:



$$x + 15 + 25 + x = 120$$
$$2x = 80$$
$$x = 40$$

∴ Son las: 3:00 + 40′ + 15′ = 3:55 am.

∴ **Clave: a**

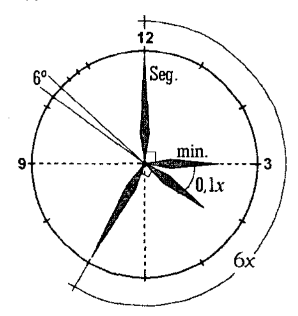
PROBLEMA 04

¿Cada cuánto tiempo el minutero y el segundero forman un ángulo recto?

a) $30\frac{29}{59}$ *seg.* b) $29\frac{30}{59}$ *seg.*
c) $31\frac{31}{59}$ *seg.* d) $30\frac{30}{59}$ *seg.*
e) $30\frac{31}{59}$ *seg.*

Resolución:

Una de las horas en que dichas agujas forman 90° es las 12:15:00 y luego de x segundos se volverá a formar 90°. Hallemos x.



Tiempo	∡ minutero	∡ segundero
60 seg.	6°	360°
1 seg.	0,1°	6°
x seg.	$0,1x°$	$6x°$

Del gráfico: $6x = 90 + 0,1x + 90$

$$5,9x = 180$$
$$x = \frac{1800}{59} = 30\frac{30}{59}$$

∴ Cada $30\frac{30}{59}$ segundos se forma un ángulo recto.

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 05

Si en este instante el reloj digital indica la hora exacta:

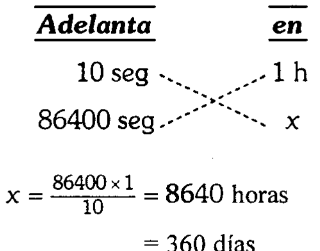
12:42 PM

pero se adelanta 10 segundos cada hora. ¿Dentro de cuánto tiempo volverá a marcar la hora exacta?

a) 150 d b) 180 d c) 200 d
d) 360 d e) 90 d.

Resolución:

Para que este reloj, que diferencia la mañana de la tarde, marque la hora exacta deberá acumular un adelanto de 1 día (86400 seg).



$$x = \frac{86400 \times 1}{10} = 8640 \text{ horas}$$

$$= 360 \text{ días}$$

$\therefore$ Dentro de 360 días

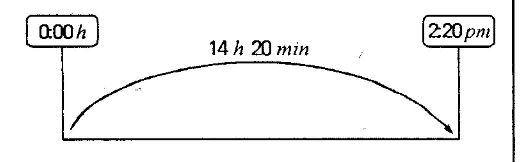
$\therefore$ **Clave: d**

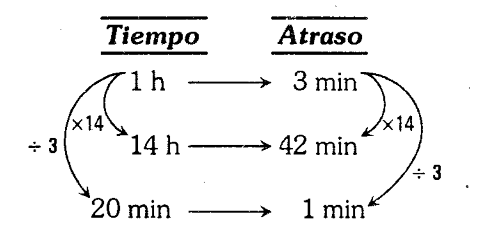
PROBLEMA 06

Cuando son las 0:00 horas un reloj empieza a atrasarse a razón de 3 minutos cada hora. Cuando realmente sean las 2:20 pm. de ese mismo día, ¿qué hora marcará este reloj?

a) 2:37 pm. b) 1:37 pm. c) 2:23 pm.
d) 2:20 pm. e) 1:27 pm.

Resolución:





Atraso total: $42 + 1 = 43$ min

$\therefore$ Marcará: 2:20 pm – 43 min
= 1:37 pm

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 07

Un reloj se atrasa 15 minutos por hora y otro se atrasa 9 minutos por hora, si en este instante ambos marcan la hora correcta, dentro de cuánto tiempo (en horas):

a) Uno de ellos adelantará 2 horas al otro.

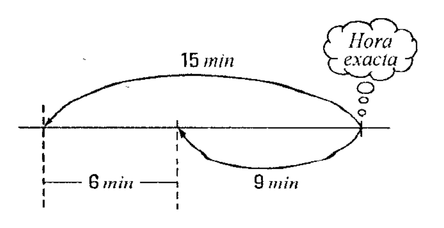
b) Marcarán la misma hora por segunda vez

c) Marcarán la hora correcta por tercera vez.

a) 20, 120 y 240 h b) 20, 240 y 240 h
c) 20, 240 y 720 h d) 20, 120 y 720 h
e) 30, 240 y 720 h

Resolución:

Se observa que en 1 hora uno de ellos adelanta 6 min al otro.



a)

En	Adelanta
1 h	6 min
x	120 min <> 2 h

$\Rightarrow x = \frac{120 \times 1}{6} = 20\ h$

$\therefore$ Dentro de 20 horas

b) Para que marquen la misma hora, uno de ellos debe adelantar 12 horas al otro.

En	Adelanta
1h	6 min
x	720 min <> 12 h

$\Rightarrow x = \frac{720 \times 1}{6} = 120\ horas$

$\therefore$ Cada 120 h marcarán la misma hora y por segunda vez en 240 horas.

c) Para que un reloj que se adelanta o atrasa marque la hora exacta, debe adelantarse (o atrasarse) 12 horas en total.

PRIMER RELOJ

Atrasa	en
15 min	1h
720 min (12 h)	x

SEGUNDO RELOJ

Atrasa	en
9 min	1h
720 min	x

$\Rightarrow x = \frac{720 \times 1}{15} = 48\ h$

$\Rightarrow x = \frac{720 \times 1}{9} = 80\ h$

$\therefore$ El primer reloj marca la hora exacta cada 48 h y el segundo cada 80 h; entonces marcarán la hora correcta cada: MCM (48,80) = 240 h.

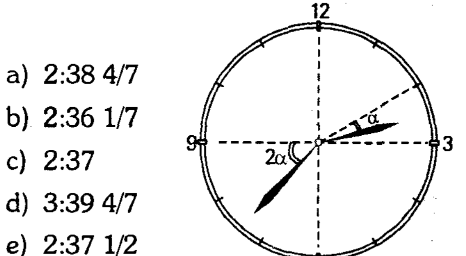
$\therefore$ Marcarán la hora correcta por tercera vez en : $240 \times 3 = 720\ h$.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 08

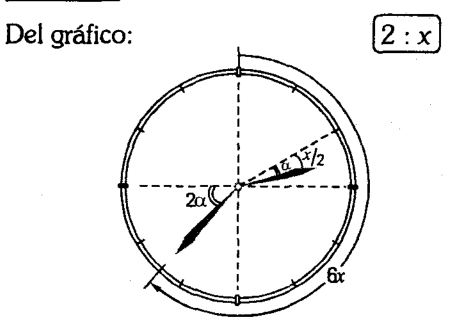
¿Qué hora es según el gráfico mostrado?

a) 2:38 4/7
b) 2:36 1/7
c) 2:37
d) 3:39 4/7
e) 2:37 1/2



Resolución:

Del gráfico: 2 : x



Para el horario: $\alpha = \frac{x}{2}$ .... (1)

Para el minutero: $6x + 2\alpha = 270$

$3x + \alpha = 135$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2):

$$3x+\frac{x}{2}=135$$

$$\frac{7}{2}x=135$$

$$x=\frac{270}{7}$$

$$x=38\frac{4}{7}$$

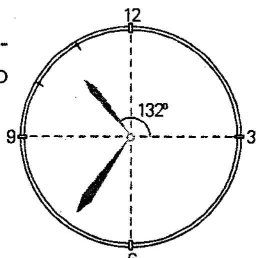
270 | 7
60 38
4

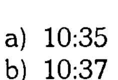
∴ Son las 2:38 4/7

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 09

¿Qué hora es según el gráfico mostrado?

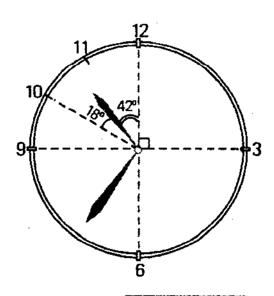




a) 10:35
b) 10:37
c) 10:38
d) 10:39
e) 10:36

Resolución:

Del gráfico:



Como el horario desde las 10:00 avanzó 18° ⇒ # de minutos transcurridos desde las 10:00 = 2(18) = 36

∴ Son las 10:36

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 10

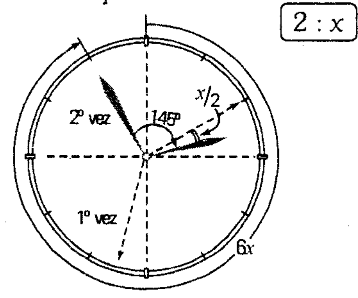
Cuando las manecillas de un reloj forman un ángulo de 145° por segunda vez, es exactamente las 2: x am. Halle el valor de x^2+1.

a) 2501 b) 1601 c) 901
d) 2402 e) 2701

Resolución:

Haciendo un esquema:

2 : x



Del gráfico:

$$(360-6x)+\left(60+\frac{x}{2}\right)=145$$

$$275=\frac{11}{2}x$$

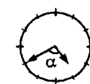
$$x=50$$

Piden: $50^2+1=2501$

∴ **Clave: a**

OTRO MÉTODO: Recuerde:

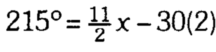
$$\alpha=30H-\frac{11}{2}M$$



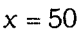
$$\alpha=\frac{11}{2}M-30H$$

En el problema: 2 : x

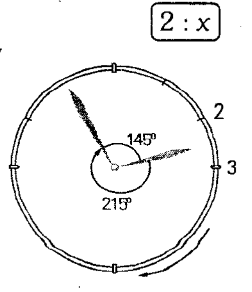
$$\alpha=\frac{11}{2}M-30H$$



$$215°=\frac{11}{2}x-30(2)$$



$$x=50$$



Piden:

$50^2+1=2501$

NOTA: El ángulo α que se calcula con la fórmula nunca corta la marca de las 12.

PROBLEMA 11

Un nuevo reloj tiene 8 divisiones horarias y el horario gira una sola vez entorno a su eje en un día, además por cada división horaria que avanza el horario, el minutero da una vuelta completa. Si una hora tiene 24 minutos ¿A qué hora entre las 5 y las 6 el minutero es bisectriz del menor ángulo que forma el horario con la marca de las 8?

a) 5:21 4/5 b) 5:20 3/5 c) 3:21 3/5
d) 5:20 4/5 e) 5:20 2/5

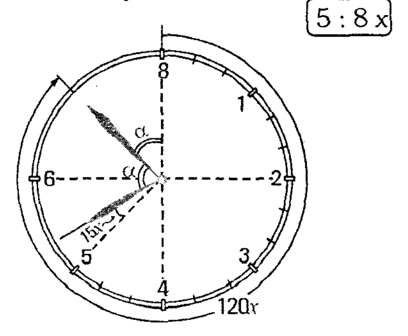
Resolución:

Del enunciado:

Tiempo	∢ Horario	∢ minutero
24 min	45°	360°
8 min	15°	120°
8 x min	15 x°	120 x°

Haciendo un esquema:

5 : 8 x



Para el horario : $15x + 2\alpha = 135° \ldots (1)$

Para el minutero: $120x + \alpha = 360° \ldots (2)$

De (1) y (2)

$$720 - 240x = 135 - 15x$$
$$x = 2{,}6$$
$$\Rightarrow 8x = 20{,}8 = 20\ 4/5$$

∴ Son las 5:20 4/5

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 12

¿Qué hora es según el gráfico mostrado?

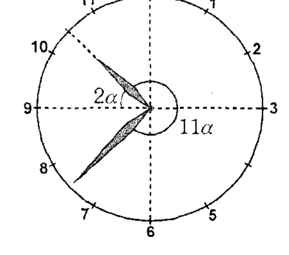
a) $10 : 38\frac{2}{11}$

b) $10 : 36\frac{5}{11}$

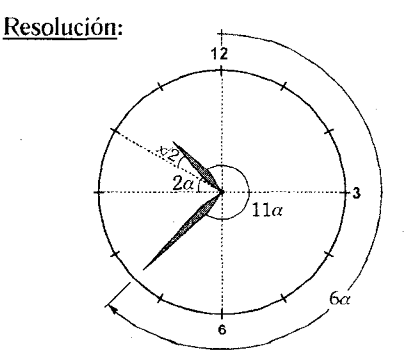
c) $10 : 39\frac{2}{7}$

d) $10 : 38\frac{9}{7}$

e) $10 : 39\frac{7}{11}$



Resolución:



Para el horario:

$$\Rightarrow 2\alpha = 30 + \frac{x}{2}$$

$$\alpha = 15 + \frac{x}{4} \ldots\ldots\ldots (1)$$

Para el minutero:

$$\Rightarrow \frac{x}{2}+11\alpha = 60+6x$$

$$\alpha = \frac{60}{11}+\frac{x}{2}\text{.........(2)}$$

Igualando (1) y (2):

$$15+\frac{x}{4}=\frac{60}{11}+\frac{x}{2}$$

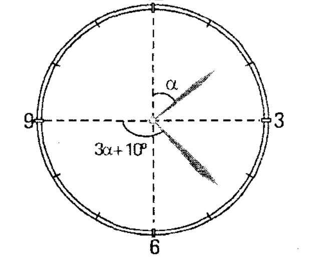
$$x=\frac{420}{11}=38\frac{2}{11}$$

$\therefore$ Son las $10:38\frac{2}{11}$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 13

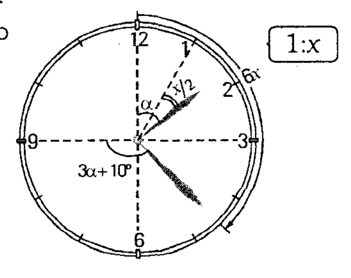
¿Qué hora es exactamente según la figura?



a) 1: 21 1/3
b) 1: 22 3/4
c) 1: 22
d) 1: 22 2/3
e) 1: 24

Resolución:

Del gráfico dado:



Para el horario: $\alpha = 30+\frac{x}{2}$ .... (1)

Para el minutero: $6x+(3\alpha+10) = 270°$

$6x+3\alpha = 260°$...... (2)

de (1) y (2):

$$30+\frac{x}{2}=\frac{260°}{3}-2x$$

$$\frac{5}{2}x=\frac{170}{3}$$

$$x=\frac{68}{3}=22\ 2/3$$

(68 ÷ 3: cociente 22, residuo 2)

$\therefore$ Son las: 1:22 2/3

$\therefore$ **Clave: d**

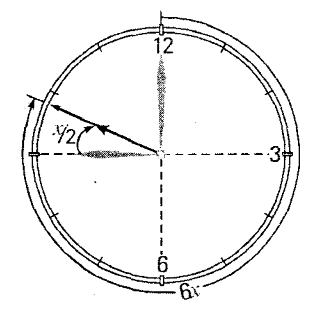
PROBLEMA 14

¿Cuántos minutos después que un reloj indica que son las 9, el minutero alcanza al horario?

a) 49 min
b) $23\ ^1/_{11}$ min
c) $17\ ^1/_{11}$ min
d) $9\ ^1/_{11}$ min
e) $49\ ^1/_{11}$ min

Resolución:

En "x" minutos:



Del gráfico:

$$6x = 270+\frac{x}{2}$$

$$\frac{11}{2}x = 270$$

$$x=\frac{540}{11}$$

$$x = 49\frac{1°}{11}$$

(540 ÷ 11: 539, cociente 49, residuo 1)

.. Después de $49\,^{1}/_{11}$ minutos

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 15

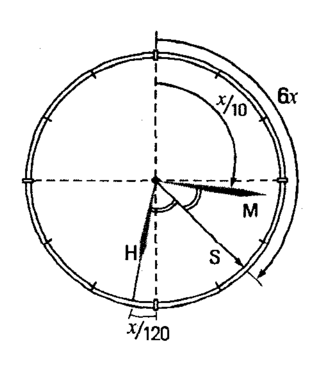
En una casa encantada hay un fantasma bastante especial, aparece en cuanto el reloj comienza a dar la 6:00 pm y desaparece cuando el segundero es bisectriz del ángulo formado por las otras dos. ¿Cuánto dura la aparición del fantasma?

a) 15 seg. b) 15,137 seg. c) 16,17 seg.
d) 14,147 seg. e) 17,136 seg.

Resolución:

Relacionando el ángulo barrido por cada aguja:

Tiempo	∢ horario	∢ min	∢ seg
60 min	30°	360°	60 vuelt.
2 min	1°	12°	2 vuelt.
1 min	(½)°	6°	360°
60 seg	(½)°	6°	360°
1 seg	$(^1/_{120})°$	$(^1/_{10})$	6°
x seg	$^x/_{120}$	$^x/_{10}$	6x



$$180+\frac{x}{120}-6x=6x-\frac{x}{10}$$

$$21600+x-720x=720x-12x$$

$$x=15,137$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 16

Un reloj se adelanta 3 minutos por cada hora que transcurre. ¿A qué hora comenzó a adelantarse si dentro de 2 horas tendrá un adelanto de una hora y estará marcando las 10:37 pm?

a) 1:37 a.m. b) 1:35 a.m.
c) 1:43 a.m. d) 1:33 a.m.
e) 1:40 a.m.

Resolución:

Hallemos cuánto tiempo deberá transcurrir para que acumule un adelanto de $1h <> 60\ min$.

Adelanta	En
3 min.	1 h.
60 min.	x

(× 20 en ambas columnas)

$$\Rightarrow x=20\ h.$$

∴ Comenzó a adelantarse a las

$$9{:}37pm-20h.=21{:}37h-20h$$
$$=1{:}37am.$$

∴ **Clave: a**

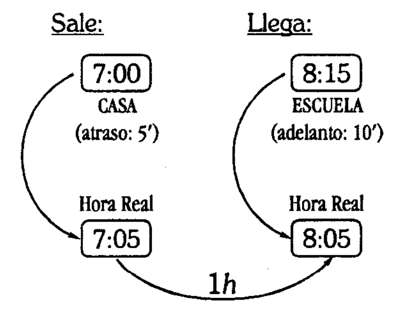
PROBLEMA 17

María sale de su casa a las 7:00a.m. (según el reloj de su casa) con dirección a la escuela, llegando a las 8:15 (según el reloj de la escuela). Si el reloj de su casa está atrasado 5 minutos y el reloj de su escuela está adelantado 10 minutos. ¿Cuánto tiempo se demoró María en ir de su casa a la escuela?

a) $1h\ 20min$ b) $1h$
c) $1h\ 30min$ d) $1h\ 5min$
e) $1h\ 25min$

Resolución:

Del enunciado:



∴ Demoró 1 hora.

∴ **Clave: b**

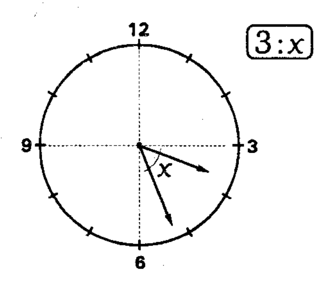
PROBLEMA 18

En un reloj los minutos marcados son en valor numérico equivalentes al ángulo formado por el minutero y el horario, además son menos de las 4. ¿Qué hora es?

a) 3:25 b) 3:20 c) 3:40
d) 3:45 e) 3:50

Resolución:

Del enunciado:



Como:

$$\alpha = \frac{11}{2}M - 30H$$

$$x = \frac{11}{2}(x) - 30(3)$$

$$90 = \frac{11}{2}x - x$$

$$90 = \frac{9}{2}x$$

$$x = 20$$

∴ Son las 8:20.

∴ **Clave: b**

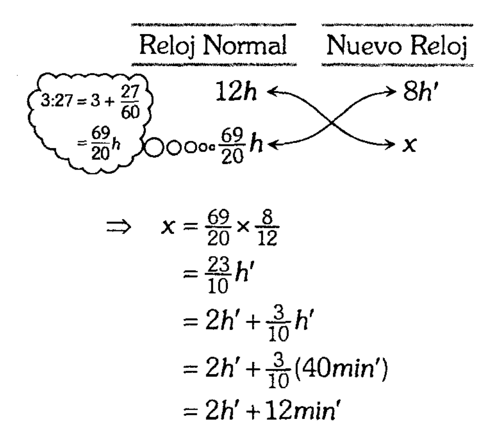
PROBLEMA 19

Se construye un nuevo reloj cuya esfera se divide en 8 partes iguales. Cada "nueva hora" equivale a 40 "nuevos minutos" y cada "nuevo minuto" equivale a 40 "nuevos segundos". Cuando sean realmente las 3:27′ ¿qué hora marcará el nuevo reloj?

a) $2h\ 18'$ b) $2h\ 23'$ c) $2h\ 12'$
d) $3h\ 14'$ e) $2h\ 32'$

Resolución:

Del enunciado:



$$\Rightarrow \quad x = \frac{69}{20} \times \frac{8}{12}$$
$$= \frac{23}{10}h'$$
$$= 2h' + \frac{3}{10}h'$$
$$= 2h' + \frac{3}{10}(40min')$$
$$= 2h' + 12min'$$

$\therefore$ Marcará: $2h\ 12'$

$\therefore$ **Clave: c**

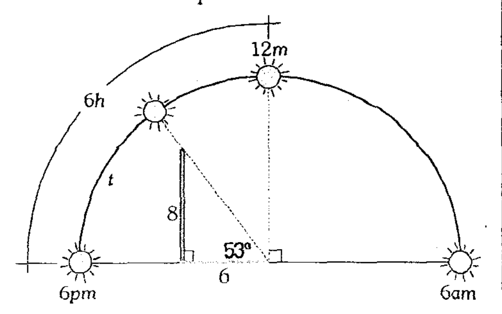
PROBLEMA 19

En una tarde soleada, un poste de 8 m de longitud proyecta una sombra de 6 m de largo. ¿Qué hora es en ese preciso instante?

a) 2:14 p.m. b) 2:19 p.m.
c) 2:30 p.m. d) 2:28 p.m.
e) 2:05 p.m.

Resolución:

Haciendo un esquema:



Aplicando proporciones:

$$\frac{t}{53} = \frac{6h}{90}$$
$$t = \frac{53}{15}h = 3h + \frac{8}{15}h$$
$$t = 3h + \frac{8}{15}(60\ min)$$
$$t = 3h + 32\,min$$

Hora pedida:

$$6{:}00\ pm - 3h\ 32' = 2{:}28\ pm.$$

$\therefore$ **Clave: d**

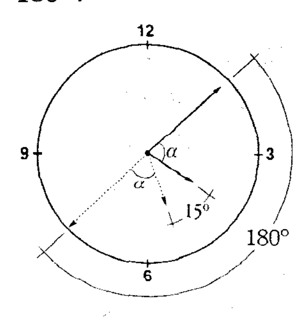
PROBLEMA 20

Hallar α.

a) 97,5° b) 60° c) 37,5°
d) 75,5° e) 82,5°

Resolución:

Sabemos que en 30 minutos el horario avanza: $\frac{30}{2} = 15°$ y el minutero: $6(30) = 180°$.



$\Rightarrow \quad \alpha + 15° + \alpha = 180°$

$2\alpha = 165°$

$\alpha = 82,5°$

$\therefore$ **Clave: e**

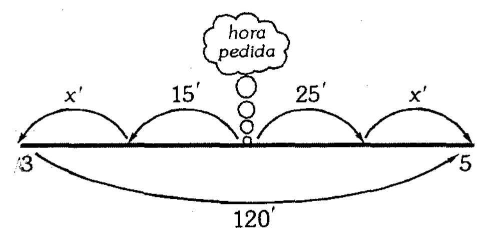
PROBLEMA 21

Al preguntarle la hora a un romántico responde: pasan de las 3 sin ser las 4 de esta hermosa tarde. Si hubieran pasado 25 minutos más; faltarían para las 5 horas los mismos minutos que pasaron desde las 3 hace 15 minutos, que es el tiempo que espero a mi amada. ¿Qué hora es?

a) $3h\ 21min$ b) $3h\ 55min$
c) $3h\ 30min$ d) $3h\ 31min$
e) $3h\ 15min$

Resolución:

Haciendo un esquema:



$\Rightarrow \quad x + 15 + 25 + x = 120$

$2x + 40 = 120$

$2x = 80$

$x = 40$

$\therefore$ Hora pedida:

$3{:}00 + 40' + 15' = 3{:}55$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 22

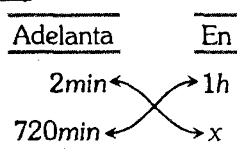
Dos relojes marcan la hora exacta a las 8:00 a.m. y, a partir de ese instante, uno comienza a adelantarse dos minutos cada hora y el segundo, a atrasarse 5 *min* cada hora. Luego de cuántas horas volverán a marcar juntos la hora correctamente.

a) 300 *h* b) 240 *h* c) 350 *h*
d) 720 *h* e) 360 *h*

Resolución:

Hallemos cada cuánto tiempo marcan la hora correcta.

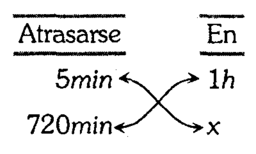
Primer reloj:



$$\Rightarrow \quad x = \frac{720 \times 1}{2} = 360\,h$$

$\therefore$ Marca la hora exacta cada $360h$.

Segundo reloj:



$$\Rightarrow \quad x = \frac{720 \times 1}{5} = 144\,h$$

$\therefore$ Marca la hora exacta cada $144h$.

$\therefore$ Juntos marcarán la hora exacta luego de: $\text{MCM}(360, 144) = 720h$.

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 23

En el instante de comenzar un año no bisiesto, un reloj señala las $11h\ 6'\ 40''$ a.m. Se supone que va adelantado. Este reloj se atrasa: el primer día 4 segundos; el segundo día, 12 segundos; el tercer día, 20 segundos y así sucesivamente. Al comenzar un día del año, el reloj marcará la hora exacta. ¿Cuál es ese día?

a) 11 abril b) 10 abril c) 21 marzo
d) 04 abril e) 11 mayo

Resolución:

Vemos que el reloj tiene un adelanto de $11h\ 6'\ 40'' = 11 \times 3600$ seg $+ 6 \times 60$ seg $+ 40$ seg $= 40000$ seg.

y para que marque la hora exacta deberá atrasarse, en total este tiempo.

Luego:

$$1^\circ \quad 2^\circ \quad 3^\circ \ldots\ldots\ldots\ldots n$$

$$4 + 12 + 20 + \ldots + \bigcirc = 40\,000$$

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \ldots\ldots}_{n \text{ sumandos}} = 10\,000$$

$$n^2 = 10\,000$$

$$n = 100$$

⇒ Luego de 100 días marcará la hora exacta.

$$\underbrace{\underbrace{1\,2\,3\ldots31}_{\substack{\text{Enero}\\(31\text{ d})}}\ \underbrace{1\,2\,3\ldots28}_{\substack{\text{Febrero}\\(28\text{ d})}}\ \underbrace{1\,2\,3\ldots31}_{\substack{\text{Marzo}\\(31\text{ d})}}}_{90\text{ días}}\ \underbrace{\underbrace{1\,2\,3\ldots10}_{\text{Abril}}}_{10\text{ días}}$$

∴ Ese día es el 11 de abril.

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 24

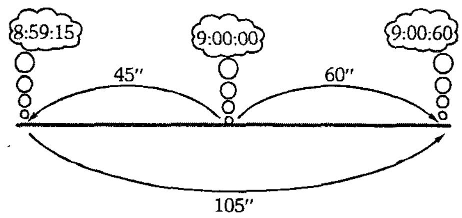
Dos relojes se sincronizan a las 8 *a.m.*; uno de ellos se adelanta 15 segundos cada cuarto de hora y el otro se atrasa 45 segundos cada hora. ¿Cuántos minutos estarán separados a las 8:00 p.m. los minuteros de los dos relojes?

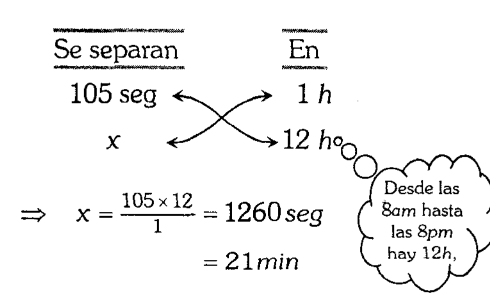
a) 23 minutos b) 42 minutos
c) 18 minutos d) 32 minutos
e) 21 minutos

Resolución:

Como el primero se adelanta 15 seg. cada cuarto de hora, entonces en una hora se adelanta: $15 \times 4 = 60$ seg.

Además una hora después de haberse sincronizado los minuteros estarán separados 105 segundos.





$$\Rightarrow \quad x = \frac{105 \times 12}{1} = 1260\,seg$$

$$= 21\,min$$

∴ Estarán separados 21 min.

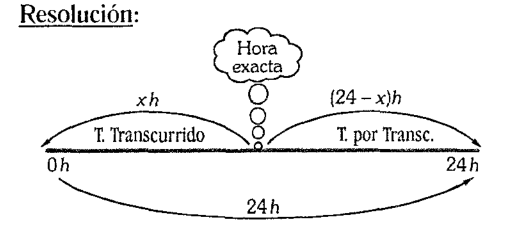
∴ **Clave: e**

PROBLEMA 25

El tiempo transcurrido del día es los 4/5 del tiempo que falta por transcurrir. ¿Qué ángulo estarán formando las manecillas de un reloj en ese instante?

a) 60° b) 80° c) 65°
d) 70° e) 85°

<u>Resolución:</u>



Planteando: $x = \frac{4}{5}(24 - x)$

$$5x = 96 - 4x$$

$$9x = 96$$

$$x = \frac{96}{9}h$$

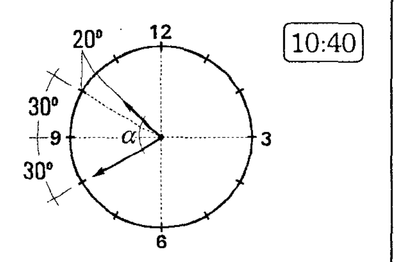
$$x = 10h + \frac{6}{9}h$$

$$x = 10h + \frac{6}{9}(60min)$$

$$x = 10h + 40min$$

∴ Son las 10:40 $a.m.$

Ahora hallemos el ángulo que forman.



$$x = 30 + 30 + 20 = 80°$$

∴ Forman un ángulo de 80°

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 26

Un reloj indica la hora con igual número de campanadas. Se sabe que para dar $\left(\frac{a+b}{2}\right)$ campanadas demoró 4 segundos más que para dar $\left(\frac{a-b}{2}\right)$ campanadas. ¿Cuántas campanadas dará en $\frac{48b - 24a}{4b^2 - 2ab}$ segundos?

a) $a + b + 1$ b) $a - b + 1$
c) $\frac{b}{2}$ d) 3 e) 4

<u>Resolución:</u>

Del enunciado:

(−1: de # camp. a # intervalos)

# camp.	# intervalos	tiempo
$\frac{a+b}{2}$	$\left(\frac{a+b}{2} - 1\right)$	$t + 4$
$\frac{a-b}{2}$	$\left(\frac{a-b}{2} - 1\right)$	t

$$\left(\frac{a+b}{2} - 1\right)t = \left(\frac{a-b}{2} - 1\right)(t + 4)$$

$$(a + b - 2)t = (a - b - 2)t + 4(a - b - 2)$$

$$(\not{a} + b - \not{2} - \not{a} + b + \not{2})t = 4(a - b - 2)$$

$$2bt = 4(a - b - 2)$$

$$t = \frac{2(a - b - 2)}{b}$$

Ahora hallemos cuántas campanadas dará en:

$$\frac{48b-24a}{4b^2-2ab}=\frac{24\,\cancel{(2b-a)}}{2b\,\cancel{(2b-a)}}$$

$$=\frac{12}{b}\ segundos$$

# camp.	# intervalos	tiempo
$\frac{a-b}{2}$	$\left(\frac{a-b}{2}-1\right)$	$\frac{2(a-b-2)}{b}$
x	$(x-1)$	$\frac{12}{b}$

$$\left(\frac{a-b}{2}-1\right)\times\frac{12}{\cancel{b}}=(x-1)\frac{2(a-b-2)}{\cancel{b}}$$

$$\cancel{(a-b-2)}\times 6=(x-1)\times 2\,\cancel{(a-b-2)}$$

$$3=x-1$$

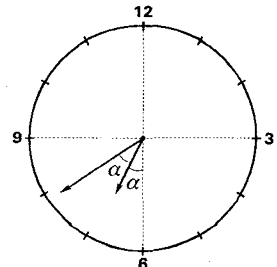
$$x=4$$

∴ Tocará 4 campanadas.

∴ **Clave e**

PROBLEMA 27

Según el gráfico, ¿qué hora indica el reloj?

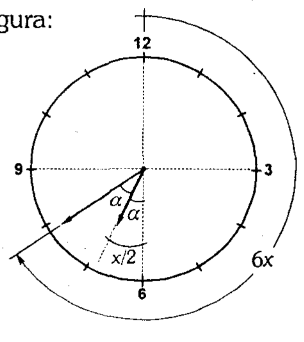


a) 6:36 b) $6:36\frac{1}{3}$ c) $6:37\frac{1}{11}$

d) $6:36\frac{2}{3}$ e) 6:38

Resolución:

De la figura:



$$\Rightarrow \quad \alpha=\frac{x}{2}\ ......\ (1)$$

$$\Rightarrow \quad 6x=180+2\alpha\ ......\ (2)$$

Reemplazando (1) en (2): $6x=180+\cancel{2}\left(\frac{x}{\cancel{2}}\right)$

$$5x=180$$

$$x=36$$

∴ Indica las 6:36

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 28

Son más de las 1:00 pm sin ser las 2:00 pm. y el tiempo transcurrido del día es igual al triple del tiempo que falta a partir de este instante para que sea las 6:00 pm. ¿Qué hora es?

a) 1:15 pm b) 1:20 pm c) 1:30 pm
d) 1:35 pm e) 1:45 pm

Resolución:

Hora pedida

$(3x)h$ $\quad$ xh

$0h$ $\quad$ $18h$ <> $6pm$

$18h$

$$\Rightarrow \quad 3x + x = 18$$
$$4x = 18$$
$$x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}h$$
$$x = 4h\,30min$$

$\therefore$ Son las : $0h + 3(4h\ 30min)$
: $0h + 13h\ 30min$
: $13h\ 30min$
: 1:30 p.m.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 29

Un reloj indica la hora en igual número de campanadas. Si demora el triple de tiempo para dar $4b$ campanadas que para dar $a+b+1$ campanadas y 6 veces ese valor para dar $10b-7a$ campanadas, ¿cuántas campanadas dará en 4/3 del tiempo que se demoró para tocar $4b$ campanadas?

a) 42 b) 43 c) 53
d) 52 e) 41

Resolución:

Del enunciado.

DP (# intervalos → tiempo)

# camp.	# intervalos	tiempo
$4b$	$4b-1$	$3t$
$a+b+1$	$a+b$	t
$10b-7a$	$10b-7a-1$	$6t$

Planteando:

$$\frac{4b-1}{3t} = \frac{a+b}{t} = \frac{10b-7a-1}{6t}$$

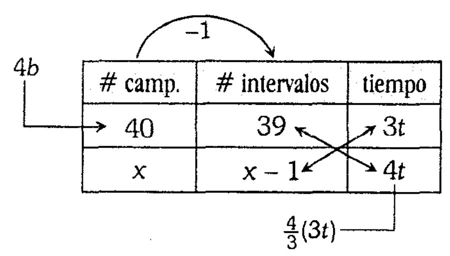
$\Rightarrow 4b-1 = 3a+3b$ | $\Rightarrow 6a+6b = 10b-7a-1$

$b = 3a+1$ | $13a = 4b-1$

Reemplazando:

$$13a = 4(3a+1)-1$$
$$a = 3$$
$$b = 3(3)+1 = 10$$

En lo que nos piden:



$$\Rightarrow \quad x-1 = \frac{39 \times 4\not{t}}{3\not{t}}$$
$$x-1 = 52$$
$$x = 53$$

$\therefore$ Dará 53 campanadas.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 30

Un reloj en 3 horas se atrasa 5 minutos y otro reloj en 5 horas se atrasa 3 minutos. Si en este instante son las 8:00 am. y los relojes están indicando la hora correcta. ¿Qué hora será realmente, cuando ambos relojes indiquen la misma hora por primera vez?

a) 7:00 am b) 8:00 am c) 11:00 am
d) 10:30 am e) 8:30 am

Resolución:

Primer reloj

Atrasa	en
$5min$	$3h$
$25min$	$15h$

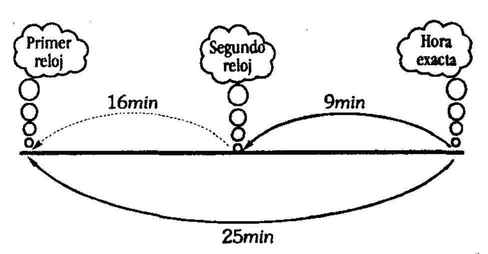
(×5)

Segundo reloj

Atrasa	en
$3min$	$5h$
$9min$	$15h$

(×3)

En $15h$.



... lo que marca uno del otro se diferencia en $16min$.

Diferencia	Tiempo
16 min	15 h
720 min	x

(×45)

$$x = 675\ h <> 28 \text{ días} + 3 \text{ horas}$$

$\therefore$ Serán las:

$$8{:}00\ am + 28d + 3h = 11{:}00am$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 31

Armando va a la biblioteca y sale de su casa entre las 6:00 pm y las 7:00 pm cuando las agujas del reloj se superponen y regresa entre las 10 y las 11 pm cuando las agujas también están superpuestas. ¿Qué tiempo estuvo fuera de casa?

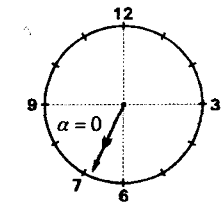
a) $3h\ 43'\ 32''$ b) $6h\ 24'\frac{7'}{11}$

c) $4h\ 28'\ 32\frac{7''}{11}$ d) $4h\left(21\frac{9}{11}\right)'$

e) $4\ h\ 30'$

Resolución:

- Sale de su casa a las: $\boxed{6:x}$



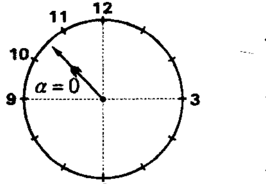
$$x = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$0 = 30(6) - \frac{11}{2}(x)$$

$$x = \frac{360}{11} = 32\frac{8}{11}$$

$\therefore$ Salió a las $6:32\frac{8}{11}$

- Regresa a su casa a las: $\boxed{10:x}$



$$x = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$0 = 30(10) - \frac{11}{2}(x)$$

$$x = 54\frac{6}{11}$$

$\therefore$ Regresó a las $10:54\frac{6}{11}$

$\therefore$ Estuvo fuera:

$$\left(10:54\frac{6}{11}\right) - \left(6:32\frac{8}{11}\right) = 4h\left(21\frac{9}{11}\right)$$

$\therefore$ **Clave: d**

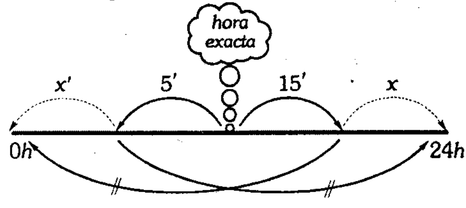
PROBLEMA 32

Hace 5 minutos faltaba para terminar el día los mismos minutos que pasaron del día pero hasta dentro de 15 minutos. ¿Qué hora es?

a) 12:00 m b) 12:05 pm.
c) 12:10 pm. d) 11:55 am.
e) 11:50 am.

Resolución:

En un esquema:



Planteando:

$$x+5+15+x=24(60)$$
$$2x+20=1440$$
$$2x=1420$$
$$x=710\,min$$
$$=11h\,50\,min$$

∴ Son las:
$$11h\,50\,min+5\,min=11h\,55\,min$$
$$=11:55\ am$$

∴

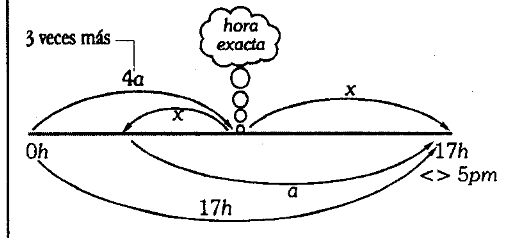
PROBLEMA 33

Son mas de las 3:00 pm y el tiempo transcurrido del día es 3 veces más que el tiempo que falta transcurrir para que sean las 5:00 pm, pero si la hora fuese x minutos antes. Si se sabe que a esa hora los minutos que faltaban para que sea la hora que realmente es, resulta el mismo tiempo de lo que realmente falta para ser las 5:00 pm. ¿Qué hora es?

a) 3:45 p.m. b) 3:06:40 p.m.
c) 4:18:20 p.m. d) 3:16:40 p.m.
e) 4:46:40 p.m.

Resolución:

Haciendo un esquema:



$$\Rightarrow \quad a=2x \ \ldots\ldots (1)$$
$$\Rightarrow \quad 4a+x=17 \ \ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$4(2x)+x=17$$
$$x=\tfrac{17}{9}h$$
$$x=1h+\tfrac{8}{9}(60min)$$
$$x=1h+53min+\tfrac{1}{3}(60seg)$$
$$x=1h\ 53min\ 20seg$$

∴ Son las:

$$17h-1h\ 53min\ 20seg=15h\ 6min\ 40seg$$
$$=3:06:40\ p.m.$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 34

Se tienen 2 relojes descompuestos, uno se adelanta a razón de 5 minutos cada 2 horas y el otro se atrasa en 1 hora, 2 minutos. Si en este instante dichos relojes están marcando la hora correcta, ¿cuánto tiempo tiene que pasar para que dichos relojes indiquen la hora correcta en simultáneo por segunda vez?

a) 60 días b) 72 días c) 144 días
d) 120 días e) 100 días

Resolución:

- Hallemos cada cuánto tiempo el primer reloj marca la hora correcta.

Adelanta	En
5 *min.*	2 *h*
720 *min.*	*x*

(×144 en ambas columnas)

$\Rightarrow \quad x = 288\,h = 12 \text{ días}$

∴ El primer reloj marca la hora exacta cada 12 días.

- Ahora hallemos lo mismo para el segundo reloj.

Atrasa	en
2 *min*	1 *h*
720 *min*	*x*

(×360 en ambas columnas)

$\Rightarrow \quad x = 360\,h = 15 \text{ días}$

∴ El segundo reloj marca la hora exacta cada 15 días.

- Finalmente marcarán juntos la hora exacta cada:

$$\text{MCM}(12,15) = 60 \text{ días.}$$

∴ Para que marquen la hora exacta por segunda vez deben pasar:

$$2(60) = 120 \text{ días.}$$

∴ **Clave: d**

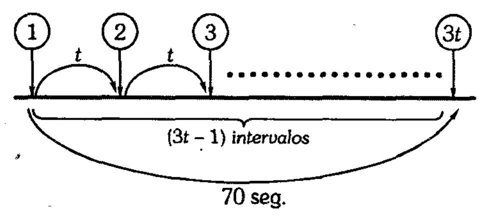
PROBLEMA 35

Un reloj indica la hora con tantas campanadas como el número de horas transcurridas hasta ese instante. Sabemos que para tocar tantas campanadas como el triple del tiempo que demoró entre campanada y campanada tardó 70 segundos, ¿cuántas campanadas dará en 40 segundos?

a) 8 b) 9 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Del enunciado:



Del gráfico: $(3t-1)t = 70$
$t = 5$

$\Rightarrow$ Entonces en 40 segundos:

$$\#\text{ intervalos} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\#\text{ campanadas} = 8 + 1 = 9$$

∴ Dará 9 campanadas.

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 36

Se sincronizan 2 relojes a las 2 am. uno de ellos se adelanta 12 segundos cada 24 minutos y el otro se atrasa 45 segundos cada hora. En un instante la diferencia entre la hora del reloj adelantado y la hora que marca el reloj atrasado es 20 minutos. ¿Qué hora es realmente?

a) 2:00 pm b) 6:00 pm c) 6:00 am
d) 4:00 pm e) 5:00 pm

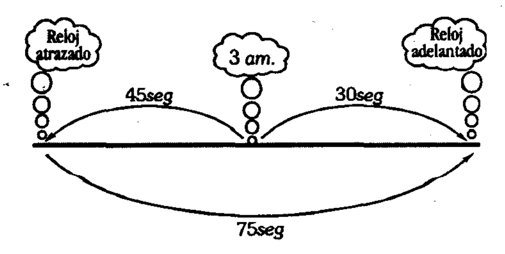
Resolución:

Del primer reloj:

Adelanta		En
12 seg	⟶	24 min
1 seg	⟶	2 min
30 seg	⟶	1 h

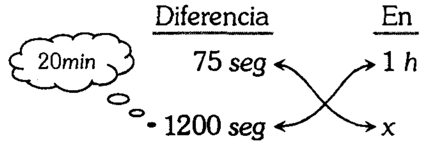
($\div 12$ y $\times 30$ en ambas columnas)

Luego de una hora de haberse sincronizado, los relojes marcarán:



Se observa que en una hora la diferencia entre lo que marca el reloj adelantado y el atrasado es 75 seg.

Luego:



Diferencia	En
75 seg	1 h
1200 seg	x

$$x = \frac{1200 \times 1}{75} = 16h$$

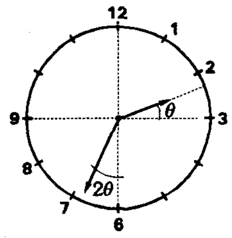
⇒ Desde que se sincronizan ha pasado 16 horas.

∴ Hora pedida = 2am + 16 h = 6 pm

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 37

¿Qué hora indica el reloj de la figura?



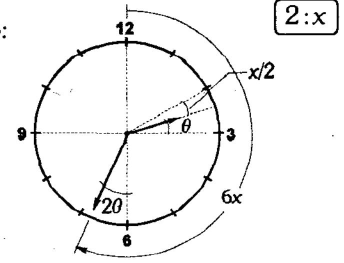
a) $2h\left(33\frac{4}{7}\right)min$ b) $2h\left(34\frac{2}{7}\right)min$

c) $2h\left(34\frac{3}{7}\right)min$ d) $2h\left(33\frac{5}{7}\right)min$

e) $2h\left(34\frac{6}{7}\right)min$

Resolución:

Del gráfico: $2:x$



$\Rightarrow \frac{x}{2} + \theta = 30° \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$

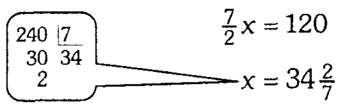
$\Rightarrow 6x = 180° + 2\theta$

$3x = 90° + \theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$

Sumando (1) y (2):

$$\frac{x}{2} + \not{\theta} + 3x = 30° + 90° + \not{\theta}$$

$$\frac{7}{2}x = 120$$



$$x = 34\tfrac{2}{7}$$

$\therefore$ Son las $2h\left(34\frac{2}{7}\right)min$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 38

A qué hora entre las 3 y las 4 las manecillas del reloj forman un ángulo llano?

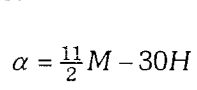
a) $3h\left(49\frac{1}{11}\right)min$ b) $3h\left(48\frac{2}{11}\right)min$

c) $3h\left(47\frac{3}{11}\right)min$ d) $3h\left(16\frac{4}{11}\right)min$

e) $3h\left(17\frac{2}{11}\right)min$

Resolución:

Ocurre a las: $\boxed{3:x}$



Como:

$$\alpha = \frac{11}{2}M - 30H$$

$$180 = \frac{11}{2}x - 30(3)$$

$$x = \frac{540}{11}$$

540 | 11
100 49
1

$$x = 49\tfrac{1}{11}$$

$\therefore$ A las: $3h\left(49\frac{1}{11}\right)min$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 39

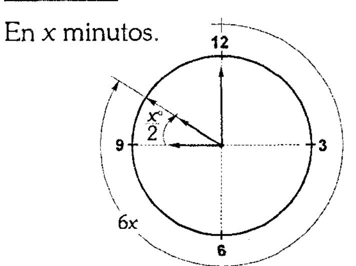
¿Cuántos minutos después que un reloj indica que son las 9, el minutero alcanza al horario?

a) 49 b) $53\frac{1}{11}$ c) $47\frac{1}{11}$

d) $9\frac{1}{11}$ e) $49\frac{1}{11}$

Resolución:

En x minutos.



Planteando:

$$6x = 270 + \frac{x}{2}$$

$$12x = 540 + x$$

$$11x = 540$$

$$x = \frac{540}{11}$$

540 | 11
100 49
1

$$x = 49\tfrac{1}{11}$$

$\therefore$ Después de $49\frac{1}{11}$ minutos.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 40

¿A qué hora entre las 3 y las 4, el horario dista de la marca horaria 3 tanto como el

minutero dista de la marca horaria 7, antes de haberla pasado?

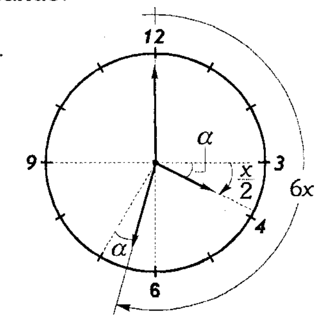
a) $3h\left(32\frac{2}{11}\right)min$ b) $3h\left(33\frac{4}{11}\right)min$

c) $3h\left(35\frac{3}{13}\right)min$ d) $3h\left(32\frac{1}{11}\right)min$

e) $3h\left(32\frac{4}{13}\right)min$

Resolución:

Graficando:



$\Rightarrow \ \alpha = \frac{x}{2}$ .... (1)

$\Rightarrow \ 6x + \alpha = 210°$ .... (2)

Reemplazando (1) en (2):

$$6x + \frac{x}{2} = 210$$

$$12x + x = 420$$

$$x = \frac{420}{13}$$

$$x = 32\frac{4}{13}$$

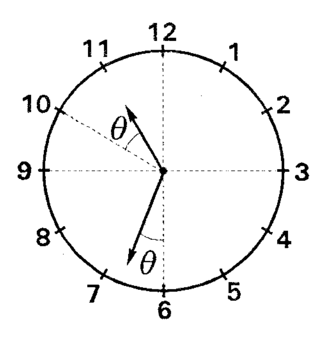
420 | 13
39   32
30
26
4

$\therefore$ A las $3:32\frac{4}{13}$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 41

¿Qué hora indica el reloj de la figura?



a) $10h\left(32\frac{8}{11}\right)min$

b) $10h\ 35min$

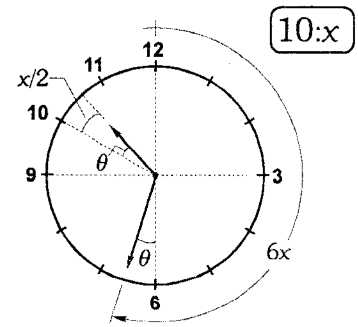
c) $10h\left(33\frac{7}{11}\right)$

d) $10h\left(32\frac{9}{11}\right)min$

e) $10h\left(32\frac{7}{11}\right)min$

Resolución:

Del gráfico:

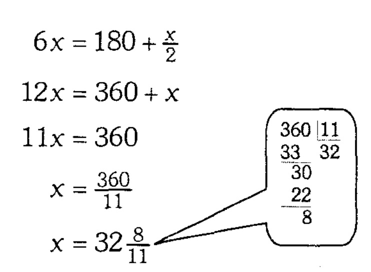


$\Rightarrow \ \theta = \frac{x}{2}$ .... (1)

$\Rightarrow \ 6x = 180 + \theta$ .... (2)

Reemplazando (1) en (2):

$$6x = 180 + \frac{x}{2}$$
$$12x = 360 + x$$
$$11x = 360$$
$$x = \frac{360}{11}$$
$$x = 32\frac{8}{11}$$



$\therefore$ Indica las $10h32\frac{8}{11}$.

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 42

Un campanario tarda $n^2x\,seg$ en tocar tantas campanadas como "n" veces el tiempo que demora entre campanadas y campanada, hallar el tiempo en función a "n" que demora entre campanada y campanada si es igual a x.

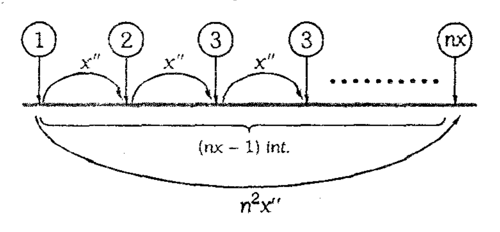
a) $\sqrt{\frac{n+1}{n}}seg$ b) $\frac{n(n+2)}{n-1}seg$

c) $n\,seg$ d) $\frac{\sqrt{4n^3+1}}{2n}seg$

e) $\frac{n^2+1}{n}seg$

Resolución:

Del enunciado del problema:



Planteamos: $(nx-1)x = n^2x$

$$nx - 1 = n^2$$
$$x = \frac{n^2+1}{n}$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 43

Se construye un reloj que tiene el horario más grande que el minutero, cuando Karen ve la hora dice: *"son las 9:28 ó 9:29, si el ángulo que forman las manecillas es 114°"*. ¿Qué hora es en realidad?.

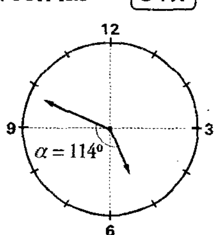
a) 5:52 b) $5:45\frac{1}{7}$ c) $5:48\frac{3}{13}$

d) 5:48 e) $5:47\frac{5}{7}$

Resolución:

Del enunciado:

En realidad son las $\boxed{5:x}$



Aplicando: $\alpha = \frac{11}{2}M - 30H$

$$114 = \frac{11}{2}x - 30(5)$$
$$x = \frac{528}{11}$$
$$x = 48$$

$\therefore$ Son las 5:48

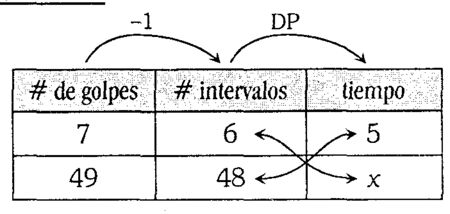
$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 44

Un boxeador de las Vegas da 7 golpes en 5 segundos. ¿Cuánto tiempo demorará en dar 49 golpes?

a) 35 *s* b) 1 *min* 20 *s*
c) 25 *s* d) 40 *s* e) 60 *s*

Resolución:



# de golpes	# intervalos	tiempo
7	6	5
49	48	x

$$\Rightarrow \quad x = \frac{48 \times 5}{6} = 40$$

$\therefore$ Demorará 40 segundos.

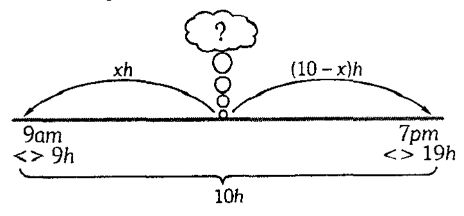
$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 45

La mitad del tiempo que ha pasado desde las 9:00 a.m. es una tercera parte del tiempo que falta para las 7:00 p.m. ¿Qué hora es?

a) 11 am b) 1 pm c) 4 pm
d) 2:20 pm e) 2 pm

Resolución:
En un esquema:



Planteando:

$$\frac{x}{2} = \frac{10 - x}{3}$$

$$3x = 20 - 2x$$

$$5x = 20$$

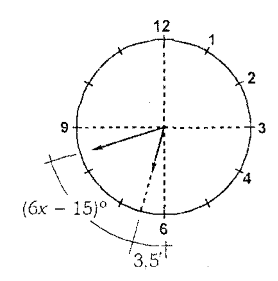
$$x = 4$$

$\therefore$ Son las: 9am + 4h = 1pm

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 46

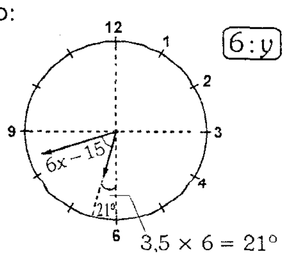
¿Qué ángulo formarán las agujas de un reloj dentro de ***6x*** *min*?



a) 40° b) 54° c) 38°5′
d) 135° e) 15°

Resolución:

Del gráfico:



Se reserva que como desde las 6:00 el horario ha barrido 21°, entonces $y = 2(21) = 42$.

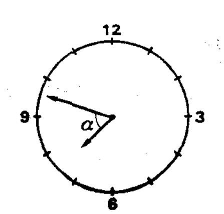
Aplicando:

$$\alpha = \frac{11}{2}M - 30M$$

$$6x - 15 = \frac{11}{2}(42) - 30(6)$$

$$6x = 66$$

$\Rightarrow$ Dentro de 66 minutos serán las:
6:42 + 66' = 7:48



$$\alpha = \frac{11}{2}M - 30M$$

$$= \frac{11}{2}(48) - 30(7)$$

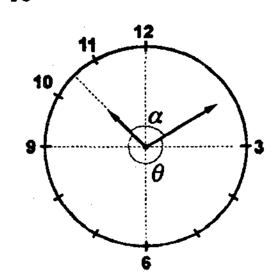
$$= 54°$$

$\therefore$ Formarán 54°.

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 47

¿Qué hora indica las agujas del reloj? Si: $3\alpha - \theta = 40°$



a) $10 : \frac{17}{9}$ b) $10 : \frac{97}{8}$ c) $10 : \frac{73}{11}$
d) $10 : \frac{80}{11}$ e) $10 : \frac{110}{9}$

Resolución:

Del gráfico:

$$\alpha + \not{\theta} = 360°$$

$$\text{Dato}: \quad 3\alpha - \not{\theta} = 40° \quad (+)$$

$$4\alpha = 400$$

$$\alpha = 100$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 260$$

Aplicando: $\theta = 30H - \frac{11}{2}M$

$$260° = 30(10) - \frac{11}{2}(x)$$

$$\frac{11}{2}x = 40$$

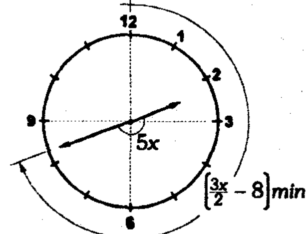
$$x = \frac{80}{11}$$

$\therefore$ Indica las $10 : \frac{80}{11}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 48

Hallar la hora que indican las agujas del reloj:



a) 2:40 b) 2:37 c) 2:32
d) 2:42 e) 2:36

Resolución:

Del gráfico:

son las $2 : \left(\frac{3x}{2} - 8\right)$

Aplicando: $\alpha = \frac{11}{2}M - 30H$

$$5x = \frac{11}{2}\left(\frac{3x}{2} - 8\right) - 30(2)$$

$$5x = \frac{33}{4}x - 44 - 60$$

$$104 = \frac{13}{4}x$$

$$x = 32$$

$\therefore$ Son las: $2{:}\left(\frac{3}{2}(32) - 8\right) = 2:40$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 49

Cada cuánto tiempo las manecillas de un reloj (horario y minutero) forman un ángulo de 0°

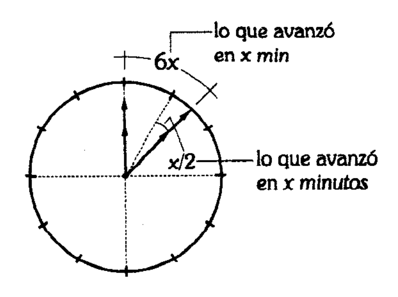
a) $1h6\frac{7}{11}min$ b) $1h5\frac{5}{11}min$

c) $1h\frac{8}{11}min$ d) $1h7\frac{3}{8}min$

e) $1h9\frac{3}{8}min$

<u>Resolución:</u>

Sabemos que a las 12:00 las agujas forman 0° y luego de una hora con x minutos vuelven a formar 0°: Hallemos el valor de x.



Del gráfico: $6x = 30 + \frac{x}{2}$

$$12x = 60 + x$$

$$x = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$$

$\therefore$ Forman 0° cada $1h\,5\frac{5}{11}min$.

$\therefore$ **Clave: b**

[illegible]

Un reloj marca las 3:x; x está entre las 8 y las 9, pasado cierto tiempo el horario y el minutero se permutan. ¿Qué hora era inicialmente?

a) $3:42\frac{5}{11}$ b) $3:42\frac{9}{11}$

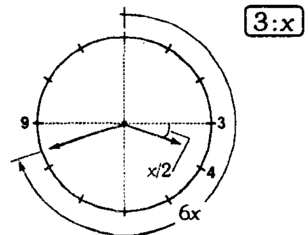
c) $3:42\frac{9}{11}$ d) $3:41\frac{7}{13}$

e) $3:43\frac{7}{71}$

<u>Resolución:</u>

Graficando ambos casos:

<u>Inicio</u>:



<u>Después</u>:

Del último gráfico:

$$6\beta = 90 + \frac{x}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$6x = 240 + \frac{\beta}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\cancel{6\beta} = 90 + \frac{x}{2}$$

$$72x = 2880 + \cancel{6\beta} \quad (+)$$

$$72x = 2970 + \frac{x}{2}$$

$$x = \frac{\cancel{3940}}{\cancel{143}} = \frac{540}{13} = 41\frac{7}{13}$$

$\therefore$ Eran las $3:41\frac{7}{13}$

$\therefore$ **Clave: d**

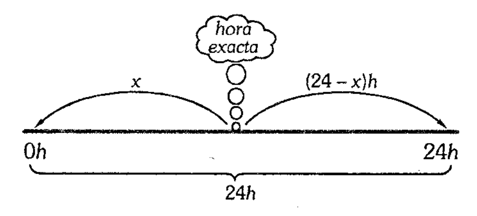
PROBLEMA 51

En esta noche triste y silenciosa he visto en el reloj de mi pared, el ángulo que forman el horario y minutero; dicho valor numérico me ha recordado la edad que tuvo Alfredito cuando dejó el mundo. Si las horas transcurridas del día son los $\frac{31}{5}$ de los que faltan transcurrir. ¿Qué hora del día sucedió estos recuerdos tristes y cuál fue la edad de Alfredito al momento de morir?

a) 9:36 p.m. ; 72 años
b) 11:28 p.m. ; 60 años
c) 8:40 p.m. ; 20 años
d) 7:23 p.m. ; 40 años
e) 10:30 p.m. ; 35 años

Resolución:

Del enunciado:



$$\Rightarrow \quad x = \frac{31}{5}(24 - x)$$

$$5x = 744 - 31x$$

$$36x = 744$$

$$x = 20h + \frac{2}{3}h$$

$$x = 20h + \frac{2}{3}(60\,min)$$

$$x = 20h + 40\,min$$

$\therefore$ Sucedió a las:

$$20h\ 40min = 8{:}40 \text{ p.m.}$$

$$\Rightarrow \quad \acute{A}ngulo : \alpha = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$= 30(8) - \frac{11}{2}(40)$$

$$= 20^\circ$$

$\therefore$ La edad fue de 20 años.

$\therefore$ **Clave: c**

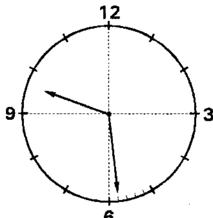
PROBLEMA 52

Se construye un reloj que tiene el horario más grande que el minutero, cuando una persona ve la hora anuncia: "*son las 9:29*". ¿Qué hora es en realidad?

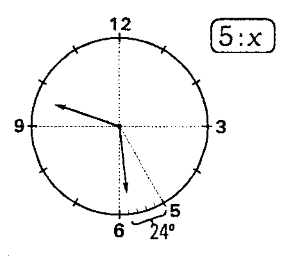
a) 5:45 b) 6:50 c) 4:48
d) 5:48 e) 6:52

Resolución:

Del enunciado:
confusión:



Realmente:



Como el horario desde las 5:00 avanzó:
$24° \longrightarrow x = 2(24) = 48$

$\therefore$ Realmente eran las 5:48

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 53

A una esfera de un reloj se le divide en 1600 partes iguales, cada parte se denomina nuevo minuto, cada nueva hora está constituida por 100 nuevos minutos. ¿Qué hora indicará el nuevo reloj, cuando el antiguo indique las 3:36?

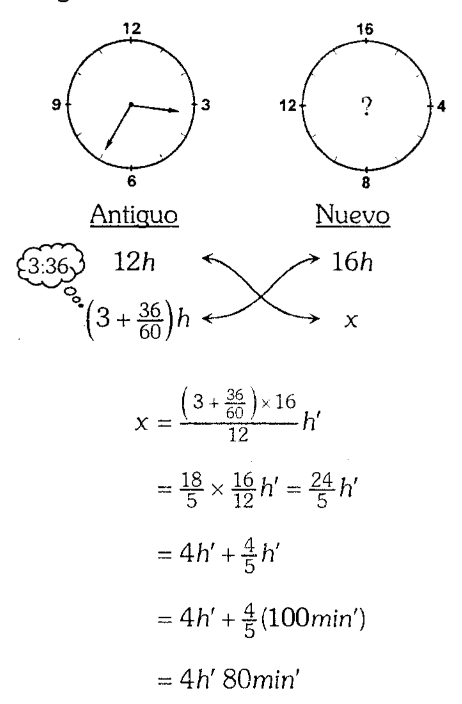
a) 2:20 b) 2:45 c) 3:75
d) 4:75 e) 4:80

Resolución:

Se deduce que en el nuevo reloj:

1 vuelta < > 16 h

Luego:



$12h \quad\quad 16h$

$\left(3+\frac{36}{60}\right)h \quad\quad x$

$$x = \frac{\left(3+\frac{36}{60}\right)\times 16}{12}h'$$

$$= \frac{18}{5}\times\frac{16}{12}h' = \frac{24}{5}h'$$

$$= 4h' + \frac{4}{5}h'$$

$$= 4h' + \frac{4}{5}(100min')$$

$$= 4h'\ 80min'$$

$\therefore$ Indicará las 4:80

$\therefore$ **Clave: e**

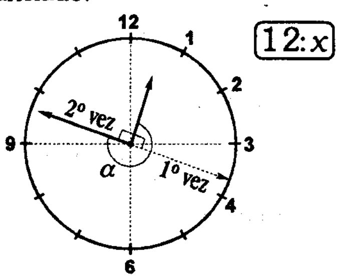
PROBLEMA 54

¿A qué hora entre las 12 y la 1 las manecillas (horario y minutero) de un reloj forman un ángulo recto por segunda vez?

a) $12h$ (49 1/11) min.
b) $12h$ (48 2/11) min.
c) $12h$ (57 3/11) min.
d) $12h$ (49 3/11) min.
e) $12h$ (54 6/11) min.

Resolución:

Del enunciado:



Aplicando:

$$\alpha = \frac{11}{2}M - 30H$$

$$270 = \frac{11}{2}(x) - 30(0)$$

$$x = \frac{540}{11} = 49\frac{1}{11}$$

∴ A las 12:49 1/11

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 55

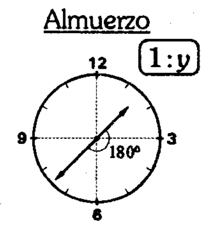
Tito tiene un desayuno entre las 6 y las 7am. cuando las agujas del reloj se superponen, y tiene un almuerzo entre las 1 y las 2pm., cuando las agujas se oponen. ¿Qué tiempo transcurrió desde el desayuno hasta el almuerzo?

a) 5*h* 5*min*.
b) 7*h* (5/11)*min*.
c) 7*h* 6*min*.
d) 7*h* (5 5/11)*min*.
e) 7*h* (6 5/11)*min*.

Resolución:

Desayuno | Almuerzo

$6:x$



Aplicando (desayuno):

$$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$0 = 30(6) - \frac{11}{2}x$$

$$x = 32\frac{8}{11}$$

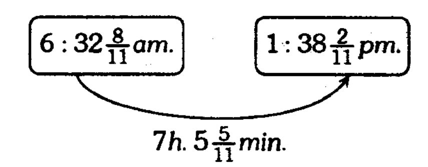
Aplicando (almuerzo):

$$\alpha = \frac{11}{2}M - 30H$$

$$180 = \frac{11}{2}y - 30(1)$$

$$y = 38\frac{2}{11}$$

Como:



∴ Transcurrió: $7h.\left(5\frac{5}{11}\right)min.$.

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 56

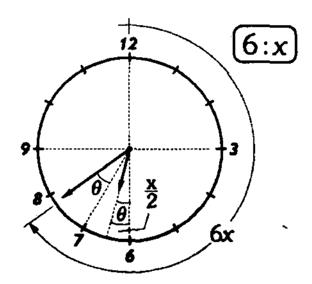
A qué hora entre las 6 y las 7 el horario adelanta a la marca de las 6 tanto como el minutero adelanta a la marca de las 7.

a) $6:\frac{421}{13}$ b) $6:\frac{420}{11}$ c) $6:\frac{428}{11}$

d) $6:\frac{424}{11}$ e) $6:\frac{313}{11}$

Resolución:

Que ello ocurra a las: 6:x



$\Rightarrow \quad \theta = \frac{x}{2}$ .... (1)

$\Rightarrow \quad 6x = 210 + \theta$ .... (2)

Reemplazando (1) en (2)

$$6x = 210 + \frac{x}{2}$$
$$12x = 420 + x$$
$$11x = 420$$
$$x = \frac{420}{11}$$

$\therefore$ A las $6 : \frac{420}{11}$.

$\therefore$ **Clave: b**

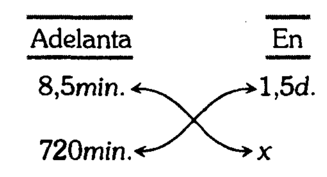
PROBLEMA 57

Un reloj empieza a adelantarse a partir de las 8:30 a razón de 8 minutos y medio cada día y medio. ¿Luego de cuánto tiempo marcará la hora correcta nuevamente?

a) $103\frac{9}{23}$ *días* b) $127\frac{1}{17}$ *días*
c) $138\frac{5}{17}$ *días* d) 120 *días*
e) $107\frac{19}{23}$ *días*

Resolución:

Para que marque la hora correcta debe adelantarse en total 12*h* < > 720*min*.



$\Rightarrow \; x = \frac{720 \times 1{,}5}{8{,}5} = 127\frac{1}{17}d$

$\therefore$ Luego de $127\frac{1}{17}$*días*

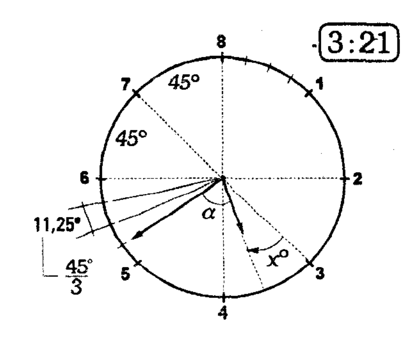
$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 58

A la esfera de un reloj se le divide en 32 partes, a cada parte se denomina nuevo minuto y cada hora está constituida de 4 nuevos minutos. ¿Qué ángulo forman las manecillas de este reloj cuando indica las 3:21?

a) 71,75° b) 73° c) 72,5°
d) 73,5° e) 70,75°

Resolución:



Tiempo	∠ Horario
32′	45°
21′	x

$x = \frac{21 \times 45}{32} \approx 29,5°$

Del gráfico:

$$\alpha = 11,25° + 45° + (45° - 29,5°)$$

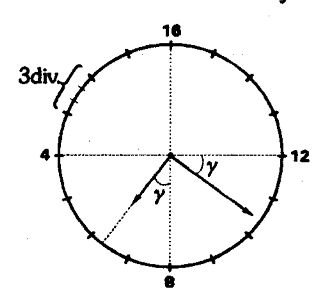
$$\alpha = 71,75°$$

$\therefore$ Forman 71,75°

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 59

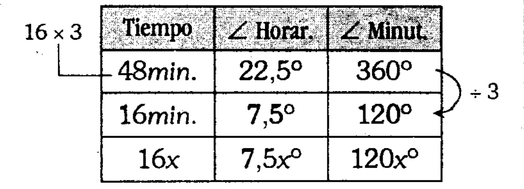
¿Qué hora indica el nuevo reloj?



a) 6:31 b) 6:33 c) 6:32
d) 6:32 ½ e) 6:31 ¼

Resolución:

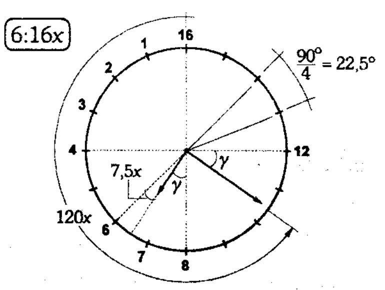
Analizando:



16 × 3

Tiempo	∠ Horar.	∠ Minut.
48*min.*	22,5°	360°
16*min.*	7,5°	120°
16*x*	7,5*x*°	120*x*°

÷ 3



Del gráfico:

$$7,5x + \gamma = 45°$$
$$120x + \gamma = 270° \quad (-)$$
$$112,5x = 225°$$
$$x = 2$$

$\therefore$ Indica las: 6:32

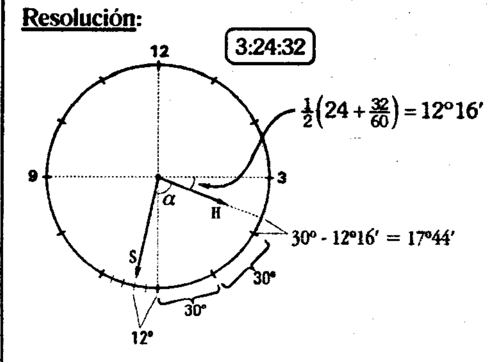
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 60

Si en este momento son las 3:24:32. ¿Qué ángulo forman las agujas horario y segundero del reloj?

a) 88°40′ b) 85°44′ c) 89°44′
d) 83°44′ e) 89°43′

Resolución:



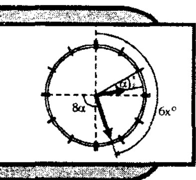
$$\alpha = 12° + 30° + 30° + 17°44'$$

$$\alpha = 89°44'$$

$\therefore$ **Clave: c**

Cronometría

Problemas Resueltos



Problema 01.

Un campanario toca $(m-1)$ campanadas en $(m-2)^2$ segundos. ¿Cuántos segundos tardará en dar $(m+3)$ campanadas?

a) m^2+4 b) $\frac{m^2+1}{2}$ c) m^2
d) m^2-4 e) $m-4$

Problema 02.

Un reloj demora 45 segundos en dar tantas campanadas como el doble del tiempo, en segundos, que demora entre campanada y campanada, ¿cuántos segundos demorará en dar 12 campanadas?

a) 55 b) 60 c) 65
d) 66 e) 44

Problema 03.

Son más de la 1, pero aún no son las 4 y dentro de 20 minutos el tiempo que faltará para las 4 será el doble del tiempo que transcurrió desde la 1 hasta hace 10 minutos. ¿Qué hora es?

a) 2:10 b) 1:50 c) 1:45
d) 2:00 e) 2:20

Problema 04.

Si dentro de 2h el tiempo que faltará transcurrir del día será 2/3 del tiempo que ya transcurrió. ¿Qué hora es?

a) 1:12 am b) 1:24 pm c) 2:12 pm
d) 2:24 pm e) 1:12 pm

Problema 05.

Un reloj se atrasa 3 minutos cada 2 horas y al cabo de 16 horas de haber sido sincronizado marca 8:17. ¿Cuál es la hora correcta?

a) 7:53 b) 8:42 c) 8:41
d) 8:43 e) 8:33

Problema 06.

Un reloj señaló las 7:00 cuando en realidad eran las 6:40 e indicó las 9:00 cuando en realidad fue las 9:10. ¿Qué hora habrá sido en realidad cuando este reloj haya marcado las 7:28?

a) 7:02 b) 7:10 c) 7:14
d) 7:15 e) 7:20

Problema 07.

Un reloj se atrasa 6 min por hora. A las 8am ya tenía un atraso de 5 min. ¿Qué hora será en realidad cuando dicho reloj esté marcando la 1:19 pm del mismo día?

a) 1:30 pm b) 1:55 pm c) 2:15 pm
d) 2:00 pm e) 2:05 pm

Problema 08.
¿Qué hora indica el gráfico?

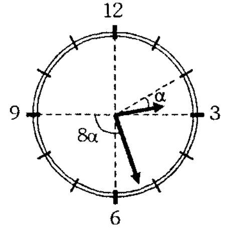
a) 2:27

b) 2:26

c) 2:28

d) 2:25

e) 2:29



Problema 09.

¿A qué hora entre las 2:00 y 2:15 el ángulo formado por las manecillas del reloj es igual al que ellas forman 15 minutos después?

a) 2h 8 min 3/11 s. b) 2h 3 min 9/22 s.
c) 2h 5 min 7/8 s. d) 2h 10 min 3/11 s.
e) 2h 3 9/22 min.

Problema 10.

Un reloj se atrasa un cuarto de minuto durante la mañana y se adelanta un tercio de minuto durante la noche, al cabo de cuántas noches como mínimo habrá adelantado 3 minutos, sabiendo que hoy al atardecer marcó la hora exacta.

a) 10 b) 20 c) 36
d) 33 e) 60

Problema 11.

Adolfo sale de Lima entre las 6 y las 7 de la mañana cuando las agujas de su reloj están superpuestas y llega a Huacho entre las 10 y 11 de la mañana cuando las agujas del reloj forman un ángulo recto por primeras vez. ¿Cuánto tiempo duró el viajes de Adolfo?

a) 3h 32 8/11 b) 4h 32 8/11
c) 2h 5/11 d) 3h 5 5/11
e) 4h 5 5/11

Problema 12.

Dos relojes se sincronizan a las 8 am a partir de cuyo instante el primero se adelanta 2 min cada hora y el segundo 12 min cada hora. ¿Después de cuánto tiempo como mínimo marcarán la misma hora?

a) 36 h b) 72 h c) 144 h
d) 24 h e) 39 h

Problema 13.

Halle el valor de α en el siguiente gráfico:

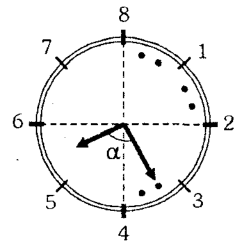
a) 80,625°

b) 93,5°

c) 81,75°

d) 93,75°

e) 82,625°



Problema 14.

¿A qué hora entre las 12 y la 1 las manecillas del reloj forman un ángulo de 120° por segunda vez?

a) 12:44 b) 12:43 c) 12:41
d) 12:42 8/11 e) 12:43 7/11

Problema 15.

Se tiene 3 relojes defectuosos: el primero se adelanta 5 minutos cada hora, el segundo se adelanta 6 minutos cada hora y el tercero se atrasa 10 minutos cada hora ¿dentro de cuánto tiempo marcarán la hora correcta simultáneamente por tercera vez?

a) 30 d b) 60 d c) 90 d
d) 120 d e) 15 d

Problema 16.

Un campanario demora tantos segundos en tocar cuatro campanadas como la mitad de las campanadas que toca en 51 segundos. ¿Cuántas campanadas tocará en 1 ½ minutos?

a) 36 b) 21 c) 20
d) 31 e) 30

Problema 17.

Un reloj demora $(m + 1)$ segundos en tocar m^2 campanadas, ¿cuántas campanadas tocará en 1 s?

a) m b) $m - 1$ C) $m + 1$
d) m^2 e) $m^2 - 1$

Problema 18.

La campana de un reloj indica las horas con igual número de campanadas. Para indicar las n horas tarda 4 segundos. ¿cuántas horas habrán transcurrido desde el instante en que empleó n segundos para indicar la hora hasta el instante en que utilizó 2n segundos para indicar la hora?

a) $\frac{(n^2 - n)}{4}$ b) $n^3 - n$ c) $\frac{n(n+1)}{2}$
d) $\frac{n(n-1)}{6}$ e) $\frac{n(n+1)}{4}$

Problema 19.

Un campanario señala la hora con igual número de campanadas, si emplea 6 s en señalar las 13 h. Calcule la medida del menor ángulo que forma el segundero con el minutero al terminar de indicar la hora con 21 campanadas.

a) 47° b) 59° c) 48°
d) 60° e) 45°

Problema 20.

Salí de mi casa en la mañana cuando las manecillas de mi reloj, que indica las horas con una sola campanada, formaban un ángulo de 180° y daba una campanada. ¿cuántas campanadas sonaron en mi ausencia, si cuando volví en la noche del mismo día escuché una campanada y el ángulo que formaban las manecillas del reloj era de 90°?

a) 14 b) 12 c) 13
d) 15 e) 16

Problema 21.

En un día de 1988, antes del mediodía, Adolfito se dio cuenta que las horas transcurridas del año excedían en 500 horas a las horas que faltaban transcurrir. Indique la fecha y la hora en que Adolfito hizo dicha observación.

a) 12 de julio - 10:00 am.
b) 11 de julio - 10:00 am.
c) 10 de julio - 10:00 am.
d) 12 de julio - 11:00 am.
e) 11 de julio - 11: 00 am.

Problema 22.

¿Qué fecha marcará la hoja de un almanaque de escritorio, cuando las hojas

arrancadas exceden a los 3/8 de las hojas que faltan por arrancar en 2? (Considerar año no bisiesto).

a) 7 de abril. b) 12 de abril.
c) 9 de abril. d) 16 de abril.
e) 25 de abril.

Problema 23.

Un reloj empieza adelantarse a partir de las 8:30 a razón de 8 minutos y medio cada día y medio, ¿luego de cuánto tiempo marcará la hora correcta nuevamente?

a) 103 9/23 días b) 127 1/17 días
c) 138 5/17 días d) 120 días
e) 107 19/23 días

Problema 24.

Son más de las 6 sin ser las 8 de esta mañana y hace 10 minutos el tiempo que había transcurrido desde las 6 era igual a 1/9 del tiempo que faltará transcurrir para las 8, pero dentro de 10 minutos. ¿Qué hora es?

a) 6:20 pm b) 6: 20 am c) 7:20 am
d) 7:20 pm e) 6:45 am

Problema 25.

Se tiene dos relojes sincronizados a las 12 del medio día (hora exacta). Si el primero se adelanta 2 min cada hora y el segundo se atrasa 3 min cada hora, responda:

I. ¿Dentro de cuánto tiempo como mínimo marcarán la hora correcta los dos relojes simultáneamente?

II. ¿Dentro de cuánto tiempo como mínimo marcarán la misma hora?

a) 30 días, 6 días. b) 20 días, 9 días.
c) 7 días, 3 días. d) 5 días, 6 días.
e) 90 días, 3 días.

Problema 26.

Una persona al ver la hora, confunde el horario con el minutero y viceversa, y dice: "Son las 16:42 h". ¿Qué hora era realmente?

a) 8h 30' b) 8h 42' c) 8h 24'
d) 8h 20' e) 8h 25'

Problema 27.

En una tarde soleada un poste de 8m de longitud, proyecta una sombra de 16m de largo ¿qué hora es en ese preciso instante?

a) 14h 26' b) 14h 25' c) 16h 14'
d) 14h 30' e) 16h 4'

Problema 28.

El lunes a las 10:00 de la mañana. Adolfito observó que su reloj estaba dos minutos adelantado. El miércoles a las 6:00 de la mañana, advirtió que dicho reloj estaba atrasado 1 minuto. ¿En qué día y hora habrá dado la hora exacta?
(Observación: Su reloj se atrasa.)

a) martes - 3:20 pm
b) martes - 10:40 pm
c) martes - 11:25 pm.
d) martes - 11:32 pm.
e) martes - 11:20 pm.

Problema 29.

Un reloj se adelanta 4 minutos por hora y otro se atrasa 1 minuto por hora. Si ambos relojes se sincronizan el Miércoles 22 de mayo a las 12m exactamente. ¿En qué fecha volverán a señalar la misma hora?

a) martes - 6:00 pm.
b) jueves - 12:00 m.
c) martes - 12:00 m.
d) viernes -12:00 m
e) jueves - 2:00 pm

Problema 30.

Edwin sale de su casa a las 6:00 am (según el reloj de su casa) y llega a la academia a las 8:10 am (según el reloj de la academia) pero se sabe que el reloj de su casa está adelantado 10 minutos y el de la academia está atrasado 15 minutos .¿Qué tiempo demoró en ir desde su casa hasta la academia?

a) 2h b) 1h 55' c) 2h 20'
d) 2h 40' e) 2h 35'

Problema 31.

A las 5:00 pm de ayer un reloj empezó a adelantarse a razón de 8 minutos por hora. ¿Dentro de cuántas horas volverá a marcar la hora correcta por segunda vez?

a) 92 h b) 360h c) 24 h
d) 180 h e) 90 h

Problema 32.

Se tiene un reloj que se atrasa 5 minutos cada hora y otro que se adelanta 3 minutos cada hora. Si se ponen a la hora los dos relojes en este instante. ¿Después de cuánto tiempo volverán a marcar la hora correcta simultáneamente por tercera vez?

a) 30 días b) 90 días c) 36 días
d) 60 días e) 45 días

Problema 33.

En cierto instante un reloj marca 2 minutos menos de lo debido aunque va adelantándose. En cambio, si marcáse 3 minutos menos de lo que debe marcar, pero se adelantara al día ½ minuto más de lo que se adelanta, entonces marcaría la hora exacta un día antes. ¿Cuántos minutos al día se adelanta este reloj?

a) ½ min b) 1 min c) 1 ½ min
d) 2 min e) 2 ½ min

Problema 34.

Un reloj anuncia las horas con un número de campanadas igual a las horas que está marcando, además este mismo reloj da 3 campanadas en 8 segundos, entonces ¿A qué hora exactamente terminará el reloj de anunciar las 21 horas?

a) 21h, 32 s b) 22h, 4 s
c) 21 h, 28 s d) 22 h, 28 s
e) 21 h, 10 s

Problema 35.

Doris observa, el lunes a las 3 de la madrugada que su reloj tiene 8' de atraso, al día siguiente (martes: 3 pm) observa que su reloj tiene un adelanto de 10'. ¿Qué día y a qué hora estuvo marcando la hora correcta el reloj de Doris? (El reloj se adelanta)

a) lunes 7:00 pm. b) lunes 6:00 pm
c) lunes 7:35 pm d) lunes 6:39 pm
e) lunes 6:49 pm

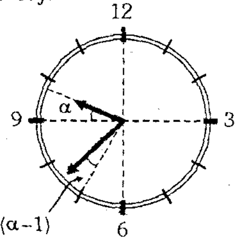
Problema 36.

Son las 12:00 en punto del medio día. Indique el menor tiempo al cabo del cual el segundero será bisectriz del ángulo que las otras dos agujas forman.

a) 20,30 seg b) 32,30 seg
c) 30,27 seg d) 30, 26 seg
e) 30,29 seg

Problema 37.

¿Qué hora indica el reloj?



a) 9:37
b) 9:38
c) 9:37 1/11
d) 8:38 2/11
e) 9:39

Problema 38.

¿A qué hora entre las 2 y las 3, el minutero adelanta a la marca de las 6 y forma con ésta un ángulo (en número de grados sexagesimales) igual al número de minutos transcurridos desde las 2 horas?

a) 2h 40 min b) 2h 36 min
c) 2h 37 min d) 2h 35 min
e) 2 h 32 min

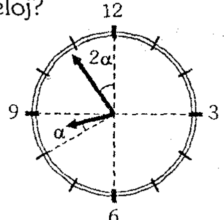
Problema 39.

¿A qué hora entre las 4 y las 5, el minutero y el horario forman un ángulo interno igual a 1/5 del ángulo externo, antes que el minutero pase sobre el horario?

a) 4h 11 9/11 min b) 4h 10 9/11 min
c) 4h 10 8/11 min d) 4h 11 10/11 min
e) 4h 10 10/11 min

Problema 40.

¿Qué hora indica el reloj?



a) 8h 54 18/23 min
b) 8h 53 min
c) 8h 51 3/7 min
d) 8h 52 13/88 min
e) 8h 53 44/99 min

Problema 41.

Andrés salió de su casa por la mañana cuando su reloj de pared coincidía con el gráfico I y llegó por la noche del mismo día cuando su reloj coincidía con el gráfico II. ¿Qué tiempo estuvo fuera de su casa? (En el gráfico número II las agujas forman un ángulo de 180° y en el gráfico I están superpuestas)

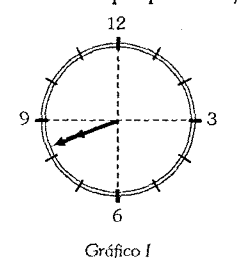


Gráfico I

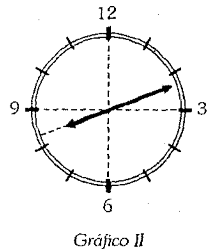


Gráfico II

a) 11h 27 3/11 min b) 11h 30 min
c) 12 h d) 11h 3/11 min
e) 11h 27 min

Problema 42.

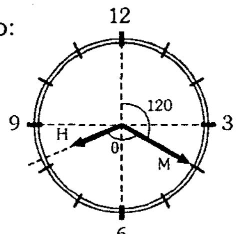
Carlos debe tomar un jarabe cada 3 horas, pero él quiere tomar el jarabe ca-

da 4 horas, y su madre no se lo permite; entonces, decide atrasar el reloj de su casa para que no se dé cuenta. ¿Cuántos minutos por hora debe atrasar Carlos el reloj para lograr su propósito?

a) 20 b) 16 c) 25
d) 12 e) 15

Problema 43.

Halle θ en el gráfico:



a) 120°
b) 125°
c) 138°
d) 130°
e) 144°

Problema 44.

Mónica empezó a estudiar después de las 4h pero antes de las 5 h, en el momento justo que las agujas del reloj estaban superpuestas, y terminó de estudiar antes de las 11h, pero después de las 10 h, cuando las agujas formaban un ángulo de 180°. ¿Cuánto tiempo estuvo estudiando?

a) 5h b) 3h c) 6h
d) 6h 25' e) 6h 43'

Problema 45.

Un reloj señala 3 en punto ¿A qué hora coincidirán las agujas por primera vez a partir de esa hora?

a) 3h 16 4/11 min b) 3h 16 min
c) 3h 16 ½ min d) 3h 16 5/11 min
e) 3h 16 2/11 min

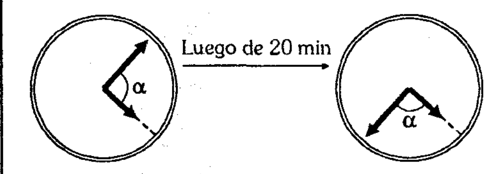
Problema 46.

¿A qué hora inmediatamente después de las 3, el ángulo que forma el horario con la marca de las 3 es tanto como el ángulo que forma el minutero con la marca de las 7, después de haberla pasado?

a) 3:38 2/11 b) 3:38 1/11
c) 3:38 2/13 d) 3:38 5/11
e) 3:38 7/11

Problema 47.

Halle: α



a) 97,5° b) 60° c) 37,5°
d) 75,5° e) 55°

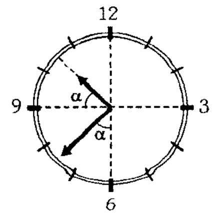
Problema 48.

¿A qué hora entre las 6 y las 7 el horario adelanta a la marca de las 6 tanto como el minutero adelanta a la marca de las 7?

a) 6:421/13 c) 6: 420/11 c) 6:428/11
d) 6:424/13 e) 6:313/11

Problema 49.

¿Qué hora es según el gráfico mostrado?



a) 10:38 2/11
b) 10:36 5/11
c) 10:39 2/7
d) 10:38 9/7
e) 10: 39 7/11

Problema 50.

¿Cuál es la relación de los ángulos barrido por la aguja horaria - minutera - segundera, cuando transcurren n minutos?

a) 1; 6; 12 b) 1; 3, 4
c) 1; 12; 720 d) 1; 36, 720
e) 1; 24; 360

Problema 51.

¿Qué ángulo forman entre sí las gujas de un reloj a las 11,45 horas ?

a) 165° b) 168° 30' c) 181° 30'
d) 178° e) 180°

Problema 52.

Un reloj señala las horas con número de campanadas, no correspondientes; así la 1 índica con 11 campanadas, las 2 con 10 campanadas, las 8 con 4 campanadas, etc. ¿Cuántas campanadas habrá dado desde las 7 inclusive hasta el momento en que por segunda vez indica el número correcto de campanadas inclusive.

a) 112 b) 63 c) 51
d) 78 e) 108

Problema 53.

Un reloj forma a las 3:00 un ángulo de 80° debido a una falla mecánica. ¿Qué ángulo formará a las 4:40?

a) 90° b) 100° c) 110°
d) 115° e) ninguna

Problema 54.

En el planeta "TACPE" se usa un extraño reloj que tiene 20 marcas horarias y en un día el horario da 3 vueltas completas; además una hora tiene 80 minutos y un minuto 80 segundos. ¿Qué hora indica el reloj inmediatamente después de las 5, si el minutero adelanta al horario tanto como el horario adelanta a la marca de las 20?

a) 5:43:52 1/3 b) 5:41:53 1/3
c) 5:44:53 1/3 d) 5:44:35 5/9
e) 5:44:53 2/3

Problema 55.

¿Cada cuánto tiempo el minutero y el segundero forman un ángulo recto?

a) 30 29/59 seg b) 29 30/59 seg
c) 31 31/59 seg d) 30 30 /59 seg
e) 30 31/59 seg

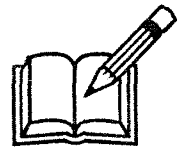
Problema 56.

¿Qué ángulo forman las manecillas de un reloj, cuya circunferencia está dividida por "a" divisiones horarias y el espacio comprendido entre dos marcas horarias está dividido en "b" espacios que corresponden a los minutos, si indica que son las H:M y el minutero todavía no pasa al horario?

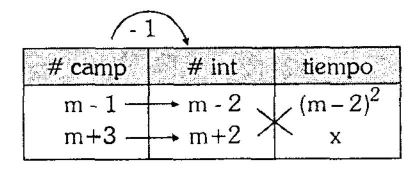
a) $\frac{180°}{a^2b}(abH+M-aM)$ b) $\frac{360°}{ab^2}(abH+M-aM)$
c) $\frac{360°}{a^2b}(abH+M-aM)$ d) $\frac{360°}{a^2b}(aH+M-abM)$
e) $\frac{360°}{ab}(abH+M-aM)$

Cronometría

Solucionario



Resolución 01.



# camp	# int	tiempo
m - 1 →	m - 2	$(m-2)^2$
m+3 →	m+2	x

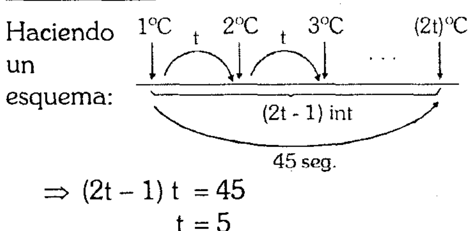
$$\hookrightarrow x = \frac{(m+2)(m-2)^{\cancel{2}}}{\cancel{(m-2)}}$$

$$x = (m+2)(m-2) = m^2 - 4$$

∴ Clave d

Resolución 02.

Haciendo un esquema:



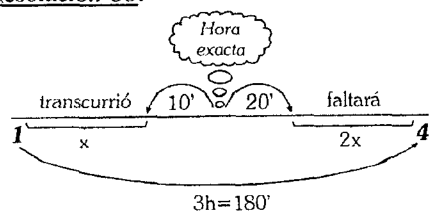
$$\Rightarrow (2t-1)\,t = 45$$
$$t = 5$$

En tocar 12 campanadas demorará:

11 int × 5 seg = 55 seg.

∴ Clave a

Resolución 03.

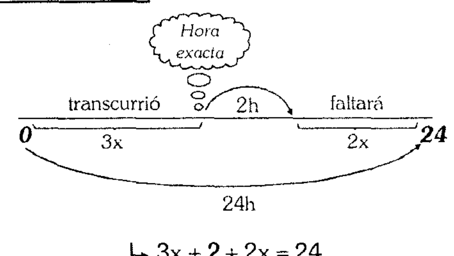


$$x + 10 + 20 + 2x = 180$$
$$3x + 30 = 180$$
$$3x = 150$$
$$x = 50$$

Son las 1:00 + 50' + 10' = 2:00

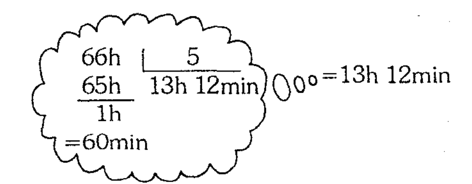
∴ Clave d

Resolución 04.



$$\hookrightarrow 3x + 2 + 2x = 24$$
$$5x = 22$$
$$x = \frac{22}{5}h$$

$$\text{Tiempo transcurrido} = 3\left(\frac{22}{5}h\right) = \frac{66}{5}h$$



Son las: 1:12 pm.

∴ Clave e

Resolución 05.

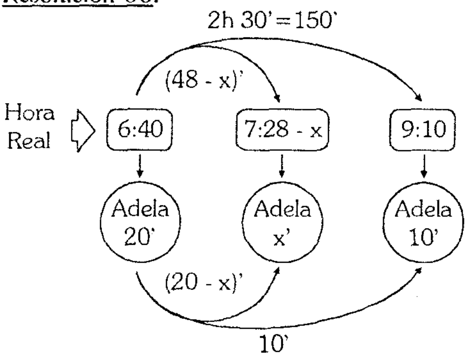
	ATRASA		EN	
×8	3'	; æ	2h	×8
	24'	; æ	16h	

Cuando marca las 8:17 tiene un atraso de 24 minutos.

$\therefore$ Hora correcta: 8:17 + 24' = 8:41

$\therefore$ Clave c

Resolución 06.



luego: $\dfrac{48-x}{20-x}=\dfrac{\cancel{150}}{\cancel{10}}$

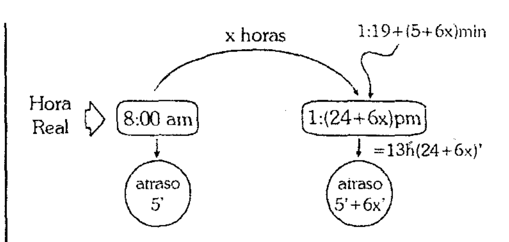
$$48 - x = 300 - 15x$$
$$14x = 252$$
$$x = 18$$

$\therefore$ Eran las: 7: (28 – 18) = 7:10.

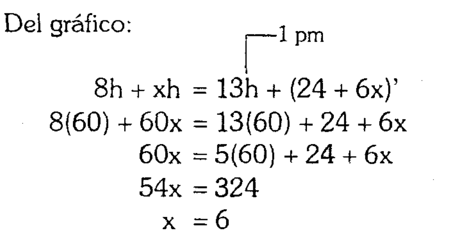
$\therefore$ Clave b

Resolución 07.

En x horas se atrasó 6x min:



Del gráfico:



$$8h + xh = 13h + (24 + 6x)'$$
$$8(60) + 60x = 13(60) + 24 + 6x$$
$$60x = 5(60) + 24 + 6x$$
$$54x = 324$$
$$x = 6$$

$\therefore$ Serán las: 1:(24 + 6(6)) pm
= 2pm

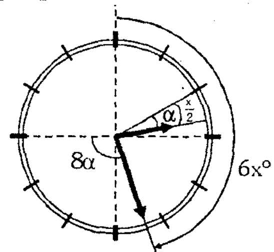
$\therefore$ Clave d

Resolución 08.

Recordemos:

tiempo	∡H	∡M
x'	(x/2)°	6x°

En el gráfico: 2 : x



↳ $\alpha = x/2$ ... (1)
↳ $6x + 8\alpha = 270°$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2):

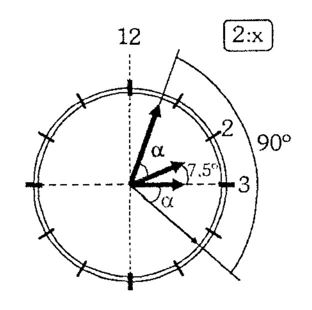
$$6x + 8\left(\frac{x}{2}\right) = 270$$
$$x = 27$$

∴ Son las 8:27.

Resolución 09.

Sabemos:

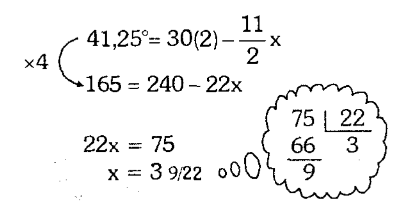
tiempo	∡H	∡M
15'	7,5°	90°



Del gráfico: $\alpha + 7{,}5° + \alpha = 90°$

$\alpha = 41{,}25°$

Aplicando: $\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$



A las 2h 3 9/22 min.

∴ Clave e

Resolución 10.

En la noche se adelanta: 20 seg.

En el día se atrasa: 15 seg.

Como empieza adelantándose:

\# de veces que se atrasa = n

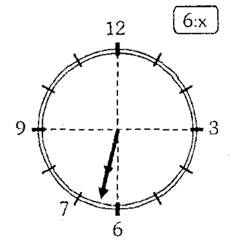
\# de veces que se adelanta = n + 1

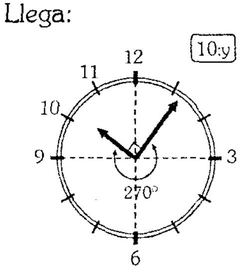
$$20(n+1) - 15n = 3 \times 60$$
$$\Rightarrow \quad 20n + 20 - 15n = 180$$
$$5n = 160$$
$$n = 32$$

\# de noches = 32 + 1 = 33.

Resolución 11.

Sale: Llega:





Sale:

$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$

$0 = 30(6) - \frac{11}{2}x$

$x = 32\ 8/11$

Sale: 6:32 8/11

Llega:

$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$

$270 = 30(10) - \frac{11}{2}y$

$y = 5\ 5/11.$

Llega: 10:5 5/11

∴ Duró: 3h 32 8/11

∴ Clave a

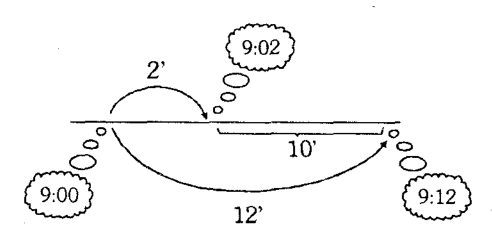
Resolución 12.

Para que dos relojes marquen la misma hora uno debe adelantar al otro:

12h = 720 min.

En el problema:

Luego de una hora:



Vemos que en una hora el segundo reloj adelanta al primero en 10 min.

ADELANTA		***EN***
10'	→	1h
720'	→	t

$\hookrightarrow t = \dfrac{720}{10} = 72h$

$\therefore$ Marcarán la misma hora luego de 72h como mínimo.

$\therefore$ Clave b

Resolución 13.

Del gráfico:

Son las: 5:10 además 1h < > 24 min

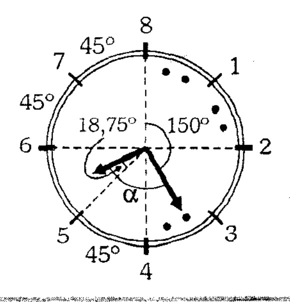
Para el horario:

tiempo		∡H
24'	→	45°
10'	→	x=18,75°

Para el minutero:

tiempo		∡M
24'	→	360°
10'	→	x=150°

Luego:

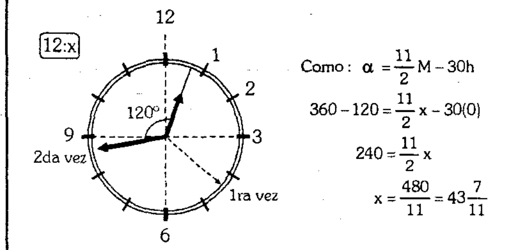


Luego: $\alpha = 18{,}75 + 45° + 30°$
$= 93{,}75°$

$\therefore$ Clave d

Resolución 14.

Del enunciado:



A las 12:43 7/11

$\therefore$ Clave e

Resolución 15.

Primer Reloj:

Adelanta		En
5'	→	1h
720'	→	x

$\hookrightarrow x = \dfrac{720 \times 1}{5} = 144\,h = 6$ días

Segundo Reloj:

Adelanta		En
6'	→	1h
720'	→	x

$\hookrightarrow x = \dfrac{720 \times 1}{6} = 120\,h = 5$ días

Tercer Reloj:

Atrasa		En
10'	→	1h
720'	→	x

$\hookrightarrow x = \dfrac{720 \times 1}{10} = 72\,h = 3$ días

Marcará la hora correcta juntos cada:

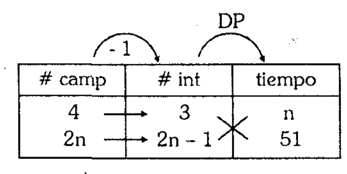
MCM(6,5,3) = 30 días.

Por tercera vez: $30 \times 3 = 90$ días.

$\therefore$ Clave c

Resolución 16.

Del enunciado:



DP

# camp $\xrightarrow{-1}$	# int	tiempo
4 →	3	n
2n →	2n − 1	51

↳ $(2n-1)n = 3 \times 51$

$(2n-1)n = 17 \times 9$

$n = 9$

# camp	# int	tiempo
4	3	9 s
x	x − 1	90 s

<>1 ½ min

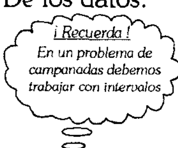
↳ $x-1=\dfrac{3\times 90}{9}=30$

x = 31 campanadas

∴ Clave d

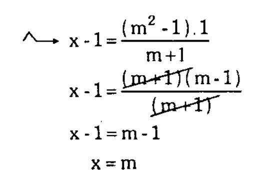
Resolución 17.

De los datos:



# camp	# interv	tiempo
m^2	m^2-1	$m+1$
x	x − 1	1

Tocará m campanadas.



$x-1=\dfrac{(m^2-1).1}{m+1}$

$x-1=\dfrac{\cancel{(m+1)}(m-1)}{\cancel{(m+1)}}$

$x-1=m-1$

$x=m$

∴ Clave a

Resolución 18.

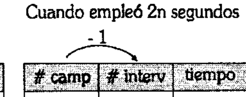
Cuando empleó n segundos

# camp	# interv	tiempo
n	n − 1	4
x	x − 1	n

$x-1=\dfrac{n(n-1)}{4}$

$x=\dfrac{n^2-n+4}{4}$

Cuando empleó 2n segundos



# camp	# interv	tiempo
n	n − 1	4
y	y − 1	2n

$y-1=\dfrac{2n(n-1)}{4}$

$y=\dfrac{2n^2-2n+4}{4}$

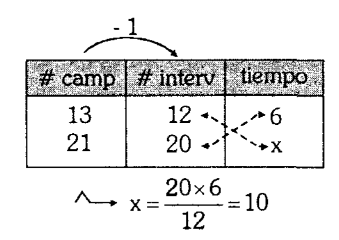
Transcurrió:

$$\frac{2n^2-2n+4}{4}-\frac{n^2-n+4}{4}=\frac{n^2-n}{4}$$

∴ Clave a

Resolución 19.

Hallemos el tiempo que emplea en indicar las 21h.

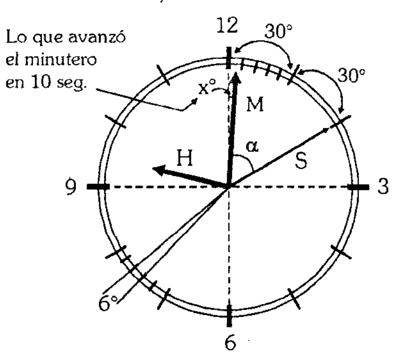


# camp	# interv	tiempo
13	12	6
21	20	x

$x=\dfrac{20\times 6}{12}=10$

∴ Demora 10 segundos.

Ahora hallemos el ángulo que forma el segundero con el minutero al terminar de indicar las 21h; es decir a las 21:00:10.



∡ minutero	tiempo
6°	60 seg
x	10 seg

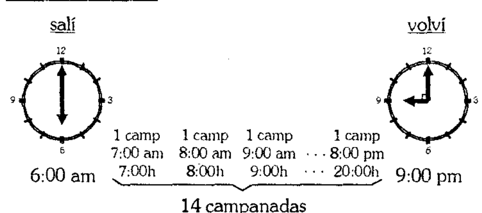
÷6 ÷6

x = 1°

∴ $\alpha = 60 - x = 60 - 1 = 59°$

∴ Clave b

Resolución 20.



∴ Sonaron 14 campanadas.

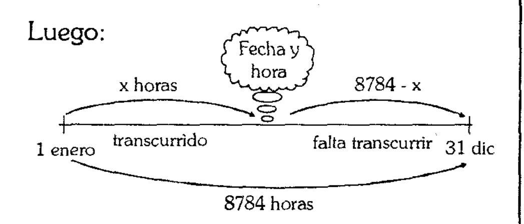
∴ Clave a

Resolución 21.

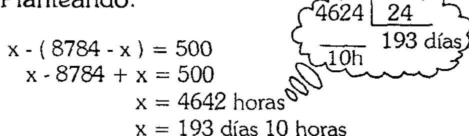
Como 1988 es bisiesto trae:

366 días = 366 (24h) = 8784 horas.

Luego:



Planteando:

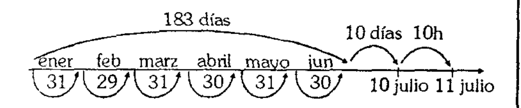


$x - (8784 - x) = 500$

$x - 8784 + x = 500$

$x = 4642$ horas

$x = 193$ días 10 horas



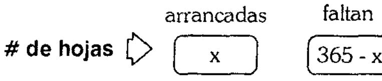
Hizo la observación el 11 de julio a las 10:00 am.

∴ Clave b

Resolución 22.

Dicho almanaque tendrá 365 hojas (año no bisiesto)

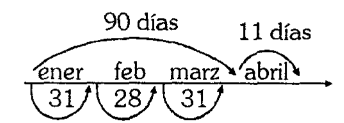
Sean:



Planteando: $x - \frac{3}{8}(365 - x) = 2$

$8x - 1095 + 3x = 16$

$x = 101$

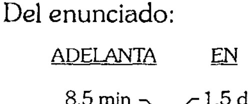


∴ Se arrancó hasta el día 11 de abril y marca el 12 de abril.

∴ Clave b

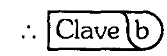
Resolución 23.

Del enunciado:



¡¡ Recuerda !! Para que un reloj que se adelanta marque la hora exacta debe acumular un adelanto total de 12h<>720 min.

$x = \frac{720 \times 1{,}5}{8{,}5} = \frac{2160}{17} = 127\frac{1}{17}$ días

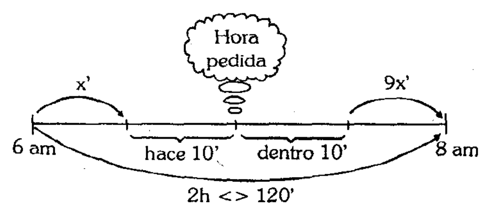


Marcará luego de $127\frac{1}{17}$ días

∴ Clave b

Resolución 24.

Haciendo un esquema:



Planteando: $x + 10 + 10 + 9x = 120$

$x = 10$

Son las 6:00am + 10' + 10' = 6:20 am.

Resolución 25.

I) Hallemos primero cada cuánto tiempo marcan cada uno la hora correcta.

PRIMER RELOJ

ADELANTA	EN
2 min	1 h
720 min	x

$2 \text{ min} \xrightarrow{\times 360} 720 \text{ min}$

$1 \text{ h} \xrightarrow{\times 360} x$

$\rightarrow x = 360h = 15d$

SEGUNDO RELOJ

ATRASA	EN
3 min	1 h
720 min	x

$3 \text{ min} \xrightarrow{\times 240} 720 \text{ min}$

$1 \text{ h} \xrightarrow{\times 240} x$

$\rightarrow x = 240h = 10d$

Como el primero marca la hora exacta cada 15 días y el segundo cada 10 días, marcarán la hora correcta los dos simultáneamente en:

$$MCM(10,15) = 30 \text{ días.}$$

II) Para que marquen la misma hora (no necesariamente la hora exacta) uno debe adelantar al otro

$$12 \text{ horas} = 720 \text{ min.}$$

Como el primer reloj se adelanta 2 min en 1 hora y el segundo se atrasa 3 min en una hora; al cabo de una hora el primero adelantará 5 min al otro.

TIEMPO	ADELANTA
1 h	5 min
x	720 min

$1 \text{ h} \xrightarrow{\times 144} x$

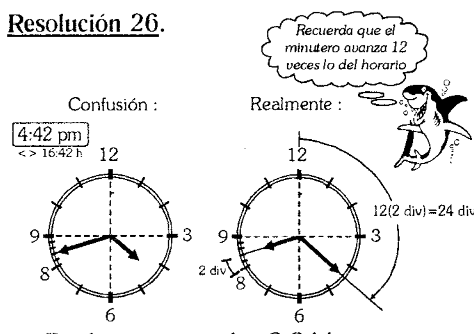
$5 \text{ min} \xrightarrow{\times 144} 720 \text{ min}$

$\rightarrow x = 144h = 6$ días

∴ Marcarán la misma hora dentro de 6 días.

∴ Clave a

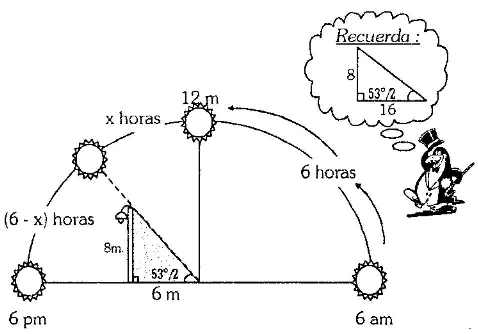
Resolución 26.



∴ Realmente eran las 8:24 h.

Resolución 27.

Teniendo en cuenta que el sol sale a las 6 am y se oculta a las 6 pm tenemos.



Aplicando regla de tres simple:

TIEMPO	ÁNGULO
6	90°
6 – x	53°/2

$$\Rightarrow \quad 6 \times \frac{53}{2} = 90(6 - x)$$

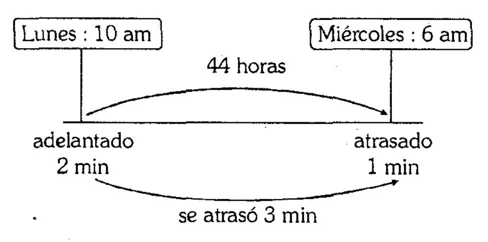
$$x = \frac{127}{30} = 4h\,14m$$

∴ Son las 4:14 pm = 16h 14'.

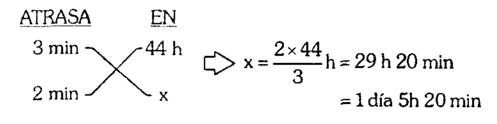
∴ Clave c

Resolución 28.

Del enunciado:



Para que halle marcado la hora correcta debió atrasarse los 2 minutos que tenía de adelanto .



$x = \frac{2 \times 44}{3} h = 29\text{ h } 20\text{ min} = 1\text{ día } 5\text{h } 20\text{ min}$

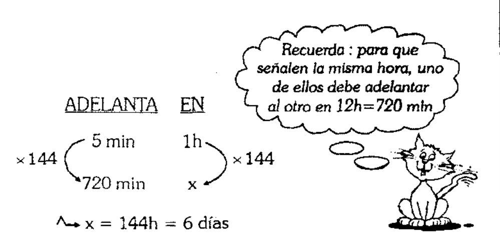
∴ Dió la hora exacta:
lunes 10 am + 1d 5h 20 min = martes 3:20 pm .

∴ Clave a

Resolución 29.

Como el primero se adelanta 4 min en una hora y el segundo se atrasa 1 minuto por hora; en una hora el primero adelantará 5 minutos al otro.

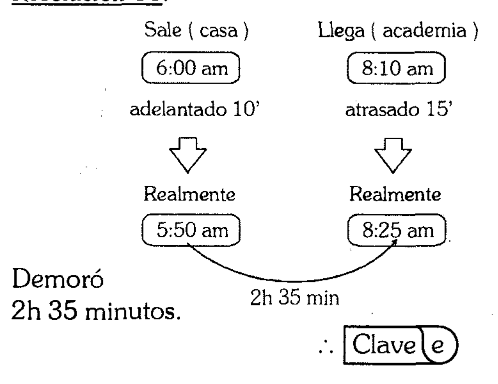
Luego:



∴ Fecha pedida:
miércoles 12:00m + 6 días = martes – 12:00m

∴ Clave c

Resolución 30.



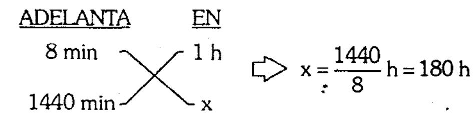
Demoró 2h 35 minutos.

∴ Clave e

Resolución 31.

Para que marque la hora correcta por segunda vez debe acumular un adelanto de 12h + 12 h = 24 h = 1440 min.

Luego:



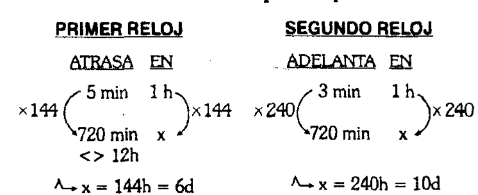
$x = \frac{1440}{8} h = 180\text{ h}$

Volverá a marcar dentro de 180 horas.

∴ Clave d

Resolución 32.

Hallemos cada cuánto tiempo marcan la hora exacta cada uno por separado.



Como el primero marca la hora exacta cada 6 días y el segundo cada 10 días; marcarán la hora exacta juntos cada MCM(6,10) = 30 d.

∴ Volverán a marcar la hora exacta simultáneamente por tercera vez en: 3(30d) = 90 días.

∴ Clave b

Resolución 33.

Teniendo en cuenta que para que este reloj marque la hora correcta debe adelantarse el tiempo que lleva de retraso.

Luego:

CASO I

ADELANTA	EN
x min	1 d
2 min	"d" días

$\to d = \frac{2}{x}$

CASO II

ADELANTA	EN
(x+1/2) min	1 día
3 min	(d - 1) días

$\to d - 1 = \frac{3}{x+1/2}$

$d = \frac{3}{x+1/2} + 1$

Igualando: $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1/2} + 1$

$\frac{2}{x} = \frac{6}{2x+1} + 1$

$4x + 2 = 6x + 2x^2 + x$

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

$2x \quad -1$

$x \quad +2$

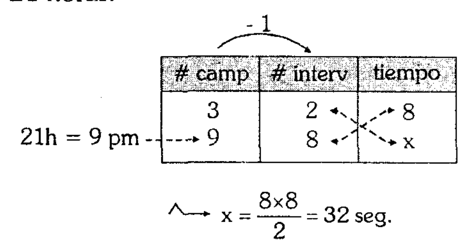
$\Rightarrow x = 1/2$

∴ Se adelanta ½ min al día.

∴ Clave a

Resolución 34.

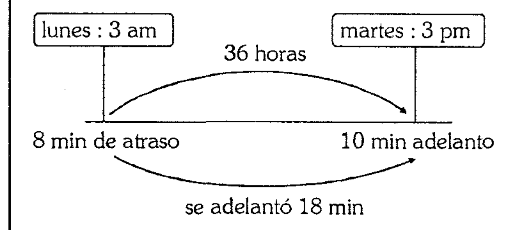
Hallemos cuánto demora en anunciar las 21 horas.



Termina a las 21h 32s.

Resolución 35.

Del enunciado.



Marcará la hora correcta cuando se adelante los 8 minutos de atraso que tiene.

Luego:

ADELANTA		EN
18 min	×2 →	36 h
8 min	×2 →	x

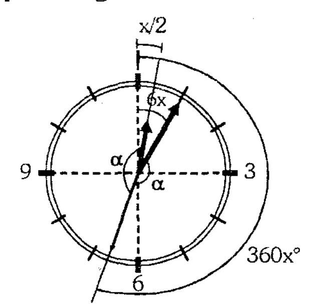
$\to x = 16$ horas

Estuvo marcando la hora correcta:

lunes 3 am + 16 horas = lunes 7 pm.

Resolución 36.

Asumiendo que han pasado "x" minutos para que el segundero sea bisectriz:



tiempo	∠horario	∠Minutero	∠Segundero
60 min	30°	360°	60(360°)
2 min	1°	12°	720°
x min	(x/2)°	6x°	360x°

÷30

Del gráfico: $2\alpha + 6x - \dfrac{x}{2} = 360°$ ... (I)

$360x - 6x = \alpha$ ... (II)

Resolviendo (I) y (II): $x = \dfrac{720}{1427}$ min

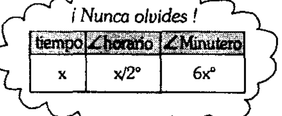
$x = 30{,}27$ s

El tiempo es 30,27 segundos.

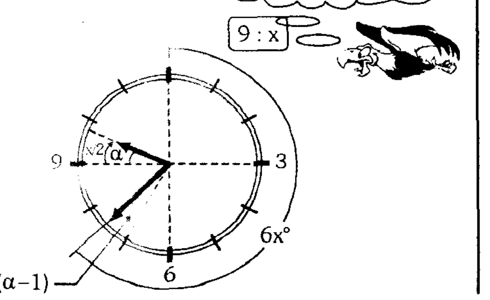
∴

Resolución 37.

Del gráfico:



tiempo	∠horario	∠Minutero
x	x/2°	6x°



Para el horario: $\dfrac{x}{2} = \alpha$

Para el minutero: $6x = 180 + 30 + (\alpha - 1)$

$6x = 209 + \alpha$

Reemplazando: $6x = 209 + \dfrac{x}{2}$

$12x = 418 + x$

$x = 38$

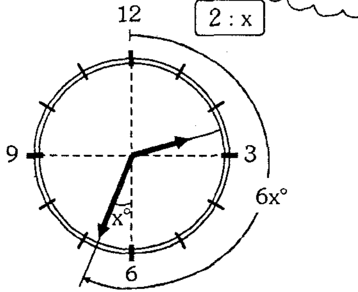
Indica las 9:38.

∴ Clave b

Resolución 38.

Del enunciado:

Como los minutos transcurridos desde las 2:00 es x ; el ángulo que forma el minutero con la marca de las 6 es x°



Planteamos: $6x = 180 + x$

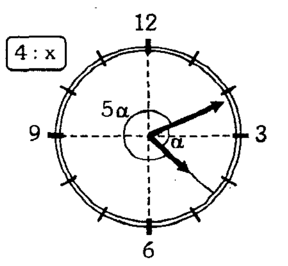
$5x = 180$

$x = 36$

A las 2h 36 min. ∴

Resolución 39.

Del enunciado:



$\alpha + 5\alpha = 360$

$\alpha = 60°$

Aplicando fórmula: $\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$

$$60 = 30(4) - \frac{11}{2}(x)$$

$$\frac{11}{2}x = 60$$

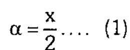
$$x = \frac{120}{11} = 10\,{}^{10}/_{11}$$

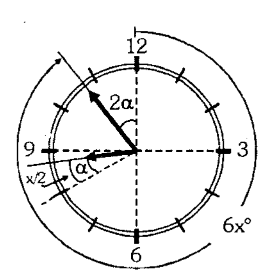
A las 4: 10 10/11

Resolución 40.

Asumiendo que son las 8:x tenemos:

- Para el horario :





- Para el minutero :

$$6x + 2\alpha = 360°$$

$$3x + \alpha = 180° \ldots\ (2)$$

Reemplazando (1) en (2)

$$3x + \frac{x}{2} = 180$$

$$6x + x = 360$$

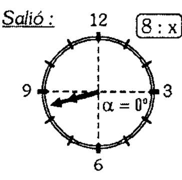
$$x = \frac{360}{7} = 51\,3/7$$

Son las 8: 51 3/7.

∴ Clave c

Resolución 41.

Salió :



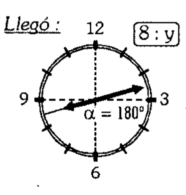
$$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$0 = 30(8) - \frac{11}{2}(x)$$

$$x = 43\ 7/11$$

∴ Salió 8:43 7/11 am

Llegó :



$$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$$

$$180 = 30(8) - \frac{11}{2}(y)$$

$$y = 10\ 10/11$$

Llegó a las 8:10 10/11 pm

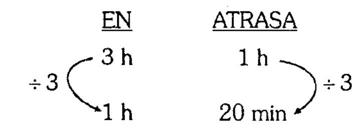
∴ Estuvo fuera:

8:10 10/11 pm – 8:43 7/11 am
= 11h 27 3/11 min.

∴ Clave a

Resolución 42.

Si cada 3 horas atrasa el reloj una hora, tomará el jarabe cada 4 horas.

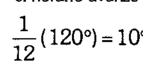


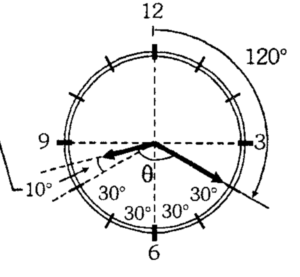
Debe atrasar 20 min por hora.

Resolución 43.

Del gráfico:

Como el minutero avanza 120° desde las 8:00, entonces el horario avanzó :





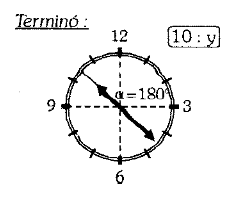
$$\therefore\ \theta = 10° + 30° + 30° + 30° + 30° = 130°$$

∴ Clave d

Resolución 44.

Empezó : 4 : x

Terminó :



$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$ $\qquad$ $\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$

$0 = 30(4) - \frac{11}{2}(x)$ $\qquad$ $180 = 30(10) - \frac{11}{2}(y)$

$x = 21\ 9/11$ $\qquad$ $y = 21\ 9/11$

↳ Empezó a las 4:21 9/11 $\qquad$ ↳ Terminó a las 10:21 9/11

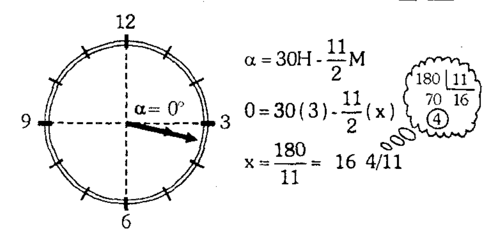
∴ Estuvo estudiando:

· 10h 21 9/11min – 4h 21 9/11min = 6h.

∴ Clave c

Resolución 45.

Suponiendo que coinciden a las 3 : x



$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$

$0 = 30(3) - \frac{11}{2}(x)$

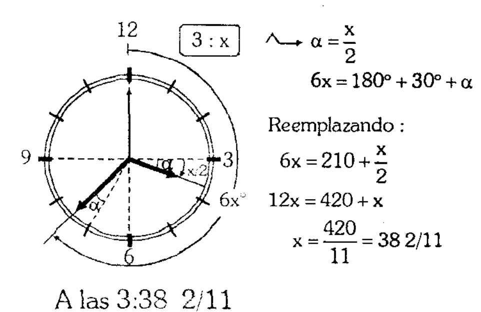
$x = \frac{180}{11} = 16\ 4/11$

∴ Coincidirá a las 3h(16 4/11) min.

∴ Clave a

Resolución 46.

Haciendo un esquema:



↳ $\alpha = \frac{x}{2}$

$6x = 180° + 30° + \alpha$

Reemplazando :

$6x = 210 + \frac{x}{2}$

$12x = 420 + x$

$x = \frac{420}{11} = 38\ 2/11$

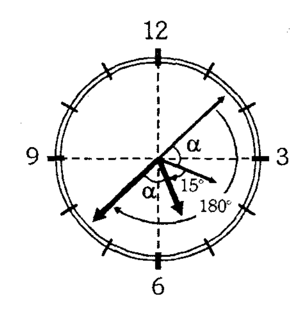
A las 3:38 2/11

∴ Clave a

Resolución 47.

Sabemos que:

tiempo	∠horario	∠Minutero
20'	10°	120°



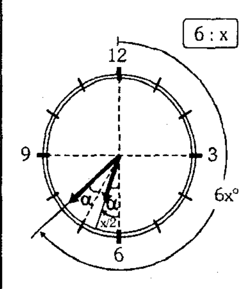
↳ $\alpha + 15° + \alpha = 180$

$\alpha = 82{,}5°$

∴ Clave e

Resolución 48.

Haciendo un esquema:



- Para el horario :

$\alpha = \frac{x}{2}$ .... (1)

- Para el minutero :

$6x = 180° + 30° + \alpha$

$6x = 210 + \alpha$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2) :

$6x = 210 + \frac{x}{2}$

$\frac{11}{2}x = 210 \Rightarrow x = \frac{420}{11}$

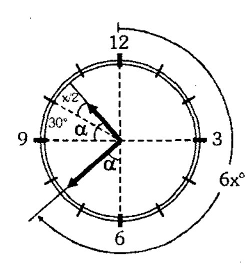
∴

A las 6: 420/11.

∴ Clave b

Resolución 49.

Asumiendo que son las $\boxed{10 : x}$



- Para el horario :

$\alpha = 30° + \frac{x}{2}$ .... (1)

- Para el minutero :

$6x = 180 + \alpha$ .... (2)

Reemplazando (1) en (2) :

$6x = 180 + 30 + \frac{x}{2}$

$12x = 420 + x$

$11x = 420$

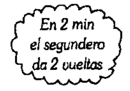
$x = 38\ 2/11$

Son las 10:38 2/11

∴ Clave a

Resolución 50.

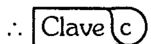
Relacionando:



tiempo	∠horario	∠Minutero	∠Segundero
2 min	1°	12°	720°

÷2 ×6

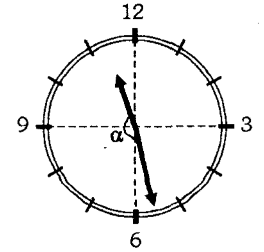
La relación es 1 ; 12 ; 720 .



∴ Clave c

Resolución 51.

Como: 11,45 horas = 11h + 0,45h = 11h + 0,45 (60 min) = 11h 27 min.



Aplicando :

$\alpha = 30H - \frac{11}{2}M$

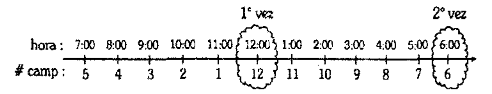
$\alpha = 30(11) - \frac{11}{2}(27)$

$= 181{,}5° = 181°\ 30'$

∴ Clave c

Resolución 52.

Del enunciado:



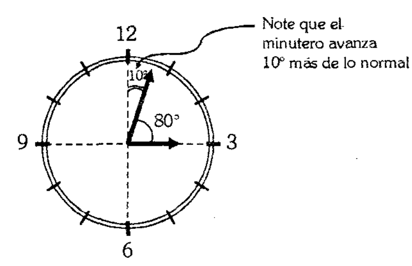
Ordenando:

$\#\ \text{campanadas} : 1 + 2 + 3 + \ldots.\ + 12 = \frac{12 \times 13}{2} = 78$

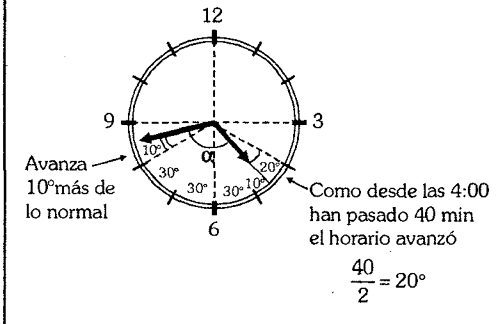
∴ Clave d

Resolución 53.

Cuando sean las 3:00



Cuando sean las 4:40



$\frac{40}{2} = 20°$

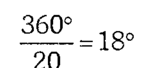
$\alpha = 10° + 30° + 30° + 30° + 10°$

$\alpha = 110°$

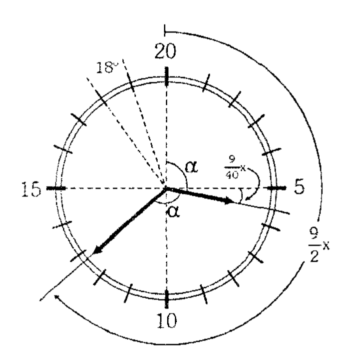
∴ Clave c

Resolución 54.

Observe que en una hora tiene 80 minutos y el ángulo entre una marca y otra es:



$$\frac{360°}{20} = 18°$$



tiempo	∠horario	∠Minutero
80 min	18°	360°
1 min	$\frac{18°}{80} = \frac{9°}{40}$	$\frac{360}{80} = \frac{9°}{2}$
x min	$\frac{9}{40}x$	$\frac{9}{2}x$

$80 \text{ min} \xrightarrow{\div 80} 1 \text{ min}$

Del gráfico: $\alpha = 90 + \frac{9}{40}x$ .... (1)

$2\alpha = \frac{9}{2}x$ .... (2)

De (1) y (2):

$90 + \frac{9}{40}x = \frac{9}{4}x$

$x = \frac{3600}{81} = \frac{400}{9}$

$x = 44 \text{ min } 35\frac{5}{9} \text{ seg}$

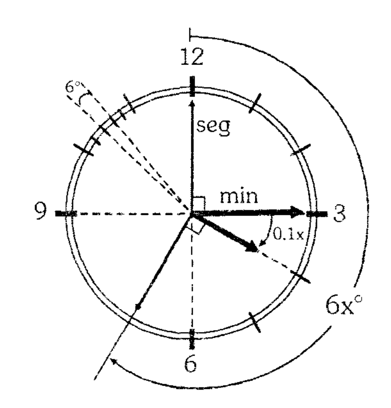
400 | 9
4 min   44 min 35 seg
<> 320 seg
5 seg

A las $5:44:35\frac{5}{9}$

∴ Clave d

Resolución 55.

Una de las horas en que se forma 90° es las 12:15:00 y luego de x segundos se volverá a formar 90°. Hallemos x .



tiempo	∠minutero	∠segundero
60 seg	6°	360°
1 seg	0,1°	6°
x seg	0,1x°	6x°

$60 \text{ seg} \xrightarrow{\div 60} 1 \text{ seg}$

Del gráfico:

$$6x = 90 + 1{,}0x + 90$$

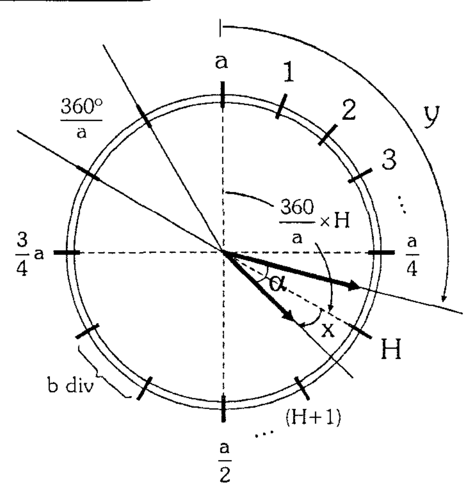
$$5{,}9x = 180$$

$$x = \frac{1800}{59} = 30\frac{30}{59}$$

∴ Cada $30\frac{30}{59}$ segundos forman un ángulo recto.

∴ Clave d

Resolución 56.



PARA EL HORARIO:

TIEMPO	ÁNGULO
$a \times b$ min	$\frac{360°}{a}$
M min	x

$$\curvearrowright \quad x = \frac{360M}{a^2 b}$$

PARA EL MINUTERO:

TIEMPO	ÁNGULO
$a \times b$ min	360°
M min	y

$$\curvearrowright \quad y = \frac{360M}{a\,b}$$

Luego del gráfico tenemos:

$$\alpha = \frac{360H}{a} + x - y$$

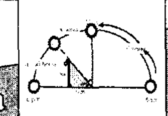
$$\alpha = \frac{360H}{a} + \frac{360M}{a^2 b} - \frac{360M}{a\,b}$$

$$\alpha = \frac{360°}{a^2 b}(abH + M - aM)$$

$\therefore$

Primera Práctica

Cronometría



01 Un campanario tarda 20 segundos en tocar 11 campanadas. ¿Cuántas campanadas tocará en 5 minutos?

a) 150 b) 151 c) 130
d) 100 e) 161

02 El campanario de una iglesia estuvo tocando durante 15 segundos, si se escucharon tantas campanadas como 2 veces el tiempo que hay entre campanada y campanada. ¿Cuánto tiempo empleará este campanario para tocar 11 campanadas?

a) 25 seg b) 24 seg c) 29 seg
d) 30 seg e) 21 seg

03 ¿Que hora es?, si hace 4 horas faltaba para acabar el día el triple del tiempo que faltará para acabar el día dentro de 4 horas.

a) 16;:00h b) 15:00h c) 13:00h
d) 12:00h e) 10:00h

04 Fito feliz de continuar su lectura dice: "Si son más de las 5 sin ser las 8 de la noche. ¿Cuánto falta para acabar este lindo día? ¡Ah! me olvidaba hace 20 minutos la mitad de los minutos que habían transcurrido desde las 5 era igual a 1/3 del tiempo que falta transcurrir hasta las 8 dentro de 40 minutos.

a) 5h 52' b) 8h 20' c) 6h 20'
d) 6h 19' e) 7h 10'

05 ¿En qué día, hora y mes del año 2002 se cumple que el tiempo transcurrido del año es los 7/5 del tiempo que falta para acabar dicho mes, sabiendo que este mes no es enero?

a) 4 de febrero; 10 a.m.
b) 7 de marzo; 11 a.m.
c) 5 de febrero; 12 a.m.
d) 10 de febrero; 9 a.m.
e) 4 de marzo; 10 a.m.

06 "Luís" se casó en 1975 y, preguntado sobre cuando tuvo lugar la ceremonia, dijo que la, mitad del tiempo transcurrido en aquel año era igual a la cuarta parte de lo que falta transcurrir. En que mes, día y hora se caso "Luís".

a) 30 de abril; 2:00pm
b) 30 de abril; 4:00 pm
c) 1 de mayo; 4:00 pm
d) 2 de mayo; 4:00 pm
e) 2 de mayo; 2:00 pm

07 ¿Qué hora es? si hace "x" horas el tiempo transcurrido era la mitad de lo que falta para acabar el día y dentro de "x" horas pasará lo contrario.

a) 8:00 b) 12:00 c) 20:00
d) 10:00 e) 15:00

08 Si fuera cinco horas más tarde de lo que es; faltaría para acabar el día el triple de las horas transcurridas hasta hace tres horas. ¿Que hora es?

a) 2 pm b) 10 am c) 7 am
d) 2 am e) 7 pm

09 Manuel le pregunta a José por la hora y éste le responde "para saber la hora debes sumar 3/4 del tiempo transcurrido del día con 2/7 del tiempo que falta para acabar el día". ¿Qué hora es?

a) 11:18 a.m. b) 10:18 a.m.
c) 12:48 p.m. d) 10:25 a.m.
e) 11:48 p.m.

10 Si fuera 3 horas más tarde de lo que es faltaría para culminar el día la sexta parte de las horas transcurridas hasta hace 7 horas. ¿Qué hora será dentro de 2 horas?

a) 8:00 a.m. b) 9:00 a.m.
c) 10:00 p.m. d) 8:00 p.m.
e) 9:00 p.m.

11 El número de horas que faltan para las 4 p.m. es igual a la mitad de lo que faltaría para las 4 a.m. de mañana pero dentro de 4 horas. ¿Qué hora es?

a) 10 a.m. b) 8 a.m. c) 11 a.m.
d) 12 p.m. e) 9 a.m.

12 Un reloj se atrasa 2 minutos, cada hora y otro se adelanta 3 minutos cada hora. Si los dos se sincronizan al medio día con un reloj normal. ¿Cada cuanto tiempo volverán a marcar la hora exacta los tres relojes?

a) 18 días b) 30 días c) 32 días
d) 14 días e) 31 días

13 Dos relojes se sincronizan a las 8:00 a.m. uno de ellos adelanta 15 segundos cada cuarto de hora y el otro se atrasa 45 segundos cada hora. ¿Cuántos minutos estarán separados a las 8:00 p.m. los minuteros de los relojes?

a) 20 min b) 23 min c) 21 min
d) 25 min e) 18 min

14 Las dos manecillas de un reloj están superpuestas al mediodía. ¿Dentro de cuánto tiempo como mínimo se encontrarán nuevamente una sobre la otra?

a) 1h 4 min b) 1h 5 min
c) 1h 6 min d) 1h 5 7/11 min
e) 1h 5 5/11 min

15 Mi reloj se adelanta "x" minutos cada "y" horas pero en este momento esta marcando la hora exacta. Si no lo hago arreglar, dentro de cuantos días ocurrirá lo mismo

a) 720y/x b) 30xy c) 30y/x
d) 30x/y e) 30y/(20x)

16 Un reloj señaló las 7:00 cuando en realidad eran las 6:40 e indico las

9:00 cuando en realidad fue las 9:10. ¿Que hora habrá sido en realidad cuando este reloj haya marcado las 7:28?

a) 7:02 b) 7:10 c) 7:14
d) 7:15 e) 7:20

17 Shirley contesta cuando le preguntan por el día de hoy: antes de ayer tenia 16 años y el año que viene tendré 19 años. Según esto que día es hoy

a) 30 diciembre b) 2 enero
c) 31 diciembre d) 1 de enero
e) 25 diciembre

18 Sabiendo que a las 2:00 a.m. un reloj empieza a adelantarse a razón de 4 minutos cada hora. ¿Cuál será la hora correcta cuando al día siguiente este reloj marque las 3:04 a.m.?

a) 1:20 a.m. b) 1:30 a.m.
c) 2:00 a.m. d) 2:30 a.m.
e) 2:15 a.m.

19 Luís sale de su casa entre las 6 y las 7 de la mañana cuando las agujas de su reloj están superpuestas, y regresa entre las 10 y las 11 de esa misma mañana cuando las agujas de su reloj forman un ángulo recto por primera vez. ¿Cuánto tiempo duró la salida de Luís?

a) $3h\,32\frac{8}{11}$ b) $3h\,32\frac{8}{11}$ c) $2h\,\frac{5}{11}$

d) $4h\,\frac{5}{11}$ e) $3h\,\frac{30}{11}$

20 José Luís advirtió el día lunes al medio día que su reloj marcaba las 11:58 el miércoles a las 8:00p.m. observó que su reloj marcaba 8:01. ¿En qué día y a que hora marcó la hora exacta?

a) miércoles: 1:20 a.m.
b) martes: 1:20 p.m.
c) martes: 12:20 p.m.
d) miércoles: 2:30 p.m.
e) miércoles: 2:30 a.m.

21 Dos relojes se sincronizan a las 8:00 a.m. a partir de cuyo instante el primero se adelanta 10 minutos cada hora, mientras que el segundo se atrasa 10 minutos cada hora. ¿Después de cuánto tiempo marcarán la misma hora?

a) 36 h b) 72 h c) 144 h
d) 24 h e) 39 h

22 En un restaurante el plato principal se sirve entre las 7 y las 8, cuando las dos manecillas de un reloj están equidistantes de la marca de las 6 y el postre cuando las manecillas se superponen. ¿Cuánto tiempo transcurre en aquel restaurante desde el plato principal hasta servir el postre?

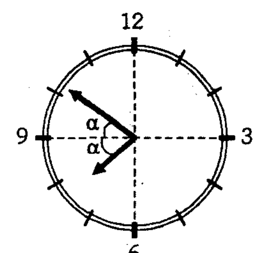
a) $32\frac{1}{13}$ min B) $23\frac{1}{23}$ min
c) $15\frac{15}{143}$ min d) $25\frac{3}{11}$ min
e) $25\frac{5}{11}$ min

23 A que hora entre los 2h y 2h 15min. el ángulo formado por las manecillas

del reloj es igual al que ellas forman 15 minutos después?

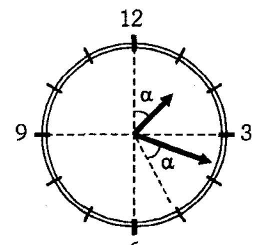
a) $2h\,8min\,\frac{3}{11}s$ b) $2h\,5min\,\frac{7}{8}s$
c) $2h\,3min\,\frac{9}{22}s$ d) $2h\,10min\,\frac{3}{11}s$
e) $2h\,3min\,\frac{9}{22}s$

24 ¿Qué hora indica la figura?



a) 7:54
b) $7{:}53\frac{2}{13}$
c) $7{:}51\frac{5}{3}$
d) $7{:}50\frac{10}{13}$
e) 7:50

25 Calcule la hora que esta marcando el siguiente reloj:

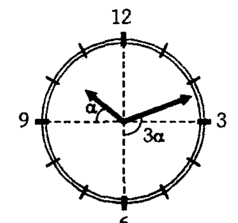


a) $1{:}17\frac{5}{13}$
b) $1{:}18\frac{6}{11}$
c) $1{:}25\frac{5}{7}$
d) $1{:}23\frac{2}{7}$
e) $1{:}18\frac{6}{13}$

26 Un reloj se demora (m + 1) minutos en tocar m^2 campanadas. ¿Cuántas campanadas tocará en 1 minuto?

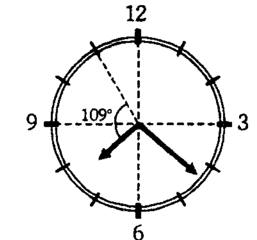
a) m – 1 b) m + 1 c) m
d) m + 2 e) 2

27 ¿Qué hora es según el gráfico?



a) 10:12
b) 10:13
c) 10:11
d) 10:14
e) 10:15

28 ¿Qué hora indica el gráfico?



a) 7:21
b) 7:22
c) 7:23
d) 7:24
e) 7:25

29 ¿Qué ángulo forman las agujas en este instante? Sabiendo que el tiempo que demorará la aguja minutera en llegar a la marca de las 12 es igual a la sexta parte del tiempo que demorará la aguja horaria en llegar a la marca de las 6, si además son mas de las 3 sin ser las 4.

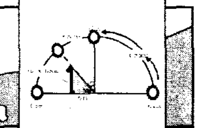
a) 88° b) 78° c) 98°
d) 108° e) 68°

30 Una esfera de un reloj es de vidrio, esta se cae y se rompe en 6 partes, y resulta que cada parte contiene números tales que la suma en todos los pedazos son iguales. ¿Cuál es la suma?

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

Segunda Práctica

Cronometría



01 José le pregunta la hora a Carmen y ella molesta le contesta: "Si quieres saber la hora, suma la mitad del tiempo que falta para terminar el día con los 1/3 menos del tiempo que ha transcurrido desde que se inició"; y él le contesta: "todavía no aprendo RM" y ella furibunda le dice: ¡¡Cómprate tu reloj!!. ¿Qué hora era?

a) 2:24 p.m. b) 2:24 a.m.
c) 2:25 p.m. d) 2:26 p.m.
e) 2:27 p.m.

02 Son más de las 4 a.m. pero aún no son las 5 a.m. dentro de 10 minutos faltarán para las 5 a.m. la cuarta parte del tiempo que transcurrió desde las 3 a.m. hasta hace 25 minutos. ¿Qué hora es?

a) 4:25 a.m. b) 4:33 a.m.
c) 4:38 a.m. d) 4:28 a.m.
e) 4:50 a.m.

03 Si en este momento son más de las 4 p.m. pero aún no son las 6 p.m. ¿Qué hora será cuando a partir de este momento transcurran tantos minutos como el doble del tiempo que transcurrió desde las 4 hasta hace 40 minutos? Si sabemos que el tiempo que falta transcurrir para las 6 dentro de 20 minutos, es la cuarta parte del tiempo transcurrido desde las 4 hasta hace 10 minutos.

a) 6:46 h b) 18:46 h
c) 19:28 h d) 7:14 h
e) 17:48 h

04 Un reloj se adelanta 10 minutos cada hora. Si comenzó a adelantarse a las 10:00 a.m. y ahora está marcando las 8:00 p.m. del mismo día ¿Qué hora es?

a) 7:00 p.m. b) 6:34 2/7 p.m.
c) 6:34 5/7 p.m. d) 6:45 p.m.
e) 6:50 p.m.

05 El martes de las 7 de la mañana; Luis observó que su reloj estaba 5 minutos adelantado. El miércoles a las 10 de la mañana advirtió que dicho reloj estaba atrasado 7 minutos. ¿En qué día y hora habrá marcado, dicho reloj, la hora exacta?

a) Martes 2:30 mañana
b) Martes 2:40 tarde
c) Miércoles 5:45 mañana
d) Martes 6:15 tarde
e) Martes 4:15 mañana

06 Se sincronizan 2 relojes a las 2am, uno de ellos se adelanta 12 segundos cada 24 minutos y el otro se atrasa 45 segundos cada hora. En un instante la diferencia entre la hora del reloj adelantado y la hora que marca el reloj

atrasado es 20 minutos. ¿Qué hora es realmente?

a) 2:00 p.m.
b) 6:00 p.m.
c) 6:00 a.m.
d) 4:00 p.m.
e) 5:00 p.m.

07 Anita se acuesta a las 11:07 p.m. (hora correcta en su reloj), en cuyo instante pone su alarma para que suene a las 6:00 a.m. del día siguiente. ¿A qué hora sonará realmente la alarma, si se atrasa 15 segundos, cada 15 minutos?

a) 6:07:00 a.m.
b) 6:37:52 a.m.
c) 6:14:57 a.m.
d) 6:05:00 a.m.
e) 6:06:53 a.m.

08 Un reloj se atrasa 2 minutos por hora y otro se adelanta 3 minutos por hora. Si el domingo 14 de mayo a las 12:00 marcan la hora exacta, ¿en qué fecha volverán a señalar la misma hora y en qué fecha la hora exacta nuevamente en simultáneo?

a) Viernes 19 de mayo, miércoles 14 de junio
b) Sábado 20 de mayo, martes 13 de junio
c) Jueves 18 de mayo, miércoles 14 de junio
d) Domingo 21 de mayo y martes 13 de junio
e) Miércoles 17 de mayo y martes 13 de junio

09 Un reloj se adelanta 5 min cada hora y otro se atrasa 4 min cada hora, ambos relojes se sincronizan a las 5 a.m.

a) ¿Después de cuántos días marcarán juntos la hora correcta?
b) ¿Después de cuántas horas el primero estará adelantado 3 horas respecto del segundo?
c) ¿Después de cuántas horas ambos marcarán una misma hora?

a) 30; 20; 80
b) 28; 10; 60
c) 30; 15; 80
d) 32; 22; 40
e) 28; 20; 60

10 ¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas del reloj cuando son las 12:58?

a) 319°
b) 41°
c) 40°
d) 42°
e) 38°

11 ¿A qué hora inmediatamente después de las 2, el minutero adelanta el horario tanto como el horario adelanta a la marca de las 12?

a) 2:20
b) 2:45
c) 2:24
d) 2:30
e) 2:10

12 Un reloj se adelanta 2 minutos cada hora y otro se atrasa 3 minutos cada 3 horas. ¿Dentro de cuánto tiempo los minuteros, al superponerse los relojes, formarán un ángulo de 90° por primera vez?

a) 15 h
b) 5 h
c) 8 h
d) 25 h
e) 3 h

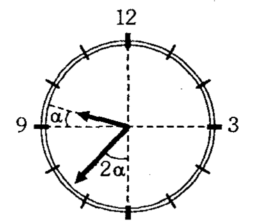
13 ¿A qué hora entre las 4 y las 5, el minutero y el horario forman un ángulo que sea la quinta parte del ángulo externo, antes que el minutero pase sobre el horario?

a) $4\text{ h } 11\frac{9}{11}\text{ min}$
b) $4\text{ h } 10\frac{9}{11}\text{ min}$

c) $4\text{ h }10\frac{8}{11}\text{ min}$ d) $4\text{ h }11\frac{10}{11}\text{ min}$

e) $4\text{ h }10\frac{10}{11}\text{ min}$

14 ¿Qué hora indica el reloj?

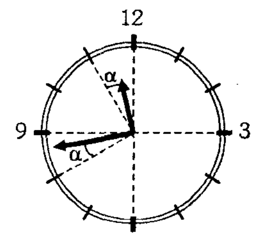


a) 9:39
b) 9:36
c) 9:38
d) 9:36 1/2
e) 9:37

15 En una isla usan un extraño reloj que tiene sólo 8 marcas horarias y en un día el horario da dos vueltas completas, además una hora tiene sólo 40 minutos. Si con ese extraño reloj se indica que son las 5:16 p.m. ¿Qué hora es realmente?

a) 20 h 6 min b) 18 h 15 min
c) 20 h 15 min d) 15 h 20 min
e) 19 h 20 min

16 Según el gráfico ¿qué hora es?



a) $11:43\frac{8}{11}$

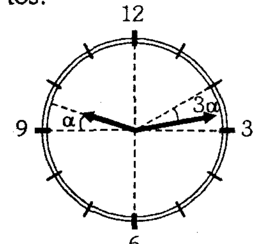
b) $11:43\frac{7}{11}$

c) 11: 45

d) $11:44\frac{3}{11}$

e) $11:42\frac{4}{11}$

17 Ulises sale de su casa cuando su reloj está marcando las 9:00 a.m. y llega a la academia cuando el reloj de éste muestra la hora que se indica en la figura. ¿Qué tiempo duró su viaje, si su reloj está adelantado 5 minutos, y el de la academia está atrasado 5 minutos?



a) 3min 20s
b) 23min 20s
c) 13min 20s
d) 33min 20s
e) 24min 20s

18 Un reloj señala la hora con el doble del número de campanadas con que señalaría un reloj normal. Si en indicar las 2:00 a.m. demoró 9 segundos. ¿Qué hora fue en la mañana, cuando demoró 21 segundos en indicarla?

a) 3:00 a.m. b) 8:00 a.m.
c) 5:00 a.m. d) 4:00 a.m.
e) 6:00 a.m.

19 Si Anita le pregunta la hora a Robert y él para confundirla le dice: "son más de las 3 pero aún no son las 4. Si los minutos transcurridos desde las tres es dos veces más que los minutos que faltan transcurrir para que sean las 4". Si Anita dio la hora exacta. ¿Cuál fue su respuesta?

a) 3:42 b) 3:50 c) 3:45
d) 3:55 e) 3:43

20 Si quedan del día, en horas, el producto de las dos cifras que forman el número de las horas transcurridas.

¿Qué hora es?

a) 3:00 p.m. b) 5:00 p.m.
c) 4:00 p.m. d) 16:00 p.m.
e) 7:00 p.m.

21 Carlos sale de su oficina y al marcar su tarjeta de salida ve que son las 6:25 p.m. Al llegar a su casa ve que en su reloj son las 8:15 p.m. luego se entera que el reloj de su oficina está atrasado 12 minutos y su reloj está adelantado 10 minutos ¿Cuánto tiempo demoró en trasladarse desde su oficina hasta su casa?

a) 1h 27min b) 1h 28min
c) 1h 38min d) 1h 36min
e) 1h 26min

22 Gabriel razona: "En mi reloj los minutos marcados son en valor numérico equivalente al ángulo formado por el minutero y el horario, además son menos de las 4 ¿Qué hora indica el reloj de Gabriel?

a) 3:25 b) 3:20 c) 2:40
d) 2:35 e) 1:50

23 Juan nació en el año 1988 a las 8:00 a.m. de un día tal que los días transcurridos del año eran igual a la quinta parte de los días que faltan transcurrir. Dar la fecha de nacimiento de Juan, sabiendo que el primero de Enero de 1988 fue Lunes?

a) Sábado 2 de marzo
b) Domingo 2 de marzo
c) Viernes 5 de marzo
d) Lunes 5 de marzo
e) Martes 12 de marzo

24 Un campanario tarda 20 seg. en tocar 11 campanadas. ¿Cuántas campanadas tocará en 5 minutos?

a) 150 b) 151 c) 130
d) 100 e) 161

25 Un reloj se adelanta 2 min cada 3 horas ¿A qué hora empezó a adelantarse si a las 11 y cuarto de la noche señala 11 con 27 minutos?

a) 5:14 a.m. b) 3:14 a.m.
c) 5:17 a.m. d) 5:15 a.m.
e) 5:18 a.m.

26 Sabiendo que a las 2:00 a.m. un reloj empieza a adelantarse a razón de 4 min cada hora. ¿Cuál será la hora correcta cuando al día siguiente este reloj marque las 3:04 a.m.?

a) 1:20 a.m. b) 1:30 a.m.
c) 2:00 a.m. d) 2:30 a.m.
e) 2:15 a.m.

27 María observa que a las 6 p.m. su reloj estaba con 1 minuto de atraso. Luego en la mañana del día siguiente cuando son las 10 se percata que su reloj está adelantado 7 minutos. ¿A qué hora dicho reloj marcó la hora correcta?

a) 8 a.m. c) 10 p.m. c) 6 a.m.
d) 12 m. e) 8 p.m.

Tercera Práctica

Cronometría

01 Se tiene un reloj que se atrasa 2 minutos cada hora y otro que se adelanta 3 minutos cada hora. Si se ponen a la hora los dos relojes en este instante ¿Después de cuánto tiempo volverán a marcar la hora correcta simultáneamente?

a) 30 días c) 48 días c) 36 días
d) 60 días e) 45 días

02 Un reloj indica las horas con igual número de campanadas, las medias horas dando 4 campanadas e indica los cuartos de hora con 1 campanada. ¿Cuántas campanadas dará en un día entero?

a) 200 b) 300 c) 1500
d) 120 e) 100

03 El número de horas que falta para las 4 p.m. es igual a la mitad de lo que faltaría para las 4 a.m. de mañana pero dentro de 4 horas ¿Qué hora es?

a) 10 a.m. b) 8 a.m. c) 11 a.m.
d) 12 p.m. e) 9 a.m.

04 En un reloj los minutos marcados son en valor numérico equivalentes al ángulo formado por el minutero y el horario, además son menos de las 4. ¿Qué hora es?

a) 3:25 b) 3:20 c) 2:40
d) 2:35 e) 1:50

05 ¿A qué hora inmediatamente después de las 5 el número de minutos transcurridos a partir de las 5 es igual a los 3/4 del número de grados sexagesimales que adelanta el minutero al horario?

a) 5:10 b) 5:15 c) 5:23
d) 5:25 e) 5:36

06 Según una antigua creencia, un fantasma aparece en cuanto empieza a dar las 12 de la noche en el reloj de pared y desaparece al sonar la última campanada. ¿Cuánto dura la aparición del fantasma, si se sabe que el reloj tarda seis segundos en dar las 6?

a) 15 s b) 13 s c) 14,5 s
d) 13,2 s e) 12 s

07 Si en este momento son más de las 4 p.m. pero aún no son las 6 p.m. ¿Qué hora será cuando a partir de este momento transcurran tantos minutos como el doble del tiempo que transcurrió desde las 4 hasta hace 40 minutos? Si sabemos que el tiempo que falta transcurrir para las 6 dentro de 20 minutos, es la cuarta parte del tiempo transcurrido desde las 4 hasta hace 10 minutos.

a) 6:46 h b) 18:46 h
c) 19:28 h d) 7:14 h
e) 17:48 h

08 ¿Cada cuánto tiempo las manecillas del reloj forman un ángulo de 30?

a) 10 min b) 11 10/11 min
c) 8 10/11 min d) 10 7/13 min
e) 10 10/11 min

09 Se sincronizan 2 relojes a las 2 am, uno de ellos se adelanta 12 segundos cada 24 minutos y el otro se atrasa 45 segundos cada hora. En un instante la diferencia entre la hora del reloj adelantado y la hora que marca el reloj atrasado es 20 minutos. ¿Qué hora es realmente?

a) 2:00 pm. b) 6:00 pm.
c) 6:00 am. d) 4:00 pm.
e) 5:00 pm.

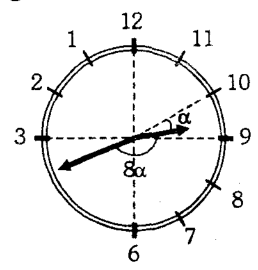
10 ¿Cuál es el menor ángulo que forma el horario con la marca de las 11, cuando son las 2,40h?

a) 100° b) 98° c) 86°
d) 112° e) 102°

11 Un pueblo el día lo divide en 8 horas y cada hora en 80 minutos. Si ellos indicaron que son las 5 horas con 30 minutos ¿Qué hora será realmente según un reloj actual?

a) 4:30 p.m. b) 4:20 p.m.
c) 6:30 p.m. d) 4:07:30 p.m.
e) 5:30 p.m.

12 En el gráfico:



¿Qué hora indica el reloj?

a) 9:21 b) 9:23 c) 9:20
d) 9:22 e) 9:19

13 Un reloj demora 30 segundos en dar tantas campanadas como segundos demora entre campanada y campanada. ¿Cuántos segundos demora en dar 12 campanadas?

a) 72 s b) 66 s c) 55 s
d) 65 s e) 60 s

14 Son más de las 3:00 p.m. pero menos de las 5:00 p.m.; dentro de 20 minutos faltarán para las 5:00 p.m. la mitad de los minutos que pasaron desde las 3:00 p.m. hasta hace 10 minutos. ¿Qué hora es?

a) 4:00 p.m. b) 4:05 p.m.
c) 4:10 p.m. d) 4:15 p.m.
e) 4:20 p.m.

15 Usted me pregunta ¿qué hora es? y yo amablemente le respondo: "son las once y falta poco para las doce además dentro de 13 minutos faltará para las 13 horas la misma cantidad de

minutos que había pasado desde las once hasta hace 7 minutos pues bien esa es la hora. ¿Qué hora es?

a) 11:53 b) 11:55 c) 11:57
d) 11:47 e) 11:48

16 Un reloj se adelanta 2 min cada 3 horas ¿A qué hora empezó a adelantarse si a las 11 y cuarto de la noche señala 11 con 27 minutos?

a) 5:14 a.m. b) 3:14 a.m.
c) 5:17 a.m. d) 5:15 a.m.
e) 5:18 a.m.

17 Sabiendo que a las 2:00 a.m. un reloj empieza a adelantarse a razón de 4 min cada hora. ¿Cuál será la hora correcta cuando al día siguiente este reloj marque las 3:04 a.m.?

a) 1:20 a.m. b) 1:30 a.m.
c) 2:00 a.m. d) 2:30 a.m.
e) 2:15 a.m.

18 Se tiene dos relojes transparentes, el primero indica 1:20 y el segundo 4:22; si superponemos ambos relojes, ¿cuál es el ángulo que forman sus manecillas horarias?

a) 91° b) 80° c) 81°
d) 92° e) 101°

19 María observa que a las 6 p.m. su reloj estaba con 1 minuto de atraso. Luego en la mañana del día siguiente cuando son las 10 se percata que su reloj está adelantado 7 minutos. ¿A qué hora dicho reloj marcó la hora correcta?

a) 8 a.m. b) 10 p.m. c) 6 a.m.
d) 12 m. e) 8 p.m.

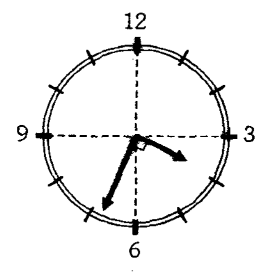
20 Dos relojes se sincronizan a las 8:00 a.m. a partir de cuyo instante el primero se adelanta 10 minutos cada hora, mientras que el segundo se atrasa 10 minutos cada hora ¿Después de cuánto tiempo marcará la misma hora?

a) 36 h b) 72 h c) 144 h
d) 24 h e) 39 h

21 ¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas del reloj cuando son las 12:58:20?

a) 319° b) 41° c) 39°10′
d) 42° e) 33°

22 ¿Qué hora es?

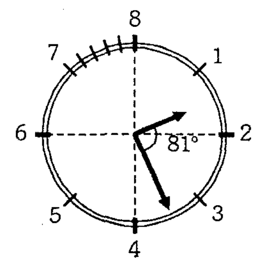


Dé como respuesta lo que marca el minutero.

a) $\frac{350}{12}$ b) $\frac{272}{11}$ c) $\frac{360}{11}$
d) $\frac{210}{18}$ e) $\frac{150}{27}$

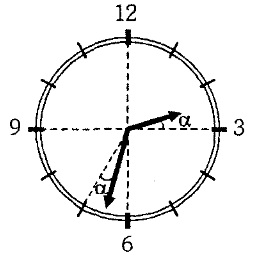
23 Si Adolfo salió a chatear en el instante que indica el reloj; y regresó 20 minutos más tarde. ¿A qué hora regresó realmente?

a) 1:16
b) 1:18
c) 1:37
d) 1:36
e) 1:38

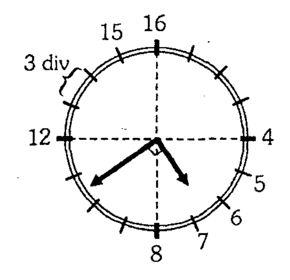


24 ¿Qué hora es según el gráfico?

a) $2{:}31\frac{7}{11}$
b) $2{:}31\frac{8}{11}$
c) 3:32
d) $2{:}32\frac{8}{11}$
e) 2:33



25 Según el gráfico, ¿qué hora es?



a) 6:32 b) 6:30 c) 6:31
d) 6:32 1/4 e) 6:32 7/13

26 José María sale de su casa justo cuando las manecillas de su reloj están superpuestas entre las 6 y las 7 retornando cuando las manecillas de su reloj están superpuestas; esta vez, entre las 7 y las 8 ¿Cuánto duró su ausencia como mínimo?

a) $1\text{h}\ 4\frac{4}{11}\text{min}$ b) $1\text{h}\ 2\frac{2}{11}\text{min}$
c) $1\text{h}\ 5\frac{5}{11}\text{min}$ d) 1h 30min
e) $1\text{h}\ 3\frac{3}{11}\text{min}$

27 Una persona al ver la hora, confunde el horario con el minutero y viceversa y en su error fijándose solo en los minutos dice que faltan 18 minutos para las 5. ¿Qué hora era realmente?

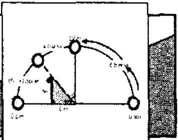
a) 8h 20min b) 8h 22min
c) 8h 23min d) 8h 24min
e) 8h 25min

28 El horario de un reloj mide 8 cm y el minutero 50% más. Cuando falten 32 8/11 min para que sean las 3 a.m. ¿Cuál será la distancia de separación entre los extremos de las manecillas?

a) $4\sqrt{4}$ cm b) $5\sqrt{6}$ cm
c) $4\sqrt{13}$ cm d) $4\sqrt{19}$ cm
e) 5 cm

Cuarta Práctica

Cronometría



01 ¿Qué hora será dentro de $5\frac{1}{4}h$. si sabe que en estos momentos el tiempo transcurrido es excedido en 5 horas por lo que falta transcurrir del día?

a) 2.20*pm* b) 1:45*pm* c) 3:25*pm*
d) 2:45*pm* e) 3:20*pm*

02 Son más de las 2, sin ser las 3 de esta madrugada; pero dentro de 40 minutos faltará, para las 4, el mismo tiempo que faltaba desde la 1 hasta hace 40 minutos. ¿Qué ángulo forman las agujas en este preciso instante?

a) 85° b) 120° c) 95°
d) 100° e) 105°

03 Son más de las 6, pero aún no son las 8 de la tarde. Si el tiempo que ha transcurrido desde las seis es igual a 1/9 del tiempo que faltará transcurrir para las 8, dentro de diez minutos ¿Qué hora es?

a) 6:11*pm* b) 7:20*pm* c) 6:45*pm*
d) 8:10*pm* e) 6:20*pm*

04 Si fuera tres horas más tarde de lo que es, faltaría para acabar el día los 5/7 de lo que faltaría si es que fuera 3 horas más temprano; ¿qué hora es?

a) 7.00*am* b) 6:20*am* c) 6:00*am*
d) 8:00*am* e) 7:14*am*

05 Un campanario señala las horas con igual número de campanadas. Si para indicar las 5:00*am*. demora 6 segundos ¿cuánto demorará para indicar las 12:00?

a) 15 s b) 12 s c) 33/2 s
d) 14 s e) 16 s

06 El campanario de una iglesia estuvo tocando durante 21 segundos, si se escucharon tantas campanadas como 10 veces el tiempo que hay entre campanadas y campanadas, ¿cuánto tiempo empleará este campanario para tocar 7 campanadas?

a) 9 s b) 8 s c) 6 s
d) 10 s e) 7 s

07 Dos relojes se sincronizan a las 8 am; uno de ellos se adelanta 15 segundos cada cuarto de hora y el otro se atrasa 45 segundos cada hora o cuántos minutos estarán separados a las 8:00 pm. los minutos de los dos relojes?

a) 23*min* b) 42*min* c) 18*min*
d) 32*min* e) 21*min*

08 En el instante de comenzar un año no bisiesto, un reloj señala las 12 *h* 16 *min* 40 s. Se supone que va adelantado. Este reloj se atrasa: el primer día 2 segundos; el segundo día, 6 segundos; el tercer día, 12 segundos, y así sucesiva-

mente. Al comenzar un día del año, el reloj marcará la hora exacta. ¿Cuál es ese día?

a) 19 de febrero b) 20 de febrero
c) 21 de febrero d) 18 de febrero
e) 22 de febrero

09 Un reloj se adelanta 3*min*. la primera hora y un minuto más por cada hora que transcurre. ¿A qué hora comenzó a adelantarse, si dentro de 5*h*. tendrá un adelanto de 2*h* 27*min*. y estará marcando las 10:37*p.m.*?

a) 7:10 *a.m.* b) 10:11 *p.m.*
c) 11:20 *p.m.* d) 10:20 *p.m.*
e) 7:10 *p.m.*

10 Hallar "θ" en el gráfico.

a) 120°
b) 110°
c) 124,5°
d) 142°
e) 135°

11 ¿A qué hora, después de las 3*a.m.* el número de minutos transcurridos a partir de las 3*a.m.* es igual al número de grados sexagesimales que adelantará al minutero al horario?

a) 3:20 b) 3:18 c) 3:48
d) 3:19 e) 3:28

12 ¿Cada cuánto tiempo las agujas del reloj se superponen?

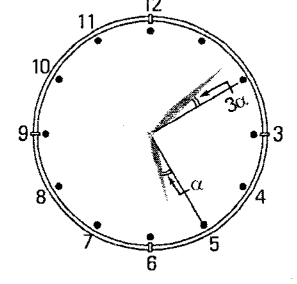
a) 1h 5′ 27 $\frac{3''}{11}$ b) 1h 4′ 13 $\frac{2''}{11}$
c) 1h 5′ 32 $\frac{3'}{11}$ d) 1h 5′ 38 $\frac{5'}{11}$
e) 1h 6′ 2 $\frac{3'}{11}$

13 ¿A qué hora, entre las 4 y las 5 pm, el minutero adelanta a la marca de las 9 tantos grados como los ¾ del ángulo barrido por el horario desde las 4 en punto?

a) 4:36 *p.m.* b) 4:39 *p.m.*
c) 4:40 *p.m.* d) 4:47 *p.m.*
e) 4:48 *p.m.*

14 ¿Qué hora es, según el gráfico?

a) 5 h 12′
b) 5 h 09′
c) 5 h 06′
d) 5 h 07′
e) 5 h 08′



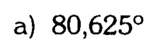
15 ¿Qué hora indica el reloj de la figura?

a) 2h 33 $\frac{2'}{5}$
b) 2h 34 $\frac{2'}{7}$
c) 2h 34 $\frac{1'}{5}$
d) 2h 33 $\frac{2'}{7}$
e) 2h 35 $\frac{1'}{7}$

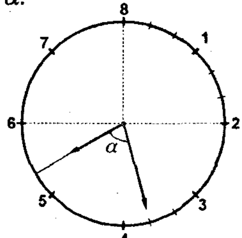
16 En una mañana soleada, una torre de $6m$ de longitud proyecta una sombra de 6 m de largo. ¿Qué fracción del día ha transcurrido?

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{3}{7}$

17 Halle el valor de α.



a) 80,625°
b) 80,5°
c) 81,75°
d) 78°
e) 82,625°



18 ¿Qué hora es?, sabiendo que la mitad del tiempo que falta transcurrir para que sean las 8 pm. es igual a la tercera parte del tiempo transcurrido a partir de las 2:00 am. más la sexta parte del tiempo que falta transcurrir para que sean las 8 pm.

a) 2:00 am. b) 3:00 am.
c) 11:00 am. d) 7:00 am.
e) 12:00 am.

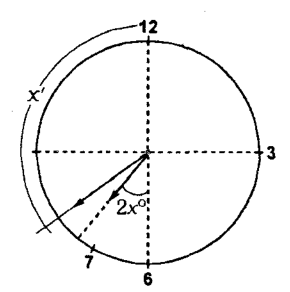
19 Un reloj da $\frac{(n+1)^2}{n^2+1}$ campanadas en (n^2+1) segundos. ¿Cuántas campanadas dará en $(n^2+1)^2$ segundos?

a) $2n+1$ b) $2n^2$ c) $2\,n$
d) $2n^2+4$ e) $2n^2-1$

20 ¿Qué hora marca un reloj cuyo horario está entre la 1 y las 2; y el minutero entre las 6 y las 7 si conocemos que luego de un tiempo las agujas estarán intercambiadas?

a) 1 h 30 min 37 $\frac{109}{143}$ s
b) 1 h 30 min 15 $\frac{69}{143}$ s
c) 1 h 30 min 15 s
d) 1 h 33 min 26 $\frac{12}{143}$ s
e) 1 h 30 min 12 $\frac{84}{143}$ s

21 ¿Qué hora indica el reloj de la figura?



a) 7:36 b) 7:37 c) 7:38
d) 7:39 e) 7:40

22 Un campanario toca tres campanadas en tantos segundos como dos veces el número de campanadas que toca en 90 segundos ¿cuánto demorará en tocar 51 campanadas si el tiempo entre campanada y campanada se reduce a su mitad?

a) 200 s b) 500 s c) 300 s
d) 250 s e) 255 s

CLAVES CRONOMETRÍA

PRIMERA PRÁCTICA

01. b	02. d	03. a	04. a	05. a
06. d	07. b	08. c	09. c	10. e
11. b	12. b	13. c	14. e	15. c
16. d	17. d	18. b	19. a	20. a
21. a	22. c	23. e	24. d	25. e
26. c	27. a	28. b	29. d	30. b

SEGUNDA PRÁCTICA

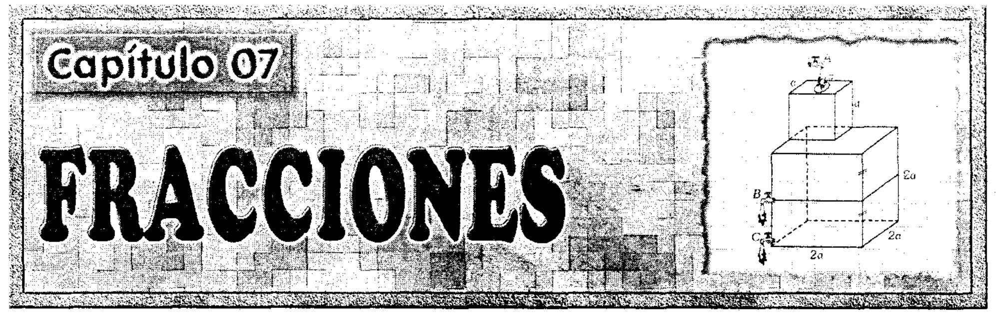
01. a	02. b	03. b	04. b	05. d
06. b	07. a	08. b	09. a	10. b
11. c	12. b	13. e	14. b	15. a
16. b	17. b	18. d	19. c	20. b
21. b	22. b	23. a	24. b	25. d
26. b	27. e			

TERCERA PRÁCTICA

01. a	02. b	03. b	04. b	05. e
06. d	07. b	08. e	09. b	10. e
11. d	12. c	13. b	14. c	15. c
16. d	17. b	18. a	19. e	20. a
21. c	22. c	23. d	24. d	25. a
26. c	27. d	28. c		

CUARTA PRÁCTICA

01. d	02. e	03. e	04. c	05. c
06. a	07. e	08. b	09. a	10. c
11. a	12. a	13. e	14. e	15. b
16. d	17. a	18. c	19. a	20. a
21. a	22. d			

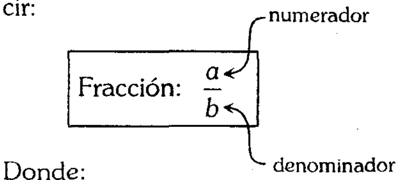


INTRODUCCIÓN

Uno de los conceptos más usados en nuestra vida cotidiana es la fracción. Cuando vamos al mercado pedimos ½ Kg de arroz 3/4 de pollo, etc. En esta parte estudiaremos el fascinante mundo de las fracciones.

FRACCIÓN

Se denomina así a la división indicada de dos números a y b de la forma: $\frac{a}{b}$; es decir:



Donde:

- a y b son enteros positivos
- Al dividir a con b el resultado no es exacto.

Ejemplo:

Indique cuáles de las siguientes expresiones representa una fracción.

$$\frac{2}{5}\ ;\ \frac{-3}{-5}\ ;\ \frac{\sqrt{2}}{5}\ ;\ \frac{0}{4}\ ;\ \frac{1}{1}\ ;\ \frac{\pi}{2}\ ;$$

$$\frac{15}{3}\ ;\ \frac{24}{16}\ ;\ \frac{1/3}{1/5}\ ;\ \frac{0{,}2}{7}\ ;\ 2\div 3$$

Resolución:

Siguiendo la definición de fracción tenemos que sólo son fracciones: $\frac{2}{5}$ y $\frac{24}{16}$

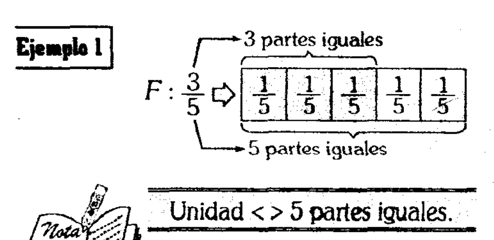
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA FRACCIÓN

Para representar gráficamente a una fracción, consideremos lo siguiente:

F : $\frac{a}{b}$
a ⟶ Nº de partes iguales que se consideran
b ⟶ Nº de partes iguales en que se divide la unidad.

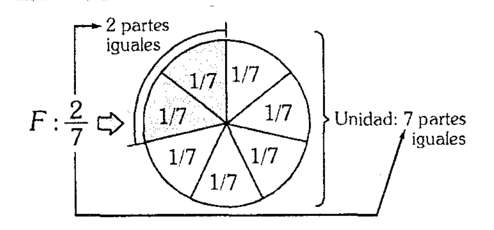
Unidad: es la totalidad de una cantidad referencial.

Ejemplo 1



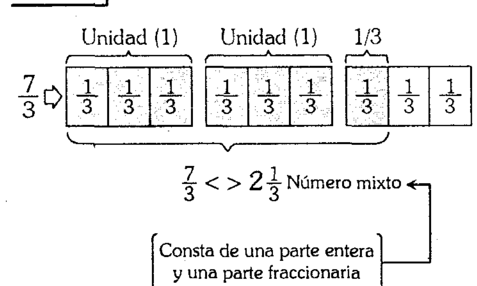
Unidad < > 5 partes iguales.

Ejemplo 2



Para graficar una fracción en la cual el numerador es mayor que el denominador, es necesario considerar la unidad varias veces.

Ejemplo 3



PRINCIPALES TIPOS DE FRACCIONES

FRACCIÓN PROPIA

Son aquellas en la cual el numerador es menor que el denominador. Al hacer la división correspondiente, el resultado es menor que la unidad.

$$f \; ; \; \frac{a}{b} \Rightarrow a < b$$

Ejemplo: $^{3}/_{9}$; $^{3}/_{11}$; $^{1}/_{20}$; $^{8}/_{14}$; ...

FRACCIÓN IMPROPIA

Son aquellas en la cual el numerador es mayor que el denominador. Al hacer la división correspondiente, el resultado es mayor que la unidad.

$$f \; ; \; \frac{a}{b} \Rightarrow a > b$$

Ejemplo: $^{7}/_{2}$; $^{16}/_{12}$; $^{21}/_{5}$; $^{15}/_{4}$; ...

FRACCIÓN REDUCTIBLE

Su numerador y denominador poseen factores en común (no son primos entre sí).

Ejemplo: $\frac{3}{6}$; $\frac{20}{18}$; $\frac{100}{10002}$; $\frac{6}{10}$

FRACCIÓN IRREDUCTIBLE

Su numerador y denominador no poseen factores en común (son primos entre sí).

Ejemplo: $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{21}{101}$

FRACCIONES HOMOGÉNEAS

Es un conjunto de fracciones que tienen igual denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{7}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{101}{7}$

FRACCIONES HETEROGÉNEAS

Es un conjunto de fracciones que tienen diferente denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{10}$

FRACCIÓN DECIMAL

Son aquellas en la cual su denominador es una potencia de 10 (10, 100, 1000 , ...).

Ejemplo: $\frac{7}{100}$; $\frac{131}{10}$; $\frac{130}{1000}$; ...

FRACCIÓN ORDINARIA

Son aquellas cuyo denominador no es potencia de 10.

Ejemplo: $\frac{17}{13}$; $\frac{14}{101}$; $\frac{2}{400}$; $\frac{1000}{3}$; ...

Ejemplo:

Indique las características de la siguiente fracción: $\frac{170}{100}$

a) propia, decimal, reductible.
b) impropia, ordinaria, reductible.
c) impropia, decimal, irreductible.
d) impropio, decimal, reductible.
e) N.A.

Resolución:

De la definición:

$\frac{170}{100}$ < impropia (N > D) ; Decimal ($D = 100 = 10^2$) ; reductible

∴ **Clave: d**

Dadas dos fracciones, donde una es propia y la otra es impropia; se sabe que siempre la fracción impropia es mayor que la propia.

Ejemplo:

$(F.P.)\ \frac{2}{5} < \frac{3}{2}\ (F.I.)$

$(F.I.)\ \frac{141}{140} > \frac{140}{141}\ (F.P.)$

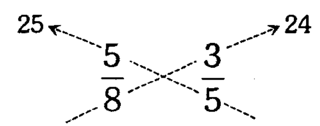
$(F.P.)\ \frac{1234567}{1234568} < \frac{43211}{43210}\ (F.I.)$

- Cuando 2 fracciones poseen la misma característica, entonces para compararlas se puede usar el criterio de multiplicación en aspa.

Ejemplo:

¿Cuál es mayor: $\frac{5}{8}$ ó $\frac{3}{5}$?

Multiplicando en aspa:



Luego: $\frac{5}{8} > \frac{3}{5}$

EJEMPLO APLICATIVO

¿Cuántas fracciones propias e irreductibles de denominador 32 existen?

a) 31 b) 16 c) 17
d) 15 e) 30

Resolución:

Fracción: $\frac{a}{32}$ { propia: $a < 32$; irreductible (a: impar) }

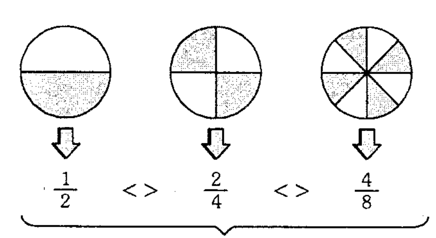
Luego: $a = \underbrace{1, 3, 5, 7, \ldots, 31}_{16 \text{ valores}}$

∴ Existen 16 fracciones

∴ **Clave: b**

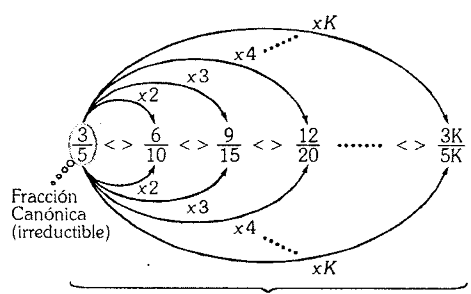
FRACCIONES EQUIVALENTES

Son aquellas fracciones que utilizando términos diferentes expresan una misma parte de la unidad.



las tres fracciones representan la mitad del todo

Luego, también podemos notar



Fracciones equivalentes a 3/5

Ejemplo:

Encuentre una fracción equivalente a $\frac{15}{20}$, tal que la suma de sus términos exceda al doble de su numerador en 2.

a) 6/7 b) 9/12 c) 3/4
d) 6/8 e) 12/16

Resolución:

Para trabajar con la fracción equivalente a 15/20, previamente la debemos reducir, buscando su fracción canónica.

$$\frac{\not{15}}{\not{20}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \textit{fracc. equiv.}: \frac{3K}{4K}$$

Dato: $(3K + 4K) - 2\,(3K) = 2$

$K = 2$

Luego: fracc. equiv. $= \frac{3(2)}{4(2)} = \frac{6}{8}$

$\therefore$ **Clave: d**

RELACIÓN PARTE TODO

Viene a ser la comparación geométrica de una cantidad asumida como parte, respecto de otra cantidad asumida como un todo.

Luego:

F : $\frac{a}{b}$
- a → Lo que hace de parte → es; son; representa
- b → Lo que hace de todo → de; del; respecto de

EJEMPLOS

01 ¿Qué parte de 18 es 24 ?

$$\Rightarrow f = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

$\therefore$ es los 4/3

02 ¿Qué parte es 5 de 20 ?

$$\Rightarrow f = \frac{5}{20} = 1/4$$

$\therefore$ es 1/4

03 Respecto de 25 , ¿ qué parte es 60 ?

$$\Rightarrow f = \frac{60}{25} = \frac{12}{5}$$

$\therefore$ es los 12/5

04 ¿Qué parte más de 16 es 40?

$$\Rightarrow f = \frac{40-16}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

$\therefore$ es los 3/2 más.

05 ¿Qué parte menos es 6 de 18?

$$\Rightarrow f = \frac{18-6}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ es los 2/3 menos.

FRACCIÓN GENERATRIZ

Fracción: $\frac{a}{b}$ = N° Decimal → Exacto / Periódico puro / Periódico mixto

CASOS:

I. DECIMAL EXACTO:

$0,8 = \frac{8}{10}$

$0,21 = \frac{21}{100}$

$0,765 = \frac{765}{1000}$

$2,71 = \frac{271}{100}$

II. DECIMAL PERIÓDICO PURO:

$0.\widehat{3} = \frac{3}{9}$

$0,\widehat{76} = \frac{76}{99}$

$0,\widehat{854} = \frac{854}{999}$

$0,\widehat{002} = \frac{2}{999}$

$2,\widehat{7160} = 2 + 0,\widehat{7160} = 2 + \frac{7160}{9999}$

$84,\widehat{01} = 84 + 0,\widehat{01} = 84 + \frac{1}{99}$

III. DECIMAL PERIÓDICO MIXTO:

$0,2\widehat{4} = \frac{24-2}{90}$

$0,35\widehat{42} = \frac{3542-35}{9900}$

$0,01\widehat{05} = \frac{105-1}{9900}$

$7,3\widehat{81} = 7 + 0,3\widehat{81} = 7 + \frac{381-3}{990}$

$10,01\widehat{07} = 10 + 0,01\widehat{07}$

$= 10 + \frac{107-1}{9900}$

Ejemplo:

Hallar $a + b$ en:

$$\sqrt{0,a\widehat{b} + 0,b\widehat{a} - 0,\widehat{1}} = 1,\widehat{3}$$

a) 4 b) 9 c) 11
d) 15 e) 17

Resolución:

$$\sqrt{0,a\widehat{b} + 0,b\widehat{a} - 0,\widehat{1}} = 1,\widehat{3}$$

$$\sqrt{\frac{\overline{ab}-a}{90} + \frac{\overline{ba}-b}{90} - \frac{1}{9}} = 1 + \frac{3}{9}$$

$$\sqrt{\frac{10a + \not{b} - \not{a} + 10b + \not{a} - \not{b} - 10}{90}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{a+b-1}{\not{9}} = \frac{16}{\not{9}}$$

$\therefore a + b = 17$

$\therefore$ **Clave: e**

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

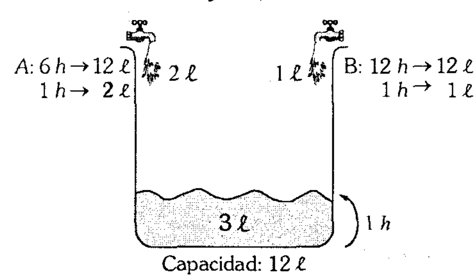
Es aquel procedimiento que consiste en homogenizar lo hecho por cada elemento en una unidad de tiempo.

EJEMPLO 01:

Un caño A llena un tanque en 6 horas y otro caño B lo llena en 12 horas. Funcionando juntos, ¿en qué tiempo se llenará el tanque?

a) 6 h b) 18 h c) 3 h
d) 5 h e) 4 h

Resolución:
Como no nos dan la capacidad del tanque asumiremos un número que se pueda dividir entre 6 y 12; es decir 12 litros.



Como en 1 h "A" llena 2 L y "B" 1 L juntos en 1 h llenarán 3 L, entonces

Juntos	***en***
3 L	1h
12 L	x

(×4 en ambas columnas)

$$\therefore x = 4\,h$$

∴ Se llenará en 4 h.

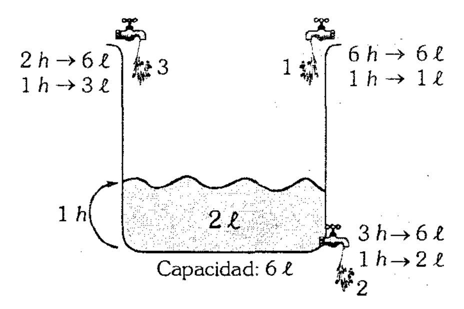
∴ **Clave: e**

EJEMPLO 02:

Se tiene un tanque con tres llaves, la primera llave llena el tanque en 2 h, la segunda en 6 h y la tercera llave puede vaciar dicho tanque en 3 h. ¿En qué tiempo se llenará el tanque si estando vacío se abren las 3 llaves al mismo tiempo?

a) 2 h b) 3 h c) 5 h
d) 6 h e) 9 h

Resolución:
Asumiendo la capacidad 6 litros (se puede dividir entre 2, 6 y 3).



Como el primer y segundo caño echan: 3 + 1 = 4 litros en 1 hora y el desagüe retira 2 litros en esa misma hora, juntos llenan 2 litros en 1 hora.

Juntos	***en***
2 L	1h
6 L	x

(×3 en ambas columnas)

$$\therefore x = 3\,h$$

∴ Se llenará en 3 horas.

∴ **Clave: b**

EJEMPLO 03:

Tres obreros hacen un trabajo en 4 días sabiendo que el primero lo haría solo en 9 días y el segundo en 12 días. Averiguar lo que demora el tercero trabajando solo.

a) 15 días b) 17 días c) 16 días
d) 18 días e) 20 días

Resolución:

Aquí asumiremos la obra: 36 m
(se puede dividir entre 4, 9 y 12)

→ los tres juntos en 1 día hacen: $\frac{36}{4}=9\ m$

→ el primero en 1 día hace : $\frac{36}{9}=4\ m$

→ el segundo en 1 día hace : $\frac{36}{12}=3\ m$

Como juntos hacen 9 m, pero el primero y el segundo hacen $3+4=7\ m$, significa que el tercero hace: $9-7=2\ m$ cada día.

Luego:

El tercero demora: $\frac{36}{2}=18\ días$

∴ **Clave: d**

EJEMPLO 04:

Coco, Lázaro y Carlos pueden realizar un trabajo en 10 días, Coco y Carlos lo harían en 15 días, Lázaro y Carlos lo harían en 20 días. ¿En qué tiempo lo harían Coco y Lázaro?

a) 12 d b) 10 d c) 15 d
d) 8 d e) 16 d

Resolución:

Asumiendo la obra:

$$MCM(10,15,20)=60m$$

Sea "a", "b" y "c" los metros que avanzan Coco, Lázaro y Carlos en un día respectivamente.

Del enunciado:

$$a+b+c=\frac{60}{10}=6 \quad \text{...........} (1)$$

$$a+c=\frac{60}{15}=4 \quad \text{...........} (2)$$

$$b+c=\frac{60}{20}=3 \quad \text{...........} (3)$$

De (1) y (2): $b=2$

$\Rightarrow c=1$

$\Rightarrow a=3$

∴ Coco y Lázaro harían el trabajo en;
$\frac{60}{3+2}=12d$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA (Agraria 2011)

De un concurso de baile se retiran 20 personas y quedan más de la tercera parte. Si se retiraran 5 más, quedarían menos de 7. ¿Cuántas personas había al inicio?

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

Problemas Resueltos

FRACCIONES

PROBLEMA 01

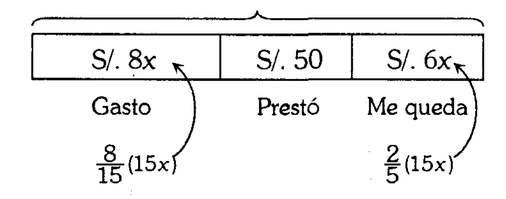
Adolfo dice: "si gastara con Angélica los 8/15 de lo que tengo, y le prestara a Jhonny S/.50, me quedaría 2/5 de lo que tengo" ¿cuánto dinero tiene el apuesto Adolfo?

a) S/. 700 b) S/. 750 c) S/. 650
d) S/. 500 e) S/. 550

Resolución:

Sea S/. $15x$ el dinero de Adolfo.

Total: 15x soles



luego: $8x + 50 + 6x = 15x$

$$x = 50$$

$\therefore$ Adolfo tiene: 15(50) = S/. 750

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 02

Los 4/6 de lo tuyo es lo de ella y los 9/12 de lo de ella es lo mío. ¿Qué parte de lo tuyo es mío?

a) 2 b) $^1/_2$ c) $^1/_3$
d) $^1/_4$ e) $^1/_5$

Resolución:

Del enunciado:

- $\frac{4}{6}(\text{tuyo}) = \text{ella} \Rightarrow \frac{\text{tuyo}}{\text{ella}} = \frac{3}{2}$ ...... (1)
- $\frac{9}{12}(\text{ella}) = \text{mío} \Rightarrow \frac{\text{ella}}{\text{mío}} = \frac{4}{3}$ ...... (2)

Multiplicando (1) y (2):

$$\frac{\text{tuyo}}{\cancel{\text{ella}}} \times \frac{\cancel{\text{ella}}}{\text{mío}} = \frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{4}{\cancel{3}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{\text{tuyo}}{\text{mío}} = \frac{2}{1}$$

Piden: $\frac{\text{mío}}{\text{tuyo}} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 03

De los alumnos de un aula, sólo 2/3 asistieron a una práctica y los 3/7 de éstos aprobaron. Si de los que asistieron a la práctica desaprobaron 24. ¿Cuántos alumnos en total hay en dicha aula?

a) 40 b) 63 c) 62
d) 42 e) 68

Resolución:

Sea x el # total de alumnos

total: x
- Asistieron: $\frac{2}{3}x$
  - aprobaron: $\frac{3}{7}\left(\frac{2}{3}x\right)$
  - desaprobaron: $\frac{4}{7}\left(\frac{2}{3}x\right)$
- faltaron: $\frac{1}{3}x$

Como desaprobaron 24:

$$\frac{4}{7}\left(\frac{2}{3}x\right)=24$$

$$x=63$$

$\therefore$ Hay 63 alumnos en total

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 04

Se vendió $^1/_3$ de la cantidad de trigo de un depósito, después los $^2/_5$ de lo que quedaba, luego se aumentó a este resto ¼ de lo que había y por último se vendió los $^3/_7$ de la nueva cantidad, quedando en el depósito 300 kg. ¿Cuál era la cantidad inicial de trigo en el depósito?

a) 1000 kg. b) 550 kg. c) 1050 kg.
d) 3200 kg. e) 780 kg.

Resolución:

Sea x la cantidad inicial de trigo trabajando con lo que queda:

$$\frac{4}{7}\left(\frac{5}{4}\left(\frac{3}{5}\left(\frac{2}{3}x\right)\right)\right)=300$$

- vendió 1/3 → queda: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
- vendió 2/5 → queda: $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$
- aumentó ¼ → resulta: $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$
- vendió $^3/_7$ → Queda: $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

$$\frac{2}{7}x=300$$

$$x=1050$$

$\therefore$ Inicialmente había 1050 kg.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 05

Si a y b son números naturales. Halle la suma de todos los valores posibles de $\boldsymbol{a}$ de modo que:

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3,06666\ldots$$

a) 21 b) 45 c) 32
d) 64 e) 18

Resolución:

Como:

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3,0666\ldots$$

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3+0,0\widehat{6}$$

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3+\frac{06-0}{90}$$

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=\frac{46}{15}$$

$$5a+9b=138$$

a	b
24	2
15 (−9)	7 (+5)
6 (−9)	12 (+5)

Valores de a: 24 , 15 y 6

$\therefore$ Piden: $24+15+6=45$

$\therefore$ **Clave: b**

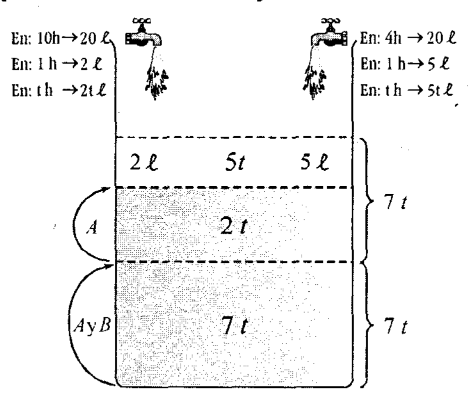
PROBLEMA 06

Un caño demora 10 horas en llenar un tanque, mientras que el caño B demora 4 horas. Ambos funcionan juntos hasta llenar la mitad del tanque y después funciona sólo el primero durante el mismo tiempo ¿qué fracción del tanque quedó sin llenar?

a) $^{11}/_{16}$ b) $^{5}/_{14}$ c) $^{5}/_{16}$
d) $^{3}/_{14}$ e) $^{7}/_{16}$

Resolución:

Asumiendo la capacidad: 20 ℓ, ya que se puede dividir entre 10 y 4.



Piden: $\frac{\text{sin llenar}}{\text{total}} = \frac{5\not{t}}{14\not{t}} = \frac{5}{14}$

∴ **Clave: b**

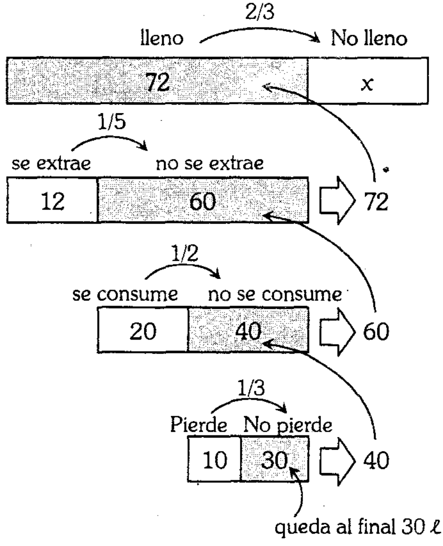
PROBLEMA 07

De un bidón de agua mineral que está lleno $^{2}/_{3}$ de lo que no está lleno, se extrae $^{1}/_{5}$ de lo que no se extrae, luego de lo que queda se consume la mitad de lo que no se consume y finalmente se pierde $^{1}/_{3}$ de lo que no se pierde, quedando al final sólo 30 litros. ¿Cuál es la capacidad total del bidón?

a) 180 ℓ b) 220 ℓ c) 480 ℓ
d) 540 ℓ e) 135 ℓ

Resolución:

Haciendo el proceso regresivo:



Del gráfico: $72 = \frac{2}{3}x$

$x = 108$

∴ Capacidad = 72 + 108 = 180 ℓ

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 08

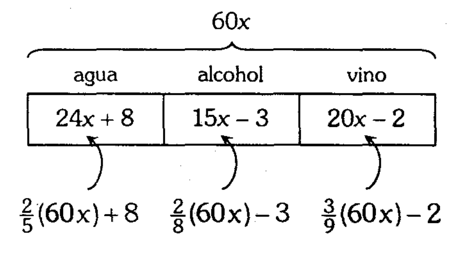
Se tiene un barril lleno con agua, alcohol y vino; donde los $^{2}/_{5}$ del total, más 8 litros son agua; los $^{2}/_{8}$ del total, menos 3 litros son alcohol y los $^{3}/_{9}$ del total menos 2 litros son vino. Si se extrae 45 litros de dicha mezcla, ¿cuál será la diferencia entre el número de litros que queda de vino y de alcohol?

a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) 20

Resolución:

Asumiendo la capacidad del barril:

60 x (tiene quinta, cuarta y tercia)

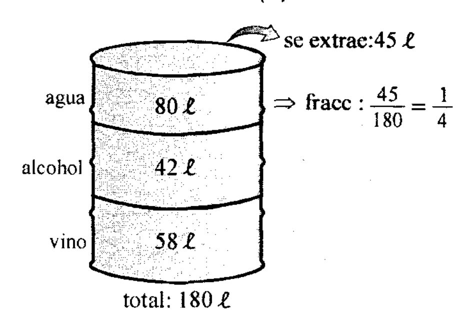


luego:

$$60x=(24x+8)+(15x-3)+(20x-2)$$

$$x=3$$

Entonces: agua: $24(3)+8=80\ \ell$
alcohol : $15(3)-3=42\ \ell$
vino : $20(3)-2=58\ \ell$



Como se extrae ¼ → quedan ¾ de cada componente:

agua : $\frac{3}{4}(80)=\ 60\ \ell$

alcohol : $\frac{3}{4}(42)=31{,}5\ \ell$

vino : $\frac{3}{4}(58)=43{,}5\ \ell$

Piden : $43{,}5-31{,}5=12$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 09

Un recipiente de 120 ℓ de capacidad, se llena con alcohol, vino y agua en la relación de 2, 3 y 1 respectivamente. Se extrae $^1/_5$ de la mezcla y se reemplaza por agua, luego se extrae ¼ de la nueva mezcla y se reemplaza por alcohol; finalmente se extrae 40 ℓ de la nueva mezcla y se reemplaza con vino ¿En qué proporción quedaron al final el alcohol, el vino y el agua.

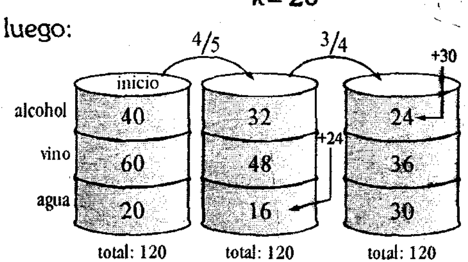
a) 8:16:4 b) 9:16:5 c) 9:16:6
d) 9:16:7 e) 9:17:4

Resolución:

Como el alcohol, vino y agua están en la relación: 2, 3 y 1.

$$\rightarrow \quad 2k+3k+1k=120$$
$$k=20$$

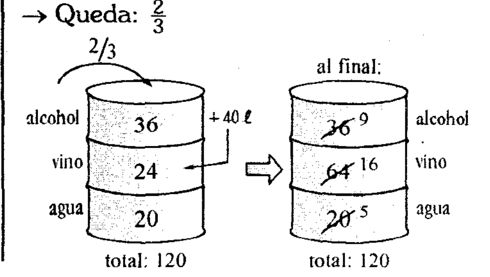
luego:



como finalmente se extrae 40 ℓ

→ fracción que sale = $\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$

→ Queda: $\frac{2}{3}$



$\therefore$ La relación es 9:16:5

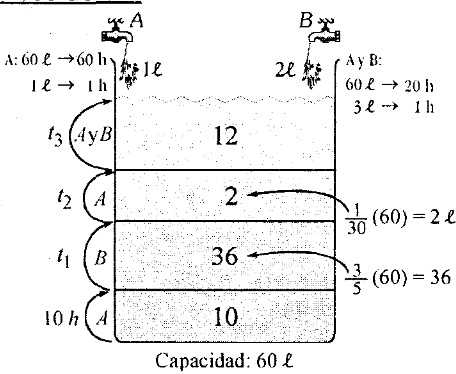
$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 10

Dos grifos A y B funcionando simultáneamente pueden llenar un estanque en 20 horas, a su vez el grifo A funcionando solo puede llenarlo en 60 horas. Si estando vacío el estanque empieza a funcionar el grifo A durante 10 horas y después es cerrado; luego se abre el grifo B llenando $^3/_5$ del estanque y luego es cerrado; luego se abre A llenando $^1/_{30}$ del estanque y luego es cerrado; finalmente se abren las dos llaves llenando el resto. ¿Cuánto tiempo en total se empleó en llenar el estanque?

a) 30 h b) 32 h c) 38 h
d) 34 h e) 28 h

Resolución:



$$t_1 = \frac{36}{2} = 18\ h \quad ; \quad t_2 = \frac{2}{1} = 2\ h$$

$$t_3 = \frac{12}{1+2} = 4\ h$$

$\therefore$ Tiempo total = 10 + 18 + 2 + 4 = 34 h

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 11

El número de niños que van a un nido es menor que 265 y mayor que 95; si se observa que 2/7 del total usan mandiles celestes y 5/13 del total usan mandiles amarillos. ¿Cuál es la suma de cifras de la cantidad de niños que no usan ni mandil celeste ni amarillo?

a) 6 b) 60 c) 7
d) 11 e) 16

Resolución:

Como:

$$\text{usan mandil celeste} = \frac{2}{7}(\text{total}) \rightarrow \text{total} = \overset{\circ}{7}$$

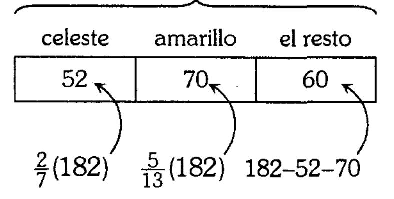
$$\text{usan mandil amarillos} = \frac{5}{13}(\text{total}) \rightarrow \text{total} = \overset{\circ}{13}$$

$$\therefore \quad \text{total} = \text{MCM}(7,13) = \overset{\circ}{91}$$

Como el total de niños es mayor que 95, pero menor que 265.

$$\text{total} = 91(2) = 182$$

Luego:



Piden: suma de cifras = 6 + 0 = 6

$\therefore$ **Clave: a**

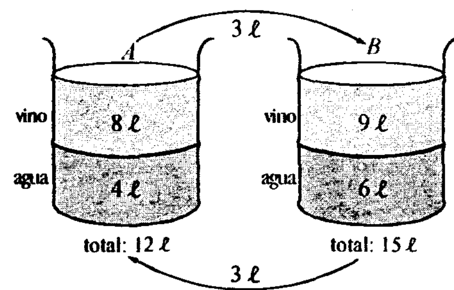
PROBLEMA 12

Un tonel A tiene 8ℓ de vino puro y 4ℓ de agua. Un segundo tonel B tiene 9ℓ de vino puro y 6 litros de agua. Si se sacan 3ℓ de cada tonel y se hace el intercambio respectivo ¿cuánto más de vino hay en uno que en el otro tonel?

a) $2,4\ell$ b) $1,4\ell$ c) $1,8\ell$
d) $3,6\ell$ e) $1,6\ell$

Resolución:

De los datos del problema:



fracción que sale $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ fracción que sale $= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

sale de vino $= \frac{1}{4}(8) = 2$ sale de vino $= \frac{1}{5}(9) = 1,8$

Al final:

vino en A : $8 - 2 + 1,8 = 7,8$
vino en B : $9 - 1,8 + 2 = 9,2$
Piden : $9,2 - 7,8 = 1,4\ell$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 13

La quinta parte de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de crisantemo; la tercera parte en una rosa; el triple de la diferencia entre estos dos números vuela sobre un clavel y una abeja vuela indecisa de una flor de pandanus a un oloroso jazmín ¿cuál es el número de abejas?

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

Resolución:

Sea 15x el número de abejas:

15x

Cristantemo	Rosa	Clavel	Pandanus
3x	5x	6x	1

$\frac{1}{5}(15x)$ $\frac{1}{3}(15x)$ $3(5x - 2x)$

luego:

$$15x = 3x + 5x + 6x + 1$$
$$x = 1$$
$$\therefore \ \# \text{ de abejas} : 15(1) = 15$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 14

Se tiene el decimal periódico 0,555 ... que está entre dos números periódicos cuya generatriz tiene como denominador 11 y como numerador a dos números impares consecutivos. Halle la diferencia entre los períodos.

a) 18 b) 19 c) 20
d) 21 e) 22

Resolución:

Del enunciado:

$$\frac{x}{11} < 0,555\ldots < \frac{x+2}{11} \quad ; \ x : \text{impar}$$

$$\frac{x}{11} < \frac{5}{9} < \frac{x+2}{11}$$

Resolviendo:

$\frac{x}{11} < \frac{5}{9}$ $\qquad$ $\frac{5}{9} < \frac{x+2}{11}$

$x < 6{,}11\ldots$ $\qquad$ $x > 4{,}11\ldots$

$\Rightarrow \quad x = 5$

$\therefore$ fracciones: $\frac{5}{11}$ y $\frac{7}{11} = 0{,}\widehat{45}$ y $0{,}\widehat{63}$

Piden: $63 - 45 = 18$

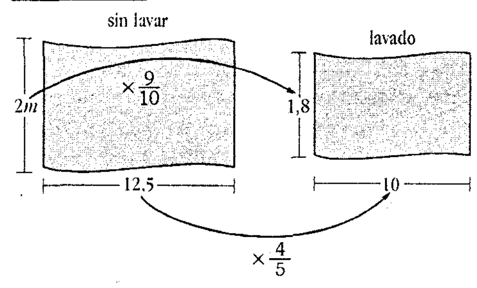
$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 15

Un comerciante compra 12,5 m de tela cuyo ancho es 2m a S/.600. Después de lavarlo se encoge $^1/_5$ en el largo y $^1/_{10}$ en el ancho. Sabiendo esto el comerciante luego de lavar dicha tela vende cada metro cuadrado a $^7/_6$ del costo anterior por metro cuadrado. Determine si ganó o perdió y cuánto.

a) ganó S/.100 b) perdió S/.96 c) gano S/.96
d) perdió S/.94 e) perdió S/.95

Resolución:



costo: S/. 600

Área: $2 \times 12{,}5 = 25m^2$

c/m²: $\frac{600}{25}$ = S/.24

Área : $1{,}8 \times 10 = 18\ m^2$

c/m²: $\frac{7}{6}$ (S/.24) = S/. 28

total = 18 × 28 = S/.504

$\therefore$ Perdió : 600 − 504 = S/. 96

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 16

Un comerciante tiene cierta cantidad de naranjas, de las cuales la quinta parte estaban malogradas y sólo pudo vender 3/5 de las buenas. ¿Qué fracción de las naranjas buenas sin vender son las naranjas malogradas?

a) 3/8 b) 3/5 c) 5/7
d) 2/7 e) 5/8

Resolución:

Asumiendo el total de naranjas igual a 25.

Total 25:
- Malogradas: $\frac{1}{5}(25) = 5$
- Buenos: 20
  - Vendió $\frac{3}{5}(20) = 12$
  - Quedó : 8

Piden: $\frac{\text{(naranjas malogradas)}}{\text{(naranjas buenas sin vender)}} = \frac{5}{8}$

$\therefore$ **Clave: e**

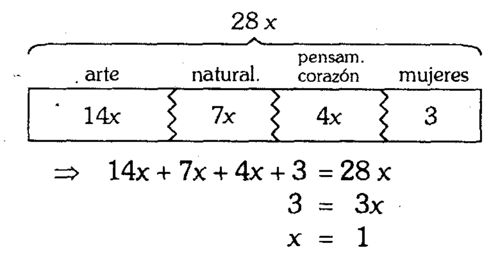
PROBLEMA 17

Honrrado Pitágoras, ¿cuántos de tu casa participan en la búsqueda de sabiduría?. Quiero decirte, Polícrates: la mitad de las personas que la habitan están estudiando el arte, la cuarta parte están estudiando la naturaleza y la séptima parte los pensamientos del corazón. Además hay tres mujeres. ¿Cuántas personas hay en casa de Pitágoras?

a) 56 b) 27 c) 28
d) 29 e) 24

Resolución:

Asumiendo el total: 28x (tiene mitad, cuarta y séptima).



$$\Rightarrow \quad 14x + 7x + 4x + 3 = 28x$$
$$3 = 3x$$
$$x = 1$$

$\therefore$ # de personas: 28 (1) = 28

$\therefore$ **Clave: c**

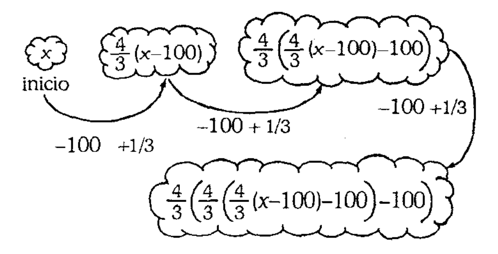
PROBLEMA 18

Un comerciante tenía una determinada suma de dinero. El primer año gastó 100 soles y aumentó a lo que quedaba un tercio de este resto. Al año siguiente volvió a gastar 100 soles y aumentó a la cantidad restante un tercio de ella. El tercer año gastó de nuevo 100 soles y agregó la tercera parte de lo que quedaba. Si el capital resultante es el doble del inicial. ¿Cuál fue el capital inicial?

a) S/. 1480 b) S/. 1500 c) S/. 1400
d) S/. 2000 e) S/. 2500

Resolución:

Sea x lo que tenía al inicio.



Como el capital resultante es el doble del inicial.

$$\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}(x-100)-100\right)-100\right)=2x$$
$$\frac{64}{27}x-\frac{6400}{27}-\frac{1600}{9}-\frac{400}{3}=2x$$
$$64x-6400-4800-3600=54x$$
$$10x=14800$$
$$x=1480$$

$\therefore$ El capital inicial fue S/. 1480

$\therefore$ **Clave: a**

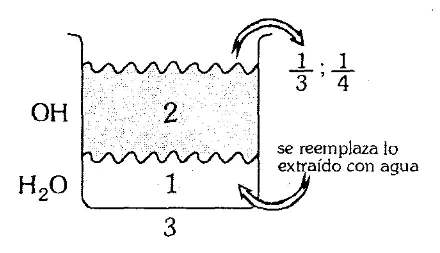
PROBLEMA 19

Se llena un recipiente de 3 litros con 2 litros de alcohol y el resto con agua. Se utiliza una tercera parte de la mezcla y se reemplaza con agua, luego se utiliza la cuarta parte de la mezcla y se reemplaza con agua. ¿Qué parte es la cantidad de alcohol que queda con respecto de la capacidad del recipiente?

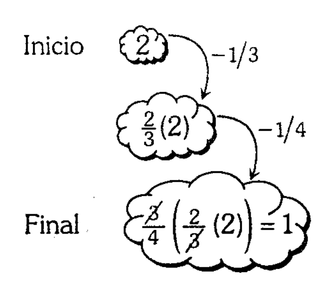
a) 1/3 b) 1/5 c) 1/81
d) 1/18 e) 1/4

Resolución:

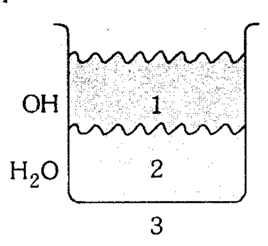
Cuando de una mezcla se saca una fracción, sale la misma fracción de cada componente.



Trabajando con el alcohol.



Al final queda:



Piden: $\frac{OH}{total}=\frac{1}{3}$

$\therefore$ **Clave: *a***

PROBLEMA 20

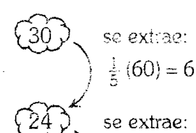
Un depósito contiene 30 litros de vino, del cual se extrae 1/5 de su contenido y se reemplaza por agua. Enseguida se extrae ¼ de la mezcla y también se reemplaza por agua; por último se extrae 1/3 de la nueva mezcla y también se reemplaza por agua. ¿Cuántos litros de vino queda ahora en el depósito?

a) 10 b) 12 c) 15
d) 16 e) 18

Resolución:

Trabajando con lo que queda de vino:

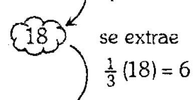
Inicio :



se extrae: $\frac{1}{5}(60)=6$

Queda: se extrae: $\frac{1}{4}(24)=6$

Queda: se extrae $\frac{1}{3}(18)=6$



Queda:

$\therefore$ Quedan 12 litros de vino

$\therefore$ **Clave: *b***

PROBLEMA 21

Una librería tiene para la venta un cierto número de libros. Vende primero las 3/5 partes, después le hacen un pedido de los 7/8 de lo que queda, pero antes de servir este pedido se le inutilizan 240 libros, por lo que se enviará todos los libros útiles que le quedan que sólo cubriría los 4/5 de la cantidad pedida. ¿Qué cantidad de libros se vendieron?

a) 2000 b) 1760 c) 3520
d) 1200 e) 2240

Resolución:

Sea x la cantidad de libros.

Vende : $\frac{3}{5}x \Rightarrow$ Queda: $\frac{2}{5}x$

Pedido : $\frac{7}{8}\left(\frac{2}{5}x\right)$

Como antes de servir el pedido se inutilizaron 240 libros.

$\Rightarrow$ quedaron: $\frac{2}{5}x-240$

Como al enviar todos los libros útiles, se cubrió 4/5 de la cantidad pedida:

$$\frac{2}{5}x - 240 = \frac{4}{5}\left(\frac{7}{8}\left(\frac{2}{5}x\right)\right)$$

$$\frac{2}{5}x - 240 = \frac{7}{25}x$$

$$10x - 6000 = 7x$$

$$x = 2000$$

$\therefore$ Habían 2000 libros y se vendieron: $2000 - 240 = 1760$

$\therefore$ **Clave: b**

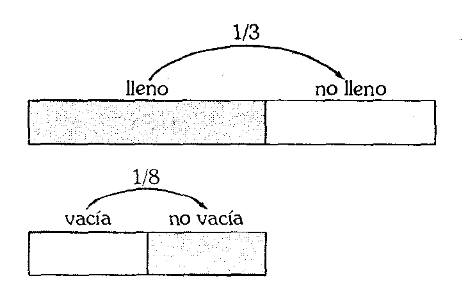
PROBLEMA 22

De un recipiente que está lleno $\frac{1}{3}$ de lo que no está lleno, se vacía $\frac{1}{8}$ de lo que no se vacía. ¿Qué parte del volumen inicial quedará con líquido?

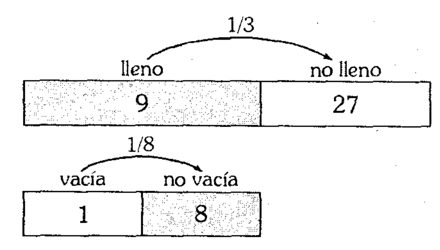
a) $\frac{13}{18}$ b) $\frac{5}{13}$ c) $\frac{7}{12}$
d) $\frac{5}{18}$ e) $\frac{2}{9}$

Resolución:

Haciendo un esquema:



Asumiendo lo que no se vacía igual a 8 y completando tendremos:



Volumen total : $9 + 27 = 36$
Quedó con líquido : 8
Piden : $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 23

De un recipiente en el cual hay 12 litros de vino y 18 litros de agua, se retiran 10 litros de la mezcla y luego se reemplaza por agua. Seguidamente se retiran 15 litros de la nueva mezcla y se reemplazan por agua. ¿Qué parte es el vino respecto a la cantidad de agua en la mezcla resultante?

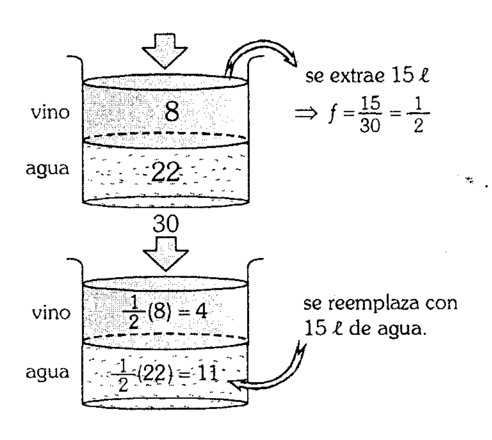
a) $^{4}/_{23}$ b) $^{7}/_{16}$ c) $^{5}/_{21}$
d) $^{2}/_{13}$ e) $^{9}/_{25}$

Resolución:

Del enunciado:

vino 12
agua 18
30
se extrae 10 ℓ
$\Rightarrow f = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

vino $\frac{2}{3}(12) = 8$
agua $\frac{2}{3}(18) = 12$
30
se reemplaza con 10 ℓ de agua.



Piden: $\frac{vino}{agua} = \frac{4}{11+15} = \frac{4}{26} = \frac{2}{13}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 24

En una fiesta habían 120 personas entre damas, caballeros y niños. El número de caballeros que no bailaban en un momento era igual a la tercera parte del número de damas, el número de niños era la quinta parte del número de damas y la cuarta parte del número de damas fue con vestido blanco. ¿Cuántas damas no bailaban en ese momento?

a) 48 b) 32 c) 60
d) 28 e) 45

Resolución:

De los datos:

cab. sin bailar $= \frac{1}{3}$ (# damas)

$\Rightarrow$ # damas $= \overset{\circ}{3}$

niños $= \frac{1}{5}$ (# damas)

$\Rightarrow$ # damas $= \overset{\circ}{5}$

damas vestido de blanco $= \frac{1}{4}$ (# damas)

$\Rightarrow$ # damas $= \overset{\circ}{4}$

Luego: # damas $= \overset{\circ}{\overline{3 \times 5 \times 4}} = \overset{\circ}{60}$

Como el total de personas = 120

$\Rightarrow$ # damas = 60

niños $= \frac{1}{5}(60) = 12$

varones $= 120 - (60 + 12) = 48$

cab. sin bailar $= \frac{1}{3}(60) = 20$

cab. bailan $= 48 - 20 = 28$

$\Rightarrow$ damas bailan $= 28$

damas sin bailar $= 60 - 28 = 32$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 25

En una reunión de 60 personas los $\frac{3}{10}$ del total son varones. ¿Cuántas mujeres deberán retirarse para que los varones sean ahora los 3/5 del nuevo total?

a) 30 b) 18 c) 12
d) 36 e) 22

Resolución:

Sea x el # de mujeres que deben retirarse:

	Inicio	Después
varones	18	18
mujeres	42	$42 - x$

$\frac{3}{10}(60)$; total : $60 - x$; $\frac{3}{5}$

Luego: $18 = \frac{3}{5}(60 - x)$

$30 = 60 - x$

$x = 30$

∴ Deben retirarse 30 mujeres

∴ **Clave: a**

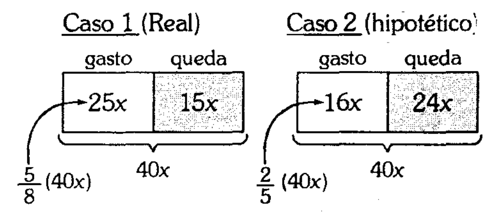
PROBLEMA 26

He gastado los 5/8 de mi dinero, si en lugar de gastar los 5/8 hubiera gastado los 2/5 de mi dinero tendría ahora 72 soles más de lo que tengo. ¿Cuánto no gasté?

a) S/. 120 b) S/. 157 c) S/. 210
d) S/. 128 e) S/. 247

Resolución:

Sea 40 x mi dinero (tiene octava y quinta)



Dato: $24x - 15x = 72$

$9x = 72$

$x = 8$

∴ No gasté: 15 (8) = 120 soles

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 27

¿Cuál es la última cifra del período originado por $\frac{8}{63}$?

a) 1 b) 3 c) 4
d) 2 e) 7

Resolución:

Planteando que:

$$\frac{8}{63} = 0,\overline{\ldots\ldots x}$$

$$\frac{8}{63} = \frac{\overline{\ldots\ldots x}}{999\ldots999}$$

$$8(999\ldots999) = 63(\overline{\ldots x})$$

$$\ldots\ldots 2 = 63(\overline{\ldots x})$$

$$x = 4$$

∴ La última cifra del periodo es 4.

∴ **Clave: c**

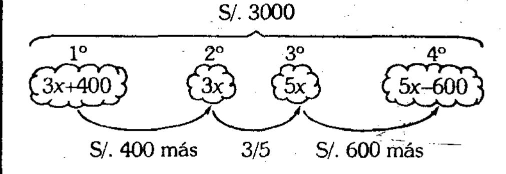
PROBLEMA 28

Se reparte 3000 soles entre cuatro personas de tal manera que a la primera le corresponde 400 soles más que a la segunda; a ésta 3/5 de lo que le corresponde a la tercera y a ésta 600 soles más que a la cuarta persona. ¿Cuánto recibió la segunda persona?

a) S/. 500 b) S/. 490 c) S/. 575
d) S/. 600 e) S/. 800

Resolución:

Del enunciado:



Planteando:

$$(3x + 400) + 3x + 5x + (5x - 600) = 3000$$

$$16x - 200 = 3000$$

$$16x = 3200$$

$$x = 200$$

∴ la segunda recibió: 3(200) = S/. 600

∴ **Clave: d**

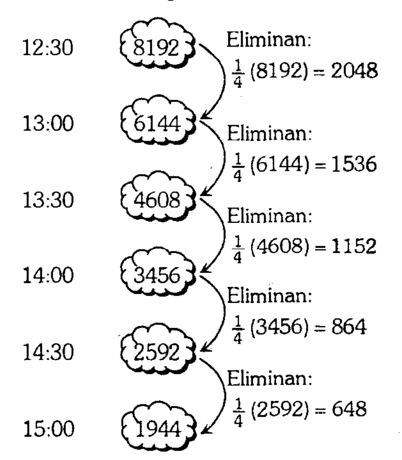
PROBLEMA 29

En un concurso de baile participan 8192 personas: cada media hora se elimina la cuarta parte de los que quedan en el concurso. Si el concurso empezó a las 12 horas con 30 minutos. ¿Cuántos concursantes habrán a las 15 horas con 1 minuto?

a) 1944 b) 5776 c) 3532
d) 2837 e) 4744

Resolución:

Haciendo un esquema:



∴ Habrán 1944 concursantes

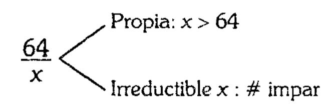
∴ **Clave: a**

PROBLEMA 30

¿Cuántos valores puede tomar x sabiendo que 64/x es una fracción propia e irreductible mayor que 4/15?

a) 97 b) 88 c) 79
d) 93 e) 83

Resolución:



Dato:

$$\frac{64}{x} > \frac{4}{15}$$
$$\frac{16}{x} > \frac{1}{15}$$
$$x < 240$$

Luego: $x = \underbrace{65 , 67 , 69 , \ldots , 239}_{\frac{239-65}{2}+1 = 88 \#_s}$

∴ x puede tomar 88 valores

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 31

En una fiesta de promoción hay m jovencitas más que muchachos y cuando llegan n parejas a la fiesta resulta que el número de los muchachos constituye los 3/8 del total de asistentes. ¿Cuántos muchachos había inicialmente?

a) $\frac{3m+2n}{2}$ b) $\frac{3m-2n}{2}$ c) $\frac{m+n}{2}$
d) $\frac{m+n}{3}$ e) $\frac{m-n}{3}$

Resolución:

Sea "x" el # de muchachos al inicio.

n parejas

	inicio	después
muchachos	x	$x+n$
jovencitas	$x+m$	$x+m+n$
	$(2x+m)$	$(2x+2n+m)$

(3/8)

Dato: $x+n=\frac{3}{8}(2x+2n+m)$

$$8x+8n=6x+6n+3m$$

$$2x=3m-2n$$

$$x=\frac{3m-2n}{2}$$

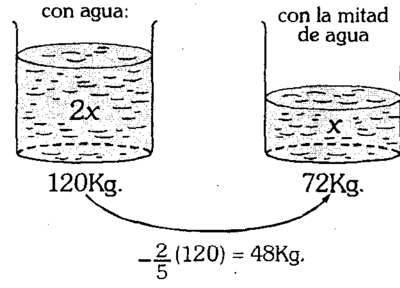
$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 32

Tengo un cilindro con agua que pesa 120 Kg si saco la mitad de la cantidad de agua, su peso quedaría reducido en sus 2/5. ¿Cuánto pesa el cilindro?

a) 12 Kg. b) 15 Kg. c) 17 Kg.
d) 24 Kg. e) 20 Kg.

Resolución:



Luego:

$$\begin{array}{rcl} \text{Cilind} + 2x & = & 120 \\ \text{Cilind} + x & = & 72 \\ \hline x & = & 48 \end{array}$$

$\therefore$ Cilindro = 72 – 48 = 24 Kg.

$\therefore$ **Clave: d**

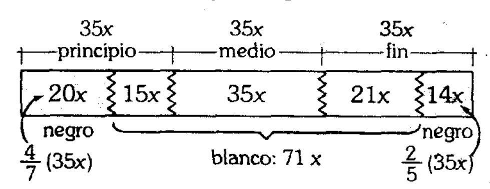
PROBLEMA 33

Un paño está dividido en 3 partes iguales. Principio, medio y fin, si los $^4/_7$ del principio y los $^2/_5$ del final son negros, y el resto blanco. Calcular cuánto mide $^1/_6$ del medio, si la parte blanca mide 12 m.

a) $\frac{42}{71}m$ b) 0,9 m c) 2 m
d) 25 m e) $\frac{70}{71}m$

Resolución:

Asumiendo cada parte igual a 35 x



Como la parte blanca mide 12 m.

$$71x=12$$

$$x=\frac{12}{71}$$

Piden: $\frac{1}{6}(35x)=\frac{1}{6}\times 35\times\frac{12}{71}=\frac{70}{71}m$

$\therefore$ **Clave: e**

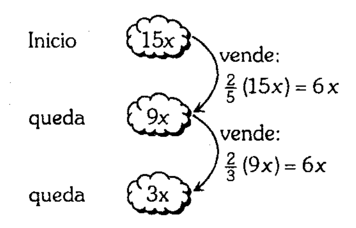
PROBLEMA 34

Un comerciante vende $^2/_5$ de una cesta de piñas, después los $^2/_3$ del nuevo resto. Si se quedaron 15 piñas, diga el número de piñas que había en el cesto.

a) 15 b) 150 c) 75
d) 510 e) 51

Resolución:

Asumiendo el total igual a 15x (tiene quinta y tercia)



Como quedaron 15 piñas.

$$3x=15$$
$$x=5$$

∴ En el cesto habían: 15(5) = 75 piñas

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 35

En un salón de la academia, sólo asistieron a un examen los 2/3 de los alumnos y de éstos aprueban los 3/7; si los desaprobados son 24. ¿Cuántos alumnos hay en dicha aula?

a) 60 b) 57 c) 63
d) 66 e) 84

Resolución:

Asumiendo el total $=21x$

total $21x$ $\begin{cases} \text{Asisten: } \frac{2}{3}(21x)=14x \begin{cases} \text{aprueban: } \frac{3}{7}(14x)=6x \\ \text{desaprueban: } 8x=24 \\ \qquad \to x=3 \end{cases} \\ \text{Faltan: } 7x \end{cases}$

∴ Hay: 21(3) = 63 alumnos

∴ **Clave: c**

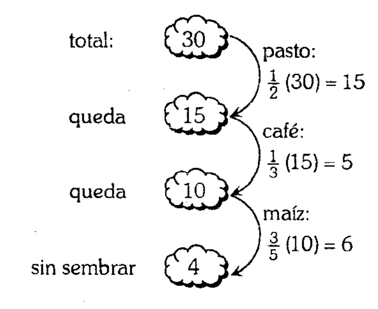
PROBLEMA 36

En la mitad del terreno de una finca se siembra pasto, en la tercera parte de lo que queda se siembra café y en las 3/5 partes del resto se siembra maíz. Determinar que parte de la finca no sembrada con maíz, queda sin sembrar.

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{4}{5}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{2}{15}$

Resolución:

Sea el total = 30 (tiene mitad, tercia y quinta)



∴ piden: $\dfrac{(\text{sin sembrar})}{\left(\begin{array}{c}\text{no sembrado}\\ \text{con maíz}\end{array}\right)}=\dfrac{4}{30-6}=\dfrac{1}{6}$

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 37

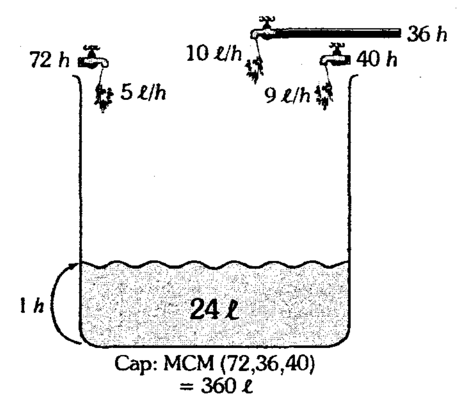
Se tiene 3 caños para llenar un tanque. El primero puede llenarlo en 72 horas, el segundo en 36 horas y el tercero en 40 horas. Si estando vacío el tanque se

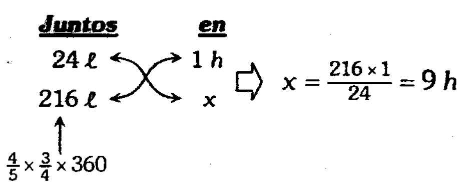
abren simultáneamente los 3 caños, ¿en qué tiempo llenarían los $^4/_5$ de los $^3/_4$ del tanque?

a) 5 *h* b) 7 *h* c) 8 *h*
d) 9 *h* e) 12 *h*

Resolución:

Haciendo un esquema:





∴ Llenarían en 9 horas

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 38

Un caño llena la *p*-ésima parte de un tanque en ***n*** horas y un desagüe desocupa la *q*-ésima parte del mismo tanque en ***m*** horas. ¿Cuánto se demorará en llenar el tanque, si se abren ambos dispositivos en forma simultánea?

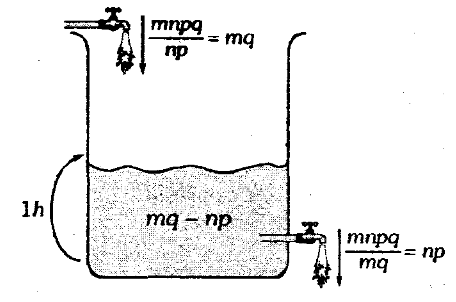
a) $\frac{mnpq}{mq+np}$ b) $\frac{mnpq}{mq-np}$ c) $\frac{mnpq}{np-mq}$

d) $\frac{np-mq}{mnpq}$ e) $\frac{mq-np}{mnpq}$

Resolución:

- Como el primer caño llena $\frac{1}{p}$ del tanque en *n* horas; todo el tanque se llena en *np* horas.
- Como el desagüe desocupa $\frac{1}{q}$ del tanque en *m* horas; todo el tanque lo desocupa en *mq* horas.

Asumiendo la capacidad: ***mnpq***



∴ Demoran: $\frac{mnpq}{mq-np}$ horas.

∴ **Clave: b**

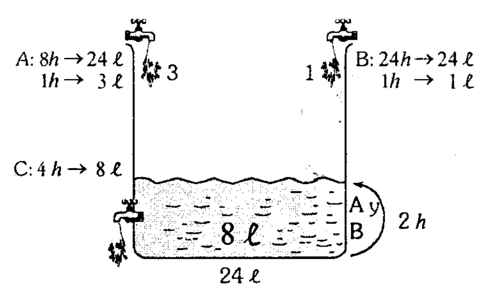
PROBLEMA 39

Un tanque puede ser llenado por un caño *A* en 8 horas, por un caño *B* en 24 horas, y puede ser vaciado por una tubería *C* en *x* horas. Si *A* y *B* trabajan juntos 2 horas, luego se cierran y se abre *C*, quedando el tanque vacío en 4 horas, calcule *x*.

a) 12 b) 8 c) 10
d) 14 e) 9

Resolución:

Considerando el volumen total igual a 24 ℓ



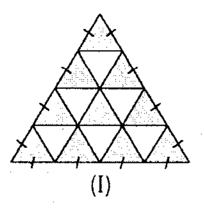
Como el desagüe retira 8 ℓ en 4 *h* todo el tanque (24 ℓ) lo retira en 12 *h*.

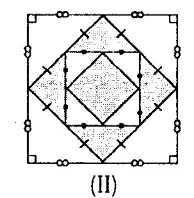
∴ $x = 12$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 40

Hallar qué parte menos de la región sombreada en (I) representa la región sombreada en (II) ; si el área del cuadrado es 2/3 de área del triángulo.

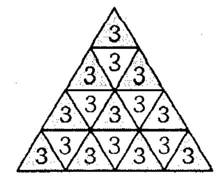

(I)


(II)

a) 2/3 b) 2/4 c) 2/5
d) 2/6 e) 3/5

Resolución:

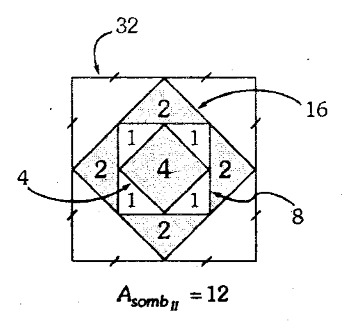
En el triángulo:



$A_{total} = 16(3) = 48$

$A_{somb_I} = 10(3) = 30$

En el cuadrado: $A_{total} = \frac{2}{3}(48) = 32$



$A_{somb_{II}} = 12$

∴ **Piden:**

$$\frac{A_{somb_I} - A_{somb_{II}}}{A_{somb_I}} = \frac{30-12}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

∴ **Clave: e**

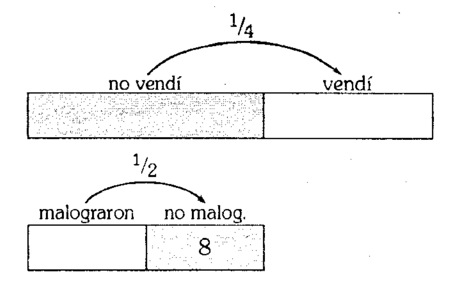
PROBLEMA 41

Si no vendí ¼ de las naranjas que vendí y de las que no vendí se malograron ½ de las que no se malograron. ¿Cuántas naranjas tenía al comenzar todo el negocio, si al final me quedaron 8 naranjas, luego de botar las malogradas?

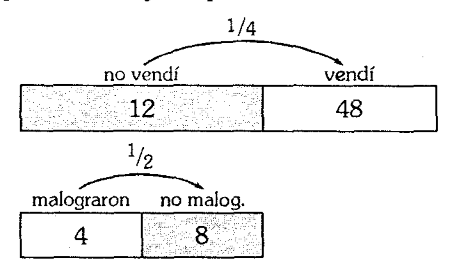
a) 60 b) 40 c) 80
d) 12 e) 30

Resolución:

Haciendo un esquema:



Completando las que se malograron, las que no vendí y las que vendí en ese orden:



∴ Tenía: 12 + 48 = 60 naranjas.

∴ **Clave: a**

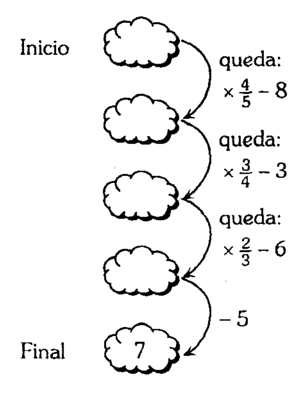
PROBLEMA 42

Edgar va de compras con cierta cantidad de dinero. En su primera compra gastó $^1/_5$ de lo que tenía, más 8 soles; en su segunda compra gastó ¼ de lo que le quedaba, más 3 soles; en la última compra gastó $^1/_3$ del resto, más 6 soles. Luego con 5 soles pagó el taxi y llegó a casa con sólo 7 soles. ¿Cuánto dinero tenía al inicio?

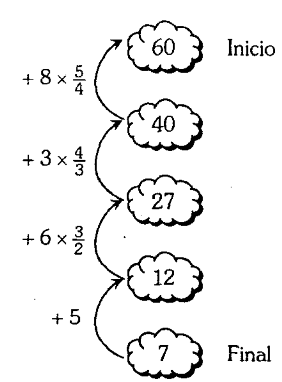
a) S/. 60 b) S/. 61 c) S/. 62
d) S/. 63 e) S/. 64

Resolución:

Del enunciado:



Haciendo la regresión:



∴ Al inicio tenía 60 soles

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 43

Halle la última cifra del desarrollo decimal de:

$$M=\frac{\left(3^{79}-1\right)\left(4^{51}-1\right)}{5^{353}}$$

a) 3 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

$$M=\frac{(3^{79}-1)(4^{51}-1)}{5^{353}}\times\frac{2^{353}}{2^{353}}$$

$$M=\frac{(3^{\overset{\circ}{4}+3}-1)(4^{impar}-1)\times 2^{\overset{\circ}{4}+1}}{10^{353}}$$

$$M=\frac{[(\ldots 3)^3-1][\ldots 4-1]\times(\ldots 2)^1}{10^{353}}$$

$$M=\frac{[\ldots 7-1][\ldots 3]\times(\ldots 2)}{10^{353}}$$

$$M=\frac{(\ldots 6)(\ldots 3)(\ldots 2)}{10^{353}}$$

$$M = \frac{\dots 6}{10^{353}} = 0,\dots 6$$

∴ La última cifra es 6

∴ **Clave: b**

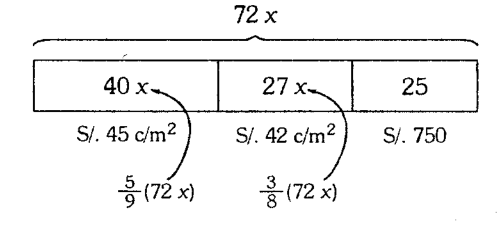
PROBLEMA 44

¿Cuál es el valor de un lote de terreno, sabiendo que los 5/9 de él se han vendido en S/. 45 el m^2, los 3/8 en S/. 42 el m^2 y qué los 25 m^2 restantes están evaluadas en S/ 750 en total?

a) S/. 15420 b) S/. 15421 c) S/. 15423
d) S/. 15422 e) S/. 15424

Resolución:

Sea 72 x el área de todo el lote.



Del esquema:

$$40x + 27x + 25 = 72x$$
$$5x = 25$$
$$x = 5$$

valor: $45(40x) + 42(27x) + 750$
$= 2934x + 750$
$= 2934(5) + 750 = \text{S/. } 15420$

∴ **Clave: a**

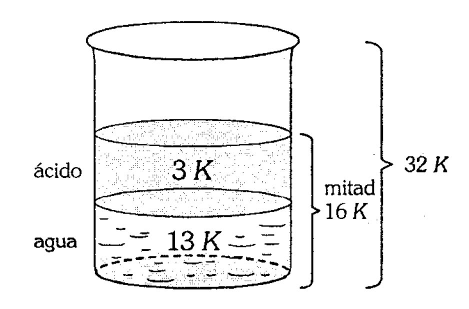
PROBLEMA 45

De un frasco lleno de ácido se extrae la cuarta parte reemplazándolo con agua, se vacía las tres cuartas partes y se vuelve a llenar con agua, pero sólo hasta los $^2/_3$ de su capacidad. Por último se vacía cierta fracción y se vuelve a llenar con agua, pero sólo hasta la mitad de su capacidad, quedando el ácido y el agua en la relación $^3/_{13}$. ¿Qué fracción de ácido quedó finalmente?

a) $\frac{1}{30}$ b) $\frac{4}{31}$ c) $\frac{5}{32}$
d) $\frac{2}{16}$ e) $\frac{3}{32}$

Resolución:

Como en la última parte se llena el recipiente hasta su mitad; quedando el ácido y el agua en la relación $^3/_{13}$.



Como al inicio el recipiente estaba lleno de ácido, había 32 K.

∴ Piden: $\frac{\text{ácido al final}}{\text{ácido al inicio}} = \frac{3K}{32K} = \frac{3}{32}$

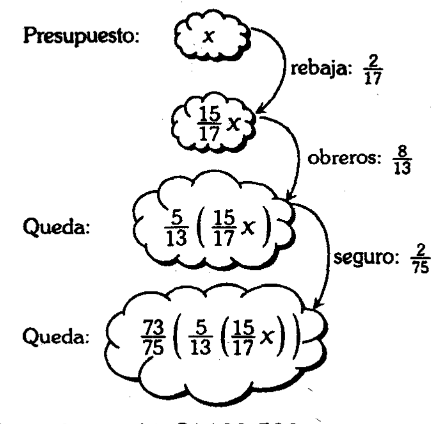
∴ **Clave: e**

PROBLEMA 46

Un ingeniero efectúa una obra con $\frac{2}{17}$ de rebaja en el presupuesto. Para el pago de sus obreros destina $\frac{8}{13}$ de lo que el ha de cobrar y además paga $\frac{2}{75}$ de lo que le queda para un seguro de vida. ¿Cuánto importa el presupuesto?. Si después de realizar estos últimos gastos le queda S/. 109 500

a) S/.300000 b) S/.331500 c) S/.315000
d) S/.350000 e) S/.400000

Resolución:



Como le quedó S/.109 500

$$\frac{73}{75}\left(\frac{5}{13}\left(\frac{15}{17}x\right)\right)=109\,500$$

$$x = 331\,500$$

$\therefore$ El presupuesto importa S/. 331 500

$\therefore$ **Clave: b**

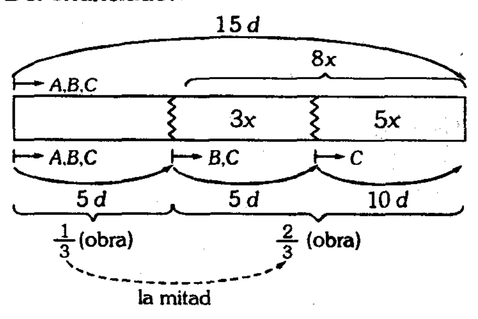
PROBLEMA 47

A, B y C pueden hacer una obra en 15 días. Trabajan en común durante 5 días, al cabo de los cuales se retira A, continuando el trabajo B y C durante otros 5 días, logrando hacer los $\frac{3}{8}$ de lo que faltaba; pero B no pudo continuar con el trabajo, por lo cual C termina la obra en 10 días. ¿En cuántos días puede hacer el trabajo cada uno, trabajando solo?

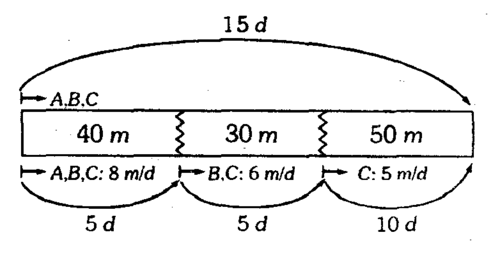
a) 60, 120 y 24 días b) 16, 12 y 15 días
c) 10, 20 y 24 días d) 12, 20 y 15 días
e) 10, 20 y 15 días

Resolución:

Del enunciado:



Haciendo $x = 10$ m, tenemos:



Como C avanza 5 m cada día

$\longrightarrow$ B avanza: $6 - 5 = 1$ m cada día.

$\longrightarrow$ A avanza: $8 - 5 - 1 = 2$ m cada día.

Luego:

días que demora $A = {}^{120}/_2 = 60$ días

días que demora $B = {}^{120}/_1 = 120$ días

días que demora $C = {}^{120}/_5 = 24$ días

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 48

Una vendedora de frutas compra manzanas, a razón de 6 manzanas por S/.7 luego vende los $\frac{3}{5}$ del número de manzanas que compró a razón de 3 por S/.5 y lo demás a razón de 4 por S/.7. Se desea saber cuántas manzanas compró si su utilidad es de S/.832.

a) 800 b) 900 c) 1000
d) 1100 e) 1560

Resolución:

Sea el total de frutas: 60 x (tiene sexta, quinta, tercia y cuarta).

compró 60 x ⟶ pagó S/. 70 x

36 x	24 x
3 ⟶ S/. 5 36 x ⟶ S/. 60 x	4 ⟶ S/. 7 24 x ⟶ S/. 42 x

$\frac{3}{5}(60x)$

Como la utilidad fue S/. 832

$$(60x + 42x) - 70x = 832$$
$$x = 26$$

$\therefore$ Compró: 60 (26) = 1560 manzanas

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 49

Halle una fracción tal que al restarle su inversa dé por resultado: 1,2878787...

a) $\frac{11}{6}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{13}{7}$

Resolución:

Sea f la fracción.

$$f - \frac{1}{f} = 1{,}2878787\ldots$$
$$f - \frac{1}{f} = 1 + 0{,}2\widehat{87}$$
$$f - \frac{1}{f} = 1 + \frac{287-2}{990}$$
$$f - \frac{1}{f} = 1 + \frac{19}{66}$$
$$f - \frac{1}{f} = \frac{85}{66}$$
$$\frac{f^2-1}{f} = \frac{85}{66}$$

$$66f^2 - 85f - 66 = 0$$

$6f \quad -11 \Rightarrow f = {}^{11}/_6$

$11f \quad +6$

$\therefore$ La fracción es ${}^{11}/_6$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 50

Dadas las fracciones

$$\frac{87}{122}, \frac{103}{115}, \frac{95}{122}, \frac{101}{105}, \frac{95}{127}, \frac{99}{111}, \frac{95}{113}$$

Determine la suma de los numeradores de la *mayor* y la *menor* de estas fracciones.

a) 188 b) 133 c) 140
d) 144 e) 158

Resolución:

Analizando la cercanía de numeradores y denominadores tenemos:

menor $\frac{87}{122}$ 35 $\quad \frac{103}{115}$ 12 $\quad \frac{95}{122}$ 27

mayor $\frac{101}{105}$ 4 $\quad \frac{95}{127}$ 32 $\quad \frac{99}{111}$ 12

$\frac{95}{113}$ 18

Piden : $87 + 101 = 188$

$\therefore$ **Clave: a**

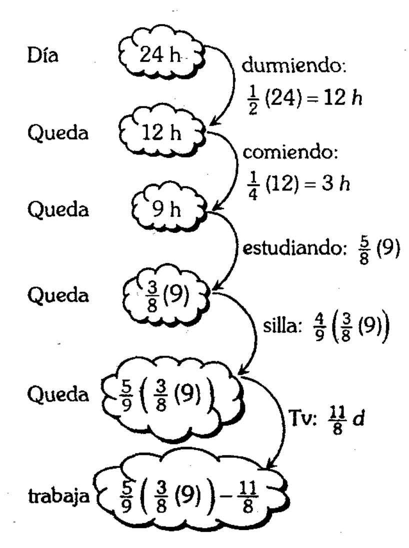
PROBLEMA 51

Una señorita pasa un día de su vida de la siguiente manera: la mitad de él durmiendo, la cuarta parte del resto comiendo, los 5/8 del resto estudiando, los 4/9 del resto en su silla perezosa. Si las 11/8 de una hora al día los dedica a ver TV. Averiguar que tiempo le queda para trabajar.

a) ½ hora b) 6 horas c) 3 horas
d) 5 horas e) 7/3 horas

Resolución:

Del enunciado:



$\therefore$ Trabaja:

$$\frac{5}{9}\left(\frac{3}{8}(9)\right) - \frac{11}{8} = \frac{15}{8} - \frac{11}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}h$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 52

Tres personas A, B y C quieren concluir un trabajo, A trabajando sólo lo haría en 12 días de 8 horas por día, B lo haría en 10 días de 6 horas diarias y C lo haría en 16 días de 5 horas diarias. Si luego de estar trabajando juntos durante 2 días de 6 horas diarias se retiró A quedando B y C para culminar el resto. ¿Cuántos días de 3 horas diarias deberían trabajar B y C para cumplir con su objetivo?

a) 12 b) 9 c) 6
d) 15 e) 18

Resolución:

"A" demora: $12 \times 8 = 96\,h$

"B" demora : $10 \times 6 = 60\ h$

"C" demora : $16 \times 5 = 80\ h$

Asumiendo la obra igual al

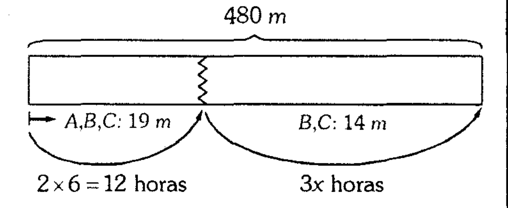
MCM (96, 60, 80) = 480 m

Luego:

"A" en una hora hace: $\frac{480}{96} = 5\ m$

"B" en una hora hace: $\frac{480}{60} = 8\ m$

"C" en una hora hace: $\frac{480}{80} = 6\ m$



$$12 \times 19 + 14\,(3x) = 480$$
$$x = 6$$

$\therefore$ Deberían trabajar 6 días

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 53

Determine la fracción tal que al agregarse el numerador a sus dos términos, queda reducida en sus $\frac{2}{5}$. Además la diferencia de los términos de dicha fracción es 52, dé como respuesta la suma de términos de esta fracción.

a) 152 b) 120 c) 150
d) 130 e) 126

Resolución:

Como al agregar el numerador a ambos términos, la fracción se reduce; entonces la fracción es impropia.

$$\text{Fracción: } \frac{x+52}{x}$$

Del enunciado: $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$$\frac{x+52+(x+52)}{x+(x+52)} = \frac{3}{5}\left(\frac{x+52}{x}\right)$$

$$\frac{2x+104}{2x+52} = \frac{3(x+52)}{5x}$$

$$\frac{x+52}{x+26} = \frac{3(x+52)}{5x}$$

$$5x = 3x + 78$$

$$2x = 78$$

$$x = 39$$

$\Rightarrow$ Fracción: $\frac{91}{39}$

Piden: $91 + 39 = 130$

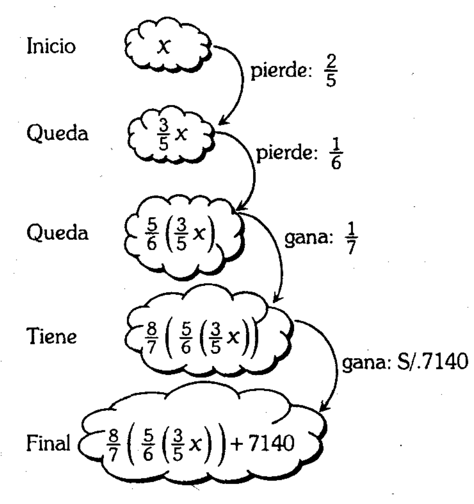
$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 54

Un jugador pierde $\frac{2}{5}$ de su dinero, vuelve a apostar y pierde $\frac{1}{6}$ de lo que quedaba, luego gana $\frac{1}{7}$ de lo que le quedaba y finalmente gana S/.7140. Si la pérdida del jugador fue $\frac{1}{8}$ de su dinero inicial. ¿Con cuánto empezó a jugar?

a) S/. 25820 b) S/. 22530
c) S/. 35230 d) S/. 25320
e) S/. 23520

Resolución:



Como la perdida fue $^1/_8$ de su dinero inicial.

$$x-\left(\frac{8}{7}\left(\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x\right)\right)+7140\right)=\frac{x}{8}$$

$$x-\frac{4}{7}x-7140=\frac{x}{8}$$

$$\frac{3}{7}x-7140=\frac{x}{8}$$

$$\frac{3}{7}x-\frac{x}{8}=7140$$

$$\frac{17}{56}x=7140$$

$$x=23520$$

$\therefore$ Empezó a jugar con S/. 23520

$\therefore$ **Clave: e**

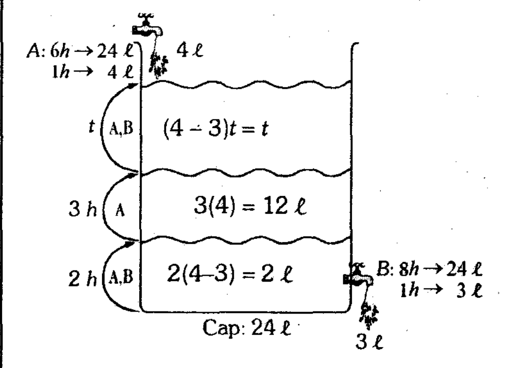
PROBLEMA 55

Un tanque puede ser llenado por la cañería "*A*" en 6 horas, otra cañería "*B*" lo vacía en 8 horas. Si ambas cañerías actúan juntas por 2 horas; luego se cierra "*B*" y "*A*" continúa por 3 horas; a partir de ese instante en que se reabre "*B*" ¿en qué tiempo se llena totalmente el tanque?

a) 8 horas b) 9 horas c) 10 horas
d) 11 horas e) 12 horas

Resolución:

Asumiendo la capacidad del tanque MCM (6, 8) = 24 ℓ



Luego: $t+12+2=24$

$=10$

$\therefore$ A partir de dicho instante se llena en 10 horas.

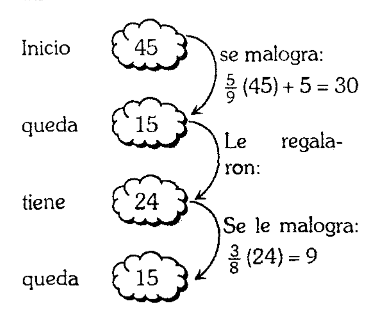
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 56

Juana tiene una cierta cantidad de muñecas, se le malogran los $\frac{5}{9}$ del total más otras 5. Juan le regala 9 muñecas y ahora se le malogra los $\frac{3}{8}$ de la nueva cantidad. ¿Qué fracción de la cantidad inicial le queda si tenía 45 muñecas?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{1}{15}$

Resolución:



Piden: $\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$

$\therefore$ le queda $\frac{1}{3}$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 57

Si a cierto número racional mayor que $\frac{5}{12}$ se le suma "n" veces el denominador al numerador y "n" veces el numerador al denominador, se obtiene como resultado 2. Determine dicho número racional, si es el menor posible.

a) $\frac{8}{19}$ b) $\frac{7}{18}$ c) $\frac{5}{14}$
d) $\frac{7}{19}$ e) $\frac{8}{17}$

Resolución:

Sea $^a/_b$ el número racional. Del enunciado:

$$\frac{a+nb}{b+na}=2$$

$$a+nb=2b+2na$$

$$(n-2)b=(2n-1)a$$

$$\frac{a}{b}=\frac{n-2}{2n-1}$$

Por condición

$$\frac{n-2}{2n-1}>\frac{5}{12}$$

$$12n-24>10n-5$$

$$2n>19$$

$$n>9,5$$

$$n=10 \text{ (El menor posible)}$$

racional: $\frac{10-2}{2(10)-1}=\frac{8}{19}$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 58

En una oficina los $\frac{2}{3}$ de los trabajadores son mujeres, $\frac{1}{4}$ de ellas son casadas y $\frac{4}{5}$ de ellas tienen hijos. Si los $\frac{2}{3}$ de los hombres son casados y $\frac{1}{2}$ de ellos tienen hijos. ¿Qué fracción de los trabajadores no tienen hijos, si aquellos que lo tienen sólo son casados?

a) $\frac{17}{15}$ b) $\frac{18}{35}$ c) $\frac{34}{45}$
d) $\frac{19}{34}$ e) $\frac{34}{55}$

Resolución:

Asumiendo el total: $3\times4\times5\times3\times2=360$

Total: 360
- mujeres $\frac{2}{3}(360)=240$
  - casadas: $\frac{1}{4}(240)=60$
    - c/hijos: $\frac{4}{5}(60)=48$
    - s/hijos: $60-48=12$
  - solteras: $240-60=180$
- varones $360-240=120$
  - casadas: $\frac{2}{3}(120)=80$
    - c/hijos: 40
    - s/hijos: 40
  - solteros: $120-80=40$

Piden: $\frac{\text{no tienen hijos}}{\text{total}} = \frac{360-(48+40)}{360} = \frac{34}{45}$

$\therefore$ **Clave: c**

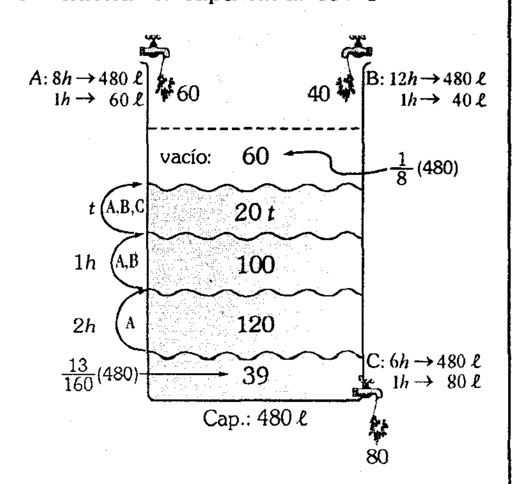
PROBLEMA 59

Un caño puede llenar un estanque vacío en 8 horas y otro caño demoraría 12 horas, mientras que una llave de desagüe puede retirar todo el contenido en 6 horas. Cuando el estanque está lleno hasta los $\frac{13}{160}$ de su capacidad se abre el primer caño y dos horas después el segundo y una hora después el desagüe y luego de un tiempo se cierran las 3 llaves quedando vacío $\frac{1}{8}$ del tanque. ¿Qué tiempo trabajó el primer caño?

a) 10 h 50 min b) 11 h 3 min
c) 11 h 50 min d) 11 h 56 min
e) 12 h 30 min

Resolución:

Asumiendo la capacidad: 480 ℓ



Luego:

$$60 + 20t + 100 + 120 + 39 = 480$$

$$t = \frac{161}{20}\,h$$

$$t = 8\,h\,3\text{ min}$$

$\therefore$ El primer caño trabajó:

$$2h + 1\,h + 8\,h\,3\text{ min} = 11\,h\,3\text{ min}$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 60

Se tienen 3 frascos de un litro cada uno con sustancias diferentes. Se extrae $\frac{7}{15}$; $\frac{1}{5}$ y $\frac{13}{25}$ de cada uno. Se desea luego distribuir el contenido restante (sin mezclar sustancias) en frascos iguales cuya capacidad es una fracción de litro, sin desperdiciar nada del contenido de las sustancias, estando cada frasco totalmente lleno, ¿cuántos frascos se utilizan si esta cantidad es la menor posible?

a) 42 b) 38 c) 36
d) 47 e) 34

Resolución:

Como se extrae: 7/5, 1/5 y 13/25

quedan: 8/15, 4/5 y 12/25

Para distribuir el contenido en la menor cantidad de frascos, éstos tienen que tener la mayor capacidad y dicha capacidad debe ser un número que divida exactamente a 8/15, 4/5 y 12/25 es decir:

Capacidad: $\text{MCD}\left(\frac{8}{15}, \frac{4}{5}, \frac{12}{25}\right)$

$$= \frac{MCD\,(8,4,12)}{MCM\,(15,5,25)} = \frac{4}{75}$$

$$\text{\# de frascos} = \frac{8/15}{4/75} + \frac{4/5}{4/75} + \frac{12/25}{4/75}$$
$$= 10 + 15 + 9 = 34$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 61

¿Cuántas fracciones equivalentes a $\frac{247}{403}$ son tales que la diferencia de sus términos es un número de tres cifras y múltiplo de 4?

a) 26 b) 56 c) 75
d) 76 e) 96

Resolución:

Simplificando: $\frac{247}{403} = \frac{19}{31}$

$\Rightarrow$ fracc. equiv: $\frac{19K}{31K}$

Del enunciado:

$$100 \le 31K - 19K < 1000$$
$$100 \le 12K < 1000$$
$$8{,}3 \le K < 83{,}3$$

$$K = \underbrace{9, 10, 11, \dots, 83}_{75 \text{ valores}}$$

$\therefore$ Son 75 fracciones

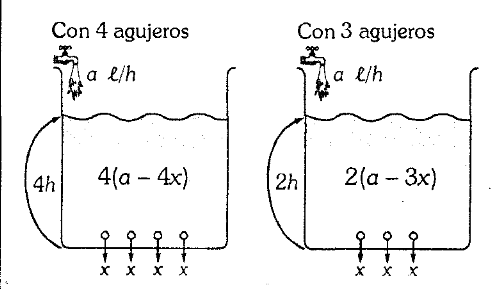
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 62

Se tiene un depósito que es llenado por un grifo en 4 horas, debido a que el depósito tiene 4 agujeros de igual tamaño en el fondo. Si tuviera sólo 3 agujeros demoraría la mitad de dicho tiempo. ¿Qué parte del tiempo que demoraría en llenar el depósito si tuviera un agujero, es el tiempo que demoraría en llenar si tuviera dos agujeros?

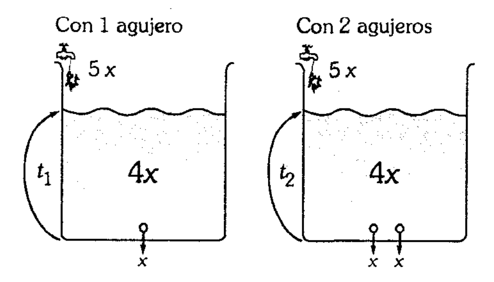
a) $^1/_2$ b) $^4/_3$ c) $^3/_4$
d) $^3/_2$ e) $^1/_3$

Resolución:



Igualando

capac.: $\not{4}(a-4x) = \not{2}(a-3x)$
$$2a - 8x = a - 3x$$
$$a = 5x$$



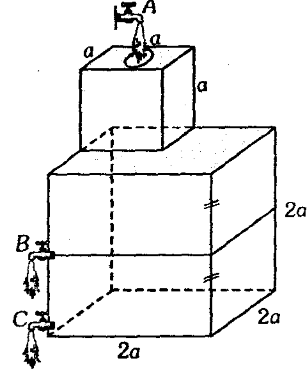
$t_1 = \frac{4x}{5x-x} = 1\,h$ $\qquad t_2 = \frac{4x}{5x-2x} = \frac{4}{3}\,h$

Piden: $\frac{t_2}{t_1} = \frac{4/3}{1} = 4/3$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 63

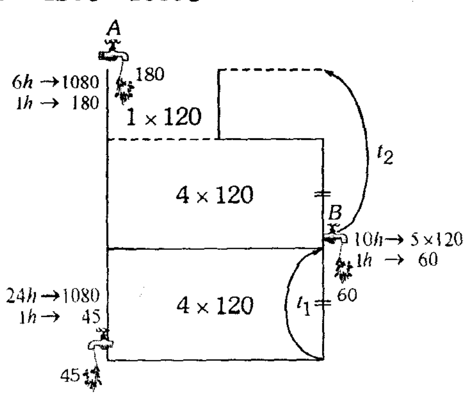
El caño "A" de suministro de la figura llena el tanque en 6 h, estando cerrado los desagües. El desagüe B quita la parte que le corresponde en 10 h y el desagüe C quita la parte que le corresponde en 24 horas. Estando vacío el tanque se abren las tres a la vez ¿en qué tiempo se llenará el tanque?



a) 11h 33 min 30 seg b) 11 h 32 min 20 seg
c) 11 h 33 min 20 seg d) 11 h 33 min 15 seg
e) 11 h 20 min 32 seg

Resolución:

Asumiendo la capacidad total:
$9 \times 120\ell = 1080\ell$



$$t_1 = \frac{4 \times 120}{180 - 45} = 3h\,33\text{min } 20\ seg$$

$$t_2 = \frac{5 \times 120}{180 - 60 - 45} = 8h$$

$\therefore$ Se llenará en: 11 h 33 min 20 seg.

$\therefore$ **Clave: c**

CONCURSO NACIONAL

Sociedad Matemática

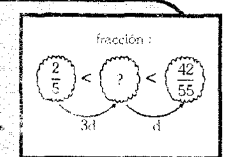
Sea $A = \{1,2,3,4,\ldots,13\}$ y f una función de A en A los valores de $f(f(x))$ se dan en la siguiente tabla.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$f(f(t))$	10	9	12	8	13	3	4	1	5	11	6	2	7

Calcule : $f(7)$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Fracciones



Problemas Resueltos

Problema 01.

En una apuesta Edith pierde m/n partes del capital, si aún le queda "x" soles. ¿Cuánto tenía al empezar el negocio?

a) $\frac{x(m-1)}{1-n}$ b) $\frac{xn}{m}$ c) $\frac{xn}{1-m}$
d) $\frac{mx}{(1-n)}$ e) $\frac{nx}{n-m}$

Problema 02.

De un recipiente que está lleno 1/3 de lo que no está lleno, se vacía 1/8 de lo que no se vacía. ¿Qué parte del volumen total quedará con líquido?

a) 13/18 b) 5/13 c) 7/12
d) 5/18 e) 2/9

Problema 03.

Si el largo de un rectángulo disminuye en un quinto y el ancho aumenta en su mitad, ¿qué parte es el área inicial respecto de la final?

a) 2/3 b) 9/13 c) 11/7
d) 7/24 e) 5/6

Problema 04.

Un jugador en su primer juego pierde 1/3 de su dinero, en el segundo pierde 1/4 del resto y en el tercero pierde 1/5 del nuevo resto y en el tercero pierde 1/5 del nuevo resto. Si al final se quedó con 200 soles, ¿con cuánto empezó a jugar?

a) S/. 500 b) S/. 970 c) S/. 800
d) S/. 480 e) S/. 600

Problema 05.

Un recipiente está vacío 3/4 de lo que está lleno. Se extrae 3/5 de lo que no se extrae, quedando sólo 25 litros. Hallar la capacidad del recipiente.

a) 70 ℓ b) 56 ℓ c) 90 ℓ
d) 63 ℓ e) 80 ℓ

Problema 06.

En un concurso de baile participan 8192 personas; cada media hora se elimina la cuarta parte de los que quedan en concurso. Si el concurso empezó a las 12 horas con 30 minutos, ¿cuántos concursantes habrán a las 15 horas con 1 minuto?

a) 1944 b) 5776 c) 3532
d) 2837 e) 4744

Problema 07.

He gastado los 5/8 de mi dinero, si en lugar de gastar los 5/8 hubiera gastado los 2/5 de mi dinero tendría ahora 72 soles más de lo que tengo . ¿Cuánto no gasté?

a) S/. 120 b) S/. 157 c) S/. 210
d) S/. 128 e) S/. 247

Problema 08.

De un recipiente, donde hay 12 litros de vino y 18 litros de agua, se retiran 10 litros de la mezcla y luego se reemplaza por agua. Seguidamente se retiran 15 litros de la nueva mezcla y se reemplazan por agua. ¿Qué parte es el vino respecto a la cantidad de agua en la mezcla resultante?

a) 4/23 b) 7/16 c) 5/21
d) 2/13 e) 9/25

Problema 09.

Carol cada vez que entra a una tienda gasta 1/4 de lo que no gasta. Si entró a 3 tiendas en forma consecutiva y se quedó con 64 soles, cuánto tenía antes de ingresar a la primera tienda?

a) 95 soles b) 140 soles
c) 80 soles d) 125 soles
e) 75 soles

Problema 10.

A y B hacen una obra en 4 días; B y C en 6 días, A y C en 12 días. ¿En qué tiempo harían la obra los 3 juntos?

a) 12 días b) 9 días c) 10 días
d) 4 días e) 7 días

Problema 11.

A y B pueden hacer una obra en 20 días. Trabajan juntos durante 12 días y se retira A, terminando B el resto en 12 días. ¿En qué tiempo A hace toda esa obra?

a) 48 días b) 32 días c) 60 días
d) 82 días e) 56 días

Problema 12.

Si a los términos de la fracción 2/5 le aumentamos 2 números que suman 700 resulta una fracción equivalente a la original. ¿Cuáles son los números?

a) 396 y 304 b) 378 y 322
c) 532 y 168 d) 456 y 244
e) 200 y 500

Problema 13.

Tres obreros trabajando juntos pueden concluir una obra en 10 días, si trabajan sólo los dos primeros lo acabarían en 15 días; pero si laboran los dos últimos culminan en 20 días. ¿Qué tiempo tardarán el primero y el tercero juntos?

a) 25 días b) 18 días c) 12 días
d) 15 días e) 28 días

Problema 14.

Los grifos “A” y “B” pueden llenar un estanque en 6 horas. El grifo A, funcionando solo, puede llenar en 15 horas. Estando vacío el estanque, se abre el grifo B. ¿En cuántas horas lo llenará?

a) 15 b) 16 c) 10
d) 20 e) 18

Problema 15.

Halle la fracción que está entre 2/5 y 42/55, cuya distancia al primero es el triple de su distancia al segundo.

a) 37/55 b) 22/27 c) 32/50
d) 27/55 e) 42/50

Problema 16.

Si a los dos términos de una fracción ordinaria irreductible se le suma el denominador y al resultado se le resta la fracción original, resulta la misma fracción. ¿Cuál es la fracción? Dé como respuesta la suma de sus términos.

a) 3 b) 6 c) 5
d) 8 e) 4

Problema 17.

Juan gastó de su dinero 2/5 de lo que no gastó. Luego, de lo que le quedaba pierde 3/7 de lo que no pierde. Finalmente del resto, pagó una deuda que es la séptima parte del total inicial, quedándole aún S/25. ¿Cuánto era la cantidad inicial?

a) S/. 95 b) S/. 80 c) S/. 100
d) S/. 70 e) S/. 25

Problema 18.

Un recipiente que contiene 120 L de alcohol y 80 L de agua, se extrae 1/3 de la mezcla y se reemplaza con agua, de la mezcla resultante se extrae 1/5 y se reemplaza con alcohol, al final se extrae 1/4 y se reemplaza con agua. Si se toma 40 L de esta mezcla final y se mezcla con V L de alcohol puro para obtener un grado equivalente al grado inicial que contenía el recipiente, calcule V.

a) 60 b) 21 c) 40
d) 18 e) 50

Problema 19.

En una batalla entre los ejércitos A y B sólo participan los 3/7 del ejército A y los 5/9 de B, si fallecen 1/4 y 1/2 de los combatientes respectivamente y ahora los efectivos de A son los 9/70 de los de B. Hallar en que relación se encontraban los ejércitos originalmente.

a) 1/3 b) 1/5 c) 1/7
d) 1/8 e) 1/9

Problema 20.

Se tiene un tanque lleno de agua el cual tiene dos caños de desagüe. El primero colocado en el fondo y el segundo a 2/5 de altura respecto del fondo. Se abren los dos caños al mismo tiempo y al cabo de 5h el agua está al nivel del segundo caño, 10h más tarde el tanque quedó vacío. Si por el primer caño ha salido 90 litros, ¿cuál es la capacidad del tanque?

a) 180 L b) 150 L c) 270 L
d) 225 L e) 300 L

Problema 21.

Averigüe en qué día y hora del mes de abril de 1952 se verificó que la fracción transcurrida del mes fue igual a la fracción transcurrida del año?

a) 8 abril, 3 am b) 5 abril, 3 am
c) 7 abril, 3 am d) 9 abril, 3 am
e) 11 abril, 4 am

Problema 22.

¿Cuántos valores puede tomar "x" sabiendo que 64/x es una fracción propia e irreductible mayor que 4/15?.

a) 97 b) 88 c) 79
d) 93 e) 83

Problema 23.

En una reunión de 80 personas lo tres quintos menos 2 personas son varones. ¿Qué fracción representa la diferencia entre varones y mujeres respecto del total?

a) $\frac{7}{23}$ b) $\frac{23}{40}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{3}{20}$ e) $\frac{17}{40}$

Problema 24.

En una reunión Juan come la mitad del número de pasteles más medio pastel; en la segunda vez, la mitad de los que quedaban más medio pastel, así sucesivamente, después de la cuarta vez que comió no quedo ningún pastel ¿Cuántos pasteles tenía inicialmente?

a) 8 b) 10 c) 15
d) 17 e) 23

Problema 25.

Si gaste 3/5 de lo que no gasté luego perdí 2/3 de lo que no perdí enseguida regale 4/5 de lo que no regale. ¿Qué parte del total regale?

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{8}$
d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{12}{23}$

Problema 26.
Un mantel pierde al ser lavado 1/20 de su longitud; y 1/6 de su ancho. Averiguar cuántos metros de esta tela deben comprarse para obtener después del lavado 136,8 m^2. El ancho primitivo del mantel es 6/5 de metros.

a) 100m b) 150m c) 170m
d) 146m e) 128m

Problema 27.

Un depósito de agua está lleno hasta su mitad. Si se extrae 80 litros, el nivel del líquido disminuye hasta su sexta parte. ¿Cuál es el volumen total del depósito?

a) 180 b) 124 c) 166
d) 192 e) 170

Problema 28.

De una mezcla alcohólica donde 20 litros es de agua y 10 litros de alcohol. Se extrae la mitad de la mezcla y se reemplaza por agua, luego del resto se extrae la quinta parte y se vuelve ha reemplazar por agua. Finalmente del nuevo resto se extraen la cuarta parte y se reemplaza por agua. ¿Cuánto del alcohol queda al final?

a) 2 b) 3 c) 7
d) 4 e) 6

Problema 29.

Se tienen 2 recipientes, uno con 4 litros de vino y 6 litros de agua, el otro con 8 litros de vino y 4 litros de agua, se extraen simultáneamente 2 litros de la mezcla de cada uno de ellos para luego intercambiarse dichas cantidades extraídas. ¿Qué cantidad de vino queda en cada recipiente luego de ello?

a) $\frac{136}{29}\ell, \frac{112}{30}\ell$ b) $\frac{37}{18}\ell, \frac{98}{18}\ell$
c) $\frac{71}{15}\ell, \frac{29}{15}\ell$ d) $\frac{63}{29}\ell, \frac{109}{30}\ell$
e) $\frac{68}{15}\ell, \frac{112}{15}\ell$

Problema 30.

En un recipiente "A" se tiene 3 litros de leche mezclados con 5 litros de agua, mientras que en otro recipiente "B" se tienen 2 litros de leche con 3 litros de H2O. Del recipiente "A" se extraen 2 litros para agregarse en "B" mezclándose también; luego de la mezcla, de "B" se extraen 2 litros para agregarse en "A", luego de ello, ¿Qué cantidad de leche queda en "A"?

a) $\frac{85}{28}\ell$ b) $\frac{139}{28}\ell$ c) $\frac{97}{28}\ell$
d) $\frac{141}{28}\ell$ e) $\frac{83}{28}\ell$

Problema 31.

Un hombre puede hacer una obra en 12 días, si le ayudan 2 mujeres acabarían en 8 días. Si trabajan sólo las dos mujeres durante 6 días, ¿qué parte de la obra harían?

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{3}{7}$ e) $\frac{6}{7}$

Problema 32.

Jorge y Luis pueden terminar juntos un trabajo en 10 días, Luis y Jaime lo harían en 12 días. Jorge y Jaime en 15 días. ¿Cuánto tiempo emplearían si trabajan los tres juntos?

a) 3 días b) 6 días c) 5 días
d) 8 días e) 4 días

Problema 33.

A un tanque se conectó 2 caños, uno en el fondo y el otro a media altura. Si el primero puede vaciar el tanque en 9 h y el otro en ese mismo tiempo puede vaciar el contenido sobre él. ¿En cuántas horas quedará vacío dicho tanque si se abren los 2 caños simultáneamente, estando el tanque lleno?

a) 6,75 b) 7,5 c) 4;35
d) 8;31 e) 6;45

Problema 34.

Un estanque puede ser llenado por las llaves A y B en 70 minutos por las llaves A y C en 84 minutos y por las llaves B y C en 140 minutos. ¿Cuál de las 3 llaves mencionadas llenaría más rápido el estanque? (Indicar cuanto tiempo demoraría)

a) C, 105 min. b) C, 420 min.
c) A, 105 min. d) B, 210 min.
e) A, 163 min.

Problema 35.

De una fiesta social con los "CARIBEÑOS" se sabe que 3/4 eran mujeres 3/7 de los hombres eran casados y 1/3 de ellos tenían hijos. La mitad de las mujeres eran solteras, de las casadas se sabe que 3/5 eran rubias y 1/5 de éstas representan en cantidad 189. Calcular el doble del número de hombres con hijos.

a) 1200 b) 300 c) 1890
d) 2100 e) 500

Problema 36.

Una persona dispone de cierta cantidad de pollos vivos para venderlos. En cada venta vende la mitad de los que tiene más medio pollo. Sí después de la décima venta le queda un pollo. ¿Cuánto tenía al principio? (No tuvo que matar ningún pollo).

a) 1023 b) 2047 c) 511
d) 1025 e) 2053

Problema 37.

Se deja caer un apelota desde una cierta altura. ¿Cuál es esta altura?, Sabiendo que después del 6° rebote se eleva 4 cm y que en cada rebote pierde 1/3 de la altura de donde va cayendo. Además una vez conocida la altura inicial averigüe. ¿Cuál es el recorrido total que tendrá hasta quedar teóricamente en reposo?

a) 227,8 cm b) 357,6 cm
c) 245,7 cm d) 243,4 cm
e) 323,8 cm

Problema 38.

¿Cuántas fracciones propias e irreductibles de denominador 240 existen?

a) 23 b) 64 c) 46
d) 68 e) 57

Problema 39.

¿Qué parte de 1/9 de 14/13 de 5/8 es 7/5 de 3/4 de 6/13 de 5/18 de 1/12?

a) 5/13 b) 3/20 c) 18/5
d) 9/62 e) 13/20

Problema 40.

Una carreta pesa 11Kg más los 6/11 de su peso total. ¿Cuánto pesa la carreta?

a) 13,8 k b) 24,2 k c) 9,38 k
d) 19,3 k e) 17,2 k

Problema 41.

La tercera parte del valor de A es igual a los 5/7 menos del valor de B. ¿Qué fracción representa el valor de B respecto del valor de $A + B$?

a) 10/21 b) 7/6 c) 13/17
d) 7/13 e) 9/14

Problema 42.

Los 3/5 de los 2/9 del triple de A es igual a los 2/15 menos de A^2. Hallar el valor de A.

a) 3/2 b) 5/3 c) 5
d) 6/13 e) 10

Problema 43.

Los 3/4 de un muro están pintados de azul los 3/5 del resto de blanco y lo que queda que mide 10 m de rojo. ¿Cuál es la longitud del muro?

a) 80 m b) 30 m c) 20 m
d) 100 m e) 120 m

Problema 44.

En un salón del C.E. "JOSÉ OBRERO", solo asistieron a un examen 2/3 de los

alumnos y de éstos aprueban 3/7, si los desaprobados son 24. ¿Cuántos alumnos hay en dicha aula?

a) 43 b) 84 c) 147
d) 63 e) 57

Problema 45.

De un recipiente que está lleno la mitad de lo que no está lleno se extrae 1/3 de su contenido. ¿Qué fracción del depósito queda con contenido?

a) 2/9 b) 2/3 c) 3/7
d) 3/8 e) 2/11

Problema 46.

Un moribundo reparte su fortuna entre sus 4 hijos, al primero le da 2/3 del total, al segundo 1/4 del resto, al tercero 3/5 del nuevo resto si el último recibió 800. ¿Cuál era la fortuna del moribundo?

a) 8000 b) 1200 c) 2005
d) 6000 e) 3500

Problema 47.

En una reunión de 60 personas los 3/10 del total son hombres. ¿Cuántas mujeres deberán retirarse para que los hombres sean ahora los 3/5 del nuevo total?

a) 30 b) 18 c) 12
d) 36 e) 22

Problema 48.

Un tanque puede ser llenado por un caño en 4 horas y por un segundo caño en 12 horas. Si se abren ambos caños al mismo tiempo. ¿Cuánto demoraría el tanque en llenarse?

a) 5 horas b) 4 horas c) 3 horas
d) 6 horas e) 10 horas

Problema 49.

¿Cuál es la última cifra del período originado por 8/63?

a) 1 b) 3 c) 4
d) 2 e) 7

Problema 50.

De una botella de vino bebí la quinta parte y completé su contenido con agua, al día siguiente bebí los 2/7 de la mezcla y volví a completar el contenido con H_2O a los 2 días bebí los 3/4 del contenido completándolo también con H_2O. ¿Qué fracción del volumen inicia queda de vino?

a) 5/13 b) 13/13 c) 1/7
d) 8/11 e) 2/9

PROBLEMA

Si:

$$0,\widehat{ab}_{(5)} = 0,\widehat{cb}_{(7)}$$

Calcule la suma de los valores de $a+b+c$.

a) 7 b) 6 c) 13
d) 17 e) 21

Fracciones

Solucionario

Resolución 01.

Sea S/. C su capital inicial.

$$c - \frac{m}{n}c = x$$

$$cn - mc = nx$$

$$c(n - m) = nx$$

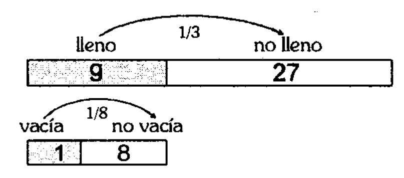
$$c = \frac{nx}{n - m}$$

$\therefore$ tenía $\dfrac{nx}{n - m}$ soles

$\therefore$ Clave e

Resolución 02.

Del enunciado tenemos:

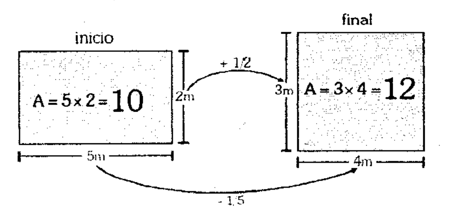


Piden: $\dfrac{\text{no vacía}}{\text{total}} = \dfrac{8}{9+27} = \dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$

$\therefore$ Clave e

Resolución 03.

Asumiendo el largo 5m (tiene quinta) y el ancho 2m (tiene mitad).

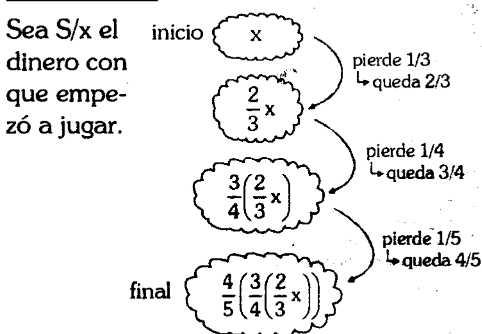


Piden: $\dfrac{\text{A inicial}}{\text{A final}} = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$

$\therefore$ Clave e

Resolución 04.

Sea S/x el dinero con que empezó a jugar.



Como al final se quedó con 200 soles:

$$\frac{4}{5}\left(\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)\right) = 200$$

$$\frac{2}{5}x = 200$$

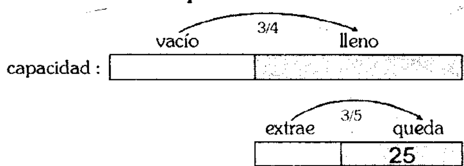
$$x = 500$$

Empezó a jugar con S/.500.

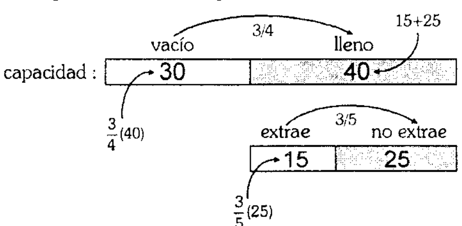
$\therefore$ Clave a

Resolución 05.

Haciendo un esquema:



Completando el esquema:

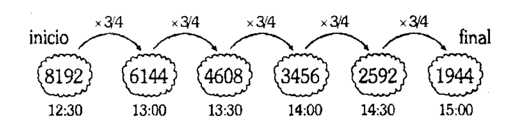


∴ la capacidad del recipiente es:
$30 + 40 = 70\ell$

∴ Clave a

Resolución 06.

Como se elimina 1/4 quedan 3/4



∴ Habrá 1944 participantes.

∴ Clave a

Resolución 07.

Sea 40x mi dinero (tiene octava y quinta)

gasté : 5/8 — *si gastara : 2/5*

↳ queda : $\frac{3}{8}(40x)=15x$ — ↳ quedaría : $\frac{3}{5}(40x)=24x$

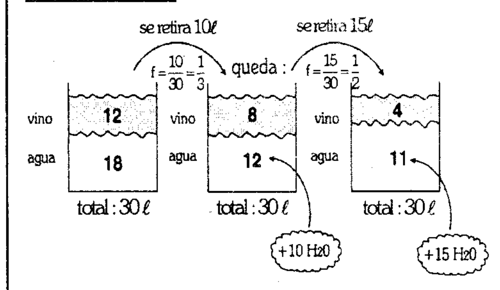
Del enunciado:

$$24x - 15x = 72$$
$$9x = 72$$
$$x = 8$$

No gasté: 15(8) = 120 soles.

∴ Clave a

Resolución 08.



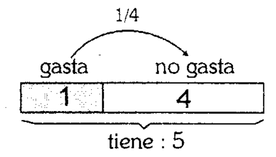
Piden: $\frac{\text{vino}}{\text{agua}}=\frac{4}{11+15}=\frac{2}{13}$

∴ Clave d

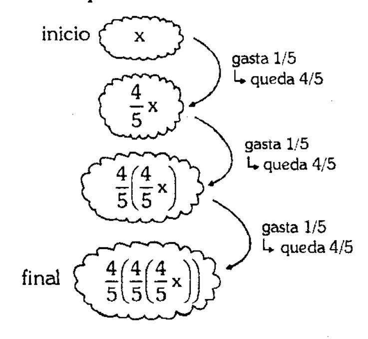
Resolución 09.

Si gasta 1/4 de lo que no gasta:

⇒ Gasta 1/5 de lo que tiene.



Sea "x" lo que tenía al inicio.



Como se quedó con S/.64. $\frac{4}{5}\left(\frac{4}{5}\left(\frac{4}{5}x\right)\right)=64$

Tenía 125 soles.

∴ Clave d

Resolución 10.

Asumiendo la obra MCM(4,6,12) = 12m

A y B : 4 d ⟶ 12 m
1 d ⟶ 3 m ⇨ a + b = 3

B y C : 6 d ⟶ 12 m
1 d ⟶ 2 m ⇨ b + c = 2

A y C : 12 d ⟶ 12 m
1 d ⟶ 1 m ⇨ a + c = 1 (+)

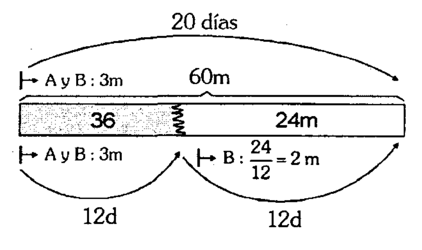
2 a + 2 b + 2 c = 6
a + b + c = 3

Como A, B y C en 1 día hacen 3m, entonces toda la obra lo harán en:

$\frac{12}{3} = 4$ días. ∴ Clave d

Resolución 11.

Asumiendo la obra MCM(20,12) = 60m.



Como A y B hacen toda la obra en 20 días cada día avanzan:

$$\frac{60}{20} = 3 \text{ m}$$

Como B terminó lo que restaba:

60 – 12(3) = 24m en 12 días,

entonces cada día avanza:

$$\frac{24}{12} = 2 \text{ m}$$

A en un día hace 3 – 2 = 1m y toda la obra (60m) lo hace en 60 días.

∴ Clave c

Resolución 12.

Sean los números: "x" y (700 – x)

Luego: $\frac{2+x}{5+(700-x)} = \frac{2}{5}$

$$\frac{2+x}{705-x} = \frac{2}{5}$$

$$10 + 5x = 1410 - 2x$$
$$7x = 1400$$
$$x = 200$$

Los números son 200 y 500.

∴ Clave e

Resolución 13.

Asumiendo la obra:

MCM(10,15,20) = 60m

Luego:

A, B y C : 10 d ⟶ 60 m
1 d ⟶ 6 m ⇨ a + b + c = 6 ... (1)

A y B : 15 d ⟶ 60 m
1 d ⟶ 4 m ⇨ a + b = 4 ... (2)

B y C : 20 d ⟶ 60 m
1 d ⟶ 3 m ⇨ b + c = 3 ... (3)

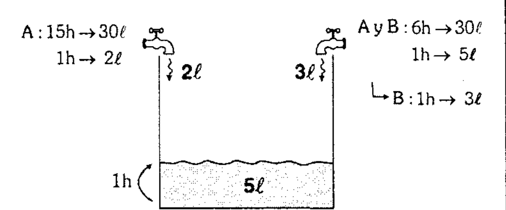
De (1), (2) y (3): c = 2
b = 1
a = 3

Si trabajan A y C en un día harán:
3 + 2 = 5m y toda la obra terminan en:

$\frac{60}{5} = 12$ días ∴ Clave c

Resolución 14.

Asumiendo la capacidad del tanque : MCM (6,15) = 30ℓ.

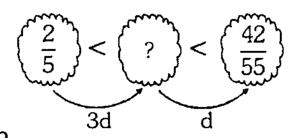


∴ Si B funciona solo lo llenará en:

$\frac{30}{3} = 10h.$

Resolución 15.

Del enunciado: fracción :



$$\frac{2}{5} + 3d + d = \frac{42}{55}$$

$$22 + 220\,d = 42$$

$$d = \frac{1}{11}$$

Luego: $\text{fracción pedida} = \frac{2}{5} + 3\left(\frac{1}{11}\right) = \frac{37}{55}$

Resolución 16.

Del enunciado:

Sea : $f = \frac{a}{b}$ la fracción ordinaria e irreductible.

$$\frac{a+b}{b+b} - \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a+b}{2\not{b}} = \frac{2a}{\not{b}}$$

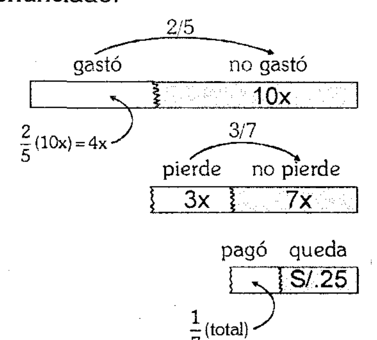
$$a + b = 4a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$$

Piden: $a + b = 1 + 3 = 4$

Resolución 17.

Del enunciado:



Planteando: $\frac{1}{7}(4x + 10x) + 25 = 7x$

$$2x + 25 = 7x$$

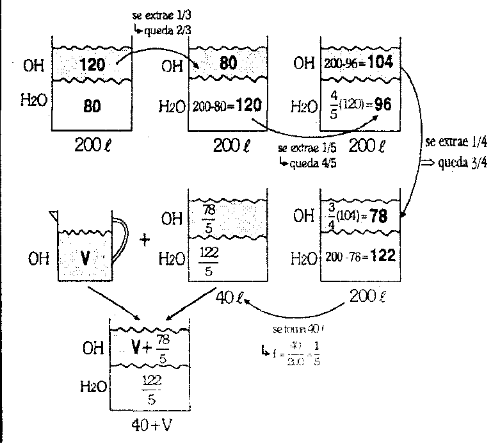
$$x = 5$$

La cantidad inicial era: 14(5) = 70 soles.

∴ Clave d

Resolución 18.

Del enunciado:



Como se quiere obtener un grado equivalente al inicial:

$$\frac{OH}{H_2O} \Rightarrow \frac{120}{80} = \frac{V + 78/5}{122/5}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{5V + 78}{122}$$

$$183 = 5V + 78$$

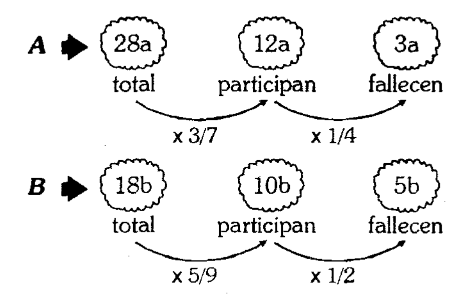
$$V = 21$$

∴ Clave b

Resolución 19.

Tomando el total de combatientes:

$$A = 7 \times 4 = 28a \;;\; B = 9 \times 2b = 18b$$



Como los efectivos de A resultaron 9/70 de los de B:

$$\llcorner\!\!\rightarrow 12a - 3a = \frac{9}{70}(10b - 5b)$$

$$9a = \frac{9}{70}(5b)$$

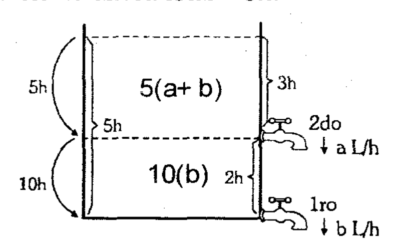
$$\frac{a}{b} = \frac{1}{14}$$

Piden: $\frac{28a}{18b} = \frac{28}{18} \times \frac{1}{14} = \frac{1}{9}$

∴ Clave e

Resolución 20.

Asumiendo altura total = 5h.



Del gráfico: $\llcorner\!\!\rightarrow \frac{5(a+b)}{3} = \frac{10b}{2}$

$$a = 2b$$

Como por el primer caño ha salido 90L:

$$\Rightarrow \quad 15b = 90$$

$$b = 6 \quad \Rightarrow \quad a = 12$$

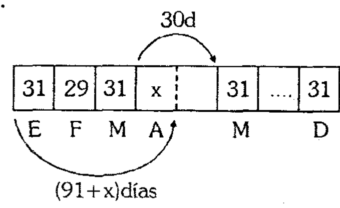
Capacidad:

$$5\,(6 + 12) + 10\,(6) = 150L$$

∴ Clave b

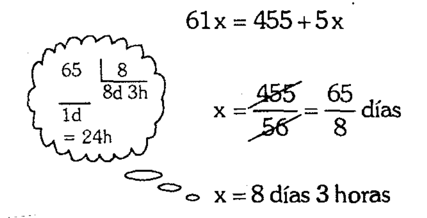
Resolución 21.

Como 1952 es bisiesto trae 366 días, luego:



Fracción transcurrida del mes ⇩ $\frac{x}{30}$ (simplificado: 5) = Fracción transcurrida del año ⇩ $\frac{91 + x}{366}$ (simplificado: 61)

$$61x = 455 + 5x$$



$$x = \frac{455}{56} = \frac{65}{8} \text{ días}$$

$$x = 8 \text{ días } 3 \text{ horas}$$

Como han transcurrido 8 días de abril más 3 horas, la fecha pedida es 9 de abril a las 3 am.

∴ Clave d

Resolución 22.

Del enunciado:

$$\frac{64}{x} \begin{cases} \text{fracción propia} \longrightarrow x > 64 \\ \text{fracción irreductible} \rightarrow x : \text{impar} \end{cases}$$

Como: 64/x es mayor que 4/15

$$\frac{64}{x} > \frac{4}{15} \rightarrow \frac{16}{x} > \frac{1}{15}$$

$$240 > x$$

$$x = \underbrace{65, 67, 69, 71, ..., 239}_{\frac{239-65}{2}+1 = 88 \text{ valores}}$$

x puede tomar 88 valores.

∴ Clave b

Resolución 23.

Del enunciado: total = 80

$$\# \text{ varones} = \frac{3}{5}(80) - 2 = 46$$

$$\# \text{ mujeres} = 80 - 46 = 34$$

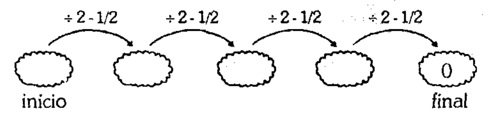
Piden:

$$f = \frac{\# \text{ varones} - \# \text{ mujeres}}{\text{total}} = \frac{46 - 34}{80} = \frac{12}{80} = \frac{3}{20}$$

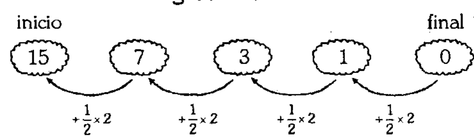
∴ Clave d

Resolución 24.

Como come la mitad más medio pastel queda la otra mitad menos medio pastel.



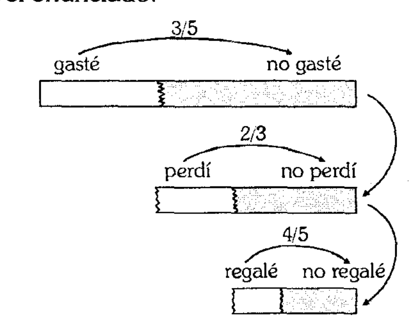
Haciendo la regresión:



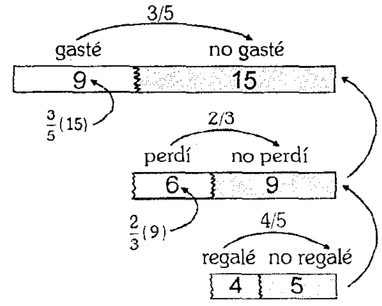
∴ Inicialmente tenía 15 pasteles.

Resolución 25.

Del enunciado:



Completando desde el final hasta el inicio:

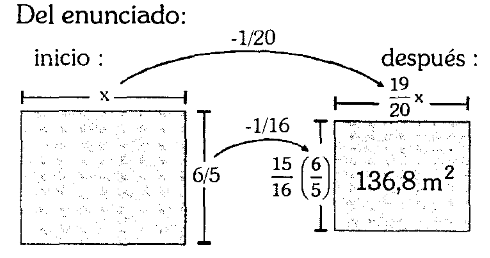


Piden: $f=\dfrac{\text{regalé}}{\text{total}}=\dfrac{4}{9+15}=\dfrac{4}{24}=\dfrac{1}{6}$

$\therefore$ Clave b

Resolución 26.

Del enunciado:



$$\frac{15}{16}\left(\frac{6}{5}\right)\cdot\frac{19}{20}x=136{,}8$$

$$x=128$$

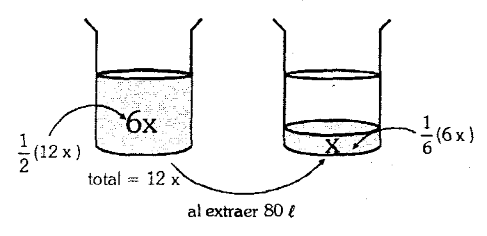
Deben comprarse 128 m.

$\therefore$ Clave e

Resolución 27.

Asumiendo el volumen total del depósito:

12x (tiene mitad y sexta)



Luego:

$$6x-80=x\ \Rightarrow\ x=16$$

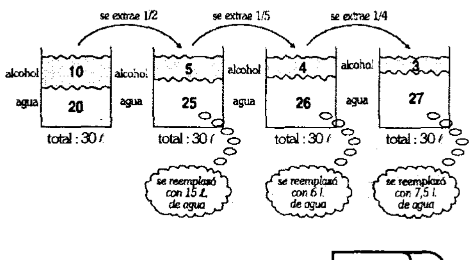
$\therefore$ Volumen del depósito : $12(16)=192\ \ell$

$\therefore$ Clave d

Resolución 28.

Como siempre se reemplaza con agua el total no varía.

Del enunciado:

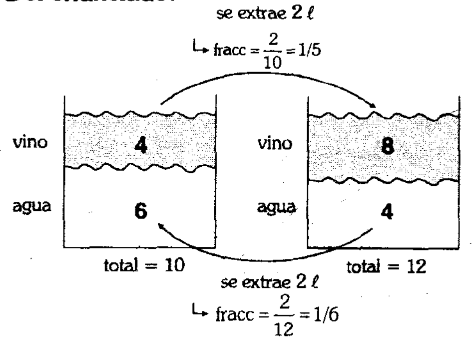


$\therefore$ Clave b

NOTA:
Cuando de una mezcla se extrae una fracción, sale la misma fracción de cada componente; así por ejemplo si de una mezcla de alcohol y agua se extrae 1/5 del total, saldrá 1/5 del alcohol y 1/5 del agua.

Resolución 29.

Del enunciado:



Vino		Vino	
Sale :	$\frac{1}{5}(4)$	Sale :	$\frac{1}{6}(8)$
Queda :	$\frac{4}{5}(4)$	Queda :	$\frac{5}{6}(8)$

En el primer recipiente queda de vino:

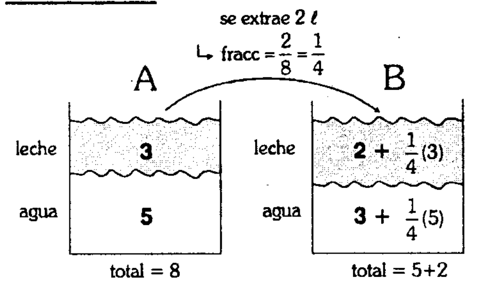
$$\frac{4}{5}(4)+\frac{1}{6}(8)=\frac{68}{15}\ell$$

En el segundo recipiente queda de vino:

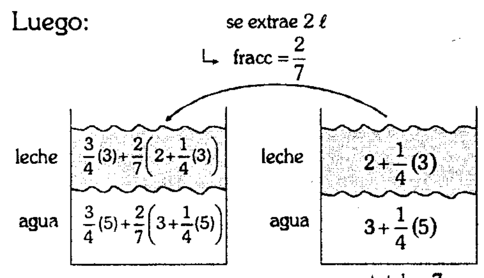
$$\frac{5}{6}(8)+\frac{1}{5}(4)=\frac{112}{15}\ell$$

∴ Clave e

Resolución 30.



Luego:



∴ En A quedó de leche: $\frac{3}{4}(3)+\frac{2}{7}\left(2+\frac{1}{4}(3)\right)=\frac{85}{28}\ell$

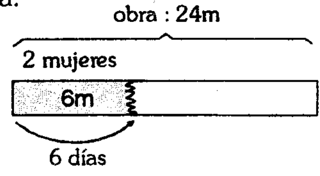
∴ Clave a

Resolución 31.

Asumiendo la obra; MCM(12,8) = 24m

un hombre :	un hombre y 2 mujeres :
12 días ⟶ 24 m	8 días ⟶ 24 m
1 día ⟶ 2 m	1 día ⟶ 3 m

Como el hombre solo en un día hace 2m y cuando lo ayudan las dos mujeres hace 3m; entonces las dos mujeres hacen 1m cada día.



$$\text{piden}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$$

Harían 1/4 de la obra.

∴

Resolución 32.

Asumiendo la obra: 120m (tiene décima, doceava y quinceava) tenemos:

Jorge y Luis : 10 días ⟶ 120m
1 día ⟶ 12m ⇨ Jo + L = 12

Luis y Jaime : 12 días ⟶ 120m
1 día ⟶ 10m ⇨ L + Ja = 10

Jorge y Jaime : 15 días ⟶ 120m
1 día ⟶ 8m ⇨ Jo + Ja = 8 (+)

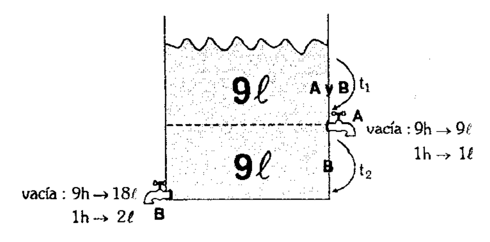
2 Jo + 2 L + 2 Ja = 30
Jo + L + Ja = 15

∴ Si trabajan juntos emplearán: $\frac{120}{15}=8$ días.

∴ Clave d

Resolución 33.

Asumiendo la capacidad del tanque 18ℓ.



En la primera mitad trabajan ambos caños $t_1 = \frac{9}{1+2} = 3$ horas

En la segunda mitad solo trabaja B. $t_2 = \frac{9}{2} = 4,5$ horas

Quedará vacío en: 3 + 4,5 = 7,5h.

∴ Clave b

Resolución 34.

Asumiendo la capacidad:

$$MCM(70,84,140) = 420\ell$$

A y B : 70 min → 420 ℓ
1min → 6 ℓ

A y C : 84 min → 420 ℓ
1min → 5 ℓ

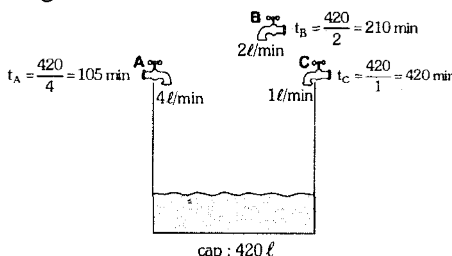
A y C : 140 min → 420 ℓ
1min → 3 ℓ

Luego: A + B = 6
A + C = 5
B + C = 3

2A+2B+2C=14

$\underbrace{A+B}_{6}+C = 7 \longrightarrow C = 1$, A = 4, B = 2

Luego:

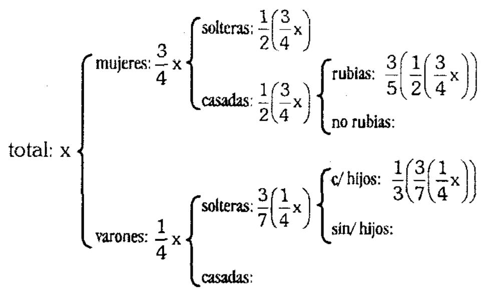


El más rápido es A y demoraría 105 min.

∴ Clave c

Resolución 35.

Del enunciado:



Como 1/5 de las rubias representan en cantidad 189.

$$\frac{1}{5}\left(\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}x\right)\right)\right) = 189$$

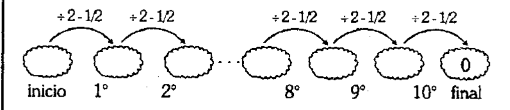
$$x = 4200$$

Piden: $2\left(\frac{1}{3}\left(\frac{3}{7}\left(\frac{1}{4}x\right)\right)\right) = \frac{1}{14}(4200) = 300$

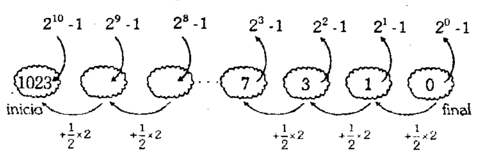
∴ Clave b

Resolución 36.

Como vende la mitad más medio pollo en cada venta, le queda la otra mitad menos medio pollo.



Haciendo la regresión:

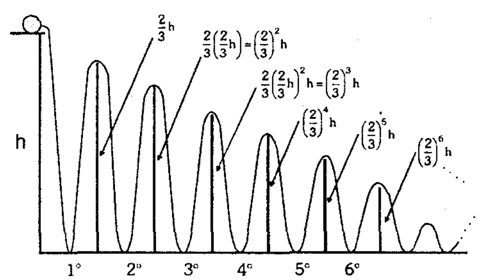


∴ Al principio tenía 1023 pollos.

∴ Clave a

Resolución 37.

Como pierde 1/3 $\longrightarrow$ queda 2/3



Como después del sexto rebote se eleva 4 cm: $\rightsquigarrow \left(\frac{2}{3}\right)^6 h=4$

Luego: $h=\frac{729}{16}$

Recorrido

$$= h+2\left(\frac{2}{3}h\right)+2\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 h\right)+2\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 h\right)+\ldots.$$

$$= h+2h\left(\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^3+\ldots.\right)$$

$\times 2/3$ $\times 2/3$

$$= h+2h\left(\frac{2/3}{1-2/3}\right)=h+2h\,(2)$$

$$= 5h = 5\left(\frac{729}{16}\right)=227{,}8\,\text{cm}.$$

$\therefore$ Clave a

NOTA: SERIE GEOMÉTRICA INFINITA

Dada la serie de infinitos términos:

$$S=a+aq+aq^2+aq^3+\ldots\infty$$

$\times q$ $\times q$ $\times q$

Su suma se calcula así:

$$S=\frac{a}{1-q} \qquad 0<|q|<1$$

Resolución 38.

Del enunciado:

fracción: $\frac{x}{240}$ { propia: $x=1,2,3,\ldots.239$; irreductible: $x\neq\overset{\circ}{2}$, $x\neq\overset{\circ}{3}$, $x\neq\overset{\circ}{5}$

Encontremos cuántos de los números del 1 al 239 son: $\overset{\circ}{2}, \overset{\circ}{3}, \overset{\circ}{5}, \overset{\circ}{6}, \overset{\circ}{10}, \overset{\circ}{15}$ y $\overset{\circ}{30}$

$0<2k_1<240 \rightarrow 0<k_1<120$ — 119 valores

$0<3k_2<240 \rightarrow 0<k_2<80$ — 79 valores

$0<5k_3<240 \rightarrow 0<k_3<48$ — 47 valores

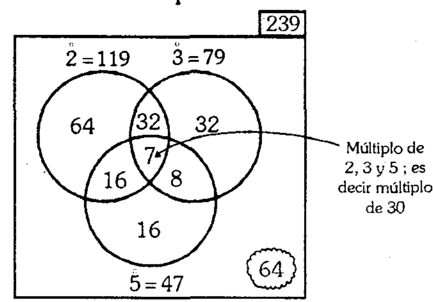
$0<6k_4<240 \rightarrow 0<k_4<40$ — 39 valores

$0<10k_5<240 \rightarrow 0<k_5<24$ — 23 valores

$0<15k_6<240 \rightarrow 0<k_6<16$ — 15 valores

$0<30k_7<240 \rightarrow 0<k_7<8$ — 7 valores

Haciendo un esquema:



$\therefore$ Como hay 64 valores que no son $\overset{\circ}{2}$, $\overset{\circ}{3}$ ni de $\overset{\circ}{5}$, entonces existen 64 fracciones.

$\therefore$ Clave b

Resolución 39.

Piden:

$$f=\frac{\frac{\cancel{7}}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{13}}\times\frac{\cancel{5}}{18}\times\frac{1}{12}}{\frac{1}{9}\times\frac{\cancel{14}}{\cancel{13}}\times\frac{\cancel{5}}{8}}=\frac{\frac{1}{5}\times\frac{3}{\cancel{4}}\times3\times\frac{1}{\cancel{18}}\times\frac{1}{12}}{\frac{1}{\cancel{9}}\times\frac{1}{\cancel{8}}}$$

(ES → $\times$; DE → $\times$)

$$f=\frac{1}{5}\times3\times3\times\frac{1}{12}=\frac{3}{20}$$

∴ Clave b

Resolución 40.

Sea $\boxed{x}$ el peso de la carreta.

$$x=11+\frac{6}{11}x$$
$$11x=121+6x$$
$$5x=121$$
$$x=\frac{121}{5}$$
$$x=24{,}2$$

La correcta pesa 24,2 kg.

∴ Clave b

Resolución 41.

Del enunciado:

$\frac{5}{7}$ menos

$$\frac{1}{3}A=\frac{2}{7}B$$
$$\frac{A}{B}=\frac{6}{7}\qquad \text{tomando: } A=6,\ B=7$$

Piden:

$$\frac{B}{A+B}=\frac{7}{6+7}=\frac{7}{13}$$

∴ Clave d

Resolución 42.

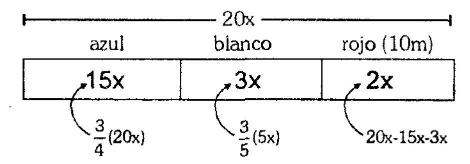
Del enunciado: $\frac{2}{15}$ menos

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}}\times\frac{2}{\cancel{9}}(3A)=\frac{13}{\cancel{15}}A^2$$
$$A=\frac{6}{13}$$

∴ Clave d

Resolución 43.

Asumiendo la longitud del muro = 20x(tiene cuarta y quinta)



Como lo que queda mide 10m.

$$2x=10$$
$$x=5$$

Longitud del muro: 20(5) = 100m.

∴ Clave d

Resolución 44.

Del enunciado:

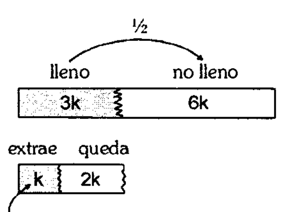
total : x
- asistieron: $\frac{2}{3}x$
  - aprueban: $\frac{3}{7}\left(\frac{2}{3}x\right)$
  - desaprueban: $\frac{4}{7}\left(\frac{2}{3}x\right)=24$ → $x=63$
- faltaron:

∴ En dicha clase hay 63 alumnos.

∴ Clave d

Resolución 45.

Del enunciado:



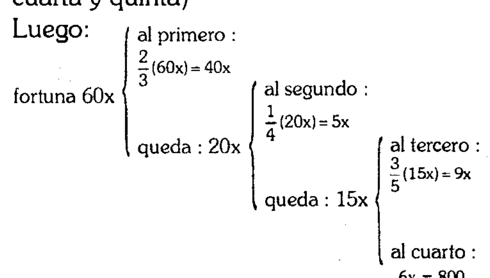
Piden: $\frac{queda}{total} = \frac{2k}{3k+6k} = \frac{2}{9}$

∴ Clave a

Resolución 46.

Asumiendo la fortuna: 60x(tiene tenía, cuarta y quinta)

Luego:



La fortuna era 60x = 10(800) = 8000.

∴ Clave a

Resolución 47.

Sea "x" el # de mujeres que deben retirarse:

$\frac{3}{10}(60)$

	inicio	después
hombres	18	18
mujeres	42	42 - x
	60	60 - x

Planteando: $18 = \frac{3}{5}(60 - x)$

$30 = 60 - x$

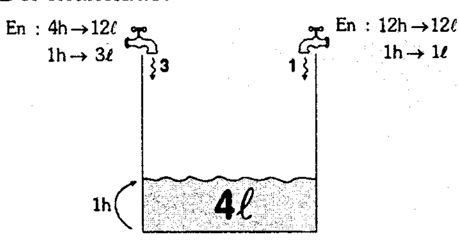
$x = 30$

Deberían retirarse 30 mujeres.

∴ Clave a

Resolución 48.

Del enunciado:



capacidad : MCM (4,12) = 12ℓ

∴ Como juntos en 1h llenan 4 ℓ; entonces todo el tanque lo llenan en $\frac{12}{4} = 3h$.

∴ Clave c

Resolución 49.

Sabemos por teoría que $\frac{8}{63}$ origina un decimal periódico puro.

$\frac{8}{63} = 0,\widehat{abc \ldots z} \rightarrow \frac{8}{63} = \frac{\overline{abc \ldots z}}{999 \ldots 9}$

$8(999 \ldots 9) = 63(\overline{abc \ldots z})$

$\ldots\ 2 = 63(\ldots z)$

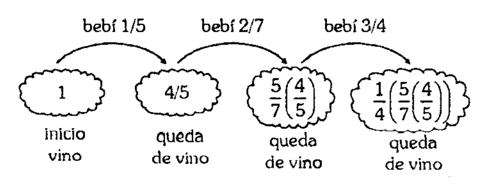
↑ 4

Se deduce que la última cifra del periodo es 4.

∴ Clave c

Resolución 50.

Trabajando con lo que queda de vino:

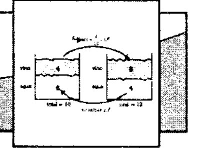


∴ Al final quedó de vino : $\frac{1}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{5}}{7} \times \frac{4}{\cancel{5}} = \frac{1}{7}$

∴ Clave c

Primera Práctica

Fracciones



01 Sabiendo que perdí los 2/3 de lo que no perdí luego recupero 1/3 de lo que no recupero y tengo entonces S/. 42 ¿cuánto me quedaría luego de perder 1/6 de lo que no logre recuperar?

a) S/.36 b) S/.39 c) S/.42
d) S/.48 e) S/.600

02 Tres amigos "A", "B" y "C" que tienen 10, 9 y 7 panes respectivamente, invitan a "D" a consumir sus panes. Si los cuatro consumen en partes iguales y al retirarse "D" deja en pago S/.1300, ¿Cuantos soles le corresponde a "B"?

a) S/.250 b) S/.450 c) S/.720
d) S/.230 e) S/.500

03 Un excursionista parte en su auto a las 8:00am y viaja hacia un lugar distante 504km, tres horas después, se percata que la fracción transcurrida del día es equivalente a la fracción del camino que aún le falta recorrer. Si la rapidez fue constante. Hallar dicha rapidez.

a) 73 km/h b) 101 km/h c) 91 km/h
d) 87 km/h e) 49 km/h

04 Una persona inicialmente toma 16 metros de una varilla. Luego toma 2/3 del resto y observa que ambas partes tienen la misma longitud. Hallar la longitud total de la varilla

a) 40 b) 36 c) 48
d) 24 e) 39

05 Luis reparte su fortuna entre sus 3 hijos, al primero le da 2/3 del total, al segundo 1/4 del resto y al tercero 3/5 del nuevo resto. Si al final sobra 800 soles. ¿A cuánto asciende la fortuna?

a) 8 000 soles b) 5 000 soles
c) 700 soles d) 1 000 soles
e) 1 500 soles

06 Se quiere formar fracciones homogéneas propias, de tal manera que el numerador adopte todos los números enteros desde el 10 hasta el 25. Y la suma de dichas fracciones es un número entero. ¿Cuántos valores puede tomar el denominador de estas fracciones?

a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

07 Un obrero "A" se demora en hacer la mitad de una obra tanto como otro obrero "B" se demora en hacer los 5/6 de la misma obra. ¿Cuánto se

demora "A" en hacer la obra sólo, si entre los dos tardan 15 días?

a) 20 días b) 24 días c) 36 días
d) 40 días e) 42 días

08 Un recipiente está vacío 3/4 de lo que no está vacío. Se extrae 3/5 de lo que no se extrae quedando solo 25 L. Hallar la capacidad del recipiente.

a) 70 L b) 50 L c) 30 L
d) 100 L e) 10 L

09 En un recipiente lleno se tiene una mezcla de 20 L de agua con 30 L de vino. Si se extrae 1/3 del contenido y se vuelve a llenar con agua, luego se extrae 1/5 de su contenido y se llena con agua. ¿Cuántos litros de vino quedan finalmente en la mezcla resultante y qué cantidad de vino habrá que agregar para obtener la relación inicial?

a) 10 y 30 b) 8 y 57 c) 15 y 45
d) 16 y 35 e) 10 y 55

10 Averigüe en que día y hora del mes de Abril del 2000 se verificó que la fracción transcurrida del mes fue igual a la fracción transcurrida del año.

a) 7 abril, 4 am b) 8 abril, 3 am
c) 8 abril, 3 pm d) 9 abril, 3 pm
e) 9 abril, 3 am

11 Si te pago lo que te debo, me sobraría tanto como me faltaría, si quisiera pagarle a él, lo que le debo, ¿Qué fracción del total de mi deuda es lo que yo tengo?

a) 1/3 b) 2/3 c) 1/2
d) 1/4 e) 5/8

12 Una persona entra a una ronda de juegos, empieza perdiendo 1/3 de su dinero, luego gana 1/4, luego pierde 1/5, luego gana 1/2, luego pierde 1/5, luego gana 1/4, luego pierde 1/3, luego gana 1/4, luego pierde 1/5, luego gana 1/2, y así sucesivamente, siempre de lo que le va quedando. Si al final de 63 juegos terminó con S/.100. ¿Con cuánto empezó a jugar?

a) S/.150 b) S/.180 c) S/.160
d) S/.240 e) S/.300

13 Un perrito guardián de "x" años se pasó la mitad de su vida durmiendo, la novena parte comiendo, la tercera parte ladrando y el año restante jugando. ¿Cuántos años vivió el perrito?

a) 18 b) 10 c) 15
d) 12 e) 24

14 "A", "B" y "C" juegan con las siguientes condiciones: el primero en perder pagará a cada uno de los otros 1/3 del dinero que tenga cada uno; el segundo en perder pagará a cada uno de los otros dos 1/4 del dinero que tenga cada uno; el tercero en perder pagará 1/5 del dinero que tenga cada uno. Pierden en orden alfabético y cada uno se queda con 60; 66 y 54 soles

respectivamente. ¿Cuánto tenían al inicio?

a) S/.64, 80 y 36 b) S/.60, 84 y 36
c) S/.80, 60 y 40 d) S/.58, 50 y 72
e) S/.75, 60 y 45

15 Pepe llega tarde al cine cuando había pasado 1/8 de la película, 6 minutos después llega Paty y solo ve los 4/5. Si la película empezó a las 4 pm. ¿A qué hora termina?

a) 5:20 pm b) 5:30 pm
c) 5:15 pm d) 5:18 pm
e) 5:17 pm

16 El barman Luisito, prepara una deliciosa sangría, mezclando dos medidas de vino, 1 1/3 medida de gaseosa y 1/2 medida de jugo de naranja. ¿Qué parte o fracción de dicho preparado, representa el vino?

a) 8/23 b) 5/19 c) 12/23
d) 5/12 e) 9/23

17 Juegan Alberto y Beto de la siguiente manera: pierde primero Alberto y le da a Beto 1/3 de lo que tenía y luego Beto pierde y da 3/5 de lo que tiene; finalmente pierde Alberto 3/25 de lo que tiene y al final cada uno queda con S/.88 y S/.52 respectivamente. ¿Cuánto tenían inicialmente?

a) S/.60 y S/.70 b) S/.80 y S/.50
c) S/.60 y S/.80 d) S/.50 y S/.80
e) S/.30 y S/.110

18 Se distribuyó 63 litros de agua en tres depósitos por partes iguales. El primero se llena hasta sus 2/5 partes y el segundo hasta sus 2/7 partes. ¿Qué fracción del tercer depósito se llenará si su capacidad es el doble de la suma de las capacidades de los dos primeros?

a) 1/6 b) 1/4 c) 1/3
d) 1/12 e) 1/8

19 Un caño "A" demora 10 horas en llenar un tanque mientras que el caño "B" demora 4 horas menos. Ambos funcionan juntos hasta llenar la mitad del tanque y después funciona solo el primero durante el mismo tiempo. ¿Qué fracción del tanque quedo sin llenar?

a) 7/16 b) 5/14 c) 3/14
d) 3/16 e) 5/16

20 ¿Cuántas fracciones equivalentes a 99/63, cumplen con la condición que la suma de sus términos es múltiplo de 45 y la diferencia de los mismos es múltiplo de 14, sabiendo que el denominador está comprendido entre 500 y 5000?

a) 20 b) 23 c) 16
d) 15 e) 18

21 Un tanque puede ser llenado en 20 horas por un grifo "A". Este tanque tiene un grifo de vaciado "B" colocado a media altura del tanque, el cual puede vaciar su parte en 15 horas. Es-

tando abierto el grifo "B" se abre el grifo "A". Al cabo de cuánto tiempo se llenará el tanque.

a) 30 h b) 35 h c) 40 h
d) 45 h e) 50 h

22 Dos agricultores P y Q tienen respectivamente 8 y 5 hectáreas de terreno que deben sembrar. Cuando ya habían sembrado 2/7 de la propiedad, contratan a un peón y a partir de entonces los agricultores y el peón trabajan en partes iguales, ¿cuánto debe aportar cada agricultor para pagar al peón, si en total deben pagarle 130 soles?

a) S/.110; S/.20 b) S/.120; S/.10
c) S/.110; S/.10 d) S/.130; S/.10
e) S/.128; S/.2 .

23 A un partido de fútbol entre "U" y "AL", asistieron 1500 personas. De los hinchas de la "U" el $51.\widehat{51}\%$ son profesores y el $19.\widehat{819}\%$ son ociosos. El número de hinchas del "AL" es:

a) 1243 b) 1221 c) 1037
d) 279 e) 357

24 Se vende un televisor al contado con los 2/3 del importe se compra una plancha y con los 3/7 del resto una licuadora, siendo el resto depositado en un banco. ¿Cuánto se depositó si la plancha y la licuadora juntas costaron S/.765?

a) S/.450 b) S/.180 c) S/.360
d) S/.350 e) S/.355

25 Si a los términos de una fracción ordinaria e irreductible se le suma el denominador y al resultado se le resta la fracción original, resulta la misma fracción. ¿Cuál es la suma de términos de dicha fracción?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

26 ¿Cuántas fracciones propias y canónicas de denominador 75 existen, tales que sean mayores a 1/8?

a) 26 b) 22 c) 36
d) 30 e) 35

27 Tres reglas de 1 metro de longitud están graduadas uniformemente de la siguiente manera, la primera cada 4/5 de mm; la segunda cada 18/35 de mm y la tercera cada 42/55 mm. Si se las hace coincidir en toda su extensión. ¿Cuántas veces coincidirán los trazos de las reglas?

a) 10 b) 19 c) 21
d) 18 e) 20

28 Enrique le pregunta la edad a su amigo y éste responde: Mi edad es a/b de 190, tal que a/b es la menor fracción, mayor a 5/12 y que al sumarle n veces el denominador al numerador y n veces el numerador al denominador se obtiene como resultado 2. ¿Cuál es la edad del amigo de Enrique?

a) 40 b) 60 c) 80
d) 70 e) 19

29 Tomás tiene tres cajas, una roja, una verde y una azul, que contiene bolitas. Pasa un tercio de las bolitas de la caja roja a la caja verde, después pasa un cuarto de las bolitas que hay ahora en la caja verde a la caja azul. Por último pasa un décimo de las bolitas que hay ahora en la caja azul a la caja roja. Cuando termina de hacer estos cambios, tiene 18 bolitas en cada caja. ¿Cuántas bolitas tenía inicialmente la caja verde?

a) 16 b) 18 c) 24
d) 20 e) 14

30 En un congreso médico, la mitad de los participantes son cardiólogos, la tercera parte ginecólogos, una séptima parte cirujanos y sólo uno es neurólogo. ¿Cuántos fueron los participantes?

a) 28 b) 35 c) 39
d) 42 e) 49

31 Hay 3 montones de piedras se quita 1/5 del primero y se pasa al segundo; luego se quita 1/5 de la nueva cantidad del segundo y se pasa al tercero, quedando en los 3 la misma cantidad, que es 76, ¿Cuánto había inicialmente en cada montón?

a) 30; 40; 50 b) 47; 82; 64
c) 28; 42; 30 d) 80; 65; 50
e) 95; 76; 57

32 Una vagoneta llena de carbón pesa 3720 kilogramos, Cuando contiene los 5/8 del su rapacidad, pesa los 85/124 del peso anterior. ¿Cuál es el peso de la vagoneta vacía?

a) 420 kg b) 600 kg c) 500 kg
d) 800 kg e) 620 kg

33 Se reparte una herencia entre n hijos. El mayor recibió la mitad del segundo, y éste los 2/3 del tercero, y éste los 3/4 del cuarto, y éste recibió los 4/5 del quinto, y así sucesivamente. Si el sexto hijo recibió S/.42. Halle la suma del número de hijos beneficiados y el número en soles que recibió el menor, si la herencia es S/.315.

a) 84 b) 72 c) 96
d) 92 e) 78

34 Calcule $a+b+c$; sabiendo que f es irreductible

$$f=\frac{\overline{c(a-7)a}}{\overline{ca(a-2)}}=0,ab\widehat{ca}$$

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

35 ¿Cuántas cifras en la parte no periódica tiene el decimal originado por f?

$$f=\frac{25600}{64!-32!}$$

a) 19 b) 20 c) 21
d) 22 e) 23

Segunda Práctica

Fracciones

01 El producto de los términos de una fracción es 272 y la fracción irreducible reducida es 4/17, entonces el numerador es:

a) 9 b) 10 c) 12
d) 8 e) 14

02 Si a los términos de una fracción ordinaria irreducible se le suma el denominador y al resultado se le resta la fracción original resulta el triple de la misma fracción. ¿Cuál es el valor del denominador?

a) 4 b) 7 c) 6
d) 8 e) 5

03 En una reunión los 3/10 de las personas son varones y el resto mujeres. De las mujeres la cuarta parte son niñas, calcular que parte de las mujeres son adultas.

a) 3/4 b) 1/4 c) 1/2
d) 4/4 e) 3/8

04 Un depósito contiene 24 litros de chicha si se retiran 3/8 del contenido, luego los 2/3 del resto y por último los 3/5 del nuevo resto. ¿Cuántos litros ha retirado?

a) 10 b) 6 c) 4
d) 22 e) 11

05 Si los 6/7 de los 7/9 de los 9/5 de $2\overline{ab}$ es igual a $2\overline{ba}$ .Hallar: a – b

a) 3 b) –1 c) 1
d) 2 e) 4

06 De un depósito lleno de agua, se sacan 4 litros, luego se extrae la mitad del líquido, enseguida se le adiciona 8 litros, finalmente se consume la mitad del agua, quedando 12 litros en el deposito. Hallar la capacidad del depósito en litros.

a) 24 b) 16 c) 32
d) 36 e) 72

07 Un ómnibus partió con cierto número de pasajeros y en el primer paradero bajaron 1/8 de los pasajeros, en el segundo paradero subieron 14, en el tercero bajaron los 3/7 de los llevaba, en el cuarto paradero bajaron los 3/5 de los que llevaba, llegando al quinto paradero con 8 pasajeros ¿con cuántos pasajeros partió el ómnibus?

a) 32 b) 24 c) 48
d) 36 e) 17

08 Una cañería llena una piscina en 4 horas y otra la puede vaciar en 6 horas ¿en que tiempo puede llenarse la piscina, si la cañería de desagüe se abre 1 hora des pues?

a) 11 horas b) 12 c) 9
d) 10 e) 13

09 Un aldeano lleva al mercado un cesta de huevos; y vende los 2/9 menos 5; si se añadiera 37 huevos a los que quedan tendría en la cesta 1/6 más que al principio. ¿Cuántos huevos tenía en la cesta?

a) 250 b) 96 c) 108
d) 120 e) 130

10 Un empleado gana S/.600 mensuales, logra ahorrar los 2/5 de su sueldo; el mes pasado incrementó sus gastos en la tercera parte, cuyo incremento se mantendrá hasta finalizar el año. ¿Qué parte de su sueldo es su nuevo ahorro?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{6}$

11 Un depósito lleno hasta sus dos terceras parte de su capacidad contiene 240 litros de vino puro, el resto se llena con agua. Se extrae la mitad de su contenido completándolo con vino puro. ¿Cuál es la relación de agua y vino en el depósito luego de estas operaciones?

a) $\frac{17}{5}$ b) $\frac{15}{13}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{6}$

12 Una varilla de "a" cm de longitud se corta en dos partes. La parte menor mide 1/4 del total, luego, con la parte mayor se repite el procedimiento ¿Cuánto mide el pedazo más largo?

a) $\frac{3a}{8}$ b) $\frac{3a}{4}$ c) $\frac{3a}{16}$
d) $\frac{a}{4}$ e) $\frac{9a}{16}$

13 ¿Qué parte de los 4/11 de los 21/8 de 22 es los 3/7 de los 2/5 de 70?

a) 2/3 b) 4/7 c) 2/5
d) 3/8 e) 5/9

14 Hallar los 2/3 menos de los 4/5 más del doble de 40.

a) 60 b) 72 c) 48
d) 36 e) 56

15 Gasté los 3/5 de lo que no gasté y aún me quedan 60 soles más de lo que gasté ¿Cuánto tenía?

a) 150 b) 190 c) 200
d) 250 e) 240

16 Se compra limones a 3 por 10 soles y se venden a 2 por 9 soles. ¿Cuántos limones se debe vender para ganar 140 soles?

a) 50 b) 70 c) 100
d) 120 e) 200

17 Raquel va al mercado y gasta en carne los 2/3 del dinero que llevó más 4 soles, en menestras gasta 1/6 del dinero que le quedaba más 6 soles y en frutas gasta los 3/7 del nuevo resto

más 4 soles. ¿Cuántos soles llevó al mercado si ha regresado con 4 soles?

a) 81 b) 82 c) 84
d) 85 e) 86

18 ¿Cuál es la última cifra del periodo generado por la siguiente fracción?

$$\frac{(36)^{26}}{(37)^{106}}$$

a) 3 b) 6 c) 1
d) 2 e) 5

19 Paola realiza 80 disparos, de los cuales acierta 2/5 menos de lo que no acierta ¿Cuántos disparos más debe realizar como mínimo para acertar en total 80 disparos?

a) 50 b) 30 c) 20
d) 60 e) 40

20 En una fiesta el mozo observa que con los 12/35 del volumen de una botella de licor llena los 3/4 de una copa. En el bar sólo hay 7 botellas y él debe repartir 35 copas llenas ¿Cuántas botellas le faltan para cumplir con su labor?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

21 Un tonel de 24 litros de capacidad es llenado con 14 litros de vino y el restante con agua. Se extrae 8 litros de la mezcla y se reemplaza por agua; luego se extrae 6 litros de la nueva mezcla y también se reemplaza por agua. ¿Cuál es la diferencia entre el agua y el vino en la mezcla final?

a) 8 b) 6 c) 10
d) 12 e) 9

22 Teresa tiene S/.180, pierde y gana alternadamente 1/2, 4/5 y 4/9 de lo que le iba quedando ¿Al final con cuanto se quedó?

a) S/.90 b) S/.80 c) S/.120
d) S/.82 e) S/.91

23 Si transcurrió los 3/5 de lo que falta transcurrir de un día ¿Qué parte de lo que ya transcurrió representa el exceso de lo que falta transcurrir sobre lo ya transcurrido?

a) 2/3 b) 1/3 c) 2/5
d) 3/5 e) 2/7

24 Una cañería llena una piscina en 4 horas y otra la puede dejar vacía en 6 horas. ¿En qué tiempo puede llenarse la piscina si la cañería de desagüe se abre 3 horas después?

a) 11 h b) 12 h c) 6 h
d) 10 h e) 13 h

25 Un recipiente con agua contiene 1/5 de lo que no contiene, se retira 1/8 de lo que falta por llenar y luego se agrega 1/5 de lo que queda, obteniéndose 90 litros. ¿Cuántos litros es la cuarta parte de lo que contenía inicialmente?

a) 80 b) 40 c) 50
d) 60 e) 70

26 Una persona compra manzanas, la mitad del total a cinco por seis soles, y la otra mitad restante, a seis por siete soles. Vende los tres quintos del total a tres por cinco soles y lo demás a cuatro por siete soles. Se desea saber ¿Cuántas manzanas habrá vendido?, si ganó 930 soles.

a) 1 600 b) 1 200 c) 1 800
d) 1 500 e) 2 000

27 Tres grifos "A", "B" y "C" pueden llenar un reservorio en 60, 48 y 80 horas respectivamente. Estando vacío el reservorio se abren los grifos "A", "B" y "C" en ese orden con intervalos de 4 horas. ¿En cuántas horas podrán llenar todo el reservorio?

a) 20 h b) $21\frac{2}{3}h$ c) $23\frac{2}{3}h$
d) 17 h e) 19 h

28 Una compañía tiene 3 pintores. César que puede pintar una casa en 6 días; Julio que puede pintar una casa en 8 días y Renato que puede pintar una casa en 12 días. La compañía firma un contrato para pintar 3 casas. Empieza César, quien trabaja durante 8 días, luego lo reemplaza Julio quien trabaja durante 6 días y es reemplazado por Renato, quien concluye la obra. ¿Cuántos días trabajó Renato?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

29 Se compra un tejido a S/.8,80 el metro cuadrado y pierde al lavarse los 3/25 de su largo y los 2/9 de su ancho. ¿A cómo debe venderse el metro cuadrado del tejido después de lavarse, si se quiere ganar 2/5 del costo?

a) S/.16 b) S/.18 c) S/.20
d) S/.19,80 e) S/.17

30 Una pelota se suelta desde una altura de 50 m y en cada rebote pierde 2/3 de la altura desde la cual cae. Determinar la longitud total recorrida hasta que teóricamente quede en reposo.

a) 97 m b) 98 m c) 99m
d) 100 m e) 110 m

31 Un caño llena la p-ésima parte de un tanque en "n" horas, un desagüe desocupa la q-ésima parte del mismo tanque en "m" horas. ¿Cuánto se demora en llenar el tanque si se abren ambos dispositivos en forma simultánea?

a) $\frac{mnpq}{mq+np}$ b) $\frac{mnpq}{mq-np}$ c) $\frac{mnpq}{np-nq}$
d) $\frac{np-mq}{mnpq}$ e) $\frac{mq-np}{mnpq}$

32 Se deja derretir 3 pedazos de hielo, tales que el volumen del segundo es los 3/7 del volumen del primero y los 6/13 del volumen del tercero. Sabiendo que la diferencia entre el primer y tercer pedazo es de 50 decímetros cúbicos, y que el agua se dilata en 1/9 de su volumen al congelarse, ¿Cuán-

tos decímetros cúbicos de H_2O se obtendrán de esta operación?

a) 1 528 b) 1 485 c) 1 653
d) 1 458 e) 1 576

33 Una obra puede ser hecha por A y B en 6 días, por B y C en 8 días, y por A y C en 12 días. La obra es empezada por los 3 juntos y cuando realizaron los 3/4 de la obra, A se retira; B y C continúan hasta hacer la mitad de lo que le quedaba, entonces se retira B; terminando C lo que falta de la obra. ¿En cuántos días se hizo la obra?

a) 11 d b) 12 d c) 10 d
d) 13 d e) 14 d

34 Un obrero realizó un trabajo en 4 días: el primer día hizo una parte, el segundo día hizo 1/3 de lo que faltaba, el tercer día 1/4 del resto, y el cuarto día 1/3 de la obra total ¿Cuántos días menos emplearía si trabajara con el rendimiento del primer día?

a) 2 b) 1/4 c) 3/4
d) 1 e) 1/5

35 Se tiene ladrillos de $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \text{cm}^3$ ¿cuántos de éstos ladrillos son necesarios para formar un cubo compacto más pequeño posible?

a) 8400 b) 64800 c) 6480
d) 68400 e) 7280

36 Hallar: $a + b + c$; si

$$\frac{a}{bc} = 0,\widehat{cbadb}$$

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

37 Se tiene un recipiente que está lleno de líquido *A*; se extrae 1/n de su contenido y se reemplaza por líquido *B*, luego se vuelve a sacar 1/n y se completa con líquido *C*, finalmente se extrae 1/n y se completa un líquido *B*. Si en total se han extraído 61/125 del volumen del líquido *A* que había inicialmente. Halle *n*.

a) 6 b) 4 c) 5
d) 8 e) 9

38 Determina la cantidad de cifras no periódicas de:

$$f = \frac{256000}{112! - 56!}$$

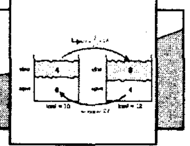
a) 39 b) 40 c) 41
d) 42 e) 43

39 Si: $\frac{1}{952}$ se convierte a base 4. ¿Cuántas cifras periódicas tiene?

a) 5 b) 7 c) 9
d) 12 e) 18

Tercera Práctica

Fracciones



01 ¿Qué fracción es los 3/7 más de 2/5; de lo que falta a los 2/5 menos de 7/3, para ser igual a 2 1/5?

a) 1/7 b) 6/7 c) 21/20
d) 20/21 e) 5/7

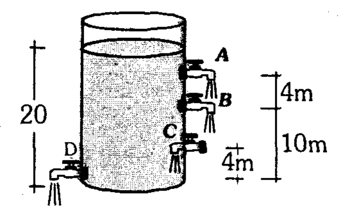
02 Un tanque de 20 m. de altura está lleno de agua hasta la mitad. Si en éste momento se abre la llave "A" llenaría lo que resta en 8 horas y si se abre solamente la llave "B", que está a una altura de 5 metros, vaciaría el agua sobre él en 5 horas. Si se abre simultáneamente las dos llaves, ¿En cuántas horas se llenará todo el tanque, si apenas se llena se cierra la llave "B"?

a) 20 h b) 30 h c) 40 h
d) 45 h e) 35 h

03 Tengo un vaso lleno de alcohol; bebo la sexta parte; luego bebo 1/4 de lo que queda. ¿Qué fracción de lo que queda debo volver a beber para que aún sobren los 3/8 del vaso?

a) 2/3 c) 2/5 c) 1/6
d) 1/3 e) 1/5

04 El tanque mostrado contiene 200 l de agua. Por los caños A, B y D sale agua a razón de 2, 3 y 5 l/s respectivamente, mientras que por el suministro C ingresa agua a razón de 4 l/s. Si el nivel inicial de agua es 20 m. ¿En qué tiempo quedará vacío el tanque?



a) 100 s b) 90 s c) 120 s
d) 50 s e) 150 s

05 En los 3/5 de un mes se consumen los 4/25 del contenido de agua de un tanque. Cuando en el tanque quedan sólo los 9/25 del agua que había. ¿Cuántos meses habrán transcurrido?

a) 3 b) 2,5 c) 2,4
d) 3,5 e) 2

06 Marco es el triple de rápido que Daniel y juntos hacen una obra en 12 días. Si Marco trabajase solo, en cuánto tiempo haría esa obra?

a) 20 días b) 16 días c) 18 días
d) 14 días e) 24 días

07 Un tanque puede ser llenado en 20 horas por un grifo "A". Este tanque tiene un grifo de vaciado "B" coloca-

do a media altura del tanque, el cual puede vaciar su parte en 15 horas. Estando abierto el grifo "B" se abre el grifo "A". ¿Al cabo de cuánto tiempo se llenará el tanque?

a) 30 h b) 35 h c) 40 h
d) 45 h e) 50 h

08 Un tanque de 2 m3 de capacidad posee 3 tuberías de alimentación. Se sabe que dos de ellas poseen un caudal de 100 L/h y 200 L/h. Hallar el caudal que debe poseer la tercera tubería para que el tanque se llene exactamente en 8 horas y que simultáneamente la tubería de desfogue elimine agua razón de 60 L/h.

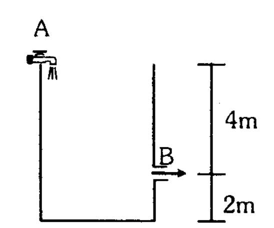
a) 50 L/h b) 100 L/h c) 10 L/h
d) 5 L/h e) 20 L/h

09 Se tiene una piscina de $72m^2$ capacidad que está llena. Si se desea sacar el agua abriendo simultáneamente dos llaves de desfogue, una de 120 L/h, ubicada a la mitad de su altura, y la otra de 240 L/h ubicada en el fondo de la piscina. ¿Cuánto tiempo demorará en secarse?

a) 180 h b) 200 h c) 250 h
d) 220 h e) 400 h

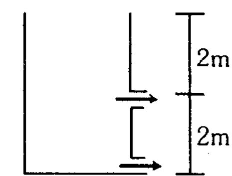
10 El caño "A" de la figura mostrada llena el tanque en 6 horas, estando cerrado el caño de desfogue "B". El caño "B" quita la parte que le corresponde en 6 horas, estando lleno el tanque y cerrado el caño "A". Estando vacío el tanque se abren los 2 caños a la vez. ¿En qué tiempo se llenará?

a) 12h
b) 14h
c) 13h
d) 10h
e) 11h



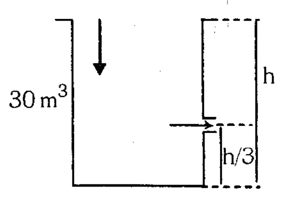
11 El caño "A" de la figura saca la parte que le corresponde en 12 horas y el caño "B" colocado en el fondo del recipiente, lo deja vacío en 12 horas, trabajando individualmente. Estando lleno el recipiente se abren los dos caños a la vez. ¿En qué tiempo quedará vacío dicho recipiente?

a) 8h
b) 10h
c) 12 1/2h
d) 8 2/3h
e) 10 2/5h



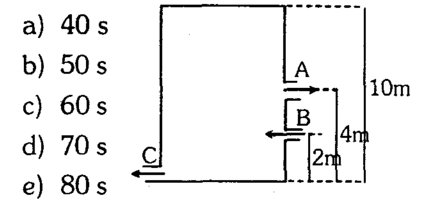
12 Se tiene un depósito de $30m^2$ de capacidad con dos grifos: uno de suministro y otro desfogue de 250 L/h y 125 L/h respectivamente, ubicados como muestra la figura ¿Cuánto tiempo demorará en llenarse el depósito?

a) 100 h
b) 200 h
c) 150 h
d) 130 h
e) 160 h



13 El tanque mostrado en la figura contiene 100 L de agua. Por las tuberías de desfogue A y C circula un caudal de 2 L/s, mientras que por la de suministro B ingresa 1 L/s. Si el nivel inicial de agua es 10 m. ¿En qué tiempo quedará vacío el tanque?

a) 40 s
b) 50 s
c) 60 s
d) 70 s
e) 80 s



14 Dos pelotas se dejan caer simultáneamente desde alturas diferentes. La primera en cada rebote se eleva 1/4 de la altura desde la cual cae y la segunda en cada rebote se eleva 1/6 de la altura desde la cual cae. Si luego del tercer rebote la primera se eleva una altura que es el triple de la altura que se eleva la segunda, halle en qué relación se encuentran las alturas desde las que cayeron inicialmente.

a) $\frac{9}{6}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{8}{9}$
d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{5}{6}$

15 Encuentre la fracción propia comprendida entre 2/13 y 41/52 y cuya distancia al primero sea igual al doble de la distancia al segundo.

a) $\frac{15}{26}$ b) $\frac{12}{19}$ c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{8}{27}$

16 La mitad de N mas 10 es igual al triple del exceso de $\frac{8}{1-\frac{1}{3}}$ sobre $5\frac{2}{3}$.

Halle N.

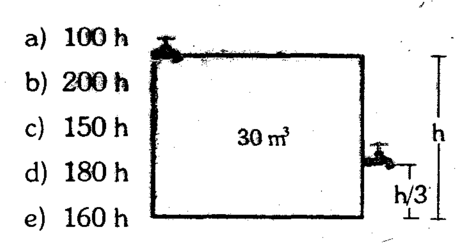
a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

17 Si te pago lo que te debo, me sobraría tanto como me faltaría si quisiera pagarle a él, lo que le debo. ¿Qué fracción del total de mi deuda es lo que tengo?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{5}$
d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

18 Se tiene un depósito de 30 de capacidad con dos grifos, uno de suministro y otro desfogue de 250L/h y 125L/h respectivamente, ubicados como muestra la figura. ¿Cuánto tiempo demorará en llenarse?

a) 100 h
b) 200 h
c) 150 h
d) 180 h
e) 160 h



19 Jesica gasta 2/3 del dinero que no gasta. Si luego gasta la mitad de lo que ya gastó. ¿Qué parte del dinero que tenía gastó en total?

a) 3/5 b) 3/4 c) 2/5
d) 3/6 e) 2/7

20 Un tonel contiene 100 litros de vino, se saca de él 20 litros y se reemplaza por agua; luego se sacan la cuarta parte de la mezcla y también son reemplazados por agua; y por último se extrae 20 litros que también son reemplazados por agua. ¿En qué relación están al final el vino y el agua?

a) 12/15 b) 12/13 c) 12/15
d) 13/15 e) 14/15

21 André y Benito pueden hacer una obra en tres días; Benito y Carlos en 4 días; André y Carlos en 5 días. ¿En cuántos días puede hacer la obra André trabajando sólo?

a) 7 1/17 días b) 7 1/15 días
c) 5 1/17 días d) 7 días
e) 7 1/13 días

22 De un tonel lleno de vino puro se utiliza la tercera parte, luego se le llena de agua: más tarde se vende la quinta parte y se le vuelve a llenar de agua. Finalmente se vende la mitad y se vuelve a llenar con agua. ¿Qué parte del tonel queda con vino?

a) 4/13 b) 3/13 c) 5/13
d) 6/13 e) 4/15

23 Se llena un recipiente de 3 litros con 2 litros de alcohol y el resto con agua. Se utiliza una tercera parte de la mezcla y se reemplaza con agua, luego se utiliza la cuarta parte y se reemplaza con agua. ¿Cuánto de alcohol queda en el recipiente?

a) 3 L b) 1 L c) 2 L
d) 6 L e) 8 L

24 Dos obreros "A" y "B" se comprometieron a entregar una obra al cabo de cierto tiempo; pero "A" decidió no intervenir en la obra, entonces "B" la entregó 36 días después. Si "B" no hubiera trabajado, "A" hubiera entregado la obra 25 días después. ¿A los cuántos días se comprometieron a entregar la obra?

a) 29 días b) 30 díasC) 31 días
d) 35 días e) 28 días

25 ¿Cuál de las siguientes fracciones está más cerca de 7/2?

29/60 ; 11/30 ; 3/20 ; 3/10 ; 7/15

a) 29/60 b) 11/30 c) 3/20
d) 3/10 e) 7/15

26 Yo poseo los 3/5 de una hacienda llamada "Manzano", si vendo los 5/8 de mi parte ¿Cuáles son correctas?

I. Me quedan 9/40 de la hacienda.
II. Me quedan 5/8 de mi parte.
III. Vendí menos de 1/4 del total de la hacienda.

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) I y II e) I y III

Cuarta Práctica

Fracciones

01 El grifo "*A*" llena un estanque en 12 horas y el grifo "*B*" llena el mismo estanque en 30 horas mientras que un desagüe desocupa todo el estanque en 15 horas. Estando el estanque lleno hasta la mitad de su volumen, se abren el grifo "*B*" y el desagüe, simultáneamente y después de 6 horas se abre el grifo "*A*" y los tres juntos terminan de llenar el estanque. ¿Qué tiempo total se ha empleado para llenar el estanque?

a) 18 h b) 15 h c) 19 h
d) 20 h e) 30 h

02 De las personas que se encontraban en una fiesta social, se sabe que 2/5 eran mujeres, $\frac{1}{4}$ de los hombres eran casados y $^{2}/_{3}$ de ellos tenían hijos. La mitad de las mujeres eran casadas se sabe que $^{3}/_{8}$ no usan lentes, si las mujeres que usan lentes son en total, 45 ¿cuántos hombres tienen hijos?

a) 30 b) 31 c) 33
d) 35 e) 36

03 De una mezcla alcohólica donde 20 litros es agua y 10 litros es alcohol. Se extrae 15 ℓ de la mezcla y se reemplaza por agua, luego del resto se extrae la quinta parte y se vuelve a reemplazar por agua. Finalmente del nuevo resto se extrae la cuarta parte y se reemplaza por agua ¿cuánto del agua queda al final?

a) 2 ℓ b) 3 ℓ c) 27 ℓ
d) 4 ℓ e) 6 ℓ

04 En un recipiente "*A*" se tiene 3 litros de leche mezclados con 5 litros de agua, mientras que en otro recipiente "*B*" se tiene 2 litros de leche con 3 litros de agua. Del recipiente "*A*" se extraen 2 litros para agregarse en "*B*" mezclándose también; luego de la mezcla, de "*B*" se extraen 2 litros para agregarse en "*A*", luego de ello, ¿qué cantidad de leche queda en "*A*"?

a) $\frac{85}{28}\ \ell$ b) $\frac{139}{28}\ \ell$ c) $\frac{97}{28}\ \ell$
d) $\frac{141}{28}\ \ell$ e) $\frac{83}{28}\ \ell$

05 A un tanque se conecta 2 caños, uno en el fondo y el otro a un tercio de altura. Si el primero puede vaciar el tanque en 9 hrs y el otro en ese mismo tiempo puede vaciar el contenido sobre el ¿En cuántas horas quedará vacío dicho tanque si se abre los 2 caños simultáneamente, estando el tanque lleno?

a) 6,75 b) 7,5 c) 6,6
d) 8.31 e) 6,45

06 ¿Cuál es la fracción irreductible, tal que al sumar 4 veces el denominador al numerador y 6 veces el numerador al denominador se obtiene $^{6}/_{4}$ como resultado?

a) $^{1}/_{7}$ b) $^{2}/_{5}$ c) $^{5}/_{16}$
d) $^{3}/_{8}$ e) $^{5}/_{17}$

07 Sea "a" y "b" números naturales, si $\frac{a}{15}+\frac{b}{11}=1{,}0\widehat{12}$, Calcule la suma de cifras del período de $\frac{\overline{ab}}{999}$.

a) 15 b) 13 c) 12
d) 10 e) 27

08 ¿Cuántas fracciones equivalentes a 10/22 existen, tales que su numerador es un número de tres cifras cuya última cifra es menor que 5, y que su denominador es un número cuya última cifra es mayor que 5?

a) 18 b) 17 c) 36
d) 39 e) 35

09 Si gasté $^2/_3$ de lo que no gaste, luego del resto, perdí $^4/_5$ de lo que no perdí, y del nuevo resto, regale $^1/_9$ de lo que no regalé y al final me quedé con S/.36. ¿Cuánto dinero tenía al inicio?

a) S/.100 b) S/.110 c) S/.120
d) S/.140 e) S/.150

10 Si el área de la región sombreada en la figura "A" es igual a la cuarta parte del área de la región no sombreada en "B". ¿Qué parte del área de la región sombreada en "B" representa el área de la región no sombreada en "A"?

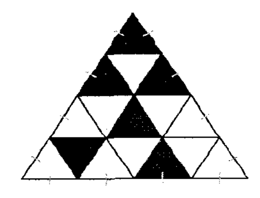


Fig. A

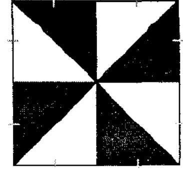


Fig. B

a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{7}$

11 Un recipiente contiene 32 litros de vino y 48 litros de agua. Se extrae 1/6 y se reemplaza por vino. Luego de la nueva mezcla se extrae 3/5 de su contenido y se vuelve a reemplazar con vino, finalmente se extrae 7/8 del nuevo contenido y se vuelve a reemplazar por vino. ¿Cuántos litros de agua pura se deben agregar a la mezcla final para obtener una mezcla resultante que contenga tantos litros de vino como litros de agua?

a) 80 b) 78 c) 76
d) 79 e) 72

12 Juan acordó reunirse para estudiar con Carlos, cuando éste preguntó la hora y el día, Juan contestó: "Nos reuniremos el jueves, justo cuando la fracción, transcurrida de la semana sea igual a la fracción transcurrida del día esto asumiendo que la semana comienza el domingo a las 00:00 am. y termina el sábado a las 12:0 pm" ¿A qué hora es la reunión?

a) 2 p.m. b) 4 p.m. c) 6 p.m.
d) 8 p.m. e) 10 p.m.

13 Alberto hace una obra en 10 días, Bernardo hace el mismo trabajo en 6 días y Ciro lo hace en la mitad del tiempo que demorarían Alberto y Bernardo en hacerlo juntos. ¿En cuántos días hacen el trabajo los tres juntos?

a) $1\frac{1}{4}$ días b) $3\frac{1}{4}$ días c) $3\frac{1}{2}$ días
d) $2\frac{1}{5}$ días e) $1\frac{1}{2}$ días

14 Un estanque puede ser llenado por las llaves *A* y *B* en 70 minutos por las llaves *A* y *C* en 84 minutos y por las llaves *B* y *C* en 140 minutos ¿cuál de las 3 llaves mencionadas llenaría más rápido el estanque?
(Indicar cuánto tiempo demoraría)

a) C, 105 min b) C, 420 min c) A, 105 min
d) B, 210 min e) A, 163 min

15 Una persona dispone de cierta cantidad de pollos vivos para venderlos. En cada venta vende la mitad de los que tiene más medio pollo. Si después de la décima venta le queda un pollo. ¿Cuánto tenía al principio? (no tuvo que matar ningún pollo).

a) 1023 b) 2047 c) 511
d) 1025 e) 2053

16 Un moribundo reparte su fortuna entre sus 4 hijos, al primero le da $^2/_5$ del total, al segundo ¼ del resto, al tercero $^3/_5$ del nuevo resto. Si el último recibió 1080. ¿Cuál era la fortuna del moribundo?

a) 8000 b) 1200 c) 2005
d) 6000 e) 3500

17 Si a los términos de la fracción 2/5 le aumentamos 2 números que suman 700 resulta una fracción equivalente a la original. ¿Cuáles son los números?

a) 396 y 304 b) 378 y 322
c) 532 y 168 d) 456 y 244
e) 200 y 500

18 Un mantel pierde al ser lavado $^1/_{20}$ de su longitud y $^1/_{16}$ de su ancho. Averiguar cuántos metros de esta tela deben comprarse para obtener después del lavado 136,8 m^2. El ancho primitivo del manto es 6/5 metros.

a) 100 m b) 150 m c) 170 m
d) 146 m e) 128 m

19 De una fiesta social se sabe que ¾ eran mujeres $^3/_7$ de los hombres eran casados y $^1/_3$ de ellos tenían hijos. La mitad de las mujeres eran solteras, de las casadas se saben que $^3/_5$ eran rubias y $^1/_5$ de éstas representan en cantidad 189. Calcular el doble del número de hombres con hijos.

a) 1200 b) 800 c) 1890
d) 2100 e) 500

20 Sumar a $\frac{1}{4}$ la tercera parte de $6\frac{3}{4}$; restar de esta suma la tercera parte de $\frac{5}{8}$; dividir esta diferencia por el resultado de sumar a $\frac{1}{5}$ los $\frac{7}{6}$ de $\frac{2}{3}$ y el cociente resultante multiplicarlo por el resultado de sumar a $\frac{2}{5}$ las dos novenas partes de $\frac{3}{5}$. El resultado final es:

a) 2 b) 1,5 c) 1,25
d) 0,75 e) 1,2

21 ¿Cuántas fracciones de la forma $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}$ son equivalentes a $\frac{4}{7}$?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

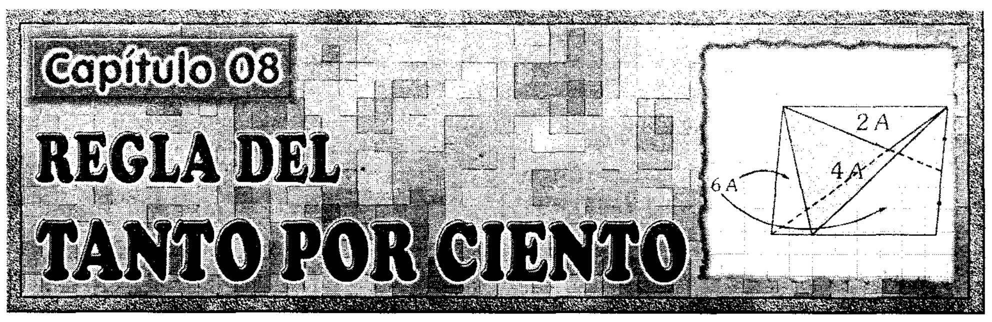
CLAVES FRACCIONES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. e	03. c	04. a	05. a
06. e	07. d	08. a	09. d	10. e
11. c	12. a	13. a	14. e	15. a
16. c	17. c	18. d	19. e	20. e
21. c	22. a	23. d	24. b	25. b
26. e	27. b	28. c	29. a	30. d
31. e	32. b	33. b	34. d	35. c

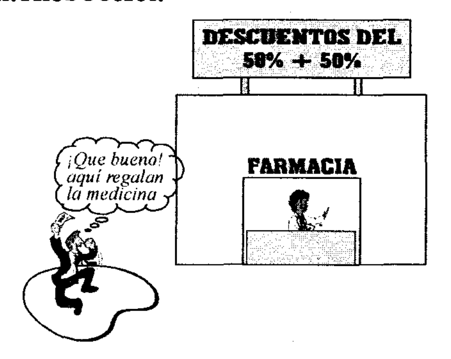
SEGUNDA PRÁCTICA				
01. d	02. b	03. a	04. d	05. b
06. d	07. b	08. d	09. c	10. a
11. c	12. e	13. b	14. c	15. e
16. d	17. c	18. b	19. a	20. d
21. c	22. a	23. a	24. c	25. c
26. c	27. c	28. d	29. b	30. d
31. b	32. b	33. a	34. d	35. b
36. c	37. c	38. d	39. d	

TERCERA PRÁCTICA				
01. e	02. c	03. b	04. c	05. c
06. b	07. c	08. c	09. c	10. b
11. b	12. b	13. c	14. c	15. a
16. d	17. a	18. b	19. a	20. b
21. a	22. e	23. b	24. b	25. a
26. a				

CUARTA PRÁCTICA				
01. d	02. e	03. c	04. a	05. c
06. c	07. b	08. c	09. c	10. a
11. c	12. b	13. a	14. c	15. b
16. d	17. e	18. e	19. e	20. c
21. c				



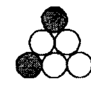
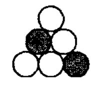
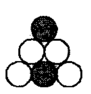
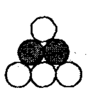
INTRODUCCIÓN



Aparentemente en esta farmacia regalan la medicina, pero eso no es así. En esta parte veremos conceptos relacionados al tanto por ciento que despejarán nuestra duda.

EL TANTO POR CUANTO

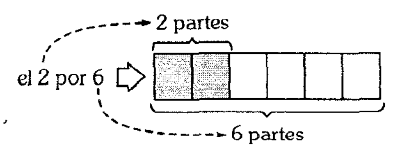
Observe lo siguiente:

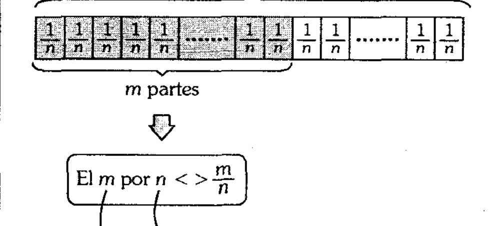
Cada grupo tiene 6 bolitas y en cada grupo hay 2 bolitas negras, es decir:

2 por cada 6 son negras $<>\frac{2}{6}$

$\Rightarrow$ el 2 por 6 $<>\frac{2}{6}$



En general:
Si tuviéramos una cantidad dividida en "n" partes iguales y tomáramos "m" de sus partes:



Entonces:

- El 40 por 50 $<>\frac{40}{50}$
- El 35 por 200 $<>\frac{35}{200}$
- El 300 por 1000 $<>\frac{300}{1000}$

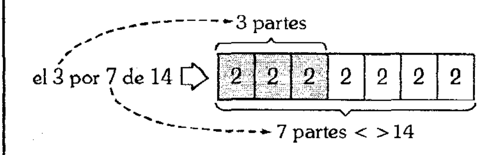
Ejemplo 01

Hallar el 3 por 7 de 14

a) 6 b) 3 c) 4
d) 5 e) 7

Resolución:

Gráficamente tenemos



$\therefore$ El 3 por 7 de $14 = 2 + 2 + 2 = 6$

Clave: a

OTRA FORMA:

El 3 por 7 de 14 $<>$ $\frac{3}{7}(14) = 6$

Ejemplo 02

Halle el 2 por 3 del 7 por 4 del triple de 28.

a) 98 b) 52 c) 92
d) 89 e) 108

Resolución:

Piden: $\frac{2}{3}\times\frac{7}{4}\times 3(28) = 98$

$\therefore$ **Clave: a**

Ejemplo 03

¿De qué número su 5 por 4 más es el 3 por 5 del 4 por 7 menos del 1 por 2 de 630?

a) 72 b) 18 c) 35
d) 180 e) 36

Resolución:

Sea el número: x

$\underbrace{\text{El 5 por 4 más}}_{9/4}$ de x = $\underbrace{\text{el 3 por 5}}_{3/5}$

del $\underbrace{\text{4 por 7 menos}}_{3/7}$ del $\underbrace{\text{1 por 2}}_{1/2}$

de 630

$\Rightarrow \frac{9}{4}(x) = \frac{3}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}(630)$

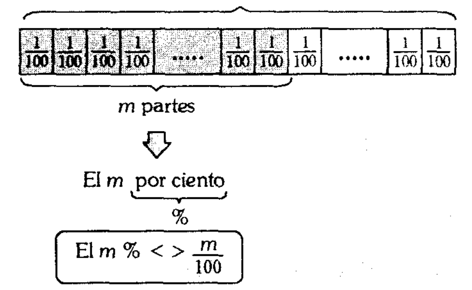
$x = 36$

$\therefore$ El número es 36

Clave: e

EL TANTO POR CIENTO

Es el número de partes iguales que se toman de una cantidad total (unidad) dividida en 100 partes iguales.



EJEMPLOS

- El 4 por ciento $<>$ 4% $<>$ $\frac{4}{100}$
- El 25 por ciento $<>$ 25% $<>$ $\frac{25}{100}$
- El 108 por ciento $<>$ 108% $<>$ $\frac{108}{100}$
- El 0,5 por ciento $<>$ 0,5% $<>$ $\frac{0,5}{100}$
- El x^2 por ciento $<>$ (x^2)% $<>$ $\frac{x^2}{100}$

EQUIVALENCIAS:

- $1\% <> \frac{1}{100}$
- $2\% <> \frac{1}{50}$
- $4\% <> \frac{1}{25}$
- $5\% <> \frac{1}{20}$
- $10\% <> \frac{1}{10}$
- $20\% <> \frac{1}{5}$
- $25\% <> \frac{1}{4}$
- $50\% <> \frac{1}{2}$
- $75\% <> \frac{3}{4}$
- $100\% <> 1$

El todo representa a la unidad y como tal equivale al 100%

APLICACIÓN DEL TANTO POR CIENTO

$$\text{El } a\% \text{ de } b = \frac{a}{100}\times b$$

de o del ⟶ multiplicación

Ejemplo 01

Halle el 20% de 80 mas el 25% de 40 menos el 10% de 70.

a) 17 b) 18 c) 19
d) 20 e) 21

Resolución:

Piden: $\frac{20}{100}(80)+\frac{25}{100}(40)-\frac{10}{100}(70)$

$= 16 + 10 - 7 = 19$

Clave: c

Ejemplo 02

Calcule el 20% del 30% del 40% de 9000.

a) 226 b) 216 c) 256
d) 240 e) 900

Resolución:

Piden: $\frac{20}{100}\times\frac{30}{100}\times\frac{40}{100}\times 9000 = 216$

Clave: b

Ejemplo 03

¿De qué número su 25% más es el 30% menos del 40% del 10% más de 1000?

a) 263,2 b) 272 c) 265
d) 264,4 e) 246,4

Resolución:

Sea "x" el número

25% más de x = 30% menos del 40% del 10% más de 1000

$$\frac{125}{100}x = \frac{70}{100}\times\frac{40}{100}\times\frac{110}{100}\times 1000$$

$$\frac{5}{4}x = 308$$

$$x = 246,4$$

∴ Del número 246,4

Clave: e

RELACIÓN PARTE - TODO

Para expresar en porcentaje una comparación parte-todo, basta con multiplicarle por 100%. Es decir:

$$\frac{\text{lo que hace de parte}}{\text{lo que hace de todo}}\times 100\%$$

EJEMPLOS

- ¿Qué tanto por ciento de 15 es 21?

$$\Rightarrow \frac{21}{15}\times 100\% = 140\%$$

$\therefore$ es el 140%

- ¿Qué tanto por ciento es 8 de 20?

$$\Rightarrow \frac{8}{20}\times 100\% = 40\%$$

$\therefore$ es el 40%

- Respecto de 14, ¿qué tanto por ciento es 21?

$$\Rightarrow \frac{21}{14}\times 100\% = 150\%$$

$\therefore$ es el 150%

- ¿Qué porcentaje más representa 60 de 40?

$$\Rightarrow \frac{60-40}{40}\times 100\% = 50\%$$

$\therefore$ es el 50% más

- ¿Qué porcentaje menos es 32 de 40?

$$\Rightarrow \frac{40-32}{40}\times 100\% = 20\%$$

$\therefore$ es el 20% menos

- ¿Qué tanto por 40 es 16 de 80?

$$\Rightarrow \frac{16}{80}\times 40 \text{ por cuarenta}$$

= 8 por cuarenta.

Observación

Respecto de una cantidad asumida como el 100%.

Saco o pierdo	Queda
10%	90%
20%	80%
0,5%	99,5%
13%	87%
m%	(100–m)%
50%	50%

Gano o agrego	Resulta
10%	110%
20%	120%
0,5%	100,5%
83%	183%
m%	(100 + m)%
50%	150%

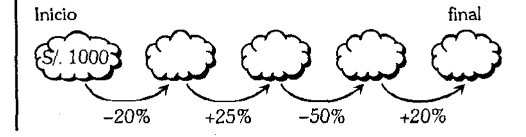
APLICACIÓN

Adolfo ingresa a un casino con S/. 2000 y apuesta en 4 juegos consecutivos perdiendo y ganando alternadamente el 20%, 25%, 50% y 20% siempre de lo que le iba quedando. ¿Con cuánto se quedó al final?

a) S/ 800 b) S/. 1500 c) S/. 1000
d) S/. 1200 e) S/. 1100

Resolución:

Haciendo un esquema:



Al final:

$$\frac{12\not{0}}{100}\left(\frac{5\not{0}}{1\not{0}\not{0}}\left(\frac{125}{1\not{0}\not{0}}\left(\frac{80}{1\not{0}\not{0}}(2\not{0}\not{0}\not{0})\right)\right)\right)=1200$$

$\therefore$ Se quedó con S/. 1200

Clave: d

AUMENTOS Y DESCUENTOS SUCESIVOS

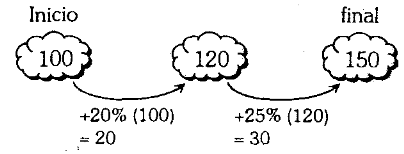
Ejemplo 01

¿A qué aumento único equivalen dos aumentos del 20% y 25%?

a) 45% b) 50% c) 48%
d) 42% e) 52%

Resolución:

Asumiendo la cantidad inicial: 100



$\therefore$ Aumento único: 150 – 100 = 50%

Clave: b

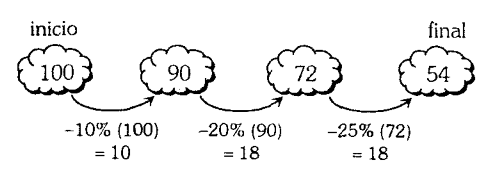
Ejemplo 02

Tres descuentos sucesivos del 10%, 20% y 25% equivalen a un descuento único del:

a) 55% b) 54% c) 53%
d) 46% e) 45%

Resolución:

Asumiendo nuevamente la cantidad inicial : 100



Descuento único: 100 – 54 = 46%

Clave: d

Ejemplo 03

¿A qué aumento o descuento único equivalen tres aumentos del 10%, 20% y 30% seguido de dos descuentos del 40% y 20%?

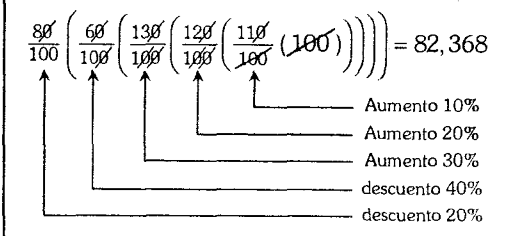
a) aumento del 82,368%
b) descuento del 82,368%
c) aumento del 17,632%
d) descuento del 17,632%
e) descuento del 17,732%

Resolución:

Considerando 100 la cantidad inicial

Al final

$$\frac{8\not{0}}{100}\left(\frac{6\not{0}}{10\not{0}}\left(\frac{13\not{0}}{1\not{0}\not{0}}\left(\frac{12\not{0}}{1\not{0}\not{0}}\left(\frac{11\not{0}}{\not{100}}(\not{100})\right)\right)\right)\right)=82,368$$



$\therefore$ Descuento único:

100 – 82,368 = 17,632%

Clave: d

VARIACIÓN PORCENTUAL

Se utiliza para calcular el aumento o disminución porcentual de una cantidad.

$$\text{Variación porcentual} = \frac{\text{Aumento o disminución}}{\text{Valor inicial}} \times 100\%$$

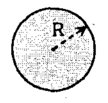
Ejemplo 01

Si el radio de un círculo disminuye en 25% ¿en qué tanto por ciento disminuye su área?

a) 25% b) 43,75% c) 43,7%
d) 40% e) 42,75%

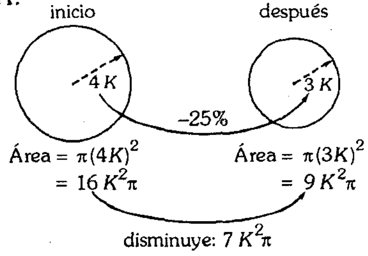
Resolución:

Sabemos que:



Área = πR^2

Como el radio disminuye en 25%, < > ¼, nos conviene asumir su valor inicial igual a 4 K.



$\therefore$ Variación porcentual $= \frac{7 K^2\pi}{16 K^2\pi} \times 100\% = 43,75\%$

$\therefore$ Disminuye en 43,75%

Clave: b

OBSERVACIÓN

Al calcular la variación porcentual la constante π de la fórmula $A = \pi R^2$ y la constante K del radio se cancelaron. Entonces se pueden dejar de colocar en el cálculo y el resultado es el mismo.

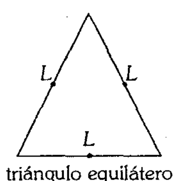
Ejemplo 02

Si el perímetro de un triángulo equilátero aumenta en 10% ¿en qué tanto por ciento aumenta su área?

a) 10% b) 20% c) 19%
d) 24% e) 21%

Resolución:

Sabemos que:

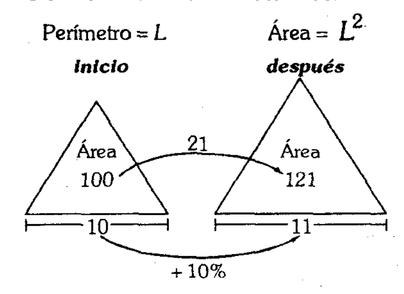


Área = $\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$

Perímetro: 3 L

Como las constantes se cancelan:

Perímetro = L Área = L^2



Variación porcentual $= \frac{21}{100} \times 100\ \% = 21\ \%$

$\therefore$ aumenta en 21%

Clave: e

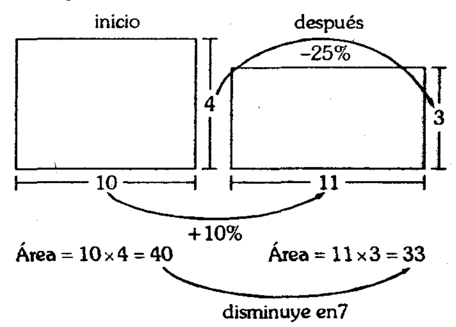
Ejemplo 03

Si el ancho de un rectángulo disminuye en 25% y el largo aumenta en 10%, ¿en qué tanto por ciento varía su área?

a) aumenta en 17,5% b) disminuye en 15%
c) disminuye en 17,5% d) disminuye en 18,5%
e) disminuye en 15,5%

Resolución:

Como el ancho disminuye en 25% < > ¼ y el largo aumenta en 10% < > 1/10 asumimos sus dimensiones iniciales 4 y 10 respectivamente.



Variación porcentual $= \frac{7}{40} \times 100\ \% = 17,5\ \%$

$\therefore$ disminuye en 17,5%

Clave: c

Ejemplo 04

Si "a" se incrementa 10%, "b" disminuye 10% , "c" aumenta 20% y "d" disminuye 20%, ¿cuál es la variación porcentual de "K"?

$$K = \frac{2\pi abR^3}{(M+N)^2(cd)^{-1}}$$

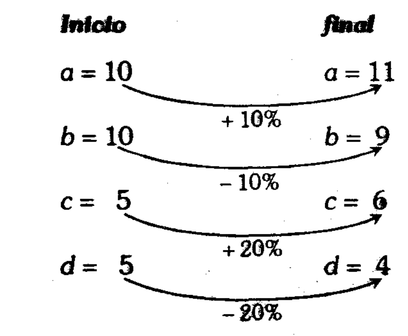
a) 4,69% b) 4,96% c) 6,49%
d) 4,59% e) 5,49%

Resolución:

Como sólo a, b, c y d varían, todo lo demás se puede omitir.

$$K = \frac{2\pi ab R^3}{(M+N)^2 (cd)^{-1}} = \frac{ab}{(cd)^{-1}} = abcd$$

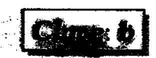
Asumiendo valores convenientes:



K = 10 × 10 × 5 × 5 = 2500 K = 11 × 9 × 6 × 4 = 2376

124

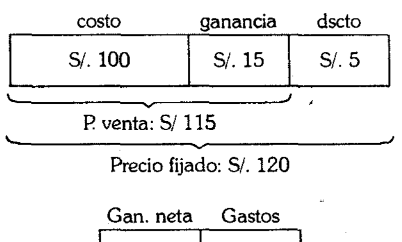
Variación porcentual $= \frac{124}{2500} \times 100\ \% = 4,96\ \%$

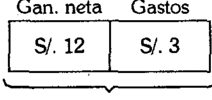


APLICACIONES COMERCIALES

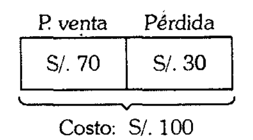
EJEMPLO EXPLICATIVO

El profesor compró una regla por el valor de S/.100 y fija para su venta al público un precio de S/.120. Sin embargo lo vende en S/. 115 debido a una rebaja de S/.5. aparentemente ganó S/.15, pero no es así porque la venta le generó gastos de S/. 3 por lo cual ganó S/.12.



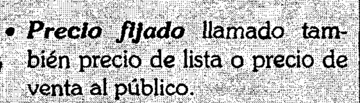


Pero no siempre se va a ganar en la venta, también puede haber pérdida. Supongamos que la regla que costo S/.100, sólo se puede vender en S/.70, entonces se pierde S/. 30.



NOTA

- ***Precio fijado*** llamado también precio de lista o precio de venta al público.
- ***Incremento:*** representa la ganancia que inicialmente se pensaba obtener sin considerar el descuento.
- A no ser que se diga otra cosa, el tanto por ciento de ganancia se toma con respecto del precio de costo, así también el tanto por ciento de descuento se toma con respecto al precio fijado.



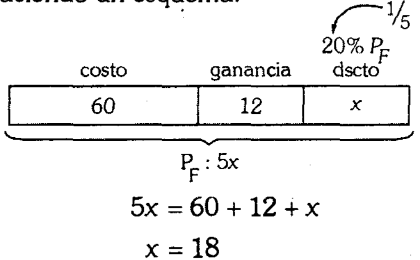
Ejemplo 01

Se compró un DVD en 60 dólares y se vendió haciendo un descuento del 20% y aún así se ganó 12 dólares. Halle el precio fijado.

a) \$ 70 b) \$ 80 c) \$ 90
d) \$ 65 e) \$ 75

Resolución:

Haciendo un esquema:



$$5x = 60 + 12 + x$$
$$x = 18$$

$\therefore$ precio fijado: $5(18) = 90$ dólares

Clave: c

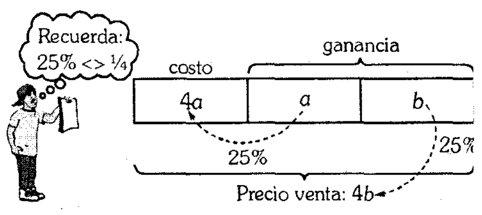
Ejemplo 02

Un artículo se vende con una ganancia del 25% del precio de costo más el 25% del precio de venta. Si al final se gana S/. 200. ¿Cuánto es el precio de venta?

a) S/. 200 b) S/. 300 c) S/. 500
d) S/. 450 e) S/. 400

Resolución:

Sea $4a$ el precio de costo.



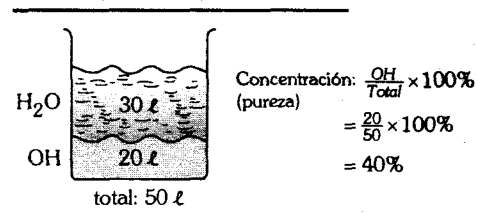
Del gráfico: $4a + a + b = 4b$
$$a = \frac{3b}{5}$$

Como se ganó S/. 200: $a + b = 200$
$$\frac{3}{5}b + b = 200$$
$$3b + 5b = 1000$$
$$b = 125$$

$\therefore$ Precio de venta: $4(125) = S/.\ 500$

Clave: c

MEZCLAS PORCENTUAL

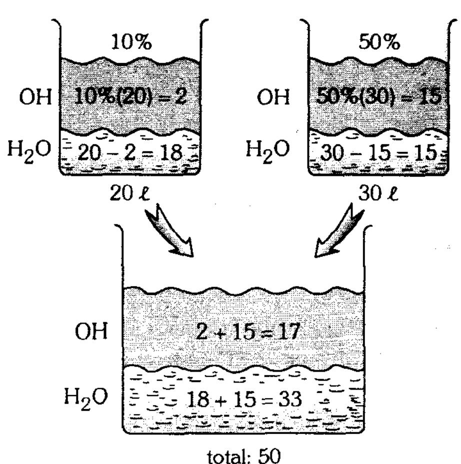


Ejemplo 01

Se tiene una mezcla alcohólica de 20 ℓ al 10% y otra mezcla alcohólica de 30 ℓ al 50%. Si ambos se vierten en un recipiente más grande, ¿cuál será la pureza de la mezcla resultante?

a) 25% b) 30% c) 35%
d) 60% e) 34%

Resolución:



Concentración: $\left(\frac{17}{50} \times 100\%\right) = 34\%$

$\therefore$ la pureza es 34%

Clave: e

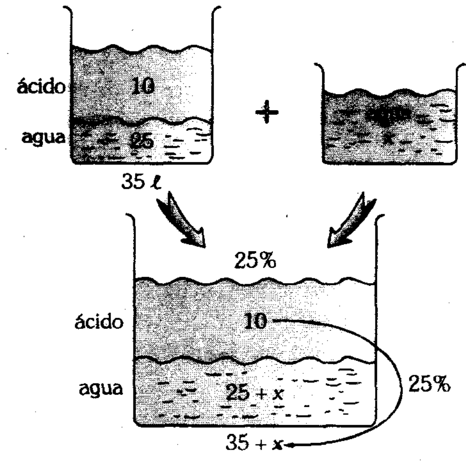
Ejemplo 02

Una solución de 35 litros contiene 10 ℓ de ácido puro. ¿Cuántos litros de agua deberá agregarse a fin de obtener una solución al 25% de pureza?

a) 2 b) 4 c) 5
d) 7 e) 8

Resolución:

Haciendo un esquema:



Luego: $10 = \frac{25}{100}(35 + x)$

$40 = 35 + x$

$x = 5$

$\therefore$ Deberá agregarse 5 litros de agua.

Clave: c

Problemas Resueltos
REGLA DEL TANTO POR CIENTO

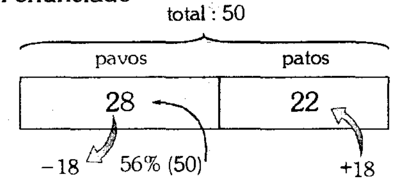
PROBLEMA 01

En un corral hay 50 aves, el 56% son pavos y el resto patos. Si se aumenta 18 patos y se retira 18 pavos. ¿Qué porcentaje representan los patos?

a) 20% b) 40% c) 56%
d) 60% e) 80%

Resolución:

Del enunciado



$$\text{Piden}: \frac{\text{Patos}}{\text{total}} \times 100\% = \left(\frac{22+18}{50}\right) \times 100\%$$
$$= 80\%$$

$\therefore$ Representan el 80%

Clave: b

PROBLEMA 02

En una fiesta el 30% del número de hombres es mayor que el 20% del número de mujeres en 120, siendo el número de mujeres el 30% del número de hombres. ¿Qué cantidad de hombres no bailan?, si se sabe que el 50% de las mujeres que no bailan son tantas como las mujeres que están bailando.

a) 400 b) 450 c) 425
d) 470 e) 340

Resolución:

Sea el # de hombres= 100 x

$\rightarrow$ # de mujeres $= 30\% \, (100x) = 30\,x$

Del enunciado:

$$30\%(100x) - 20\%(30x) = 120$$
$$30x - 6x = 120$$
$$x = 5$$

$\rightarrow$ # hombres = 500 # mujeres = 150

Luego:

	Bailan	No bailan
# hombres: 500	x	$500 - x$
# mujeres : 150	x	$2x$

50% (2x)

$$x + 2x = 150 \Rightarrow x = 50$$

hombres que no bailan = 500 − 50 = 450

Clave: b

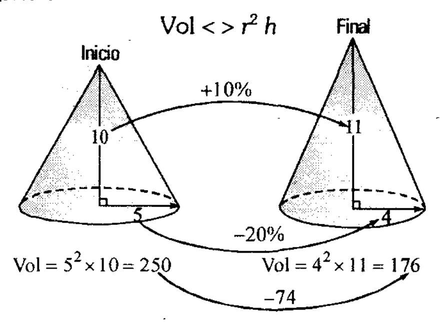
PROBLEMA 03

Si el radio de un cono disminuye en 20% y su altura aumenta en 10% ¿En qué tanto por ciento varía su volumen?

a) Disminuye en 10%
b) Aumenta en 10%

c) Aumenta en 29,6%
d) Disminuye en 29,6%
d) Disminuye en 26,9%

Resolución:



$$\text{Variación porcentual} = \frac{74}{250} \times 100\% = 29{,}6\%$$

$\therefore$ Disminuye en 29,6%

Clave: d

PROBLEMA 04

Al precio fijado de un artículo se le hace un descuento del 10% y al momento de venderlo se gana el 30% del costo, el cual fue S/. 180. Halle el valor del precio fijado.

a) S/.266 b) S/.280 c) S/.286
d) S/.290 e) S/.260

Resolución:

Haciendo un esquema:

Costo	Gananc	Dscto
S./ 180	S./ 54	x
	30% (180)	10% (10x)

P. fijado: $10x$

$$180 + 54 + x = 10x$$
$$x = 26$$

$\therefore$ Precio fijado: 10(26) = S/.260

Clave: e

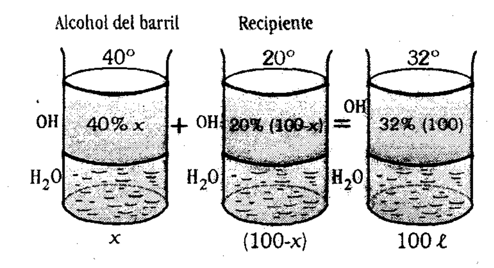
PROBLEMA 05

Se tiene en un barril alcohol de 40°, el cual posee un grifo de donde vierte alcohol a razón de 3 ℓ/min ¿cuánto tiempo tiene que estar abierto el grifo para obtener 100 ℓ de alcohol de 32°, si en el recipiente en el cual se esta vertiendo se tiene alcohol de 20°?

a) 10 min b) 20 min c) 25 min
d) 30 min e) 40 min

Resolución:

Del enunciado:



$$40\%(x) + 20\%(100 - x) = 32\%(100)$$
$$10x + 5(100 - x) = 800$$
$$x = 60$$

$\therefore$ Del barril debe tomarse 60 ℓ

$$\Rightarrow \text{tiempo} = \frac{60\ell}{3\ \ell/\text{min}} = 20 \text{ min}$$

Clave: b

PROBLEMA 06

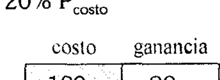
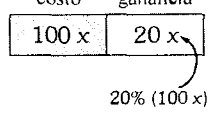
Se vende cierta mercadería ganando el 20% sobre el precio de compra. Se sabe que si se vendiera ganando el 20% sobre el precio de venta, se ganaría S/.400 más. Halle el precio de compra.

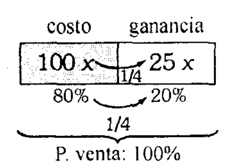
a) S/.6000 b) S/.8000 c) S/.9000
d) S/.1000 e) S/.18000

Resolución:

Caso I :
Cuando se gana
20% P_{costo}

Caso II:
Cuando se gana
20% P_{venta}



Del enunciado:

$$25x - 20x = 400$$
$$5x = 400$$
$$x = 80$$

$\therefore\ P_{compra} = 100\ (80) = S/.\ 8000$

Clave: b

PROBLEMA 07

A una reunión asistieron 360 personas entre varones y mujeres, de las cuales el 70% de las mujeres y el 30% de los varones están sentados. Si 196 personas están de pie, ¿cuántos varones asistieron a dicha reunión?

a) 170 b) 160 c) 220
d) 140 e) 210

Resolución:

Sea x el # de varones:

total: 360

Varones	Mujeres
x	$360 - x$

Como están sentadas 70% de las mujeres y 30% de los varones, entonces están de pie 30% de las mujeres y 70% de los varones.

$$\Rightarrow \frac{30}{100}(360 - x) + \frac{70}{100}x = 196$$
$$1080 - 3x + 7x = 1960$$
$$x = 220$$

$\therefore$ Asistieron 220 varones

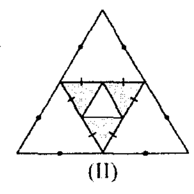
Clave: c

PROBLEMA 08

¿Qué tanto por ciento de la región no sombreada de (I) es la región sombreada de (II), si el área del cuadrado es el doble del área del triángulo?

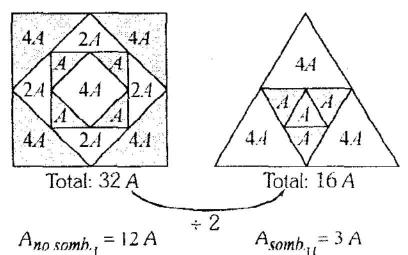
a) 25%
b) 20%
c) 40%
d) 50%
e) 75%

(I)



(II)

Resolución:

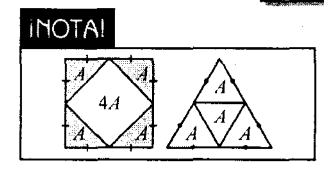


Piden:

$$\frac{A_{\text{somb II}}}{A_{\text{no somb I}}}\times 100\% = \frac{3\not{A}}{12\not{A}}\times 100\% = 25\%$$

Clave: a

¡NOTA!



PROBLEMA 09

Adolfo compra cuadernos cuyos precios de lista son S/.8 y S/.4; pero al momento de cancelar le informan que por aniversario le otorgan un descuento del 20%; además le regalan un cuaderno por cada docena que ha comprado. Por lo tanto sólo pagó S/.2368 y recibió 611 cuadernos ¿cuántos cuadernos de S/. 4 compró Adolfo?

a) 129 b) 482 c) 258
d) 241 e) 388

Resolución:

- Hallemos por cuántos cuadernos pagó

pagó	recibió
12	13
x	611

$$\Rightarrow \quad x = \frac{12\times 611}{13} = 564$$

- Ahora hallemos cuántos cuadernos de S/.4 compró.

564 cuadernos

c/u : S/. 4	c/u : S/. 8
x	$564 - x$

como le descontaron el 20% tenemos:

$$\frac{80}{100}[4x + 8(564 - x)] = 2368$$

$$4x + 4512 - 8x = 2960$$

$$x = 388$$

$\therefore$ Compró 388 cuadernos de S/.4

Clave: e

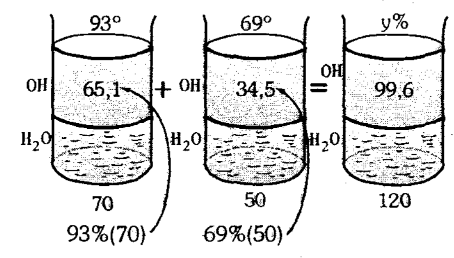
PROBLEMA 10

Se mezcla 70 ℓ de alcohol de 93° con 50 ℓ de 69° a la mezcla se le extrae 42 ℓ y se le reemplaza por alcohol de grado x, resultando una mezcla con 28,8 ℓ de agua. Calcule x.

a) 60 b) 63 c) 70
d) 80 e) 81

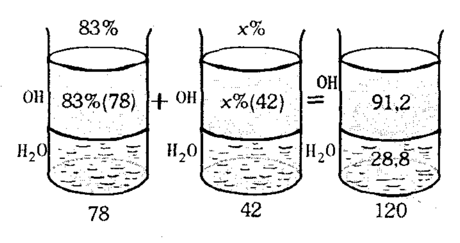
Resolución:

Del enunciado:



donde: $y = \frac{99,6}{120}\times 100\% = 83\%$

- Cuando se extrae 42 ℓ y se reemplaza por alcohol de grado x.



$$83\%(78) + x\%(42) = 91{,}2$$
$$x = 63$$

Clave: b

PROBLEMA 11

¿Qué tanto por 10 menos de un número, que tiene por 18% al 3 por 5 de 30 es el 50% de otro número, que tiene por $66,\widehat{6}\%$ al 5 por 6 del 4 por 7 de 56?

a) 6 b) 8 c) 2
d) 20 e) 16

Resolución:

- Hallemos el número:

$$\frac{18}{100}(x) = \frac{3}{5}(30)$$
$$x = 100$$

- Ahora hallemos el otro número:

$$66,\widehat{6}\%(y) = \frac{5}{6}\times\frac{4}{7}(56)$$
$$y = 40$$

Piden:

$$\frac{(x - 50\%(y))}{x}\times 10 = \frac{(100-20)}{100}\times 10 = 8$$

$\therefore$ Es el 8 por 10 menos

Clave: b

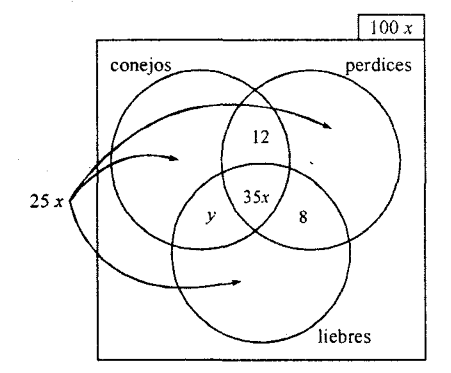
PROBLEMA 12

En una jornada de casa, se consigue animales de 3 especies distintas: conejos, perdices y liebres. Al término de las mismas sabemos que una cuarta parte de los cazadores consiguió animales de una sola especie; 35% de los cazadores obtuvo animales de las tres especies, los que abatieron liebres y conejos fueron el doble de las que abatieron perdices y liebres; doce participantes sólo cazaron perdices y conejos; mientras que 8 consiguieron sólo perdices y liebres. ¿Cuántos cazadores participaron?

a) 360 b) 550 c) 720
d) 110 e) 750

Resolución:

Sea $100x$ el número de cazadores.



Del enunciado:

$$\Rightarrow \quad y + 35x = 2\,(35x + 8)$$
$$y = 35x + 16 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Del gráfico:

$$\Rightarrow \quad 25x + y + 35x + 12 + 8 = 100x$$
$$y + 20 = 40x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$(35x + 16) + 20 = 40x$$
$$x = 7{,}2$$

$$\#\ \text{cazadores} = 100\,(7{,}2) = 720$$

Clave: c

PROBLEMA 13

Una tienda redujo en un 20% el precio de venta a sus artículos. ¿En qué tanto por ciento aumentaron sus ventas, si se sabe que sus ingresos aumentaron en 20%?

a) 20% b) 25% c) $33,\hat{3}\%$
d) 40% e) 50%

Resolución:

Asumiendo el precio de venta inicial = S/.5 y el ingreso inicial = S/. 100 tenemos:

	Inicio	Después
P. venta	S/. 5 —(−20 %)→	S/. 4
Ingresos	S/. 100 —(+20 %)→	S/. 120
# Artículos	$100/5 = 20$	$120/4 = 30$

+10

Piden: $\frac{10}{20} \times 100\% = 50\%$

∴ Sus ventas aumentaron en 50%

Clave: e

PROBLEMA 14

Al regresar del mercado una señora razonaba: "Si gastara el 50% de lo que no gasté gastaría en total 300% de lo que gasté y de esta manera no habría gastado S/.800 menos de lo que no gasté". ¿Cuánto tenía antes de ir de compras?

a) S/.2000 b) S/.1000 c) S/.1800
d) S/.2200 e) S/.2500

Resolución:

CASO REAL		CASO HIPOTÉTICO	
Gasté	No gasté	Gastaría	No gastaría
x	y	$x + 50\% y$	$y - 50\% y$

Del enunciado:

$$\Rightarrow \quad x + 50\%\, y = 300\%\,(x)$$
$$y = 4x$$

$$\Rightarrow \quad y - (y - 50\%\, y) = 800$$
$$y = 1600$$
$$\Rightarrow \quad x = 400$$

∴ Tenía: $400 + 1600 =$ S/.2000

Clave: a

PROBLEMA 15

Emiliano trabaja en TAMBORAQUE donde el impuesto sobre su sueldo se calcula a una tasa del P% sobre los primeros S/. 2800 de ingresos semanales más el (P+2)% de cualquier cantidad por encima de S/. 2800. Emiliano observó que la cantidad del impuesto que pagó fue del (P+0,25)% de su ingresos semanales. ¿cuánto gana semanalmente Emiliano?

a) S/.2800 b) S/.3200 c) S/.3500
d) S/.4200 e) S/.5600

Resolución:

Sea S/. x el ingreso semanal.

Del enunciado:

$$P\%(2800) + (P+2)\,\%(x-2800) = (P+0,25)\,\%(x)$$

$$\cancel{2800p} + \cancel{px} - \cancel{2800p} + 2x - 5600 = \cancel{px} + 0,25x$$
$$1,75x = 5600$$
$$x = 3200$$

∴ Gana S/. 3200 semanales.

Clave: b

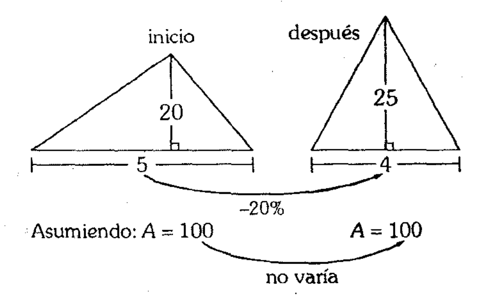
PROBLEMA 16

Si la base de un triángulo disminuye en un 20% y el área no varía, ¿la altura en qué tanto por ciento varía?

a) Aumenta en 25%
b) Disminuye en 25%
c) Aumenta en 20%
d) Disminuye en 20%
e) No varía.

Resolución:

Sabemos: $A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2} <> bh$



∴ La altura aumenta en:

$$\frac{(25-20)}{20} \times 100\% = 25\%$$

Clave: a

PROBLEMA 17

Si el 10% de una cantidad "W" es el 15% de otra cantidad "y", y el 15% de esta cantidad es el 30% de otra cantidad "z", ¿qué tanto por ciento de "z" es el 100% de W?

a) 375% b) 250% c) 400%
d) 200% e) 300%

Resolución:

Del enunciado:

$$10\%\,w = 15\%\,y = 30\%\,z$$

$$\rightarrow w = 3z$$

Piden:

$$\frac{100\%\,w}{z} \times 100\% = \frac{3z}{z} \times 100\% = 300\%$$

∴ Es el 300%

Clave: e

PROBLEMA 18

Se aplica una evaluación a 70 alumnos, entre hombres y mujeres; de las mujeres aprobaron el 80% y únicamente el 10% de los hombres. Si el número de aprobados es el 70% del total, ¿cuántas mujeres rindieron la evaluación?

a) 10 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

Resolución:

Sea x el # de mujeres

↦ # varones = $(70 - x)$

Del enunciado:

$$80\%\,(x) + 10\%\,(70 - x) = 70\%\,(70)$$
$$8x + 70 - x = 490$$
$$7x = 420$$
$$x = 60$$

∴ Rindieron 60 mujeres

Clave: e

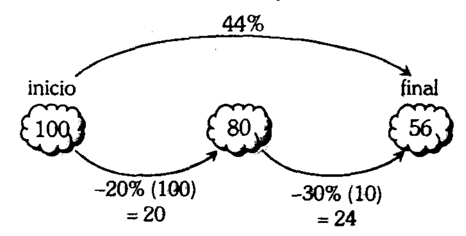
PROBLEMA 19

Un artículo que costó S/. 1400 lo venden ganando el 20% de su costo. ¿Cuál fue su precio de lista, si se hicieron dos descuentos sucesivos del 20% y 30%?

a) S/.3000 b) S/.3500 c) S/.3200
d) S/.3800 e) S/.4000

Resolución:

Hallemos a qué descuento único equivale dos descuentos del 20% y 30%



⇒ Descuento único del 44%

Además:

costo	ganancia 20%(1400)	Dscto 44% P_F
S/. 1400	S/. 280	44x

P.F. : 100x

$$1400 + 280 + 44x = 100\,x$$
$$x = 30$$
$$\therefore\ P_{\text{fijado}} = 100\,(30) = \text{S/. }3000$$

Clave: a

PROBLEMA 20

El x % del y % de una cantidad es su décima parte, además el y % de 1000 excede al x % de 1000 en 300. Hallar el x% de (y + 450).

a) 150 b) 100 c) 120
d) 200 e) 190

Resolución:

Del enunciado:

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{100}\cdot\frac{y}{100} = \frac{1}{10}$$
$$xy = 1000$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y}{100}(1000) - \frac{x}{100}(1000) = 300$$

$y - x = 30$
↓ ↓
50 20

(Dos números que restados den 30 y multiplicados den 1000.)

Piden: $\frac{20}{100}(50+450) = 100$

Clave: b

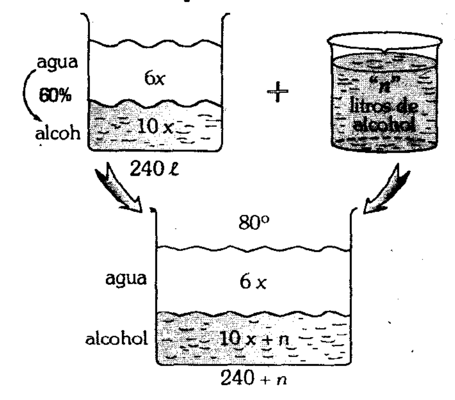
PROBLEMA 21

Se tiene una mezcla alcohólica de 240 ℓ, donde el volumen de agua representa el 60% del volumen del alcohol puro. ¿Cuántos litros de alcohol puro se debe agregar a la mezcla para obtener una mezcla alcohólica de 80°?

a) 200 ℓ b) 250 ℓ c) 210 ℓ
d) 240 ℓ e) 230 ℓ

Resolución:

Haciendo un esquema:



Como: $6x + 10x = 240$

$$x = 15$$

Además:

$$10x + n = 80\%(240 + n)$$

$$150 + n = \frac{8\not{0}}{10\not{0}}(240 + n)$$

$$1500 + 10n = 1920 + 8n$$

$$2n = 420$$

$$n = 210$$

$\therefore$ Se deben agregar 210 litros

Clave: c

PROBLEMA 22

Un comerciante compra mercadería a una fábrica donde le hacen el 20% de descuento sobre el precio de lista. Quiere ponerles luego un precio de tal manera que, haciendo dos descuentos sucesivos del 20% y del 10% sobre el precio fijado, gane el 80% de su inversión. ¿Qué porcentaje del precio de lista debe fijar para su mercadería?

a) 50% b) 120% c) 150%
d) 175% e) 200%

Resolución:

Sea el precio de lista: S/. 100

$\Rightarrow$ P. costo : $\frac{80}{100}(100) = S/.\ 80$

$\Rightarrow$ Desc Único: $100 - \frac{8\not{0}}{10\not{0}} \times \frac{9\not{0}}{10\not{0}} \times 1\not{0}\not{0} = 28\%$

Luego:

costo	80%(80) ganancia	28% P_F Dscto
S/. 80	64	28x

$P_F : 100x$

$\Rightarrow$

$$100x = 80 + 64 + 28x$$

$$72x = 144$$

$$x = 2$$

$$P_F = 100(2) = 200$$

Piden:

$$\frac{P_F}{P_{lista}} \times 100\% = \frac{200}{100} \times 100\% = 200\%$$

Clave: e

PROBLEMA 23

Si el área de la superficie de una masa esférica disminuye en un 19% ¿en qué tanto por ciento disminuirá su volumen?

a) 40% b) 60% c) 78,9%
d) 27,1% e) 22,8%

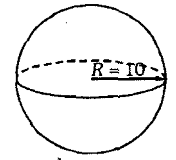
Resolución:

Para una esfera:

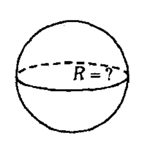
Área < > R^2

volumen < > R^3

inicio



después



Área < > $10^2 = 100$ Área < > $81 \Rightarrow R = 9$

-19%

Volumen < > $10^3 = 1000$ Volumen < > $9^3 = 729$

271

$$\text{Variación porcentual} = \frac{271}{1000} \times 100\% = 27,1\%$$

Clave: d

PROBLEMA 24

Si tú tienes 20% más de lo que yo tengo y él tiene $33,\widehat{3}$ % menos de lo que tú tienes, ¿qué tanto por ciento de lo que yo tengo es lo que él tiene?

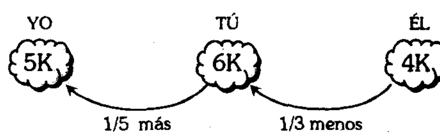
a) 40% b) 50% c) 60%
d) 75% e) 80%

Resolución:

Sabemos que:

20% <> 1/5 $\quad\quad$ $33,\widehat{3}$ % <> 1/3

Luego:



Piden: $\frac{él}{yo} \times 100\% = \frac{4K}{5K} \times 100\%$

$= 80\%$

$\therefore$ Es el 80%

Clave: e

PROBLEMA 25

¿En qué tanto por ciento aumenta el volumen de un cilindro cuando la altura se reduce en 25% y la longitud de circunferencia de la base aumenta en 20%?

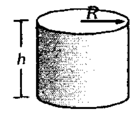
a) 5% b) 10% c) 8%
d) 12% e) 6%

Resolución:

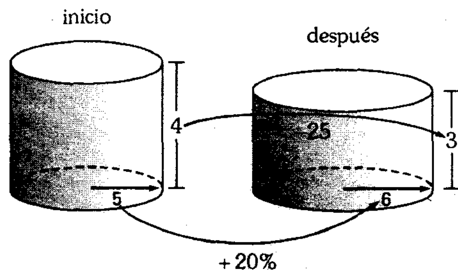
Para un cilindro

Volumen <> R^2h

$\ell_{circunf}$ <> R



En el problema:



Vol = $5^2 \times 4 = 100$ $\quad\quad$ Vol = $6^2 \times 3 = 108$

aumento: 8

Variación porcentual $= \frac{8}{100} \times 100\ \% = 8\ \%$

$\therefore$ Aumenta en 8%

Clave: c

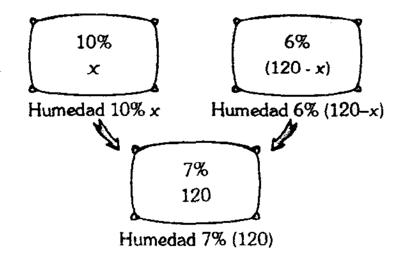
PROBLEMA 26

Se desea obtener 120 toneladas métricas de carbón con el 7% de humedad, mezclando dos clases distintas de carbón que tienen respectivamente el 10% y el 6% de humedad. ¿Qué cantidad de carbón habrá que tener de cada clase?. Dé como respuesta la diferencia.

a) 90 Tn b) 45 Tn c) 30 Tn
d) 40 Tn e) 60 Tn

Resolución:

Del enunciado



Planteando

$$10\%\,(x) + 6\%\,(120 - x) = 7\%\,(120)$$
$$10x + 720 - 6x = 840$$
$$4x = 120$$
$$x = 30$$

$\therefore$ Se debe usar 30 y 90 Tn de c/u

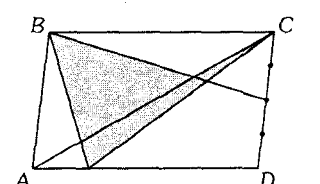
Piden: $90 - 30 = 60$ Tn

Clave: e

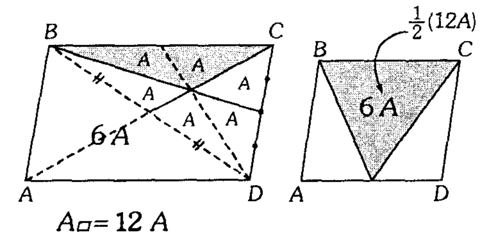
PROBLEMA 27

¿Qué tanto por ciento representa el área de la región sombreada respecto de la región no sombreada? (*ABCD*: paralelogramo)

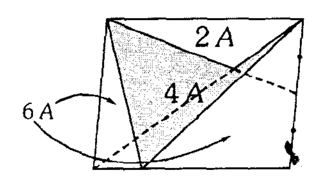
a) 50%
b) $33,\widehat{3}$ %
c) 40 %
d) 60 %
e) 80 %



Resolución:



Luego:



$$A_{somb} = 4A$$
$$A_{no\ somb} = 8A$$

$\therefore$ Piden: $\frac{4A}{8A} \times 100\,\% = 50\,\%$

Clave: a

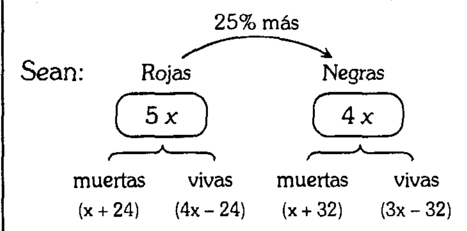
PROBLEMA 28

Dos grupos de hormigas (rojas y negras), donde las rojas son un 25% más que las negras, están listas a enfrentarse por la disputa de un escarabajo muerto. Después de la batalla, del grupo de las rojas han muerto el 20% más 24 hormigas y de las negras han muerto el 25% más 32 hormigas. Si el total de sobrevivientes resulta ser un cuadrado perfecto, ¿cuántas hormigas como máximo participaron de la batalla, si son menos de 1000?

a) 639 b) 324 c) 369
d) 636 e) 659

Resolución:

Sean:



Del enunciado:

$$(4x - 24) + (3x - 32) = \text{cuadrado perf}$$
$$7x - 56 = \text{cuadrado perf}$$
$$7(x - 8) = \text{cuadrado perf}$$

Como participaron menos de 1000

$$5x + 4x < 1000$$
$$x < 111{,}1$$

Luego:

$$\underbrace{7(x-8)}_{} = \text{cuadr. Perf.}$$

$7\times1^2 \longrightarrow x = 15$ ✓

$7\times2^2 \longrightarrow x = 36$ ✓

$7\times3^2 \longrightarrow x = 71$ ✓

$7\times4^2 \longrightarrow x = 120$ ×

$\therefore$ Max # de hormigas $= 9(71) = 639$

Clave: a

PROBLEMA 29

En una fiesta se observa que si todos los hombres salen a bailar, 10 mujeres se quedan sin hacerlo; pero si el 60% de las mujeres salen a bailar, la cuarta de los hombres no podrían hacerlo. ¿Cuántas personas hay en la fiesta?

a) 90 b) 91 c) 92
d) 93 e) 94

Resolución:

Como al bailar todos los hombres 10 mujeres no pueden hacerlo:

$$\# \text{ varones} = x$$
$$\# \text{ mujeres} = x + 10$$

Como al bailar el 60% de las mujeres, la cuarta parte de los hombres no puede hacerlo:

$$60\%\,(x+10) = \tfrac{3}{4}(x)$$
$$\frac{6\not{0}}{10\not{0}}(x+10) = \frac{3}{4}x$$
$$8x + 80 = 10x$$
$$x = 40$$

$\therefore$ # personas = 40 + 50 = 90

Clave: a

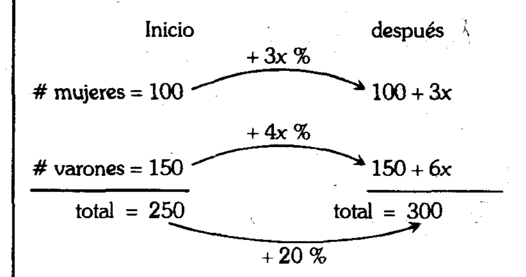
PROBLEMA 30

Actualmente el número de hombres en una academia es un 50% más que el número de mujeres. Si el próximo año el total de alumnos debe aumentar en 20%, ¿Cuál debe ser el porcentaje de variación del número de mujeres para que sea un 25% menor que el porcentaje de variación del número de hombres?

a) 3% b) 5% c) 16,6%
d) 9% e) 30%

Resolución:

Asumiendo el # de mujeres = 100



Luego: $(100 + 3x) + (150 + 6x) = 300$

$$x = \frac{50}{9}$$

$\therefore$ Variación : $3\left(\frac{50}{9}\right) = 16,\widehat{6}\%$

Clave: c

PROBLEMA 31

Si el 3 por 20 de mujeres y el 18 por 40 de los hombres de una población fuman y el 9 por 15 de la población total no son mujeres, ¿qué tanto por ciento de la población no fuma?

a) 33% b) 36% c) 48%
d) 64% e) 67%

Resolución:

Sea el total = 100

Del enunciado:

$$\text{total: } 100 \begin{cases} \text{Varones: } \frac{9}{15}(100) = 60 & \begin{cases} \text{fuma: } \frac{18}{40}(60) = 27 \\ \text{no Fuma: } 33 \end{cases} \\ \text{mujeres: } 100 - 60 = 40 & \begin{cases} \text{fuma: } \frac{3}{20}(40) = 6 \\ \text{no Fuma: } 34 \end{cases} \end{cases}$$

Piden: $\frac{\text{no fuman}}{\text{total}} \times 100\ \%$

$$= \frac{(33+34)}{100} \times 100\% = 67\%$$

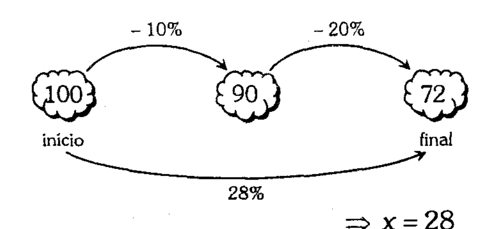
Clave: e

PROBLEMA 32

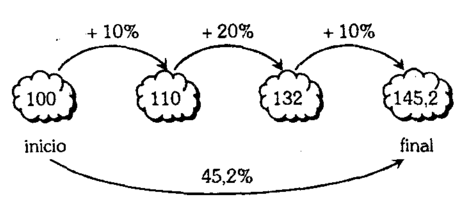
Dos descuentos sucesivos de 10% y 20% equivalen a un único descuento de x % y 3 aumentos sucesivos de 10%, 20% y 10% equivalen a un único aumento de y %. Hallar "x + y".

a) 70 b) 72,5 c) 73,2
d) 78 e) 83,2

Resolución:



$\Rightarrow x = 28$



$\Rightarrow y = 45,2$

Piden: $28 + 45,2 = 73,2$

Clave: c

PROBLEMA 33

En una reunión, el 30% del número de hombres es igual al 80% del número de mujeres. ¿Qué tanto por ciento es el número de mujeres respecto al 60% del número de hombres?

a) 60% b) 62,5% c) 68,5%
d) 75% e) 80%

Resolución:

Del enunciado:

$$3\cancel{0}\ \cancel{\%}\ (\#\text{ hombres}) = 8\cancel{0}\ \cancel{\%}\ (\#\text{ mujeres})$$

$$\frac{\#\text{ hombres}}{\#\text{ mujeres}} = \frac{8}{3} \Rightarrow \begin{matrix} \#\text{ hombres} = 8 \\ \#\text{ mujeres} = 3 \end{matrix}$$

Piden: $\dfrac{\#\text{ mujeres}}{60\%(\#\text{ hombres})}\times 100\ \%$

$=\dfrac{3}{\frac{60}{100}(8)}\times 100\ \%$

$=62,5\ \%$

∴ Es el 62,5%

Clave: b

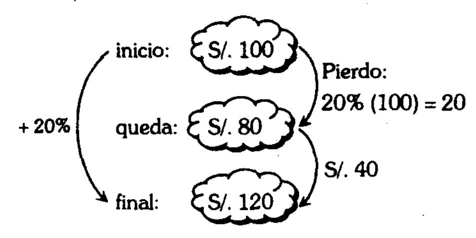
PROBLEMA 34

Si pierdo 20% de mi dinero, ¿qué tanto por ciento de lo que me queda debo ganar para tener 20% más de lo que tenía?

a) 50% b) 60% c) 70%
d) 805 e) 75%

Resolución:

Sea S/.100 mi dinero



Se observa que debo ganar S/. 40

Piden: $\frac{40}{80}\times 100\% = 50\%$

∴ Debo ganar el 50%

Clave: a

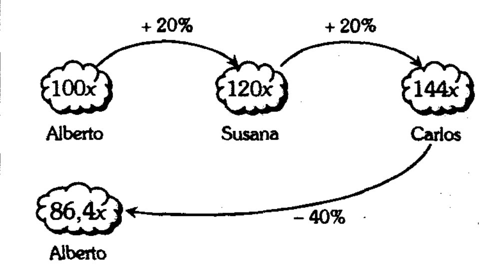
PROBLEMA 35

Alberto compró un televisor en una tienda, y se lo vendió a Susana ganando 20% y Susana a Carlos también ganando el 20%. Por último Carlos se lo vendió a Alberto perdiendo el 40%. Asumiendo que uno gana al comprar un objeto por debajo de su precio en la tienda, Alberto ganó en total S/. 680 en esta operación. ¿Cuál es el costo del televisor en la tienda?

a) S/.3000 b) S/.3300 c) S/.5000
d) S/.4000 e) S/.4500

Resolución:

Sea S/. 100 x el precio inicial del T.V.



Como Alberto ganó S/. 680

$$100x - 86,4x = 680$$
$$13,6x = 680$$
$$x = 50$$

∴ El costo del TV en la tienda fue:

50 (100) = S/. 5000

Clave: c

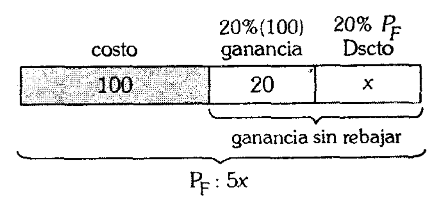
PROBLEMA 36

Si un artículo lo vendo haciendo un descuento del 20%, gano el 20% del precio de costo. ¿Qué tanto por ciento se debe rebajar el precio fijado para ganar el 28% de lo que quería ganar sin rebajar?

a) 25%   b) 28%   c) 30%
d) 24%   e) 27,5%

Resolución:

Sea S/. 100 el costo:



$$\Rightarrow 5x = 100 + 20 + x$$

$$x = 30 \quad \Rightarrow \quad P_F : \text{ S/. } 150$$

Para ganar el 28% de lo que quería ganar sin rebajar:

costo	28%(50) ganancia	Dscto
100	14	36

P_F : S/.150   150–114

Piden:

$$\frac{Dscto}{P_F} \times 100\ \% = \frac{36}{150} \times 100\ \% = 24\%$$

$\therefore$ Se debe rebajar el 24%

Clave: d

PROBLEMA 37

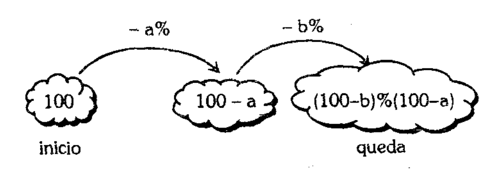
Lo que queda de una cantidad luego de 2 descuentos sucesivos de a% y b% es igual al recargo único equivalente a 2 recargos sucesivos de b% y a%. Halle $(a + b)$

a) 20   b) 25   c) 50
d) 60   e) 75

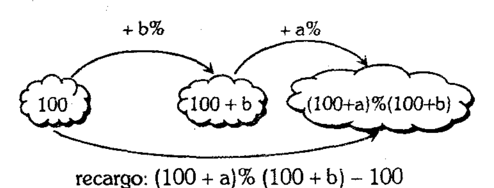
Resolución:

Sea 100 la cantidad:

- Lo que queda luego de dos descuentos sucesivos del a% y b%



- Recargo único:



recargo: (100 + a)% (100 + b) – 100

Igualando:

$$(100-b)\%\ (100-a) = (100+a)\%\ (100+b) - 100$$

$$\frac{(100-b)(100-a)}{100} = \frac{(100+a)(100+b)}{100} - 100$$

$$100^2 - 100a - 100b + \cancel{ab} = \cancel{100^2} + \cancel{ab} + 100a + 100b - \cancel{100^2}$$

$$100^2 = 200\ (a + b)$$

$$\therefore\ a + b = 50$$

Clave: c

PROBLEMA 38

Jaime tenía mucho dinero, un día decide repartir cierta cantidad de soles a sus amigos. A José le dio el 30 por 90 de la cantidad que iba a repartir, a Jesús le dio el 40 por 160 de lo restante; a Juan le dio el 30 por 60 de lo que le dio a los dos anteriores. Luego le dio a Javier el 20 por

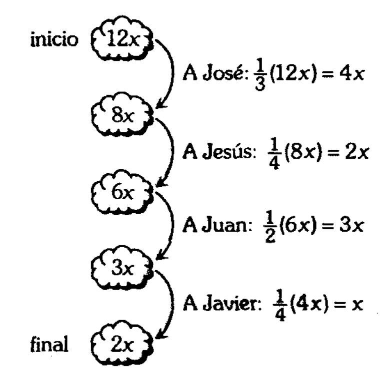
80 de lo que le dio a José. Determine cuánto dinero decidió repartir Jaime, si al final de la misma le sobró 300 soles.

a) S/.1200 b) S/.1600 c) S/.1800
d) S/.2000 e) S/.2400

Resolución:

Sea a S/.12 x el dinero inicial

Sea S/.100 mi dinero



como le sobró S/. 300: $2x = 300$

$x = 150$

$\therefore$ Decidió repartir: 12(150) = S/. 1800

Clave: c

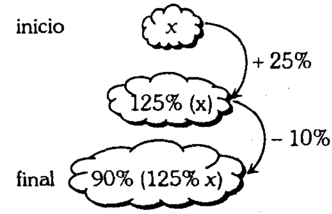
PROBLEMA 39

He vendido un objeto ganando el 25% y con este dinero compré otro objeto y lo vendo en S/. 166.5 perdiendo el 10%. ¿Cuánto me costó el primer objeto?

a) S/. 186 b) S/. 184 c) S/. 176
d) S/. 148 e) S/. 166

Resolución:

Sea S/. x el precio inicial



Luego:

$$90\,\%\,(125\,\%\,x) = 166{,}5$$

$$\frac{90}{100}\left(\frac{125}{100}x\right) = 166{,}5$$

$$x = 148$$

$\therefore$ El primer objeto costó S/.148

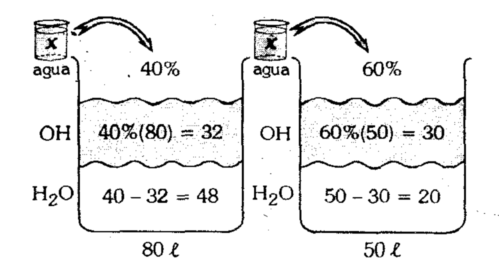
Clave: d

PROBLEMA 40

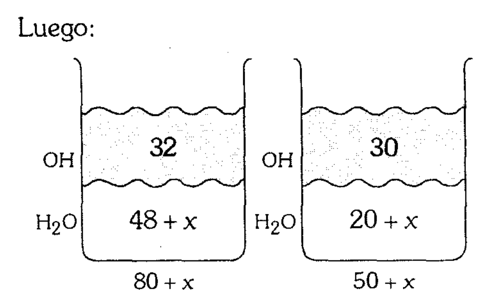
Dos recipientes contienen alcohol al 40% y 60% respectivamente, y sus volúmenes están en la relación de 8 a 5. Se agrega a cada recipiente igual número de litros de agua y resulta que tienen la misma concentración de alcohol. ¿Cuál es esa concentración?

a) 33,3% b) 20% c) 5,8%
d) 8.5% e) (20/3)%

Resolución:



Luego:



Como al final tienen la misma concentración:

$$\frac{32}{80+x} = \frac{30}{50+x}$$

$$1600 + 32x = 2400 + 30x$$

$$2x = 800$$

$$x = 400$$

∴ Concentración:

$$\frac{32}{80+400} \times 100\% = \left(\frac{20}{3}\right)\%$$

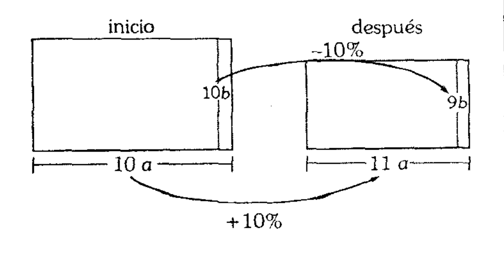
Clave: e

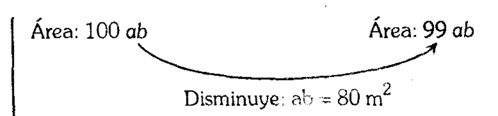
PROBLEMA 41

Cuando el largo del rectángulo aumenta en 10% y el ancho disminuye en un 10% el área del rectángulo disminuye en 80 m^2. ¿Cuál era el área del rectángulo inicial?

a) 800 m^2 b) 8000m^2 c) 400 m^2
d) 4000 m^2 e) el área no varía

Resolución:





∴ Área inicial = 100 (80 m^2) = 8000 m^2

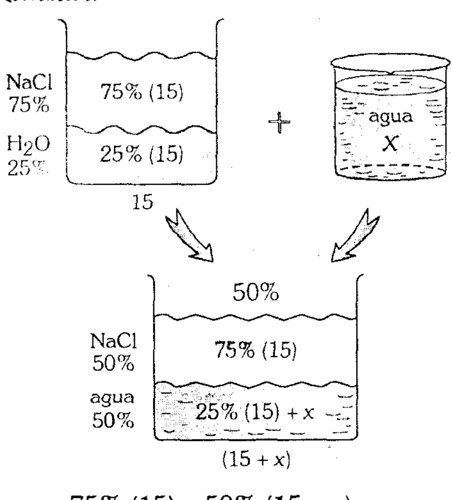
Clave: b

PROBLEMA 42

¿Cuántos mℓ de agua debe agregarse a 15 mℓ de una mezcla que contiene 75% de NaCℓ para reducirla a una mezcla que contenga el 50% de NaCℓ?

a) 25 mℓ b) 12,5 mℓ c) 10 mℓ
d) 7,5 mℓ e) 2,5 mℓ

Resolución:



$$75\% \, (15) = 50\% \, (15 + x)$$

$$45 = 30 + 2x$$

$$x = 7,5$$

∴ Debe agregarse 7,5 mℓ

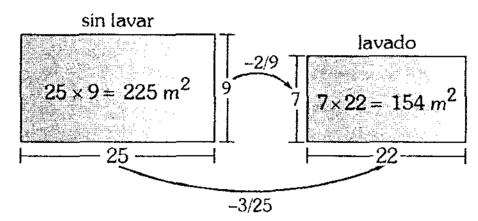
Clave: d

PROBLEMA 43

Se compra un tejido a S/.88 el metro cuadrado, y se pierde al lavarse los $^3/_{25}$ de su largo y el 2 por 9 de su ancho. ¿A cómo debe vender el metro cuadrado del tejido después de lavarse, si se quiere ganar el 40% del costo?

a) S/.180 b) S/.120 c) S/.150
d) S/.210 e) S/.100

Resolución:



Costo: $225 \times S/.\,88 = S/.\,19800$

Como quiere ganar el 40%

⇒ debe vender a:

$140\%\,(19800) = S/.27720$ los $154\ m^2$

$\therefore$ Cada metro a: $\frac{27\,720}{154} = S/.\,180$

Clave: a

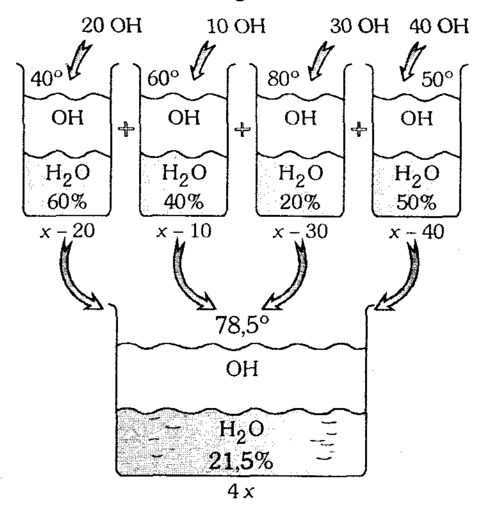
PROBLEMA 44

Se tiene cuatro recipientes de alcohol de 40°, 60°, 80° y 50°. A cada uno se le agrega 20, 10, 30 y 40 litros respectivamente de alcohol puro, obteniendo que cada recipiente contiene el mismo volumen. Finalmente se mezcla estos nuevos alcoholes obtenidos y se obtiene alcohol de 78,5°. Halle el volumen inicial del alcohol de 80°.

a) 20 ℓ b) 80 ℓ c) 40 ℓ
d) 10 ℓ e) 25 ℓ

Resolución:

Trabajando con el agua:



Planteando:

$$60\,\%(x-20)+40\,\%(x-10)+20\,\%(x-30)+50\,\%(x-40)=21{,}5\,\%\,(4x)$$

$$60x-1200+40x-400+20x-600+50x-2000=86x$$

$$84x=4200$$

$$x=50$$

$\therefore$ El volumen inicial del alcohol de 80° era: $50-30=20\ \ell$

Clave: a

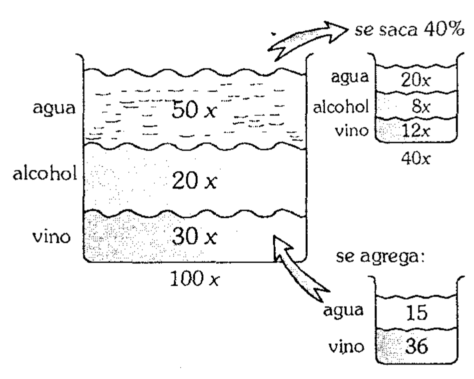
PROBLEMA 45

Un tonel tiene una mezcla de 50% de agua, 20% de alcohol y el resto de vino. Del tonel se saca el 40% de su contenido y en su lugar se agregan 15 litros de agua y 36 litros de vino; resultando en esa mezcla final la misma cantidad de vino y agua. ¿Cuántos litros de alcohol tenía le mezcla inicial?

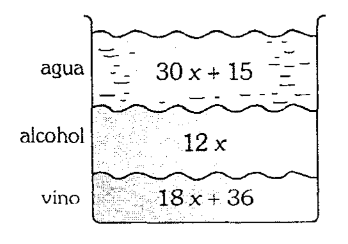
a) 35 ℓ b) 36 ℓ c) 37 ℓ
d) 38 ℓ e) 39 ℓ

Resolución:

Sea 100 x el volumen total.



Al final:



Como resulta la misma cantidad de vino y agua:

$$18x + 36 = 30x + 15$$

$$21 = 12x$$

$$4x = 7$$

$$\Rightarrow \quad 20x = 35$$

∴ La mezcla inicial tenía 35 ℓ de alcohol

Clave: a

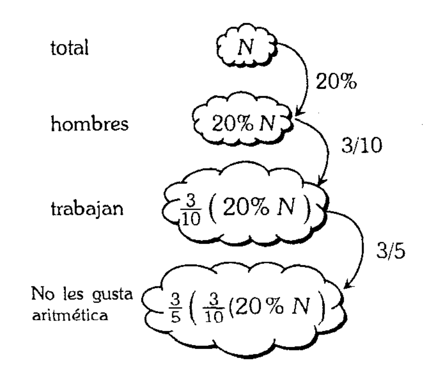
PROBLEMA 46

En el último examen de admisión a la UNI se observó que de N postulantes, el 20% eran hombres y de éstos el 3 por 10 trabajan; pero se observa que de éstos últimos al 2 por 5 les gusta aritmética. Calcule N, si se sabe que hay 36 hombres que trabajan, pero no les gusta aritmética.

a) 1000 b) 1600 c) 2500
d) 1500 e) 2400

Resolución:

Del enunciado:



Como hay 36 hombres que trabajan pero no les gusta aritmética.

$$\frac{3}{5}\left(\frac{3}{10}(20\%N)\right)=36$$

$$\frac{\not{3}}{\not{5}}\times\frac{\not{3}}{10}\times\frac{\not{20}}{100}N=\not{36}$$

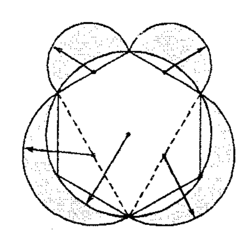
$$N=1000$$

Clave: a

PROBLEMA 47

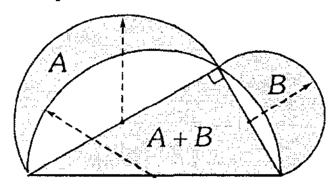
¿Qué tanto por ciento representa el área de la región sombreada respecto del área del hexágono regular?

a) 100%
b) 150%
c) 200%
d) 175%
e) 66 $^2/_3$%

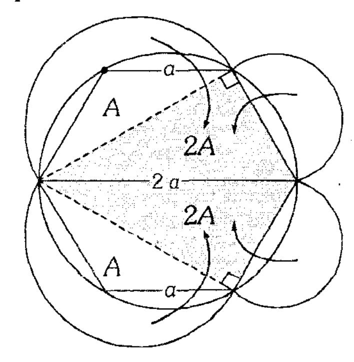


Resolución:

Sabemos que:



En el problema:



Piden: $\frac{A_{somb}}{A_{hexág}}=\frac{4\not{A}}{6\not{A}}\times 100\%=66\frac{2}{3}\%$

Clave: e

PROBLEMA 48

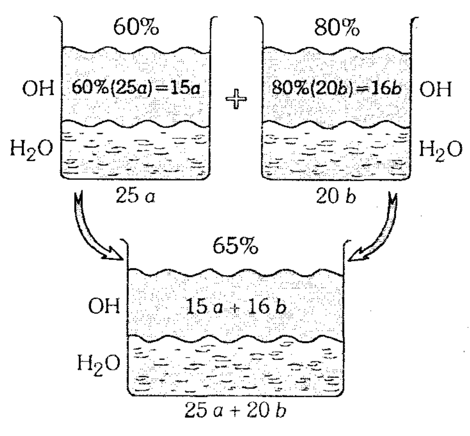
Se tiene dos mezclas alcohólicas de 60% y 80% de pureza. De la primera se toma el 25% y se mezcla con el 20% de la segunda, obteniéndose alcohol de 65% de pureza. ¿Cuál será la pureza del alcohol que resulta al mezclar los contenidos restantes?

a) 66,1% b) 66,2% c) 66,3%
d) 66,4% e) 66,5%

Resolución:

Sean 100 a y 100 b los volúmenes de la mezclas.

Del enunciado:



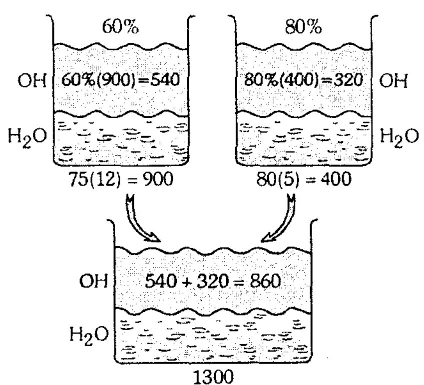
$$\Rightarrow\quad 15a+16b=\frac{\not{65}}{\not{100}}(\not{25}a+\not{20}b)$$

$$60a+64b=65a+52b$$

$$12b=5a$$

Tomando: $a = 12$ $b = 5$

Al mezclar los contenidos restantes:



$\therefore$ Pureza = $\frac{860}{1300} \times 100\% = 66{,}2\%$

Clave: b

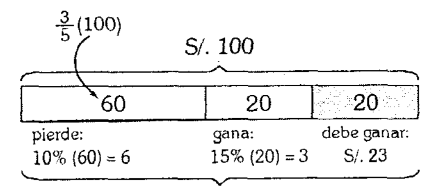
PROBLEMA 49

Los 3/5 de una mercadería se vende con un 10% de pérdida, la mitad del resto con un 15% de ganancia. ¿Qué tanto por ciento debe ganar en la venta del resto, para ganar el 20% sobre el total de la mercadería?

a) 100% b) 115% c) 120%
d) 105% e) 125%

Resolución:

Asumiendo el costo de la mercadería: S/. 100



$\therefore$ Debe ganar: $\frac{23}{20} \times 100\ \% = 115\ \%$

Clave: b

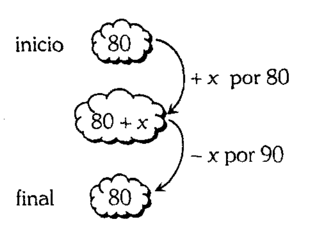
PROBLEMA 50

El precio de un artículo se aumenta un tanto por 80 y luego se rebaja el mismo tanto pero por 90 y se tiene así el precio original. Hallar dicho tanto.

a) 10 b) 20 c) 15
d) 25 e) 30

Resolución:

Asumiendo S/. 80 el precio inicial



Luego:

$$(\not{80} + x) - \frac{x}{90}(80 + x) = \not{80}$$

$$\not{x} = \frac{\not{x}}{90}(80 + x)$$

$$90 = 80 + x$$

$$x = 10$$

$\therefore$ Dicho tanto es 10

Clave: a

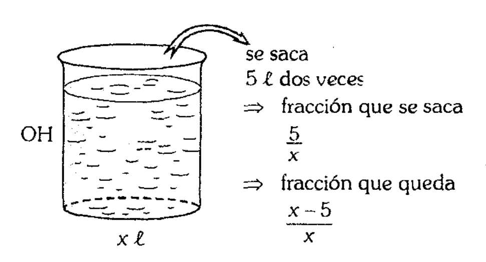
PROBLEMA 51

¿Cuál es la capacidad de un depósito lleno de alcohol puro, del cual 2 veces se han sacado 5 ℓ reponiéndose en cada caso con idéntico volumen de agua, resultando alcohol de 90,25%?

a) 150 ℓ b) 200 ℓ c) 100 ℓ
d) 140 ℓ e) 50 ℓ

Resolución:

Sea x la capacidad



Trabajando con lo que queda:

$$\text{OH}: \left(\frac{x-5}{x}\right)\left(\frac{x-5}{x}\right)x = 90{,}25\ \%x$$

$$\left(\frac{x-5}{x}\right)^2 = \frac{9025}{10000}$$

$$\frac{x-5}{x} = \frac{95}{100}$$

$$x = 100$$

∴ La capacidad es 100 ℓ

Clave: c

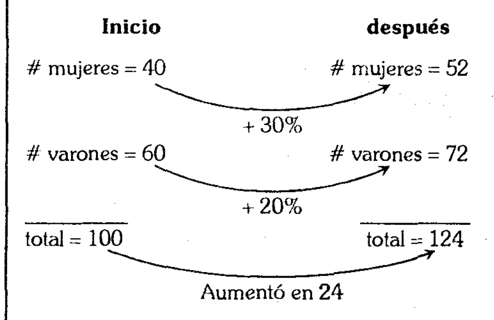
PROBLEMA 52

De los alumnos de una de las aulas de la UNI, el 40% son mujeres. Si el número de mujeres aumenta en 30% y el de los hombres en 20% ¿en qué porcentaje aumentó el total de alumnos?

a) 10% b) 12% c) 18%
d) 20% e) 24%

Resolución:

Asumiendo el total = 100



Piden: $\frac{24}{100} \times 100\ \% = 24\ \%$

∴ El total aumentó en 24%

Clave: e

PROBLEMA 53

El precio de lista de un artículo es de S/.100; ante el pedido de un cliente se le rebajó el 10%. ¿Qué tanto por ciento de la ganancia se le rebajó, si dicha ganancia representa el 80% de lo que hubiera ganando?

a) 30% b) 40% c) 20%
d) 25% e) 35%

Resolución:

Del enunciado:

lo que se hubiera ganado
$10x$

costo	ganancia	Dscto.
	$8x$	$2x$

80%(10x)

Piden: $\frac{Dscto}{Gan.}\times 100\% = \frac{2x}{8x}\times 100\% = 25\%$

$\therefore$ Se le rebajó el 25%

Clave: d

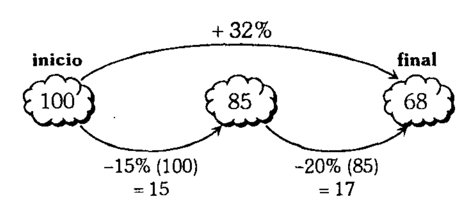
PROBLEMA 54

El precio de costo de una programable es S/. 150. ¿Qué precio se fijó para su venta al público?, sabiendo que si al venderlo se hace 2 descuentos sucesivos, de 15% y 20%, todavía se estaría ganando el 44% del 20% del precio de costo.

a) S/. 270 b) S/. 260 c) S/. 240
d) S/. 250 e) S/. 200

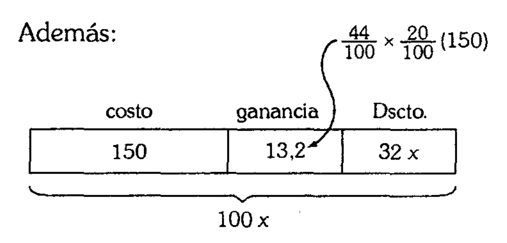
Resolución:

Hallemos el descuento único.



$\Rightarrow$ Descuento único: 32%

Además:



$$150 + 13{,}2 + 32x = 100x$$
$$x = 2{,}4$$

$\therefore$ Precio fijado: 100 (2,4) = S/. 240

Clave: c

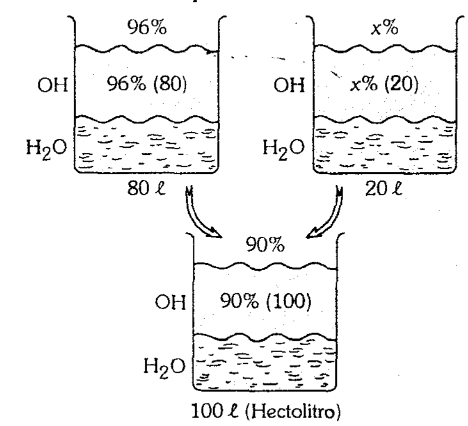
PROBLEMA 55

¿Cuál deberá ser la pureza del alcohol que deberá añadirse a 80 ℓ de alcohol de 96% de pureza para obtener un hectolitro de alcohol del 90% de pureza?

a) 66% b) 67% c) 68%
d) 69% e) 70%

Resolución:

Haciendo un esquema:



Planteando:

$$96\%(80) + x\%(20) = 90\%(100)$$
$$768 + 2x = 900$$
$$x = 66$$

$\therefore$ La pureza debe ser 66%

Clave: a

PROBLEMA 56

El 32% del 25% de n es el 50% del 16 por 50 del 15 por 20 de m. Si el 12,5% de n es el A% del 14 por 35 de 9/A. Hallar m.

a) 0,8 b) 0,1 c) 0,192
d) 0,13 e) 0,198

Resolución:

De la última parte:

$$\frac{12,5}{\not{100}}(n) = \frac{\not{A}}{\not{100}} \times \frac{14}{35} \times \frac{9}{\not{A}}$$

$$n = 0,288$$

Luego:

$$\frac{32}{\not{100}} \times \frac{25}{\not{100}}(0,288) = \frac{5\not{0}}{\not{100}} \times \frac{16}{\not{50}} \times \frac{15}{\not{20}}(m)$$

$$m = 0,192$$

Clave: c

PROBLEMA 57

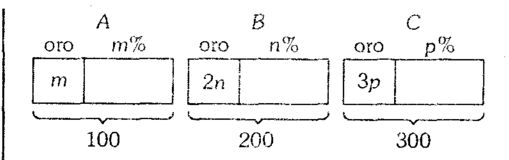
Las barra de oro "A", "B" y "C", cuyos pesos son como 1, 2 y 3; y con un porcentaje de purea de $m\%$, $n\%$ y $p\%$ respectivamente; se mezclan 2 a 2 obteniéndose 3 barras (c/u de ellas compuesta por partes iguales de las barras originales) y observándose que los nuevos porcentajes son 50%, 78% y 75% para las mezclas A–B, B–C y A–C respectivamente. Según esto cuál será el porcentaje de pureza si se mezclan todas las barras.

Nota:
Barras de composición homogéneas

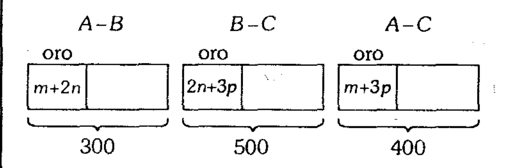
a) 67% b) 85% c) 75%
d) 80% e) 70%

Resolución:

Asumiendo los pesos 100, 200 y 300 gr.



Al mezclar:



Como se observó que los nuevos porcentajes fueron: 50% ; 78% y 75%

$m + 2n = 50\%\,(300) = 150$ ...... (1)

$2n + 3p = 78\%\,(500) = 390$ ...... (2)

$m + 3p = 75\%\,(400) = 300$ ...... (3)

Resolviendo (1) y (2):

$m = 30 \qquad n = 60 \qquad p = 90$

Al mezclar todas las barras:

$$\text{pureza: } \frac{(30 + 2(60) + 3(90))}{(100 + 200 + 300)} \times 100\% = 70\%$$

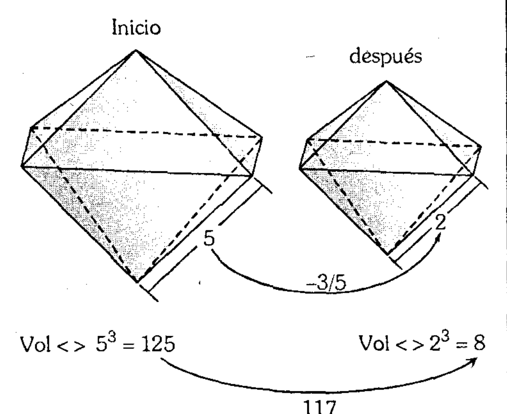
Clave: e

PROBLEMA 58

Si la arista de un octaedro regular disminuye en un 3 por 5, ¿en qué tanto por cincuenta disminuye su volumen?

a) 47,3 por cincuenta
b) 45,8 por cincuenta
c) 36,8 por cincuenta
d) 42,3 por cincuenta
e) 46,8 por cincuenta

Resolución:



Piden: $\frac{117}{125}\times 50$ por cincuenta

= 46,8 por cincuenta

∴ Disminuye en 46,8 por cincuenta

Clave: e

PROBLEMA 59

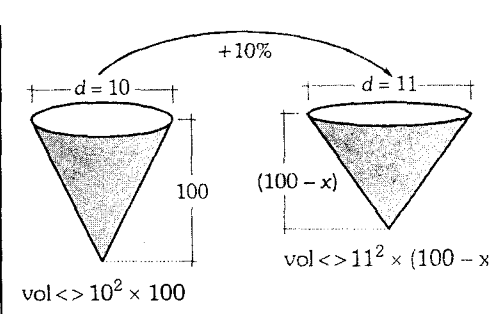
En un depósito de forma cónica, el diámetro se aumenta en un 10%. ¿Qué tanto por ciento será necesario disminuir la altura del depósito para que su volumen no varía?

a) $\frac{2100}{121}\%$ b) $\frac{100}{121}\%$ c) $\frac{2000}{121}\%$

d) 100% e) 50%

Resolución:

El volumen de un cono <> d^2h.



Como el volumen no varía

$$10^2\times 100 = 11^2\times(100-x)$$

$$x=\frac{2100}{121}$$

∴ Será necesario disminuir en $\frac{2100}{121}\%$.

Clave: a

¡ DIVIERTETE !

Si se cumple:

$$\begin{array}{r} DOS\,+\\ DOS\\ DOS\\ DOS\\ \hline OCHO \end{array}$$

Calcule: $O+C+H+O$

a) 21 b) 20 c) 12
d) 18 e) 15

Tanto por Ciento

	inicio	después
# acertadas	85	85 + x
total	100	100 + x

90%

Problemas Resueltos

Problema 01.

En una reunión, el 30% del número de hombres es igual al 80% del número de mujeres. ¿Qué tanto por ciento es el número de mujeres respecto al 60% del número de hombres?

a) 60% b) 62,5% c) 68,5%
d) 75% e) 80%

Problema 02.

Si "M" se incrementa en un 50%, entonces ¿M^2 en qué tanto por ciento aumentará?

a) 120 % b) 125 % c) 100 %
d) 75 % e) 80 %

Problema 03.

Si tú tienes 20% más de lo que yo tengo y él tiene $33,\hat{3}\%$ menos de lo que tú tienes, ¿qué tanto por ciento de lo que yo tengo es lo que él tiene?.

a) 40% b) 50% c) 60%
d) 75% e) 80%

Problema 04.

Si el radio de un cono disminuye en 10% y su altura aumenta en 10%, ¿en qué tanto por ciento varía su volumen?

a) disminuye en 10,9%
b) aumenta en 10,9%
a) disminuye en 12,8%
d) aumenta 18,2%
e) no varía

Problema 05.

Si x% es igual a los 2/3 de los 3/4 de los 4/5 de 25/10 de 100%, entonces hallar el x% de 45.

a) 40 b) 30 c) 35
d) 45 e) 70

Problema 06.

Hallar el (a – b)% del 20% de $\left(\frac{1}{a+b}\right)$ de $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$ de 6000.

a) 18 b) 16 c) 14
d) 12 e) 10

Problema 07.

Si el 10% de una cantidad "w" es el 15% de otra cantidad "y" y el 15% de esta cantidad es el 30% de otra cantidad "z", ¿qué tanto por ciento de "z" es el 100% de w?.

a) 375 % b) 250 % c) 400 %
d) 200 % e) 300 %

Problema 08.

Se mezclan 3 sustancias cuyos pesos son: el primero el doble del segundo y éste el doble del tercero, cuyos precios varían en

proporción inversa a sus pesos. Si el artículo de mayor precio es de 140 soles el kilogramo, ¿cuánto debe ser el precio por kilo de la mezcla para ganar el 20%.

a) S/.72 b) S/.70 c) S/.78
d) S/.76 e) S/.74

Problema 09.

Un camión sufre una depreciación anual del 7 por 70 respecto al precio que tuvo al comenzar el año. Si al cabo de 3 años su precio es de 72900 soles, ¿cuál fue el valor inicial del camión?

a) 10 000 b) 20 000 c) 100 000
d) 250 000 e) 180 000

Problema 10.

Rosa y Gisela hacen un trabajo en 18 y 24 días respectivamente. La primera aumentó su rendimiento en un 20% y la segunda en un 50%. Si trabajan juntas, ¿en cuántos días harían el trabajo?

a) 7,7 b) 7,2 c) 7
d) 8 e) 9,5

Problema 11.

Doce obreros hacen una obra en 28 días. Si 8 aumentan su rendimiento en un 60%, ¿qué tiempo emplearán en hacer la obra?

a) 10 días b) 12 días c) 15 días
d) 18 días e) 20 días

Problema 12.

Si pierdo 20% de mi dinero. ¿qué tanto por ciento de lo que me quedara debo ganar para tener 20% más de lo que tenía?

a) 50 % b) 60 % c) 70 %
d) 80 % e) 75 %

Problema 13.

Una solución de 35 litros contiene 10 de ácido puro. ¿Cuántos litros de agua deberá agregarse a fin de obtener una solución al 25% de pureza?

a) 2 b) 4 c) 5
d) 7 e) 8

Problema 14.

El precio de un artículo es de S/.15 en una fábrica. Un comerciante adquiere 5 de tales artículos por los que le hacen el 20% de descuento. Luego los vende obteniendo por ellos S/.80. ¿Qué tanto por ciento del precio de venta de cada artículo está ganando en total?

a) 120 % b) 80 % c) 130 %
d) 150 % e) 125 %

Problema 15.

Un postulante tiene ya 85 respuestas acertadas de 100 preguntas contestadas. ¿Cuál es el mínimo número de preguntas que debe contestar para que el tanto por ciento de respuestas acertadas sea el 90%?.

a) 50 b) 45 c) 48
d) 70 e) 40

Problema 16.

Dos descuentos sucesivos de 10% y 20% equivalen a un único descuento de x%, y 3 aumentos sucesivos de 10%, 20% y 10% equivalen a un único aumento de y%. Hallar "$x + y$".

a) 70 b) 72,5 c) 73,2
d) 78 e) 83,2

Problema 17.

Si por 400 soles me dieran 25% más de los cuadernos que ahora me dan, ¿qué tanto por ciento del precio unitario inicial sería el nuevo precio?.

a) 80,5 % b) 80 % c) 75 %
d) 60 % e) 50 %

Problema 18.

Si el área de la superficie de una masa esférica disminuye en un 19%, ¿en qué tanto por ciento disminuirá su volumen?

a) 40 % b) 60 % c) 78,9 %
d) 27,1 % e) 22,8 %

Problema 19.

Si se incrementa en un 50% el radio de una piscina circular, ¿en qué tanto por ciento hay que disminuir la altura de la piscina para que su volumen no varíe?

a) $55,\widehat{5}\%$ b) $33,\widehat{3}\%$ c) $66,\widehat{6}\%$
d) 78,6% e) 65,3%

Problema 20.

La suma de 3 números es 24. El cociente de 2 de ellos es 3 y la suma de éstos dividido por el tercero es 5. ¿Qué tanto por ciento más representa el mayor respecto del mediano?.

a) 250% b) 220% c) 230%
d) 200% e) 180%

Problema 21.

¿Qué tanto por ciento es el precio del costo respecto al precio de lista, si luego de hacer 3 descuentos sucesivos del 10%; 20% y 25% se gana el 80% del costo?

a) 30% b) 25% c) 35%
d) 40% e) 20%

Problema 22.

Un fertilizante contiene 20% de nitrato y el 20% de nitrato es nitrógeno. Si el contenido que no es nitrato excede en 1,52 kg al contenido de nitrógeno. ¿Cuántos gramos de nitrato no es nitrógeno?

a) 0,320 b) 32 c) 400
d) 320 e) 420

Problema 23.

Se tiene dos pedazos de acero de distinta calidad, uno contiene el 5% de níquel y el otro 40%. ¿Qué cantidad se necesita tomar de cada pedazo de acero para poder obtener 140 kg de acero que contenga el 30% de níquel?

a) 40 y 100 kg b) 80 y 60 kg
c) 85 y 55 kg d) 110 y 30 kg
e) 90 y 30 kg

Problema 24.

El x% del y% de una cantidad es su décima parte, además el y% de 1000 excede al x% de 1000 en 300. Hallar el x% de (y + 450)

a) 150 b) 100 c) 120
d) 200 e) 190

Problema 25.

El $\overline{mn}\%$ del $\overline{nm}\%$ del 64% de 62500 es 4032. Si $m > n$, calcular: $m - n$.

a) 3 b) 4 c) 2
d) 2 e) 9

Problema 26.

Si gastara el 30% del dinero que tengo y ganara el 20% de lo quedaría, perdería S/.80. ¿Cuánto dinero me quedaría si gastara el 20 % de lo que tengo?.

a) S/. 390 b) S/.450 c) S/.500
d) S/.400 e) S/.300

Problema 27.

En una granja, la relación entre el número de cuyes y conejos es como 3 es a 2. ¿Qué tanto por ciento de los cuyes deben morir para que los conejos aumente en un 40%.

a) $83,\hat{3}\%$ b) 80,3% c) 80%
d) 30% e) 25%

Problema 28.

El precio de un artículo se aumenta un tanto por 80 y luego se rebaja el mismo tanto pero por 90 y así se obtiene el precio original. Hallar dicho tanto.

a) 10 b) 20 c) 15
d) 25 e) 30

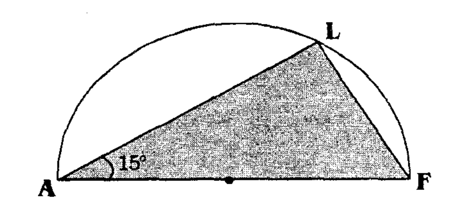
Problema 29.

Una empresa vende dos artículos en S/.59400 cada uno; en una de ellas gana 10% y en la otra pierde 10%. Averiguar cuánto gana o pierde en la venta total.

a) pierde 1220 b) pierde 1200
c) gana 1200 d) gana 1220
e) pierde 1222

Problema 30.

¿Cuál es el tanto por ciento de aumento de la altura del triángulo ALF sobre el diámetro, cuando el área de la región triangular toma su máximo valor?.

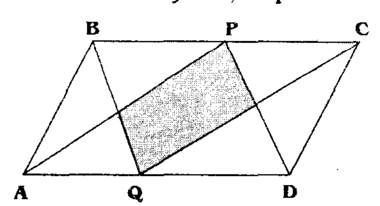


a) 50% b) 100% c) 20%
d) 150% e) 200%

Problema 31.

¿Qué tanto por ciento más representa el mayor valor de la región sombreada, respecto de la diferencia positiva entre el menor valor de la región no sombreada y el 65% de la región ABCD.

ABCD: paralelogramo, P y Q son puntos móviles sobre BC y AD, respectivamente.



a) 150% b) 180% c) 200%
d) 100% e) 50%

Problema 32.

¿En qué tanto por ciento varía "A", si "t" aumenta en su 10%?

$$A=\frac{1}{2}gt^2$$

a) 100 % b) 10 % c) 21%
d) 30 % e) 42 %

Problema 33.

Si "a" se incrementa 10%, "b" disminuye 10%, "c" aumenta 20% y "d" disminuye 20%, ¿cuál es la variación porcentual de "k"?

$$k=\frac{2\pi abR^3}{(M+N)^2(cd)^{-1}}$$

a) 4,69% b) 4.96% c) 6,49%
d) 4,59% e) 5,49%

Problema 34.

En un depósito de forma cónica, el diámetro se aumenta en un 10%. ¿En qué tanto por ciento será necesario disminuir la altura del depósito para que su volumen no varíe?

a) $\frac{2100}{121}\%$ b) $\frac{100}{121}\%$ c) $\frac{200}{121}\%$
d) 100% e) 50%

Problema 35.

Una bola de billar pesa 400g y otra bola hecha del mismo material pesa 381,25gr más. ¿Qué tanto por ciento menos es el radio de una bola respecto al radio de la otra?.

a) 25% b) 48% c) 30%
d) 40,8% e) 20 %

Problema 36.

Un artículo se vende con una ganancia del 25% del precio de costo más el 25% del precio de venta. Al final se gana S/.200. ¿Cuánto es el precio de venta?.

a) S/.200 b) S/.300 c) S/.500
d) S/.450 e) S/.400

Problema 37.

El precio de venta de un artículo es de S/.200; ante el pedido de un cliente se le rebajó el 5%. ¿Qué tanto por ciento de la ganancia se le rebajó, dicha ganancia representa el 80% de lo que hubiera ganado?

a) 30% b) 40% c) 20%
d) 25% e) 35%

Problema 38.

En una mezcla de arena y piedra, el 75% del peso es arena. Se quitan 50kg de arena y queda una mezcla con 66,6% de arena. ¿Cuál es el peso de la mezcla resultante?

a) 120 kg b) 110 kg c) 150 kg
d) 180 kg e) 165 kg

Problema 39.

Se tiene una mezcla alcohólica de 240ℓ, donde el volumen de agua representa el 60% del volumen del alcohol puro. ¿Cuántos litros de alcohol puro se debe agregar a la mezcla para obtener una mezcla alcohólica de 80°?

a) 200 b) 250 c) 210
d) 240 e) 230

Problema 40.

Se tiene 540ℓ de alcohol de 90°, se le mezcla con 810ℓ de alcohol de 72°. ¿Qué cantidad de agua debe adicionarse para obtener una mezcla de 60°?

a) 432 b) 430 c) 340
d) 234 e) 342

Problema 41.

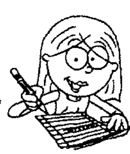
¿Cuál es la capacidad de un depósito lleno de alcohol puro, del cual 2 veces se han sacado 5ℓ reponiéndose en cada caso con idéntico volumen de agua, resultando alcohol de 90,25%?

a) 150 b) 200 c) 100
d) 140 e) 50

Problema 42.

Si la base de un triángulo disminuye en un 20% y el área no varía, ¿la altura en qué tanto por ciento varía?

a) aumenta en 25%
b) disminuye en 25%
c) aumenta en 20%
d) disminuye en 20%
e) no varía



PRUEBA TU INGENIO

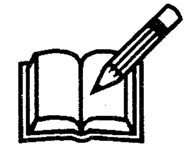
¿Por lo menos, cuántas fichas numeradas deben ser cambiadas de posición para que el valor de M sea el máximo entero posible?

$$M = \{(\boxed{6} + \boxed{9} - \boxed{1}) \times \boxed{7}\} \div \boxed{5}$$

a) 4 b) 2 c) 3 d) 5 e) 1

Tanto Por Ciento

Solucionario



Resolución 01.

Del enunciado:

$$30\%(\#\text{ varones}) = 80\%(\#\text{ mujeres})$$

$$3(\#\text{ varones}) = 8(\#\text{ mujeres})$$

Tomando: $\#\text{ varones} = 8$
$\#\text{ mujeres} = 3$

Piden:

$$\frac{\#\text{ mujeres}}{60\%\ \#\text{ varones}} \times 100\%$$

$$= \frac{3}{60\%(8)} \times 10\% = 62{,}5\%$$

$\therefore$ Es el 62,5%.

$\therefore$

Resolución 02.

Asumiendo valores:

inicio — después

$M = 2$ → $M = 3$ (+50%)

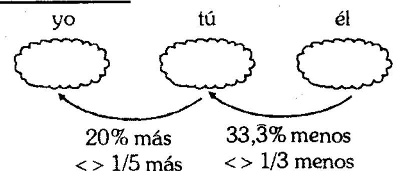
$M^2 = 4$ → $M^2 = 9$ (5)

Variación porcentual $= \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$

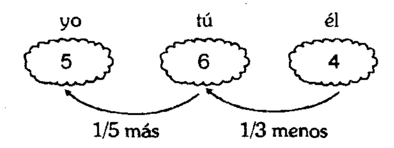
$\therefore$ Aumentará en 125%

$\therefore$

Resolución 03.



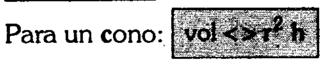
Asumiendo que yo tengo 5, tenemos:

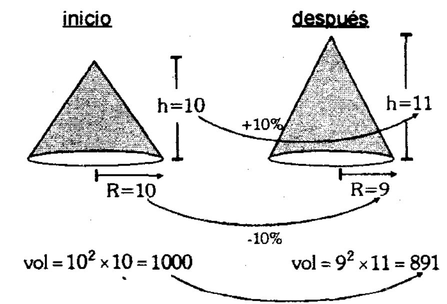


Piden: $\frac{\text{él}}{\text{yo}} \times 100\% = \frac{4}{5} \times 100\% = 80\%$

$\therefore$ Es el 80%. $\therefore$ Clave e

Resolución 04.

Para un cono: 



$\text{vol} = 10^2 \times 10 = 1000$ → $\text{vol} = 9^2 \times 11 = 891$ (109)

Piden: $\frac{109}{1000} \times 100\% = 10{,}9\%$

Disminuye en 10,9%.

$\therefore$ Clave a

Resolución 05.

Del enunciado: $\dfrac{x}{100}=\dfrac{2}{\cancel{3}}\cdot\dfrac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\cdot\dfrac{\cancel{4}}{5}\cdot\dfrac{25}{10}\times\dfrac{\cancel{100}}{\cancel{100}}$

$$x=100$$

Piden: 100% (45) = 45.

∴ Clave d

Resolución 06.

Piden: $\dfrac{(a-b)}{1\cancel{00}}\times\dfrac{2\cancel{0}}{1\cancel{00}}\times\dfrac{1}{(a+b)}\cdot\dfrac{(a^2-b^2)}{(a-b)}\times 6\cancel{000}$

$$=12\,\frac{\cancel{(a-b)}\,\cancel{(a+b)}\,\cancel{(a-b)}}{\cancel{(a+b)}\,\cancel{(a-b)^2}}$$

$$=12$$

∴ Clave d

Resolución 07.

Del enunciado: $10\%\,w=15\%\,y$

$15\%\,y=30\%\,z$

Se deduce que $w=3z$

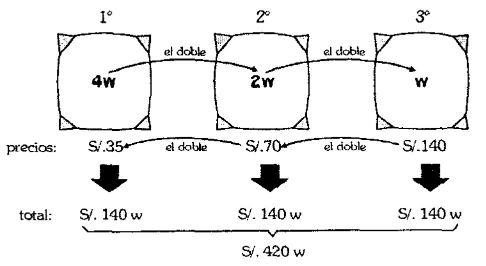
Piden: $\dfrac{w}{z}\times 100\%=\dfrac{3z}{z}\times 100\%=300\%$

∴ Es el 300%.

∴

Resolución 08.

Del enunciado:

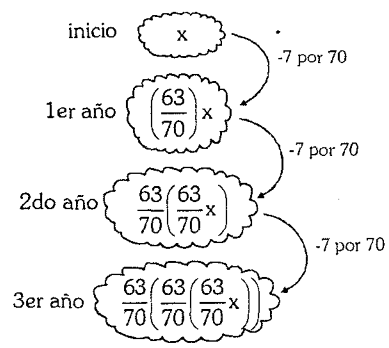


└→ precio: $120\%\left(\dfrac{420\,w}{4w+2w+w}\right)=S/.72$

∴

Resolución 09.

Sea S/.x el valor inicial:



Como al cabo de 3 años su precio es de S/.72900.

$$\frac{63}{70}\left(\frac{63}{70}\left(\frac{63}{70}x\right)\right)=72900$$

$$\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}x=72900$$

$$x=100000$$

∴ El valor inicial es S/.100000

∴ Clave c

Resolución 10.

Asumiendo la obra: 720m (se puede dividir entre 18 y 24 y además tiene 20% y 50%)

Rosa en 1 día hace: $\dfrac{720}{18}=40\text{m}$

Gisela en 1 día hace: $\dfrac{720}{24}=30\text{m}$

Como Rosa aumenta su rendimiento en 20% ahora hace:

$$40m + 20\%(40m) = 48m$$

Como Gisela aumentó en 50% su rendimiento, ahora hace:

$$30m + 50\%(30m) = 45m$$

Aplicando regla de tres simple:

juntas	en
(48+45)m ⟶	1d
720 m ⟶	x

$$x = \frac{720}{93} = 7,7 \text{ días}$$

∴

Resolución 11.

Del enunciado:

IP

↑ # obreros	# días ↓
12×100%	28
8×160%+4×100%	x

Como # obreros es IP al # de días:

$$(12\times100\%)(28) = (8\times160\% + 4\times100\%)\,x$$

$$12\times28 = 16,8\,x$$

$$x = 20$$

∴ Emplearán 20 días.

∴

Resolución 12.

Sea S/.100 mi dinero:

S/.100 (inicio) —pierdo 20%→ S/.80 —+x%→ S/.120 (final)

S/.120 = S/.100+20% (S/.100)

Del gráfico: $80 + \frac{x}{100}(80) = 120$

$$\frac{x}{100}(80) = 40$$

$$x = 50$$

Debo ganar el 50%.

∴

Resolución 13.

Del enunciado:

Planteando: $10 = \frac{25}{100}(35 + x)$

$$40 = 35 + x$$

$$x = 5$$

∴ Deberá agregarse 5ℓ de agua.

∴ Clave c

Resolución 14.

Como le descontaron el 20%; por los 5 artículos pagó:

$$80\%(5 \times 15 \text{ soles}) = 60 \text{ soles}$$

Si los vendió a S/.80, ganó en total:

$$80 - 60 = S/.20$$

Piden:

$$\frac{\text{ganancia}}{\text{p. venta c/u}} \times 100\% = \frac{20}{(80/5)} \times 100\% = 125\%$$

∴ Clave e

Resolución 15.

Sea x el # de preguntas que debe contestar:

	inicio	después
# acertadas	85	85+ x
total	100	100+ x

90%

Planteando: $85 + x = \frac{90}{100}(100 + x)$

$$850 + 10x = 900 + 9x$$

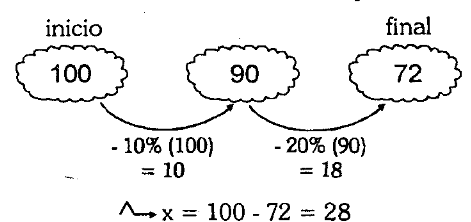
$$x = 50$$

∴ Debo contestar 50 preguntas como mínimo .

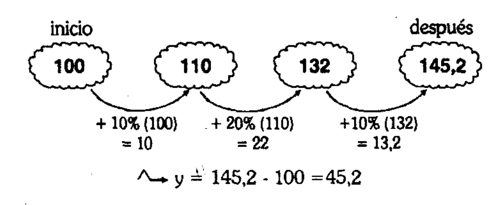
∴ Clave a

Resolución 16.

Hallemos el descuento único equivalente.



Hallemos el aumento único equivalente:



Piden: $x + y = 28 + 45{,}2 = 73{,}2.$

∴ Clave c

Resolución 17.

Asumiendo que por 400 soles me dan 100 cuadernos tenemos:

	inicio	después
costo	S/.400	S/.400
# cuadernos	100 —(+25%)→	125
c/u	$\frac{400}{100}$ = S/.4	$\frac{400}{125}$ = S/.3,2

Piden: $\frac{3{,}2}{4} \times 100\% = 80\%$

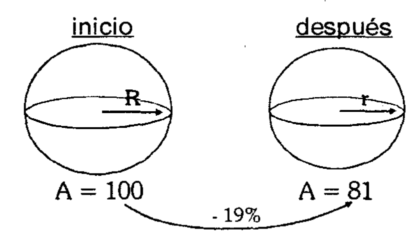
∴ Clave b

Resolución 18.

Para una esfera:

vol <> r^3 área <> r^2

Asumiendo el área inicial = 100



Como su volumen disminuirá en 27,1%:

$R^2 = 100$ $r^2 = 81$

$R = 10$ $r = 9$

$\text{vol} = 10^3 = 1000$ $\text{vol} = 9^3 = 729$

271

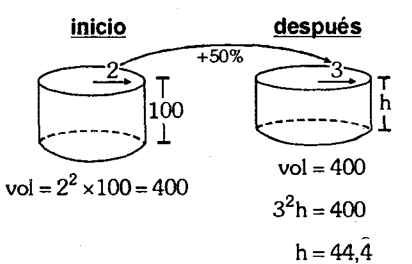
∴ variación porcentual $= \frac{271}{1000} \times 100\% = 27{,}1\%$

∴ Clave d

Resolución 19.

Para un cilindro: $\boxed{\text{vol} <> R^2h}$

Asumiendo valores convenientes tenemos:



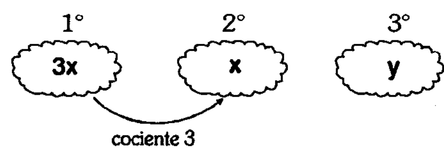
$$\text{Piden}: \left(\frac{100 - 44,\hat{4}}{100}\right) \times 100\% = 55,\hat{5}\%$$

$\therefore$ Hay que disminuir la altura en $55,\hat{5}\%$

$\therefore$

Resolución 20.

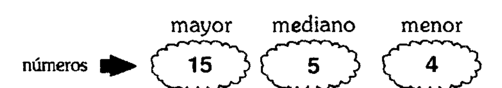
Sean los números:



Como la suma de los dos primeros dividido por el tercero es 5.

$$\frac{3x + x}{y} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{x} = \frac{4}{5}$$

tomando : $y = 4$
$x = 5$



Piden:

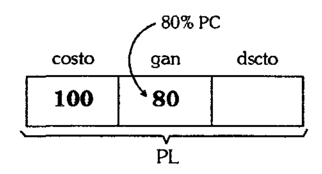
$$\frac{(\#\,\text{mayor} - \#\,\text{mediano})}{\#\,\text{mediano}} \times 100\% = \frac{(15 - 5)}{5} \times 100\% = 200\%$$

Representa 200% más.

$\therefore$

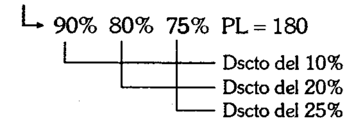
Resolución 21.

Haciendo el precio de costo = S/.100



Como luego de hacer los tres descuentos sucesivos vendemos el producto a:

$$100 + 80 = 180 \text{ soles.}$$



$$\frac{90}{100} \times \frac{80}{100} \times \frac{75}{100} PL = 180$$

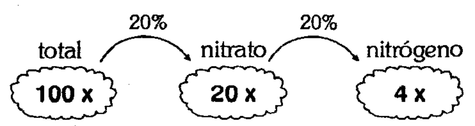
$$\frac{9}{10} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} PL = 180$$

$$PL = \frac{1000}{3}$$

$$\text{Piden: } \frac{PC}{PL} \times 100\% = \frac{100}{1000/3} \times 100\% = 30\%$$

$\therefore$ Clave a

Resolución 22.



Del enunciado:

$$\underbrace{(100x-20x)}_{\text{lo que no es nitrato}} - \underbrace{(4x)}_{\text{nitrógeno}} = 1520\text{ gr}$$

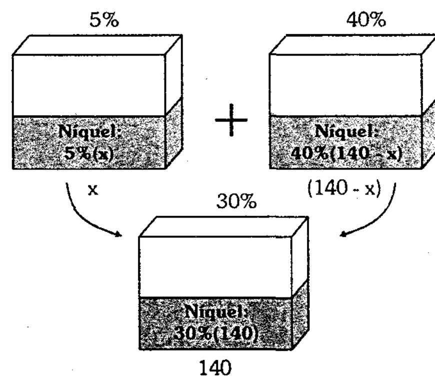
$$76x = 1520$$
$$x = 20$$

No es nitrógeno:

$$20x - 4x = 16x = 16(20) = 320\text{ gr.}$$

∴ Clave d

Resolución 23.



Del gráfico:

$$\cancel{5\%}^{1}(x) + \cancel{40\%}^{8}(140-x) = \cancel{30\%}^{6}(140)$$

$$x + 1120 - 8x = 840$$
$$280 = 7x$$
$$x = 40$$

Tomar 40 y 100 kg.

∴ Clave a

Resolución 24.

Del enunciado: $\wedge \rightarrow \frac{x}{100}\cdot\frac{y}{10\cancel{0}}\cancel{\ell} = \frac{1}{1\cancel{0}}\cancel{\ell}$

$$xy = 1000$$

$$\wedge \rightarrow \frac{y}{\cancel{100}}(10\cancel{00}) - \frac{x}{\cancel{100}}(10\cancel{00}) = 300$$

$$y - x = 30$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$50 \quad 20$$

Piden: $\frac{20}{100}(50+450) = 100$

∴ Clave b

Resolución 25.

Del enunciado:

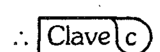
$$\wedge \rightarrow \frac{\overline{mn}}{100}\cdot\frac{\overline{nm}}{100}\cdot\frac{64}{100}(62500) = 4032$$

$$\overline{mn}\,.\,\overline{nm} = 1008$$

como $m>n$: $\overline{mn}\,.\,\overline{nm} = 42\times 24$

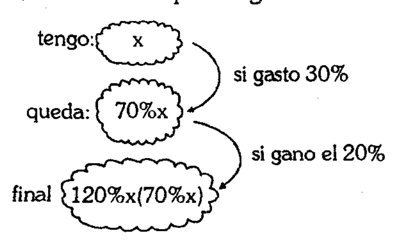
$$m = 4\,;\, n = 2$$

Piden: $4 - 2 = 2$

∴ 

Resolución 26.

Sea S/.x el dinero que tengo.



Como perdería S/.80

$$x - 120\%\,(70\%x) = 80$$

$$x - \frac{120}{100}\cdot\frac{70}{100}x = 80$$

$$100x - 84x = 8000$$
$$x = 500$$

Tengo S/.500 y si gasto el 20%, me quedaría 80%(500) = S/.400.

Resolución 27.

Del enunciado:

	inicio	después
cuyes	3<>60%	3 - x
conejos	2<>40%	2
total :	5<>100%	(5 - x)

Como los conejos aumentan en 40%.

$$2 = 80\%\,(5-x)$$

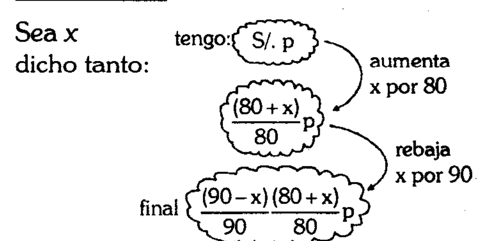
$$2 = \frac{8\not{0}}{10\not{0}}(5-x)$$

$$x = 2{,}5$$

Piden: $\dfrac{2{,}5}{3} \times 100\% = 83{,}\hat{3}\%$

Resolución 28.

Sea x dicho tanto:



Como se obtuvo el precio original:

$$\frac{(90-x)}{90}\frac{(80+x)}{80}\not{p} = \not{p}$$

$$(90-x)(80+x) = 90 \times 80$$

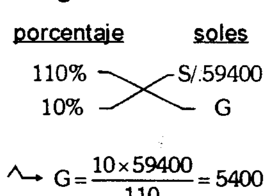
$$x = 10$$

Dicho tanto es 10.

∴ Clave a

Resolución 29.

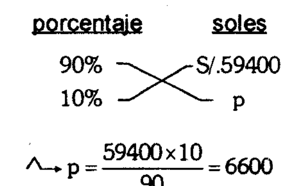
- Cuando gana 10%



$$\Rightarrow G = \frac{10 \times 59400}{110} = 5400$$

En el primer artículo gano 5400 soles.

- Cuando pierde 10%



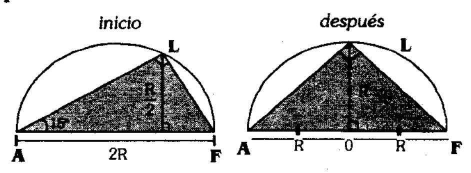
$$\Rightarrow p = \frac{59400 \times 10}{90} = 6600$$

En el segundo artículo perdió 6600 soles.

∴ Perdió: 6600 – 5400 = S/.1200.

Resolución 30.

Para que dicha área tome su máximo valor la altura del triángulo ALF debe pasar por el centro de la circunferencia.

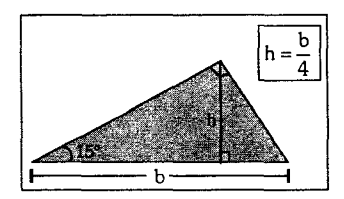


Piden: $\dfrac{(R - R/2)}{R/2} \times 100\% = 100\%$

Aumenta en 100%.

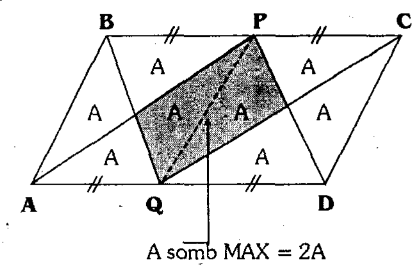
∴ Clave b

NOTA:



Resolución 31.

Para que el área de la región sombreada tome su mayor valor P y Q deben ser puntos medios.



A somb MAX = 2A

Piden: $\frac{\text{A somb - (A no somb - 65\%A}▰)}{\text{(A no somb - 65\% A}▰)}\times 100\%$

Tomando: A = 100

Piden: $\frac{200-(600-65\%(800))}{600-65\%(800)}\times 100\%$
$=150\%$

∴ Representa el 150% más.

Resolución 32.

Como en $A=\frac{1}{2}gt^2$ sólo varía t podemos considerar: $A<>t^2$.

inicio	+10%	final
t = 10	→	t = 11
$t^2=100$		$t^2=121$

aumenta en 21

Piden: $\frac{21}{100}\times 100\%=21\%$

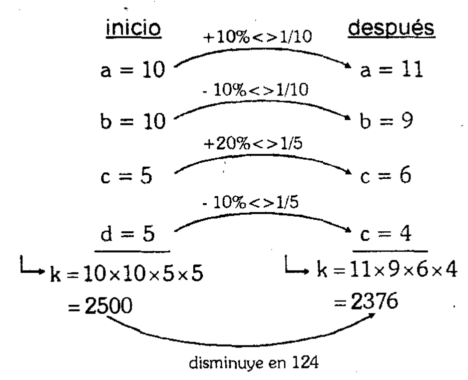
∴ "A" varía en 21%

Resolución 33.

Despreciando lo que no varía tenemos:

$$k<>\frac{ab}{(cd)^{-1}}=abcd$$

Asumiendo valores iniciales convenientes para "a", "b", "c" y "d" tenemos:



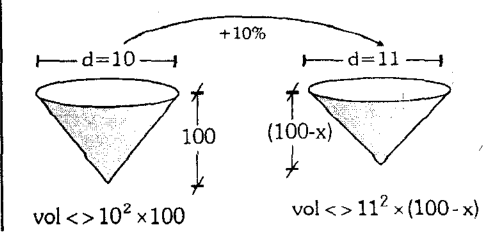
Piden: $\frac{124}{2500}\times 100\%=4,96\%$

La variación porcentual de k es 4,96%.

∴ Clave b

Resolución 34.

El volumen de un cono $<>d^2h$



Como el volumen no varía:

$$10^2 \times 100 = 11^2 \times (100 - x)$$

$$x = \frac{2100}{121}$$

$\therefore$ Será necesario disminuir la altura en $\frac{2100}{121}\%$

$\therefore$

Resolución 35.

Como: *peso* <> (*radio*)^3

bola 1	bola 2
peso : 400 g	peso : 781,25 g

Luego: $\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{400}{781,25}$

$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{8000}{15625} = \frac{20^3}{25^3}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{20}{25}$$

Piden: $\frac{(R_2 - R_1)}{R_2} \times 100\% = \frac{(25-20)}{25} \times 100\% = 20\%$

Es el 20% menos

$\therefore$ Clave e

Resolución 36.

Sea el costo: 4x

costo — gan : S/.200

4x	x	25%(4x+200)
	25% c	25% Pv

Pv: 4x+200

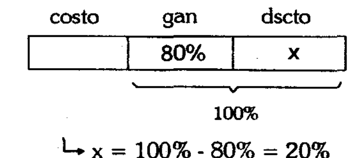
$$4x+200 = 4x+x+25\%(4x+200)$$
$$4x+200 = 5x+x+50$$
$$x = 75$$

Pventa: 4(75) + 200 = 500 soles.

$\therefore$ Clave c

Resolución 37.

Como dicha ganancia representa el 80% de lo que hubiera ganado



$\hookrightarrow x = 100\% - 80\% = 20\%$

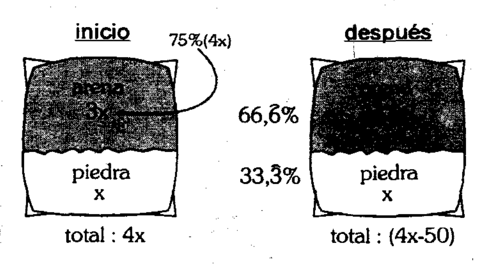
Piden: $\frac{\text{dscto}}{\text{gan}} \times 100\% = \frac{20}{80} \times 100\% = 25\%$

Se le rebajó el 25% de la ganancia.

$\therefore$

Resolución 38.

Como 75% <> 3/4, asumimos el peso de la mezcla 4x.



Como 66,6̂% es el doble de 33,3̂%

$\hookrightarrow 3x - 50 = 2x$

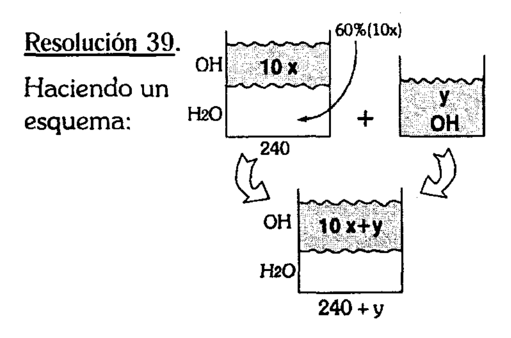
$x = 50$

Piden: 4(50) – 50 = 150 kg.

$\therefore$

Resolución 39.

Haciendo un esquema:



Del gráfico $\hookrightarrow 10x+60\%(10x)=240$

$$x = 15$$

Como la mezcla resultante es de 80°:

$$10x+y=\frac{8\not{0}}{10\not{0}}(240+y)$$

$$10(15)+y=\frac{8}{10}(240+y)$$

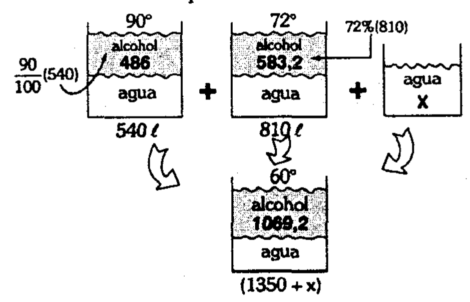
$$y=210$$

Se deben agregar 210 litros de alcohol.

∴ Clave c

Resolución 40.

Haciendo un esquema:



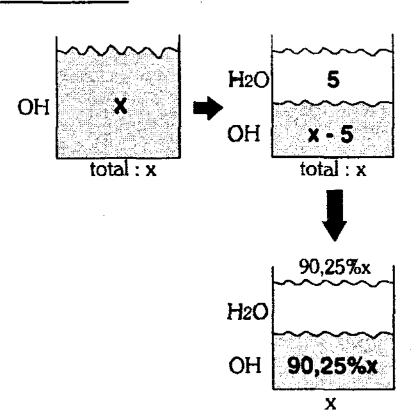
$$\hookrightarrow 1069{,}2=\frac{60}{100}(1350+x)$$

$$x=432$$

∴ Debe adicionarse 432ℓ de agua.

∴ Clave a

Resolución 41.



Como la segunda vez se sacó 5ℓ de un total de *x* litros tenemos:

$\hookrightarrow$ fracción que sale : $\frac{5}{x}$

$\hookrightarrow$ fracción que queda : $\frac{x-5}{x}$

Pero al final quedó de alcohol 90,25%x

$$\left(\frac{x-5}{x}\right)(x-5)=90{,}25\%x$$

$$\frac{(x-5)^2}{x^2}=\frac{90{,}25}{100}$$

$$(x-5)^2=\frac{361}{400}x^2$$

$$x-5=\frac{19}{20}x$$

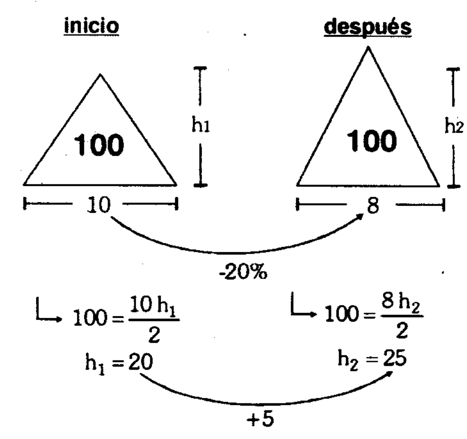
$$x=100$$

∴ La capacidad es 100ℓ.

∴ Clave c

Resolución 42.

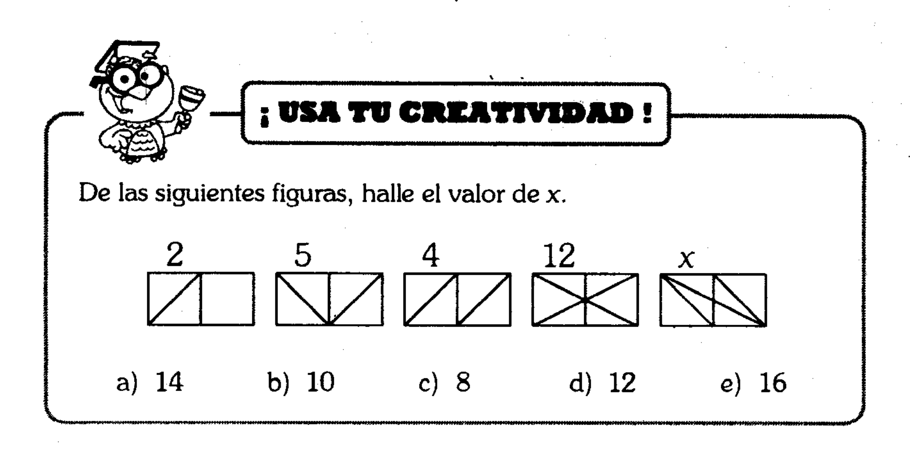
Asumiendo valores convenientes para la base y el área.



$$\text{Variación} = \frac{5}{20}\times 100\% = 25\%$$

∴ La altura aumenta en 25%.

∴ Clave a



De las siguientes figuras, halle el valor de x.

a) 14 b) 10 c) 8 d) 12 e) 16

Primera Práctica

Tanto Por Ciento

01 Un fabricante vende casacas a un comerciante, ganando 25% del precio de fábrica; y este los revende ganado el 20% sobre el precio de adquisición. Si cada casaca le cuesta al cliente S/.420. ¿A como lo confeccionó la fábrica?

a) S/.630 b) S/.140 c) S/.280
d) S/.160 e) S/.180

02 ¿A qué descuentos único equivale: 2 descuentos sucesivos del 80% y 40%?.

a) 30% b) 88% c) 72%
d) 28% e) 12%

03 Si el largo de un rectángulo disminuye en 80% y el ancho disminuye en 60%. ¿En qué porcentaje varían su área.

a) 82% b) 84% c) 72%
d) 92% e) 81%

04 El 20% más del 20% menos de un número es igual a 96. Hallar el número.

a) 84 b) 75 c) 110
d) 100 e) 105

05 Después de un batalla, un general observó que el 5% de sus soldados habían muerto y el 20% de las que quedaron estaban heridos, además resultaron 12160 soldados ilesos. ¿Cuántos soldados habían en total?

a) 18000 b) 16000 c) 15000
d) 19000 e) 17000

06 A una matinée organizada por "PELUCHIN" han asistido 75 niños, 30 mujeres, adultas y 20 hombres adultos. ¿Qué porcentaje de los asistentes no son niños?

a) 40% b) 60% c) 30%
d) 25% e) 75%

07 Se tienen 600 litros de alcohol al 20%. ¿Cuántos litros de alcohol se tiene que aumentar para que esté al 40%?

a) 20ℓ b) 30ℓ c) 200ℓ
d) 150ℓ e) 100ℓ

08 Al escribir en una pizarra se consume el 90% de cada tiza y con lo que queda se vuelve a fabricar tizas, perdiéndose en este proceso el 10% de la materia prima. El número de tizas que se pueden fabricar con los residuos de una caja de 12000 tizas es:

a) 960 b) 1080 c) 100
d) 900 e) 1200

09 Se venden 2 computadoras en S/.240 cada una, en un de ella se gana el 20% y en la otra si pierde el 20% ¿Se ganó o se perdió y cuánto?

a) gano S/.10 b) gano S/.25
c) pierde S/.20 d) gano S/.20
e) ni gana ni pierde

10 Un comerciante compro un juego de muebles en S/.2000. ¿Qué precio tiene que fijar para su venta, teniendo en cuenta que aún haciendo al comprador una rebaja de 20% sobre el precio fijado, todavía gana el 25% sobre el precio que le costó?

a) 2175 b) 2571 c) 3281
d) 3125 e) 3775

11 Una cantidad sufre un descuento del 20%, luego un incremento del 10% seguido de 2 descuentos sucesivos del 10% y 50% y finalmente se produce un aumento del 60%. ¿A qué descuento ó incremento único será igual toda la operación.

a) descuento de 36,64%
b) descuento de 37,8%
c) aumento de 37,8%
d) aumento de 39,34%
e) no varia

12 ¿Cuántos litros de alcohol puro se debe agregar a 40 litros de alcohol de 70° para obtener alcohol de 80°?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 35

13 ¿Cuántos ml. de agua debe agregarse a 15 ml. de una mezcla que contiene 75% de cloruro de sodio, para reducirlo a una mezcla que contenga el 50% de cloruro de sodio?

a) 25 b) 7,5 c) 2,5
d) 12,5 e) 10

14 Un depósito contiene 60 lts. de vino y 20 de agua, sacamos 20 lts. de está mezcla y se reemplaza por agua, se vuelve a sacar 32 lt. de esta nueva mezcla y se remplaza por agua ¿Cuántos litros de vino quedan?

a) 26 b) 25 c) 24
d) 23 e) 27

15 Una mezcla compuesta por 8 partes de vino y de 3 agua da un volumen de 99 litros. ¿Cuántos litros de agua debe agregarse para que la nueva mezcla contenga 3 partes de vino por 8 de agua?

a) 163 b) 165 c) 167
d) 169 e) 171

16 Tres descuentos sucesivos del 20%, 50% y 10% equivale a un descuento único de:

a) 80% b) 60% c) 62%
d) 64% e) 72%

17 Cuando el lado de un cuadrado se incrementa en 30%, resulta que el área aumenta en $621m^2$, calcular el lado inicial del cuadrado.

a) 10m b) 12m c) 25m
d) 30m e) 20m

18 Si el largo de un rectángulo aumenta en 20% y el ancho disminuye en 20% entonces el área del rectángulo varía en $160m^2$. ¿Cuál es el área inicial?

a) 200 b) 400 c) 2000
d) 4000 e) 1600

19 Se vende un terreno por S/.6000 ganando el 20% del precio de venta más el 20% del precio de costo. Hallar el precio de costo del terreno.

a) S/.1500 b) S/. 2000 c) S/.3000
d) S/.4000 e) S/.4500

20 Se vende una casaca en S/.150 con una ganancia del 25%. Sobre el costo. Si se ganó tanto como se descontó. ¿Cuál fue el precio fijado para la venta al público?

a) S/.130 b) S/.238 c) S/.150
d) S/.180 e) S/.243

21 Una tela al lavarse se encoge el 20% de su ancho y el 40% de su largo, si la tela tiene 5m. de ancho. ¿Qué longitud debe comprarse si se necesitan 48m2 de tela después de lavarla?

a) 35m b) 20m c) 23m
d) 32m e) 16m

22 Si la base de un triangulo se incrementa en un 30% y su altura se disminuye en un 20% ¿Cómo varía el área?

a) –10% b) +4% c) –4%
d) –2% e) +2%

23 En una fiesta del cachimbo el número de hombres era el doble del número de mujeres, luego se retiran el 35% de los hombres, pero llegan enseguida 90 mujeres, resultando tantos hombres como mujeres. ¿Cuántas mujeres habían inicialmente?

a) 150 b) 200 c) 250
d) 300 e) 350

24 Una persona apostó todo su dinero ganando el 10%, luego apostó lo que tenía perdiendo el 80% y por ultima vez apuesta todo el dinero que le queda, perdiendo el 70% con lo cual se retiró únicamente con S/.66. Calcular cuanto dinero perdió?

a) 880 b) 1034 c) 834
d) 934 e) 960

25 Una camisa se vendió en S/.120 se ganó el 20% del costo, más el 15% de la venta. ¿Cuánto costó producir dicha camisa?

a) 80 b) 75 c) 90
d) 100 e) 85

26 A una Asamblea de Padres de Familia asisten 240 personas de las cuales, las

madres representan el 70% de los asistentes. Si deseamos que el número de varones represente el 40% del total de asistentes. ¿Cuántas parejas deben de llegar a esta Asamblea?

a) 110 b) 120 c) 130
d) 136 e) 140

27 El precio de un articulo se disminuye en 20%. ¿En que porcentaje debe aumentar el nuevo precio para volverlo al original?

a) 20% b) 25% c) 30%
d) 15% e) 35%

28 En un salón de clases el 70% son hombres. Si faltan el 25% de las mujeres y sólo asisten 18 mujeres ¿Cuál es el total de alumnos del salón?

a) 90 b) 75 c) 80
d) 150 e) 120

29 Una persona compra un terreno y lo vende ganado 1/5 del precio de compra. Si la venta la hubiese realizado incrementando el precio en 10%, entonces su ganancia se hubiese incrementado en:

a) 10% b) 25% c) 30%
d) 50% e) 60%

30 Un artículo se vende en S/.390, ganándose el 30% del costo, por efecto de la inflación el costo ha aumentado en 10%. Para seguir ganando el mismo porcentaje el articulo debe venderse en:

a) 1724 b) 936 c) 429
d) 872 e) 339

31 En una fiesta se observó que el 60% de los Hombres estaban bailando y el 20% de las mujeres no bailaban, si en total habían 350 personas. ¿Cuántas personas estaban bailando?

a) 120 b) 150 c) 200
d) 240 e) 180

32 Un lote de licuadoras se vende así: el 20% ganando el 20% de su precio de costo, la mitad del resto ganado el 40% de su precio de costo. Finalmente, se vende el resto con una perdida del 25%. Si en la venta total se ganó S/.125. ¿Cuánto costó todo el lote de licuadoras?

a) S/.100 b) S/.1250 c) S/.1300
d) S/.1450 e) S/.1500

33 Gasté el 40% de lo que no gasté ¿Cuánto tenía sabiendo que no gasté S/. 120 más de lo que gasté?

a) 180 b) 240 c) 260
d) 280 e) 320

34 Una tela al lavarse se encoje el 10% en el ancho y el 20% en el largo. Si se sabe que la tela tiene 2 metros de ancho. ¿Qué longitud debe comprarse si se necesitan 36 metros cuadrados de la tela después de lavada?

a) 28 b) 34 c) 25
d) 50 e) 75

35 Se vende 400 manzanas una parte ganando el 25% y el resto perdiendo el 15% si al final no se gana ni se pierde. ¿Cuántas manzanas se vendieron con ganancia?

a) 200 b) 165 c) 250
d) 150 e) 180

36 Para fijar el precio de venta de un articulo, se aumentó su costo en 320 soles, pero en el momento de realizar la venta se rebajó en 25% y aún así se ganó el 15% del costo. ¿Cuáles es el precio de costo del artículo?

a) 540 b) 420 c) 500
d) 625 e) 600

37 En una fiesta de jóvenes 60% de los asistentes son hombres y el resto mujeres. Luego llegan 40 muchachos cada uno con 2 chicas y de está manera todos quedan en pareja. ¿Cuántas mujeres había al inicio?

a) 20 b) 40 c) 80
d) 120 e) 60

38 Un comerciante rebaja en un 4% el precio de sus mercancías y quiere aumentar sus ingresos en un 20%. ¿En que porcentaje debe aumentar la producción?

a) 25% b) 30% c) 20%
d) 40% e) 60%

39 Al precio fijado de un artículo se le descuenta al $a\%$ y luego se vende ganando el $a\%$ del precio de costo. Halle el máximo valor entero de a; si:

$$4 < \frac{\textit{precio fijado + precio costo}}{\textit{precio fijado − precio costo}} < 5$$

a) 15 b) 18 c) 20
d) 24 e) 25

40 El café pierde 20% de su peso al tostarse, un comerciante compró a S/.2 el kg. y lo vendió tostado ganando 40% y después de pagar el 19% de impuesto ¿A qué precio vendió cada kg. en soles?

a) 4,165 b) 5,125 c) 6,125
d) 6725 e) 7875

TE RETO

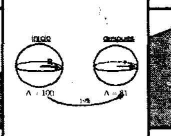
Calcule x en la distribución:

24	15	26	31
16	12	21	x
32	12	20	36

a) 51 b) 14
c) 22 d) 20
e) 15

Segunda Práctica

Tanto Por Ciento



01 Si el largo de un rectángulo aumenta en 25% y el ancho en 15%. ¿En qué porcentaje aumenta su área?

a) 38,25% b) 40,25% c) 40%
d) 43,75% e) 32%

02 El radio de un cono se incrementa en 10%. ¿En que porcentaje varía su volumen?

a) 11% b) 15% c) 17%
d) 21% e) 25%

03 Si el largo de un rectángulo aumenta en 20%. ¿En qué porcentaje debe aumentar el ancho para que el área aumente en 56%.

a) 30% b) 25% c) 44%
d) 35% e) 60%

04 Cuando el lado de un cuadrado se incrementa en un 20% resulta que el área aumenta en $176m^2$. Calcular el lado inicial del cuadrado?

a) 10m b) 12m c) 20m
d) 16m e) 15m

05 La cantidad de onzas de agua que se necesitan para rebajar al 30% el contenido de alcohol de pisco de loción de afeitar de 9 onzas que contiene 50% de alcohol es:

a) 6 b) 7 c) 8
d) 2 e) 9

06 Dos recipientes contienen vino. El primero tiene vino hasta la mitad y el segundo un tercio de su volumen. Se completan estos recipientes con agua, vertiéndose las mezclas a un tercer recipiente. Sabiendo que la capacidad del segundo recipiente es el triple que el primero, entonces el % de vino que contiene el tercer recipiente es:

a) 37 b) 37,5 c) 38
d) 38,5 e) 39

07 Un comerciante compra al contado un artículo con un descuento del 20% del precio de lista. ¿Qué porcentaje del precio fijado en lista representa el precio de venta del comerciante, si él debe ganar el 20% del precio de compra?

a) 95% b) 85% c) 80%
d) 96% e) 94%

08 Si el volumen inicial de un cubo aumentó en 72,8%. ¿En que porcentaje aumento su área total?

a) 72% b) 40% c) 48%
d) 44% e) 45%

09 Los 3/5 de un mercadería se vende en un 10% de pérdida, la mitad del resto con un 15% de ganancia ¿Qué tanto por ciento se debe ganar en la venta del resto, para ganar el 20% sobre el total de la mercadería?

a) 100% b) 115% c) 120%
d) 105% e) 125%

10 Se mezcla pisco de 60°, 48° y 42° en cantidades iguales. Si a esta mezcla se le agregan 91 litros de agua se obtiene pisco de 36° que se vende a S/.3 la botella de medio litro. Determinar el ingreso total para la venta del pisco.

a) S/.1850 b) S/.1900 c) S/.1950
d) S/.1150 e) S/.200

11 ¿De qué número es 27 el 9%?

a) 123 b) 240 c) 15
d) 300 e) 350

12 ¿De qué número es 330 el 10% más?

a) 149 b) 221 c) 300
d) 304 e) 350

13 ¿Cuánto es el 20% más del 20% menos de 60?

a) 34,6 b) 56,8 c) 57,6
d) 49,7 e) 54,7

14 ¿A que es igual el 0,2% de 3000 del 5 por 500 de los 25/3% de 0,2?

a) 0,02 b) 0,001 c) 0,01
d) 0,4 e) 0,04

15 ¿De los $800 que tenía, el 25% de lo que gasté no gasté ¿Cuánto gasté?

a) $600 b) $640 c) $670
d) $690 e) $560

16 Sí el 40% del 50% de C es el 30% de D. ¿Que porcentaje de (2C + 7D) es (C + D)?

a) 27 b) 78 c) 15
d) 35 e) 25

17 Gasté el 30% de lo que no gasté, si el 20% de lo que gasté es $72 ¿Cuánto tenia?

a) $1080 b) $1560 c) $1562
d) $4680 e) $ 3570

18 Si gastará el 30% del dinero que tengo y ganará el 28% de lo que me quedaría, perdería 156 soles ¿Cuánto tengo?

a) 542 b) 2470 c) 1500
d) 4480 e) 1350

19 El 9 por 20 de hombres y el 6por 40 de las mujeres de una población beben Cartavio y el 3 por 5 de la población total no son mujeres ¿Qué tanto por ciento de la población no bebe Cartavio?

a) 33% b) 24% c) 37%
d) 67% e) no se puede resolver

20 El 10% del 30% de 100% de 4X más el 25% del 40% de 7X resulta 164. Hallar "X"

a) 120 b) 240 c) 158
d) 200 e) 350

21 Humberto compra un televisor con el 10% de descuento, pero inmediatamente le hacen un descuento equivalente al 5% sobre la diferencia. Si al final pago 171 soles, diga¿ cuál fue el precio del televisor?

a) 200 b) 240 c) 420
d) 380 e) 472

22 Si mi juguete vale la cuarta parte de tu juguete y ala ves tu juguete vale el 80% del juguete de aquel ¿En que porcentaje debe aumentar el valor de mi juguete para que valga el 60% del juguete de aquel?

a) 360 b) 200 c) 3590
d) 300 e) 490

23 Ernesto tenía 120 manzana, regala a su madre el 20%, a su tío el 10% y vende a su amigo el 30%¿Con cuanto se queda al final?

a) 58 b) 24 c) 48
d) 37 e) 38

24 En un corral hay 30 patos y 20 gallinas ¿qué tanto por ciento del total sn gallinas? y ¿qué tanto por ciento de las gallinas son los patos?

a) 30 y 150 b) 40 y 160
c) 40 y 170 d) 50 y 150
e) 40 y 150

25 En un corral hay pavos y patos. Si el 30% del número de patos es igual al 20% del número de pavos ¿qué porcentaje del 80% del total es el numero de pavos?

a) 85% b) 75 c) 69
d) 25 e) 79

26 De un grupo de 800 señoras el 3% de ellas usan un solo arete, el 50% de los restantes usan 2 aretes ¿Cuántos hay?

a) 740 b) 700 c) 820
d) 800 e) 850

27 En una fabrica trabajan 250 personas donde el 80% son mujeres ¿Cuántos varones deben contratarse para que el 60% del personal sean varones?

a) 125 b) 250 c) 500
d) 300 e) 460

28 En un colegio hay 50 alumnos, el 56% son varones y el resto mujeres. Si se aumenta 18 mujeres y se retiran 18 hombres ¿qué porcentaje representan las mujeres?

a) 432 b) 170 c) 430
d) 80 e) 220

29 En una jaula se encuentran 80 leones y 120 tigres ¿Cuántos tigres escaparon si el tanto por ciento de leones aumenta en 40%?

a) 80 b) 240 c) 150
d) 100 e) 350

30 De un SACO de arroz sacó el 40% de lo que no sacó y de lo que sacó de-

vuelvo el 40% de lo que no devuelvo, resulta que ahora hay 780 kilos en el SACO ¿Cuántos kilos no devolví?

a) 230 b) 420 c) 200
d) 340 e) 350

31 En una fiesta de jóvenes, el 60% de los asistentes son varones y el resto mujeres. Luego llegan 40 varones cada uno con 2 mujeres y de esta manera todos están en pareja ¿Cuántas mujeres habían inicialmente?

a) 80 b) 240 c) 120
d) 300 e) 200

32 Si el lado de un cuadrado se triplica ¿En qué % aumenta el área?

a) +900 b) +700 c) +715
d) +300 e) +800

33 El lado de un triangulo equilátero disminuye en 50% ¿En cuánto disminuye su área?

a) 25 b) 85 c) 75
d) 30 e) 38

34 El radio de un circulo disminuye en su 10% ¿En cuánto disminuye su área?

a) 81 b) 27 c) 17
d) 19 e) 29

35 La base de un rectángulo disminuye en su 30% y la altura aumenta en su mitad ¿Qué pasó con el área?

a) +5% b) igual a 105%
c) 115% d) –95%
e) igual a 85%

36 ¿En qué porcentaje aumenta el área de un cuadrado, si el lado aumenta en su 40%?

a) 196 b) 86 c) 14
d) 84 e) 96

37 Si el área de un círculo aumentó en 300% ¿Por cuánto se multiplicó su radio?

a) 20 b) 400 c) 2
d) 40 e) 80

38 Se vende un televisor por $6000 ganando el 20% del precio de venta más el 20% precio de costo. Hallar el precio de costo del televisor.

a) 1280 b) 2408 c) 1540
d) 4000 e) 3650

39 Se vende un artículo en 150 soles con una ganancia del 25% sobre el costo. Si se ganó tanto como se descontó ¿Cuál fue el precio fijado para la venta al público?

a) 180 b) 240 c) 156
d) 370 e) 330

40 La base de un triangulo aumenta sucesivamente en 20% y 20% y su altura disminuye en 20% y 20% sucesivamente ¿En qué tanto por ciento varía el área?

a) 8,45 b) 6,84 c) 4,56
d) 7,84 e) 6,87

Tercera Práctica

Tanto Por Ciento

01 Hallar el 20% de 600

a) 6 b) 12 c) 60
d) 120 e) 90

02 Hallar el 0,04% de 25 000

a) 10 b) 5 c) 20
d) 30 e) 50

03 El 20% del 30% del 0,001 de 60×104 es:

a) 8 b) 16 c) 18
d) 36 e) 72

04 Hallar el 4% del doble de la tercera parte de los 5/6 de 12,5

a) 1/15 b) 5/18 c) 4/75
d) 8/75 e) 16/75

05 Hallar el 4/5 % de la mitad de 1 3/8.

a) 121/200 b) 11/200 c) 11/2
d) 11/2000 e) 1/2

06 ¿15% de qué número es 120?

a) 80 b) 800 c) 8000
d) 8 e) 8×104

07 ¿0,03% de que número es 54?

a) 18 b) 180
c) 18×10^3 d) 18×10^4
e) 1,8

08 El 30% de 2/3% de que número es 16?

a) 4×10^2 b) 4×10^3
c) 8×10^3 c) 8×10^2
e) 4×10^4

09 ¿Qué % de 250 es 30?

a) 2% b) 3% c) 4%
d) 12% e) 8%

10 ¿Que % de 0,04 es $24 \times 10 - 3$?

a) 6% b) 60% c) 0.6%
d) 36% e) 30%

11 Un basquetbolista debe lanzar 160 veces al cesto. Si ya ha convertido 40. ¿Cuantos más debe convertir para tener una eficiencia del 70%?

a) 58 b) 64 c) 68
d) 72 e) 70

12 El 1/2% de 1/2. ¿Que tanto por ciento es de 5/4?

a) 1% b) 3% c) 5%
d) (1/5)% e) (1/4)%

13 En una compañía trabajan 250 personas donde el 20% son mujeres. ¿Cuántas mujeres deben contratarse para que el 60% del personal sean mujeres?

a) 180 b) 200 c) 250
d) 210 e) 120

14 Al vender una camisa en S/.30 ganó S/.6. ¿Cuál es el tanto por ciento de ganancia?

a) 5% b) 10% c) 15%
d) 20% e) 25%

15 El 20% del 0,2% de 800, ¿qué porcentaje es del 0,5% de 20?

a) 32% b) 3.2% c) 6%
d) 2% e) 320%

16 Tres descuentos sucesivos de 20%, 40% y 60%, equivalen a un descuento único de:

a) 19,20% b) 80,80% c) 12%
d) 120% e) 50%

17 Susana va a comprarse una chompa y se hacen dos descuentos sucesivos del 20% y 40%; en lugar de estos dos descuentos pudieron haberle hecho uno sólo de:

a) 32% b) 52% c) 42%
d) 25% e) 40%

18 Dos descuentos sucesivos del 30% y 70% son equivalentes a un descuento único de:

a) 100% b) 69% c) 79%
d) 97% e) 80%

19 Tres descuentos sucesivos de 20%, 30% y 50% equivalen únicamente a un descuento de:

a) 120% b) 100% c) 80%
d) 72% e) 20%

20 El precio de lista de un objeto es S/.40 000, si al venderlo se hacen dos descuentos de 20% y 25%. ¿A qué precio se vende finalmente?

a) S/.32 000 b) S/.24 000
c) S/.28 000 d) S/.26 000
e) S/.25 000

21 Si a una cuenta de mil dólares se le calcula un descuento del 40% entonces la diferencia entre este descuento y dos descuentos sucesivos de 35% y 4% expresados en dólares es:

a) 0 b) 24 c) 256
d) 400 e) 40

22 Dos aumentos sucesivos del 40% y 60% equivalen a un aumento único del:

a) 100% b) 120% c) 124%
d) 180% e) 130%

23 Tres aumentos sucesivos del 10%, 40% y 50% equivalen a un aumento único de:

a) 132% b) 131% c) 213%
d) 23% e) 140%

24 Cuatro aumentos sucesivos del 10%, 20%, 30% y 40% equivalen aun aumento único de:

a) 100% b) 110% c) 92%
d) 48% e) 140,24%

25 Un pantalón cuesta 5 veces lo que una trusa. Si compro ambos artículos, me rebajan el pantalón en 30% y la trusa en 20% y así quedaría beneficiado con una rebaja de S/.357. Cuál es el precio de la trusa?

a) S/.200 b) S/.210 c) S/.220
d) S/.240 e) S/.230

26 Dos aumentos sucesivos del 40% y 70%, equivalen a un aumento único de:

a) 82% b) 138% c) 136%
d) 110% e) 80%

27 En un país, el costo de vida ha subido 100% durante el primer año y 120% durante el segundo año. ¿Qué porcentaje ha subido en los dos primeros años?

a) 380% b) 480% c) 280%
d) 329% e) 340%

28 Un tirador debe acertar en total el 60% de los disparos que realiza; le dan 85 balas y ya ha disparado 45, consiguiendo sólo 19 aciertos. ¿Qué porcentaje de las balas que quedan debe acertar para cumplir el porcentaje requerido?

a) 75% b) 60% c) 99%
d) 80% e) 25%

29 Si el radio de una esfera se triplica, ¿En qué porcentaje aumenta el volumen?

a) 100% b) 300% c) 2100%
d) 2600% e) 2700%

30 De un recipiente lleno de vino se extrae el 20% de lo que no se extrae; luego se devuelve el 25% de lo extraído. Si este proceso se realiza 3 veces, de los volúmenes que van quedando, calcule el volumen inicial, si al final quedan 686 litros.

a) 900 litros b) 800 c) 850
d) 512 e) 1 024

31 Si la base de un rectángulo aumenta en un 25% y el área no varía entonces la altura disminuye en:

a) 10% b) 15% c) 20%
d) 12% e) 18%

32 Cada uno de los lados de un cubo se aumenta en 50%; el porcentaje de aumento del área del cubo es:

a) 50% b) 125% c) 170 %
d) 300% e) 200%

33 Un negociante vende un artefacto ganando S/.600, con el importe compra 2 artefactos similares, en la misma tienda donde había comprado el artefacto anterior, pero en esta oportunidad con un descuento del 20%. Si estos 2 artefactos los vende ganando el mismo porcentaje que en la venta anterior, ¿Cuál es su ganancia en esta última venta?

a) S/.600 b) S/.120 c) S/.960
d) S/.690 e) S/.480

34 ¿En qué porcentaje varía el área de rectángulo, si su largo aumenta en un 40% y el ancho disminuye en un 20%?

a) 20% b) 40% c) 30%
d) 12% e) 80%

35 Si el área de un cuadrado disminuye en 36% ¿En qué porcentaje ha disminuido su lado?

a) 40% b) 36% c) 60%
d) 64% e) 20%

36 Si el área de un círculo aumenta en un 21% ¿En qué porcentaje aumenta su radio?

a) 1% b) 5% c) 10%
d) 21% e) 30%

37 De los alumnos de una de las aulas del CPU, el 40% son mujeres. Si el número de mujeres aumenta en 30% y el de los hombres en 20%, ¿En qué porcentaje aumentó el total de alumnos?

a) 10% b) 12% c) 18%
d) 20% e) 24%

38 Si el 3 por 20 de mujeres y el 18 por 40 de los hombres de una población fuman y el 9 por 15 de la población total no son mujeres. ¿Qué tanto por ciento de la población no fuma?

a) 33% b) 36% c) 48%
d) 64% e) 67%

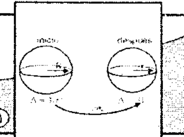
39 Para construir un ferrocarril sobre una montaña desde el pie hasta la cima se necesita hacerlo subir 600m. La pendiente se puede reducir haciendo que el ferrocarril dé vueltas a la montaña. ¿En cuánto aumentará la trayectoria horizontal a recorrer, si se quiere reducir la pendiente de 3% a 2%?

a) 10 Km. b) 20 Km. c) 5 Km.
d) 1 Km. e) 100 Km

40 Un comerciante vendió un artículo y parte del importe lo invirtió en la compra de otro artículo, el que vendió con una utilidad del 40%, Esta utilidad equivale al resto del importe de la venta. Si el importe de la venta del primer artículo y el costo del segundo artículo suman S/.2 400 ¿cuánto ganó en la segunda venta?

a) S/.400 b) S/.450 c) S/.500
d) S/.600 e) S/.350

Cuarta Práctica



01 Si el 40% del número de hombres presentes en una reunión equivalen al 60% del número de mujeres ¿Qué tanto por ciento más son los hombres respecto de las mujeres?

a) 40% b) 50% c) 60%
d) 70% e) 20%

02 En una granja, donde sólo hay pavos y conejos, el número de pavos representa el 60% del número total de animales. ¿qué tanto por ciento de los pavos deben morir para que el número de pavos restante represente el 30% del número de conejos?

a) 80% b) 20% c) 90%
d) 30% e) 50%

03 En una reunión, el 20% de los hombres y el 25% de las mujeres son peruanos. Si el número de mujeres representa el 40% del total de personas. ¿Qué tanto por ciento de las personas presentes en dicha reunión no son peruanos?

a) 78% b) 8% c) 22%
d) 68% e) 12%

04 Si la base de un triángulo aumenta en 30% y la altura relativa a dicha base disminuye en un 60%, ¿qué sucede porcentualmente con el área?

a) aumenta en 30%
b) disminuye en 60%
c) disminuye en 48%
d) aumenta en 48%
e) disminuye en 30%

05 Si "*A*" aumenta en 25%, "*B*" aumenta en 20% y "*C*" disminuye en 64%. ¿En qué tanto por ciento varía "*M*"?

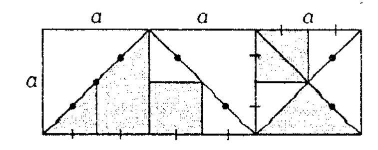
$$M = \frac{3\pi R^2\sqrt{C}}{4(AB^2)^{-1}}$$

a) 5% b) 6% c) 7%
d) 8% e) 9%

06 Gasté el 20% de lo que no gaste, luego de lo que me quedaba, perdí el 25% de lo que no perdí y finalmente, del resto, regalé el $33,\widehat{3}\%$ de lo que no regale. ¿Qué tanto por ciento de lo que tenía al inicio es lo que me queda al final?

a) 20% b) 30% c) 40%
d) 50% e) 60%

07 ¿Qué tanto por ciento más representa el área de la región no sombreada respecto del área de la región sombreada?



a) 50% b) 60% c) 70%
d) 80% e) 40%

08 Se tiene 3 mezclas alcohólicas cuyas cantidades son como 1, 2 y 3 y cuyos porcentajes de pureza son 40% , 60% y 80% respectivamente. Si mezclamos la cuarta parte de la primera con la mitad de la segunda y con la tercera parte de la tercera. ¿Cuál será el porcentaje de pureza de la mezcla resultante?

a) $33,\hat{3}\%$ b) $66,\hat{6}\%$ c) $22,\hat{2}\%$
d) 11,1% e) $44,\hat{4}\%$

09 Un artículo se vende con una ganancia del 20% del precio de venta más el 25% del precio de costo. Al final se ganan S/. 180 ¿Cuánto es el precio de costo?

a) S/.160 b) S/.80 c) S/.320
d) S/.480 e) S/.240

10 ¿En qué tanto por ciento debe aumentarse el costo de un producto para fijar su precio al público, de tal forma que al realizarse un descuento del 30%, aún así se gana el 40%?

a) 50% b) 60% c) 80%
d) 90% e) 100%

11 De la mesa de un laboratorio se toma un recipiente que contiene 40ℓ de alcohol al 10% y se vierte todo el contenido en un segundo recipiente que contenía 10ℓ de alcohol al 20%. Si luego se agregó 38 ℓ de alcohol puro ¿qué tanto por ciento de la mezcla final es alcohol puro?

a) 55% b) 50% c) 52%
d) 53% e) 54%

12 De un recipiente lleno de vino se extrae el 20% de lo que no se extrae, luego se devuelve el 25% de lo extraído. Si este proceso se realiza 3 veces, de los volúmenes que van quedando, calcule el volumen inicial, si al final quedan 686 litros.

a) 900 litros b) 800 litros c) 850 litros
d) 512 litros e) 1024 litros

13 Un comerciante compra un artículo y para venderlo hace un incremento de 30% sobre el precio de costo. El comerciante encarga la tienda a su sobrino; éste ignorando el costo del artículo realiza la venta con un descuento de 40%, percatándose luego que en dicha venta ha perdido S/.66. ¿A qué precio se debería fijar otro artículo igual al anterior. Si al realizar la venta se desea hacer un descuento del 20%; además en esta venta se requiere recuperar lo perdido en la venta anterior y obtener una ganancia del 20%?

a) S/.500 b) S/.530 c) S/.532,5
d) S/.529,5 e) S/.600

14 Al vender un objeto en S/. 2530 gana el 15% de 10% del 80% del costo. ¿A cuánto debo vender el objeto para ganar el 20% del 60% del costo?

a) S/. 2800 b) S/. 2700 c) S/. 2577
d) S/. 2900 e) S/. 2579

15 ¿Cuál debe ser el peso de la mezcla final, si a 620 gramos de agua que contiene el 7% de sal, se le añade agua pura para reducir la proporción de sal a 2,5%?

a) 1116 g b) 1480 g c) 1736 g
d) 1159 g e) 1779 g

16 En las elecciones municipales se observó que el 54% de los varones votaron por el partido "A", mientras que el 78% de las mujeres no votaron por dicho partido. Si acudieron a votar tantos hombres como mujeres ¿qué porcentaje de votación alcanzó el partido "A".

a) 30% b) 36% c) 38%
d) 42% e) 76%

17 En un proceso de admisión en que requiere aprobar los 4 exámenes programados, sólo el 15% de los postulantes podría ser admitido. Si sólo se exigiera aprobar 3 de los exámenes, el número de postulantes a admitir aumentaría en un 60% del número anterior y totalizarían así 900 ingresantes. ¿Cuántos son los postulantes?

a) 3900 b) 3750 c) 4000
d) 4500 e) 4850

18 Un artículo se vendió previo descuento de 25%, pero aún así se ganó el 20% del costo. Si el costo hubiera sido 20% menos y se hubiera fijado para la venta al público el precio de lista anterior, ¿qué descuento porcentual se tendría que aplicar, si se quisiera obtener la misma ganancia?

a) 37,5% b) 37% c) 36,5%
d) 38 % e) 38,5%

19 Se tiene 540 ℓ de alcohol de 90°, se le mezcla con 810 ℓ de alcohol de 72° ¿Qué cantidad de agua debe adicionarse para obtener una mezcla de 60°?

a) 432 ℓ b) 430 ℓ c) 340 ℓ
d) 234 ℓ e) 342 ℓ

20 Un recipiente contiene 80% de vino y el resto de agua. Se extrae el 30% de la mezcla quedando 2,1 litros más de vino que de agua. ¿Cuántos litros contenía el recipiente?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 10

21 Jaimito se dedica a importar relojes. Cuando el dólar estaba S/. 2,4 vendía cada reloj en S/.84 ganando el 40%. Hoy cada dólar cuesta S/. 3,5 y el proveedor de Jaimito le ha recargado un 20% en el costo de cada reloj. ¿A cuánto debe vender Jaimito para ganar el 20%?

a) S/.120 b) S/.126 c) S/.140
d) S/.110 e) S/.100

22 Para comprar un pantalón de S/.99 retiro del banco el 20% de mis ahorros, luego vendo el pantalón y gano el 10% del costo y con el dinero de la venta pago el 50% de una deuda. ¿Qué tanto por ciento de lo que queda en el banco debo retirar para cancelar mi deuda.

a) 20% b) 27,5% c) 25%
d) 13,75% e) 32,5%

23 Juan apuesta el 30% de su dinero ganando el 20%; el 45% perdiendo el 60% y el resto ganando el 20%. Por último apuesta todo lo que tiene, recuperando todo su dinero. ¿Qué tanto por ciento ganó aproximadamente en la última apuesta?

a) 21% b) 19 % c) 18,5%
d) 16,2% e) 22,5%

24 En la compra de una cierta cantidad de televisores gasto el 80% de mi dinero y en la compra de cada uno el 0,8% del mismo. Si al vender deseo realizar 2 rebajas sucesivas del 20% y el 30% y todavía ganar S/.280 por cada televisor, entonces debo fijar cada televisor en S/.864. Calcule cuánto dinero tenía inicialmente.

a) S/.20384 b) S/.22460
c) S/.23748 d) S/.25480
e) S/.26572

25 En un colegio nacional se matricularon 7500 estudiantes, si el 87% de las mujeres y el 12% de los varones se retiran, el 12% de los que quedan serian mujeres. ¿Cuántos varones se han retirado?

a) 449 b) 457 c) 468
d) 507 e) 512

26 Una grabadora al venderse se le descuenta el 10%, luego se le recarga el 10%; pero se le vuelve a descontar el 10%, pagando S/.8910. ¿Cuál era el precio inicial?

a) S/.9000 b) S/.8500 c) S/.8100
d) S/.10000 e) S/.9900

27 A que precio se debe fijar un artículo, cuyo costo es S/.441, si se han de realizar tres descuentos sucesivos del 20%, 25% y 40% a aún así se ganará el 12,5% del precio de venta.

a) 1400 b) 1260 c) 1320
d) 1480 e) 1323

28 Se tiene una esfera rodeada de otras 6 del mismo tamaño pegadas entre sí, si otro juego similar sé coloca sobre ellas, ¿qué porcentaje del volumen del prisma hexagonal que se genera al unir los centros de las esferas circundantes de los 2 juegos están ocupadas por las esferas?

a) 52,16% b) 54,4% c) 50,24%
d) 60,46% e) 64,60%

CLAVES
REGLA DEL TANTO POR CIENTO

PRIMERA PRÁCTICA				
01. c	02. b	03. d	04. d	05. b
06. a	07. c	08. b	09. c	10. d
11. a	12. b	13. b	14. e	15. b
16. d	17. d	18. d	19. d	20. d
21. b	22. b	23. d	24. d	25. e
26. b	27. b	28. c	29. e	30. c
31. d	32. b	33. d	34. c	35. d
36. e	37.c	38. a	39. d	40. a

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. d	02. d	03. a	04. c	05. a
06. b	07. d	08. d	09. b	10. c
11. d	12. c	13. c	14. b	15. b
16. e	17. b	18. c	19. d	20. d
21. a	22. b	23. c	24. e	25. b
26. d	27. b	28. d	29. d	30. c
31. a	32. e	33. c	34. d	35. a
36. e	37. c	38. d	39. a	40. d

TERCERA PRÁCTICA				
01. d	02. a	03. d	04. b	05. d
06. b	07. d	08. c	09. d	10. b
11. d	12. d	13. c	14. e	15. e
16. b	17. b	18. c	19. d	20. b
21. b	22. c	23. b	24. e	25. b
26. b	27. e	28. d	29. d	30. e
31. c	32. b	33. c	34. d	35. e
36. c	37. e	38. e	39. a	40. a

CUARTA PRÁCTICA				
01. b	02. a	03. a	04. c	05. d
06. d	07. e	08. b	09. c	10. e
11. b	12. e	13. c	14. a	15. c
16. c	17. b	18. a	19. a	20. a
21. b	22. b	23. b	24. a	25. c
26. d	27. a	28. d		

Capítulo 09

COMPARACIÓN DE MAGNITUDES

INTRODUCCIÓN

En este ejemplo se aprecia la relación entre el tamaño de una rueda y el número de vueltas que da; lo que estudiaremos ahora amigo lector es la relación que existe entre las diversas magnitudes que nos rodean.

MAGNITUD

Es todo aquello cuya intensidad puede variar, es decir aumentar o disminuir. Cuando dicha intensidad se puede medir o contar, se denomina magnitud matemática, el resultado que se obtiene al medir o contar, se llama **CANTIDAD**. Así la cantidad es la medida de la intensidad de la magnitud.

MAGNITUD	CANTIDAD
tiempo	$2h$, 3 días , ...
# de alumnos	50, 70, 100 ...
masa	30 Kg, 10 gr. ...
rapidez	$5\ m/s$, $30\ \frac{km}{h}$ ...

En el caso planteado en la introducción observamos que están involucrados dos magnitudes: # de vueltas y tamaño de la rueda, y que al variar una de ellas la otra también varía.

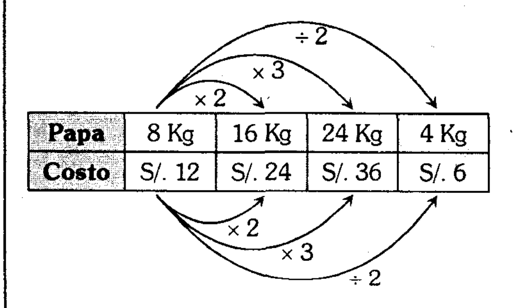
De acuerdo a la forma como se da la variación, las magnitudes se clasifican en dos:

- Magnitudes directamente proporcionales.
- Magnitudes inversamente proporcionales.

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES (DP)

Analicemos lo siguiente:

Si 8 Kg de papa cuesta S/. 12 tenemos:



Papa	8 Kg	16 Kg	24 Kg	4 Kg
Costo	S/. 12	S/. 24	S/. 36	S/. 6

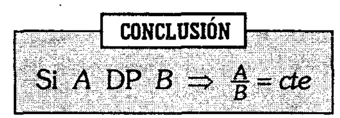
Se observa que si el número de Kg de papa aumenta, el costo también aumenta, o si el número de kilogramos de papa disminuye, el costo también disminuye;

pero en proporción directa. Por eso diremos que el costo es DP al número de Kg de papas.

También se observa que:

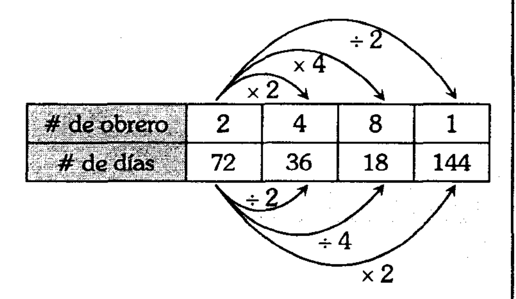
$$\frac{\text{costo}}{\#\text{ de }Kg}=\frac{12}{8}=\frac{24}{16}=\frac{36}{24}=\frac{6}{4}=1{,}5$$

el cociente en cada pareja de valores correspondientes es el mismo, es decir el cociente es constante.



MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES (IP)

Analicemos lo siguiente: 2 obreros hacen una obra en 72 días.



# de obrero	2	4	8	1
# de días	72	36	18	144

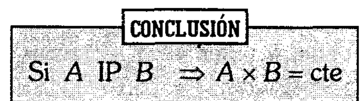
Se observa que si el número de obreros aumenta, el número de días disminuye; o si el número de obreros disminuye, el número de obreros aumenta, pero en proporción inversa. Por eso diremos que el número de obreros es IP con el número de días.

También observe que:

(# días) (# obreros) =

$72\times2=36\times4=18\times8=144\times1=144$

es decir el producto en cada pareja de valores correspondientes es el mismo.



De acuerdo a la cantidad de magnitudes que intervienen en un problema, haremos la siguiente clasificación:

- ✓ comparación simple.
- ✓ comparación múltiple.

COMPARACIÓN SIMPLE

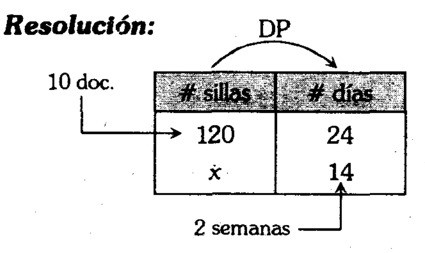
Se da cuando sólo intervienen dos magnitudes.

Ejemplo 01

Un carpintero hace 10 docenas de sillas en 24 días ¿cuántas sillas hará en 2 semanas?

a) 65 b) 60 c) 70
d) 120 e) 140

Resolución:



# sillas	# días
120	24
x	14

Como (# sillas) DP (# días)

$$\frac{\#\ sillas}{\#\ días}=cte$$

$$\frac{120}{24}=\frac{x}{14}$$

$$5=\frac{x}{14}$$

$$x=70$$

∴ Hará 70 sillas

Ejemplo 02

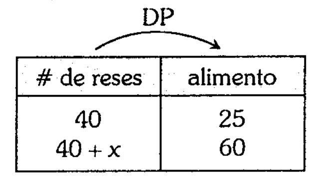
Si para alimentar a las 40 reses que tengo necesito 25 Kg de alfalfa. ¿Cuántas reses más debería tener para alimentarlos con 60 Kg de alfalfa?

a) 96 b) 56 c) 54
d) 52 e) 55

Resolución:

Sea x el # de reses adicionales.

Comparando:



DP

# de reses	alimento
40 40 + x	25 60

$$\frac{\text{\# de reses}}{\text{alimento}} = cte$$

$$\frac{\overset{8}{\cancel{40}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{40+x}{60}$$

$$\frac{8}{5} \times 60 = 40 + x$$

$$x = 56$$

∴ Debería tener 56 reses más.

Clave b

Ejemplo 03

Un grupo de marinos tienen alimentos para 15 días; pero si hubiesen 2 marinos más, los alimentos durarían 3 días menos ¿cuántos marineros integran el grupo?

a) 6 b) 8 c) 10
d) 3 e) 12

Resolución:

Del enunciado

IP

# marineros	# días
x x + 2	15 12

3 días menos

Como al aumentar el número de marineros el número de días que dura el alimento disminuye, entonces el número de marineros es IP con el número de días.

$$(\text{\# marineros}) \times (\text{\# días}) = cte$$

$$x \cdot 15 = (x+2) \cdot 12$$

$$15x = 12x + 24$$

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

∴ Son 8 marineros

Clave b

COMPARACIÓN MÚLTIPLE

Se presenta cuando se comparan más de dos magnitudes DP y/o magnitudes IP.
La comparación se hace de la siguiente manera:

1. Se compara la magnitud donde se encuentra la incógnita con cada una de las otras magnitudes, teniendo en cuenta que al comparar dos magnitudes, las demás se deben considerar constantes.
2. Se aplica según sea el caso (DP ó IP) los criterios aprendidos.

Ejemplo 01

Para enlosetar el piso de una sala de 5 *m* de largo y 4 *m* de ancho, se han empleado tres operarios, durante 2 días, trabajando 10 horas diarias. ¿Cuántos operarios harán falta para enlosetar en 3 días, trabajando 8 horas diarias, otro piso de 8 *m* de largo y 5 m de ancho?

a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

Resolución:

DP IP IP

Área	# operarios	# días	h/d
5 × 4	3	2	10
8 × 5	x	3	8

- Si el área a enlosetar aumenta, entonces el número de operaciones también debe aumentar, para que terminen en el mismo tiempo ⇒ (Área) DP (# operarios).
- Si el número de operarios aumenta, el número de días que demoran disminuye.
  ⇒ (# operarios) IP (# días)
- Si el número de operarios aumenta, el número de *h/d* de trabajo debe disminuir para terminar en el mismo tiempo.
  ⇒ (# operarios) IP (*h/d*)

Luego: $\frac{(\#\ operarios)(\#\ días)(h/d)}{(Área)} = cte$

$$\frac{\not{3} \times 2 \times 10}{(\not{5} \times 4)} = \frac{x \cdot \not{3} \cdot \not{8}}{(\not{8} \times \not{5})}$$

$$x = 5$$

∴ Harán falta 5 operarios

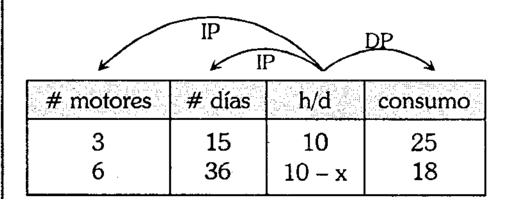
Ejemplo 02

Tres motores, trabajando durante 15 días a razón de 10 horas diarias consumen en total 25 galones de petróleo. ¿Cuántas horas diarias menos deben funcionar los motores sabiendo que se utilizarán 6 motores durante 36 días y sólo se dispone de 18 galones de petróleo.

a) 5 b) 3 c) 2
d) 8,5 e) 4

Resolución:

Comparando magnitudes:



# motores	# días	h/d	consumo
3	15	10	25
6	36	10 – x	18

$$\frac{(h/d)(\#\ motores)(\#\ días)}{(consumo)} = cte$$

$$\frac{10 \times 3 \times 15}{25} = \frac{(10-x) \times 6 \times 36}{18}$$

$$18 = (10 - x) \times 12$$

$$1,5 = 10 - x$$

$$x = 8,5$$

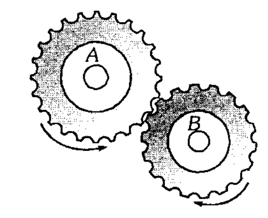
∴ Deben funcionar 8,5 h/d menos

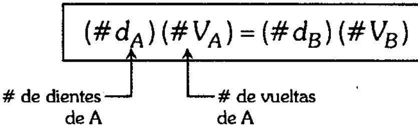
A continuación de manera práctica presentamos algunos casos de magnitudes directa e inversamente proporcionales:

Magnitud 1	Magnitud 2	Relación
# obreros	obra	DP
# obreros	tiempo	IP
Obra	tiempo	DP
rapidez	tiempo	IP
eficiencia	dificultad	DP
# h/d	dificultad	DP
# días	# h/d	IP
tiempo	eficiencia	IP
Obra	eficiencia	DP
# obreros	dificultad	DP
eficiencia	# obreros	IP
obra	dificultad	IP

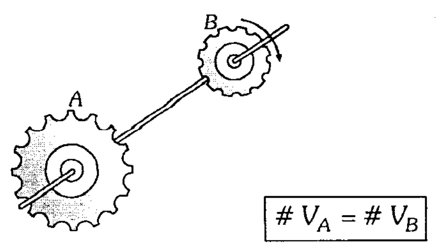
APLICACIÓN EN LOS SISTEMAS DE ENGRANAJES

- Cuando están en contacto (engranan)





- Cuando están unidos por un eje común.



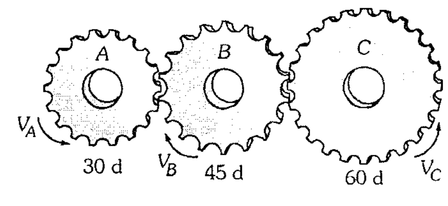
Ejemplo 01

Se tiene un engranaje A de 30 dientes que está engranado con uno B de 45 dientes y este a su vez está engranado con otro C de 60 dientes. Si en un determinado tiempo la diferencia del número de vueltas que dan los engranajes A y C es 180. ¿Cuántas vueltas ha dado el engranaje B?

a) 280 b) 240 c) 265
d) 295 e) 260

Resolución:

Haciendo un esquema:



$$30\,V_A = 45\,V_B = 60\,V_C$$

$$\Rightarrow \quad V_A = 2\,V_C$$

Como:
$$V_A - V_C = 180$$
$$2\,V_C - V_C = 180$$
$$V_C = 180$$

Luego:
$$45\,V_B = 60\,(180)$$
$$V_B = 240$$

$\therefore$ Ha dado 240 vueltas

Ejemplo 02

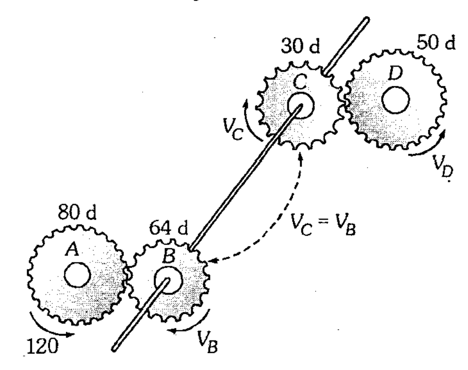
Una rueda A de 80 dientes engrana con otra rueda B de 64 dientes, fijo al eje de

B hay una rueda C de 30 dientes que engrana con una rueda D de 50 dientes. Si la rueda A da 120 vueltas ¿cuántas vueltas da la rueda D?

a) 45 b) 80 c) 180
d) 90 e) 100

Resolución:

Haciendo un esquema tenemos:



Para A y B: $\Rightarrow 120 \times 80 = V_B \times 64$

$$V_B = 150$$

Para C y D:

$$\Rightarrow \quad 30\,V_C = 50\,V_D$$
$$\downarrow$$
$$30\,V_B = 50\,V_D$$
$$30\,(150) = 50\,V_D$$
$$V_D = 90$$

$\therefore$ Da 90 vueltas

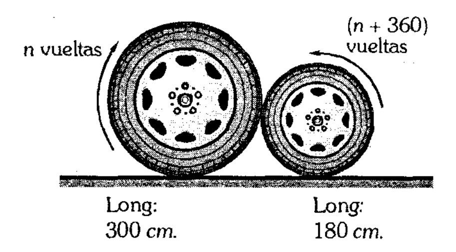
Ejemplo 03

Las llantas delanteras de un tractor tienen 180 cm. de longitud de circunferencia y las llantas traseras 300 cm. Calcule la distancia que necesita recorrer el tractor para que la rueda delantera dé 360 vueltas más que la trasera.

a) 1860 *m*. b) 1620 *m*. c) 150 *m*.
d) 1280 *m*. e) 1320 *m*.

Resolución:

Del enunciado:



Como: longitud IP # vueltas

$$300n = 180(n + 360)$$
$$n = 540$$

$\therefore$ distancia $= 540 \times 300\ cm.$

$= 162000\ cm. = 1620\ m.$

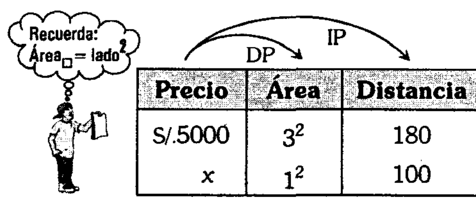
Problemas Resueltos
COMPARACIÓN DE MAGNITUDES

PROBLEMA 01

Suponiendo que el precio de los terrenos varía DP a su área e IP a la distancia que lo separa de la ciudad A. En estas condiciones un terreno de forma cuadrada que se encuentra a 180 Km al sur de esta ciudad está valorizado en S/. 5000. ¿Qué precio tendría un terreno de forma cuadrada cuyo lado sea la tercera parte del anterior que se encuentra a 100 Km de esta ciudad?

a) S/.1000 b) S/.2250 c) S/.1500
d) S/. 3300 e) S/.1850

Resolución:



Precio	Área	Distancia
S/.5000	3^2	180
x	1^2	100

Luego: $\dfrac{(\text{Precio})(\text{distancia})}{(\text{Area})} = \text{cte}$

$$\frac{5000 \times 180}{3^2} = \frac{x \cdot 100}{1^2}$$

$$x = 1000$$

$\therefore$ Tendría un precio de S/. 1000

$\therefore$ **Clave: a**

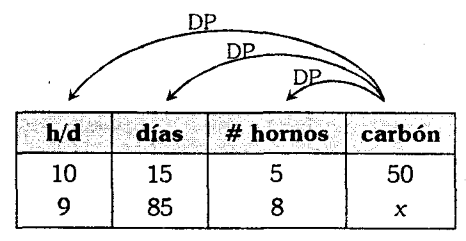
PROBLEMA 02

Trabajando durante 10 horas diarias durante 15 días, 5 hornos consumen 50 toneladas de carbón ¿cuántas toneladas de carbón serían necesarias para mantener trabajando 9 horas diarias durante 85 días 3 hornos más?

a) 406 b) 407 c) 408
d) 409 e) 500

Resolución:

Comparando las magnitudes:



h/d	días	# hornos	carbón
10	15	5	50
9	85	8	x

$$\frac{(\text{carbón})}{(\text{h/d})\,(\text{días})\,(\#\text{ hornos})} = \text{cte}$$

$$\frac{50}{10 \times 15 \times 5} = \frac{x}{9 \times 85 \times 8}$$

$$x = 408$$

$\therefore$ Se necesitan 408 toneladas

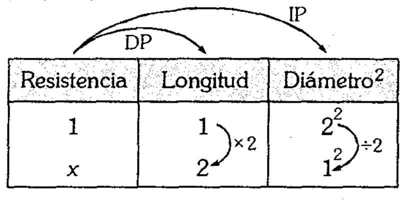
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 03

La resistencia de un conductor metálico de sección circular es proporcional a su longitud e inversamente proporcional al cuadrado de su diámetro. ¿Qué sucede con la resistencia cuando su longitud se duplica y el radio se reduce a la mitad?

a) no cambia b) aumenta a 8 veces
c) se duplica d) se hace la mitad
e) se cuadruplica

Resolución:



Resistencia	Longitud	Diámetro^2
1	1	2^2
x	2	1^2

$$\frac{(\text{Resistencia})(\text{diámetro}^2)}{(\text{longitud})}=\text{cte}$$

$$\frac{1\times 2^2}{1}=\frac{x\cdot 1^2}{2}$$

$$x=8$$

∴ Aumenta a 8 veces

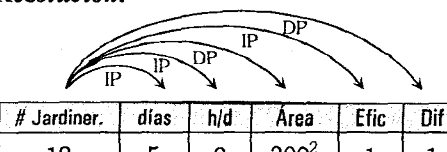
∴ **Clave: b**

PROBLEMA 04

Si 12 jardineros tardan 5 días de 8 h/d de trabajo en sembrar un terreno en forma cuadrada de 300 m de lado. ¿Cuántos jardineros dos veces más eficientes que los anteriores serán necesario para sembrar otro terreno doblemente difícil, también en forma cuadrada de 600 m de lado, en 4 días de 5 h/d de trabajo?

a) 96 b) 64 c) 60
d) 94 e) 65

Resolución:



# Jardiner.	días	h/d	Área	Efic	Dif
12	5	8	300^2	1	1
x	4	5	600^2	3	2

$$\frac{(\#\text{Jard})(\text{días})(\text{h/d})(\text{Efic})}{(\text{Área})(\text{dif})}=\text{cte}$$

$$\frac{12\times 5\times 8\times 1}{300^2\times 1}=\frac{x\cdot 4\times 5\times 3}{600^2\times 2}$$

$$x=64$$

∴ Serán necesarios 64 jardineros

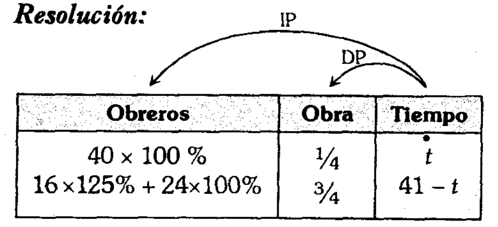
∴ **Clave: b**

PROBLEMA 05

40 obreros pensaban hacer una obra en cierto tiempo; pero después de hacer la cuarta parte de la obra 16 de ellos aumentan su eficiencia en 25%, por lo cual toda la obra se termina en solo 41 días. ¿Cuántos días antes del plazo fijado se termina la obra?

a) 3 b) 2 c) 4
d) 5 e) 7

Resolución:



Obreros	Obra	Tiempo
40 × 100 %	¼	t
16×125% + 24×100%	¾	$41-t$

$$\frac{(\text{tiempo})(\text{obreros})}{(\text{obras})}=\text{cte}$$

$$\frac{t\times 4000\ \%}{1/4}=\frac{(41-t)\,4400\ \%}{3/4}$$

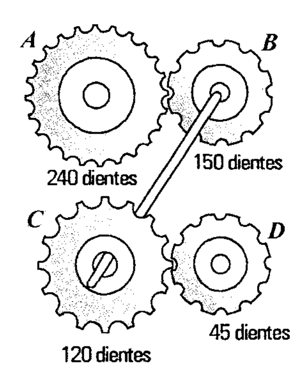
$$t=11$$

∴ Toda la obra se pensaba hacer en
$4(11)=44$ días y se terminó:
$44-41=3$ días antes.

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 06

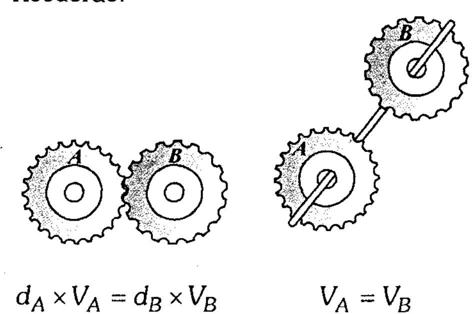
La figura muestra un sistema de engranajes. Si en 6 minutos "A" gira 49 vueltas menos que "D". ¿Cuántas vueltas por minutos gira "B"?



a) 24 b) 16 c) 4
d) 20 e) 18

Resolución:

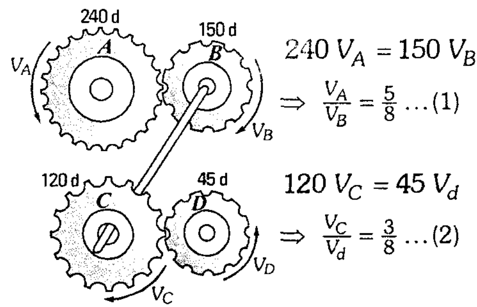
Recuerde:



$d_A \times V_A = d_B \times V_B$ $\qquad$ $V_A = V_B$

donde: d_A : # de dientes de A
V_A : # de vueltas de A

En el problema:



$240\,V_A = 150\,V_B$

$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{5}{8} \ldots(1)$

$120\,V_C = 45\,V_d$

$\Rightarrow \frac{V_C}{V_d} = \frac{3}{8} \ldots(2)$

Como: $\quad V_B = V_C$ (eje común)

Multiplicando (1) y (2)

$$\frac{V_A}{\cancel{V_B}} \times \frac{\cancel{V_C}}{V_D} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8}$$

$$\frac{V_A}{V_D} = \frac{15}{64} \Rightarrow \begin{matrix} V_A = 15K \\ V_D = 64K \end{matrix}$$

Por dato: $\quad V_D - V_A = 49$

$$64K - 15K = 49$$

$$K = 1$$

$$\Rightarrow V_A = 15$$

En (1): $\quad \frac{15}{V_B} = \frac{5}{8} \Rightarrow V_B = 24$

$\therefore$ El engranaje B gira 24 vueltas en 6 minutos, entonces en 1 minuto gira 4 vueltas.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 07

Diez obreros pueden hacer una obra en 12 días, trabajando 6 h/d. luego de iniciado el trabajo se quiere terminar en sólo 8 días disminuyendo 1/6 de la obra y aumentando a 8 h/d el trabajo. ¿Cuántos días trabajaron 8 h/d?

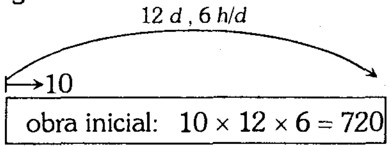
a) 2 b) 4 c) 3
d) 6 e) 5

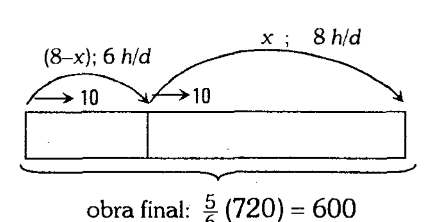
Resolución:

Sabemos que:

obra < > # obreros × # días × # h/d

Luego:





planteamos:

$$10(8-x)\cdot 6+10x\cdot 8=600$$

$$x=6$$

∴ Trabajaron 6 días

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 08

24 obreros pueden fabricar 100 carpetas en t días, 5 días después de haber iniciado el trabajo, 6 de ellos se enferman y reducen su eficiencia a la mitad, de ese modo el trabajo se entrega con 6 días de retraso. Halle el valor de t.

a) 41 b) 43 c) 45
d) 47 e) 42

Resolución:

"t" días
24 obr
24 t
24×5
21(t + 1)
24 obr
6 × ½ = 3 obr
18 × 1 = 18 obr
5 días
(t + 1) días

luego: $24\,t=24\times 5+21(t+1)$

$$t=47$$

∴ **Clave: d**

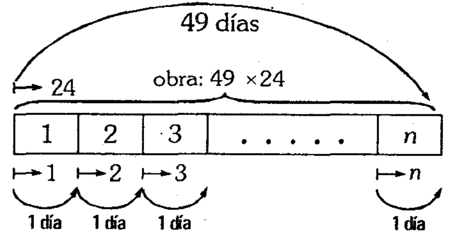
PROBLEMA 09

Si 24 obreros pueden hacer una obra en 49 días. ¿Cuántos obreros trabajarán el último día en la misma obra, si el primer día se empieza con un obrero, el segundo día con dos, el tercero con tres y así sucesivamente hasta concluir la obra?

a) 49 b) 50 c) 23
d) 48 e) 25

Resolución:

Del enunciado:



luego: $1+2+3+\ldots+n=49\times 24$

$$\frac{n(n+1)}{2}=49\times 24$$

$$n(n+1)=49\times 48$$

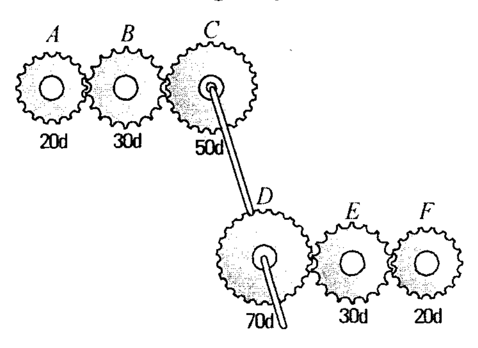
$$=48$$

∴ Trabajarán 48 obreros

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 10

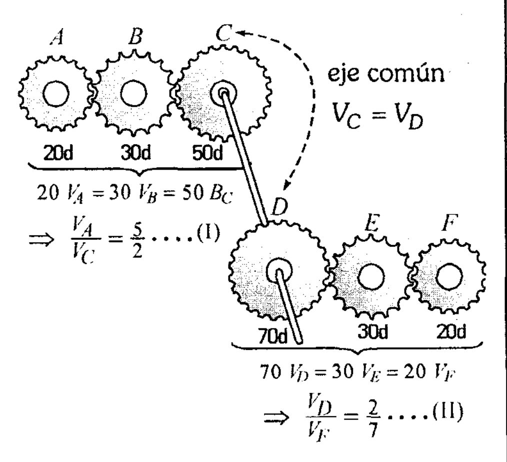
Si el sistema de engranajes



funciona un minuto. ¿En qué relación estará el número de vueltas de "A" y "F"?

a) 5/4 b) 1 c) 5/6
d) 5/8 e) 5/7

Resolución:



Multiplicando (I) y (II)

$$\frac{V_A}{\not{V}_C} \times \frac{\not{V}_D}{V_F} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{7}$$

$$\frac{V_A}{V_F} = \frac{5}{7}$$

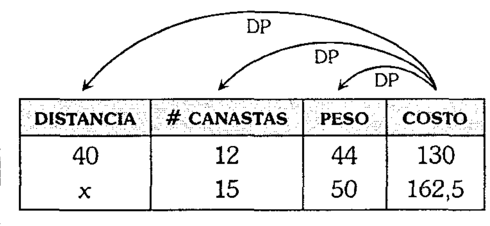
∴ **Clave: e**

PROBLEMA 11

El transporte en mototaxi a 40 Km. de 12 canastas de pescado pesando cada uno 44 Kg. ha costado S/. 130. ¿A qué distancia se habrán transportado 15 canastas de 50 Kg. cada una costando el transporte S/. 162,50 ?

a) 35,1 Km b) 35,2 Km c) 35,3 Km
d) 35,4 Km e) 35,5 Km

Resolución:



DISTANCIA	# CANASTAS	PESO	COSTO
40	12	44	130
x	15	50	162,5

$$\frac{(\text{costo})}{(\text{distancia})(\#\text{canastas})(\text{Peso})} = \text{cte}$$

$$\frac{130}{40 \times 12 \times 44} = \frac{162{,}5}{x \cdot 15 \cdot 50}$$

$$x = 35{,}2$$

∴ Se transportó a 35,2 *Km*.

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 12

Una azucarera esférica llena de azúcar pesa 600 g. si el contenido de esta azucarera pesa 500 g más que la azucarera ¿cuánto pesaría la azucarera llena de azúcar si tuviera el doble de radio?

a) 4,6 Kg b) 4,7 Kg c) 4,8 Kg
d) 4,9 Kg e) 5 Kg

Resolución:
Del dato:

$$\begin{aligned} \text{azucarera} + \text{azúcar} &= 600 \\ \text{azúcar} - \text{azucarera} &= 500 \quad (+) \\ \hline 2\,(\text{azúcar}) &= 1100 \\ \text{azúcar} &= 550 \text{ g} \\ \Rightarrow \quad \text{azucarera} &= 50 \text{ g} \end{aligned}$$

- Ahora hallemos el peso de la nueva azucarera

DP

Peso	Área de la azucarera
50	1^2
x	2^2

$$\frac{(\text{Peso})}{(\text{área azucarera})} = \text{cte}$$

$$\frac{50}{1^2} = \frac{x}{2^2} \quad \Rightarrow \quad x = 200$$

$\therefore$ la azucarera pesará 200 g

- Finalmente hallemos el peso de la azúcar.

DP

Peso azúcar	volumen azúcar
550	1^3
x	2^3

$$\frac{(\text{Peso azúcar})}{(\text{Vol azúcar})} = \text{cte}$$

$$\frac{550}{1^3} = \frac{x}{2^3}$$

$$x = 4400$$

$\therefore$ El azúcar pesará 4400 kg

$\Rightarrow$ La azucarera llena pesaría:

$200 + 4400 = 4600$ g $= 4,6$ kg

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 13

Trescientos pantalones de doble costura pueden ser remallados por 24 varones o 32 mujeres en 20 días trabajando 9 *h/d* ¿cuántas mujeres deben reforzar a 21 varones que van a remallar 200 pantalones de triple costura en 18 días trabajando 8 horas diarias?

a) 12 b) 15 c) 13
d) 20 e) 18

Resolución:

Del enunciado:

$$24 \text{ varones} = 32 \text{ mujeres}$$

$$\frac{\text{varones}}{\text{mujeres}} = \frac{4}{3}$$

DP, DP, IP, IP

pantalones	costura	obreros	días	h/d
300	2	$24 \cdot 4$	20	9
200	3	$21 \times \underset{\text{varones}}{4} + x \cdot \underset{\text{mujeres}}{3}$	18	8

$$\frac{(\text{obreros})(\text{días})(\text{h/d})}{(\text{pantalones})(\text{costura})} = \text{cte}$$

$$\frac{(24\times4)(20)(9)}{(300)(2)}=\frac{(21\times4+x\cdot3)(18)(8)}{(200)(3)}$$

$$x=12$$

∴ Deben reforzar 12 mujeres

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 14

Dos agricultores tienen respectivamente 4 y 3 hectáreas de terreno que laboran juntos, para concluir más rápido contratan a otro trabajador a quien le pagan por su servicio S/.210 se desea saber lo que abonó el primer agricultor, sabiendo que los tres trabajan por igual?

a) S/.150 b) S/.160 c) S/.165
d) S/.170 e) S/.175

Resolución:

Como el total de terreno: 7 hectáreas, no se puede dividir entre 3, multiplicamos por 3:

	1°	2°	trabajador	
tiene	4 × 3	3 × 3	—	⇒ 21
trabaja	7	7	7	⇒ 21
paga por	5 → 5 K	2 → 2 K	—	

Como pagan en total 210 soles:

$$5k+2k=210$$

$$k=30$$

∴ El primer agricultor pagó

5 (30) = S/.150

∴ **Clave: a**

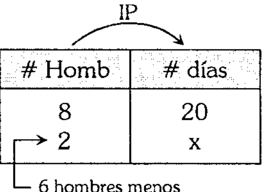
PROBLEMA 15

Ocho hombres han cavado en 20 días una zanja de 50 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de profundidad. ¿En cuánto tiempo hubieran cavado la zanja 6 hombres menos?

a) 48 días b) 80 días c) 31 días
d) 52 días e) 63 días

Resolución:

Comparando:



(# hombres) × (# días) = cte

$$8\times20=2x$$

$$x=80$$

∴ Hubieran cavado en 80 días

∴ **Clave: b**

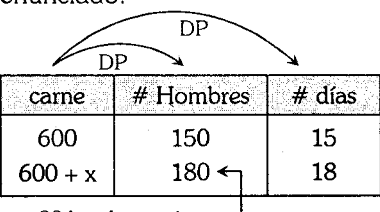
PROBLEMA 16

Se tiene 600 Kg. de carne para alimentar 150 hombres durante 15 días. Si se presentan 30 hombres más, ¿en cuántos kilos se debe aumentar la carne para alimentar a todos en 18 días?

a) 200 b) 360 c) 340
d) 470 e) 264

Resolución:

Del enunciado:



carne	# Hombres	# días
600	150	15
600 + x	180	18

$$\frac{(carne)}{(\#\ hombres)\,(\#\ días)} = cte$$

$$\frac{600}{150 \times 15} = \frac{600 + x}{180 \times 18}$$

$$x = 264$$

$\therefore$ Se debe aumentar en 264 Kg

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 17

¿Cuál es el peso de un diamante que vale 55000 soles, si uno de 6 kilates cuesta 19800 soles y el precio es proporcional al cuadrado de su peso? (1 kilate = 0,25 g)

a) 6 g b) 2,5 g c) 6,5 g
d) 25 g e) 6,25 g

Resolución:

De los datos: (DP)

$(Peso)^2$	Precio
6^2	19800
x^2	55000

$$\frac{Peso^2}{Precio} = cte$$

$$\frac{6^2}{19800} = \frac{x^2}{55000}$$

$$x = 10$$

$\therefore$ Peso = 10 kilates = 10 (0,25 g) = 2,5 g

$\therefore$ **Clave: b**

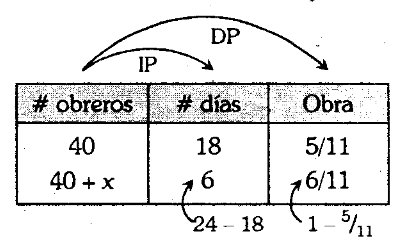
PROBLEMA 18

Una cuadrilla de 40 obreros se compromete a construir en 24 días cierta obra. Al cabo de 18 días han hecho 5/11 de la obra. ¿Cuántos obreros tendrán que reforzar la cuadrilla para terminar la obra en el tiempo fijado?

a) 12 b) 18 c) 24
d) 20 e) 104

Resolución:

Comparando magnitudes:



# obreros	# días	Obra
40	18	5/11
40 + x	6	6/11

$$\frac{(40+x)\,6}{6/11} = \frac{40 \times 18}{5/11}$$

$$40 + x = 144$$

$$x = 104$$

$\therefore$ Tendrán que reforzar 104 obreros.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 19

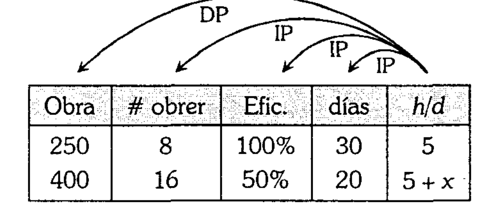
Para pintar la fachada de una casa de 250 m^2 se han empleado 8 personas que demoran 30 días de 5 horas de trabajo.

¿Cuántas horas de trabajo diario habrá que aumentar para que 16 personas 50% menos hábiles respecto a los primeros, pinten una fachada de 400 m^2 en 20 días?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

De los datos:



Obra	# obrer	Efic.	días	h/d
250	8	100%	30	5
400	16	50%	20	5 + x

$$\frac{5\times 8\times 100\%\times 30}{25\not{0}}=\frac{(5+x)\times 16\times 50\%\times 20}{40\not{0}}$$

$$x = 7$$

∴ Habrá que aumentar 7 horas.

∴ **Clave: c**

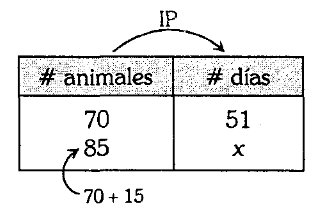
PROBLEMA 20

En una granja se tiene alimento para 100 días y un total de 70 animales; después del día 49, se recibe 15 animales más de otra granja, ¿para cuántos días más duró el alimento?

a) 40 b) 48 c) 42
d) 41 e) 45

Resolución:

Después del día 49 si no llegaban los 15 animales adicionales eran 70 animales y tenían alimento para 51 días, pero como llegaron los 15 animales más, el alimento que queda solo durará x días.



# animales	# días
70	51
85	x

$$70\times 51 = 85x$$

$$x = 42$$

∴ El alimento duró para 42 días más

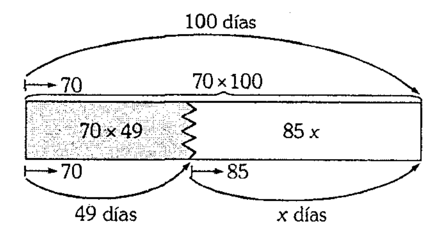
∴

¡OTRO MÉTODO!

Ahora veamos otra forma de cómo se puede plantear la solución de este problema:

Digamos que el total de alimento sea representado por una región rectangular.

Como todo se iba a consumir en 100 días y primero se consume una parte en 49 días y al llegar 15 animales se consume el resto en x días tenemos.



Como el número de animales es IP al número de días, entones el producto es constante y dicho producto representa el alimento que se consumió, por ejemplo 70 × 100 representa el alimento consumido por 70 animales en 100 días.

Luego: $70 \times 100 = 70 \times 49 + 85x$

$$x = 42$$

$\therefore$ El alimento duró 42 días más

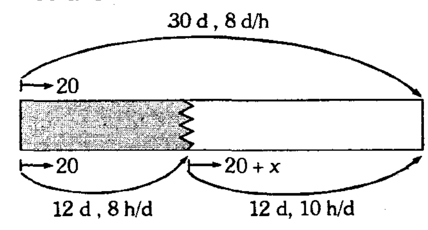
PROBLEMA 21

Una obra debía terminarse en 30 días empleando 20 obreros, trabajando 8 horas diarias. Después de 12 días de trabajo, se pidió que la obra quedase terminada 6 días antes de aquel plazo y así se hizo. ¿Cuántos obreros se aumentaron teniendo presente que se aumentó también en dos horas el trabajo diario?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

De los datos:



$$20 \times 30 \times 8 = 20 \times 12 \times 8 + (20 + x) \times 12 \times 10$$

$$40 = 16 + 20 + x$$

$$x = 4$$

$\therefore$ Se aumentaron 4 obreros

$\therefore$ **Clave: b**

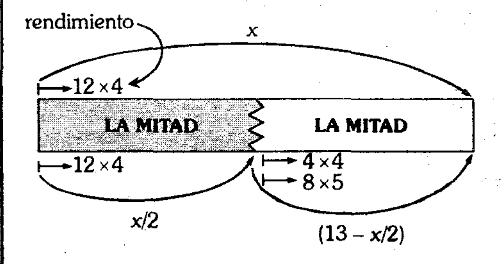
PROBLEMA 22

Doce obreros pensaban hacer una obra en x días, si después de haber hecho la mitad de la obra 8 obreros aumentan su rendimiento en ¼ de su capacidad y toda la obra es terminada en 13 días. Halle x.

a) 12 b) 15 c) 14
d) 16 e) 13

Resolución:

Haciendo un esquema:



$$12 \cdot 4x = 12 \cdot 4\left(\frac{x}{2}\right) + (4 \cdot 4 + 8 \cdot 5)\left(13 - \frac{x}{2}\right)$$

$$48x = 24x + 56\left(13 - \frac{x}{2}\right)$$

$$24x = 56 \cdot 13 - 28x$$

$$52x = 56 \cdot 13$$

$$x = 14$$

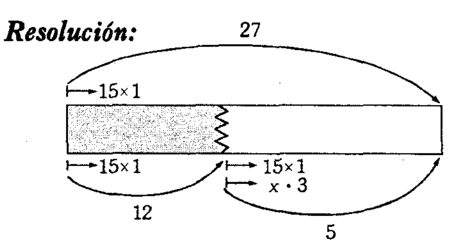
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 23

Quince obreros se comprometen hacer una obra en 27 días. Luego de 12 días de trabajo se incorpora un cierto grupo de obreros cuyo rendimiento es dos veces más que los anteriores. Terminando el resto de la obra en 5 días. ¿Cuántos obreros se incorporaron?

a) 5 b) 10 c) 8
d) 15 e) 20

Resolución:



$$15 \times 1 \times 27 = 15 \times 1 \times 12 + (15 + 3\mathbf{x})\,5$$
$$15 \times 15 = (15 + 3\mathbf{x}) \times 5$$
$$45 = 15 + 3\mathbf{x}$$
$$x = 10$$

∴ Se incorporaron 10 obreros

∴ **Clave: *b***

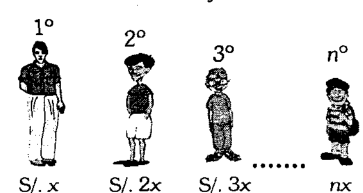
PROBLEMA 24

Un hombre decide repartir una herencia en forma proporcional al orden en que nacieron sus hijos. La herencia a repartir es 480 pues adicionalmente dejó 160 para el mayor, de tal modo que el primero y el último hijo reciban igual cantidad. ¿Cuál es el mayor número de hijos que tiene este personaje?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Sea n el número de hijos



de los datos:

$$x + 2x + 3x + \ldots + nx = 480$$
$$x\,(1 + 2 + 3 + \ldots + n) = 480$$
$$\frac{xn(n+1)}{2} = 480 \ \ldots\ldots (1)$$

Además:
$$x + 160 = nx$$
$$(n-1)\,x = 160 \ \ldots\ldots (2)$$

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{\frac{xn(n+1)}{2}}{(n-1)\,x} = \frac{480}{160}$$
$$\frac{n(n+1)}{2(n-1)} = 3$$
$$n^2 + n = 6n - 6$$
$$n^2 - 5n + 6 = 0$$
$$n \qquad -3 \Rightarrow n = 3$$
$$n \qquad -2 \Rightarrow n = 2$$

∴ El mayor número de hijos es 3

∴ **Clave: *a***

PROBLEMA 25

Con 5 Kg. de arena se pueden formar 8 cubos de 8 cm. de lado. ¿Cuántos cubos de 4 cm. de lado se podrán formar con 10 Kg. de arena?

a) 32 b) 64 c) 128
d) 8 e) 26

Resolución:

De los datos:

DP IP

arena	# cubos	volumen
5	8	8^3
10	x	4^3

¡Recuerda!
Vol. cubo $= a^3$

$$\frac{8\times 8^3}{5}=\frac{x\cdot 4^3}{10}$$

$$x=128$$

∴ Se podrán formar 128 cubos

∴ **Clave: c**

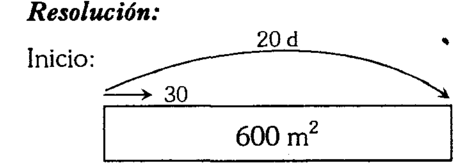
PROBLEMA 26

30 obreros se comprometen hacer una obra de 600 m^2 en 20 días, al cabo del séptimo día les comunican que en realidad la obra era de 750 m^2 y que deben acabar 3 días antes de lo establecido. ¿Cuántos obreros de la misma capacidad debieron ser contratados

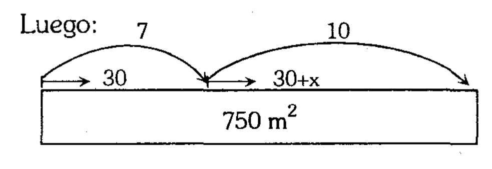
a) 21 b) 24 c) 25
d) 31 e) 34

Resolución:

Inicio:



Luego:



$$\frac{30\cdot 20}{600\,m^2}=\frac{30\cdot 7+(30+x)\cdot 10}{750\,m^2}$$

$$1=\frac{510+10x}{750}$$

$$x=24$$

∴ Debieron ser contratados 24 obreros

∴ **Clave: b**

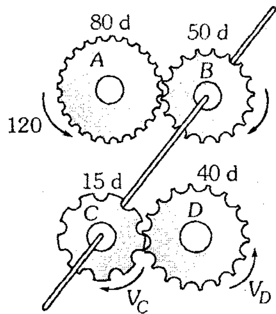
PROBLEMA 27

Una rueda A de 80 dientes engrana con otra rueda B de 50 dientes. Fijo al eje de B hay otra rueda C de 15 dientes que engrana con una rueda D de 40 dientes. Si A da 120 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas dará la rueda D?

a) 60 b) 70 c) 72
d) 90 e) 96

Resolución:

Haciendo un esquema:



Para A y B

$$120\times 80=50\ V_B$$

$$V_B=192$$

Para C y D

$$15\ V_C=40\ V_D$$

$$15\ V_B=40\ V_D$$

$$15\times 192=40\ V_D$$

$$V_D=72$$

∴ Dará 72 vueltas

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 28

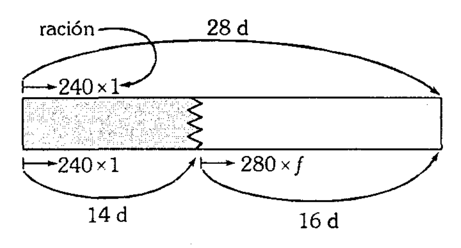
Un trasatlántico debe efectuar un viaje de 28 días llevando 210 pasajeros y 30 tripulantes. Al cabo de 14 días recogen 40 náufragos y el capitán calcula que va a llegar con un retraso de 2 días. ¿A qué

fracción deberá reducir la ración diaria de cada persona a bordo?

a) 1/2 b) 4/5 c) 3/4
d) 1/3 e) 2/5

Resolución:

De los datos:



Planteando:

$$240 \times 1 \times 28 = 240 \times 1 \times 14 + 280 \times f \times 16$$

$$24 = 12 + 16\,f$$

$$f = 3/4$$

∴ Deberá reducir la ración a 3/4

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 29

Se sabe que 48 operarios de una fábrica de prendas de vestir pueden confeccionar un total de 235 ternos durante 90 días a razón de 8 horas diarias. ¿Cuántos días necesitarán 96 operarios del doble de rendimiento para confeccionar 1175 ternos a razón de 12 horas diarias?

a) 75 b) 74 c) 73
d) 72 e) 76

Resolución:

Comparando magnitudes:

(IP, DP, IP, IP)

Operarios	ternos	# días	h/d	Rend
48	235	90	8	1
96	1175	x	12	2

$$\frac{90 \times 48 \times 8 \times 1}{235} = \frac{x \cdot 96 \cdot 12 \cdot 2}{1175}$$

$$x = 75$$

∴ Necesitarán 75 días.

∴ **Clave: a**

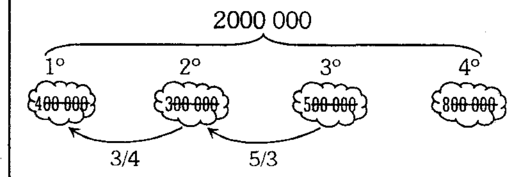
PROBLEMA 30

Cuatro socios reúnen 2000 000 de soles de los cuales el primero pone 400 000, el segundo ¾ de lo que puso el primero, el tercero los $^5/_3$ de lo que puso el segundo y el cuarto lo restante. Explotan una industria durante 4 años. Si hay que repartir una ganancia de 1500 000 soles. ¿Cuánto le toca al cuarto?

a) 300 000 b) 500 000 c) 600 000
d) 800 000 e) 900 000

Resolución:

Calculando lo que oferta cada uno:



La ganancia se debe repartir en proporción a lo que aportó cada uno.

$$\overset{1°}{4x} + \overset{2°}{3x} + \overset{3°}{5x} + \overset{4°}{8x} = 1\,500\,000$$

$$20x = 1\,500\,000$$
$$x = 75\,000$$

$\therefore$ Al cuarto le toca: $8(75\,000) = 600\,000$

$\therefore$ **Clave: c**

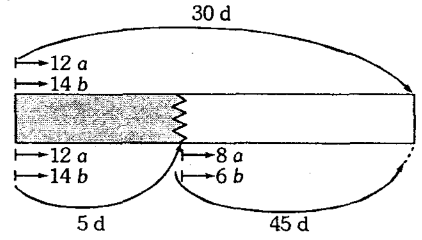
PROBLEMA 31

Doce albañiles y catorce peones se comprometen a hacer una obra en 30 días. Al cabo del quinto día se despide a cuatro albañiles y ocho peones, debido a ello se les dio 20 días más de plazo para concluir la obra. Halle la relación de las eficiencias albañil-peón.

a) 5/3 b) 4/1 c) 2/1
d) 4/3 e) 5/2

Resolución:

Sean a y b las eficiencias del albañil y el peón.



$$\not{30}\,(12a+14b) = \not{5}\,(12a+14b) + \not{45}\,(8a+6b)$$

$$\not{72a} + 84\,b = 12\,a + 14\,b + \not{72a} + 54\,b$$

$$16\,b = 12\,a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$$

$\therefore$ La relación es 4/3

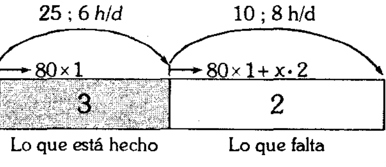
$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 32

Al cabo de 25 días de haber empezado una obra, 80 obreros trabajando 6 h/d se dan cuenta que lo que falta para terminar la obra es los 2/3 de lo que está hecho y que no se podrá terminar en el plazo fijado. ¿Cuántos obreros de doble rendimiento habrá que contratar para que en los 10 días que faltan, aumentando 2 horas diarias de trabajo, se termine la obra a tiempo?

a) 20 b) 12 c) 8
d) 16 e) 10

Resolución:



$$\frac{80\times 1\times 25\times 6}{3} = \frac{(80+2x)\times 10\times 8}{2}$$

$$50 = 40 + x$$

$$x = 10$$

$\therefore$ Habrá que contratar 10 obreros.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 33

Dos personas A y B pueden hacer una obra en 12 días: B y C en 15 días: A y C en 20 días. Empiezan la obra los tres juntos, luego de 2 días se retira "C", 6 días más tarde se retira "B" y "A" sólo termina lo que falta. ¿En qué tiempo se hizo toda la obra?

a) 12 días b) 17 días c) 16 días
d) 21 días e) 10 días

Resolución:

Asumiendo la obra: MCM(12,15,20) = 60m

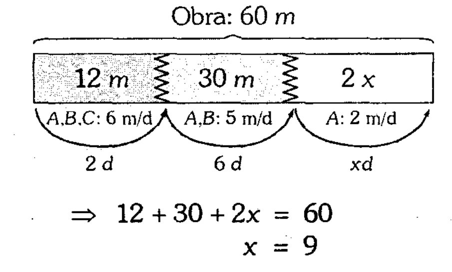
Sean: a, b y c lo que avanzan cada uno en un día.

Luego:

$$a+b=\frac{60}{12}=5$$
$$b+c=\frac{60}{15}=4 \quad +$$
$$a+c=\frac{60}{20}=3$$

$$2a+2b+2c=12$$
$$a+\underbrace{b+c}=6$$
$$a+\ \ 4\ \ =6$$
$$a=2$$
$$\Rightarrow b=3$$
$$\Rightarrow c=1$$

Haciendo un esquema:



$$\Rightarrow 12+30+2x=60$$
$$x=9$$

$\therefore$ Tiempo total = 2 + 6 + 9 = 17 días

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 34

Se ha construido la maqueta de un barco a escala de 1:100 y del mismo material con el que se construirá el barco. Si la maqueta tiene un peso de 2,8 Kg. ¿Qué peso tendrá el barco?

a) 2800 Kg b) 270 000 Kg
c) 2650 000 Kg d) 2950 Kg
e) 2800 000 Kg

Resolución:

De los datos: DP

volumen	Peso
$(1)^3$	2,8
$(100)^3$	x

$$\frac{1^3}{2,8}=\frac{100^3}{x}$$
$$x=2800000$$

$\therefore$ Tendrá un peso de 2 800 000 Kg

$\therefore$ **Clave: e**

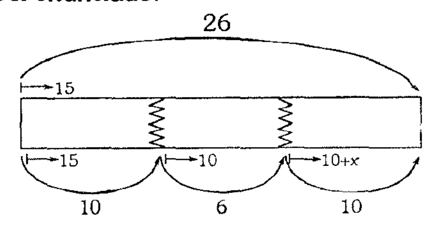
PROBLEMA 35

15 obreros pueden terminar una obra trabajando 8 horas diarias en 26 días, al cabo de 10 días se despiden 5 obreros, pasados 6 días se contratan nuevos obreros. ¿Cuántos obreros se tendrá que contratar para terminar la obra en el tiempo fijado?

a) 2 b) 6 c) 10
d) 8 e) 7

Resolución:

Del enunciado:



Luego:

$$15 \times 26 = 15\times10 + 10 \times 6 + (10 + x)\cdot 10$$
$$39 = 15 + 6 + 10 + x$$
$$x = 8$$

∴ Se tendrá que contratar 8 obreros

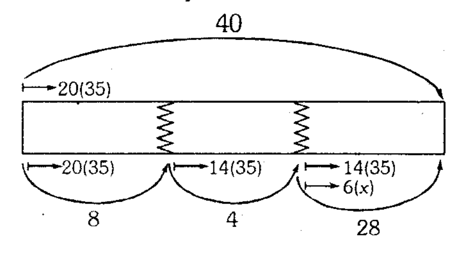
∴ **Clave: d**

PROBLEMA 36

Veinte obreros pueden hacer una obra en 40 días. Después de 8 días de trabajo se accidentan 6 obreros y no pueden ser reemplazados hasta 4 días después. Si la obra se entregó en el plazo estipulado y la eficiencia de los obreros accidentados era 35. ¿Cuál era la eficiencia de sus reemplazantes?

a) 45 b) 40 c) 30
d) 20 e) 15

Resolución:
Haciendo un esquema:



$$20 \times 35 \times 40 = 20 \times 35 \times 8 + 14 \times 35 \times 4 + (14 \times 35 + 6x)\, 28$$
$$x = 40$$

∴ Su eficiencia era 40

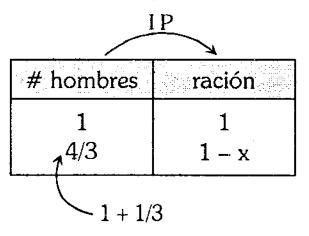
∴ **Clave: b**

PROBLEMA 37

Una guarnición tiene víveres para 121 días, si se aumenta 1/3 el número de individuos de la guarnición. ¿Cuánto debe disminuirse la ración para que los víveres duren el mismo tiempo?

a) 3/4 b) 1/5 c) 1/4
d) 1/3 e) 2/5

Resolución:
Comparando las magnitudes tendremos:



$$1\times1 = \left(\tfrac{4}{3}\right)(1 - x)$$
$$\tfrac{3}{4} = 1 - x$$
$$x = 1/4$$

∴ Debe disminuirse en 1/4

∴ **Clave: c**

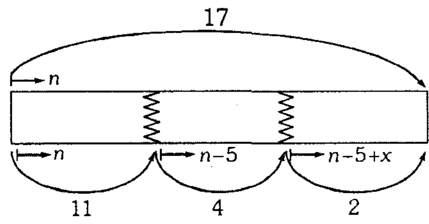
PROBLEMA 38

Un grupo de obreros deben y pueden hacer una obra en 17 días. Al cabo de 11 días dejan el trabajo 5 obreros y 4 días más tarde se conmina al contratista a que entregue la obra en el plazo fijado. ¿Cuántos obreros debe contratar en ese momento?

a) 8 b) 10 c) 12
d) 9 e) 15

Resolución:

Haciendo un esquema:



Planteando:

$$17n = 11n + 4(n-5) + 2(n-5+x)$$

$$\cancel{17n} = \cancel{11n} + \cancel{4n} - 20 + \cancel{2n} - 10 + 2x$$

$$30 = 2x$$

$$x = 15$$

$\therefore$ Se deben contratar 15 obreros.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 39

Una obra la pueden hacer 5 obreros en T días trabajando $(T+1)$ horas diarias y 7 obreros la harían en 3 días menos trabajando 2 horas diarias más. Halle el valor T.

a) 5 b) 4 c) 7
d) 8 e) 10

Resolución:

Comparando las magnitudes

IP IP

# obreros	# días	h/d
5	T	(T + 1)
7	(T – 3)	(T + 3)

$$5T(T+1) = 7(T-3)(T+3)$$

$$2T^2 - 5T - 63 = 0$$

$$\begin{matrix} 2T & & +9 \\ T & & -7 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow T = 7$$

$\therefore$ **Clave: c**

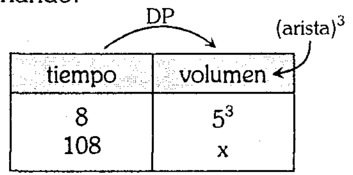
PROBLEMA 40

Un obrero se demora 8 horas para construir un cubo compacto de 5 dm de arista, después de 108 horas de trabajo ¿qué parte de un cubo de 15 dm de arista habrá construido?, además si demora 6 minutos en pintar el primer cubo totalmente de blanco ¿cuántos minutos demorará en pintar el segundo cubo, cuando éste haya sido construido?

a) $^1/_5$ y 30 b) ¼ y 54 c) ½ y 54
d) $^1/_5$ y 36 e) ½ y 27

Resolución:

Relacionando:



tiempo	volumen
8	5^3
108	x

$$\frac{8}{125} = \frac{108}{x}$$

$$x = \frac{125 \times 27}{2} = \frac{3375}{2}$$

La parte del cubo de 15 dm de arista es:

$$f = \frac{3375/2}{15^3} = \frac{3375/2}{3375}$$

$$f = 1/2$$

Ahora hallemos cuántos minutos demora en pintar el segundo cubo

DP: tiempo → superficie ← (arista)^2

tiempo	superficie
6	5^2
x	15^2

$$\frac{6}{5^2}=\frac{x}{15^2}$$

$$x=6\times 3^2=54$$

∴ Demorará 54 minutos

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 41

Se sabe que un cuerpo que cae libremente recorre una distancia proporcional al cuadrado del tiempo que emplea en recorrer dicha distancia. Una piedra recorre 9,8m en 1,4 segundos. Determine la profundidad de un pozo si se sabe que al soltar la piedra ésta llega al fondo en 2 segundos.

a) 16 m b) 17 m c) 18 m
d) 19 m e) 20 m

Resolución:

Del enunciado: DP

distancia	(tiempo)^2
9,8	$(1,4)^2$
x	2^2

$$\frac{9,8}{(1,4)^2}=\frac{x}{2^2}$$

$$x=20$$

∴ la profundidad es 20 m

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 42 (PROBLEMA DE CONCURSO)

Si 18 gallinas ponen 18 docenas de huevos en 18 días, y 12 gallinas comen 12 kilos de maíz en 12 días. ¿Cuánto será el costo del alimento necesario para que 20 gallinas pongan 20 docenas de huevos, si el kilo de maíz cuesta 3 soles?

a) S/. 75 b) S/. 60 c) S/. 120
d) S/. 90 e) S/. 150

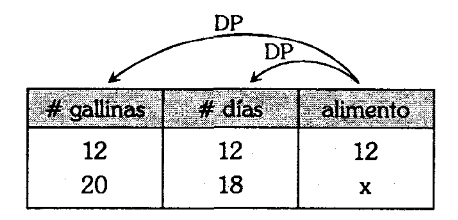
Resolución:

Como 18 gallinas ponen 18 docenas de huevos en 18 días.

⇒ 1 gallina pone 1 docena de huevos en 18 días

⇒ En 18 días, 20 gallinas pondrán 20 docenas de huevos

Calculemos cuánto de alimento consumen las 20 gallinas en los 18 días.



# gallinas	# días	alimento
12	12	12
20	18	x

$$\frac{12}{12\times 12}=\frac{x}{20\times 18}$$

$$x=30$$

∴ El alimento necesario es 30 Kg de maíz y su costo es 30(S/.3) = S/.90

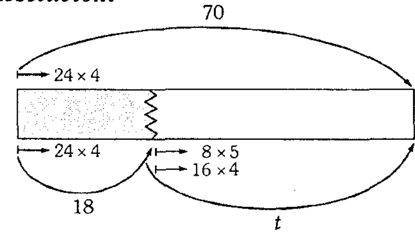
∴ **Clave: d**

PROBLEMA 43

Una cuadrilla de 24 obreros inician la realización de una obra que la debían entregar en 70 días. Al cabo de 18 días, 8 obreros son reemplazados por otros 8, pero cuyo rendimiento es ¼ mayor. ¿Con cuántos días de anticipación será entregada la obra?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:



Luego:

$$24 \times 4 \times 70 = 24 \times 4 \times 18 + (8 \times 5 + 16 \times 4)\, t$$

$$\frac{24 \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \cancel{52}}{\cancel{104}} = t$$

$$t = 48$$

∴ La obra se hizo en 18 + 48 = 66 días y se terminó con 4 días de anticipación.

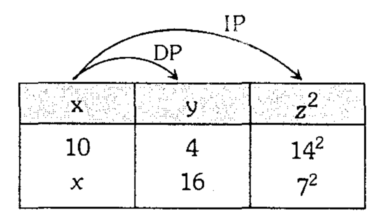
∴ **Clave: d**

PROBLEMA 44

"x" varia en razón directa a "y" e inversa a z^2, si $x = 10$ cuando $y = 4$ y $z = 14$. Cuando $y = 16$ y $z = 7$, x es igual a:

a) 158 b) 159 c) 160
d) 161 e) 162

Resolución:



x	y	z^2
10	4	14^2
x	16	7^2

$$\frac{10 \times 14^2}{4} = \frac{x \cdot 7^2}{16}$$

$$x = 160$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 45

"n" obreros pueden hacer una obra en "d" días. ¿Cuántos obreros serían necesarios para poder hacer la mitad de dicha obra en "b" días menos?

a) $\frac{2(b-d)}{nd}$ b) $\frac{nd}{2(d-b)}$ c) $\frac{2d}{n-d}$

d) $\frac{2nd}{d-b}$ e) $\frac{4(d-b)}{nd}$

Resolución:

Ordenando los datos:

IP DP

# obreros	# días	obra
n	d	1
x	$d-b$	$^1/_2$

$$\frac{nd}{1} = \frac{x(d-b)}{1/2}$$

$$x = \frac{nd}{2(d-b)}$$

∴ **Clave: b**

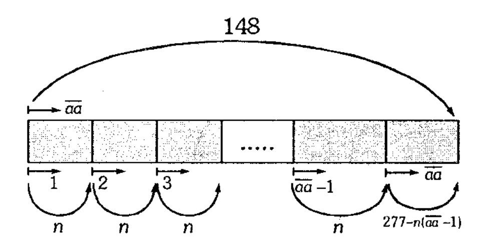
PROBLEMA 46 (PROBLEMA DE CONCURSO)

$\overline{aa}$ obreros pueden realizar una obra trabajando cada uno 148 días, sin embargo se incorporan uno por uno a la obra cada cierto periodo de tiempo (un número entero de días) y luego trabajan hasta culminar la obra en 277 días. Halle en cuanto tiempo excede el tiempo que trabajaron juntos al periodo de tiempo mencionado.

a) 8 b) 12 c) 19
d) 25 e) 13

Resolución:

Haciendo un esquema:



Planteando:

$$148(\overline{aa}) = [n + 2n + 3n + \ldots + n(\overline{aa} - 1)] + \overline{aa}\,(277 - n(\overline{aa}) + n)$$

$$148\,(\overline{aa}) = \frac{n(\overline{aa} - 1)\,\overline{aa}}{2} + \overline{aa}\,(277 - n(\overline{aa}) + n)$$

$$148 = \frac{n(\overline{aa} - 1)}{2} + 277 - n(\overline{aa}) + n$$

$$296 = n(\overline{aa}) - n + 554 - 2n(\overline{aa}) + 2n$$

$$n(\overline{aa} - 1) = 258$$

$$n(\overline{aa} - 1) = 6 \times 43$$

$$n = 6 \qquad \overline{aa} = 44$$

Piden: $(277 - 6 \times 43) - 6 = 13$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 47

Una plancha en "n" horas disipa calor equivalente a una potencia de 10 Kw. Halle cuánto cuesta planchar con otra, cuya resistencia es 25% más y su voltaje de operación es 25% menos respecto a la anterior, durante "4n" horas. Además cada Kw cuesta S/. 0.40 y la potencia perdida como calor en un conductor es I.P. a sus resistencia y D.P. al cuadrado de su voltaje de operación.

a) S/.7,5 b) S/.6,2 c) S/.8,3
d) S/.7,2 e) S/.6,3

Resolución:

De los datos:

(tiempo DP potencia; potencia IP resist; potencia DP voltaje²)

tiempo	potencia	resist	voltaje^2
n	10	100 %	$(100\%)^2$
4n	x	125 %	$(75\%)^2$

$$\frac{10 \times 100\%}{n \times (100\%)^2} = \frac{x \cdot 125\%}{4n \times (75\%)^2}$$

$$x = 18$$

$\therefore$ Como esta plancha disipa 18 Kw, planchar cuesta:

$$18 \times S/.\ 0{,}40 = S/.\ 7{,}2$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 48

Una obra puede realizarla A, B y C juntos en "n" días, pero sin "A" el tiempo empleado sería 2/3 menos de lo que A emplearía trabajando solo, es decir con 3 días de retraso. Si "B" emplearía diez días más que C en hacer solo dicho trabajo. Hallar cuántos días C haría otra obra cuya dificultad es dos veces más que la anterior.

a) 30 b) 72 c) 40
d) 45 e) 60

Resolución:

Del enunciado:

$$\overbrace{\text{Ⓐ}}^{3t} \quad \overbrace{\text{Ⓑ} \quad \text{Ⓒ}}^{t}$$
$$\underbrace{\text{Ⓐ} \quad \text{Ⓑ} \quad \text{Ⓒ}}_{t-3}$$

Planteando: $$\frac{1}{3t}+\frac{1}{t}=\frac{1}{t-3}$$

$$\frac{4}{3t}=\frac{1}{t-3}$$

$$4t-12=3t$$

$$t=12$$

Además como B emplearía 10 días más que C:

$$\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{C+10}+\frac{1}{C}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{10+2C}{C^2+10C}=\frac{1}{12}$$

$$120+24C=C^2+10C$$

$$C^2-14C-120=0$$

$$\begin{array}{lll} C & -20 & \Rightarrow C=20 \checkmark \\ C & +6 & \Rightarrow C=-6 \times \end{array}$$

$\therefore$ C emplea 20 días en hacer dicha obra y en hacer otra obra cuya dificultad es dos veces más, empleará: 3 (20) = 60 días.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 49

Tres personas realizaron una obra, sin embargo si hubieran repartido la obra equitativamente, uno de ellos hubiera trabajado a días más, otro b días menos y el último lo mismo. Halle en cuánto tiempo realizaría toda la obra la última persona mencionada.

a) $\frac{3ab}{a+b}$ b) $\frac{a+b}{a-b}$ c) $\frac{2ab}{a+b}$
d) $\frac{6ab}{a-b}$ e) $\frac{ab}{a-b}$

Resolución:

Sea "t" el tiempo que demoran en hacer toda la obra juntos.

Entonces:

$\Rightarrow$ El primero hace $^1/_3$ de la obra en $(t+a)$ días

$\Rightarrow$ El segundo hace $^1/_3$ de la obra en $(t-b)$ días

$\Rightarrow$ El tercero hace $^1/_3$ de la obra en t días.

Planteando:

$$\frac{1}{3(t+a)}+\frac{1}{3(t-b)}+\frac{1}{3t}=\frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{t+a}+\frac{1}{t-b}=\frac{2}{t}$$

$$(2t+a-b)t=2(t+a)(t-b)$$

$$\cancel{2t^2}+at-bt=\cancel{2t^2}+2(a-b)t-2ab$$

$$2ab=(2a-2b-a+b)t$$

$$t=\frac{2ab}{a-b}$$

∴ La última persona haría toda la obra en:

$$3t=\frac{6ab}{a-b}$$

∴ **Clave: d**

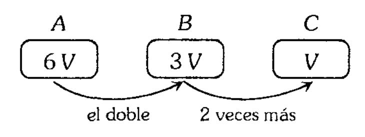
PROBLEMA 50

"*A*" es el doble de rápido que "*B*" y este dos veces más rápido que "*C*". Para realizar una obra trabajaron durante 3 horas al término de las cuales se retira "*C*" y los otros culminan la obra en 5 horas más de trabajo. ¿Cuántas horas emplearía "*C*" en realizar sólo la quinta parte de la obra?

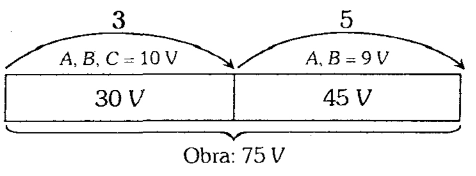
a) 12 b) 15 c) 16
d) 20 e) 10

Resolución:

Sean las rapideces:



Del enunciado:



Piden: $\frac{\frac{1}{5}(75\,V)}{V}=15$ *horas*

∴ **Clave: b**

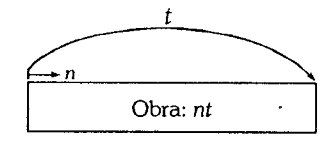
PROBLEMA 51

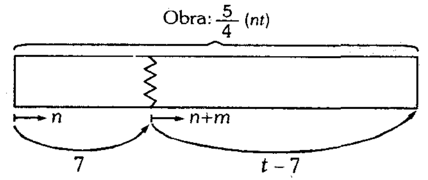
Se contratan "*n*" obreros para hacer una zanja en un plazo determinado, al cabo de 7 días se les informa que la zanja debe ser ¼ más respecto a su longitud inicial. En cuantos días se terminó toda la obra: sabiendo que si se hubiesen contratado "*m*" obreros más, cuando les llegó el informe, habrían terminado en el plazo fijado.

a) $\frac{25m}{3m-n}$ b) $\frac{20m}{4m-n}$ c) $\frac{30m}{5m-n}$
d) $\frac{10m}{4m-n}$ e) $\frac{28m}{4m-n}$

Resolución:

Del enunciado:





Luego:

$$7n+(t-7)(n+m)=\frac{5}{4}nt$$

$$\cancel{28n}+\underline{4tn}+\underline{4tm}-\cancel{28n}-28m=\underline{5nt}$$

$$t(4m-n)=28m$$

$$t=\frac{28m}{4m-n}$$

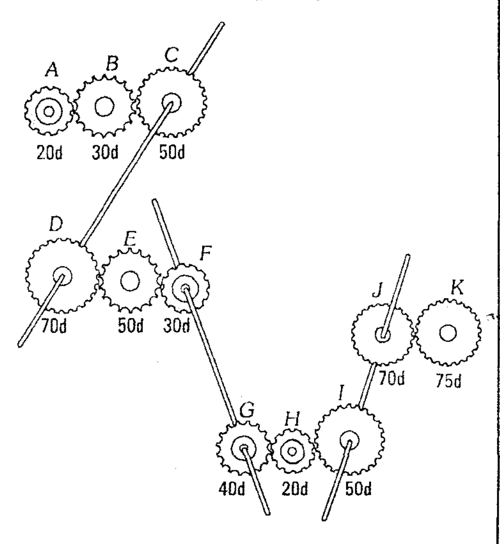
∴ La obra se terminó en un número de días igual a:

$$\frac{28m}{4m-n}$$

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 52

Si en el sistema de engranaje:



La rueda A da 1125 RPM ¿cuánto tiempo demora la rueda K en dar 3136 revoluciones?

a) 1 min b) 2 min c) 3 min
d) 4 min e) 5 min

Resolución:

Para A y C:

$$20V_A = 50V_C$$

$$\frac{V_A}{V_C} = \frac{5}{2} \ldots (1)$$

Para D y F:

$$70V_D = 30V_F$$

$$\frac{V_D}{V_F} = \frac{3}{7} \ldots (2)$$

Para G e I:

$$40V_G = 50V_I$$

$$\frac{V_G}{V_I} = \frac{5}{4} \ldots (3)$$

Para J y K:

$$70V_J = 75V_K$$

$$\frac{V_J}{V_K} = \frac{15}{14} \ldots (4)$$

Como:

$$V_C = V_D \quad , \quad V_F = V_G \quad , \quad V_I = V_J$$

Multiplicando: (1) , (2) , (3) y (4):

$$\frac{V_A}{\not{V_C}} \times \frac{\not{V_D}}{\not{V_F}} \times \frac{\not{V_G}}{\not{V_I}} \times \frac{\not{V_J}}{V_K} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{4} \times \frac{15}{14}$$

$$\frac{V_A}{V_K} = \frac{1125}{784}$$

$$\frac{1125}{V_K} = \frac{1125}{784}$$

$$V_K = 784$$

∴ Como la rueda K da 784 RPM; entonces en dar 3136 revoluciones demora:

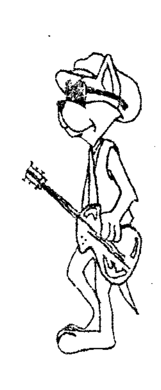
$$\frac{3136}{784} = 4 \text{ min}$$

∴ **Clave: d**

HUMOR MATEMÁTICO

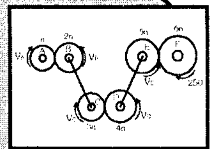
Un padre recibe las notas de **RM** de su hijo y observa que está desaprobado. Voltea y le dice:

- Estas notas son pésimas, esto merece una paliza.
- Tienes razón papá, yo sé donde vive el profesor.



Capítulo: 09

Comparación de Magnitudes



Problemas Resueltos

Problema 01.

Ocho hombres han cavado en 20 días una zanja de 50m de largo, 4m de ancho y 2m de profundidad. ¿En cuánto tiempo hubieran cavado la zanja 6 hombres menos?

a) 48 días b) 80 días c) 31 días
d) 52 días e) 63 días

Problema 02.

Un zapatero hace 60 zapatos en 15 días. ¿Cuántos zapatos hará en 30 días, si trabaja el doble de horas diarias?

a) 80 b) 120 c) 160
d) 32 e) 240

Problema 03.

En ocho días, 12 obreros han hecho los 2/3 de una obra. ¿En cuántos días, 3 obreros harán lo restante?

a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) 20

Problema 04.

Una brigada de 30 obreros, se comprometen en hacer una obra en 30 días. A los 3 días de iniciado el trabajo, se incorpora 6 obreros; y 5 días después, 27 obreros más. ¿En cuántos días terminaron la obra restante?

a) 5 b) 10 c) 15
d) 20 e) 25

Problema 05.

Seis obreros pueden hacer una obra en 10 días. Si la obra fuese 6 veces más difícil y se añaden 4 obreros más con el doble de rendimiento que los anteriores; ¿En cuántos días se haría la obra?

a) 19 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

Problema 06.

Una compañía posee 6 máquinas de 70% de rendimiento, la cual puede producir 2400 envases en 15 días, trabajando 8h/d. Si se desea producir 5400 envases en 10 días, trabajando 7h/d, ¿cuántas máquinas de 90% de rendimiento se requieren?

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 20

Problema 07.

Cuatro grupos de hormigas numéricamente iguales consumen el pan de una dispensa en 10 días, pero al terminar el cuarto día, 3 de los grupo pelean por el cual uno de ellos queda exterminado y dos de los otros se reducen a su cuarta parte. ¿Cuántos días después de la pelea se acabó la comida?

a) 16 b) 24 c) 12
d) 8 e) 10

Problema 08.

El costo de vida en Huacho es los 3/4 del costo de vida en Lima, ¿cuánto necesitará una familia compuesta por 5 personas, para vivir durante 8 días en Lima, si una familia de 8 personas gasta 567 soles para vivir 9 días en Huacho?

a) 420 b) 450 c) 480
d) 400 e) 100

Problema 09.

Un prado se divide en 3 partes de 1, 2 y 3 hectáreas, 35 vacas terminan la hierba del primer prado en 20 días, 90 vacas hicieron lo mismo con la segunda parte en 15 días y "x" vacas lo hicieron con la tercera parte en 12 días. Calcule x, considerando que la hierba crece constantemente.

a) 165 b) 70 c) 210
d) 260 e) 180

Problema 10.

Para realizar una misma obra, 5 obreros de la cuadrilla I, 7 obreros de la cuadrilla II, 8 obreros de la cuadrilla III, la realizan en el mismo tiempo, trabajando independientemente. Para realizar esta obra, se toma un obrero de cada cuadrilla, que trabajan 2 días, luego se retira el obrero de la tercera cuadrilla y tres días después se retira el obrero de la segunda cuadrilla. Calcule en cuántos días más terminará la obra el obrero que queda si éste observa que le faltan los 28/55 de la parte que ya se realizó.

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Problema 11.

Según la ley de Hooke, el alargamiento que sufre una barra prismática es proporcional a su longitud y a la fuerza que se aplica, e inversamente proporcional a su sección y rigidez. Si a una barra de acero de 100 cm de largo y $50m^2$ de sección se le aplica 2500 kg, sufre un alargamiento de 1 mm, Hallar que alargamiento ocasionó 800 kg aplicados a una barra de aluminio de 75 cm, de largo, de $16mm^2$ de sección sabiendo que la rigidez del aluminio es la mitad que la del acero.

a) 1 mm b) 3 mm c) 2 mm
d) 1,5 mm e) 0,5 mm

Problema 12.

Se tiene 6 ruedas dentadas y se sabe que sus números de dientes son proporcionales a 1, 2, 3, 4, 5 y 6 respectivamente, la primera engrana con la segunda y fija al eje de ésta va montada la tercera que engrana con la cuarta en cuyo eje va montada la quinta rueda, que a su vez engrana con la sexta rueda. Si la sexta rueda da 250 RPM ¿En cuánto tiempo la primera rueda dará 8000 vueltas?

a) 15 min b) 12 min c) 18 min
d) 10 min e) 9 min

Problema 13.

Un grupo de 18 obreros han construido en 10 días los 3/5 de un puente , si entonces se retiran 8 obreros, ¿en cuánto tiempo terminarán lo que falta los obreros restantes?

a) 17 d b) 14 d c) 15 d
d) 12 d e) 23 d

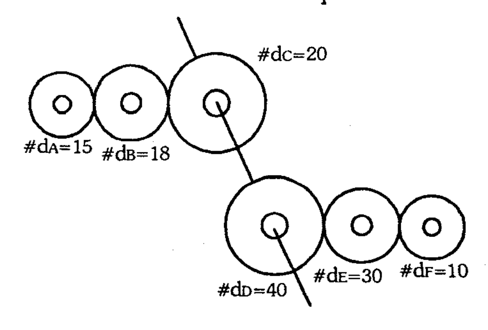
Problema 14.

Se contrata 12 obreros para que realicen una obra en "*n*" días. Después de hacer la mitad de la obra 4 de los obreros aumentaron su rendimiento en la mitad, con lo cual el tiempo total de trabajo fue de 13 días. Calcular *n*.

a) 16 b) 23 c) 14
d) 17 e) 21

Problema 15.

En el siguiente sistema de engranajes, sabemos que A dio 20 vueltas. Se pide calcular el número de vueltas que dio F.



a) 100 b) 30 c) 120
d) 40 e) 60

Problema 15.

Diez peones se demoran 15 días a 7 h/d de trabajo en sembrar un área de $50m^2$ ¿cuántos días de 8 h/d se demorarán en sembrar $80m^2$, 15 peones doblemente hábiles?

a) 7 b) 15 c) 10
d) 12 e) 16

¡ RAZONANDO !

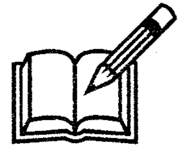
Adolfo tiene un juego completo de dominó; con algunas de las fichas ha formado un cuadrado de modo que en cada lado la suma es la misma.

Calcule la suma máxima de los puntajes de las 2 fichas en blanco.

a) 18 b) 22
c) 16 d) 17
e) 19

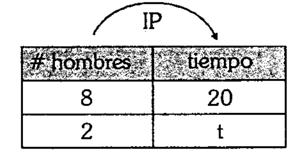
Comparación de Magnitudes

Solucionario



Resolución 01.

Como la obra es la misma:



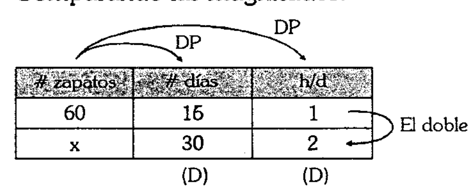
# hombres	tiempo
8	20
2	t

$$(\#\ \text{hombres}) \times \text{tiempo} = \text{ctc}$$
$$8 \times 20 = 2t$$
$$k = 80 \text{ días}$$

∴ Clave b

Resolución 02.

Comparando las magnitudes:

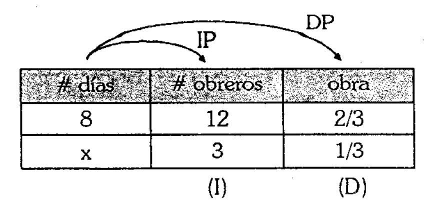


# zapatos	# días	h/d
60	15	1
x	30	2

$$x = 60 \times \left(\frac{30}{15}\right) \times \left(\frac{2}{1}\right) = 240$$

∴ Clave e

Resolución 03.



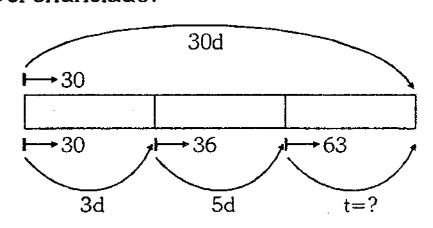
# días	# obreros	obra
8	12	2/3
x	3	1/3

$$x = 8 \times \left(\frac{12}{3}\right) \times \left(\frac{1/3}{2/3}\right) = 16$$

∴ Clave c

Resolución 04.

Del enunciado:

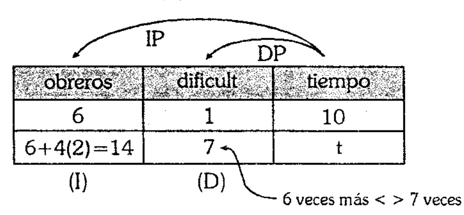


Como:

$$(\#\ \text{obreros}) \times (\#\ \text{días}) = \text{obra}$$
$$30 \times 30 = 30 \times 3 + 36 \times 5 + 63t$$
$$t = 10$$

Terminaron la obra en 10 días.

Resolución 05.

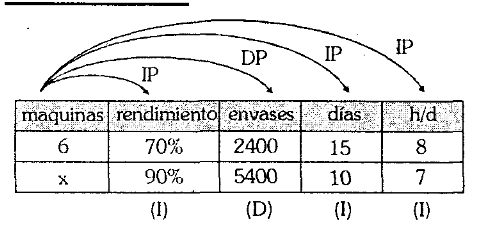


obreros	dificult	tiempo
6	1	10
6+4(2)=14	7	t

$$t = 10 \times \frac{6}{14} \times \frac{7}{1} = 30$$

∴ Clave c

Resolución 06.



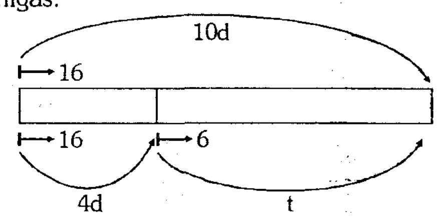
maquinas	rendimiento	envases	días	h/d
6	70%	2400	15	8
x	90%	5400	10	7
	(I)	(D)	(I)	(I)

$$x = 6 \times \frac{70}{90} \times \frac{5400}{2400} \times \frac{15}{10} \times \frac{8}{7} = 18$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 07.

Asumiendo que cada grupo tenía 4 hormigas:



Como un grupo fue exterminado y los otros dos se reducen a la cuarta parte:

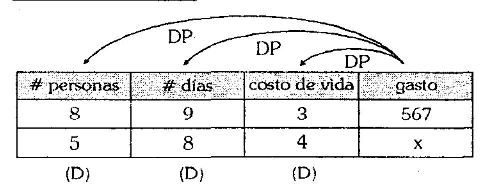
quedan: 4 + 1 + 1 = 6

Luego: $16 \times 10 = 16 \times 4 + 6t$

$t = 16$

$\therefore$ Clave a

Resolución 08.



# personas	# días	costo de vida	gasto
8	9	3	567
5	8	4	x
(D)	(D)	(D)	

$$x = 567 \times \frac{5}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{4}{3} = 420$$

$\therefore$ Clave a

Resolución 09.

Teniendo en cuenta que:

(# de vacas) × (# días) = hierba

Del enunciado:

Hectáreas		# vacas		# días		hierba
1	→	20	×	35	=	700
2	→	15	×	90	=	1350
3	→	12	×	x	=	$12x$

Igualando el número de Hectáreas para ver el crecimiento de la hierba por cada día.

Hectáreas	# días	hierba
1 × 6 →	20	700 × 6 = 4200
	5d	150
2 × 3 →	15	1350 × 3 = 4050
	3d	90
3 × 2 →	12	12x × 2 = 24x

Luego: $24x + 90 = 4050$

$x = 165$

$\therefore$ Clave a

Resolución 10.

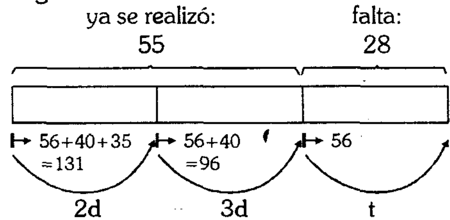
Sea a, b y c el número de metros que hace un obrero de la cuadrilla I, II y III respectivamente. Como hacen una misma obra en el mismo tiempo:

$$5a = 7b = 8c$$

Tomando:

$a = 56$ $\quad b = 40$ $\quad c = 35$

Luego:



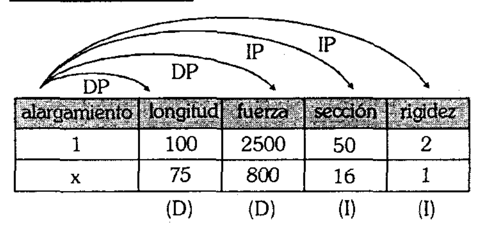
Planteando: $\dfrac{131\times 2+3\times 96}{55}=\dfrac{56\,t}{28}$

$t = 5.$

$\therefore$ Terminará en 5 días.

$\therefore$ Clave c

Resolución 11.



alargamiento	longitud	fuerza	sección	rigidez
1	100	2500	50	2
x	75	800	16	1
	(D)	(D)	(I)	(I)

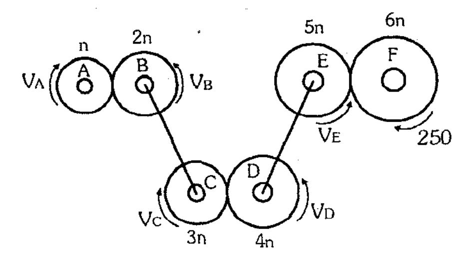
$$x = 1\times\frac{75}{100}\times\frac{800}{2500}\times\frac{50}{16}\times\frac{2}{1}=15$$

Alargamiento: 1,5 mm.

$\therefore$ Clave d

Resolución 12.

Haciendo un esquema:



Del sistema:

$(5n)VE=(6n)\cdot 250 \;\rightarrow\; VE=300$

Como: $VC = VB$

$(4n)\cdot 300=(3n)VC \;\rightarrow\; VC=400$

Como: $VC = VB$

$(2n)\cdot 400=(n)\cdot VA$

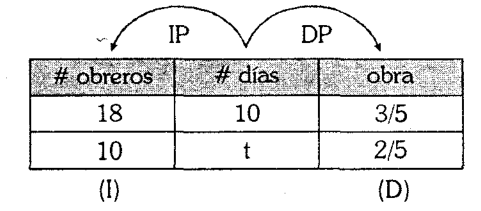
$VA = 800\,RPM$

$$\text{Tiempo}=\frac{8000}{800}=10\text{ min.}$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 13.

Comparando



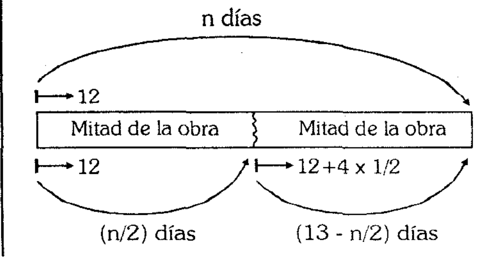
# obreros	# días	obra
18	10	3/5
10	t	2/5
(I)		(D)

$$t=10\times\frac{18}{10}\times\frac{2/5}{3/5}=12\text{ días}$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 14.

Haciendo un esquema:



Del esquema:

$$12\times\frac{n}{2}=\left(12+4\times\frac{1}{2}\right)\times\left(13-\frac{n}{2}\right)$$

$$6n=14\left(13-\frac{n}{2}\right)$$

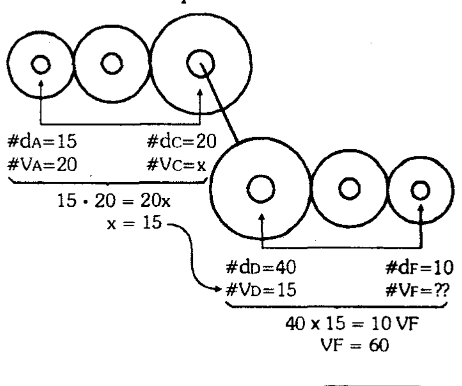
$$6n=182-7n$$

$$n=14$$

∴ Clave c

Resolución 15.

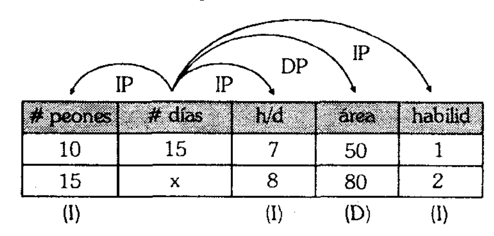
Haciendo un esquema:



∴ Clave e

Resolución 16.

Haciendo un esquema:



# peones	# días	h/d	área	habilid
10	15	7	50	1
15	x	8	80	2
(I)		(I)	(D)	(I)

$$x=\cancel{15}\times\frac{\cancel{10}}{\cancel{15}}\times\frac{7}{\cancel{8}}\times\frac{\cancel{80}}{\cancel{50}}\times\frac{1}{\cancel{2}}=7\text{ días}$$

∴ Clave a

PROBLEMA DE CONCURSO

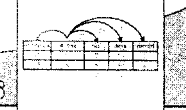
Halle la suma de cifras del resultado de:

$$123456789\times\underbrace{99999\ldots9}_{2010\text{ cifras}}$$

a) 18 b) 27 c) 36 d) 81 e) 10

Primera Práctica

Comparación de Magnitudes



01 Por tres docenas de botellas de "Ron Cartavio" se paga S/.144 ¿cuánto se pagara por siete botellas menos ?

a) s/.124 b) s/.116 c) s/.118
d) s/.126 e) s/.106

02 Si 40 campesinos pueden sembrar un terreno cuadrado de 6m de lado en una semana. ¿Cuántos campesinos más del mismo rendimiento que los anteriores serán necesarios, para sembrar otro terreno cuadrado de 3mts más de lado en el mismo tiempo?

a) 48 b) 49 c) 50
d) 52 e) 51

03 Carolina tarda 27min en hacer un cubo compacto de concreto de 15cm de arista ¿Qué tiempo tardará en hacer 5 cubos cada uno de 20cm de arista?

a) 3h 30m b) 4h c) 4h 20m
d) 5h 20m e) 5h 30m

04 Se realiza una excursión al desierto, para la cual se inscriben 500 personas las cuales llevan víveres para 72 días. ¿Cuántas personas no podrán viajar si se desea que la excursión dure 18 días mas y consuman la misma cantidad de raciones?.

a) 80 b) 90 c) 100
d) 120 e) 150

05 24 obreros pueden fabricar 100 carpetas en "*t*" días, 5 días después de haber iniciado el trabajo, 6 de ellos se enferman y reducen su eficiencia a la mitad y de ese modo el trabajo se entrega con 6 días de retraso. Halle *t*.

a) 41 b) 43 c) 45
d) 47 e) 42

06 Al repartir una cierta cantidad en partes proporcionales a los jornales de 3 operaciones que son 60, 100 y 80 soles, correspondió al segundo 10 soles mas que al primero ¿cuánto le corresponde al tercero en soles?

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

07 La cantidad de granos de maíz que entran en un balón esférico de 3 dm. de diámetro es 120 ¿Cuántos granos entraran en un balón de 6 dm. de diámetro ?.

a) 960 b) 480 c) 600
d) 590 e) 970

08 Un tío deja a sus sobrinos una herencia a repartirse en forma inversamente

proporcional a sus edades y les correspondió 9000; 10000 y 15000. Si el reparto hubiera sido directamente proporcional a las edades. Cuanto le tocaría al segundo?

a) 12240 b) 12748 c) 12769
d) 12321 e) 12112

09 En una tribu campa hay 20 hombres y 80 mujeres con comida suficiente para 3 meses. Un mes después se desata una guerra entre campas y aguarunas; y se prevee que ésta no terminara hasta dentro de 4 meses por lo que se decide sacrificar a cierto número de mujeres. ¿Cuántas mujeres sobrevivieron?.

a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

10 En una construcción laboran 36 operarios para que en 24 días trabajando 5 h/d lo concluyan, pero luego de 10 días los obreros disminuyen su rendimiento en 1/4 El encargado de la obra después de 4 días decide aumentar en una hora la jornada y contrata más obreros para terminar la obra en la fecha fijada ¿cuántos obreros más habrá contratado el encargado?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 6 e) 4

11 Un fuerte sitiado tiene 4000 soldados y alimentos para ellos durante 90 días, 20 días después de haber iniciado el sitio se libra una ardorosa batalla donde fatalmente mueren el 30% de los soldados y 20 días después llega un refuerzo de 400 soldados ¿Cuántos días después de iniciado el sitio se acabaron los alimentos?

a) 110 b) 180 c) 100
d) 130 e) 140

12 Hallar el ancho de un río, sabiendo que para medirlo se usan 2 estacas colocadas en una orilla de el y se mide las sombras que hacen en tierra en el otro lado, con los siguientes resultados: con la estaca de 2 metros de alto se midieron 3 metros de sombra en tierra y para una estaca de 3,5 metros se midieron 12 metros de sombra en tierra.

a) 10,5 m. b) 8,5 m. c) 7 m.
d) 8 m. e) 9 m.

13 Una fábrica tiene petróleo suficiente para 20 días, consumiendo 2 barriles diarios. ¿Cuántos barriles menos se debe consumir diariamente para que el petróleo alcance para 30 días?

a) 1 b) 1/3 c) 2/3
d) 4/3 e) 5/3

14 Descomponer el número 91 en tres sumandos que sean directamente proporcionales a los cuadrados de 2, 3 y 4, e inversamente proporcionales a los cubos de 2, 3 y 4. Dar como respuesta el mayor sumando.

a) 45 b) 44 c) 43
d) 42 e) 41

15 Reparte 42 entre A, B y C de modo que la parte de A sea el doble de la de B, y la de C, la suma de las partes de A y B. Entonces el producto de las partes de A, B y C, es:

a) 2 146 b) 2 058 c) 2 059
d) 2 060 e) 2 080

16 Jorge es un empedernido fumador, se fuma 5 cigarros por cada 4 horas que transcurren. Compra una caja de fósforos y observa que para encender un cigarro tiene que utilizar siempre 2 fósforos. ¿En cuantas horas Jorge consumirá toda la caja de fósforos (1 caja de fósforos = 40 palitos) y cuantos cigarros consumirá?

a) 20 h; 16 cig b) 12 h; 18 cig
c) 30 h; 15 cig d) 16 h; 20 cig
e) 18 h; 12 cig

17 Dos cuadrillas de 34 obreros cada una, hacen un tramo de carretera en partes iguales, luego de 72 días de comenzada la obra se observa que mientras a los primeros les falta 3/5 de la obra los otros han hecho 4/5. Si se desea que la primera parte de la obra este terminada en 140 días ¿Cuántos obreros del segundo grupo deberán pasar al primer grupo?

a) 6 b) 8 c) 10
d) 5 e) 9

18 Si 20 hombres pueden tumbar cierto número de muros o hacer 20 obras en 20 días y 12 hombres pueden tumbar 12 muros o hacer cierto número de obras en 12 días ¿cuántas obras pueden hacer 10 hombres que tumban 15 muros?

a) 12 b) 9 c) 7
d) 10 e) 6

19 Reparte 154 en partes directamente proporcionales a 2/3; 1/4; 1/5 y 1/6. Dar como respuesta la partición mayor.

a) 54 b) 90 c) 60
d) 80 e) 120

20 Si *n* obreros pueden hacer una obra en 20 días trabajando 6 horas diarias; esa misma obra puede ser hecha por n – 5 obreros cuya eficiencia es una vez mas que la eficiencia de los anteriores, siendo realizada en 15 días trabajando 2 horas más por día. Calcule *n*.

a) 20 b) 22 c) 24
d) 26 e) 30

21 Para cultivar una chacra cuadrada de 50m de lado se han contratado 16 agricultores que emplearon 15 días de 10 horas diarias. ¿Cuántas horas de trabajo diario se disminuirán para que 8 agricultores, doblemente hábiles que los anteriores, cultiven una chacra cuadrada de 20 m de lado en 3 días.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

22 Se reparte 100 caramelos en forma directamente proporcional a: m^2; 2m y 1; siendo "m" un número natural. Si la mayor cantidad al hacer el reparto es 64. Hallar "m" siendo ($m > 2$)

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

23 Una obra puede ser realizada por 10 obreros durante 22 días, al cabo de 6 días, 4 obreros se retiran y 8 días más tarde otros 2 obreros hacen lo mismo, después de 4 días mas, todos los obreros son reemplazados por una nueva cantidad de obreros 2 veces más eficientes que los anteriores para terminar en el plazo establecido. Calcule dicha cantidad.

a) 10 b) 15 c) 4
d) 8 e) 6

24 Veinte obreros han hecho parte de una obra en 18 días, a razón de 6 horas diarias; para terminar la obra dentro de 6 días, se han contratado 5 obreros más doblemente hábiles y trabajaron 2 horas más por día. ¿Qué parte de la obra hicieron en los primeros 18 días?

a) 3/4 b) 1/2 c) 3/2
d) 3/5 e) 2/3

25 Se necesitan 16 hombres ó 24 mujeres para coser 240 pantalones con doble costura en 10 días trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántas mujeres se deben añadir a 8 hombres que van a coser 150 pantalones con triple costura en 12 días trabajando 10 horas diarias?

a) 2 b) 3 c) 6
d) 9 e) 11

26 Un reservorio cilíndrico de 8 m de radio y 12 de altura, abastece a 75 personas durante 20 días. ¿Cuál deberá ser el radio de un recipiente de 6 m de altura que abastecería a 50 personas durante 2 meses?

a) 8 b) 16 c) 11
d) 24 e) 18

27 Diez obreros pueden realizar una obra en 24 días a razón de 8 h/d. Al cabo de diez días de iniciado el trabajo se contratan x obreros para acabar la obra 7 días antes de lo planificado. Calcule x, si estos últimos trabajan a razón de 10 h/d.

a) 14 b) 13 c) 11
d) 10 e) 8

28 Seis obreros debían hacer un pozo de forma cilíndrica durante 18 días trabajando 8 horas diarias. Antes de iniciar el décimo día de la jornada observa que han hecho el trabajo con las mismas dimensiones pero en forma cónica, luego el contratista dispone aumentar el número de obreros pero doblemente eficientes, trabajando junto con los anteriores 1 hora mas por día para terminar la obra en tres días antes de los que se proyecto. Luego la

cantidad de obreros que aumentaron es:

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

29 Un padre reparte acciones en partes proporcionales a las edades de sus hijos, de la siguiente manera: al primero le da 32; al segundo le da 24, pero antes de darle a los otros, se da cuenta que tiene 20 acciones más de las que pensó, entonces le da 4 más al primero, algunos más al segundo y los restantes a los otros hijos. ¿Cuántas acciones en total tenía el padre?

a) 120 b) 160 c) 180
d) 200 e) 240

30 Una bomba demora 10h 25 min. para llenar un reservorio. Cuando el tanque está lleno hasta su quinta parte se malogra y su rendimiento disminuye en 1/3. ¿Cuánto tiempo tardará la bomba para llenar el reservorio?

a) 14h b) 14h 35 min
c) 16h 20 min d) 16h 14 min
e) 16h 35 min

31 Cuarenta obreros deben concluir una obra en 60 días; pero al cabo de 25 días el salario de los obreros aumentó en los 3/5 y se despidieron algunos obreros. Señale qué parte de la obra quedó inconclusa, si el presupuesto salarial solo es de S/.1200.

a) 13/60 b) 18/51 c) 7/32
d) 11/41 e) 19/31

32 Veinte tejedoras pueden tejer 120 chompas en 15 días trabajando 8 h/d y 8 tejedoras pueden destejer 100 chompas en 6 días trabajando 5 h/d con un rendimiento del 80%. Determinar con que rendimiento deben trabajar 5 tejedoras, en 10 días trabajando 4 h/d para destejer las chompas que harían 10 tejedoras en 20 días trabajando 6 h/d .

a) 53,2 b) 57,2 c) 51,2
d) 57,6 e) 52,5

33 Si $f(6)=7$ y $f(x)$ es una función de proporcionalidad inversa. Calcule:

$$E=\frac{f(5)\times f(10)}{f(8)}$$

a) 8,12 b) 7,68 c) 7,42
d) 6,72 e) 6,24

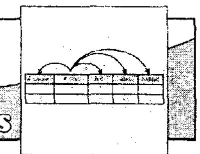
34 Dadas las magnitudes A y B. Calcule $x+y$.

A	2	x	8	18
B	3	24	y	21

a) 30 b) 23 c) 32
d) 16 e) 20

Segunda Práctica

Comparación de Magnitudes



01 Se contratan a 10 personas para embaldosar una habitación cuadrada de 18 m. de lado, pero éstos se retiraron luego de trabajar 4 días de 8 horas, cuando faltaba embaldosar un cuadrado de 4m. de lado. Se contrataron entonces 2 obreros que terminaron el trabajo en 2 días de 10 horas diarias. ¿Cuál es la habilidad de éstos comparada con los anteriores?

a) 32/77 b) 40/77 c) 48/55
d) 30/31 e) 38/25

02 Un cubo de madera cuesta S/.12.00. ¿Cuánto costara otro cubo de la misma madera pero de doble arista?

a) 24 b) 48 c) 60
d) 72 e) 96

03 Para pintar una esfera de 40 cm. de diámetro se gastó 64 soles. ¿Cuánto se gastará para pintar una esfera de 50 cm. de diámetro?

a) S/.80 b) S/.160 c) S/.100
d) S/.74 e) S/.90

04 Un toro y una vaca tienen para comer juntos un terreno lleno de alfalfa. Si el toro en "n" días y "p" horas por día, ha comido un cuarto de la alfalfa y la vaca empleando 4 horas más por día, se comería el resto en 39 días, hallar n + p, si "n" y "p" son enteros y los menores posibles.

a) 26 b) 24 c) 35
d) 28 e) 30

05 8 hormigas trabajando 8 h/d, tienen 18 días para construir su hormiguero antes que llegue el invierno. Después de trabajar 3 días su instinto les dice que el invierno se adelantara la mitad de los días que tenían. ¿Cuántas h/d, deberán trabajar para culminar su hormiguero?

a) 18 b) 20 c) 30
d) 24 e) 26

06 15 obreros se comprometen a realizar una obra en "x" días, trabajando 8 h/d después de 10 días, 10 obreros se enferman y disminuyen su rendimiento al 75 % y 10 días mas tarde ellos se retiran, motivo por el cual desde este momento los obreros restantes aumentan su jornada en 2 h/d; si dicha obra se entrego con un retrazo de 46 días. Calcular el valor de "x".

a) 40 b) 30 c) 35
d) 50 e) 45

07 4 socios reúnen 2000000 de dólares de los cuales el primero pone 400000; el segundo las 3/4 de lo que puso el

primero, el tercero las 5/3 de lo que puso el segundo y el cuarto lo restante. Explotan una industria durante 4 años. Si hay que repartir una ganancia de 1500000 dólares. ¿Cuánto le toca al cuarto?

a) 800000 b) 500000
d) 300000 d) 900000
e) 600000

08 Al repartir la fracción decimal periódica 0, 52525252… en 2 partes proporcionales a 2/3 y 3/2. una de las partes será:

a) 7/11 b) 4/11 c) 9/11
d) 2/11 e) 5/11

09 Una obra puede ser realizada por 18 obreros en 32 días, al cabo de cierto tiempo se contrata 3 obreros más de modo que la obra se terminó a 28 días después de empezado ¿ a los cuántos días se aumentó el personal?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

10 M mecánicos ensamblan 3 autos y una camioneta en 5 meses, demorándose en la camioneta un tiempo doble que el auto. Cuando les encargan ensamblar 5 autos y 2 camionetas, a los 6 meses de trabajar juntos, 4 de ellos toman 1 mes de vacaciones, regresando con x mecánicos más, para culminar a tiempo. Halle x.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

11 Una magnitud A es directamente proporcional a $\sqrt{C}$, pero inversamente proporcional a B^2 Si $A = 3$ entonces $B = 2$ y $C = 9$. Hallar C, cuando $A = 4$ y $B = \sqrt{6}$.

A) 6 B) 2 C) 12
D) 36 E) 42

12 Se sabe que una magnitud A es I.P. a B^2. Si cuando B varía en un 25% de su valor, A disminuye en 36 unidades. Hallar A.

a) 80 b) 100 c) 120
d) 90 e) 150

13 En una fiesta "La alegría varía en forma directa al número de muchachas, siempre y cuando no supere al número de varones, y en forma inversa al número de madres presentes". La fiesta se inició con 28 muchachas y 35 varones y con la presencia de 14 madres de familia. Ya cuando avanzaban las horas resulta que: 9 madres duermen plácidamente y 8 parejas salen a la avenida a ver las estrellas. En consecuencia, en ese instante, la alegría de la fiesta resultó:

a) Triplicado
b) Duplicado
c) Quintuplicado
d) Reducido a la tercera parte
e) Disminuyó a la mitad

14 Un camión cisterna de la empresa "SEDAPAL" tiene capacidad para 6000 l. pero se observa que tiene un

huequito en la parte de atrás. Se sabe que con una velocidad de 40 km/h. botaría 100 l. en 1 hora.
Determine cuántos litros habrá después de 5 horas de viaje si cada hora su velocidad aumenta en 10 km/h. con respecto al anterior y partió con 50 km/h. Se sabe además que si la velocidad es constante, el tiempo es D.P. al volumen y si el tiempo es constante, la velocidad es D.P. al volumen.

a) 5000 b) 5100 c) 5125
d) 5200 e) 5250

15 El costo de un libro es proporcional a la cantidad de hojas que tiene; además la cantidad de libros es inversamente proporcional al costo de cada libro. (Oferta y Demanda). Si un libro de 160 páginas se vendió en 60 soles, con lo cual se ganó 20% obteniéndose 21600 soles.
¿A cuánto se debe vender cada libro de 60 hojas, si se quiere ganar el 45%; sabiendo que se hizo 225 de éstos ejemplares?

a) S/.92 b) S/.87 c) S/.64
d) S/.81 e) S/.72

16 Si la magnitud de A es directamente proporcional con el cuadrado de B, más 4, y B es directamente proporcional con la raíz cuadrada de C, menos 5. Cuando A = 16 y B = 2 resulta C = 81, halla el valor de A cuando C = 121.

a) 28 b) 15 c) 26
d) 14 e) 23

17 Si el tiempo que demora un planeta en dar la vuelta al Sol es directamente proporcional al cubo de la distancia entre el Sol y el planeta e inversamente proporcional al peso del planeta. ¿Cuánto tiempo demora un planeta de doble peso que el de la Tierra en dar la vuelta al Sol si la distancia que lo separa del Sol es el doble que el de la Tierra?

a) 1420 días b) 1530 días
c) 1460 días d) 1265 días
e) 1439 días

18 Se está construyendo una obra que se debe terminar dentro de 18 días para lo cual se emplean 24 obreros que tienen una jornada de trabajo de 8 horas. Al cabo de 9 días se enferman 3 obreros faltando al trabajo 3 días ¿cuántas horas más por día deben trabajar estos 3 obreros durante los días restantes para que la obra se entregue en el plazo fijado?

a) 3 b) 2 c) 4
d) 1 e) 5

19 Un conjunto de jardineros debe cortar el pasto de dos jardines (uno de triple superficie que el otro). Hasta el refrigerio trabajaron en el jardín más grande, luego la tercera parte de jardineros pasa a trabajar en el jardín pequeño y los demás siguen en el grande, terminando así todo el trabajo a

excepción de una parte del jardín pequeño, cuyo cortado de pasto lo hacen 7 jardineros en el día de trabajo siguiente. Halle el número de jardineros considerando que el horario de trabajo es:

Entrada ......: 8 AM

Refrigerio ...: 2 - 3 PM

Salida.........: 7 PM

a) 43 b) 45 c) 42
d) 41 e) 39

20 Descomponer el número 1134 en cuatro sumandos cuyos cuadrados son proporcionales a los números 12, 27, 48 y 75. La diferencia entre el mayor y el menor de los sumandos es:

a) 244 b) 243 c) 242
d) 241 e) 240

21 Un constructor ha calculado que para levantar el primer piso de una casa se necesitan 10 obreros trabajando 6 h/d durante 20 días. Para hacer el segundo piso se necesitan 15 obreros que trabajan 7 h/d durante 16 días. Si se quieren hacer 20 casas completas con 25 obreros que trabajan 8 h/d con la condición de que todos los primeros pisos estén acabados para continuar ¿qué tiempo se necesita para acabar la obra?

a) 270 b) 260 c) 250
d) 288 e) 290

22 Luis empieza a armar un hexágono compacto con fichas de dominó poniendo 6 de ellas en cada lado, trabajando 4 h/d, al cuarto día su hermano lo desarma, por lo que vuelve a rehacerla, esta vez con 7 fichas por lado trabajando 7 h/d culminando en el tiempo previsto ¿cuánto se demora en terminarla?

a) 14 b) 15 c) 17
d) 18 e) 16

23 El precio de un ladrillo es proporcional a su peso e inversamente proporcional a su volumen. Un ladrillo de densidad 1,5 g/cm3 cuesta S/.9. ¿Cuánto costará un ladrillo de 600 cm3 que pesa 1,2 Kg?

a) S/.10 b) S/.8 c) S/.12
d) S/.13 e) S/.15

24 Según la Ley de Boyle, la presión es inversamente proporcional al volumen que contiene determinada cantidad de gas. ¿A qué presión está sometido un gas si al aumentar esta presión en 2 atmósferas el volumen varía en un 40%?

a) 7 atmósferas b) 6 atmósferas
c) 5 atmósferas d) 4 atmósferas
e) 3 atmósferas

25 Se contratan dos compañías para hacer una obra (la mitad cada una), ambas partes ofrecen las mismas dificultades desde el punto de vista del trabajo. El plazo fijado es de 80 días,

luego de 30 días los primeros han hecho 7/20 de su parte y los otros 3/5 de la suya ¿cuántos obreros de la segunda compañía deben reforzar a los primeros para que terminen la obra en el plazo establecido? (Obs: cada compañía tiene 60 obreros)

a) 4 b) 5 c) 3
d) 6 e) 7

26 En el recorrido de un taxi, se observa que el cuadrado del tiempo de permanencia del chofer en el auto, varía en forma D.P al consumo de gasolina e I.P a la velocidad, y la velocidad varía en forma I.P al peso del pasajero. Para un pasajero robusto, consume 4 galones de gasolina en un recorrido que dura 8 horas ¿Cuántos galones de gasolina se consumirá en un viaje que dura 1/4 de día, en otro pasajero cuyo peso es los 3/4 del anterior?

a) 2 b) 3 c) 7
d) 9 e) 5

27 En una joyería, se sabe que el precio de cualquier diamante es proporcional al cuadrado de su peso; un diamante que cuesta 2500 dólares se rompe en dos partes, de las cuales el peso de una de ellas es 2/3 de la otra. Si las dos partes son vendidas, entonces podemos afirmar que:

a) Se perdió 1 300 dólares
b) Se ganó 1 200 dólares
c) Se perdió 1 200 dólares
d) Se ganó 3 800 dólares
e) No se ganó ni se perdió

28 Los padres de una quinceañera descubren que el gasto que realizarán en el desarrollo de la fiesta de su hija está en relación directa al número de personas (familiares y amigos) que serán invitados e inversamente proporcional al tiempo que emplearán en preparar dicha fiesta. Si inicialmente proyectaron gastar S/.2400 invitando a 120 personas y empleando 10 días en realizarla. ¿A cuántos amigos finalmente se invitó, si se gastó S/.100 más y se empleó 2 días menos de lo que habían proyectado? Además se sabe que el padre ordenó que por cada 3 familiares se invite a 2 amigos.

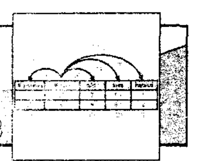
a) 40 b) 60 c) 30
d) 20 e) 100

29 Se reparte un dinero en forma D.P. a los números x, y y z. Si el reparto se hubiese hecho en forma I.P. a dichas cantidades, uno de ellos recibiría lo mismo. Calcule:

$$M=\frac{\frac{x}{2y}+\frac{y}{z}}{\frac{x}{y}+\frac{y}{2z}}$$

a) 1 b) $\frac{3}{2}$ c) 2
d) $\frac{5}{2}$ e) 3

Tercera Práctica



Comparación de Magnitudes

01 En un barco pesquero se observa que la cantidad de peces atrapados por hora, es D.P al tiempo transcurrido hasta la hora 6 de trabajo, a partir de allí en adelante es I.P al tiempo total transcurrido hasta la hora 10 de trabajo, de donde a partir de allí regresó a su normalidad. Si hasta la hora 3 de trabajo se extrajo 2100 peces. Calcule la cantidad de peces que se extrajo en la hora 15.

a) 3760 b) 3800 c) 3770
d) 3790 e) 3780

02 Un depósito cónico de 5 dm de radio está lleno con agua se desea desalojar un determinado volumen y para esto se hace un agujero en el vértice del depósito y se cierra cuando el radio del nuevo volumen cónico es de 3 dm. Si el volumen cónico de agua es proporcional al cubo de la profundidad, luego el porcentaje del volumen desalojado fue del:

a) 21,6 b) 30,2 c) 35,8
d) 76,6 e) 78,4

03 25 obreros hacen 5/8 de una obra en 10 días. A partir de ese momento se contratan n obrero más cada día, terminando 2 días antes de la fecha en que terminarían los 25 obreros si hubieran continuado la obra solos. Halle n

a) 3 b) 4 c) 5
d) 8 e) 6

04 2 obreros pueden hacer una obra en 12 días, luego de trabajar 4 días juntos, se retira el primero. El segundo sigue solo, aumentando su eficiencia en 60% y logra terminar la obra 20 días después de que terminó la parte de obra que le correspondía ¿Cuántos días hubiera empleado el primero solo, en hacer la obra?

a) 12 b) 15 c) 20
d) 13 e) 14

05 Un contratista se compromete a entregar una obra en 36 días con 48 obreros que trabajan 8 h/d. Después de 24 días un grupo de ellos se enferman y se retiran del trabajo por 6 días ¿Cuántos obreros se enfermaron, para cumplir el plazo fijado, si todos trabajan al final 9h 20 min. diariamente?

a) 6 b) 7 c) 9
d) 8 e) 10

06 40 obreros pensaban hacer una obra en cierto tiempo, pero después de

hacer la cuarta parte de la obra 16 de ellos aumentan su eficiencia en 25 % por lo cual la obra se termina en solo 41 días ¿cuántos días antes del plazo fijado se termina la obra?

a) 3 b) 2 c) 4
d) 5 e) 7

07 Se tiene 3 grupos de obreros: A, B y C; cada obrero de B es 20% más eficiente que cada obrero de A y cada obrero C es 50% más eficiente que cada obrero de B. Si se toma 8 obreros de A, 4 obreros de B y 4 obreros de C, se harían 3/8 de una obra en 27 días. Para acabar el resto de la obra se toma obreros de los grupos en la proporción de 3, 2 y 1 respectivamente, acabando así en los 5/9 del tiempo que si hubiese continuando el grupo inicial ¿Cuántos obreros conformaban el último grupo?

a) 20 b) 30 c) 24
d) 36 e) 42

08 Un contratista se compromete a construir dos secciones de un ferrocarril que son igualmente difíciles para el trabajo. En cada sección emplea 80 obreros y al cabo de 50 días, observa que mientras los primeros han hecho 3/8 de su trabajo, los otros han construido los 5/7 del suyo y deseando terminar la primera sección es 120 días, se desea saber ¿cuántos obreros deberán pasar de la segunda a la primera sección?

a) 6 b) 7 c) 5
d) 8 e) 9

09 En una panadería se sabe que 24 panaderos pueden hacer 14 decenas de bizcochos en 84 días, laborando 5 h/d. Se designa un panadero más para que hagan 500 bizcochos trabajando 1 h/d menos. Después de hacer los primeros 200 bizcochos se reemplaza a los panaderos por maquinas que realizan cada una el trabajo de 4 panaderos, fijándose en 3 horas las restantes jornadas de trabajo. Si todo el trabajo se termina 16 días antes de lo previsto ¿cuántas maquinas se utilizaron?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 30

10 Al repartir S/.1470 directamente proporcional a los números: a, 1 y 1/a e inversamente proporcional a los números: b, 1/2 y 1/b ($a > b > 2$) siendo a y b números enteros se observa que las cantidades obtenidas son enteras. Halle $(a - b)$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 2 e) 4

11 Tres prados tienen la misma área pero en cada uno el grado de crecimiento de pasto es el doble del anterior. El pasto del primer prado puede alimentar a 72 ovejas en 36 días y el segundo puede alimentar a 48 ovejas en 90 días ¿cuántas ovejas se comerán todo el pasto del tercero en 60días?

a) 75 b) 72 c) 81
d) 78 e) 84

12 Un caballo atado, mediante una cuerda que mide 8m, a la esquina de una cabaña, que posee la forma de un hexágono regular. Dicho caballo puede comer todo lo que está a su alcance en 12 días. Si se aumenta la longitud de la cuerda en 8 metros ¿cuántos días más demorará dicho caballo en comer todo lo que está a su alcance? (Obs. El pasto está distribuido uniformemente en el prado y este no vuelve a crecer)

a) 46 b) 44 c) 42
d) 52 e) 36

13 Un resorte de 20 cm se alarga 3 cm si se le aplica una fuerza de 12 N. ¿Cuál será la fuerza que se debe aplicar para que alcance una longitud de 25cm, sabiendo que la fuerza es proporcional a su elongación (estiramiento)?

a) 18 N b) 26 N c) 30 N
d) 24 N e) 20 N

14 Se sabe que la fuerza de atracción entre 2 masa es I.P. al cuadrado de la distancia que los separa. ¿En que fracción varía la distancia de separación si la fuerza de atracción disminuye en sus 13/49?

a) Aumenta en 1/6
b) Aumenta en 49/36
c) Aumenta en 13/36
d) Aumenta en 7/6
e) Disminuye en 1/6

15 Repartir 200 en 3 partes que sean directamente proporcional a los números: 2; 3 y 5. Dar como respuesta la diferencia entre la mayor y menor de las partes.

a) 60 b) 40 c) 80
d) 90 e) 10

16 Tres agricultores para transportar: 120, 150 y 180 sacos de camote, respectivamente; alquilaron un trailer en S/.600. Hallar cuánto pagó el que transportó más sacos.

a) S/.200 b) 260 c) 240
d) 160 e) 300

17 Dos magnitudes A y B están relacionadas mediante condiciones de proporcionalidad; si cuando $A = 729$, $B = 9$ y cuando $A = 576$, $B = 8$. Halla A cuando $B = 5$.

a) 225 b) 125 c) 625
d) 200 e) 315

18 Se tiene 3 magnitudes A, B y C tales que B es D.P. a A (C es constante); C es I.P. a A (B es constante); si B y C es ½ cuando $A = 8$. Halla B cuando $A = 2$ y $C = 200$.

a) 70 b) 60 c) 50
d) 40 e) 30

19 Si dos cantidades A y B son I.P. con constante de proporcionalidad igual a K. ¿Cuánto vale K si la constante de

proporcionalidad entre la suma y la diferencia de A y 1/B vale 6?

a) 6/7 b) 5/8 c) 4/7
d) 7/5 e) 3/5

20 El ahorro mensual de un obrero es D.P. a la raíz cuadrada de su sueldo. Si cuando su sueldo era de $ 324, gastaba al mes $189. ¿Cuánto gastará al mes ahora que su sueldo es $ 576?

a) $ 381 b) $ 350 c) $ 420
d) $ 372 e) $ 396

21 Tres personas deciden pintar las fachadas de sus casas de 24; 25 y 27m. respectivamente. Para terminar más rápido contratan a un pintor y pintan los 4 la misma área. Si el pintor recibe S/.45600 ¿Cuánto le debe pagar cada una de las personas? Indicar la mayor de las partes.

a) 12000 b) 14400 c) 19200
d) 18500 e) 22000

22 Las áreas de tres regiones circulares son proporcionales a 27, 48 y 75. si la diferencia de los diámetros de la mayor y la menor circunferencia es 16. Halle la suma de las longitudes de dichas circunferencias.

a) 96 b) 192 c) 208
d) 108 e) 320

23 Dos mendigos piden limosna en forma I.P. al cuadrado de su edad y en forma directa a su apetito. Hoy poseen un apetito de 16 a 20; además sus edades son 8 y 10 años respectivamente y si luego de 2 años su relación de apetito se invierten. Halla la relación de sus razones geométricas de sus limosnas ahora y dentro de 2 años.

a) 9/20 b) 9/4 c) 25/36
d) 9/5 e) 5/4

24 Dos pastores que llevan 7 y 5 bizcochos respectivamente, se encuentran con un cazador hambriento y comparten con éste los 12 panes en partes iguales. Si el cazador entregó 12 monedas de oro en agradecimiento, ¿cómo deben los pastores repartirse la recompensa, respectivamente?

a) 6 y 6 monedas de oro
b) 7 y 5 monedas de oro
c) 8 y 4 monedas de oro
d) 9 y 3 monedas de oro
e) 7,5 y 4,5 monedas de oro

25 Se ha descubierto que el trabajo diario hecho por un hombre varía en razón de su salario por hora, e inversamente a la raíz cuadrada del número de horas que trabaja por día. Si puede terminar una pieza en 6 días cuando trabaja 9 horas diarias a 30 soles por hora. ¿Cuántos días tardará en terminar la misma pieza cuando trabaja 16 horas diarias a 20 soles por hora?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

26 El peso de un reptil es proporcional a la raíz cuadrada de sus años. Si un reptil tiene 300 kg de peso, entonces su edad es 12 años. ¿Cuál será el peso del reptil cuando tenga 27 años?

a) 460 kg b) 440 kg c) 480 kg
d) 418 kg e) 450 kg

27 La rapidez de A es igual a 3 veces la rapidez de B y a su vez éste es 2 veces la rapidez de C. Si A hace un trabajo en 7 minutos y 13 segundos. ¿En cuánto tiempo hará C dicho trabajo?

a) 46 minutos 46 s
b) 50 minutos 20 s
c) 55 minutos 30 s
d) 43 minutos 18 s
e) 49 minutos 30 s

28 El alcance que tiene un proyectil al ser lanzado es D.P. a la fuerza de lanzamiento, I.P a la resistencia del medio en el cual fue lanzado y a su vez I.P. al tamaño del proyectil. Si 2 cuerpos A y B se lanzan desde 2 armas cuyas fuerzas de lanzamiento están en la relación de 5 a 3, siendo el tamaño del segundo proyectil 2 veces mayor que el primero y el medio en el que fue lanzado el primer proyectil ofrece 3 veces más resistentes que la del medio del segundo proyectil. Calcula la relación de los alcances de ambos.

a) 5/4 b) 4/3 c) 6/5
d) 7/6 e) 3/2

29 Sabiendo que la magnitud de A es D.P. al cuadrado de la magnitud de B, determina en que fracción de su valor aumenta A, si B aumenta en 2/3 de su valor.

a) 21/5 b) 19/12 c) 18/11
d) 17/10 e) 16/9

30 En el recorrido de un taxi, se observa que el cuadrado del tiempo de permanencia del chofer en el auto, es D.P. al consumo de gasolina e I.P. a la velocidad, y la velocidad varía en forma I.P. al peso del pasajero. Para un pasajero se consume 4 galones de gasolina en un recorrido que dura 8 horas. ¿Cuántos galones de gasolina se consumirá en un viaje que dura 1/4 de día, en otro pasajero cuyo peso es los ¾ del anterior?

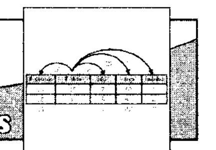
a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

31 "n" obreros hacen una obra en 30 días; $(n+4)$ obreros hacen otra obra con el doble de dificultad en 40 días. ¿En qué tiempo $(n+2)$ obreros harán la obra inicial?

a) 20 b) 21 c) 24
d) 25 e) 28

Cuarta Práctica

Comparación de Magnitudes



01 Quince obreros se comprometen hacer una obra en 27 días. Luego de 12 días de trabajo se incorpora un cierto grupo de obreros cuyos rendimiento es dos veces más que los anteriores. Terminando el resto de la obra en 5 días ¿cuántos obreros se incorporaron?

a) 5 b) 10 c) 8
d) 15 e) 20

02 Una rueda A de 30 dientes engrana con otra rueda B de 50 dientes. Fijo al eje de B hay otra rueda C de 60 dientes que engrana con una rueda D de 40 dientes. Si A da 20 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas da la rueda D por hora?

a) 1200 b) 1180 c) 1080
d) 1800 e) 1530

03 Doce obreros pensaban hacer una obra en x días. Si después de haber hecho la mitad de la obra 8 obreros aumentan su rendimiento en ¼ de su capacidad y toda la obra es terminada en 13 días. Halle x.

a) 12 b) 15 c) 14
d) 16 e) 13

04 Se tiene un engranaje A de 20 dientes que está engranado con un B de 40 dientes y este a su vez está engranado con otro C de 60 dientes fijo al eje de C hay otro engranaje D de 80 dientes que engrana con una rueda E de 100 dientes. Si en un determinado tiempo la diferencia del número de vueltas que dan los engranajes A y C es 180. ¿Cuántas vueltas ha dado el engranaje E?

a) 28 b) 72 c) 75
d) 29 e) 26

05 n máquinas pueden realizar una obra en n días, trabajando "m" h/d. Pero al cabo de "m" días de iniciada la obra se malogran "m" máquinas ¿durante cuántos días adicionales trabajarán las máquinas que quedan, si a partir de ese instante trabajan a razón de "n" h/d?

a) m b) n^2+1 c) $2n-m$
d) $m-n$ e) $2m-n$

06 Si 600 hombres realizaron un hoyo de 4 m de profundidad y 4 m de radio en 50 días ¿cuántos días se necesitarán para ampliar en 1 m. la profundidad y en 8 m el diámetro del hoyo, contratándose 100 hombres más; 50% más eficientes, si se disminuye en 2/3 el trabajo diario?

a) 320 b) 400 c) 720
d) 480 e) 960

07 Al cabo de 25 días de haber empezado una obra, 80 obreros trabajando 6 h/d. Se dan cuenta que lo que falta para

terminar la obra es la $^2/_3$ de lo que esta hecho y que no se podrá terminar en el plazo fijado. ¿Cuántos obreros de doble rendimiento habrá que contratar para que en los 10 días que faltan, aumentando 2 horas diarias de trabajo, se termine la obra a tiempo?

a) 20 b) 12 c) 8
d) 16 e) 10

08 Un hombre, una mujer y 3 niños pueden hacer un trabajo en 65 días. Si se hubiera empezado con 2 mujeres y 2 niños más ¿cuánto tiempo se habría ahorrado en terminar dicho trabajo sabiendo que la eficiencia de una mujer es a la eficiencia del hombre como 7 es a 10 y la eficiencia de la mujer es a la de un niño como 5 es a 3?

a) 18 días b) 13 días c) 20 días
d) 28 días e) 25 días

09 Un tramo de carretera puede ser asfaltada con 4 máquinas que trabajan 10 h/d en 30 días. Al final del 6^{to} día una de ellas se malogra durante x días. Halle el valor de x si desde el 7^{mo} día las otras 3 máquinas trabajan a 12 h/d y cuando se repara la malograda, esta solo puede trabajar 8 h/d acabándose la obra en el plazo establecido.

a) 10 b) 21 c) 13
d) 12 e) 28

10 Se tiene 600 kg de carne para alimentar 150 hombres durante 15 días. Si se presenta 30 hombres más ¿en cuántos kilos se debe aumentar la carne para alimentar a todos en 18 días?

a) 200 b) 360 c) 340
d) 470 e) 264

11 Veinte albañiles pueden construir una obra en 7 días, pero solo el primer día trabajaron los 20 y luego al iniciar el segundo día se retiraron 8 obreros ¿cuántos obreros de doble eficiencia se deben contratar a partir del cuarto día, para terminar en el plazo fijado?

a) 6 b) 8 c) 10
d) 11 e) 12

12 Faltando 24 días para terminar una obra 6 obreros se enferman y se retiran. Después de 6 días, recién se contrata nuevos obreros ¿cuántos deben contratarse para acabar a tiempo, si éstos son doblemente eficientes respecto de las anteriores?

a) 8 b) 6 c) 10
d) 4 e) 5

13 Una rueda A de 80 dientes engrana con otra B de 50 dientes; fijo al eje de la rueda B, hay otra rueda C de 15 dientes que engrana con una rueda D de 25 dientes. Si la rueda A da 125 vueltas por minuto, calcular la dife rencia de vueltas de la rueda "B" y "D" luego de 30 segundos.

a) 40 b) 80 c) 42
d) 43 e) 44

14 Una cuadrilla de 24 obreros inician la realización de una obra que la entregan en 70 días. Al cabo de 18 días, 8 obreros son reemplazados por otros 8, pero cuyo rendimiento es ¼ mayor. ¿Con cuántos días de anticipación será entregada la obra?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

15 Si 60 hombres, pueden cavar una zanja de 800 m^3 en 50 días ¿cuántos días necesitaran 100 hombres 50% más eficientes para cavar una zanja de 1200 m^3 cuya dureza del terreno es 3 veces la del anterior?

a) 120 b) 90 c) 80
d) 70 e) 60

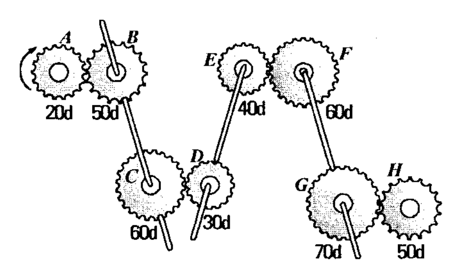
16 Lolito y Panchito pueden hacer una obra en 12 días. Después de haber trabajado juntos 4 días, Lolito cae enfermo y Panchito termina el trabajo en 40 días. Si Lolito hubiera trabajado solo, hallar en cuántos días hubiera hecho toda la obra.

a) 13 b) 21 c) 15
d) 24 e) 18

17 Cuatro obreros pintan una pared de 160 m de largo y 2 m de alto en 6 días trabajando sólo 3 h/d ¿cuántos obreros harán falta contratar para que junto a los otros obreros pinten una pared de 200 m de largo y 5 m de altura, si estos últimos tienen la mitad de la eficiencia y la obra es 3 veces más difícil que la anterior y disponen de 5 días de 9 h/d de trabajo?

a) 64 b) 8 c) 16
d) 30 e) 32

18 La figura muestra un sistema de engranajes:



si el engranaje "*A*" gira 50 vueltas en el sentido horario ¿cuántas vueltas gira el engranaje "*H*"?

a) 120 vueltas en el sentido horario
b) 56 vueltas en el sentido antihorario
c) 48 vueltas en el sentido horario
d) 112 vueltas en el sentido antihorario
e) 112 vueltas en el sentido horario.

19 En la costa 100 obreros pueden hacer 150 km de carretera en 40 días trabajando 9 h/d en una zona cuya dificultad se puede representar por 1. ¿Cuántos días demorarán 200 obreros con una eficiencia un 50% mayor que las anteriores en hacer 350 km de carretera en la selva cuya dificultad se puede representar por 3, trabajando 8 horas diarias?

a) 100 días b) 50 días c) 105 días
d) 80 días e) 80 días

20 Dado un sistema de engranajes que consta de n ruedas engranadas de modo que el número de dientes de la rueda que ocupa el lugar P está dado por $P\ (P + 3)$. Si la primera rueda da 45 vueltas, la última da una vuelta. Calcule el número de vueltas de la última rueda, si entre las 3 primeras dan 1460 vueltas.

a) 24 b) 18 c) 20
d) 28 e) 32

21 Si A demora en hacer un trabajo "m" veces el tiempo que demoran B y C juntos, B demora "n" veces el tiempo que demoran A y C juntos y C demora "x" veces el tiempo que demoraran A y B juntos. Hallar x.

a) $\frac{2mn}{m+n}$ b) $\frac{1}{2(m-n)}$

c) $\frac{1-m}{m+n+2n}$ d) $\frac{m+n+2}{mn-1}$

e) $\frac{1}{m+n-mn}$

22 Para realizar una obra se cuenta con dos cuadrillas. La primera con 40 hombres que puede concluir una obra en 30 días. La segunda cuenta con 60 hombres y puede terminar la obra en 40 días. Si tomamos solamente 3/4 de la primera cuadrilla y los 2/3 de la segunda cuadrilla. ¿En cuántos días se terminará la obra?

a) 20 b) 24 c) 27
d) 28 e) 82

23 Si: A DP B^2
A^3 IP C^2

Además cuando A se reduce a su cuarta parte, B se reduce a la mitad. ¿Qué sucede con C?

a) se duplica
b) no varía
c) se triplica
d) se reduce a la mitad
e) se reduce a la cuarta parte.

24 Dos campesinos siembran en dos terrenos (de forma cuadrada) de longitudes 8 y 12 m respectivamente, además el primer terreno es 2 veces más dificultoso que el segundo terreno. Si el que los contrató pagó en total S/.1680, calcule la cantidad del que recibió menos.

a) 600 b) 360 c) 480
d) 720 e) 960

25 Si f es una función de proporcionalidad tal que:

$$f(2)+f(5)=21$$

Calcule: $M = f\left(\frac{7}{11}\right)\cdot f(11)\cdot f(13)$

a) 1094 b) 1576 c) 1714
d) 2033 e) 2457

CLAVES
COMPARACIÓN DE MAGNITUDES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. c	03. d	04. c	05. d
06. a	07. a	08. a	09. b	10. d
11. a	12. e	13. c	14. d	15. b
16. d	17. c	18. b	19. d	20. e
21. b	22. b	23. d	24. d	25. b
26. b	27. e	28. c	29. c	30. b
31. c	32. d	33. d	34. c	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. a	02. e	03. c	04. e	05. b
06. d	07. e	08. b	09. b	10. b
11. d	12. b	13. b	14. c	15. b
16. c	17. c	18. c	19. b	20. b
21. d	22. d	23. c	24. e	25. [illegible]
26. b	27. c	28. a	29. a	

TERCERA PRÁCTICA				
01. e	02. e	03. c	04. b	05. d
06. a	07. b	08. d	09. d	10. a
11. e	12. c	13. e	14. a	15. a
16. c	17. a	18. c	19. d	20. e
21. c	22. a	23. c	24. d	25. a
26. e	27. d	28. a	29. e	30. a
31. c				

CUARTA PRÁCTICA				
01. b	02. c	03. c	04. b	05. e
06. d	07. e	08. d	09. d	10. e
11. e	12. d	13. a	14. d	15. [illegible]
16. c	17. e	18. c	19. c	20. [illegible]
21. d	22. b	23. b	24. d	25. [illegible]

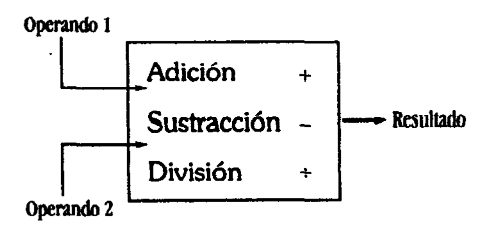
Capítulo 10

OPERACIONES MATEMÁTICAS

INTRODUCCIÓN:

Operación Matemática

Es aquel procedimiento que transforma una o más cantidades en otra cantidad llamada resultado, bajo ciertas reglas y/o condiciones convenidas. Toda operación matemática tiene un símbolo que la representa llamado **OPERADOR MATEMÁTICO.**



OPERACIONES

UNIVERSALES		ARBITRARIAS	
Adición	+	Asterisco	*
Sustracción	−	"michi"	#
Multiplicación	×	bolita	O
Radicación	√	triángulo	Δ

Las operaciones matemáticas universales son aquellas conocidas en cualquier lugar del mundo, las arbitrarias son las operaciones nuevas, definidas en función a las operaciones universales.

Ejemplo de operación arbitraria.

$$m @ n = \underbrace{m^n + 2m + 3n}_{\text{regla de definición}}$$

@ ↓ operador matemático

Ejemplo 01

m ◪ $n = m^2 + 3n + 1$

Calcule: $S = (2$ ◪ $1) + (2$ ◪ $3)$

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

Resolución:

Identificando los elementos:

$$m \blacksquare n = m^2 + 3n + 1$$

$$2 \blacksquare 1 = 2^2 + 3(1) + 1 = 8$$

$$2 \blacksquare 3 = 2^2 + 3(3) + 1 = 14$$

Luego: $S = 8 + 14 = 22$

$\therefore$ **Clave: c**

Ejemplo 02

Se define:

$$\frac{\textcircled{a}}{\textcircled{b}} = \frac{a^b + b^{a+1}}{2}$$

Halle el valor de: $M = \frac{\textcircled{3}}{\textcircled{1}} - \frac{\textcircled{2}}{\textcircled{4}}$

a) 38 b) 40 c) –38
d) –40 e) –37

Resolución:

Identificando:

$$\frac{\textcircled{3}}{\textcircled{1}} = \frac{3^1 + 1^{3+1}}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$$

$$\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{4}} = \frac{2^4 + 4^{2+1}}{2} = \frac{16+64}{2} = 40$$

Piden: $M = 2 - 40 = -38$

$\therefore$ **Clave: c**

Ejemplo 03

Si se cumple:

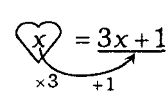
$$\heartsuit(x) = 3x + 1$$

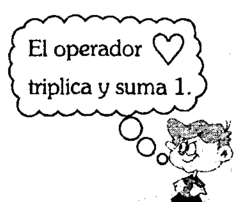
Halle: $S = \heartsuit(2) + \heartsuit(\heartsuit(1))$

a) 7 b) 13 c) 10
d) 18 e) 20

Resolución:

Analizando:





Luego:

$$\heartsuit(2) = 3(2) + 1 = 7$$

$$\heartsuit(\heartsuit(1)) = \heartsuit(3(1)+1) = \heartsuit(4) = 3(4) + 1 = 13$$

piden: $S = 7 + 13 = 20$

$\therefore$ **Clave: e**

Ejemplo 04

Se define:

$$a * b = \begin{cases} a^2 - b & ; \ a < b \\ a + b & ; \ a = b \\ b^2 - a & ; \ a > b \end{cases}$$

Calcule:

$$E = [(-5) * (-3)] * 4 + [(5 * 7) * (-6)]$$

a) –12 b) 10 c) 6
d) –4 e) –6

Resolución:

De la definición:

- Como: $-5 < -3$
  $(-5) * (-3) = (-5)^2 - (-3) = 28$

- Como: $5 < 7$
  $5 * 7 = 5^2 - 7 = 18$

Luego:

$E = (28 * 4) + (18 * (-6))$

- Como: $28 > 4$

  $28 * 4 = 4^2 - 28 = -12$

- Como: $18 > -6$

  $18 * (-6) = (-6)^2 - 18 = 18$

Entonces: $E = (-12) + 18 = 6$

$\therefore$ **Clave: c**

Ejemplo 05

Se define en $\mathbb{Z}$ $\boxed{\begin{array}{c}\sqrt{b}\\ a\end{array}} = a^2 \times \sqrt[4]{b}$

Calcule: $\boxed{\begin{array}{c}4\\ \boxed{\begin{array}{c}9\\ \sqrt{2}\end{array}}\end{array}}$

a) 70 b) 72 c) 60
d) 62 e) 65

Resolución:

Interpretando la operación:

$\boxed{\begin{array}{c}\sqrt{b}\\ a\end{array}} = \underset{(\ )^2}{a^2} \times \overset{\sqrt{\ }}{\sqrt[4]{b}}$

Entonces:

$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{c}9\\ \sqrt{2}\end{array}} = \underset{(\ )^2}{2} \times \overset{\sqrt{\ }}{3} = 6$

$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{c}4\\ \boxed{\begin{array}{c}9\\ \sqrt{2}\end{array}}\end{array}} = \boxed{\begin{array}{c}4\\ 6\end{array}} = \underset{(\ )^2}{36} \times \overset{\sqrt{\ }}{2} = 72$

$\therefore$ **Clave: b**

Ejemplo 06

Se define en $\mathbb{N}$

$$(2a^b) \blacktriangle (3b^a) = \sqrt{a^2 + b^2}$$

halle el valor de:

$$E = (128 \blacktriangle 243)(2 \blacktriangle 9)$$

a) $5\sqrt{10}$ b) $3\sqrt{10}$ c) 5
d) 7 e) 6

Resolución:

Dando la forma:

$$128 \blacktriangle 243 = (2 \times 4^3) \blacktriangle (3 \times 3^4)$$
$$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$
$$2 \blacktriangle 9 = (2 \times 1^3) \blacktriangle (3 \times 3^1)$$
$$= \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

Luego: $E = (5)(\sqrt{10}) = 5\sqrt{10}$

$\therefore$ **Clave: a**

Ejemplo 07

Se define:

$\langle x+2 \rangle = 3x$ (hexágono)

$\triangle(2x) = 4x + 3$ (triángulo)

Halle: $S = \triangle 5 + \langle 12 \rangle + \langle \triangle 8 \rangle$

a) 92 b) 93 c) 95
d) 94 e) 93

Resolución:

Interpretando:

$$\langle x+2 \rangle = 3x \quad (-2,\ \times 3)$$

$$\triangle 2x = 4x+3 \quad (\times 2,\ +3)$$

Luego: $\triangle 5 = 2(5)+3 = 13$

$\langle 12 \rangle = (12-2)\times 3 = 30$

$\langle \triangle 8 \rangle = \langle 19 \rangle = 51$

Piden: $S = 13+30+51 = 94$

$\therefore$ **Clave: d**

Ejemplo 08

Si $\quad (x+2) = x^{1997} + \frac{1}{x^{1998}}$

Halle $\quad E = (1)$

a) 2 b) −2 c) 0
d) 1 e) −1

Resolución:

Haciendo $x = -1$ en:

$$(x+2) = x^{1997} + \frac{1}{x^{1998}}$$

$$-1 \;\longrightarrow\; (1) = (-1)^{1997} + \frac{1}{(-1)^{1998}}$$

$$(1) = -1 + \frac{1}{1}$$

$$(1) = -1+1 = 0$$

$\therefore$ **Clave: c**

Ejemplo 09

De acuerdo a:

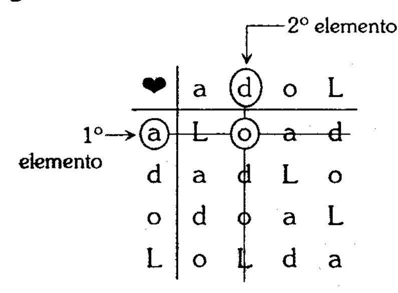
❤	a	d	o	L
a	L	o	a	d
d	a	d	L	o
o	d	o	a	L
L	o	L	d	a

Calcule: $M = ((a ❤ d) ❤ o) ❤ L$

a) a b) d c) o
d) L e) N.A.

Resolución:

Para hallar *a* ❤ *d* procedemos de la siguiente forma:



$$\Rightarrow a ❤ d = 0$$

Luego: $M = ((a ❤ d) ❤ o) ❤ L$

$= (\quad o \quad ❤ o) ❤ L$

$= \quad a \quad ❤ L$

$= \quad d$

$\therefore$ **Clave: b**

Ejemplo 10.-

Si $\boxed{N} = 2N + 6$; $N > 0$

además $\boxed{\boxed{\boxed{x^2 - 6}}} = 66$

calcule $\boxed{2x}$

a) 12 b) 14 c) 22
d) 24 e) 18

Resolución:

Conociendo el resultado de la operación, podemos conocer el operando haciendo lo siguiente:

$$\boxed{N} = \underline{2N + 6}$$

-6 $\div 2$

Hallemos x :

$$\boxed{\boxed{\boxed{x^2 - 6}}} = 66$$

-6 $\div 2$

$$\boxed{\boxed{x^2 - 6}} = 30$$

-6 $\div 2$

$$\boxed{x^2 - 6} = 12$$

-6 $\div 2$

$$x^2 - 6 = 3$$
$$x = 3$$

Piden: $\boxed{6} = 2(6) + 6 = 18$

$\therefore$ **Clave: e**

Ejemplo 11.-

Sea f una función definida en el conjunto de los números enteros que cumple:

$$f[f(x)] = f(x+2) - 3$$

además $f(1) = 4$; $f(4) = 3$

Calcule: $f(5)$

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

Resolución:

Como: $f[f(x)] = f(x+2) - 3$

hacemos $x = 1$

$$f(f(1)) = f(1+2) - 3$$
$$f(4) = f(3) - 3$$
$$3 = f(3) - 3 \Rightarrow f(3) = 6$$

Ahora hacemos $x = 4$

$$f(f(4)) = f(4+2) - 3$$
$$f(3) = f(6) - 3$$
$$6 = f(6) - 3 \Rightarrow f(6) = 9$$

Finalmente hacemos $x = 3$

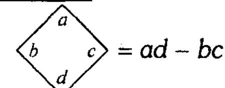
$$f(f(3)) = f(3+2) - 3$$
$$f(6) = f(5) - 3$$
$$9 = f(5) - 3 \Rightarrow f(5) = 12$$

$\therefore$ **Clave: c**

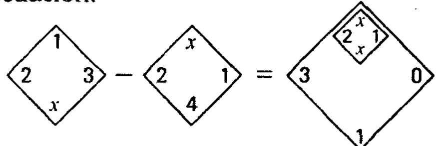
Problemas Resueltos

OPERACIONES MATEMÁTICAS

PROBLEMA 01

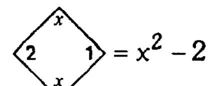
Si: 

Halle el mayor número que satisfaga la ecuación:

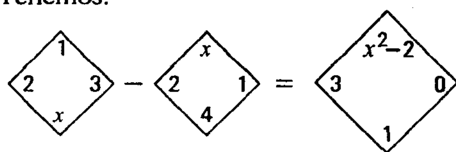


a) –1 b) –2 c) 0
d) 2 e) 2

Resolución:

Como: 

Tenemos:



$$(x-6)-(4x-2)=x^2-2$$

$$x^2+3x+2=0$$

$$\begin{matrix} x & +2 \\ x & +1 \end{matrix}$$

$$x=-2 \quad \text{ó} \quad x=-1$$

Piden $x_{max}=-1$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 02

Si : (c – 1) = 2c + 1

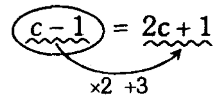
([c + 1]) = 8c + 9

Halle:

$$T = \boxed{1}+\boxed{2}+\boxed{3}+\dots\dots+\boxed{10}$$

a) 200 b) 210 c) 220
d) 110 e) 100

Resolución:

Analizando: 

como: ([c + 1]) = 8c + 9

$$2\boxed{c+1}+3 = 8c+9$$

$$\boxed{c+1} = 4c+3$$

×4 –1

En lo que nos piden:

$$\boxed{1} = 4(1)-1$$
$$\boxed{2} = 4(2)-1$$
$$\boxed{3} = 4(3)-1$$
$$\vdots$$
$$\boxed{10} = 4(10)-1$$

+

$$T = 4(1+2+3+\ldots+10)-10$$

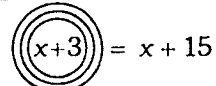
$$T = 4\left(\frac{10\times 11}{2}\right) - 10$$

$\therefore\quad T = 210$

$\therefore$ **Clave: b**

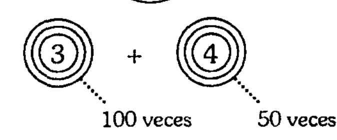
PROBLEMA 03

Se cumple que:



$= x + 15$

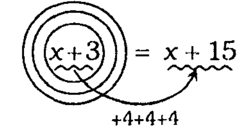
Calcule:



a) 606 b) 607 c) 608
d) 609 e) 605

Resolución:

Como:



$\Rightarrow$ ⓧ $= x + 4$

Luego:

(3) (100 veces) $= 3 + \underbrace{4 + 4 + 4 + \ldots\ldots + 4}_{100\text{ veces}}$

$= 403$

(4) (50 veces) $= 4 + \underbrace{4 + 4 + 4 + \ldots\ldots + 4}_{50\text{ veces}}$

$= 204$

Piden: $403 + 204 = 607$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 04

Se define:

$$\sqrt[a \odot b]{a \boxdot b} = a - b$$

Además:

$3 \boxdot 1 = 2$

$7 \boxdot 4 = 81$

$9 \boxdot 5 = 1024$

Calcule:

$$M = ((2 \boxdot 5) + (8 \boxdot 9) - (5 \odot 6)) \odot 100$$

a) 101 b) 100 c) 95
d) 97 e) 90

Resolución:

Como:

$$\sqrt[a \odot b]{a \boxdot b} = a - b$$

$$a \boxdot b = (a - b)^{a \odot b}$$

Además:

$3 \boxdot 1 = 2 = (3-1)^1$

$7 \boxdot 4 = 81 = (7-4)^4$

$9 \boxdot 5 = 1024 = (9-5)^5$

$\vdots$

$a \boxdot b = (a-b)^b$

$\Rightarrow\quad a \odot b = b$

Nos piden:

$$M = \underbrace{[\,(2 \boxdot 5) + (8 \boxdot 9) - (5 \boxdot 6)]}_{a} \odot \underbrace{100}_{b}$$

$\therefore\ M = 100$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 05

Se define:

$$\circledcirc(x) = 4x - 3$$

$$\triangle\!\!\!\triangle(x) = 4x + 9$$

Calcule: $A = \bigcirc(\triangle(2)) + \triangle(\bigcirc(3))$

a) 24 b) 26 c) 28
d) 19 e) 16

Resolución:

Como :

$$\circledcirc(x) = 4x - 3$$

$$\circledcirc(x) = 2(2x-1) - 1$$

$$\Rightarrow \quad \bigcirc(x) = 2x - 1$$

Además

$$\triangle\!\!\!\triangle(x) = 4x + 9$$

$$\triangle\!\!\!\triangle(x) = 2(2x+3) + 3$$

$$\Rightarrow \quad \triangle(x) = 2x + 3$$

Luego:

$$A = \bigcirc(\triangle(2)) + \triangle(\bigcirc(3))$$

$$A = \bigcirc(2(2)+3) + \triangle(2(3)-1)$$

$$A = \bigcirc(7) + \triangle(5)$$

$$A = (2(7)-1) + (2(5)+3)$$

$$A = 13 + 13 = 26$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 06

Si:

$\heartsuit$	2	4	6	8
2	6	8	10	12
4	18	20	22	24
6	38	40	42	44
8	66	68	70	72

Calcule x en: $(x \heartsuit x) \heartsuit 1 = 5 \heartsuit 12$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 15

Resolución:

Analizando la tabla

$$2 \heartsuit 2 = 6 = 2^2 + 2$$

$$4 \heartsuit 6 = 22 = 4^2 + 6$$

$$8 \heartsuit 6 = 70 = 8^2 + 6$$

$$\vdots$$

$$\Rightarrow \quad a \heartsuit b = a^2 + b$$

Luego :

$$(x \heartsuit x) \heartsuit 1 = 5 \heartsuit 12$$

$$(x^2 + x) \heartsuit 1 = 5^2 + 12$$

$$(x^2 + x)^2 + 1 = 37$$

$$(x^2 + x)^2 = 36$$

$$x^2 + x = 6$$

$$x(x+1) = 2 \times 3$$

$$\therefore \quad x = 2$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 07

Si: $\boxed{\begin{array}{c} a \\ \hline b \end{array}} = a^2 - 2b - 2$

Calcule:

$$M = \boxed{\frac{128}{127}} \times \boxed{\frac{126}{125}} \times \boxed{\frac{124}{123}} \times \ldots$$

$\underbrace{\hspace{6cm}}_{\text{64 operadores}}$

a) 2^{20} b) 2^{32} c) 2^{64}
d) 1 e) 0

Resolución:

Observe que:

$$M = \underset{64\times2}{\boxed{\frac{128}{127}}} \times \underset{63\times2}{\boxed{\frac{126}{125}}} \times \underset{62\times2}{\boxed{\frac{124}{123}}} \times \ldots \underset{1\times2}{\boxed{\frac{2}{1}}}$$

Pero: $\boxed{\frac{2}{1}} = 2^2 - 2(1) - 2 = 0$

Luego:

$$M = \boxed{\frac{128}{127}} \times \boxed{\frac{126}{125}} \times \boxed{\frac{124}{123}} \times \ldots \times 0$$

$M = 0$

∴ **Clave: *e***

PROBLEMA 08

Si:

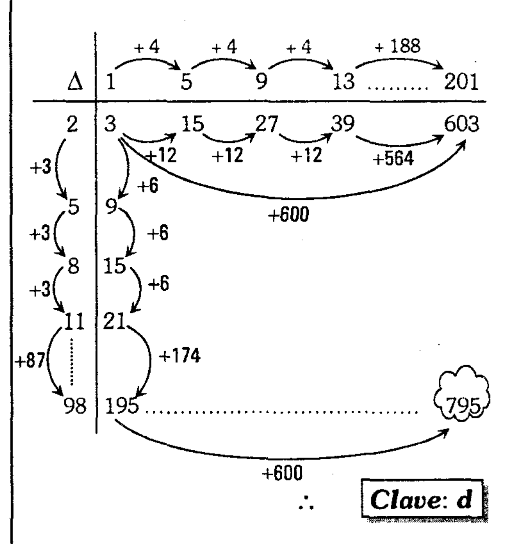
Δ	1	5	9	13
2	3	15	27	39
5	9	21	33	45
8	15	27	39	51
11	21	33	45	57

Calcule: 98 Δ 201

a) 683 b) 785 c) 814
d) 795 e) 812

Resolución:

De la tabla



∴ **Clave: *d***

PROBLEMA 09

Se define: $\textcircled{x} = \frac{x^2+1}{2}$

$\textcircled{x*y} = (x+y)^{(x-y)}$

Además: $\textcircled{x} * \textcircled{y} = \sqrt{31}$

Halle el valor de: $x^2 + y^2$

a) 6 b) 8 c) 4
d) 3 e) 2

Resolución:

Como: $\textcircled{x} * \textcircled{y} = \sqrt{31}$

$\textcircled{\textcircled{x} * \textcircled{y}} = \textcircled{\sqrt{31}}$

$\textcircled{\textcircled{x} * \textcircled{y}} = \frac{\sqrt{31}^2+1}{2}$

$$(\textcircled{x} + \textcircled{y})^{\textcircled{x} - \textcircled{y}} = 16 = (3+1)^{3-1}$$

$$\textcircled{x} = 3 \qquad \textcircled{y} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+1}{2} = 3 \qquad \Rightarrow \frac{y^2+1}{2} = 1$$

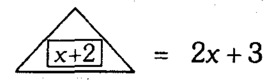
$$x^2 = 5 \qquad y^2 = 1$$

$$\therefore\ x^2 + y^2 = 5 + 1 = 6$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 10

Si: $\boxed{x-2} = x - 1$



$\triangle\boxed{x+2} = 2x + 3$

$\textcircled{\boxed{\triangle x}} = \triangle x + \boxed{x}$

Calcule:

a) 10 b) 13 c) 7
d) 21 e) 17

Resolución:

Como: $\boxed{x-2} = x - 1$ (+1)

Además: $\triangle\boxed{x+2} = 2x + 3$

$\triangle\,x+3 = 2x + 3$ (×2 −3)

Entonces: $\textcircled{\boxed{\triangle x}} = \triangle x + \boxed{x}$

$$\textcircled{\boxed{2x-3}} = (2x-3) + (x+1)$$

$$\textcircled{2x-2} = 3x - 2$$

(4)

Luego: $\textcircled{6} = 3(4) - 2 = 10$

$$\triangle\textcircled{6} = \triangle 10 = 2(10) - 3$$

$$= 17$$

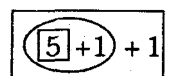
$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 11

Si: $\boxed{x+3} = 3\,\textcircled{3x+2} - x^2 - 1$

$\textcircled{x+5} = 2\,\boxed{3x-4} - 4x + 2$

Calcule:



$\boxed{\textcircled{\boxed{5}+1}+1}$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

Resolución:

Haciendo $x = 2$ en la primera ecuación:

$\boxed{5} = 3\textcircled{8} - 5$ .... (1)

Haciendo $x = 3$ en la segunda ecuación:

$\textcircled{8} = 2\boxed{5} - 10$ .... (2)

Reemplazando (1) en (2)

$$\textcircled{8} = 2\,(3\textcircled{8} - 5) - 10$$

$$\textcircled{8} = 6\textcircled{8} - 10 - 10$$

$$\textcircled{8} = 4$$

Reemplazando en (1): $\boxed{5} = 3(4) - 5 = 7$

Piden: $\boxed{\boxed{5}+1\;+1} = \boxed{⑧+1}$

$= \boxed{5} = 7$

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 12

Se define:

$$m^2 * n = (m^2 + n)\sqrt{n * m^2} \;\; ; \;\; m^2 * n > 0$$

Calcule:

$$A = 1*2 - 2*1 + 2*3 - 3*2 + 3*4 - 4*3 + 4*5$$

a) 50 b) 49 c) 36
d) 200 e) 81

<u>Resolución:</u>

Como: $m^2 * n = (m^2 + n)\sqrt{n * m^2}$

entonces: $a * b = (a + b)\sqrt{b * a}$ ...... (1)

además: $b * a = (b + a)\sqrt{a * b}$ ...... (2)

Reemplazando (2) en (1):

$$a * b = (a + b)\sqrt{(b + a)\sqrt{a * b}}$$

$$(a * b)^4 = (a + b)^4 (b + a)^2 (a * b)$$

$$(a * b)^3 = (a + b)^6$$

$$a * b = (a + b)^2$$

Luego:

$$A = \underbrace{1*2 - 2*1}_{} + \underbrace{2*3 - 3*2}_{} + \underbrace{3*4 - 4*3}_{} + 4*5$$

$$A = 0 + 0 + 0 + (4+5)^2$$

$$A = 81$$

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 13

Si: $ⓧ = \begin{cases} x - 1 \; ; \text{ si } x \text{ es primo} \\ x - 2 \; ; \text{ si } x \text{ es otro número} \end{cases}$

además: $\boxed{ⓧ} = 4x + 2$

Halle: $\boxed{8} + \boxed{4}$

a) 40 b) 48 c) 64
d) 46 e) 50

<u>Resolución:</u>

Como: $\boxed{ⓧ} = 4x + 2$

si *x* es primo	**si *x* es otro número**
$\boxed{x-1} = 4x + 2$	$\boxed{x-2} = 4x + 2$
$\boxed{8} = \boxed{9-1} = \not{A}$ (no es primo)	$\boxed{8} = \boxed{10-2} = 4(10) + 2 = 42$
$\boxed{4} = \boxed{5-1} = 4(5)+2 = 22$	$\boxed{4} = \boxed{6-2} = 4(6) + 2 = 26$

Luego: $\boxed{8} + \boxed{4} = 42 + 26 = 68$

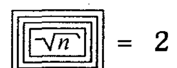
ó $\boxed{8} + \boxed{4} = 42 + 22 = 64$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 14

Se define:

$$\boxed{x^2} = x^{x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$$

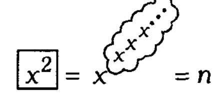
Además:  $= 2$

Calcule: $n + 5$

a) 4 b) 9 c) 13
d) 25 e) 2

Resolución:

Del dato:



$$\boxed{x^2} = x^{x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}} = n$$

$$x^n = n$$

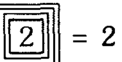
$$x = \sqrt[n]{n}$$

Luego: $\boxed{\sqrt[n]{n}^{\,2}} = n$

si $n = 2$

$$\boxed{\sqrt[2]{2}^{\,2}} = 2$$

$$\boxed{2} = 2$$

Entonces:  $= 2$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{n} = 2$$

$$n = 4$$

Piden: $4 + 5 = 9$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 15

Se define al operador Ⓤ mediante la siguiente tabla:

Ⓤ	2	4	6	8
2	6	4	2	2
4	8	24	42	86
6	12	46	4	8
8	82	22	26	46

Halle: 468 Ⓤ 682

a) 4822 b) 2482 c) 2284
d) 4686 e) 4282

Resolución:

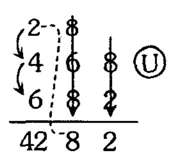
Escribiendo verticalmente:

```
      8
  4 6 8 Ⓤ
  6 8 2
  ------
      2
```

como $8 \text{ Ⓤ } 6 = 26$ (26 Ⓤ 8 = 28)

y $26 \text{ Ⓤ } 8 = 28$

Luego:



```
  2 8
  4 6 8 Ⓤ
  6 8 2
  --------
  42 8 2
```

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 16

Se define en $\mathbb{R}$

*	2	3	4	5
1	2	3	4	5
2	4	9	16	25
4	16	81	256	625

Halle $(5 * 3) + (1 * 25)$

a) 268 b) 270 c) 5
d) 1 e) 300

Resolución:

Analizando los resultados en la tabla.

$$2 * 3 = 9 = 3^{②}$$

$$4 * 3 = 81 = 3^4$$

$$4 * 5 = 625 = 5^4$$

$$1 * 2 = 2 = 2^1$$

$$\Rightarrow a * b = b^a$$

Luego: $5 * 3 + 1 * 25$

$= 3^5 + 25^1$

$= 243 + 25 = 268$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 17

Sea $\triangle x$ una función constante tal que:

$$\frac{\triangle 7 + \triangle 5}{\triangle{-1} + 3} = 8$$

Calcule:

$$\triangle 2000 + \triangle 2001 + \triangle 2003$$

a) 12 b) −12 c) −6
d) 8 e) 16

Resolución:

Como $\triangle x$ es una función constante:

$$\triangle x = k \;;\; \forall\, x \in \mathbb{R}$$

Luego: $\triangle 7 = k$; $\triangle 5 = k$; $\triangle{-1} = k$

entonces:

$$\frac{\triangle 7 + \triangle 5}{\triangle{-1} + 3} = 8$$

$$\frac{k+k}{k+3} = 8$$

$$2k = 8k + 24$$

$$k = -4$$

Piden: $\triangle 2000 + \triangle 2001 + \triangle 2003$

$= (-4) + (-4) + (-4) = -12$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 18

Se define $a \,\Delta\, b = a^3 - b^2$

además $a \nabla b = \frac{4b^2 + 8ab}{4a + 2b}$

Halle el valor de:

$$\underbrace{(\ldots(((1 \nabla 2) \Delta 1) \nabla 2) \Delta 1\ldots) \nabla 2}_{100 \text{ paréntesis}} - (2 \Delta 3)$$

a) 4 b) 5 c) –1
d) 2 e) –3

Resolución:

Como:

$$a \nabla b = \frac{4b^2 + 8ab}{4a + 2b}$$

$$= \frac{2b\,(2b + 4a)}{(4a + 2b)}$$

$$a \nabla b = 2b$$

Piden:

$$\underbrace{(\ldots(((1 \nabla 2) \Delta 1) \nabla 2) \Delta 1\ldots)}_{a} \nabla \underbrace{2}_{b} - (2 \Delta 3)$$

$= 2(2) - (2 \Delta 3)$

$= 4 - (2^3 - 3^2)$

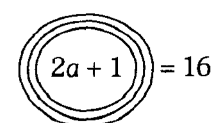
$= 4 - (-1) = 5$

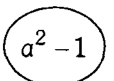
∴ **Clave: b**

PROBLEMA 19

Se define $\textcircled{x} = x - 3$

además se cumple que



calcule 

a) 123 b) 144 c) 140
d) 160 e) 180

Resolución:

Interpretando:

$\textcircled{x} = x - 3$ (–3)

Como: $\textcircled{\textcircled{\textcircled{2a+1}}} = 16$

$(2a + 1) - 3 - 3 - 3 = 16$

$2a - 8 = 16$

$a = 12$

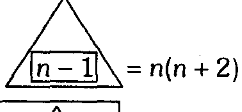
Piden:

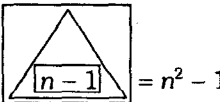
$\textcircled{\textcircled{12^2 - 1}} = \textcircled{143} = 143 - 3 = 140$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 20

Se define en $\mathbb{R}$





Calcule $E = \boxed{3} \times \triangle 2$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

Resolución:

Reemplazando: $\triangle\left(\boxed{n-1}\right) = n(n+2)$

en: $\boxed{\triangle\left(\boxed{n-1}\right)} = n^2 - 1$

$\boxed{n(n+2)} = n^2 - 1$

Haciendo $n = 1$:

$\boxed{1(1+2)} = 1^2 - 1$

$\boxed{3} = 0$

Piden: $E = \boxed{3} \times \triangle(2)$

$= 0 \times \triangle(2) = 0$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 21

Se define en $\mathbb{R}$

$(a * b) = 5a \quad ; \quad a * b > 0$

$(a+1) = a^2 - 4$

calcule $\sqrt{12 * 8}$

a) 9 b) 7 c) 6
d) 3 e) 1

Resolución:

Hallemos: $E = 12 * 8$

tomando ◯ a cada lado

$(E) = (12 * 8)$

$(E) = 5(12)$

$(E) = 60$

Como: $(a+1) = a^2 - 4$

además: $(E) = 8^2 - 4$ (+1)

$\Rightarrow E = 8 + 1 = 9$

Piden: $\sqrt{12 * 8} = \sqrt{9} = 3$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 22

Se define en $\mathbb{R}$: $\boxed{x} = \frac{2\boxed{x+3} + 1}{2}$

Además $\boxed{7} = 5$

Calcule $\boxed{67}$

a) –1 b) –2 c) –3
d) –4 e) –5

Resolución:

Como: $\boxed{x} = \frac{2\boxed{x+3} + 1}{2}$

$2\boxed{x} = 2\boxed{x+3} + 1$

$\boxed{x+3} = \boxed{x} - \frac{1}{2}$

Como:

$\boxed{7} = 5$

+3: $\boxed{10} = \boxed{7} - ½$

+3: $\boxed{13} = \boxed{10} - ½$

+3: $\boxed{16} = \boxed{13} - ½$

$\vdots$

$\boxed{67} = \boxed{64} - ½$

\# veces : $\frac{67-10}{3} + 1 = 20$

+ (sumando)

$\boxed{67} = 5 - (½) \times 20$

$= 5 - 10 = -5$

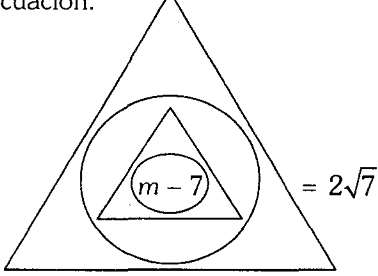
$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 23

Se define en $\mathbb{R}$

$$\boxed{\triangle x} = \sqrt{x+1} \quad ; \quad \textcircled{x} = x^3$$

calcule el valor de m en la siguiente ecuación.



a) 9 b) 10 c) 19
d) 5 e) 17

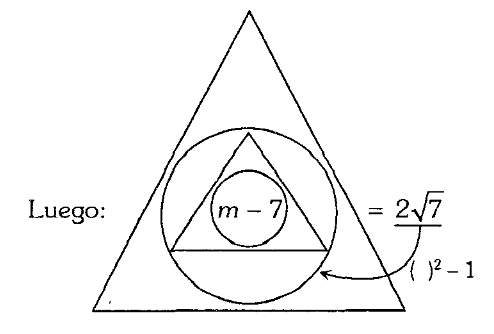
Resolución:

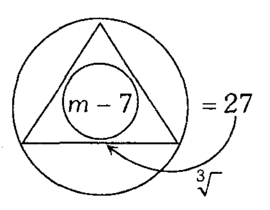
Interpretando;

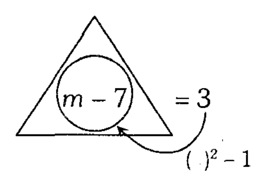
$$\triangle x = \sqrt{x+1} \qquad (\ )^2 \ -1$$

$$\textcircled{x} = x^3 \qquad \sqrt[3]{\ }$$

Luego:







$$\textcircled{m-7} = 8 \qquad \sqrt[3]{\ }$$

$$m - 7 = 2$$

$$m = 9$$

∴ **Clave: a**

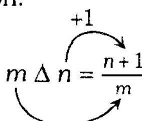
PROBLEMA 24

Se define una operación mediante Δ del siguiente modo $m \,\Delta\, n = \frac{n+1}{m}$; según esto halle x en: $x \,\Delta\, (x \,\Delta\, x) = 3 \,\Delta\, (-4)$.

a) $\frac{1}{3}$ b) 3 c) −1
d) −3 e) $-\frac{3}{2}$

Resolución:

De la definición:



$$x \,\Delta\, (x \,\Delta\, x) = 3 \,\Delta\, (-4)$$

$$x \,\Delta \left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{-4+1}{3}$$

$$\frac{\frac{x+1}{x}+1}{x} = -1$$

$$\frac{x+1}{x} + 1 = -x$$

$$x + 1 + x = -x^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 25

Se define en $\mathbb{R}$.

$$\boxed{m} = m(m+24) \;;\; m > 0$$

$$\boxed{\triangle x} = 4x - 40$$

halle $\triangle 23$

a) –2 b) 2 c) 3
d) –26 e) 26

Resolución:

Como: $\boxed{m} = m(m+24)$

$$\boxed{\triangle x} = 4x - 40$$

Hacemos: $x = 23$

$$\boxed{\triangle 23} = 4(23) - 40$$

$$\boxed{\triangle 23} = 52$$

$$\boxed{\triangle 23} = 2 \times 26$$

$$\boxed{\triangle 23} = 2(2+24)$$

$$\triangle 23 = 2$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 26

Se define: $a \bullet b = ⓐ + ③$ (a con tres círculos)

$$\triangle ⓜ = ⓜ + \frac{ⓜ}{2} + \frac{ⓜ}{4} + \frac{ⓜ}{8} + \ldots$$

Además:

$$1 + ⓜ^2 = 2ⓜ + ⓜ^2 - 4m + 1 \;;\; ⓜ > 0$$

Calcule: $2 \bullet 3 + \triangle 5 - \triangle 6$

a) 41 b) 32 c) 26
d) 21 e) 24

Resolución:

Como:

$$\triangle ⓜ = ⓜ + \frac{ⓜ}{2} + \frac{ⓜ}{4} + \frac{ⓜ}{8} + \ldots$$

$$\triangle x = x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \ldots$$

Entre 2: $\frac{\triangle x}{2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} + \ldots$ (–)

$$\frac{\triangle x}{2} = x \Rightarrow \triangle x = 2x$$

Además como:

$$\cancel{1} + \cancel{\textcircled{m}^2} = 2\textcircled{m} + \cancel{\textcircled{m}^2} - 4m + \cancel{1}$$

$$4m = 2\textcircled{m}$$

$$\textcircled{m} = 2m$$

$$\Rightarrow \quad a \bullet b = \textcircled{\textcircled{\textcircled{a}}} + \textcircled{\textcircled{3}}$$

$$= 2(2(2a)) + 2(2(3))$$

$$a \bullet b = 8a + 12$$

Piden: $\underset{\sim\sim}{2 \bullet 3} + \triangle\!\!\!5 - \triangle\!\!\!6$

$$= \underset{\sim\sim\sim}{8(2) + 12} + 2(5) - 2(6)$$

$$= 26$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 27

Se define: $\textcircled{a^2 - 1} = a^2 + 1$

halle el valor de:

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5} + \textcircled{6} + \ldots + \textcircled{100}$$

a) 5100 b) 5250 c) 5160
d) 5140 e) 5205

Resolución:

Interpretando la operación:

$$\textcircled{\underline{a^2 - 1}} = \underline{a^2 + 1}$$

+2

Luego:

$$S = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \ldots + \textcircled{100}$$

$$S = (1 + 2) + (2 + 2) + (3 + 2) + \ldots + (100 + 2)$$

$$S = (1 + 2 + 3 + \ldots + 100) + \underbrace{(2 + 2 + 2 + \ldots 2)}_{100 \text{ veces}}$$

$$S = \frac{100 \times 101}{2} + 2 \times 100$$

$$S = 5250$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 28

Se define:

$$\textcircled{A \square B} = 190(AB)^3 - 4(2)^{3^{AB}} + 2A + 2B$$

$$\boxed{x * y} = 1700(x + y) - (x \square y)^3$$

Calcule:

$$E = \frac{\boxed{1900 * 2000} - \boxed{2000 * 1900}}{\textcircled{2004 \;\square\; 2003}} + \frac{\textcircled{1000 \;\square\; 2000}}{\textcircled{2000 \;\square\; 1000}}$$

a) 2004 b) 2 c) 1
d) 0 e) 2000

Resolución:

Se observa que:

$$\textcircled{A \square B} = 190(AB)^3 - 4(2)^{3^{AB}} + 2A + 2B$$

$$\textcircled{B \square A} = \underbrace{190(BA)^3 - 4(2)^{3^{BA}} + 2B + 2A}$$

$$\textcircled{B \square A} = \textcircled{A \square B}$$

Además:

$$\boxed{x * y} = 1700(x + y) - (x \square y)^3$$

$$\boxed{y * x} = 1700(y + x) - (y \square x)^3$$

$= 1700(x + y) - (x \square y)^3$

$= \boxed{x * y}$

$\Rightarrow \quad \boxed{y * x} = \boxed{x * y}$

Luego:

$$E = \frac{\boxed{1900 * 2000} - \boxed{2000 * 1900}}{(2004 \ \square \ 2003)} + \frac{(1000 \ \square \ 2000)}{(2000 \ \square \ 1000)}$$

$$E = \frac{\boxed{1900 * 2000} - \boxed{1900 * 2000}}{(2004 \ \square \ 2003)} + \frac{(1000 \ \square \ 2000)}{(1000 \ \square \ 2000)}$$

$E = 0 + 1 = 1$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 29

Sean F y G dos funciones definidas en $\mathbb{R}$ por:

$$F(x) = ax - 1 \quad \wedge \quad G(x) = 3x + b$$

tal que $F(1) = G(-1)$; $F(-1) = G(1)$, entonces. Halle $F(2) + G(3)$.

a) 15 b) −15 c) −1
d) 1 e) −12

Resolución:

Como: $F(1) = G(-1)$

$\Rightarrow a(1) - 1 = 3(-1) + b$

$b - a = 2$ .... (1)

Como $F(-1) = G(1)$

$a(-1) - 1 = 3(1) + b$

$b + a = -4$ .... (2)

de (1) y (2): $b = -1$

$a = -3$

Entonces: $F(x) = -3x - 1$

$G(x) = 3x - 1$

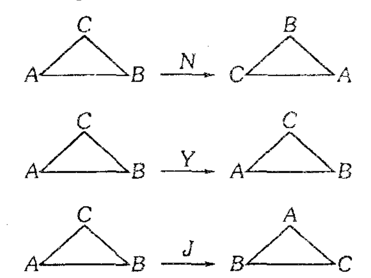
piden: $F(2) + G(3) = -3(2) - 1 + 3(3) - 1$

$= 1$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 30

Sabiendo que:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

I. $\underset{\rightarrow}{N}\,\underset{\rightarrow}{N} = \underset{\rightarrow}{J}$
II. $\underset{\rightarrow}{J}\,\underset{\rightarrow}{N} = \underset{\rightarrow}{Y}$
III. $\underset{\rightarrow}{J}\,\underset{\rightarrow}{J} = \underset{\rightarrow}{Y}$

a) VVV b) VFF c) VFV
d) VVF e) FVF

Resolución:

I. $\underset{\rightarrow}{N}\,\underset{\rightarrow}{N} =$ (C; A, B) $\xrightarrow{N}$ (B; C, A) $\xrightarrow{N}$ (A; B, C)

$= \underset{\rightarrow}{J}$ .... *(Verdad)*

II. $\underset{\rightarrow}{J}\,\underset{\rightarrow}{N} =$ (C; A, B) $\xrightarrow{J}$ (A; B, C) $\xrightarrow{N}$ (C; A, B)

$= \underset{\rightarrow}{Y}$ .... *(Verdad)*

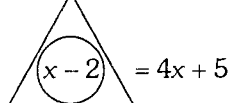
III. $\xrightarrow{J}\xrightarrow{J}$ = △CAB $\xrightarrow{J}$ △ABC $\xrightarrow{J}$ △BCA

$\neq \xrightarrow{Y}$ .... (Falso)

∴ **Clave: d**

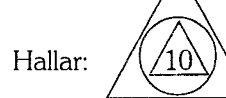
PROBLEMA 31

Si:



△(x + 1) = 2x + 3

Hallar:



a) 89 b) 99 c) 97
d) 98 e) 87

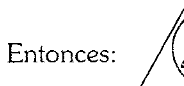
Resolución:

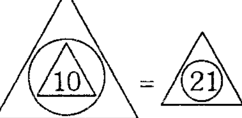
Como: △(x + 1) = 2x + 3

9 ——

△(10) = 2(9) + 3 = 21

Entonces:





Además como:

△◯(x − 2) = 4x + 5

23 ——

△◯(21) = 4(23) + 5

= 97

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 32

Hallar: $R = \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \ldots}}}}$

Si $m \blacktriangle n = 2n^2 - 3m$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 2 e) −3

Resolución:

Quitando la indeterminación:

$$R = \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \ldots}}}}$$

$$R^2 = 3 \blacktriangle \underbrace{\sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \sqrt{3 \blacktriangle \ldots}}}}$$

$$R^2 = 3 \quad \blacktriangle \quad R$$

De la definición:

$$R^2 = 2R^2 - 3(3)$$

$$9 = R^2$$

$$R = 3$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 33

Se define:

$$\circledcirc\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}125$$

$\left(\frac{5}{3}\right) = 2,\hat{7}$ (fracción dentro de un círculo)

$\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{16}{625}$ (fracción dentro de tres círculos)

Calcular: $E = ③ + ②$ (el 3 dentro de dos círculos y el 2 dentro de cuatro círculos)

a) 60 b) 59 c) 58
d) 57 e) 49

Resolución:

Analizando:

$\left(\frac{1}{2}\right) = 0,125 = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ — 2 operad.

$\left(\frac{5}{3}\right) = 2,\hat{7} = \frac{25}{9} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$ — 3 operad.

$\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{16}{625} = \left(\frac{2}{5}\right)^4$ — 3 operad.

Luego: $E = ③ + ②$

$= (3)^3 + (2)^5 = 27 + 32$

$= 59$

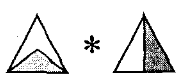
∴ **Clave: b**

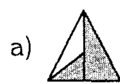
PROBLEMA 34

Define:

(círculo con el cuarto inferior izquierdo sombreado) * (círculo con la mitad izquierda sombreada) = (círculo sombreado salvo el cuarto superior derecho)

Hallar:

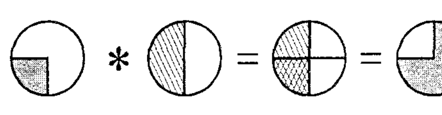


a)  b) c)

d) e)

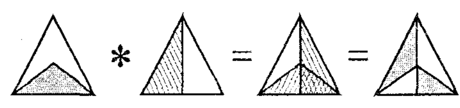
Resolución:

Analizando la operación:



Deducimos que en el resultado se sombrea la parte común y la parte en blanco.

Luego:



∴ **Clave: e**

PROBLEMA 35

Se conoce que: $23 \uparrow 20 = 13$

$18 \uparrow (-10) = 23$

$0 \uparrow (-66) = 33$

Calcular:

$$(1,5 \uparrow 3)^{2,5} + (n \uparrow 2n)^{3n+1}$$

a) 1 b) 0 c) 2
d) –1 e) –2

Resolución:

Del enunciado se deduce:

$$23 \uparrow 20 = 13 = 23 - \frac{20}{2}$$

$$18 \uparrow (-10) = 23 = 18 - \frac{(-10)}{2}$$

$$0 \uparrow (-66) = 33 = 0 - \frac{(-66)}{2}$$

Luego:

$$(1{,}5 \uparrow 3)^{2{,}5} + (n \uparrow 2n)^{3n+1}$$

$$= \left(1{,}5 - \tfrac{3}{2}\right)^{2{,}5} + \left(n - \tfrac{2n}{2}\right)^{3n+1}$$

$$= (1{,}5 - 1{,}5)^{2{,}5} + (n-n)^{3n+1} = 0$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 36

Se define:

$$\boxed{x-1} = 2x - 3$$

Además:

$$\underbrace{\boxed{\boxed{\boxed{\boxed{2}+1}+1}+1}\ \ldots}_{n \text{ operadores}} = 4095$$

Halle n y dé como respuesta la suma de sus cifras.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Analizando la operación:

$$\boxed{x-1} = 2x - 3$$

×2 −1

Aplicando inducción:

1 Operador:

$$\boxed{2} = 2(2) - 1 = 3 = 2^2 - 1$$

2 Operadores:

$$\boxed{\boxed{2}+1} = \boxed{4} = 2(4) - 1 = 7 = 2^3 - 1$$

3 Operadores:

$$\boxed{\boxed{\boxed{2}+1}+1} = \boxed{8} = 2(8) - 1 = 2^4 - 1$$

⋮

n Operadores:

$$\boxed{\boxed{\boxed{2}+1}+1}\ldots = 2^{n+1} - 1 = 4095$$

$$2^{n+1} = 4096$$

$$2^{n+1} = 2^{12}$$

$$n = 11$$

Piden: Σcifras $= 1 + 1 = 2$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 37

Se define:

$$f(f(x^2-1)) = f[(x^2-2)^2 + 2 - x^2]$$

además $f[f(M^2-5)] = 20$

calcule $f(M^2+1)$

a) 24 b) 72 c) 68
d) 82 d) 56

Resolución:

Como:

$$f(f(x^2-1)) = f((x^2-2)^2+2-x^2)$$

$$f(x^2-1) = (x^2-2)^2+2-x^2$$

$$f(x^2-1) = (x^2-2)^2-(x^2-2)$$

$$f(x^2-1) = (x^2-2)(x^2-2-1)$$

$$f(x^2-1) = (x^2-2)(x^2-3) \quad (+1)$$

Hallemos M:

$$f(f(M^2-5)) = 20 = 5\times 4 \quad (+1)$$

$$f(M^2-5) = 6 = 3\times 2 \quad (+1)$$

$$M^2-5=4$$

$$M^2=9$$

$$M=3$$

Piden: $f(M^2+1) = f(10) = 9\times 8$

$$= 72$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 38

Se define:

$$\sqrt[(1+n)\,\Delta\, m]{m\,\Delta\,(n+1)} = (1+n)\,\Delta\, m$$

Halle E si $m\,\Delta\,(n+1) > 0$.

$$E = (2\,\Delta\, b)^{\underbrace{(b\,\Delta\,4)^{(4\,\Delta\, c)^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}_{100 \text{ operadores}}}$$

a) 1 b) 0 c) 2
d) 1900 e) 99

Resolución:

Cambiando: $(1+n)$ por x.

$$\sqrt[x\,\Delta\, m]{\underline{m\,\Delta\, x}} = x\,\Delta\, m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\sqrt[m\,\Delta\, x]{x\,\Delta\, m} = \underline{m\,\Delta\, x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\sqrt[x\,\Delta\, m]{\sqrt[m\,\Delta\, x]{x\,\Delta\, m}} = x\,\Delta\, m$$

$$x\,\Delta\, m = (x\,\Delta\, m)^{(x\,\Delta\, m)(m\,\Delta\, x)}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x\,\Delta\, m)}_{1}\underbrace{(m\,\Delta\, x)}_{1} = 1$$

$$x\,\Delta\, m = 1$$

Resultado constante

Luego: $E = (2\,\Delta\, b)^{(b\,\Delta\,4)^{(4\,\Delta\, c)^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$

$$\therefore\ E = 1^{1^{1^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}} = 1$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 39

Se define:

$$\boxed{x^2-x-1} = (6x-3)^3$$

Calcule:

$$\frac{\boxed{\sqrt[3]{x^2}-5/4}}{36x}$$

a) $3x$ b) 6 c) $\sqrt[3]{x}$
d) $6\sqrt[3]{x}$ e) $\sqrt{x}$

Resolución:

Dando forma:

$$(x^2-x-1) = (6x-3)^3$$

$$(x-\tfrac{1}{2})^2-\tfrac{5}{4} = 6^3(x-\tfrac{1}{2})^3$$

$$(x-\tfrac{1}{2})^2-5/4 = 216(x-\tfrac{1}{2})^3$$

Luego:

$$(\sqrt[3]{x})^2-5/4 = 216(\sqrt[3]{x})^3 = 216x$$

Piden:

$$\frac{(\sqrt[3]{x})^2-5/4}{36x} = \frac{216x}{36x} = 6$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 40

Si:

$$\boxed{x^2+x-2} = x^2+13x+40$$

donde: $x \in R^+$, calcule n en:

$$\underbrace{\boxed{\cdots\boxed{n+4}\cdots}}_{165 \text{ operadores}} = 997000$$

a) 85 b) 80 c) 70
d) 66 e) 74

Resolución:

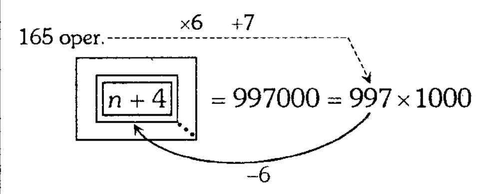
De la definición:

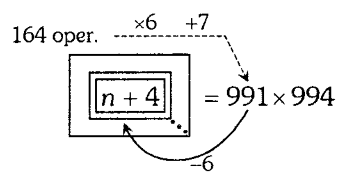
$$\boxed{x^2+x-2} = x^2+13x+40$$

$$\boxed{(x-1)(x+2)} = (x+5)(x+8)$$

+3 +3 −6

Luego:

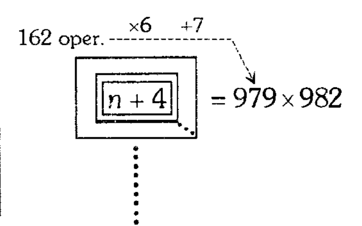


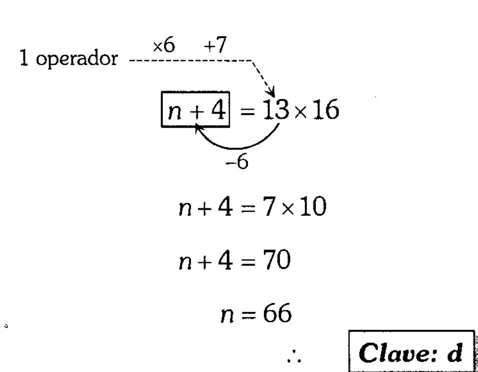


163 oper. ×6 +7

$$\boxed{\boxed{n+4}\ldots} = 985 \times 988$$

−6





PROBLEMA 41

Si
$$\triangle(x+7) = \triangle(x) + \triangle(7)$$

además $\triangle(1) = 5$

Calcule $\triangle(15) - 2\,\triangle(7)$

a) 13 b) 8 c) 10
d) 11 e) 5

Resolución:

De la definición:

$$\triangle(x+7) = \triangle(x) + \triangle(7)$$

1

$$\triangle(8) = \triangle(1) + \triangle(7)$$

$$\triangle(15) = \triangle(8) + \triangle(7) \quad +$$

$$\triangle(15) = \triangle(1) + 2\,\triangle(7)$$

$$= 5 + 2\,\triangle(7)$$

Piden: $\triangle(15) - 2\,\triangle(7)$

$$= 5 + 2\,\triangle(7) - 2\,\triangle(7) = 5$$

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 42

Se define:

$$\triangle(x^5 - x) = \frac{3x^5 + 2x + 12}{x+6}$$

calcule $\triangle(6)$

a) 3 b) 5 c) 7
d) 10 e) 13

Resolución:

Como:
$$\triangle(x^5 - x) = \frac{3x^5 + 2x + 12}{x+6}$$

Hacemos: $x^5 - 5 = 6$

$x^5 = x + 6$

Reemplazando:

$$\triangle(6) = \frac{3(x+6) + 2x + 12}{x+6}$$

$$= \frac{3x + 18 + 2x + 12}{x+6}$$

$$= \frac{5x + 30}{x+6}$$

$$= \frac{5\,\cancel{(x+6)}}{\cancel{(x+6)}} = 5$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 43

Se define : $Q(2x+1)-Q(x)-x=0$

Calcule : $\frac{Q(15)-Q(1)}{Q(7)-Q(3)}$

a) 10/7 b) 11/3 c) 31/3
d) 7/8 e) 15/7

Resolución:

De la definición:

$$Q(2x+1)=Q(x)+x$$

7 ——

$x=7$ $\quad Q(15)=\cancel{Q(7)}+7$

$x=3$ $\quad \cancel{Q(7)}=\cancel{Q(3)}+3$ $\quad +$

$x=1$ $\quad \cancel{Q(3)}=Q(1)+1$

$$Q(15)=Q(1)+11$$

$$\Rightarrow \quad Q(15)-Q(1)=11$$

Además como:

$$Q(7)=Q(3)+3$$

$$\Rightarrow \quad Q(7)-Q(3)=3$$

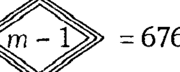
$\therefore$ Piden: $\frac{Q(15)-Q(1)}{Q(7)-Q(3)}=\frac{11}{3}$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 44

Se define:

$\boxed{m+3}=(m+1)^2+6(m+3)-3$

Además:  $=676$

Halle: m^2+1

a) 24 b) 5 c) 9
d) 16 e) 25

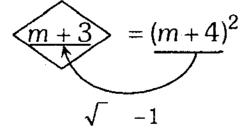
Resolución:

De la definición:

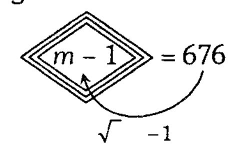
$\boxed{m+3}=(m+1)^2+6(m+3)-3$

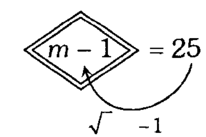
$=m^2+2m+1+6m+18-3$

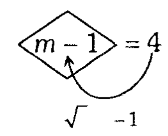
$=m^2+8m+16$



Luego:







$m-1=1$

$m=2$

Piden: $m^2+1=2^2+1=5$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 45

Se define la operación:

$$\sqrt{a} * b^2 = 2(\sqrt{b} * a^2) - ab$$

Calcule: $\frac{(\sqrt[4]{3} * 2)}{\sqrt{6}}(\sqrt[4]{5} * 6)$

a) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\sqrt[4]{6}$
d) 5 e) 1

Resolución:

Como:

$$\sqrt{a} * b^2 = 2(\underline{\sqrt{b} * a^2}) - ab \;\ldots\ldots\; (1)$$

$$\underline{\sqrt{b} * a^2} = 2(\sqrt{a} * b^2) - ba \;\ldots\ldots\; (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\sqrt{a} * b^2 = 2(2(\sqrt{a} * b^2) - ba) - ab$$

$$\sqrt{a} * b^2 = 4(\sqrt{a} * b^2) - 3ab$$

$$\cancel{3}ab = \cancel{3}(\sqrt{a} * b^2)$$

$$\underline{\sqrt{a}} * \overline{b^2} = ab$$

$\sqrt{\ }$; $(\ )^2$

Luego: $\frac{(\sqrt[4]{3} * 2)}{\sqrt{6}}(\sqrt[4]{5} * 5)$

$$= \frac{(\sqrt{3} \times \sqrt{2})}{\sqrt{6}}(\sqrt{5} \times \sqrt{5})$$

$$= \frac{\cancel{\sqrt{6}}}{\cancel{\sqrt{6}}} \times 5 = 5$$

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 46

Se define:

$$g(x-3) = 2x^2 - 5x \;\; ; \;\; 1 \le x+2 < 6$$

$$g\left(\frac{x+1}{2}\right) = x(x-1) \;\; ; \;\; 8 \le 3x-1 < 20$$

Halle (k^2+1) ; $k \in Z^+$

$$\frac{1}{3}g\left(\ldots\left(\frac{1}{3}g(g(3) - 3g(2))\right)\ldots\right) = \frac{g(k)}{g(0)}$$

a) 4 b) 5 c) 10
d) 8 e) 7

Resolución:

De la definición:

- $g(3) = g\left(\frac{5+1}{2}\right) = 5 \times 4 = 20$

  ya que: $8 \le 3(5) - 1 < 20$

- $g(2) = g\left(\frac{3+1}{2}\right) = 3 \times 2 = 6$

  ya que $8 \le 3(3) - 1 < 20$

Luego:

$$\frac{1}{3}g\left[\frac{1}{3}g\left(\frac{1}{3}g(g(3) - 3g(2))\right)\ldots\right] = \frac{g(k)}{g(0)}$$

$$\frac{1}{3}g\left[\frac{1}{3}g\left(\frac{1}{3}g(20 - 3(6))\right)\ldots\right] = \frac{g(k)}{g(0)}$$

$$\frac{1}{3}g\left[\frac{1}{3}g\left(\frac{1}{3}g(2)\right)\ldots\right] = \frac{g(k)}{g(0)}$$

$$\frac{1}{3}g\left[\frac{1}{3}g\left(\frac{1}{3}(6)\right)\ldots\right] = \frac{g(k)}{g(0)}$$

$$\frac{1}{3}g\left[\frac{1}{3}g(2)\ldots\right] = \frac{g(k)}{g(0)}$$

$$\frac{1}{3}g(2)=\frac{g(k)}{g(0)}$$
$$2=\frac{g(k)}{g(0)}$$
$$2g(3-3)=g(k)$$
$$2(2\times 3^2-5\times 3)=g(k)$$
$$6=g(k)$$
$$k=2$$

Piden: $2^2+1=5$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 47

Si: $P^n(x)=Q(x)+n$

$Q(x)=x^2-4x+3$

Halle: $Z=\dfrac{P_{(2)}^{-2}+P_{(1)}^{-3}}{P_{(1)}^{-2}+P_{(2)}^{-3}}$

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{5}$ c) 1
d) -1 e) 6

Resolución:

Reemplazando en la definición:

$$P_{(2)}^{-2}=Q(2)-2$$
$$=(2^2-4(2)+3)-2=-3$$
$$P_{(1)}^{-3}=Q(1)-3$$
$$=(1^2-4(1)+3)-3=-3$$
$$P_{(1)}^{-2}=Q(1)-2$$
$$=(1^2-4(1)+3)-2=-2$$
$$P_{(2)}^{-3}=Q(2)-3$$
$$=(2^2-4(2)+3)-3=-4$$

Piden: $z=\frac{-3-3}{-2-4}=1$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 48

Se define:

$$f(x)=\begin{cases}3\ ;\ \text{si}\ \ x=1\\ 2\ ;\ \text{si}\ \ x=2\\ f(x-1)-f(x-2)\ ;\ \text{si}\ \ x>2\end{cases}$$

calcule: $f(72)$

a) 1 b) 5 c) 2
d) 3 e) 4

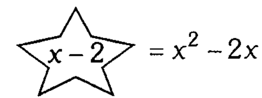
Resolución:

Del dato:

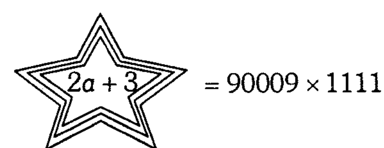
$$f(72)=\underline{f(71)}-f(70)$$
$$=\underline{\cancel{f(70)}+f(69)}-\cancel{f(70)}$$
$$=-f(69)=-f(23\times 3) \quad \text{impar }(-)$$
$$=-f(68)+f(67)$$
$$=\cancel{-f(67)}+f(66)+\cancel{f(67)}$$
$$=f(66)=f(22\times 3) \quad \text{par }(+)$$
$$=f(65)-f(64)$$
$$=\cancel{f(64)}-f(63)-\cancel{f(64)}$$
$$=-f(63)=-f(21\times 3) \quad \text{impar }(+)$$
$$\vdots$$
$$=-f(3)=-f(1\times 3) \quad \text{impar }(-1)$$
$$=-f(2)+f(1)$$
$$=-2+3=1$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 49

Si  $= x^2 - 2x$

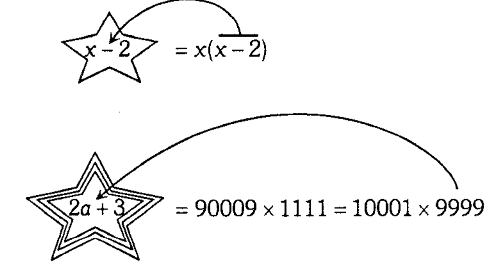
Calcule el valor de a en:

 $= 90009 \times 1111$

a) 6 b) 4 c) 3
d) 2 e) 8

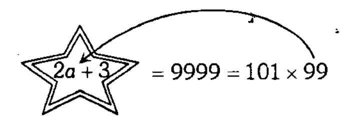
Resolución:

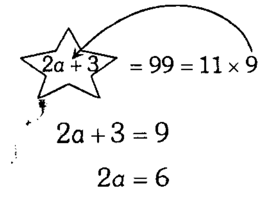
De la definición:



$= x(x-2)$

$= 90009 \times 1111 = 10001 \times 9999$

 $= 9999 = 101 \times 99$

 $= 99 = 11 \times 9$

$2a + 3 = 9$

$2a = 6$

$a = 3$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 50

Si se cumple que:

$$\bigcirc\!\!\!\bigcirc\!\!\!\bigcirc x = 27x + 13 \ ; \quad \boxed{\boxed{z}} = 2$$

halle $\bigcirc 8 + \boxed{4}$

a) 45 b) 32 c) 34
d) 28 e) 27

Resolución:

Sea: $\bigcirc x = ax + b$ ($\times a$, $+b$)

Luego: $\bigcirc\!\!\!\bigcirc\!\!\!\bigcirc x = 27x + 13$

$$a[a(ax+b)+b]+b = 27x + 13$$

$$a^3x + (a^2b + ab + b) = 27x + 13$$

$\Rightarrow \quad a^3 = 27$

$a = 3$

$\Rightarrow \quad a^2b + ab + b = 13$

$9b + 3b + b = 13$

$b = 1$

Entonces: $\bigcirc x = 3x + 1$

Además como $\boxed{\boxed{z}} = 2$

se observa que el resultado es independiente del operando, por tanto para cualquier valor de z:

$$\boxed{z} = 2$$

Piden: $\textcircled{8} + \boxed{4}$

$$= (3(8) + 1) + 2 = 27$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 51

Se define las siguientes operaciones:

$$\boxed{2x+1} = 2\,\textcircled{x+2} + x + 1$$

$$\textcircled{3x-1} = 3\,\langle x^3 \rangle + x^2 + 1$$

$$\langle 3x+2 \rangle = 4\,\boxed{4x-1} - x + 5$$

Halle $\boxed{7}$

a) 7 b) $\frac{23}{30}$ c) $-\frac{30}{31}$

d) $-\frac{32}{23}$ e) $\frac{23}{32}$

Resolución:

De la primera definición:

$$\boxed{2\underset{3}{x}+1} = 2\,\textcircled{x+2} + x + 1$$

$$\boxed{7} = 2\,\textcircled{5} + 3 + 1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

De la segunda regla:

$$\textcircled{3x-1} = 3\,\langle x^3 \rangle + x^2 + 1$$
($x \to 2$)

$$\textcircled{5} = 3\,\langle 8 \rangle + 2^2 + 1 \ \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

De la última definición:

$$\langle 3x+2 \rangle = 4\,\boxed{4x-1} - x + 5$$
($x \to 2$)

$$\langle 8 \rangle = 4\,\boxed{7} - 2 + 5 \ \ldots\ldots\ldots\ (3)$$

Reemplazando (3) en (2):

$$\textcircled{5} = 3(4\,\boxed{7} + 3) + 5 = 12\,\boxed{7} + 14$$

Reemplazando en (1):

$$\boxed{7} = 2(12\,\boxed{7} + 14) + 4$$

$$\boxed{7} = 24\,\boxed{7} + 32$$

$$\boxed{7} = -\frac{32}{23}$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 52

Si se cumple que $\textcircled{x \cdot y} = x\,\textcircled{y} + y\,\textcircled{x}$

Además $\textcircled{2} = 3$ y $\textcircled{5} = 4$

Calcule $\textcircled{20}$

a) 63 b) 80 c) 72

d) 76 e) 69

Resolución:

De la definición:

$$\textcircled{20} = \textcircled{4 \cdot 5} = 4\,\textcircled{5} + 5\,\textcircled{4}$$

$$= 4(4) + 5\,\textcircled{4}$$

$$= 16 + 5\,(\textcircled{2 \cdot 2})$$

$= 16 + 5\,(2\textcircled{2} + 2\textcircled{2})$

$= 16 + 5\,(4\textcircled{2})$

$= 16 + 20(3) = 76$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 53

Si $\quad \textcircled{x} + \overset{\triangle}{2x} = 4x + 8$

$\textcircled{3x} - \overset{\triangle}{4x} = 2x + 2$

Hallar

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 21

Resolución:

Dando forma:

$\textcircled{x} + \overset{\triangle}{2x} = (2x + 5) + (2x + 3)$

$\textcircled{3x} - \overset{\triangle}{4x} = (6x + 5) - (4x + 3)$

Comparando: $\quad \textcircled{x} = 2x + 5$

$\overset{\triangle}{x} = x + 3$

Luego: $\quad \textcircled{\overset{\triangle}{3}} = \textcircled{3+3} = \textcircled{6}$

$= 2(6) + 5 = 17$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 54

Si: $\quad \boxed{x \mid 0} = 2$

$\boxed{x \mid 1} = 3$

y la relación general es:

$$\boxed{x \mid n+1} = 3\boxed{x \mid n} - 2\boxed{x \mid n-1}$$

Para todo número "n" entero mayor o igual que cero. Entonces.

Hallar: $\boxed{x \mid 4}$

a) 16 b) 17 c) 18
d) 28 e) 33

Resolución:

Como:

$\boxed{x \mid n+1} = 3\boxed{x \mid n} - 2\boxed{x \mid n-1}$

$\boxed{x \mid 2} = 3\boxed{x \mid 1} - 2\boxed{x \mid 0}$

$= 3(3) - 2(2) = 5$

$\boxed{x \mid 3} = 3\boxed{x \mid 2} - 2\boxed{x \mid 1}$

$= 3(5) - 2(3) = 9$

$\boxed{x \mid 4} = 3\boxed{x \mid 3} - 2\boxed{x \mid 2}$

$= 3(9) - 2(5) = 17$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 55

Para todo $n \in \mathbb{Z}^+$

definimos:

$$\heartsuit_n = \underbrace{1 - 2 + 3 - 4 + \ldots\ldots}_{n \text{ sumandos}}$$

Halle: (99 in a heart) + (100 in a heart)

a) 100 b) 50 c) –50
d) 0 e) 199

Resolución:

De la definición:

(99 in a heart) $= \underbrace{\underbrace{1-2}_{-1}+\underbrace{3-4}_{-1}+\underbrace{5-6}_{-1}+\ldots+\underbrace{97-98}_{-1}}_{49\text{ veces}}+99$

$= -49+99 = 50$

(100 in a heart) $= \underbrace{\underbrace{1-2}_{-1}+\underbrace{3-4}_{-1}+\underbrace{5-6}_{-1}+\ldots+\underbrace{99-100}_{-1}}_{50\text{ veces}}$

$= -50$

Piden: (99 in a heart) + (100 in a heart) $= 50-50 = 0$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 56

Si se cumple que (x in a triangle) = (x in a box)

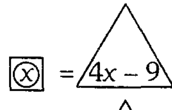
(x circled, in a box) = (4x – 9 in a triangle)

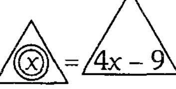
Calcular "y" en (y in three concentric circles) = (y in a circle)

a) 3 b) 2 c) 1
d) 4 e) 8

Resolución:

Como: (x in a box) = (x in a triangle)

Además: (x circled, in a box) = 

Entonces: (x circled, in a triangle) = 

(x in a circle) = $4x-9$

Calculamos y:

(y in three concentric circles) = (y in a circle)

(y in two concentric circles) = y

$4y-9=y$

$3y=9$

$y=3$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 57

Si : $M \oplus N = P \Rightarrow M = N^P$

Hallar "x" $(x \in \mathbb{N})$

Si : $3^{x+1} \oplus a = 2(3^{x^2} \oplus a)$

a) $-\frac{1}{2}$ b) -1 c) 2
d) $\frac{1}{2}$ e) 1

Resolución:

Como:

$$M \oplus N = P \Rightarrow M = N^P$$

$$3^{x+1} \oplus a = 2(3^{x^2} \oplus a) = P$$

$$\Rightarrow 3^{x+1} = a^P$$

$$\Rightarrow 3^{x^2} = a^{P/2}$$

Luego: $3^{x+1} = (3^{x^2})^2$

$$3^{x+1} = 3^{2x^2}$$

$$x + 1 = 2x^2$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$2x \quad +1 \Rightarrow x = -\tfrac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$x \quad -1 \Rightarrow x = 1 \in \mathbb{N}$$

$\therefore\ x = 1$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 58

Si: $\boxed{x-1}$ (circulado) $= x + 2$; $(x + 2)$ (circulado) $= x - 2$

Calcular: $\displaystyle\sum_{i=1}^{3} \boxed{i} + \prod_{i=1}^{3} \boxed{i}$

a) 747 b) 781 c) 583
d) 771 e) 587

Resolución:

Como: $(x+2)$ (circulado) $= x - 2$

$x+2 \xrightarrow{-4} x-2$

$\boxed{x-1}$ (circulado) $= x + 2$

$$\boxed{x-1} - 4 = x + 2$$

$$\boxed{x-1} = x + 6$$

$x-1 \xrightarrow{+7} x+6$

Piden: $\displaystyle\sum_{i=1}^{3} \boxed{i} + \prod_{i=1}^{3} \boxed{i}$

$$= \boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{3} + \boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$= 8 + 9 + 10 + 8 \times 9 \times 10$$

$$= 747$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 59

Se define: $f(x) + f(x-1) + f(x+1) = 20$

Además: $f(2) = 10$

Calcule: $S = f(5) + f(6) + f(7) + \ldots + f(155)$

a) 1110 b) 1010 c) 2110
d) 4310 e) 3120

Resolución:

De la definición:

$$f(x-1) + f(x) + f(x+1) = 20$$

#s consecutivos

$f(155)$, $f(154)$, $f(153)$ } suman 20 — 3(51)

$f(152)$, $f(151)$, $f(150)$ } suman 20 — 3(50)

$f(149)$, $f(148)$, $f(147)$ } suman 20 — 3(49)

⋮

$f(8)$, $f(7)$, $f(6)$ } suman 20 — 3(2)

$f(5) = 10$

} Suma Pedida (S)

$f(4) =$, $f(3) =$ } suman 10

$f(2) = 10$

$f(4)$, $f(3)$, $f(2)$ } suman 20

Luego:

$$S = \underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots + 20}_{50 \text{ veces}} + 10$$

$$= 20(50) + 10 = 1010$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 60

Si : $\theta(n) = \theta(\theta(n-1))$

Además : $\theta(x) = \theta(y) \Rightarrow x = y$

Halle x en: $\theta(\theta(\theta(x))) = \theta(3x+8)$

a) 1 b) 0 c) 2
d) –3 e) 4

Resolución:

Como: $\theta(n) = \theta(\theta(n-1))$

$$n = \theta(n-1)$$

$+1$

Luego:

$$\theta(\theta(\theta(x))) = \theta(3x+8)$$

$$x+1+1+1 = 3x+8+1$$

$$x+3 = 3x+9$$

$$-6 = 2x$$

$$x = -3$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 61 (Problema de Olimpiada)

Se define: $f(n) = \dfrac{4n+\sqrt{4n^2-1}}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$

Calcule: $S = f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(40)$

a) 360 b) 364 c) 362
d) 374 e) 384

Resolución:

Racionalizando:

$$f(n) = \left(\frac{4n+\sqrt{4n^2-1}}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}\right)\left(\frac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}}{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}}\right)$$

$$f(n) = \frac{((2n+1)+(2n-1)+\sqrt{(2n+1)(2n-1)})(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})}{(2n+1)-(2n-1)}$$

$$f(n) = \frac{((\sqrt{2n+1})^2+(\sqrt{2n-1})^2+\sqrt{(2n+1)(2n-1)})(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})}{2}$$

$$f(n) = \tfrac{1}{2}[(\sqrt{2n+1})^3-(\sqrt{2n-1})^3]$$

Luego:

$$S = \tfrac{1}{2}((\sqrt{3}^3-\sqrt{1}^3)+(\sqrt{5}^3-\sqrt{3}^3)+(\sqrt{7}^3-\sqrt{5}^3)+ \ldots + (\sqrt{81}^3-\sqrt{79}^3))$$

$$S = \tfrac{1}{2}((\cancel{\sqrt{3}^3}-\sqrt{1}^3)+(\cancel{\sqrt{5}^3}-\cancel{\sqrt{3}^3})+(\cancel{\sqrt{7}^3}-\cancel{\sqrt{5}^3})+ \ldots + (\cancel{\sqrt{79}^3}+\cancel{\sqrt{77}^3})+(\sqrt{81}^3-\cancel{\sqrt{79}^3}))$$

$$S = \tfrac{1}{2}(\sqrt{81}^3-\sqrt{1}^3)$$

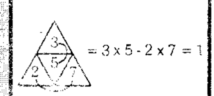
$$S = 364$$

$\therefore$ **Clave: b**

Capítulo: 10

Operaciones Matemáticas

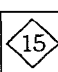
Problemas Resueltos



Problema 01.

Se define: $\boxed{\sqrt{x}+1} = 3x+2$

$\langle x^2-1 \rangle = 2x+3$

Calcule: 

a) 301 b) 203 c) 103
d) 320 e) 302

Problema 02.

Se define en Z^+

$\triangle x = x^2 - x$

Halle el valor de n:

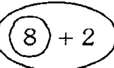
$\triangle\!\!\triangle\, 2n - 17 = 380$

a) 1 b) 10 c) 11
d) 20 e) 15

Problema 03.

Se define: $\langle x+1 \rangle = x - 3$

$\langle\langle 2x \rangle\rangle = 4x + 5$

Calcule: 

a) 62 b) 63 c) 64
d) 65 e) 73

Problema 04.

Si: $x @ y = x^{y @ x} . \sqrt{y}$

Halle: 1 @ 9

a) 1 b) 7 c) 3
d) $\sqrt{5}$ e) 4

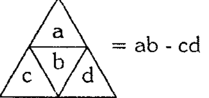
Problema 05.

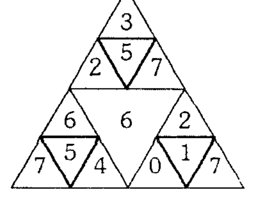
Se define: $a @ b = \begin{cases} 2a+3b \,; a+b \text{ es primo} \\ 3a+2b \,; a+b \text{ no es primo} \end{cases}$

Hallar: $M = \dfrac{(2@5)@(3@1)}{(1@0)}$

a) 17/3 b) 6 c) 79/3
d) 3 e) 25/4

Problema 06.

Siendo: 

Calcule: 

a) 21 b) 3 c) 0
d) 5 e) 2

Problema 07.

Si: $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

Calcule: $M = f(3) \times f(4) \times f(5) \times f(6) \times \ldots \times f(Z)$

a) $\frac{3Z}{Z+1}$ b) $\frac{2Z}{3(Z+1)}$ c) 4Z
d) $\frac{2(Z+1)}{3Z}$ e) $\frac{Z(Z+1)}{3}$

Problema 08.

Se define: $a \lozenge b = a^2(b \lozenge a) + b$

Calcule: $(1 \lozenge 3)(3 \lozenge 1)$

a) 1/2 b) 7/4 c) 3/4
d) 1/8 e) 4

Problema 09.

Dado: ⓧ (x en tres círculos) $= 8x + 21$

Determinar: S = ① + ② + ③ + ... + ⑳

a) 420 b) 480 c) 840
d) 400 e) 200

Problema 10.

Si: $P(x) + P(1 - x) = 3$

Calcule:

$$P\left(\frac{1}{9}\right) + P\left(\frac{2}{9}\right) + P\left(\frac{3}{9}\right) + P\left(\frac{1}{9}\right) + \ldots + P\left(\frac{8}{9}\right)$$

a) 2 b) 3 c) 12
d) 4 e) 5

Problema 11.

Se define: $a \lozenge (a+b) = \frac{2a + b^2}{b}$

Calcule:

$$S = (8 \lozenge 9) + (7 \lozenge 8) + (6 \lozenge 7) + \ldots + (2 \lozenge 3) + (1 \lozenge 2)$$

a) 80 b) 10 c) 72
d) 90 e) 75

Problema 12.

Se define: $f(2x) = f(x) + x - 1$

$f(x - 1) = 2f(x + 5) - x + 3$

Calcule: $f(12)$

a) 1 b) 0 c) –1
d) 2 e) –2

Problema 13.

Si: $\boxed{x-2} = \boxed{x+2} - x$

(ab̄ en círculo) $= \overline{ba} - \overline{ab}$

Halle el valor de: (en óvalo) $\boxed{17} - \boxed{1}$

a) 54 b) 0 c) 27
d) 45 e) 36

Problema 14.

Se define: en

$$A = \{1, 5, 8, 10\}$$

la operación matemático mediante:

*	8	10	1	5
8	5	8	10	1
10	8	10	1	5
1	10	1	5	8
5	1	5	8	10

Calcule x si: $((x^{-1} * 5) * 8^{-1}) * 1 = 10^{-1}$

donde:

a^{-1} : elemento inverso de a.

a) 1 b) 5 c) 8
d) 10 e) 0

Problema 15.

De la tabla:

*	5	2	7
2	20	8	28
5	50	20	70
7	70	28	98

Halle: $M = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} * \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right) * \left(\frac{1}{8}\right)$

donde: a^{-1} : elemento inverso de a.

a) 1 b) 1/2 c) 1/4
d) 2 e) –1

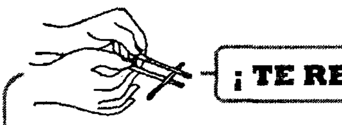
Problema 16.

En la siguiente operación matemática:

$$a * b = -2(b * a) + 3a + 3b$$

Encuentre su elemento neutro.

a) 0 b) 1 c) –1
d) 3 e) 5

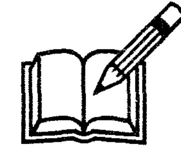


En la figura, se tienen 10 cerillas iguales. ¿Cuál es el mínimo número de cerillas que se debe mover para que resulten 4 cuadrados?

a) 4
b) 1
c) 2
d) 3
e) 5

Operaciones Matemáticas

Solucionario



Resolución 01.

Haciendo x = 4 en:

$$\diamond\, x^2-1 \,\diamond = 2x+3$$

4

$$\diamond\, 4^2-1 \,\diamond = 2(4)+3$$

$$\diamond\, 15 \,\diamond = 11$$

Haciendo $x = 100$ en:

$$\boxed{\sqrt{x}+1} = 3x+2$$

100

$$\boxed{\sqrt{100}+1} = 3(100)+2$$

$$\boxed{11} = 302$$

∴ Clave e

Resolución 02.

De la definición: $\triangle\, x \,\triangle = x\,(\,x - 1\,)$

Dando forma:

$$\triangle\triangle\, 2n - 17 \,\triangle\triangle = 380 = 20 \times 19$$

$$\triangle\, 2n - 17 \,\triangle = 20 = 5 \times 4$$

$\hookrightarrow 2n - 17 = 5$

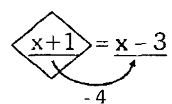
$2n = 22$

$n = 11$

∴ Clave c

Resolución 03.

Interpretando:



Luego: $\diamond\,(2x)\,\diamond = 4x + 5$

$$(2x) - 4 = 4x + 5$$

$$(2x) = 4x + 9$$

x2 +9

Piden:

$$((8) + 2) = (25 + 2) = 2\,(27) + 9 = 63$$

∴ Clave b

Resolución 04.

Reemplazando en la definición:

$$x\,@\,y = x^{y\,@\,x}.\sqrt{y}$$

$$1\,@\,9 = 1^{9\,@\,1}.\sqrt{9}$$

$$1\,@\,9 = 1.3 = 3$$

∴ Clave c

Resolución 05.

De la definición:

$$a\,@\,b = \begin{cases} 2a+3b\,;\,a+b \text{ es primo} \\ 3a+2b\,;\,a+b \text{ no es primo} \end{cases}$$

$2 @ 5 = 2(2) + 3(5) = 19;$
ya que $2 + 5$ es primo.

$3 @ 1 = 3(3) + 2(1) = 11;$
ya que $3 + 1$ no es primo.

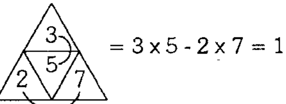
$1 @ 0 = 3(1) + 2(0) = 3;$
ya que $1 + 0$ no es primo.

$$M = \frac{19@11}{3} = \frac{3(19)+2(11)}{3} = \frac{79}{3}$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 06.

De la definición:



$= 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1$

(6, 5, 7, 4) $= 6 \times 5 - 7 \times 4 = 2$

(2, 1, 0, 7) $= 2 \times 1 - 0 \times 7 = 2$

Piden: (1, 6, 2, 2) $= 1 \times 6 - 2 \times 2 = 2$

$\therefore$ Clave e

Resolución 07.

Como:

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

Luego:

$$f(3) = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{4}{3}\right)$$

$$f(4) = \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{5}{4}\right)$$

$$f(5) = \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{6}{5}\right)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$f(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) \times \left(\frac{z+1}{z}\right)$$

x

$$M = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{z+1}{z}\right) = \frac{2(z+1)}{3z}$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 08.

Como: $a \diamond b = a^2 (b \diamond a) + b \ldots (1)$

$\hookrightarrow b \diamond a = b^2 (a \diamond b) + a \ldots (2)$

Reemplazando (2) en (1):

$$a \diamond b = a^2 (b^2 (a \diamond b) + a) + b$$

$$a \diamond b = a^2 b^2 (a \diamond b) + a^3 + b$$

$$-(a^3 + b) = (a^2 b^2 - 1)(a \diamond b)$$

$$a \diamond b = -\frac{a^3 + b}{a^2 b^2 - 1}$$

$$1 \diamond 3 = -\frac{1^3 + 3}{1^2 \cdot 3^2 - 1} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$3 \diamond 1 = -\frac{3^3 + 1}{3^2 \cdot 1^2 - 1} = -\frac{28}{8} = -\frac{7}{2}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{4}$$

$\therefore$ Clave b

Resolución 09.

Como: $\circledcirc x = 8x + 21$

$\circledcirc x = 2(2(2x+3)+3)+3$

$\hookrightarrow \text{ⓧ} = 2x + 3$

Luego:

$$\begin{aligned} ① &= 2(1)+3 \\ ② &= 2(2)+3 \\ ③ &= 2(3)+3 \\ &\vdots \\ ⑳ &= 2(20)+3 \end{aligned} \quad +$$

$S = 2(1+2+3+...+20) + 3(20)$

$$S = 2\left(\frac{20\times 21}{2}\right) + 60 = 480$$

∴ Clave b

Resolución 10.

Interpretando:

$P(\underbrace{x) + P(1 - x}_{\text{suman } 1}) = 3$

Luego:

$$P\left(\frac{1}{9}\right)+P\left(\frac{2}{9}\right)+P\left(\frac{3}{9}\right)+...+P\left(\frac{6}{9}\right)+P\left(\frac{7}{9}\right)+P\left(\frac{8}{9}\right)$$

suman 1

$= 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

∴ Clave c

Resolución 11.

Como: $a \diamond (a+b) = \dfrac{2a+b^2}{b}$

$$\underline{8}\diamond 9 = 8\diamond(8+1) = \frac{2(8)+1^2}{1} = 17$$

$$\underline{7}\diamond 8 = 7\diamond(7+1) = \frac{2(7)+1^2}{1} = 15$$

$$\underline{6}\diamond 7 = 6\diamond(6+1) = \frac{2(6)+1^2}{1} = 13$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\underline{1}\diamond 2 = 1\diamond(1+1) = \frac{2(1)+1^2}{1} = 3$$

Entonces: $S = \underbrace{17 + 15 + 13 + ... + 3}_{8\text{ sum}}$ (−2, −2)

$$S = \left(\frac{17+3}{2}\right)\times 8 = 80$$

∴ Clave a

Resolución 12.

Haciendo $x = 6$ en:

$f(2x) = f(x) + x - 1$

$f(12) = f(6) + 6 - 1$

$f(12) = f(6) + 5$ .... (1)

Haciendo $x = 7$ en:

$f(x-1) = 2f(x+5) - x + 3$

$f(7-1) = 2f(7+5) - 7 + 3$

$f(6) = 2f(12) - 4$ .... (2)

Sumando (1) y (2):

$f(12) = \cancel{f(6)} + 5$

$\cancel{f(6)} = 2f(12) - 4$ +

$f(12) = 2f(12) + 1$

$f(12) = -1$

∴ Clave c

Resolución 13.

De la definición: $\boxed{x+2} = \boxed{x-2} + x$

$$x = 15 \Rightarrow \boxed{17} = \cancel{\boxed{13}} + 15$$
$$x = 11 \Rightarrow \cancel{\boxed{13}} = \cancel{\boxed{9}} + 11$$
$$x = 7 \Rightarrow \cancel{\boxed{9}} = \cancel{\boxed{5}} + 7$$
$$x = 3 \Rightarrow \cancel{\boxed{5}} = \boxed{1} + 3$$
$$\boxed{17} = \boxed{1} + 36$$
$$\boxed{17} - \boxed{1} = 36$$

Luego: $\textcircled{36} = 63 - 36 = 27$

$\therefore$ Clave c

Resolución 14.

De la tabla $e = 10$

Luego:

*	8	10	1	5
8			10	
10		10		
1	10			
5				10

$8^{-1} = 1$
$10^{-1} = 10$
$1^{-1} = 8$
$5^{-1} = 5$

En la ecuación: $\underbrace{((x^{-1} * 5) * 1)}_{8} * 1 = 10$

$$\underbrace{(x^{-1} * 5)^{-1}}_{5} * 1 = 8$$
$$(x^{-1} * 5)^{-1} = 5$$
$$x^{-1} * 5 = 5 \rightarrow x^{-1} = 10$$
$$x = 10$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 15.

De la tabla se deduce que: $a * b = 2ab$

Hallemos el elemento neutro:

$$\boxed{a * e = a}$$
$$2\cancel{a}e = \cancel{a} \rightarrow e = 1/2$$

Hallemos el inverso de a:

$$\boxed{a * a^{-1} = e}$$
$$2\,a.a^{-1} = 1/2$$
$$a^{-1} = \frac{1}{4a} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{4(1/2)} = \frac{1}{2}$$
$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{1}{4(1/4)} = 1$$

Luego: $M = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} * \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right) * \left(\frac{1}{8}\right)$

$$= \left(\frac{1}{2} * 1\right) * \frac{1}{8}$$
$$= \left(2\left(\frac{1}{2}\right)(1)\right) * \frac{1}{8} = 1 * \frac{1}{8} = 2(1)\left(\frac{1}{8}\right) = 1/4$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 16.

Del dato:

$$a * b = -2\,(b * a) + 3a + 3b$$

Luego: $b * a = -2\,(a * b) + 3b + 3a$

Reemplazando:

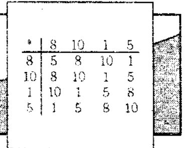
$$a * b = -2(-2(a * b) + 3b + 3a) + 3a + 3b$$
$$a * b = 4(a * b) - 6b - 6a + 3a + 3b$$
$$3a + 3b = 3(a * b)$$
$$a * b = a + b$$

Se trata de la operación adición, entonces su elemento neutro es 0.

$\therefore$ Clave a

Primera Práctica

Operaciones Matemáticas



*	8	10	1	5
8	5	8	10	1
10	8	10	1	5
1	10	1	5	8
5	1	5	8	10

01 En N se define la siguiente operación matemática:

$$\text{ⓧ} = 2x+5 \quad ; \quad \boxed{\text{ⓧ}} = x^2+2$$

halle "a" en $\boxed{a} = a$; $a \in N$

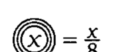
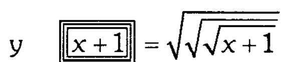
a) 2 b) 7 c) 6
d) 5 e) 11

02 Si: $\boxed{n} = 5 + \boxed{n-2}$

Además $\boxed{3} = 12$; entonces halle $\boxed{11}$

a) 8 b) 21 c) 32
d) 43 e) 50

03 Se define

 y 

$$\text{(((x)))} = \frac{x}{8} \quad \text{y} \quad \boxed{\boxed{\boxed{x+1}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x+1}}}$$

Halle: $\text{(32)} + \boxed{49}$

a) 21 b) 23 c) 30
d) 42 e) 15

04 Se define en los Z^+ las siguientes operaciones:

a^* = Suma de todos los números pares menores que a.

a^Δ = Suma de todos los números impares menores que a.

halle "n": $\underbrace{6^* + (6^*)^* + ((6^*)^*)^* + \ldots}_{\text{n sumandos}} = [2(6^*)]^\Delta$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

05 Se define las operaciones matemáticas dadas por:

$\triangle a = -a$ y $\nabla 2a = a$

halle: $\triangle\triangle\triangle M$

si: $M = \nabla\nabla R$ y $R = \triangle\triangle 6$

a) 6 b) $\frac{3}{2}$ c) $-\frac{3}{2}$
d) $-\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

06 Si: $\triangle B = (B+1)^2$

Halle x en $\triangle\triangle\triangle x = 100$

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}-1$ c) 2
d) $\sqrt{2}+1$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

07 Si: $\triangle(n^2-3) = 5n$

Calcule $\triangle(\triangle 1 - 4)$

a) 2 b) 1 c) 20
d) 15 e) 10

08 Hallar: $E = \sqrt{3 * \sqrt{3 * \sqrt{3 * \ldots}}}$

Si: $a * b = 2b^2 - 3a$

a) 1 b) 6 c) 2
d) 3 e) 9

09 Se define:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 3 & ; \text{si}: x = 1 \\ 2 & ; \text{si}: x = 2 \\ \langle x-1 \rangle - \langle x-2 \rangle & ; \text{si}: x > 2 \end{cases}$$

Calcule $\langle 72 \rangle$

a) 1 b) 5 c) 2
d) 3 e) 4

10 Se define la operación (*) mediante

$$a * b = 2(b * a) - a$$

Calcule: $(3 * 6)^{(3 * 0)}$

a) 8 b) 5 c) 36
d) 4 e) 9

11 Siendo: $a \otimes b = a^3 + 2a$

Calcular: $E = \underbrace{3 \otimes (4 \otimes (5 \otimes (\ldots)))}_{\text{76 paréntesis}}$

a) 32 b) 35 c) 34
d) 33 e) 36

12 Sabiendo que: $f(x + 3) = 4x + 17$

Además que: $f(g(x)) = 8x - 15$;

Calcular: $g(3)$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 0 e) 3

13 Sabiendo que: $a \Delta b = a^2 + 2a$

Además: $(m \square n) = (m \Delta n) + 1$

Calcular: $M = 7 \square (5 \square (4 \square 3))$

a) 70 b) 64 c) 25
d) 36 e) 1

14 Si: $nf(n) = f(n + 2)$ y $f(2) = 2$; $n \in Z$;

Hallar: $f(8) - f(4)$

a) 89 b) 90 c) 91
d) 92 e) 96

15 Se define: $a * b = a^2 - b^2$

Resolver:

$$A = (\ldots((((99 * 1)^{98 * 2})^{97 * 3})^{96 * 4})\ldots)^{1 * 99})$$

a) 100 b) 0 c) 1
d) 99 e) 99!

16 Si:

$$\boxed{x^3 - 1} = x(a + 18) + a(2 - x) - 2(a + x)$$

Calcular el valor de "a" en:

$$\boxed{\boxed{a^6 - 1}} = 32$$

a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ c) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
d) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ e) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

17 Si: $\triangle(n+1) = \triangle(n) + \frac{1}{2}$

$\triangle(1) = \frac{1}{2}$

Calcular: $\triangle(2002)$

a) 2002 b) 1001 c) 2001
d) 2000 e) $\frac{1}{2}$

18 Si: $a^{a*b} = b^{(b-a)}$

Calcular:

$(2003 * 2002) \times (2002 * 2003)$

a) 111 b) 11 c) 1
d) –1 e) –2001

19 Si: $\boxed{\boxed{x-1}} = x + 4$

Calcular: $\boxed{\boxed{1}}$

a) 0 b) 11 c) 0,3
d) $4,\hat{3}$ e) 7,6

20 Si: $\boxed{x+2} = x - 1$

$\triangle\left(\boxed{x+2}\right) = 2x + 3$

$\bigcirc\left(\boxed{\triangle(x)}\right) = \triangle(x) + \boxed{x}$

Calcular: $\triangle(\bigcirc(6))$

a) 10 b) 13 c) 7
d) 21 e) 17

21 Si: $\int_b^a x^{n-1}dx = \frac{1}{n}(b^n - a^n)$

Hallar: "*m*" en: $\int_1^{10} x^2 dx = \int_{\sqrt{10}}^{m} x\,dx$

a) 14 b) 18 c) 20
d) 22 e) 26

22 Dado: $\boxed{x-6} = \begin{cases} 9 - x\ ;\ \text{si x es par} \\ (x-3)^2 - 4\ ;\ \text{si x es impar} \end{cases}$

Calcular: $A = \boxed{\boxed{\boxed{2}}}$

a) 8 b) 9 c) –7
d) –8 b) –9

23 Si: $\boxed{a|b} * \boxed{c|d} = \boxed{ad + bc|bd}$

Calcular: $\boxed{1|2} * \boxed{1|3} * \boxed{1|6}$

a) $\boxed{1|0}$ b) $\boxed{27|45}$ c) $\boxed{36|36}$
d) $\boxed{2|1}$ e) $\boxed{3|11}$

24 Se define en R la operación (∗)

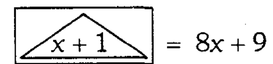
*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

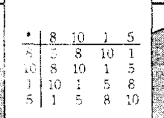
Obs.: a^{-1},es el elemento inverso de "a".

Calcular: $M = [(2^{-1} * 3^{-1}) * 4^{-1}]^{-1}$

a) 1 b) 2 C) 0
d) 4 e) $\frac{1}{2}$

Segunda Práctica





*	8	10	1	5
8	5	8	10	1
10	8	10	1	5
1	10	1	5	8
5	1	5	8	10

01 Si:

$$\triangle(n) = \nabla(n)\, n + 1$$

$$\nabla(m) = x \ \boxed{m}\ 1$$

$$\boxed{a} = 2a + 4$$

Calcule: $\triangle\left(\boxed{-2}\right)$

a) 2 b) 1 c) 4
d) 3 e) 0

02 Si: $(a * b)^2 = b * a$; $a * b < 0$

Halle: $E = (3 * 5) * (2 * 3)$

a) 1 b) 2 c) −1
d) 5 e) 4

03 Sabiendo que: $a * (b + 1) = 2a - 3b$

Halle "x" en: $5 * x = x * (3 * 1)$

a) 28/5 b) 14/5 c) 20/7
d) 5/12 e) 4/7

04 Si: $\boxed{\bigcirc(x-1)} = x + 1$, $\boxed{x+1} = x - 1$

Halle: $\bigcirc\left(\bigcirc(4) + 1\right)$

a) 10 b) 13 c) 15
d) 36 e) 14

05 Si:

$$\boxed{x-1} = 2x + 1$$

$$\boxed{\triangle(x+1)} = 8x + 9$$

Halle el valor de: $E = \triangle\left(\triangle(2)\right) + \triangle\left(\boxed{5}\right)$

a) 90 b) 74 c) 60
d) 56 e) 78

06 Si:

$$\triangle(x) = x + 4$$

$$\bigcirc\left(\boxed{x+3}\right) = x - 1$$

$$\bigcirc\left(\triangle(x)\right) = x + 8$$

Halle el valor de: $E = \bigcirc\left(\boxed{\triangle(5)}\right)$

a) 7 b) 9 c) 5
d) 8 e) 6

07 Si: $\bigcirc(m) = m(m-1)$

$$\boxed{n} = (n-1)(n+1)$$

Halle: $\bigcirc\left(\boxed{2}\right)$

a) 6 b) 9 c) 8
d) 7 e) 5

08 Si: $f(x+1) = x^2 + 2x - 3$, calcule g(3)

Además: $f(g(y)) = y^4 + 15$

a) 9 b) 7 c) 12
d) 11 e) 10

09 Si: $P(x+1)=x^2+3x+2$, halle "y"

Además: $P(P(y))=42$

a) 4 b) 5 c) 3
d) 1 e) 2

10 Se define: $\triangle\!\!x = 2x+3$; $\boxed{y} = 3y^2+2$

¿Que operación se realizó para obtener: x^2-3x+2?

a) $\boxed{x} - \triangle\!\!x^{2}$ b) $2\triangle\!\!x + 3\boxed{x}$
c) $\boxed{x} - x\triangle\!\!x$ d) $\boxed{x} - \triangle\!\!x$
e) $3\boxed{x} - 2\triangle\!\!x$

11 Si: $a^3 \,\Delta\, b^2 = b^3 - a^2$

$\boxed{x^2+1} = 2^x + 1$

Calcule: $E = \boxed{5 + \boxed{17} + (343 \,\Delta\, 16)}$

a) 70 b) 48 c) 65
d) 50 e) 60

12 Si: $\textcircled{x} = x^2+1$; $x>0$

$\textcircled{\boxed{x}} = 4x^2+1$

Calcule: $R = \textcircled{4} + \textcircled{\boxed{2}} - \boxed{8}$

a) 19 b) 20 c) 21
d) 18 e) 22

13 Sabiendo que:

$\boxed{P^2} = -1 + P^4$

$\boxed{\triangle\!\!n} = n^2 + 2n$

Calcule: $E = \triangle\!\!\left(\triangle\!\!3 + \boxed{2}\right)$

a) 7 b) 9 c) 10
d) 8 e) 6

14 Se definen:

$\triangle\!\!(x-1) = 2x^2 - 3$

$\triangle\!\!\boxed{x} = 8x + 5$

Calcule: $\boxed{8} + \boxed{15}$

a) 15 b) 4 c) 12
d) 11 e) 10

15 Dado: $\boxed{a * b} = 2a - b$

$\triangle\!\!x = 6x + 7$

Halle "N" en:

$\triangle\!\!\boxed{N * 5} = 25$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 5 e) 1

16 Se define:

$\boxed{a^4}^{\sqrt{b}} = a^8 \times \sqrt[4]{b}$

$A = \boxed{\boxed{\sqrt{2}}^{9}}^{4}$

a) 60 b) 70 c) 64
d) 72 e) 81

17 Si. $\textcircled{\boxed{x+4}} = x+3$

$\textcircled{x+3} = 3x+1$

Calcule: $\boxed{\boxed{5}+1}$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 3

18 Si: $\textcircled{x+1} = x-1$

$\boxed{y-2} = \textcircled{\textcircled{y}}$

Calcule: $\boxed{\textcircled{4}}$

a) 1 b) –1 c) –2
d) 0 e) 3

19 La operación # está definida en Q – {–1} según $m \# n = m - mn + n$
Calcule: $2^{-1} * 3^{-1}$; donde a^{-1} elemento inverso de a.

a) –1/2 b) 0 c) 2
d) 1 e) ½

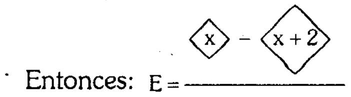
20 Sea: $f\left(\frac{x^2+a}{x^2-b}\right) = x^2 - b$

Calcule: $f\left(\frac{b}{a}\right)$

a) $\frac{1}{a}$ b) ab c) $\frac{a^2+ab}{b-a}$

d) b^2-a^2 e) $b-a$

21 Si: $\Diamond(x) = (x-1)^2 + a \; ; \; x \neq 0$



Entonces: $E = \dfrac{\Diamond(x) - \Diamond(x+2)}{x}$ es:

a) 3 b) –5 c) 6
d) –4 e) –1

22 Si: $\triangle(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

$\textcircled{x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

Calcule: $\triangle(a)^2 - \textcircled{a}^2$

a) 3 b) 4 c) 2
d) 5 e) 1

23 Si: $a \,\Delta\, b = a \,\Delta\, (a \,\Delta\, b)^2$

Calcule: $36 \,\Delta\, 16$

a) 4 b) 1 c) 16
d) 1/4 e) 2

24 Si: $m^* = \dfrac{(m^2+1+2m)^2}{(m-1)^2+4m}$; $m \neq -1$

Halle: $A = \left[\dfrac{5^* - 3^* + 1^*}{6^* - 4^*} + 2^*\right]^*$

a) 90 b) 121 c) 100
d) 89 e) 81

25 Se define:

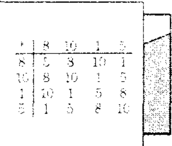
$$\frac{m}{3} \Diamond n = \frac{3n-m}{mn}$$

Calcule: $E = \left(\dfrac{1}{6} \Diamond -2\right) \Diamond (-3)$

a) 16/39 b) 15/17 c) 19/39
d) 15/29 e) 21/29

Tercera Práctica

Operaciones Matemáticas



*	8	10	1	5
8	5	3	10	1
10	8	10	1	5
1	10	1	5	8
5	1	5	8	10

01 Si:

$$\textcircled{2x-1} = 4x+1$$

Además: $\textcircled{\boxed{2x+1}} = 16x+9$

Calcular: $E = \boxed{\textcircled{\boxed{3}}} + \textcircled{\boxed{4}}$

a) 81 b) 188 c) 125
d) 255 e) 132

02 Si: $\boxed{\boxed{\boxed{x}}} = 64x-63$

Calcular: $\boxed{-2}$

a) -2 b) 8 c) -10
d) -11 e) 11

03 Si: $\boxed{\triangle{x}} = 4x+5$

Además: $\boxed{\boxed{\boxed{x}}} = 16x-15$

Calcular: $\triangle{x} - \boxed{x}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

04 Si: $\boxed{x^3+6x^2+11x+6} = x+4$

Calcular: n^2+1 en $\boxed{\boxed{n^2-4}} = 4$

a) 65 b) 10 c) 17
d) 48 e) 26

05 Se define: $\boxed{x+1} = x^2+2x+3$

Además: $\textcircled{\boxed{y}} = y^4+2$

Calcular: $\textcircled{3}$

a) 37 b) 81 c) 9
d) 18 e) 1/3

06 Se define en N. $\boxed{x-5} = x-9$

Hallar el valor de:

$$E = \underbrace{\cdots \boxed{\boxed{\boxed{\boxed{1}+3}+5}+7}\cdots}_{25 \text{ operadores}}$$

a) 245 b) 250 c) 300
d) 375 e) 525

07 Si: $\boxed{x} = 2\boxed{x-2}+1$

Además: $\boxed{1} = 0$

Calcular: $\boxed{13}$

a) 65 b) 36 c) 61
d) 73 e) 63

08 Si se cumple que:

$$\boxed{w} = w^2+1$$

$$\textcircled{z} = z^2-1$$

Determinar el mayor valor de "t", en la siguiente igualdad:

$$\boxed{\boxed{2}} - \boxed{t} = 14$$

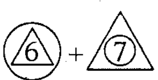
a) 1/2 b) 1 c) 3/2
d) 2 e) 5/2

09 Si se sabe que:

$$\triangle(x-8) = 3x+1$$

$$\bigcirc(x+3) = 12-2x$$

Calcular:



a) –37 b) –31 c) 37
d) 28 e) 42

10 Se define: $\boxed{x-1} = 2x$

Calcule:

$$A = \underbrace{\boxed{\boxed{\boxed{\boxed{\boxed{1}+3}+1}-5}-15}\ldots}_{50\text{ operadores}}$$

a) 1000 b) 4000 c) 10000
d) 2000 e) 100

11 Si: $\text{⬡}(a) = 3\boxed{a-1}+8$

$\boxed{b} = 5b-4$

Calcular "x" en: $\boxed{x} = \text{⬡}(5)$

a) 12 b) 10 c) 9
d) 11 e) 13

12 Dadas las siguientes operaciones:

$\boxed{x} = x-3$

$\boxed{\triangle(x+1)} = 2x$

$\triangle(\bigcirc x) = 2x+5$

Calcular: $A = \underbrace{\ldots \bigcirc 3 \ldots}_{50\text{ operadores}}$

a) 101 b) 102 c) 103
d) 104 e) 105

13 Si:

$$(x+y)\#(y+z)\#(x+z) = x^4+y^3+z^2$$

Halle: $8 \# 14 \# 12$

a) 115 b) 197 c) 243
d) 287 e) 301

14 Sabiendo que $P(x)$ es una expresión algebraica racional:

$$P(P(P(x))) = x^8+4x^6+8x^4+8x^2+5$$

Determine: $P(35)$

a) 1225 b) 1226 c) 1227
d) 1224 e) 1223

15 Se define: $P(x+1) = x(x-1)$

Calcular: $P(2x-1)$

Si: $P(P(x^2-5)) = 20$

a) 12 b) 25 c) 15
d) 16 e) 21

16 Se define:

$$a \boxtimes b = \frac{2\text{ⓐ}}{\text{ⓑ}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) = \text{ⓐ} - \text{ⓑ} \; ; a \text{ y } b \in Z^+$$

Halle:

$S = 2\boxtimes 4 + 3\boxtimes 9 + 4\boxtimes 16 + \ldots + 10\boxtimes 100$

a) 10 b) 9 c) 8
d) 7 e) 100

17 Se define en R:

$$\sqrt{a(b \# a)} = a \# b \quad ; \quad a \# b > 0$$

Calcule $16 \# 2$

a) 8 b) 4 c) 2
d) 1 e) 6

18 Se define en R: $m * n = m + n - 5$

Calcule:

$$W = [(3^{-1} * 2^{-1}) * (5^{-1} * 7^{-1})]^{-1}$$

Sabiendo que: m^{-1} es el elemento inverso de "m".

a) 13 b) 21 c) 2
d) 15 e) 18

19 En: $A = \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$ se define:

*	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	3	0	2
2	2	0	3	3
3	3	2	1	0

Determine el valor de "x" en:

$$(3 * x) \; (2 * 0) = (3 * 3) * 0$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

20 Se define en el conjunto

$$A = \{1 , 2 , 3 , 4\}$$

*	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	1	2	3	4
3	2	3	4	1
4	3	4	1	2

Calcular:

$$A = [((1^{-1} * 2)^{-1} * (2^{-1} * 3)^{-1}) * 4^{-1}]^{-1}$$

Sabiendo que a^{-1} elemento inverso de "a".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

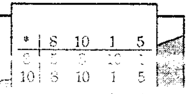
21 Se define la operación @ mediante la siguiente tabla:

@	5	6	8	11
4	21	24	30	39
6	22	25	31	40
10	24	27	33	42
18	28	31	37	46

Calcule: 32 @ 15

a) 60 b) 61 c) 63
d) 65 e) 66

Cuarta Práctica



01 Se define: $g(x)=\frac{3g(x+2)-5}{3}$

Calcule: $g(60)+g(20)-g(40)-g(10)$

a) 20 b) 30 c) 25/3
d) 25 e) 26

02 Si: $\boxed{x^2-8x+15} = x^2+8x+15$

donde $x>0$

Halle n en:

$\boxed{\boxed{\boxed{\boxed{n+2}}}} = 2600$

a) 534 b) 381 c) 358
d) 354 e) 360

03 Según la siguiente tabla:

*	m	n	p	q
m	p	q	m	n
n	n	q	n	m
p	n	p	p	m
q	q	m	q	p

Halle el valor de x en:

$(m*n)*(p*q)=$

$=[((((n*q)*x)*p)*p)*p\ldots]*p$

a) m b) n c) p
d) q e) r

04 Si: $\boxed{\boxed{x}} = \boxed{x+2} - 3$

Además: $\boxed{1}=4$; $\boxed{4}=3$

Calcule: $\boxed{5}$

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

05 Se define:

$ⓧ = \frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\ldots+\frac{1}{(x-1)x}$

halle el valor de:

$M = (((②+1)+1)+1)$ ...... 2005 operad.

a) 1/2001 b) 1 c) 2
d) 1/2005 e) 1/2006

06 Si: $a*b=3(b*a)-2b$

halle n en: $2(4*n)=n*(2n)$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

07 Sea: $f(x)=ax+b$

Calcule:

$$\frac{(a-1)}{b}\overbrace{f(\ldots f(f(f(b)))\ldots)}^{n\text{ veces}}+1$$

a) a^n b) a^{n+1} c) 1
d) $a-1$ e) $(a-1)^n$

08 Si se cumple

$$(a*b)^2=a+2(a*b)+(b*a)^2$$

Calcule:

[illegible]

a) 2 b) –2 c) 1
d) –1 e) –3

09 Si: $\boxed{\dfrac{1+x}{2x-1}} = 5x$

halle: $\boxed{\boxed{3}}$

a) $\frac{25}{7}$ b) 5/7 c) 25
d) 4/7 e) 4

10 Una expresión en "x" definida por el símbolo $\int_b^a (x)$ representa el valor de la expresión cuando "x" es reemplazado por "a" menos el valor de la expresión cuando "x" es reemplazado por "b". Entonces

$$A = \int_2^3 (2x^2 - 5x) + \int_0^a (x^2 - a^2)$$

es:

a) $15 - a^2$ b) $10 + a^2$ c) $5 + a^2$
d) $5 - a^2$ e) $a^2 - 5$

11 Si: $\sqrt{\sqrt{m} * \sqrt{n}} = \sqrt{n} * \sqrt{m}$

además $\sqrt{m} * \sqrt{n} > 0$

$A = (1 * 2 + 2 * 3 + 3 * 4 + \ldots + 99 * 100)^{(101*110)}$

a) 98 b) 1 c) 99
d) 100 e) 0

12 Se define la operación ▲, mediante la siguiente tabla.

▲	1	2	3	4
2	3	4	1	2
1	1	2	3	4
4	4	1	2	3
3	2	3	4	1

Además:

(3 ▲ ((1 ▲ (x ▲ 4)) ▲ 2)) = 4(1 ▲ 1)

Calcule: (((x ▲ 4) ▲ 3) ▲ 2) ▲ 1

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

13 Se define la operación "$*$" mediante la siguiente tabla:

*	2	3	4	1
123	341	412	123	234
4	2	3	4	1

Halle el valor de:

$[(2 * 3) * (4 * 2)] * [(2 * 1)] * (2 * 2)]$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

14 Si $m \odot n = m^2 \,\psi\, (n+1)$

$m \,\psi\, n = \left[\frac{m}{n} * (m-1)\right]$

$m * n = (m+3)(n+2)$

Halle: $(1 \odot 1) * (2 \,\psi\, 2)$

a) 140 b) 130 c) 124
d) 112 e) 104

15 Se define:

$\triangle(2a^3+3) = 6a^3+7$

$\triangle(\boxed{x-2}) = 12x+4$

Calcule $\triangle(\triangle 2) + \triangle 0 + \boxed{1}$

a) 24 b) 21 c) 20
d) 22 e) 25

16 Si:

$\boxed{x} = 2\left[\triangle(2x-1)\right] + 5$

$\triangle(x+1) = \boxed{x-2} - 4$

Calcule $\triangle 7 + \boxed{4}$

a) 1 b) 0 c) 2
d) –1 e) 3

17 Se define: $\boxed{a|b|c} = b\,\boxed{c|b|a}^2$

Calcule:

19 | 20 | 21

6 | 7 | 8

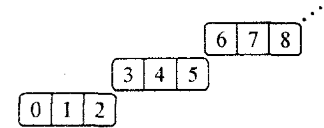
3 | 4 | 5

0 | 1 | 2

a) 0 b) 1/2 c) $\sqrt{2}$
d) 1 e) 9

18 Si: $\boxed{x} = x+2$

Además:



Calcule:

a) 1 b) –1 c) 3
d) 5 e) 2

19 Se define:

$\boxed{2x+1} = \frac{2x+3}{2}$

Halle el valor de n en:

$\boxed{\boxed{\boxed{2}}} = \boxed{2n}$

Dé como respuesta n^2+1

a) 2 b) 10 c) 17
d) 26 e) 15

20 Si: $\heartsuit(x) = y \leftrightarrow y+1 < 2x+3 \leq y+2$

$\forall\, x \in \mathbb{R}$; $y \in \mathbb{Z}$

Simplifique: $E = \dfrac{\heartsuit(14{,}2) + \heartsuit(0)}{\heartsuit(-7{,}2) + \heartsuit(3{,}25)}$

a) –6,3 b) –7,4 c) –3,5
d) –6,2 e) –6,5

21 En $\mathbb{R}$ se define:

$\boxed{x} = x^{-2}$

Si se aplica 1024 veces el operador se tiene:

a) x^{1024} b) x^{-1024} c) $x^{-2^{1024}}$
d) $x^{\frac{1}{1024}}$ e) $x^{2^{1024}}$

CLAVES
OPERACIONES MATEMÁTICAS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. e	02. c	03. b	04. e	05. c
06. b	07. d	08. d	09. a	10. b
11. d	12. a	13. b	14. d	15. c
16. e	17. b	18. d	19. d	20. d
21. e	22. b	23. c	24. a	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. c	03. a	04. b	05. e
06. c	07. a	08. e	09. e	10. c
11. c	12. d	13. d	14. c	15. a
16. d	17. a	18. d	19. e	20. c
21. d	22. e	23. a	24. b	25. c

TERCERA PRÁCTICA				
01. e	02. d	03. d	04. a	05. c
06. e	07. e	08. d	09. b	10. c
11. a	12. c	13. d	14. b	15. a
16. b	17. a	18. c	19. a	20. b
21. d				

CUARTA PRÁCTICA				
01. d	02. c	03. b	04. c	05. e
06. d	07. b	08. e	09. a	10. c
11. c	12. a	13. c	14. a	15. d
16. c	17. d	18. d	19. a	20. d
21. e				

Capítulo 11

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES MATEMÁTICAS

•	a	b	c	d
a	a	b	a	a
b	c	b	b	d
c	d	a	c	b
d	b	c	d	a

no se cumple la simetría

En esta parte estudiaremos las propiedades más importantes que se dan en las operaciones matemáticas binarias.

- Clausura
- Conmutativa
- Distributiva
- Elemento neutro
- Elemento inverso

Si en un conjunto A cualquiera definimos la operación $*$ podemos indicar las siguientes propiedades:

Clausura o Cerradura

Si se toma un par de elementos cualquiera del conjunto A y se realiza con ellos la operación definida; y si el resultado de dicha operación pertenece también al conjunto A, entonces se dice que la operación es cerrada en el conjunto A.

$$\forall a \wedge b \in A \Rightarrow a * b \in A$$

Ejemplo 01

Se define en $\mathbb{Z}$

$$a * b = 3a + 2b^2 - 1$$

Diga si la operación es cerrada en $\mathbb{Z}$ o no.

Resolución:

Como: a y $b \in \mathbb{Z}$

Entonces:

$$a * b = 3a + 2b^2 - 1$$

$$\mathbb{Z} * \mathbb{Z} = 3(\mathbb{Z}) + 2(\mathbb{Z})^2 - 1$$

$$= \mathbb{Z} + \mathbb{Z} - 1$$

$$= \mathbb{Z} - 1$$

$$= \mathbb{Z}$$

Se observa que para todo par de números enteros, el resultado es entero.

$\therefore$ La operación sí es cerrada en $\mathbb{Z}$.

NOTA

Números enteros:

$\mathbb{Z} = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Ejemplo 02

Se define en $I\!N$: $x \heartsuit y = \frac{x+y}{3}$

Diga si la operación cumple la propiedad de clausura en $I\!N$.

Resolución

Si $x \wedge y \in I\!N$

$$x \heartsuit y = \frac{x+y}{3}$$

$$\mathbb{N} \heartsuit \mathbb{N} = \frac{\mathbb{N}+\mathbb{N}}{3}$$

$$= \frac{\mathbb{N}}{3}$$

Como un número natural dividido entre 3 no siempre da otro número natural, podemos decir que la operación ♥ no cumple la propiedad de clausura en $\mathbb{N}$.

NOTA

Números naturales

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Ejemplo 03

Definimos la operación # en el conjunto $A = \{2, 3, 5, 7\}$ mediante la siguiente tabla:

#	2	3	5	7
2	2	3	5	7
3	3	5	7	2
5	1	3	5	7
7	7	2	3	5

¿Es cerrada la operación en el conjunto A?

Resolución:

Par saber si es cerrada o no, haremos lo siguiente:

1. Verificar que todos los elementos de entrada pertenezcan a A y viceversa.

#	2	3	5	7
2	2	3	5	7
3	3	5	7	2
5	1	3	5	7
7	7	2	3	5

pertenecen a $A = \{2,3,5,7\}$

2. Verificar que todos los resultados en la tabla pertenezcan a A.

#	2	3	5	7
2	2	3	5	7
3	3	5	7	2
5	(1)	3	5	7
7	7	2	3	5

no todos estos resultados pertenecen a $A = \{2,3,5,7\}$

$\therefore$ La operación # no es cerrada en $A = \{2, 3, 5, 7\}$

PROPIEDAD CONMUTATIVA

Se dice que una operación cumple la propiedad conmutativa, cuando para todos par de elementos del conjunto A el orden en que se operan no altera el resultado.

$$\forall\, a \wedge b \in A \;\Rightarrow\; a * b = b * a$$

- La adición cumple la propiedad conmutativa.

$$2+3=3+2$$

$$5+6=6+5$$

$$7+1=1+7$$

$$a+b=b+a$$

- La multiplicación también es conmutativa.

$$3\times 2 = 2\times 3$$
$$5\times 7 = 7\times 5$$
$$a\times b = b\times a$$

- La sustracción, ni la división cumplen la propiedad conmutativa.

$$\underbrace{5-2}_{3} \neq \underbrace{2-5}_{-3}$$
$$\underbrace{8\div 2}_{4} \neq \underbrace{2\div 8}_{0,25}$$

Ejemplo 04

Indique si la operación $*$ definida por:

$$a*b = a^2 - ab + b^2$$

cumple la propiedad conmutativa.

Resolución:

Como: $a*b = a^2 - ab + b^2$

$\longrightarrow b*a = b^2 - ba + a^2$

$= a^2 - ab + b^2$

Comparando: $a*b$ y $b*a$

Se observa que son iguales.

$\therefore$ La operación $*$ cumple la propiedad conmutativa.

Ejemplo 05

Se define:

$$m @ n = m - n + 5$$

¿Es conmutativa la operación definida?

Resolución:

Como : $m @ n = m - n + 5$

Hallemos : $n @ m = n - m + 5$

Se observa que por más que ordenemos $m @ n \neq n @ m$.

$\therefore$ La operación @ no es conmutable.

Ejemplo 06

Se define en $Q = \{3,4,5,6\}$ la operación $\Diamond$ mediante la siguiente tabla:

$\Diamond$	5	6.	3	4
3	4	5	6	3
4	5	6	3	4
5	6	3	4	5
6	3	4	5	6

¿Es conmutativa la operación $\Diamond$?

Resolución:

En tablas para determinar si una operación es conmutativa se aplica el criterio práctico de la diagonal.

Paso 1.- Verifique que todos los elementos de las entradas tengan el mismo orden, de no ser así ordénelos.

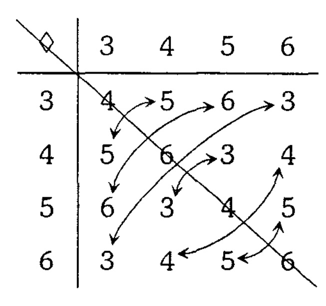
$\Diamond$	5	6	3	4
3	4	5	6	3
4	5	6	3	4
5	6	3	4	5
6	3	4	5	6

No están ordenados

$\Rightarrow$

$\Diamond$	3	4	5	6
3	6	3	4	5
4	3	4	5	6
5	4	5	6	3
6	5	6	3	4

Paso 2.- Trazar la diagonal a partir del operador y verificar que los extremos a ambos lados de la diagonal mantengan una distribución simétrica (como un reflejo).



⇒ Se observa una simetría.

∴ La operación ◊ sí cumple la propiedad conmutativa.

PROPIEDAD ASOCIATIVA

Se dice que una operación cumple la propiedad asociativa cuando al efectuar más de dos elementos del conjunto A agrupando de diferentes formas, el resultado no cambia:

$$\forall\, a,b,c \in A \Rightarrow a*(b*c)=(a*b)*c$$

- La adición cumple la propiedad asociativa.

$$\underbrace{2+(3+4)}_{9} = \underbrace{(2+3)+4}_{9}$$

Ejemplo 07

Determine si la operación $*$ definida por:

$$a*b=a^b$$

Cumple la propiedad asociativa.

Resolución:

$$a*(b*c)=(a*b)*c$$

$$a*b^c=a^b*c$$

$$a^{b^c}=(a^b)^c$$

$$a^{b^c}=a^{b\times c}$$

Como la igualdad no siempre se cumple, la operación $*$ no cumple la propiedad distributiva.

Ejemplo 08

Indicar si la operación:

$$m*n=m-3+n$$

es asociativa o no.

Resolución:

$$a*(b*c)=(a*b)*c$$

$$a*(b-3+c)=(a-3+b)*c$$

$$a-3+(b-3+c)=(a-3+b)-3+c$$

$$a+b+c-6=a+b+c-6$$

Como la igualdad se verifica la operación $*$ es distributiva.

Ejemplo 09

Se define la operación @ mediante la siguiente tabla.

@	0	1	2	3
0	2	3	0	1
1	2	3	0	1
2	0	1	1	1
3	3	2	1	0

¿Cumple la propiedad distributiva o no?

Resolución:

Planteando un ejemplo particular.

$$0 * \underbrace{(1 * 2)} = \underbrace{(0 * 1)} * 2$$
$$\underbrace{0 * 0} = \underbrace{3 * 2}$$
$$2 = 1$$

Como la igualdad no se cumple.
$\Rightarrow$ La operación no es asociativa.

PROPIEDAD DEL ELEMENTO NEUTRO (e)

Se denomina elemento neutro a un único elemento de A tal que al operarlo con cualquier elemento de A, tanto a la derecha como a la izquierda, no altera el valor de este último.

- En la adición el elemento neutro es el cero.

$$3+0=3$$
$$4+0=4$$
$$5+0=5$$
$$a+0=a$$

elemento neutro $e=0$

- En la multiplicación el elemento neutro es el 1.

$$3\times 1=3$$
$$4\times 1=4$$
$$5\times 1=5$$
$$a\times 1=a$$

elemento neutro $e=1$

EN GENERAL

Si: $a*e=e*a=a$

$\Rightarrow$ e : elemento neutro.

Ejemplo 10

Se define en $\mathbb{R}$.

$$a \perp b = a-3+b$$

Halle el elemento neutro.

a) –3 b) 3 c) 6
d) 1 e) 0

Resolución:

Por definición:

$$\boxed{a \perp e = a}$$
$$\not{a} -3+e = \not{a}$$
$$e=3$$

$\therefore$ El elemento neutro en $\perp$ es 3; es decir todo número operado con 3 da el mismo número.

$\therefore$ **Clave: b**

OBSERVACIÓN:

Si: $a \perp b = a - 3 + b$

$\underline{5} \perp 3 = 5 - 3 + 3 = \underline{5}$

$\underline{\underline{6}} \perp 3 = 6 - 3 + 3 = \underline{\underline{6}}$

$\underline{8} \perp 3 = 8 - 3 + 3 = \underline{8}$

Ejemplo 11

Se define en $\mathbb{Z}$.

$$m * n = mn - m - n$$

¿Cuál es el elemento neutro, si tiene?

Resolución:

$$a * e = a$$

$$ae - a - e = a$$

$$e(a-1) = 2a$$

$$e = \frac{2a}{a-1}$$

Si: $a = 2 \longrightarrow e = \frac{2(2)}{2-1} = 4$

$a = 3 \longrightarrow e = \frac{2(3)}{3-1} = 3$

Se observa que **e** depende del valor de a, por lo que habrá más de un elemento neutro y como por definición el elemento neutro debe ser único, se concluye que la operación $*$ no tiene elemento neutro.

Ejemplo 12

Se define en:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

La operación ♥ mediante la siguiente tabla:

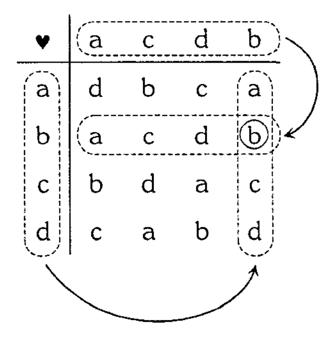
♥	a	c	d	b
a	d	b	c	a
b	a	c	d	b
c	b	d	a	c
d	c	a	b	d

¿Cuál es el elemento neutro?

a) a b) b c) d
d) c e) no tiene

Resolución:

Para encontrar el elemento neutro en tablas se aplica el criterio de la intersección. Se ubica en los resultados una columna igual a la columna de entrada y una fila igual a la fila de entrada, la intersección de la columna y fila mencionadas nos da el elemento nutro (e).

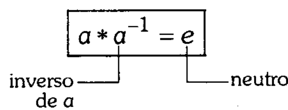


$\therefore$ El elemento neutro es b.

$\therefore$ **Clave: b**

PROPIEDAD DEL ELEMENTO INVERSO

Se denomina elemento inverso de a al elemento representado por a^{-1} que cumple:



En la adición:

$$\begin{array}{lclclcl} 3 & + & (-3) & = & 0 & \Rightarrow & 3^{-1} = -3 \\ 4 & + & (-4) & = & 0 & \Rightarrow & 4^{-1} = -4 \\ 5 & + & (-5) & = & 0 & \Rightarrow & 5^{-1} = -5 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\ a & + & (-a) & = & 0 & \Rightarrow & a^{-1} = -a \end{array}$$

inverso neutro

En la multiplicación:

$$\begin{array}{lclclcl} 3 & \times & (1/3) & = & 1 & \Rightarrow & 3^{-1} = 1/3 \\ 4 & \times & (1/4) & = & 1 & \Rightarrow & 4^{-1} = 1/4 \\ 5 & \times & (1/5) & = & 1 & \Rightarrow & 5^{-1} = 1/5 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\ a & \times & (1/a) & = & 1 & \Rightarrow & a^{-1} = 1/a \end{array}$$

inverso neutro

NOTA:
Se usa a^{-1} para denotar al elemento inverso de a y no debe confundirse esto con la definición de exponente negativo. En general: $a^{-1} \neq \frac{1}{a}$

Ejemplo 13

Se define: $a \odot b = \frac{2}{3}a \times b$

Halle el elemento inverso de 24, es decir, 24^{-1}.

a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{3}{32}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{1}{29}$

Resolución:

- Primero debemos hallar el elemento neutro (e).

$$a \odot e = a$$
$$\frac{2}{3}\not{a} \times e = \not{a}$$
$$e = \frac{3}{2}$$

- Ahora calculemos el inverso de a.

$$a \odot a^{-1} = e$$
$$\frac{2}{3}a \times a^{-1} = \frac{3}{2}$$
$$a^{-1} = \frac{9}{4a}$$
$$\Rightarrow \quad 24^{-1} = \frac{9}{4(24)} = \frac{3}{32}$$

$\therefore$ **Clave: b**

Ejemplo 14

Se define en $M = \{1,2,3,4\}$

#	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Halle: $S = \dfrac{3^{-1} + 4^{-1}}{2^{-1} + 1^{-1}}$

donde: a^{-1} elemento inverso de a.

a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{3}{7}$ c) 1

d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{2}{3}$

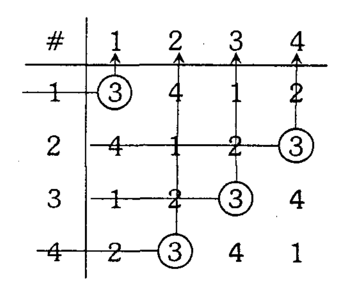
Resolución:

- Primero debemos encontrar el elemento neutro.

#	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$\Rightarrow \quad e = 3$$

- Para encontrar el inverso de un número se traza una "**ELE**" volteada (⌋) empezando por el número del cual nos piden su inverso y doblando en el elemento neutro.



#	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Luego: $1^{-1} = 1$ $\quad 2^{-1} = 4$

$3^{-1} = 3$ $\quad 4^{-1} = 2$

Piden: $S = \frac{3+2}{4+1} = \frac{5}{5} = 1$

$\therefore$ ***Clave: c***

Ejemplo 15

Sea: $A = \{1;2;3;6\}$

Se define:

$$a * b = MCD(a;b) \qquad \forall\, a;b \in A$$

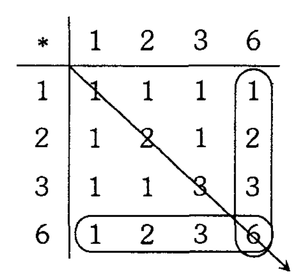
Indicar el valor de verdad de:

I. La operación $*$ es conmutativa.
II. La operación $*$ es asociativa.
III. El elemento neutro es 6.

a) VVV b) VFV c) VFF
d) FFF e) FVV

Resolución:

I. Construyendo una tabla.



*	1	2	3	6
1	1	1	1	1
2	1	2	1	2
3	1	1	3	3
6	1	2	3	6

De la tabla vemos que los elementos que equidistan de la diagonal son iguales $\Rightarrow$ es conmutativa.

II. Vemos que:

$(1 * 2) * 3 = 1 * (2 * 3) \Rightarrow 1 = 1$
$(1 * 2) * 6 = 1 * (2 * 6) \Rightarrow 1 = 1$
$(1 * 3) * 6 = 1 * (3 * 6) \Rightarrow 1 = 1$
$(2 * 3) * 6 = 2 * (3 * 6) \Rightarrow 1 = 1$

$\therefore$ Sí es asociativa.

III. Aplicando el criterio de la intersección: $e = 6$

$\therefore$ ***Clave: a***

Problemas Resueltos

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES MATEMÁTICAS

PROBLEMA 01

Se define en $\mathbb{R}$.

$$a \# b = \frac{ab}{4}$$

Calcular: $E = 4 \# (2^{-1} \# 3)^{-1}$

Siendo a^{-1} el inverso de a.

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{3}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{8}{3}$

Resolución:

- Hallemos el elemento neutro:

$$a \# e = a$$

$$\frac{\not{a} \times e}{4} = \not{a}$$

$$e = 4$$

- Hallemos el elemento inverso de a:

$$a \# a^{-1} = e$$

$$\frac{a \times a^{-1}}{4} = 4$$

$$\Rightarrow \quad a^{-1} = \frac{16}{a}$$

$$\Rightarrow \quad 2^{-1} = \frac{16}{2} = 8$$

Luego: $E = 4 \# (2^{-1} \# 3)^{-1}$

$$= 4 \# (8 \# 3)^{-1}$$

$$= 4 \# \left(\frac{8 \times 3}{4}\right)^{-1}$$

$$= 4 \# 6^{-1}$$

$$= 4 \# \left(\frac{16}{6}\right)$$

$$= \frac{\not{4} \times \frac{16}{6}}{\not{4}}$$

$$\therefore \quad E = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 02

Definimos el operador "$\oplus$" en el conjunto $B = \{1, 2, 3, 4\}$ según la tabla adjunta. Hallar el valor de "n" en:

$$[(2^{-1} \oplus 3)^{-1} \oplus n] \oplus [(4^{-1} \oplus 2) \oplus 3)^{-1} = 1$$

$\oplus$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

a) 3 b) 2 c) 1
d) 4 e) 5

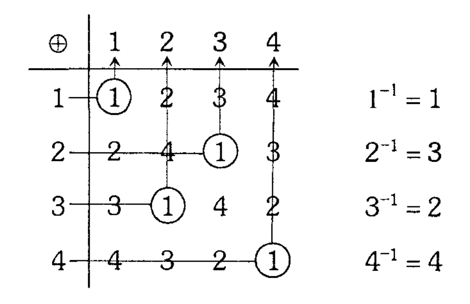
Resolución:

- Hallemos el elemento neutro.

⊕	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

$\Rightarrow \quad e = 1$

- Hallemos los inversos:



Reemplazando en:

$$[(2^{-1} \oplus 3)^{-1} \oplus n] \oplus [(4^{-1} \oplus 2) \oplus 3]^{-1} = 1$$

$$[(3 \oplus 3)^{-1} \oplus n] \oplus [(4 \oplus 2) \oplus 3]^{-1} = 1$$

$$[4^{-1} \oplus n] \oplus [3 \oplus 3]^{-1} = 1$$

$$(4 \oplus n) \oplus [4]^{-1} = 1$$

$$\underbrace{(4 \oplus n)}_{4} \oplus 4 = 1$$

$$\Rightarrow \quad 4 \oplus n = 4$$

$$n = 1$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 03

En $\mathbb{N}$ se define la operación ⊗.

$$a \otimes b = 2a + b$$

Señale V o F según convenga.

I. ⊗ es conmutativa.
II. ⊗ es asociativa.

a) VV b) VF c) FV
d) FF e) N.A.

Resolución:

- Veamos si es conmutativa.

$$a \otimes b = b \otimes a$$
$$2a + b = 2b + a$$

Como la igualdad no se cumple, entonces la operación no es conmutativa.

- Veamos si es asociativa:

$$(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$$
$$(2a + b) \otimes c = a \otimes (2b + c)$$
$$2(2a + b) + c = 2a + (2b + c)$$
$$4a + 2b + c = 2a + 2b + c$$

Como la igualdad es incorrecta, la operación ⊗ no es asociativa.

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 04

Definamos en $\mathbb{R}$: $a * b = a + b - 5$ además n^{-1}: elemento inverso de "n".

Hallar: $(1^{-1} * 2^{-1}) * (-33)^{-1}$

a) 10 b) 20 c) –30
d) 50 e) 0

Resolución:

- Hallemos el elemento neutro (e).

$$a * e = a$$
$$\not{a} + e - 5 = \not{a}$$
$$e = 5$$

- Hallemos el elemento inverso de a (a^{-1}).

$$a*a^{-1}=e$$
$$a+a^{-1}-5=5$$
$$a^{-1}=10-a$$
$$1^{-1}=10-1=9$$
$$2^{-1}=10-2=8$$
$$(-33)^{-1}=10-(-33)=43$$

Piden: $(1^{-1}*2^{-1})*(-33)^{-1}$

$$=(9*8)*43$$
$$=(9+8-5)*43$$
$$=12*43$$
$$=12+43-5=50$$

$\therefore$ **Clave: D**

PROBLEMA 05

En $\mathbb{N}$ definimos:

$$a*b=\frac{a+b}{2}$$
$$a\ \#=2ab$$

Señale V o F.

I. $*$ es asociativa.

II. # es conmutativa.

III. # es distributiva respecto a $*$.

a) VVV b) FFF c) FVV
d) VFV e) FFV

Resolución:

- Veamos si la operación $*$ es asociativa.

$$(a*b)*c=a*(b*c)$$
$$\left(\frac{a+b}{2}\right)*c=a*\left(\frac{b+c}{2}\right)$$
$$\frac{\frac{a+b}{2}+c}{2}=\frac{a+\frac{b+c}{2}}{2}$$
$$\frac{a+b+2c}{4}=\frac{2a+b+c}{4}$$

Como la igualdad no siempre se cumple, la operación $*$ no es asociativa.

- Ahora veamos si # es conmutativa.

$$a\#b=b\#a$$
$$2ab=2ba$$

Como la igualdad es correcta, la operación # es conmutativa.

- Finalmente veamos si # es distributiva respecto a $*$.

$$a\#(b*c)=(a\#b)*(a\#c)$$
$$a\#\left(\frac{b+c}{2}\right)=(2ab)*(2ac)$$
$$\cancel{2}a\frac{(b+c)}{\cancel{2}}=\frac{2ab+2ac}{2}$$
$$ab+ac=ab+ac$$

Como la igualdad es correcta la operación # es distributiva respecto a $*$.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 06

Para los números reales se tiene la operación $\Diamond$, definida de la siguiente forma:

$$a \Diamond b = a + b + 4ab$$

Hallar el inverso de 4 para la operación $\Diamond$.

a) $-\frac{4}{17}$ b) $-\frac{4}{7}$ c) $-\frac{4}{15}$
d) $\frac{4}{15}$ e) $\frac{1}{4}$

Resolución:

- Hallemos el elemento neutro (e).

$$a \Diamond e = a$$

$$\not{a} + e + 4ae = \not{a}$$

$$e \underbrace{(1+4a)}_{\text{no siempre es cero}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad e = 0$$

- Hallemos el inverso de a.

$$a \Diamond a^{-1} = e$$

$$a + a^{-1} + 4a \times a^{-1} = 0$$

$$a^{-1}(1+4a) = -a$$

$$a^{-1} = \frac{-a}{1+4a}$$

$$\Rightarrow \quad 4^{-1} = \frac{-4}{1+4(4)} = -\frac{4}{17}$$

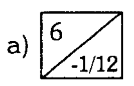
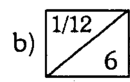
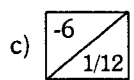
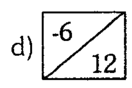
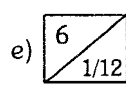
$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 07

En $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ definimos:

$$\boxed{a/b} * \boxed{c/d} = \boxed{(a+c-4)/2bd}$$

Calcule el elemento inverso de

a)  b)  c) 
d)  e) 

Resolución:

- Hallemos el elemento neutro:

$$\boxed{a/b} * \boxed{e_1/e_2} = \boxed{a/b}$$

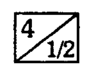
$$\boxed{(a+e_1-4)/2ae_2} = \boxed{a/b}$$

$$\Rightarrow \quad \not{a} + e_1 - 4 = \not{a}$$

$$e_1 = 4$$

$$\Rightarrow \quad 2\not{b}e_2 = \not{b}$$

$$e_2 = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ El elemento neutro es: 

- Finalmente hallamos el inverso de $\boxed{2/3}$

$$\boxed{2/3} * \boxed{I_1/I_2} = \boxed{4/(1/2)}$$

$$\boxed{(2+I_1-4)/2(3)\,I_2} = \boxed{4/(1/2)}$$

$$\Rightarrow \quad 2 + I_1 - 4 = 4$$

$$I_1 = 6$$

$$\Rightarrow \quad 2(3)I_2 = \frac{1}{2}$$

$$I_2 = \frac{1}{12}$$

$\therefore$ El inverso de $\boxed{2/3}$ es: $\boxed{6/\tfrac{1}{12}}$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 08

Dada la siguiente tabla:

*	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	1	2	4
3	4	2	1	3
4	1	4	3	2

a^{-1} : elemento inverso de "a".

Indicar las afirmaciones verdaderas.

I. La tabla es conmutativa.

II. El elemento neutro es 4.

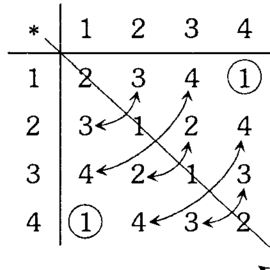
III. $2^{-1} = 4$

IV. Si: $(2*3)*(x*1) = 3$; entonces $x = 4$.

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo IV
d) II y III e) I y IV

Resolución:

I) Veamos si es conmutativa.



*	1	2	3	4
1	2	3	4	(1)
2	3	1	2	4
3	4	2	1	3
4	(1)	4	3	2

$\therefore$ La tabla es conmutativa.

II) Hallemos el elemento neutro.

*	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	1	2	4
3	4	2	1	3
4	1	4	3	2

ninguna columna es idéntica a la columna de entrada.
$\therefore$ No tiene elemento neutro.

III) Como no hay elemento neutro:
2^{-1} no existe.

IV) $\underbrace{(2*3)}_{2} * (x*1) = 3$

$$2 * \underbrace{(x*1)}_{1} = 3$$

$$\underbrace{x}_{4} * 1 = 1 \qquad \therefore \; x = 4$$

$\therefore$ Sólo son verdaderas I y IV.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 09

Calcule "x" según la tabla:

@	1	2	4	8	9
1	4	8	2	2	9
2	8	9	8	4	2
4	2	8	4	9	1
8	9	4	1	2	8
9	1	9	2	8	4

$$\frac{(8 @ 9) @ (8 @ 8)}{(9 @ 9)} = (8 @ x)(x @ 9)$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 9

Resolución:

De la tabla:

$$\frac{(8 @ 9) @ (8 @ 8)}{9 @ 9} = (8 @ x)(x @ 9)$$

$$\frac{8 @ 2}{4} = (8 @ x)(x @ 9)$$

$$\frac{4}{4} = (8 @ x)(x @ 9)$$

$$1 = \underbrace{(8 @ x)}_{1}\ \underbrace{(x @ 9)}_{1}$$

$$\Rightarrow \quad 8 @ x = 1$$

$$x = 4$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 10

Respecto a la operación $*$ definida para: $a > 0;\ b > 0$.

$$a * b = \sqrt[4]{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)+b^2}$$

Señale las proposiciones no verdaderas.

I. La operación $*$ posee elemento neutro.
II. $\forall\, a > 0,\ b * a = a$
III. $\forall\, a, b > 0,\ a * b \neq b * a$

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) I y II e) I y III

Resolución:

Simplificando la regla de definición:

$$a * b = \sqrt[4]{\underline{(a-b)(a+b)}(a^2+b^2)+b^4}$$

$$a * b = \sqrt[4]{(a^2-b^2)(a^2+b^2)+b^4}$$

$$a * b = \sqrt[4]{a^4 - \cancel{b^4} + \cancel{b^4}}$$

$$a * b = a$$

I) Hallemos el elemento neutro:

$$\underbrace{a * e}_{a} = a \qquad \underbrace{e * a}_{e} = a$$

Si $a = 1 \longrightarrow e = 1$
$a = 2 \longrightarrow e = 2$

Se observa que ***e*** depende de ***a*** por lo que habrá más de un elemento neutro, pero como el elemento neutro debe ser único, se concluye que la operación no tiene elemento neutro.

II) $b * a = b$

III) $\underbrace{a * b}_{a} \neq \underbrace{b * a}_{b}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 11

Si: $p * q = \frac{p+q}{1+pq}$

¿Cuál es el elemento neutro de la operación?

a) p b) q c) 1
d) 0 e) no tiene

Resolución:

Por teoría:

$$a * e = a$$

$$\frac{a+e}{1+ae} = a$$

$$\not{a} + e = \not{a} + a^2 e$$

$$e \underbrace{(1-a^2)}_{\text{no siempre es cero}} = 0$$

$$e = 0$$

∴ El elemento neutro es 0.

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 12

Definimos el operador "∗" en el conjunto $A = \{0,2,4,6,8\}$.

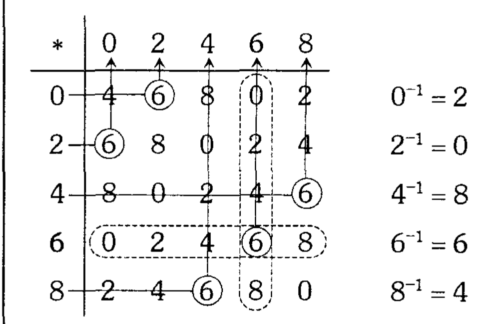
∗	0	2	4	6	8
0	4	6	8	0	2
2	6	8	0	2	4
4	8	0	2	4	6
6	0	2	4	6	8
8	2	4	6	8	0

Calcular "x" en:

$$\{[x^{-1} * 2^{-1}] * (6*8)^{-1}\}^{-1} = 2$$

A) 2 b) 4 c) 0
d) 8 e) 6

Resolución:



Reemplazando:

$$\{[x^{-1} * 2^{-1}] * (6*8)^{-1}\}^{-1} = 2$$

$$\{[x^{-1} * 0] * 8^{-1}\}^{-1} = 2$$

$$\underbrace{\{[x^{-1} * 0] * 4\}}_{0}^{-1} = 2$$

$$\underbrace{[x^{-1} * 0]}_{2} * 4 = 0$$

$$\underbrace{x^{-1}}_{8} * 0 = 2$$

$$x^{-1} = 8$$

$$x = 4$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 13

En $M = \{1;2;3\}$ se define la operación $\uparrow$ mediante la tabla:

$\uparrow$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

y en $M \times M$ la operación $\downarrow$ mediante la regla:

$$(a\,;\,b) \downarrow (c\,;\,d) = (a \uparrow c\,;\,b \uparrow d)$$

Halle "$x + y$", luego de resolver:

$$(x\,;\,x) \downarrow (1\,;\,3) = (2\,;\,y)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 5 e) 4

Resolución:

Como:

$$(a\,;\,b) \downarrow (c\,;\,d) = (a \uparrow c\,;\,b \uparrow d)$$

entonces:

$$(x\,;\,x) \downarrow (1\,;\,3) = (2\,;\,y)$$

$$(x \uparrow 1\,;\,x \uparrow 3) = (2\,;\,y)$$

$$\Rightarrow \quad x \uparrow 1 = 2$$

$$x = 2 \quad \text{(ver tabla)}$$

$$\Rightarrow \quad x \uparrow 3 = y$$

$$2 \uparrow 3 = y$$

$$1 = y$$

Piden: $2 + 1 = 3$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 14

Definimos en R:

$$m \square n = \frac{n \cdot m}{3}$$

Además: a^{-1} : elemento inverso "a"

Calcular: $S = \dfrac{1^{-1} + 3^{-1} + 9^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 5}$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 5

Resolución:

Hallemos el elemento neutro:

$$a \square e = a$$

$$\frac{e \cdot a}{3} = a$$

$$\therefore \quad e = 3$$

Hallemos el elemento inverso de a:

$$a \square a^{-1} = e$$

$$\frac{a^{-1} \times a}{3} = 3$$

$$a^{-1} = \frac{9}{a}$$

$$\Rightarrow \quad 1^{-1} = \frac{9}{1} = 9$$

$$\Rightarrow \quad 3^{-1} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\Rightarrow \quad 9^{-1} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{9}{1/2} = 18$$

Piden: $S = \dfrac{9 + 3 + 1}{18 - 5} = 1$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 15

En R se define la operación:

$$a \perp b = a + b + ab$$

Calcule "$x + y$" en el sistema:

$$2^{-1}x + 3^{-1}y = -10$$

$$5^{-1}x - 7^{-1}y = 2$$

(a^{-1} es el inverso de a)

a) 12 b) 14 c) 16
d) 20 e) 21

Resolución:

Cálculo del elemento neutro:

$$a \perp e = a$$

$$\not{a} + e + ae = \not{a}$$

$$e(1 + a) = 0$$

$$\therefore\ e = 0$$

Cálculo del elemento inverso de a (a^{-1})

$$a \perp a^{-1} = e$$

$$a + a^{-1} + a \times a^{-1} = 0$$

$$a^{-1}(1 + a) = -a$$

$$a^{-1} = \frac{-a}{1+a}$$

$$\Rightarrow\ 2^{-1} = \frac{-2}{1+2} = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow\ 3^{-1} = \frac{-3}{1+3} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow\ 5^{-1} = \frac{-5}{1+5} = \frac{-5}{6}$$

$$\Rightarrow\ 7^{-1} = \frac{-7}{1+7} = \frac{-7}{8}$$

Reemplazando:

$$-\tfrac{2}{3}x - \tfrac{3}{4}y = -10$$

$$-\tfrac{5}{6}x + \tfrac{7}{8}y = 2$$

$$-\tfrac{4}{6}x - \tfrac{6}{8}y = -10$$

$$-\tfrac{5}{6}x + \tfrac{7}{8}y = 2$$

$$-\tfrac{20}{6}x - \tfrac{30}{8}y = -50$$

$$-\tfrac{20}{6}x + \tfrac{28}{8}y = 8 \quad (-)$$

$$\tfrac{58}{8}y = 58$$

$$y = 8$$

$$\Rightarrow\ x = 6$$

Piden: $6 + 8 = 14$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 16

Se define en $A = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\}$. La siguiente tabla.

Δ	1	2	3	4	5
1	3	4	1	2	5
2	4	3	2	5	1
3	1	2	3	4	5
4	2	5	4	3	2
5	5	1	5	1	3

¿Cuál o cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?

I. $[1\ \Delta\ (x\ \Delta\ 4)\ ]\ \Delta\ 3 = 3$; si $x = 1$
II. Se cumple la propiedad conmutativa
III. Se cumple la propiedad de clausura.
IV. El elemento neutro es 3.

a) VVFF b) VFVF c) FFVV
d) FVVF e) VFFV

Resolución:

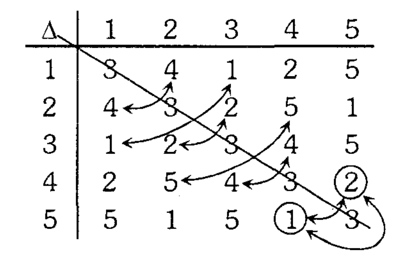
I) $\underbrace{[1\Delta(x\Delta 4)]}_{3}\Delta 3 = 3$

$$1\,\Delta\,\underbrace{(x\,\Delta\,4)}_{1} = 3$$

$$x\,\Delta\,4 = 1$$

$$x = 5$$

II) Examinando si la tabla cumple la propiedad conmutativa:



Δ	1	2	3	4	5
1	3	4	1	2	5
2	4	3	2	5	1
3	1	2	3	4	5
4	2	5	4	3	2
5	5	1	5	1	3

La simetría no se cumple

∴ No se cumple la propiedad conmutativa.

III) Examinando si cumple o no con la propiedad de clausura.

Δ	1	2	3	4	5
1	3	4	1	2	5
2	4	3	2	5	1
3	1	2	3	4	5
4	2	5	4	3	2
5	5	1	5	1	3

todos estos números pertenecen a: $A = [1,2,3,4,5]$

∴ Sí se cumple la propiedad conmutativa.

IV) Hallemos el elemento neutro.

Δ	1	2	3	4	5
1	3	4	1	2	5
2	4	3	2	5	1
3	1	2	3	4	5
4	2	5	4	3	2
5	5	1	5	1	3

∴ el elemento neutro es 3

Luego:

I) F II) F III) V IV) V

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 17

Se define la operación matemática mediante $a \star b = a + b - 5$.

Halle:

$$((3^{-1} \star 2^{-1}) \star 1^{-1}) \star 0^{-1}$$

donde a^{-1} es el elemento inverso de a.

a) 24 b) 20 c) 15
d) 32 e) 19

Resolución:

Hallemos el elemento neutro

$$a \star e = a$$

$$\not{a} + e - 5 = \not{a}$$

$$e = 5$$

Hallemos ahora el inverso de a:

$$a \star a^{-1} = e$$

$$a + a^{-1} - 5 = 5$$

$$a^{-1} = 10 - a$$

$$\Rightarrow \quad 3^{-1} = 10 - 3 = 7$$

$$\Rightarrow \quad 2^{-1} = 10 - 2 = 8$$

$$\Rightarrow \quad 1^{-1} = 10 - 1 = 9$$

$$\Rightarrow \quad 0^{-1} = 10 - 0 = 10$$

Piden: $[(3^{-1} \star 2^{-1}) \star 1^{-1}] \star 0^{-1}$

$= [(7 \star 8) \star 9] \star 10$

$= ((7 + 8 - 5) \star 9] \star 10$

$= (10 \star 9) \star 10$

$= (10 + 9 - 5) \star 10$

$= 14 \star 10$

$= 14 + 10 - 5 = 19$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 18

La siguiente operación matemática se define en el conjunto de los números reales mediante.

*	2	4	6	8	10
1	4	12	20	28	36
3	10	18	26	34	42
5	16	24	32	40	48
7	22	30	38	46	54
9	28	36	44	52	60

Halle $(2 * 3) + (8 * 9)$

a) 44 b) 82 c) 76
d) 32 e) 64

Resolución:

Completando la tabla:

*	2	3	4	6	8	9	10
1	4	8	12	20	28	32	36
2	7	11					
3	10						
5	16						
7	22						
8	25	29	33	41	49	53	57
9	28						

Piden: $2 * 3 + 8 * 9 = 11 + 53 = 64$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 19

En la siguiente operación matemática, definida por la tabla dada, encuentre el valor de x si

$$(d * (a * x)) * b = ((a * b) * c) * (d * e)$$

*	a	b	c	d	e
b	e	d	a	c	b
d	b	a	d	e	c
a	c	e	b	a	d
e	a	b	c	d	e
c	d	c	e	b	a

a) a b) b c) c
d) d e) e

Resolución:

De la ecuación:

$$(d*(a*x))*b = ((\underline{a*b})*c)*(\underline{d*e})$$
$$(d*(a*x))*b = \underbrace{(e*c)}*c$$
$$(d*(a*x))*b = \underbrace{c*c}$$
$$\underbrace{(d*(a*x))}_{a}*b = e$$
$$d*\underbrace{(a*x)}_{b} = a$$
$$a*x = b$$
$$x = c$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 20

En la operación matemática siguiente definida por $m \odot n = (m+n)^2 - (m-n)^2$. Halle

$$M = \left(\left(\tfrac{1}{4}\right)^{-1} \odot \left(\tfrac{1}{8}\right)^{-1}\right) \odot \left(\tfrac{1}{16}\right)^{-1}$$

Se sabe que a^{-1} es el elemento inverso de a

a) 2 b) 1/2 c) 1
d) 1/4 e) 4

Resolución:

Simplificando la definición:

$$m \odot n = (m+n)^2 - (m-n)^2$$
$$m \odot n = \cancel{m^2} + 2mn + \cancel{n^2} - \cancel{m^2} - \cancel{n^2} + 2mn$$
$$m \odot n = 4mn$$

Hallando el elemento neutro:

$$a \odot e = a$$
$$4\cancel{a}e = \cancel{a}$$
$$e = 1/4$$

Hallando el elemento inverso

$$a \odot a^{-1} = e$$
$$4a \times a^{-1} = \tfrac{1}{4}$$
$$a^{-1} = \tfrac{1}{16a}$$
$$\Rightarrow \left(\tfrac{1}{4}\right)^{-1} = \tfrac{1}{16(1/4)} = \tfrac{1}{4}$$
$$\Rightarrow \left(\tfrac{1}{8}\right)^{-1} = \tfrac{1}{16(1/8)} = \tfrac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \left(\tfrac{1}{16}\right)^{-1} = \tfrac{1}{16(1/16)} = 1$$

Reemplazando:

$$M = \left(\tfrac{1}{4} \odot \tfrac{1}{2}\right) \odot 1$$
$$= \left(4 \times \tfrac{1}{4} \times \tfrac{1}{2}\right) \odot 1$$
$$= \left(\tfrac{1}{2}\right) \odot 1$$
$$= 4 \times \tfrac{1}{2} \times 1 = 2$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 21

En el conjunto $A = \{a;b;c;d\}$ se define la siguiente operación matemática mediante

#	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	a	b	c	d
a	b	d	a	c
d	c	a	d	b

Halle x en

$$c^{-1} \# [(x \# a^{-1}) \# b^{-1}]^{-1} = d^{-1} \# d^{-1}$$

siendo a^{-1} elemento inverso de a

a) a b) b c) c
d) d e) a ó b

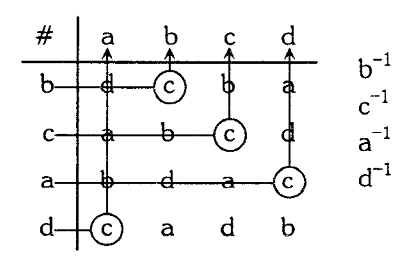
Resolución:

Hallando el elemento neutro.

#	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	a	b	c	d
a	b	d	a	c
d	c	a	d	b

∴ el elemento neutro es c

Hallemos ahora los elementos inversos.



$b^{-1} = b$
$c^{-1} = c$
$a^{-1} = d$
$d^{-1} = a$

Reemplazando:

$$c^{-1} \# [(x \# a^{-1}) \# b^{-1}]^{-1} = d^{-1} \# d^{-1}$$

$$c \# \quad [(x \# d) \# b]^{-1} \quad = a \# a$$

$$c \# \quad \underbrace{[(x \# d) \# b]^{-1}}_{b} \quad = b$$

$$\Rightarrow \quad \left[(x \# d) \# b \right]^{-1} = b$$

$$\underbrace{(x \# d)}_{c} \# b \quad = b$$

$$\Rightarrow \quad x \# d = c$$

$$x = a$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 22

Determine si la siguiente operación matemática, definida en R por la siguiente tabla, presenta la propiedad conmutativa además, calcule $1 \swarrow\!\!\nearrow 1$

$\swarrow\!\!\nearrow$	3	7	11	15
2	8	12	16	20
8	20	24	28	32
14	32	36	40	44
20	44	48	52	56

a) sí ; 3 b) sí ; 5 c) sí ; 4
d) no ; 3 e) no ; 4

Resolución:

Analizando la tabla se deduce que:

$$a \swarrow\!\!\nearrow b = 2a + b + 1$$

Ahora veamos si presenta la propiedad conmutativa:

$$b \swarrow\!\!\nearrow a = 2b + a + 1$$

como: $\quad a \swarrow\!\!\nearrow b \neq b \swarrow\!\!\nearrow a$

$\Rightarrow$ no es conmutativa.

Además: $1 \swarrow\!\!\nearrow 1 = 2(1) + 1 + 1 = 4$

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 23

Se define la operación matemática # mediante la siguiente tabla en el conjunto M = { 1;2;3;4;5 }

#	1	2	3	4	5
2	a	5	2	4	b
3	c	2	1	3	4
1	4	3	d	1	2
4	1	e	3	2	5
5	2	1	4	5	3

Si dicha operación matemática es conmutativa, encuentre un posible valor de a + b + c+ d + e

a) 16 b) 20 c) 17
d) 15 e) 24

Resolución:

Ordenando la tabla:

#	1	2	3	4	5
1	4	3	d	1	2
2	a	5	2	4	b
3	c	2	1	3	4
4	1	e	3	2	5
5	2	1	4	5	3

$a = 3$
$c =$ d
$e = 4$
$b = 1$

Luego:

$M = a + b + c + d + e = 3 + 1 + c + c + 4$

$M = 8 + 2c$

M		c
10	posibles valores	1
12		2
14		3
16		4
18		5

De las alternativas la única que cumple es la *a*.

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 24

En la siguiente operación matemática es falso que:

I. no es conmutativa
II. el elemento neutro es *c*
III. $a \bullet (b \bullet d) = (d \bullet c) \bullet d$

•	a	b	c	d
a	a	b	a	a
b	c	b	b	d
c	d	a	c	b
d	b	c	d	a

a) I y II b) Sólo I c) II y III
d) Sólo II e) Sólo III

Resolución:

I) Veamos si es conmutativa:

•	a	b	c	d
a	a	b	a	a
b	c	b	b	d
c	d	a	c	b
d	b	c	d	a

no se cumple la simetría

∴ no es conmutativa

II) como ninguna fila de los resultados es idéntica a la fila de entrada, no tiene elemento neutro.

III) $a \bullet \underbrace{(b \bullet d)} = \underbrace{(d \bullet c)} \bullet d$

$a \bullet \quad d = d \quad \bullet d$

$a = a$

$\therefore$ Sólo es falso II

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 25

Se define $a \# b = a + b - ab$

Halle: $(3^{-1} \# 2^{-1})^{-1}$

Obs.: a^{-1} elemento inverso de a

a) –1 b) 23/35 c) 33/35
d) 3/4 e) –12/5

Resolución:

Primero debemos calcular el elemento neutro:

$$a \# e = a$$
$$\not{a} + e - ae = \not{a}$$
$$e(1-a) = 0$$
$$e = 0$$

Ahora hallemos el inverso de a:

$$a \# a^{-1} = e$$
$$a + a^{-1} - a \cdot a^{-1} = 0$$
$$a = a^{-1}(a-1)$$
$$\therefore \quad a^{-1} = \tfrac{a}{a-1}$$
$$\Rightarrow \quad 3^{-1} = \tfrac{3}{3-1} = \tfrac{3}{2}$$
$$2^{-1} = \tfrac{2}{2-1} = 2$$

Piden: $\left(\tfrac{3}{2} \# 2\right)^{-1} = \left(\tfrac{3}{2} + 2 - \tfrac{3}{2} \times 2\right)^{-1}$

$$= \left(\tfrac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1/2}{1/2-1} = -1$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 26

En la siguiente operación matemática $a * b = -2(b*a) + 3a + 3b$, encuentre su elemento neutro.

a) 0 b) 1 c) –1
d) 3 e) 5

Resolución:

Como:

$$a * b = -2\,(b * a) + 3a + 3b$$
$$\Rightarrow b * a = -2\,(a * b) + 3b + 3a$$

Luego:

$$a * b = -2\{-2(a * b) + 3b + 3a\} + 3a + 3b$$
$$a * b = 4(a * b) - 3b - 3a$$
$$a * b = \underbrace{a + b}_{\text{adición}}$$

Como $*$ corresponde a la operación adición su elemento neutro es el 0.

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 27

Se define en N

$$m \blacklozenge n = 5(m+n)^{3mn} - \sqrt[m+n]{3m+3n} + 5^{10}$$

Halle el valor de

$$\frac{(2004 \blacklozenge 2005) \times [\,(13 \blacklozenge 18) - (18 \blacklozenge 13)\,]}{(1 \blacklozenge 2) \blacklozenge 3}$$

a) 0 b) 1 c) 2004
d) 18 e) 2005

Resolución:

Se observa que:

$$m \blacklozenge n = 5(m+n)^{3mn} - \sqrt[m+n]{3m+3n} + 5^{10}$$

$$\Rightarrow n \blacklozenge m = 5(n+m)^{3nm} - \sqrt[n+m]{3n+3m} + 5^{10}$$

$$n \blacklozenge m = 5(m+n)^{3mn} - \sqrt[m+n]{3m+3n} + 5^{10}$$

$$n \blacklozenge m = m \blacklozenge n$$

Luego : $\dfrac{(2004 \blacklozenge 2005) \times [(13 \blacklozenge 18) - (18 \blacklozenge 13)]}{(1 \blacklozenge 2) \blacklozenge 3}$

$$= \frac{(2004 \blacklozenge 2005) \times [(18 \blacklozenge 13) - (18 \blacklozenge 13)]}{(1 \blacklozenge 2) \blacklozenge 3}$$

$$= \frac{(2004 \blacklozenge 2005) \times 0}{(1 \blacklozenge 2) \blacklozenge 3} = 0$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 28

Se define:

$$\textcircled{n} = \begin{cases} n+1 \; ; & n : \text{impar} \\ n+2 \; ; & n : \text{par} \end{cases}$$

Halle el valor de:

$$M = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \ldots + \textcircled{100}$$

a) 52000 b) 5200 c) 600
d) 5050 e) 100

Resolución:

De la definición:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= 1+1 \\ \textcircled{2} &= 2+2 \\ \textcircled{3} &= 3+1 \\ \textcircled{4} &= 4+2 \\ \textcircled{5} &= 5+1 \\ \textcircled{6} &= 6+2 \\ &\vdots \\ \textcircled{99} &= 99+1 \\ \textcircled{100} &= 100+2 \end{aligned}$$

$$M = \left(\frac{100 \times 101}{2}\right) + 50(3)$$

$$M = 5200$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 29

Si
$$\begin{aligned} 5 \# 3 &= 1 \\ 4 \# 10 &= 7 \\ 8 \# 3 &= 4 \\ 3 \# 4 &= 0 \end{aligned}$$

Calcule: $M = \dfrac{6^{-1} \# 8^{-1}}{3 \# 2^{-1}}$

donde: a^{-1} elemento inverso de a

a) 3/4 b) 5/7 c) 3/7
d) 7/8 e) 8/9

Resolución:

Se deduce que: $a \# b = a + b - 7$

Cálculo del elemento neutro:

$$a \# e = a$$

$$\not{a} + e - 7 = \not{a}$$

$$e = 7$$

Cálculo del inverso de a:

$$a \# a^{-1} = e$$
$$a + a^{-1} - 7 = 7$$
$$a^{-1} = 14 - a$$
$$6^{-1} = 14 - 6 = 8$$
$$8^{-1} = 14 - 8 = 6$$
$$2^{-1} = 14 - 2 = 12$$

Piden: $M = \frac{8 \# 6}{3 \# 12} = \frac{8+6-7}{3+12-7}$

$M = \frac{7}{8}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 30

Se define ♥ en el conjunto

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

mediante la siguiente tabla:

♥	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

Dadas las ecuaciones:

$$a \heartsuit b = 2$$
$$b \heartsuit c = 1$$
$$a \heartsuit c = 4$$

Halle: $(a^{-1} \heartsuit b^{-1})^{-1} \heartsuit c^{-1}$

Donde:

a^{-1} : elemento inverso de a

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

<u>Resolución</u>:

Analizando:

$a \heartsuit b = 2$	$b \heartsuit c = 1$	$a \heartsuit c = 4$
$1 \heartsuit 2 = 2$	$1 \heartsuit 1 = 1$	$1 \heartsuit 4 = 4$
$2 \heartsuit 1 = 2$	$2 \heartsuit 5 = 1$	$2 \heartsuit 3 = 4$
$3 \heartsuit 5 = 2$	$3 \heartsuit 4 = 1$	$3 \heartsuit 2 = 4$
$4 \heartsuit 4 = 2$	$4 \heartsuit 3 = 1$	$4 \heartsuit 1 = 4$
$5 \heartsuit 3 = 2$	$5 \heartsuit 2 = 1$	$5 \heartsuit 5 = 4$

se deduce que:

$$a = 3 \; ; \; b = 5 \; ; \; c = 2$$

Además de la tabla:

elemento neutro = 1

$$1^{-1} = 1 \; , \; 2^{-1} = 5 \; , \; 3^{-1} = 4$$
$$4^{-1} = 3 \; , \; 5^{-1} = 2$$

Piden:

$$(3^{-1} \heartsuit 5^{-1})^{-1} \heartsuit 2^{-1}$$
$$= (4 \heartsuit 2)^{-1} \heartsuit 5$$
$$= 5^{-1} \heartsuit 5$$
$$= 2 \heartsuit 5$$
$$= 1$$

$\therefore$ **Clave: A**

PROBLEMAS PROPUESTOS

01 Dada la siguiente operación matemática definida por la siguiente tabla

•	2	3	5	7
2	7	2	2	5
3	2	5	3	2
5	2	3	5	7
7	5	2	7	3

Halle $(2^{-1} \bullet 3^{-1})^{-1} \bullet (5^{-1} \bullet 7^{-1})^{-1}$

a^{-1} : elemento inverso de a

a) 2 b) 3 c) 5
d) 7 e) 11

02 Se define en $A = \{1;5;8;10\}$ la operación matemática mediante la siguiente tabla.

*	8	10	1	5
8	5	8	10	1
10	8	10	1	5
1	10	1	5	8
5	1	5	8	10

Calcule x si $((x^{-1} * 5)^{-1} * 8^{-1}) * 1 = 10^{-1}$

donde a^{-1} es el elemento inverso de a

a) 1 b) 5 c) 8
d) 9 e) 10

03 Respecto a la operación * definida por: $m * n = n$

Señale las proposiciones verdaderas:

I. * es no asociativa
II. * carece de elemento neutro
III. * es no conmutativa

A) Sólo I es verdadera
B) Sólo II es verdadera
C) Sólo III es verdadera
D) I y II son verdaderas
E) II y III son verdaderas

04 Se define en $\mathbb{R}$ la siguiente operación matemática mediante la presente tabla

Δ	1	2	3	4
3	11	13	15	17
6	20	22	24	26
9	29	31	33	35
12	38	40	42	44

Halle: $32 \, \Delta \, 18$

a) 112 b) 124 c) 132
d) 164 e) 196

05 En la operación matemática, definida por la siguiente tabla, encuentre el valor de:

$$a + b + c - d \, ;$$

sabiendo que dicha operación matemática es conmutativa.

#	2	4	6	8	10	12
4	6	12	10	4	2	c
10	12	2	4	10	8	6
6	8	10	12	6	4	2
8	2	b	6	8	10	12
12	4	8	2	d	6	10
2	10	a	8	2	12	4

a) 24 b) 6 c) 30
d) 18 e) 10

06 Se define en el conjunto de los números reales la operación $a * b = a + b + 3ab$ Sabiendo que el elemento neutro es cero. Hallar la forma del inverso y qué número no tendrá inverso.

a) $\frac{-a}{1+3a}$; $\frac{-1}{3}$ b) $\frac{a}{1+3a}$; $\frac{-1}{3}$

c) $\frac{a}{1-3a}$; $\frac{-1}{3}$ d) $\frac{a}{1-3a}$; $\frac{1}{3}$

e) $\frac{a}{1+3a}$; $\frac{1}{3}$

07 Se define en $A = \{a;b;c;d\}$ la operación matemática $*$ mediante la siguiente tabla.

Calcule: $[((a*b)*c)*(d*a)]*d$

*	b	a	d	c
a	c	a	b	d
b	a	b	d	c
c	b	d	c	a
d	d	c	a	b

a) a
b) b
c) c
d) d
e) e

08 Calcule $(b^{-1} \# c^{-1})^{-1} \# (a \# d^{-1})$, si se define la operación matemática # mediante la siguiente tabla donde a^{-1} es el elemento inverso de a.

#	d	a	c	b
d	a	c	b	d
a	c	b	d	a
c	b	d	a	c
b	d	a	c	b

a) a
b) b
c) c
d) d
e) e

09 Si $a \blacksquare b = 1 + 2^{ab}$ y $m \blacktriangle n = \frac{2}{m+n} + 4$

Calcule $C = \frac{[(1 \blacksquare 2] \blacksquare 2004}{2004 \blacksquare (1 \blacktriangle 1)}$

a) 1 b) −1 c) 2004
d) 1002 e) 0

10 En IR se define la operación "∗" por:

$$a * b = 2a + 2b + 3ab$$

¿Cuántas de las expresiones son falsas?

I. ∗ es conmutativa
II. ∗ es asociativa
III. 0 es el elemento neutro.
IV. $a * (-a) = 3a \cdot a$

A) 0 B) 1 C) 4
D) 2 E) 3

11 Se define la operación ∗ según la tabla

*	1	2	3
1	0	1	2
2	1	3	3
3	2	2	3

Señalar la verdad o falsedad

I. No es falso que: $1 * 2 \neq 2 * 1$

II. No es cierto que: $2 * 3 = 3 * 2$

a) VV b) VF c) FV
d) FF e) N.A.

12 En el conjunto: $M = (a\ ;\ b\ ;\ c\ ;\ d)$. Se define la operación "#" mediante la siguiente tabla:

#	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

¿Cuál de las siguientes alternativas es falsa?

a) El elemento neutro es "a"
b) La operación "#" es conmutativa
c) Cada elemento del conjunto tiene su inverso.
d) La operación "#" es asociativa.
e) La alternativa "c" es falsa.

13 Si se cumple:

$1^{-1} = 3\ ;\ 3^{-1} = 5\ ;\ 5^{-1} = 1\ ;\ 7^{-1} = 7$

además el elemento neutro toma su máximo valor en esta operación cerrada. Calcule:

$$M = ((5 * 1)^{-1} * (3 * 7)^{-1})^{-1}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) N.A.

14 $m\ @\ n = nm/12$

Calcule: $M = (3^{-1}\ @\ x)\ @\ 24^{-1}$

Si: $(x^{-1}\ @\ 18^{-1})\ @\ 6^{-1} = 16$

a) 8 b) 12 c) 16
d) 24 e) 18

15 Se define en IR

$$m \bullet n = m - 5 + n$$

Calcule:

$$W = [(3^{-1} \bullet 2^{-1}) \bullet (5^{-1} \bullet 7^{-1})]^{-1}$$

sabiendo que:

m^{-1} : elemento inverso de m

a) 13 b) 21 c) 2
d) 15 e) 18

16 Si se cumple:

$3 \perp 3 = 30$
$3 \perp 0 = 3$
$0 \perp 3 = 3$

Halle: $3033 \perp 303$

a) 30333 b) 33333 c) 3000
d) 3×10^4 e) 30300

17 De la tabla:

*	5	2	7
2	20	8	28
5	50	20	70
7	70	28	98

Halle $M = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} * \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right) * \left(\frac{1}{8}\right)$

donde: a^{-1} : elemento inverso de a

a) 1 b) 1/2 c) 1/4
d) 2 e) −1

18 Se define:

*	1	3	5	6
1	6	1	3	5
3	1	3	5	6
5	3	5	6	1
6	5	6	1	3

#	1	3	5	6
1	5	6	1	3
3	6	1	3	5
5	1	3	5	6
6	3	5	6	1

Halle x en:
$(1*3)\#6 = (((1*x)\#5)\#(3*6)*3$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 6 e) N.A.

19 Si: MAS * SED = DAM
COL * PAZ = ZOC
ALF * FAL = LLA

Halle: (TOC * TOC) * SOS

a) SOC b) SOS c) COS
d) OSC e) TOS

20 Si la operación @ es conmutativa y tiene como elemento neutro 4.

@		2	3		5
1	3	4			2
		5			
	5	1	3		4
4					
		3			1

Calcule:

$M = \left((4@3)@(2^{-1}@1)\right)^{-1}@5^{-1}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

21 La función $f: I\!R^2 \longrightarrow R$ es una ley de composición interna en $I\!R$ definida por $f(a;b) = a + b^2$. Indicar el valor de verdad de las proposiciones.

I. f es asociativa.
II. f es conmutativa.
III. Admite elemento inverso.

a) FFF b) VVV c) VFV
d) VVF e) FFV

22 En $I\!R$ definimos la operación * por:

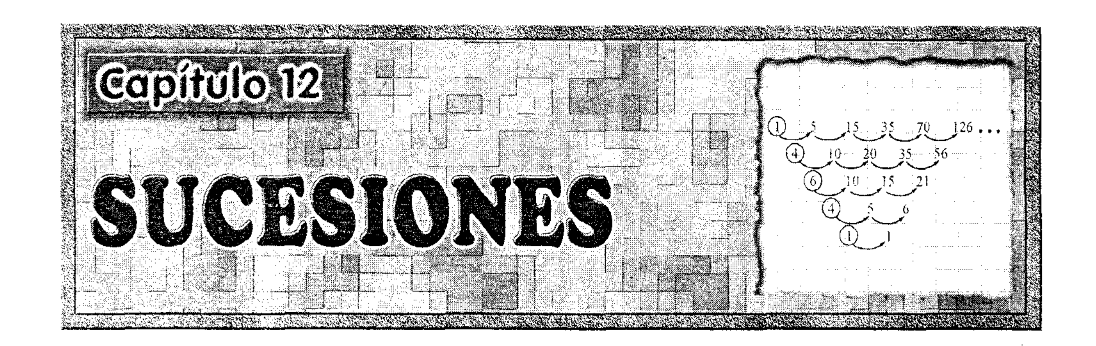
$$x * y = x + y + 5$$

Si x^{-1} denota el inverso de x bajo la operación *, calcular el valor de x en la igualdad.

$$(x^{-1} * 5^{-1}) * 3 = (4^{-1} * x) * 1^{-1}$$

a) 1 b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{5}{2}$

CLAVES				
01. b	**02. e**	**03. e**	**04. c**	**05. b**
06. a	**07. a**	**08. b**	**09. a**	**10. e**
11. c	**12. e**	**13. a**	**14. d**	**15. c**
16. d	**17. a**	**18. b**	**19. a**	**20. d**
21. a	**22. c**			

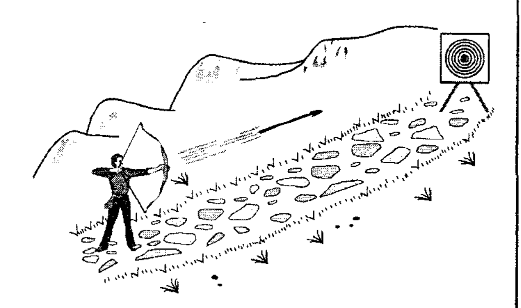


INTRODUCCIÓN

EL MOVIMIENTO IMPOSIBLE

Esta es una de las dos paradojas de Zenón, filósofo griego y se le conoce también como la demostración de que el movimiento es imposible.

Un arquero dispara una flecha a un blanco situado a 100 metros. La flecha para llegar al blanco tiene que atravesar primero la mitad, que es 50 metros. Luego tiene que recorrer la mitad de los 50 metros y queda aún 25 metros por recorrer.



A continuación la flecha deber recorrer la mitad de los 25 metros y así sucesivamente debe recorrer la mitad del espacio que falta recorrer, y cada uno de ellos requiere una cantidad finita de tiempo para ser recorrida. Según Zenón, la suma de un infinito número de intervalos finitos de tiempo debe ser infinito.

En consecuencia:

La flecha no puede llegar al blanco, es decir el movimiento es imposible. Sin embargo sabemos que la flecha en algún momento sí llega al blanco ¿porqué?

NOCIÓN DE SUCESIÓN

Se tiene como idea o noción de sucesión a todo conjunto ordenado de número, letras o figuras, tal que cada uno ocupa un lugar establecido, acorde con una ley de formación, criterios de ordenamiento o fórmula de recurrencia.

EJEMPLOS:

- **SUCESIÓN NUMÉRICA:**

  2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; ...

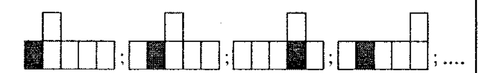
  A partir del tercero, cada término se obtiene sumando los dos anteriores.

- **SUCESIÓN LITERAL:**

  C ; E ; G ; I ; ...

  Cada letra que sigue se obtiene tomando alternadamente las letras del alfabeto a partir de C.

- **SUCESIÓN GRÁFICA**



La sombra avanza un casillero, luego 2, 3 y así sucesivamente de izquierda a derecha. El casillero de encima avanza de uno en uno de izquierda a derecha.

SUCESIONES NUMÉRICAS

Es un conjunto ordenado de número; es decir cada elemento tiene un orden designado.

N° ordinal ⇒ 1° 2° 3° 4° .... n°
Términos ⇒ 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; ...... ; t_n

donde: $t_n = 4n + 3$ (término enésimo)

EJEMPLO 01

Dado el término enésimo (t_n) de una sucesión:

$$t_n = 7n + 1$$

Halle la suma de los 4 primeros términos de la sucesión.

a) 72 b) 73 c) 74
d) 75 e) 76

Resolución:

Como: $t_n = 7n + 1$

$t_1 = 7(1) + 1 = 8$

$t_2 = 7(2) + 1 = 15$

$t_3 = 7(3) + 1 = 22$

$t_4 = 7(4) + 1 = 29$

Entonces la sucesión es:

1° 2° 3° 4° n°
8 ; 15 ; 22 ; 29 ; ...... ; (7n + 1)
+7 +7 +7

Nos piden: 8 + 15 + 22 + 29 = 74

Clave: c

EJEMPLO 02

Halle el término enésimo de:

$$2 \; ; \; 5 \; ; \; 28 \; ; \; 257 \; ; \ldots\ldots$$

a) $n^3 + 1$ b) $2n^3 + 3$ c) $n^2 + n$
d) $n^n - 1$ e) $n^n + 1$

Resolución:

Asociando cada término con el lugar que ocupa:

1°	2°	3°	4°	n°
2 ;	5 ;	28 ;	257	t_n
⇓	⇓	⇓	⇓	⇑
$1^1 + 1$	$2^2 + 1$	$3^3 + 1$	$4^4 + 1$	$n^n + 1$

$$\therefore \quad t_n = n^n + 1$$

Clave: e

SUCESIONES ESPECIALES

- De los números primos:

  2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; ...

- De Fibonacci:

  1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; ...

  (la suma de dos términos consecutivos da el siguiente)

- De Feinberg (Tribonacci):

  $$1 ; 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 13 ; 24 ; \ldots$$

  (la suma de tres términos consecutivos te da el que sigue).

- Oscilante:

  $$1 ; -1 ; 1 ; -1 ; 1 ; -1; \ldots$$

SUCESIONES NOTABLES

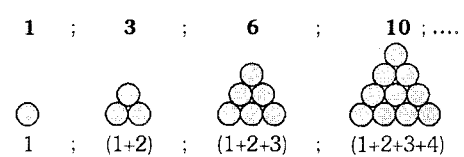
- De los números naturales:

  $$1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots ; t_n = n$$

- De los números impares

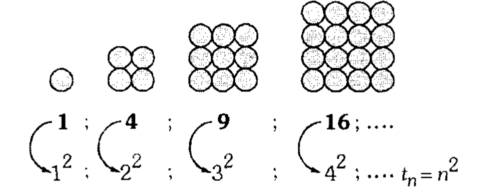
  $$1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; \ldots ; t_n = 2n-1$$

- De los números triangulares:



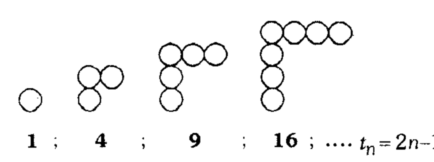
$$\rightarrow \quad t_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- De los cuadrados:



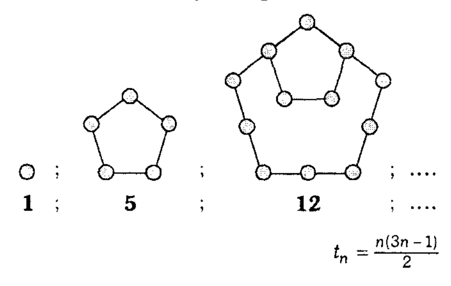
$$t_n = n^2$$

- De los números en escuadra (impares)



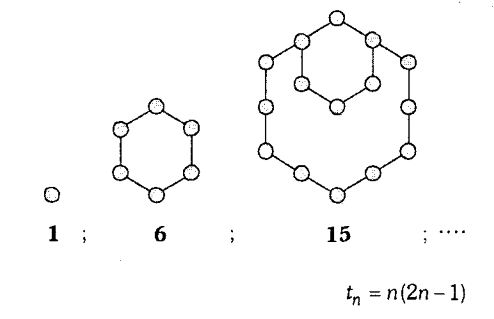
$$t_n = 2n-1$$

- De los números pentagonales .



$$t_n = \frac{n(3n-1)}{2}$$

- De los números hexagonales



$$t_n = n(2n-1)$$

SUCESIONES NUMÉRICAS IMPORTANTES

I. SUCESIÓN LINEAL

También llamada progresión aritmética (P.A.). Se caracteriza por tener razón (r) constante y se calcula como la diferencia de dos términos consecutivos.

1°		2°		3°		4°		n°
6	;	10	;	14	;	18	...	t_n

$+4$, $+4$, $+4$ → razón aritmética

se observa que el término anterior al primero (t_o) es igual a: $t_o = 6 - 4 = 2$

Además:

$$t_1 = 6 = 4(1)+2$$
$$t_2 = 10 = 4(2)+2$$
$$t_3 = 14 = 4(3)+2$$
$$t_n = \underset{\text{razón}}{4}n + \overset{t_o}{2}$$

En general:

Dada la progresión aritmética:

$$t_1 \;,\; t_2 \;,\; t_3 \;,\; t_4 \;,\; \dots \;,\; t_n$$

(+r, +r, +r)

Su término enésimo se calcula así:

$$t_n = rn + t_o$$

Ejemplo 01

Halle el término enésimo y el término de lugar 20 en:

5 , 11 , 17 , 23 , ...

a) $6n+1$; 121 b) $6n$; 120
c) $5n$; 100 d) $6n-1$; 121
e) $6n-1$; 119

Resolución:

Analizando la razón, se deduce que es una P.A.

(–1) 5 , 11, 17 , 23 , ...

+6 +6 +6 +6 ⟶ $r = 6$

$\Rightarrow t_n = 6n - 1$

$\Rightarrow t_{20} = 6(20) - 1 = 119$

Clave: e

Ejemplo 02

Halle el trigésimo quinto término en

32 ; 29 ; 26 ; 23 ; ...

a) –70 b) –66 c) –73
d) –67 e) –76

Resolución:

Se trata de una progresión aritmética:

(35) 32 , 29, 26 , 23 , ...

–3 –3 –3 –3 ⟶ $r = -3$

$$t_n = -3n + 35$$

piden: $t_{35} = -3(35) + 35 = -70$

Clave: a

Nota

Si de la expresión: $t_n = rn + t_o$
Despejamos n, tenemos:

$$\# \text{ términos} = n = \frac{t_n - t_o}{r}$$

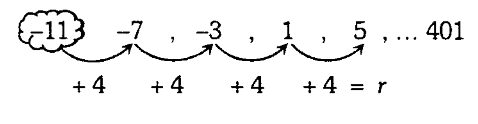
Ejemplo 03

¿Cuántos términos tiene la siguiente sucesión?

–7 ; –3 ; 1 ; 5 ; ... ; 401

a) 101 b) 102 c) 103
d) 104 e) 105

Resolución:
Hallemos t_o y la razón:



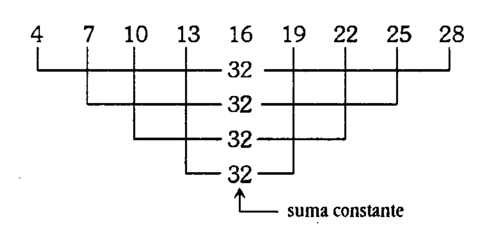
$$\# \text{ términos} = \frac{401-(-11)}{4} = 103$$

$\therefore$ Tiene 103 términos

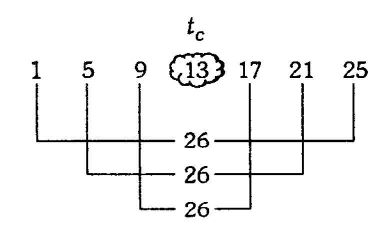
Clave: c

PROPIEDADES

- En toda progresión aritmética se cumple que la suma de los términos extremos es constante.

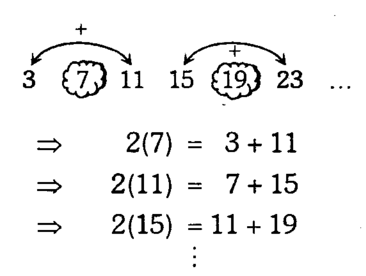


- Si el número de términos de la P.A. es impar, entonces existirá un único término central (t_c) cuyo valor es igual a la semisuma de los extremos.



$$t_c = 13 = \frac{1+25}{2} = \frac{5+21}{2} = \frac{9+17}{2}$$

- Dado tres términos consecutivos de una P.A. el doble del término central es igual a la suma de los otros.



$$\Rightarrow \quad 2(7) = 3+11$$
$$\Rightarrow \quad 2(11) = 7+15$$
$$\Rightarrow \quad 2(15) = 11+19$$
$$\vdots$$

2. SUCESIÓN GEOMÉTRICA

Llamada también progresión geométrica, se caracteriza porque cada término que continúa a partir del segundo término, se obtiene al multiplicar el inmediato anterior por un mismo número, llamado razón geométrica(q)

$$\begin{array}{ccccc} 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \ldots n^\circ \\ 3, & 6, & 12, & 24, & \ldots (t_n = 3\times 2^{n-1}) \end{array}$$

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ — razón geométrica $q = 2$

Se observa que:

$$t_1 = 3 = 3\times 2^0$$
$$t_2 = 6 = 3\times 2^1$$
$$t_3 = 12 = 3\times 2^2$$
$$\vdots$$
$$t_n = \overset{t_1}{3}\times \underset{\text{razón (q)}}{2}^{n-1}$$

En general:

Dada una progresión geométrica:

$$t_1 \;,\; t_2 \;,\; t_3 \;,\; t_4 \;\ldots\;,\; t_n$$

$\times q \quad \times q \quad \times q$

Su término enésimo se calcula así:

$$t_n = t_1 \times q^{n-1}$$

Ejemplo 01

Halle el vigésimo segundo término en:

$$4 \,,\, 12 \,,\, 36 \,,\, 108 \,,\, \ldots$$

a) 4×3^{20} b) 4×3^{17} c) 4×3^{22}
d) 4×3^{27} e) 4×27^{7}

Resolución:

Se trata de una P.G.

$$4 \;,\; 12 \;,\; 36 \;,\; 108 \;,\; \ldots$$

$\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$

$$\Rightarrow \quad t_n = 4\times3^{n-1}$$

piden: $t_{22} = 4\times3^{22-1} = 4\times3^{21}$

$$= 4\times(3^3)^7 = 4\times27^7$$

Clave: e

Ejemplo 02

Halle el t_{11} en:

$$\sqrt{2} \;,\; 2 \;,\; 2\sqrt{2} \;,\; 4 \;,\; \ldots$$

a) $64\sqrt{2}$ b) $32\sqrt{2}$ c) $128\sqrt{2}$
d) $16\sqrt{2}$ e) $32\sqrt{2}$

Resolución:

Analizando la razón se deduce que se trata de una P.G.

$$\sqrt{2} \;,\; 2 \;,\; 2\sqrt{2} \;,\; 4 \;,\; \ldots$$

$\times\sqrt{2} \quad \times\sqrt{2} \quad \times\sqrt{2}$

$$\Rightarrow t_n = \sqrt{2}\times\sqrt{2}^{\,n-1}$$

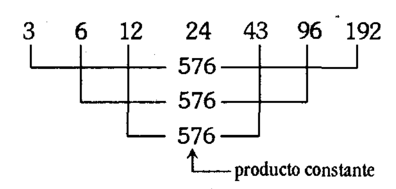
$$\Rightarrow t_{11} = \sqrt{2}\times\sqrt{2}^{\,10} = \sqrt{2}\times2^5$$

$$t_{11} = 32\sqrt{2}$$

Clave: b

PROPIEDADES

- En una P.G. el producto de términos extremos es constante.



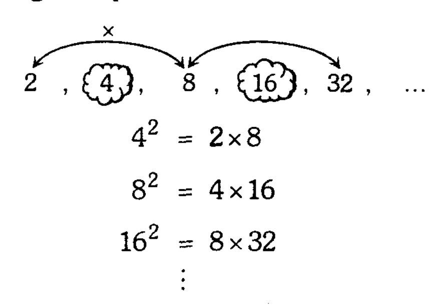
- Si la P.G. tiene un número impar de términos, entonces el término central es igual a la raíz cuadrada del producto de extremos.

5 10 20 40 80 160 320

1600
1600
1600

$$40 = \sqrt{5\times320} = \sqrt{10\times160} = \sqrt{20\times80}$$

- Dado tres términos consecutivos de una P.G. el cuadrado del central es igual al producto de los extremos.



3. SUCESIÓN CUADRÁTICA

Son aquellos en el cual la razón constante aparece en segunda instancia.

2 , 7 , 16 , 29 , 46 ...

+5 +9 +13 +17

+4 +4 +4

Su término enésimo es de la forma:

$$t_n = an^2 + bn + c$$

Donde a, b y c se calculan aplicando una regla práctica.

Ejemplo 01

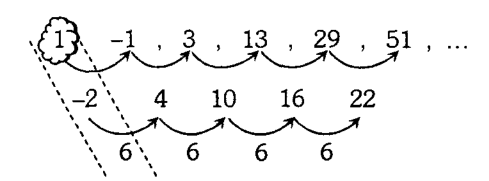
Calcule el vigésimo término de

−1 , 8 , 13 , 29 , 51 , ...

a) 1101 b) 1111 c) 1107
d) 1201 e) 1011

Resolución:

- Primero debemos hallar el término anterior a −1.



- Ahora hallamos a, b y c así:

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$a \downarrow \frac{6}{2}$, $b \downarrow -2-\frac{6}{2}$, $c \downarrow 1$

$$t_n = 3n^2 - 5n + 1$$

$$\Rightarrow t_{20} = 3(20)^2 - 5(20) + 1 = 1101$$

Clave: a

Ejemplo 02

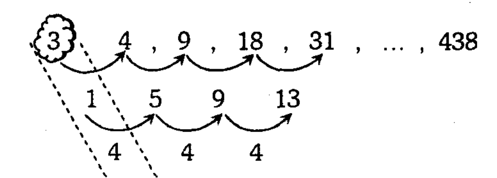
Halle el número de términos en:

4 ; 9 ; 18 ; 31 ; ... ; 438

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

Resolución:

- Hallemos t_n



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$a \downarrow \frac{4}{2}$, $b \downarrow 1-\frac{4}{2}$, $c \downarrow 3$

$$t_n = 2n^2 - n + 3$$

- Para calcular el número de términos debemos igualar t_n con el último término.

$$2n^2 - n + 3 = 438$$

$$n(2n-1) = 435$$

$$n(2n-1) = 15 \times 29$$

$$n = 15$$

$\therefore$ La sucesión tiene 15 términos.

Clave: c

4. SUCESIÓN POLINOMIAL DE MAYOR ORDEN

Ejemplo 01

Halle el término que sigue y el que ocupa el lugar número 15 en:

4 ; 5 ; 8 ; 18 ; 43 ; 94 ; 185 ; ...

a) 333;5023 b) 333;5013 c) 333;5043
d) 333;5033 e) 343;5043

Resolución:

Examinando las razones tendremos:

(4); 5 ; 8 ; 18 ; 43 ; 94 ; 185 ; (333); ...
(1) 3 10 25 51 91 148
(2) 7 15 26 40 57
(5) 8 11 14 17
(3) 3 3 3

$\therefore$ Sigue 333

Para encontrar el t_{15} debemos aplicar:

15 − 1

$$t_{15} = 4\,C_0^{14} + 1\,C_1^{14} + 2\,C_2^{14} + 5\,C_3^{14} + 3\,C_4^{14}$$

$$t_{15} = 4 + 1(14) + 2\left(\frac{14 \times 16}{2 \times 1}\right) + 5\left(\frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1}\right) + 3\left(\frac{14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2 \times 1}\right)$$

$$t_{15} = 5023$$

Clave: a

Ejemplo 02

Halle el vigésimo término en la siguiente sucesión:

1 ; 5 ; 19 ; 49 ; 101 ; ...

a) 7501 b) 7401 c) 7301
d) 7101 e) 7601

Resolución:

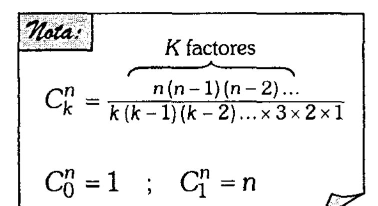
(1); 5 ; 19 ; 49 ; 101 ; ...
(4) 14 30 52
(10) 16 22
(6) 6

$$t_{20} = 1\,C_0^{19} + 4\,C_1^{19} + 10\,C_2^{19} + 6\,C_3^{19}$$

$$= 1 + 4\,(19) + 10\left(\frac{19 \times 18}{2 \times 1}\right) + 6\left(\frac{19 \times 18 \times 17}{3 \times 2 \times 1}\right)$$

$$= 7601$$

Clave: e



Problemas Resueltos

SUCESIONES

PROBLEMA 01

Halle la diferencia entre la cantidad de términos que terminan en 5 y la cantidad de términos que tienen tres cifras en la siguiente sucesión:

$$8 ; 17 ; 26 ; 35 ; 44 ; \ldots ; 899$$

a) 89 b) 79 c) 78
d) 77 e) 80

Resolución:

- Hallemos el término enésimo

$$\underset{}{-1} ; \overset{t_1}{8} ; \overset{t_2}{17} ; \overset{t_3}{26} ; \overset{t_4}{35} ; \ldots \overset{t_n}{}$$

+9 +9 +9 +9

$$\Rightarrow t_n = 9n - 1$$

- Hallemos la cantidad de términos que terminan en 5.

$$t_n = \ldots 5$$
$$9n - 1 = \ldots 5$$
$$9n = \ldots 6$$

↓

4, 14, 24, 34, ⋮, 94 } 10 términos

$$\# \text{ térm.} = \frac{899 - 8}{9} + 1 = 100$$

∴ Hay 10 términos que terminan en 5.

- Finalmente hallemos la cantidad de términos que tienen 3 cifras.

$$100 \leq tn \leq 899$$
$$100 \leq 9n - 1 \leq 899$$
$$101 \leq 9n \leq 900$$
$$11{,}2 \leq n \leq 100$$

↓

12, 13, 14, ⋮, 100 } 89 términos

∴ Hay 89 términos de 3 cifras
⇒ Piden: $89 - 10 = 79$

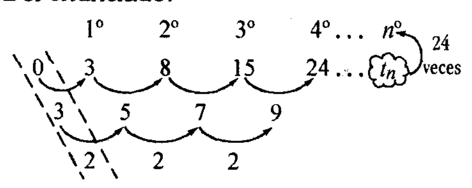
∴ **Clave: b**

PROBLEMA 02

Claudio se propone practicar RM diariamente: El primer día resuelve 3 problemas, el segundo día resuelve 8 problemas; el tercero 15 problemas, el cuarto 24 y así sucesivamente; hasta que cierto día se da cuenta que ha resuelto ese día tantos problemas como 24 veces el número de días que ha estado practicando. Halle el número de problemas resueltos en dicho día.

a) 566 b) 567 c) 528
d) 529 e) 570

Resolución:
Del enunciado:



$$t_n = an^2 + bn + c = n^2 + 2n$$

$a \to 1$, $b \to 2$, $c \to 0$

Luego: $n^2 + 2n = 24n$
$n = 22$

$\therefore$ # de problemas $= 22^2 + 2(22) = 528$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 03

Se ubican los números impares formando cuadrados concéntricos del siguiente modo: (con centro en 1)

41	43	45	47	49
39	13	15	17	19
37	11	1	3	21
35	9	7	5	23
33	31	29	27	25

Determine el número que cierra el vigésimo cuadrado.

a) 881 b) 3631 c) 3361
d) 4531 e) 3261

Resolución:

Revisando el arreglo numérico se observa que los números que cierran los cuadrados forman la siguiente sucesión:

1° 2° 3° 4° ... 20
1 17 49 97 161 ... ?
16 32 48 64
16 16 16

$$tn = an^2 + bn + c = 8n^2 + 8n + 1$$

$a \to 8$, $b \to 8$, $c \to 1$

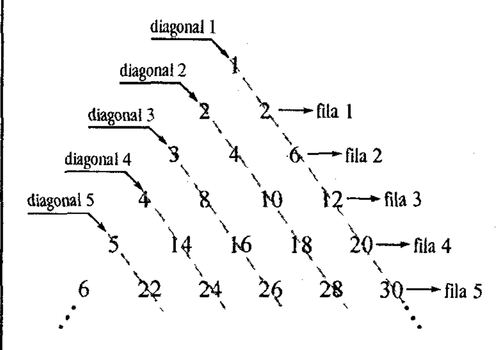
$$\Rightarrow t20 = 8(20)^2 + 8(20) + 1 = 3361$$

$\therefore$ El número que cierra el vigésimo cuadrado es 3361

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 04

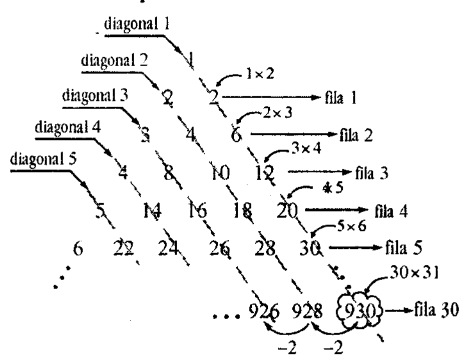
En el siguiente triángulo numérico:



Halle el número que pertenece a la diagonal 20 y a la fila 30.

a) 872 b) 878 c) 882
d) 876 e) 892

Resolución:
Se observa que:



$$\# \text{ pedido } = 930 - \underbrace{2-2-2-2-\ldots}_{19 \text{ veces}}$$

$$= 930 - 38 = 892$$

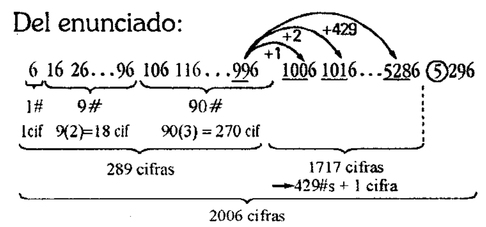
∴ **Clave: e**

PROBLEMA 05

Si consideramos los números 6 , 16 , 26 ... y todos los números que terminan en 6 ¿cuál será la cifra que ocupa el lugar 2006, si todos los números se escriben sucesivamente sin separación?

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 5

Resolución:
Del enunciado:



∴ La cifra que ocupa el lugar 2006 es 5.

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 06

Indicar el menor de 4 términos de una progresión geométrica creciente, sabiendo que la suma de sus extremos es 140 y la suma de sus términos centrales es 60.

a) 4 b) 10 c) 5
d) 15 e) 45

Resolución:
Sea la P.G. creciente: $(q > 1)$

$$t_1 \; ; \; t_1q \; ; \; t_1q^2 \; ; \; t_1q^3 \; ; \ldots$$

del enunciado:

$$t_1 + t_1q^3 = 140 \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (1)$$

$$t_1q + t_1q^2 = 60 \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (2)$$

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{t_1 + t_1q^3}{t_1q + t_1q^2} = \frac{140}{60}$$

$$\frac{\cancel{t_1}(1+q^3)}{\cancel{t_1}q(1+q)} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{\cancel{(1+q)}(1-q+q^2)}{q\cancel{(1+q)}} = \frac{7}{3}$$

$$3 - 3q + 3q^2 = 7q$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$3q \quad -1 \rightarrow q = 1/3 \; ✗$$

$$q \quad -3 \rightarrow q = 3 \; ✓$$

Reemplazando en (1)

$$t_1 + 27t_1 = 140$$

$$t_1 = 5$$

$\therefore$ El menor término es 5

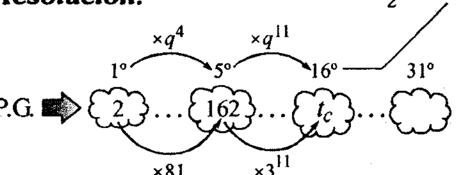
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 07

Si el primer y quinto término de una P.G. de 31 términos son 2 y 162. Halle el término central.

a) 2×3^{10} b) 2×3^{16} c) 2×3^{14}
d) 2×3^{15} e) 2×3^{17}

Resolución:



$\Rightarrow\ q^4=81$
$\quad q = 3$

$\therefore\ t_c=162\times3^{11}=2\times3^{15}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 08

Se tiene una sucesión aritmética de n términos y razón r. Si en dicha sucesión se aumenta 2 unidades a la razón, resulta que la diferencia del último término de la nueva sucesión y de la sucesión original es 72. Además la suma de los primeros términos de ambas sucesiones es 4 y la suma de sus términos centrales es 148. Halle el quinto término de la sucesión original.

a) 11 b) 14 c) 30
d) 24 e) 25

Resolución:

Como la suma de los primeros términos es 4, tenemos:

Sucesión original:

$$\begin{array}{ccccc} 1° & 2° & 3° & 4° & \dots\ n° \\ 2\ ; & (2+r)\ ; & (2+2r)\ ; & (2+3r) & \dots\ (2+(n-1)r) \end{array}$$

$\xrightarrow{r}\quad\xrightarrow{r}\quad\xrightarrow{r}$

Nueva sucesión:

$$\begin{array}{ccccc} 1° & 2° & 3° & 4° & \dots\ n° \\ 2\ ; & (4+r)\ ; & (6+2r)\ ; & (8+3r) & \dots\ (2n+(n-1)r) \end{array}$$

$\xrightarrow{r+2}\quad\xrightarrow{r+2}\quad\xrightarrow{r+2}$

Del enunciado:

$$(2n+(n-1)\,r)-(2+(n-1)\,r)=72$$
$$2n-2=72$$
$$n=37$$

$\therefore$ El término central ocupa la posición:
$\frac{37+1}{2}=19$

Como la suma de los términos centrales es 148.

$$(2+18r)+(38+18r)=148$$
$$r=3$$

Piden: $t_5=2+4r=2+4(3)=14$

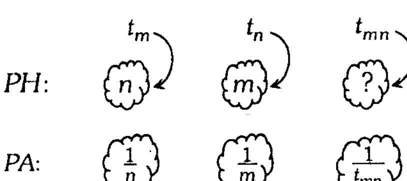
$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 09

El término de lugar m de una progresión armónica es n y el término de lugar n es igual a m. Halle el término de lugar mn de la progresión armónica.

a) 1 b) 2 c) 4
d) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$

Resolución:



Luego: $\frac{1}{n}+(n-m)r=\frac{1}{m}$

$r=\frac{1}{mn}$

Además: $\frac{1}{m}+(mn-n)r=\frac{1}{t_{mn}}$

$\frac{1}{m}+\frac{mn-n}{mn}=\frac{1}{t_{mn}}$

$\frac{\not{n}+mn-\not{n}}{mn}=\frac{1}{t_{mn}}$

$1=\frac{1}{t_{mn}}$

$\therefore\quad t_{mn}=1$

$\therefore$ **Clave: a**

NOTA:

Una progresión armónica (P.H.) es aquella cuyos elementos son las inversas de los elementos de una progresión aritmética (P.A.)

P.A. $= a\,;\,(a+r)\,;\,(a+2r)\,;\ldots$

P.H. $= \frac{1}{a};\ \frac{1}{a+r}\ ;\ \frac{1}{a+2r}\ ;\ldots$

PROBLEMA 10

Halle el término central de la sucesión que ocupa la fila 19.

3

7 11

13 19 23

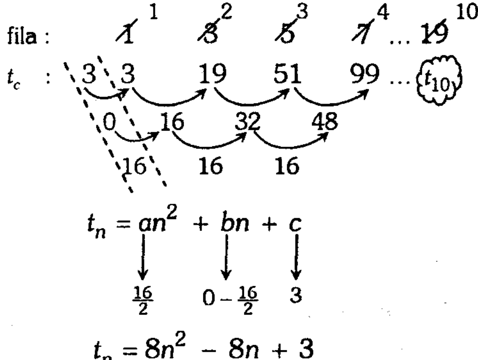
27 31 35 39

⋰ ⋱

a) 732 b) 821 c) 723
d) 781 e) 841

Resolución:

Completando más filas:



los términos centrales forman la sucesión:

fila : 1, 3, 5, 7 … 19 (1, 2, 3, 4 … 10)

t_c : 3, 3, 19, 51, 99 … t_{10}

0, 16, 32, 48

16, 16, 16

$t_n = an^2 + bn + c$

$a=\frac{16}{2}$, $b=0-\frac{16}{2}$, $c=3$

$t_n = 8n^2 - 8n + 3$

$\Rightarrow\quad t_{10}=8(10)^2-8(10)+3=723$

$\therefore$ El término central es 723

$\therefore$ **Clave: c**

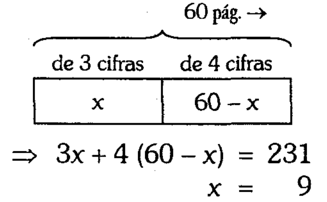
PROBLEMA 11

En las últimas 60 páginas de un libro se han utilizado 231 tipos de imprenta. ¿Cuántas cifras 0 se han utilizado en la enumeración de todo el libro?

a) 255 b) 256 c) 257
d) 254 e) 266

Resolución:

Si las últimas 60 páginas fuesen de 3 cifras se habrían utilizado 180 cifras y si fuesen de 4 cifras se habrían utilizado 240 cifras; luego se deduce que algunas son de 3 cifras y el resto de 4.



$\Rightarrow \ 3x + 4(60 - x) = 231$

$x = 9$

∴ las últimas 51 páginas son de 4 cifras:

1000 1001 1002 ... 1050 (última página)

Ahora contemos cuántas cifras 0 se han utilizado:

En las unidades:

10 ; 20 ; 30 ; ...... ; 1050 — 105 cifras 0

En las decenas:

100 101 102 ...... 109 → 10 cifr.
200 201 202 ...... 209 → 10 cifr.
300 301 303 ...... 309 → 10 cifr.
⋮
900 901 902 ...... 909 → 10 cifr.
1000 1001 1002 ......1009 → 10 cifr.

100 cifras 0

En las centenas:

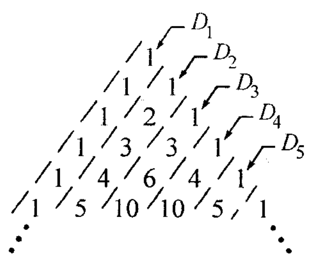
1000 , 1001 , 1002 , 1003 ...... , 1050 — 51 cifras 0

∴ total cifras = 105 + 100 + 51 = 256

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 12

Según el siguiente arreglo:



calcular el valor de t_{15} en la diagonal número cinco (D_5)

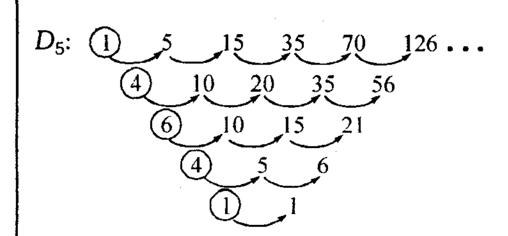
a) 3010 b) 3400 c) 3040
d) 3060 e) 3050

Resolución:

Encontrando más términos de D_5

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

D_5



$t_n = 1C_o^{n-1} + 4C_1^{n-1} + 6C_2^{n-1} + 4C_3^{n-1} + 1C_4^{n-1}$

$t_{15} = 1C_o^{14} + 4C_1^{14} + 6C_2^{14} + 4C_3^{14} + 1C_4^{14}$

$$t_{15} = 1 + 4\,(14) + 6\left(\frac{14\times 13}{2\times 1}\right) + 4\left(\frac{14\times 13\times 12}{3\times 2\times 1}\right) + 1\left(\frac{14\times 13\times 12\times 11}{4\times 3\times 2\times 1}\right)$$

$$t_{15} = 3060$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 13

Halle el término que ocupa el lugar 20 en:

$$1\ ;\ {}^{6}/_{5}\ ;\ {}^{11}/_{7}\ ;\ 2\ ;\ {}^{27}/_{11}\ ;\ \ldots$$

a) 421/32 b) 402/41 c) 372/13
d) 401/42 e) 404/40

Resolución:

Dando forma a cada término:

1°	2°	3°	4°	5°		20°
1	$\frac{6}{5}$	$\frac{11}{7}$	2	$\frac{27}{11}$	...	?
⇓	⇓	⇓	⇓	⇓		⇑
$\frac{3}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{11}{7}$	$\frac{18}{9}$	$\frac{27}{11}$	...	$\frac{402}{41}$
⇓	⇓	⇓	⇓	⇓		⇑
$\frac{1^2+2}{2(1)+1}$	$\frac{2^2+2}{2(2)+1}$	$\frac{3^2+2}{2(3)+1}$	$\frac{4^2+2}{2(4)+1}$	$\frac{5^2+2}{2(5)+1}$		$\frac{20^2+2}{2(20)+1}$

$\therefore$ El término pedido es: 402/41

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 14

¿Cuántos términos tiene la siguiente sucesión aritmética?

$$\overline{aa}\,,\ldots,\overline{(2a)b}\,,54\,,\overline{ba}\,;\ldots;\overline{b\left(\frac{2a+b}{2}\right)(2a)}$$

a) 78 b) 79 c) 80
d) 81 e) 82

Resolución:

Por propiedad:

$$\overline{(2a)b} + \overline{ba} = 2(54)$$

$$(20a+b)+(10b+a) = 108$$

$$21a + 11b = 108$$

$$\quad\ \downarrow \quad\ \ \downarrow$$

$$\quad\ 2 \quad\ \ 6$$

Reemplazando en la sucesión:

$$22\ ;\ \ldots\ ;\ 46\ ;\ 54\ ;\ 62\ ;\ \ldots\ ;\ 654$$

(+8, +8)

$$\#\ \text{términos} = \frac{\text{último - primero}}{\text{razón}} + 1$$

$$= \frac{654-22}{8} + 1 = 80$$

$\therefore$ la sucesión tiene 80 términos

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 15

¿Cuántos términos comunes a las tres sucesiones existen?

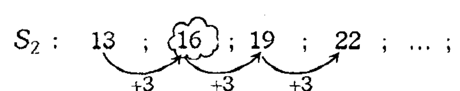
S_1 : 16 , 18 , 20 , 22 , ... , 820
S_2 : 13 , 16 , 19 , 22 , ... , 901
S_3 : –4 , 1 , 6 ; 11 , ...

a) 276 b) 277 c) 280
d) 278 e) 279

Resolución:

De las tres sucesiones dadas se observa que el primer término común es 16.

S_1 : 16 ; 18 ; 20 ; 22 ; ... ;
(+2, +2, +2)



S_3 : -4 ; 1 ; 6 ; 11 ; (16) ; ...
+5 +5 +5 +5

Como las tres sucesiones son aritméticas, los términos comunes también forman una sucesión aritmética; donde la razón es:

$$\text{MCM }(2,3,5) = 30.$$

Sucesión de términos comunes ⇨ 16 ; 46 ; 76 ; ...
+30 +30

$$t_n = 30n - 14$$

Como los términos comunes pertenecen a las tres sucesiones, se debe verificar que:

$$t_n = 3n - 14 \leq 820$$
$$n \leq 278$$

Como: $n = \underbrace{1, 2, 3, \ldots, 278}$

∴ Hay 278 términos comunes

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 16

Si las sucesiones:

$(x-4)$; x ; $(x-2)$; ...

$(y+1)$; $3y$; $(9y-5)$; ...

Son P.G. además: x ; y ; z ; ... es una P.A. Halle el valor de z.

a) 8 b) 6,5 c) 4
d) 3 e) 2

Resolución:

Por propiedad:

PG: $(x-4)$; $\underline{x}$; $(x+2)$; ...

$$x^2 = (x-4)(x+2)$$
$$\cancel{x^2} = \cancel{x^2} - 2x - 8$$
$$x = -4$$

PG: $(y+1)$; $3y$; $(9y-5)$

$$(3y)^2 = (y+1)(9y-5)$$
$$\cancel{9y^2} = \cancel{9y^2} + 4y - 5$$
$$y = 1,25$$

P.A.: -4 ; $1,25$; $(6,5)$ ← z
+ 5,25 + 5,25

∴ $z = 6,5$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 17

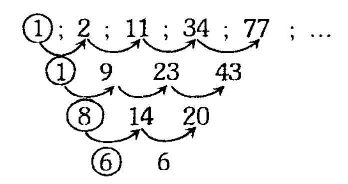
En la siguiente sucesión halle el vigésimo término.

1 ; 2 ; 11 ; 34 ; 77 ; ...

a) 8802 b) 7602 c) 8002
d) 7202 e) 7802

Resolución:

Analizando:



$$t_{20} = 1\,C_0^{19} + 1\,C_1^{19} + 8\,C_2^{19} + 6\,C_3^{19}$$

$$t_{20} = 1 + 1(19) + 8\left(\frac{19\times18}{2\times1}\right) + 6\left(\frac{19\times18\times17}{3\times2\times1}\right)$$

$$t_{20} = 7202$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 18

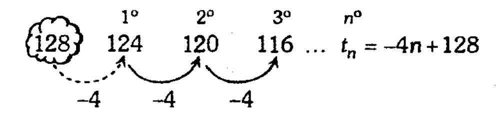
Las sucesiones:

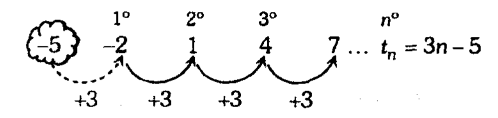
124 , 120 , 116 , 112 , ...
–2 , 1 , 4 , 7 , ...

Tiene igual cantidad de términos y además sus últimos términos son iguales. El penúltimo término de la segunda sucesión es:

a) 18 b) 49 c) 55
d) 52 e) 56

Resolución:





Como sus dos últimos términos son iguales:

$$-4n + 128 = 3n - 5$$
$$133 = 7n$$
$$n = 19$$

$\Rightarrow$ las dos sucesiones tienen 19 términos

Piden: $t_{18} = 3(18) - 5 = 49$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 19

En un laboratorio se tiene dos microbios; uno tipo A y otro tipo B, para el primero se observa que luego del primer día se reproducen y son 3 microbios, luego de dos días son 7, luego de 3 días son 13, luego de 4 días son 21, y así sucesivamente. Para el tipo B al final del mismo primer día son 10, luego del segundo día 19, luego del tercero 28, y así sucesivamente. ¿Al final de cuántos días el número de microbios de A y B son iguales?

a) 11 b) 13 c) 8
d) 23 e) 15

Resolución:

A: 1°: 3 ; 2°: 7 ; 3°: 13 ; 4°: 21 ...... n°: t_n

$3 \Downarrow 1^2+2$; $7 \Downarrow 2^2+3$; $13 \Downarrow 3^2+4$; $21 \Downarrow 4^2+5$; $t_n \Uparrow n^2+n+1$

B: 1°: 10 ; 2°: 19 ; 3°: 28 ...... n°: t_n (+9, +9)

$t_n = 9n + 1$

Igualando:

$$n^2 + n + \cancel{1} = 9n + \cancel{1}$$
$$n = 8$$

$\therefore$ Al final de 8 días.

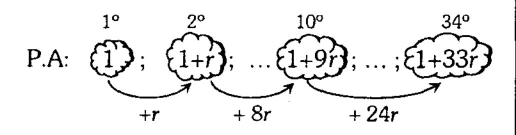
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 20

Halle la razón de una progresión aritmética cuyo primer término sea la unidad y tal que los términos de lugares 2 , 10 y 34 forman una progresión geométrica.

a) 2/5 b) 1/3 c) 3/4
d) 5/7 e) 2/5

Resolución:



Como t_2 , t_{10} y t_{34} forman una P.G.

$$(1+9r)^2 = (1+r)(1+33r)$$

$$\not{1} + 81r^2 + 18r = \not{1} + 34r + 33r^2$$

$$48r^2 = 16r$$

$$r = 1/3$$

$\therefore$ La razón es 1/3

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 21

Halle el número de términos de la sucesión:

$$\overline{a3}\ ;\ \overline{a6}\ ;\ \overline{a9}\ ;\ \dots\ ;\ \overline{(a+5)7}$$

a) 16 b) 17 c) 19
d) 18 e) 15

Resolución:

$\overline{ao}$; $\overline{a3}$; $\overline{a6}$; $\overline{a9}$; ... ; $\overline{(a+5)7}$

+3 +3 +3

$$\#\text{ términos} = \frac{\overline{(a+5)7} - \overline{ao}}{3} = \frac{57}{3} = 19$$

$\therefore$ **Clave: c**

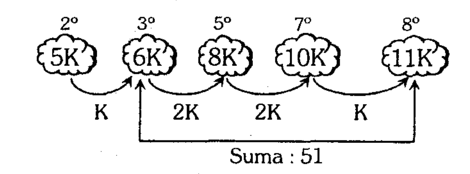
PROBLEMA 22

La suma del tercer y octavo término de una P.A es 51 y la relación del quinto y del séptimo término es 4/5. Halle el segundo término.

a) 7 b) 9 c) 10
d) 13 e) 15

Resolución:

Del enunciado:



luego: $6K + 11K = 51$

$$K = 3$$

$$\Rightarrow t_2 = 5(3) = 15$$

$\therefore$ **Clave: e**

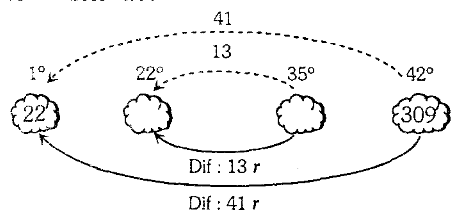
PROBLEMA 23

En una progresión aritmética de 42 términos el primer término es 22 y el último 309. Halle la diferencia entre el trigésimo quinto y el vigésimo segundo término de dicha sucesión.

a) 260 b) 169 c) 101
d) 91 e) 71

Resolución:

Del enunciado:



Del gráfico: $41\,r = 309 - 22$

$r = 7$

Piden: $13(7) = 91$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 24

Heraldo se da cuenta que el libro que está leyendo tiene la misma cantidad de tipos de imprenta en las 60 primeras páginas que en las 44 últimas páginas. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

a) 140 b) 212 c) 122
d) 124 e) 116

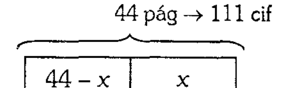
Resolución:

- Tipos de imprenta (cifras) en las primeras 60 páginas.

$\underbrace{1, 2, 3, \ldots; 9}_{\substack{9\ \#_s \\ \to\ 9\text{ cif}}}$, $\underbrace{10\ ,\ 11\ , \ldots 60}_{\substack{51\ \#_s \\ \to\ 102\text{ cif}}}$

$\to$ 111 cif

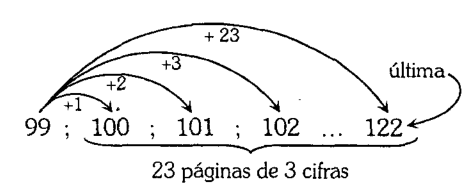
- Como en las últimas 44 páginas se han usado 111 cifras, algunas son de 2 cifras y otras de 3.



$\Rightarrow\ 2(44 - x) + 3x = 111$

$x = 23$

luego:



$\therefore$ # de páginas = 122

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 25

¿Cuántas cifras se han utilizado en la siguiente sucesión?

$$\underbrace{4\ ;\ 7\ ;\ 10\ ;\ 13\ ;\ 16\ ;\ \ldots}_{100\text{ términos}}$$

a) 270 b) 211 c) 250
d) 265 e) 266

Resolución:

Ayudándonos de: $t_n = 3n + 1$

Agrupamos los términos de una, dos y tres cifras

$$\underbrace{\overset{1°}{4}\ ;\ \overset{2°}{7}}_{\substack{2\#s \\ \to\ 2\text{ cif}}}\ ;\ \underbrace{\overset{3°}{10}\ ;\ \overset{4°}{13}\ ;\ \ldots\ ;\ \overset{32°}{97}}_{\substack{30\#s \\ \to\ 60\text{ cif}}}\ ;\ \underbrace{\overset{33°}{100}\ ;\ \ldots\ ;\ \overset{100°}{301}}_{\substack{68\#s \\ \to\ 204\text{ cif}}}$$

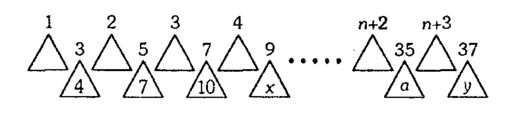
$\to$ 266 cifras

$\therefore$ Se han utilizado 266 cifras

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 26

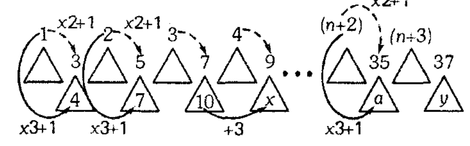
Hallar: $n + a + x + y$



a) 137 b) 135 c) 153
d) 145 e) 126

Resolución:

Del gráfico.



$\rightarrow 2\,(n+2)+1 = 35 \;\Rightarrow\; n = 15$

$\rightarrow \; a = 3\,(n+2)+1$

$\quad = 3(17)+1 = 52$

$\rightarrow \; x = 10+3 = 13$

$\rightarrow \; y = a+3 = 52+3 = 55$

Piden: $15+52+13+55 = 135$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 27

Hallar el valor de "n" en la siguiente sucesión:

$(x+2);(x+4)^2;(x+8)^4;\ldots;(x+90-n)^{n+6}$

a) 22 b) 35 c) 28
d) 16 e) 26

Resolución:

Se deduce:

$\overset{\div 2}{(x+2)^1};\overset{\div 2}{(x+4)^2};\overset{\div 2}{(x+8)^4};\ldots;\overset{\div 2}{(x+\overline{90-n})^{n+6}}$

$$\Rightarrow \frac{90-n}{2} = n+6$$

$$90-n = 2n+12$$

$$n = 26$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 28

Los términos de una sucesión definidos por: $t_n = 8n^2-6n+3$ ocupan los lugares impares de una nueva sucesión y los términos de la sucesión definidos por: $t_n = 8n^2+2n+2$ ocupan los lugares pares de la misma nueva sucesión. Calcule el término enésimo de la nueva sucesión formada.

a) $2n^2+2n-2$ b) $2n^2+2n+2$
c) $2n^2+n+2$ d) n^2+2n
e) n^2+2n+2

Resolución:

Términos impares

$t_n = 8n^2-6n+3$

$t_1 = 8(1)^2-6(1)+3 = \underline{\mathbf{5}}$

$\rightarrow t_2 = 8(2)^2-6(2)+3 = \underline{\mathbf{23}}$

$\rightarrow t_3 = 8(3)^2-6(3)+3 = \underline{\mathbf{57}}$

$\vdots$

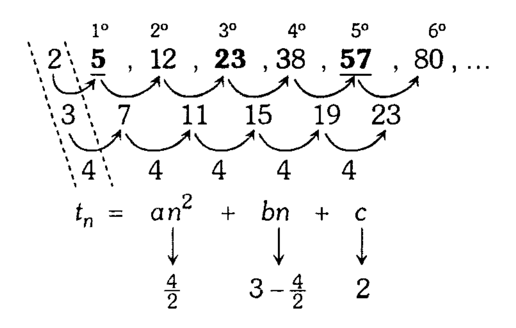
Términos pares

$$t_n = 8n^2 + 2n + 2$$

$$t_1 = 8(1)^2 - 2(1) + 2 = 12$$

$$\rightarrow t_2 = 8(2)^2 - 2(2) + 2 = 38$$

$$\rightarrow t_3 = 8(3)^2 + 2(3) + 2 = 80$$



$\therefore\ t_n = 2n^2 + n + 2$

$\therefore$ ***Clave*: c**

PROBLEMA 29

¿Cuál es el cuarto término que termina en 5 en la siguiente sucesión?

$$1 \ , \ 10 \ , \ 25 \ , \ 46 \ , \ \ldots$$

a) 145 b) 505 c) 865
d) 735 e) 1585

Resolución:

Analizando la sucesión:

$$-2 \ ; \ 1 \ , \ 10 \ , \ 25 \ , \ 46 \ ; \ \ldots$$

$$3 \quad 9 \quad 15 \quad 21$$

$$6 \quad 6 \quad 6$$

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{6}{2} \qquad b = 3 - \frac{6}{2} \qquad c = -2$$

$$t_n = 3n^2 - 2$$

Para que los términos terminen en 5:

$$t_n = 3n^2 - 2 = \ldots 5$$

$$3n^2 = \ldots 7$$

$$n^2 = \ldots 9$$

$$n = \ldots 3 \ \text{ó} \ n = \ldots 7$$

$$n = 3 , 7 , 13 , \boxed{17} , 23 , 27 , \ldots$$

$\therefore$ El cuarto término que termina en 5 es:

$$t_{17} = 3(17)^2 - 2 = 865$$

$\therefore$ ***Clave*: c**

PROBLEMA 30

Una persona compra el 26 de mayo 16 pantalones y regala 4, el día 27 compra 18 y regala 8, al día siguiente compra 22 y regala 14, el 29 de mayo compra 28 y regala 22 y así sucesivamente, hasta que un día compra cierto número de pantalones y los regaló todos. ¿Qué día fue ese?

a) 1 de junio b) 31 de mayo
c) 30 de mayo d) 2 de junio
e) 3 de junio

Resolución:

	26 Mayo	27 Mayo	28 Mayo	29 Mayo ... (+3)
Compra:	16 ;	18 ;	22 ;	28 ...
regala:	4 ;	8 ;	14 ;	22 ...
Diferenc:	12 ;	10 ;	8 ;	6 ; ... 0

7 términos

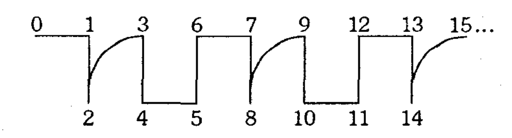
El día fue:

29 mayo + 3 días = 1 de Junio

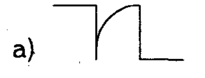
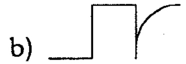
$\therefore$ **Clave: *a***

PROBLEMA 31

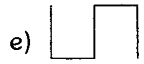
Se tiene la siguiente figura:



¿Cuál es el pedazo que une el punto 2003 con el punto 2008?

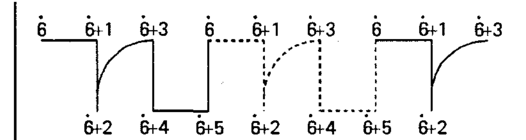
a)  b) 

c) d)

e) 

Resolución:

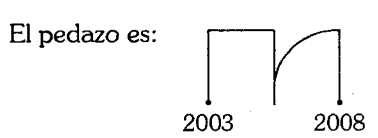
Observe que cada cierto pedazo de la figura se repite.



Como $\quad 2003 = \overset{\circ}{6} + 5$

$\quad\quad\quad 2008 = \overset{\circ}{6} + 4$

El pedazo es:



$\therefore$ **Clave: *d***

PROBLEMA 32

La siguiente sucesión es una sucesión armónica.

$$\frac{1}{2x+3} \; ; \; \frac{1}{x+8} \; ; \; \frac{1}{3x+1} \; ; \; \frac{1}{y} \; ; \; \ldots$$

Calcular el valor de $x + y$.

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

Resolución:

P. armónica $\Rightarrow \frac{1}{2x+3} ; \frac{1}{x+8} ; \frac{1}{3x+1} ; \frac{1}{y}$

P. aritmética $\Rightarrow 2x + 3 ; x + 8 ; 3x + 1 ; y$

Luego: $\quad 2(x+8) = (2x+3) + (3x+1)$

$\quad\quad\quad 2x + 16 = 5x + 4$

$\quad\quad\quad x = 4$

Reemplazando en la P.A.

P. Aritmética: $\quad 11 \; ; \; 12 \; ; \; 13 \; ; \; 14$

$\quad\quad +1 \quad +1 \quad +1$

$\Rightarrow \quad y = 14$

Piden: $4 + 14 = 18$

$\therefore$ **Clave: d**

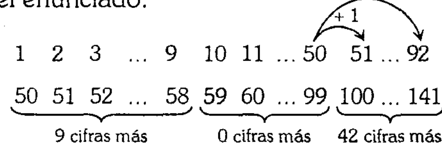
PROBLEMA 33

Se empieza a numerar las páginas de un libro de la siguiente manera: la primera página con 50, la segunda página con 51, la tercera con 52, y así sucesivamente, utilizando de esta manera 51 cifras más que en la enumeración normal. ¿Cuántas hojas tiene el libro?

a) 32 b) 64 c) 42
d) 92 e) 46

Resolución:

Del enunciado:



$\therefore$ El libro tiene 92 páginas = 46 hojas

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 34

En la sucesión:

$$4 \; ; \; 7 \; ; \; 10 \; ; \; 13 \; ; \; \ldots \; ; \; 199$$

¿Cuántos de sus términos son cuadrados perfectos?

a) 10 b) 4 c) 8
d) 6 e) 9

Resolución:

Analizando cada término se deduce que al quitarle uno se obtiene un múltiplo de 3.

cuadrados perfectos:

$$\cancel{1^2}, 2^2, \cancel{3^2}, 4^2, 5^2, \cancel{6^2}, 7^2$$
$$8^2, \cancel{9^2}, 10^2, 11^2, \cancel{12^2}, 13^2, 14^2$$

De los cuadrados perfectos menores a 199 los únicos que cumplen esta propiedad son 9.

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 35

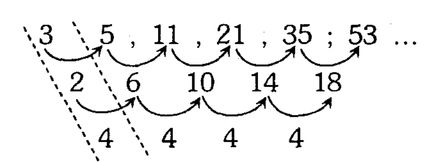
Dada la siguiente sucesión de 20 términos. Calcular cuántos términos terminan en la cifra 5.

$$5 \; ; \; 11 \; ; \; 21 \; ; \; 35 \; ; \; 53 \; ; \; \ldots$$

a) 3 b) 2 c) 7
d) 8 e) 4

Resolución:

Hallemos t_n



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{4}{2} \qquad b = 2 - \frac{4}{2} \qquad c = 3$$

$$t_n = 2n^2 + 3$$

Para que terminen en 5

$$t_n = \quad 2n^2+3=\ldots5$$

$$2n^2=\ldots2$$

$$n^2=\ldots6 \qquad n^2=\ldots1$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\ldots4 \qquad \ldots1$$

$$\ldots6 \qquad \ldots9$$

$$\underbrace{n=4,6,14,16}_{4\text{ valores}} \quad n=\underbrace{1,9,11,19}_{4\text{ valores}}$$

∴ Hay 8 términos que terminan en cifra 5.

∴ **Clave: e**

PROBLEMA 36

Se tiene la sucesión $\{a_k\}$ donde:

$$a_{k+1}-a_k=7$$

Si dicha sucesión consta de $(2n+1)$ términos, donde el término de lugar $(n+1)$ es 145 y la diferencia entre el último y el primer término es $14\,n$. Calcular la diferencia entre los términos de lugar 32 y 10.

a) 147 b) 140 c) 161
d) 154 e) 168

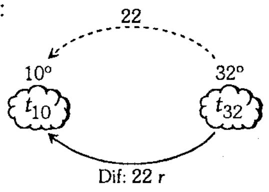
Resolución:

Como la diferencia entre dos términos consecutivos cualquiera es constante.

$$a_{k+1}-a_k=7$$

Se trata de una P.A. de razón 7

Además:



Luego: $t_{32}-t_{10}=22(7)=154$

∴ **Clave: d**

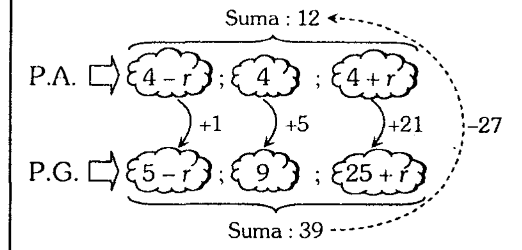
PROBLEMA 37

Si a tres números positivos que forman una P.A. se les suma 1, 5, 21 respectivamente, forma una P.G. cuya suma es 39. Halle la semisuma de los tres números en progresión aritmética.

a) 6 b) 8 c) 14
d) 16 e) 10

Resolución:

Del enunciado:



Por propiedad:

$$9^2=(5-r)\,(25+r)$$

$$3\times27=(5-r)\,(25+r)$$

$$\therefore\ r=2$$

Luego: P.A. ⇨ 2 ; 4 ; 6

Piden : $\frac{2+4+6}{2}=6$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 38

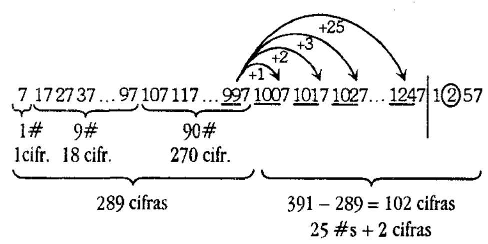
Si se escribe en forma continua los números terminados en 7; así:

717273747 ...

¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar 391?

a) 1 b) 2 c) 6
d) 3 e) 4

Resolución:



∴ La cifra 2 ocupa el lugar 391

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 39

En la siguiente sucesión:

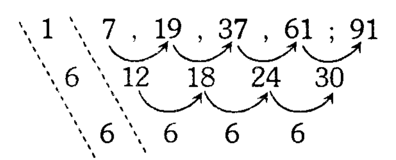
7 ; 19 ; 37 ; 61 ; 91 ...

Halle la diferencia entre el penúltimo término de 3 cifras y el cuarto término de 4 cifras.

a) 565 b) 580 c) 570
d) 575 e) 585

Resolución:

Hallemos t_n de la sucesión:



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a=\frac{6}{2} \qquad b=6-\frac{6}{2} \qquad c=1$$

$$t_n = 3n^2+3n+1$$

Encontramos el último término de 3 cifras así:

$$t_n = 3n^2+3n+1 < 1000$$
$$3n^2+3n < 999$$
$$n^2+n < 333$$
$$n < 18$$

luego:

t_1 , t_2 , t_3 , ..., t_{16} , t_{17} , t_{18} , t_{19} , t_{20} , t_{21} ...

(t_{16}: penúltimo de 3 cifras; t_{17}: último de 3 cifras; t_{18}: primero de 4 cifras; t_{21}: cuarto de 4 cifras)

∴ Piden $= t_{21}-t_{16}$

$$= (3(21)^2+3(21)+1)-(3(16)^2+3(16)+1)$$
$$= 1387-817=570$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 40

Al escribir el siguiente número:

20022200002222000000222 ...

Determine los dígitos que aparecen en los lugares 20020 y 20200.

a) 0 ; 2 b) 2 ; 0 c) 1 ; 3
d) 0 ; 0 e) 2 ; 2

Resolución:

Se observa que:

$$\underbrace{2}_{1\text{ cif}}\ \underbrace{00}_{2\text{ cif}}\ \underbrace{222}_{3\text{ cif}}\ \underbrace{0000}_{4\text{ cif}}\ \ldots\ \underbrace{\quad}_{n}$$

$$\text{total} = 1+2+3+4+\ldots+n = n\,(n+1)/2$$

Para que: $\frac{n(n+1)}{2}$ se aproxime a

$$20020 \Rightarrow n = 199$$

Luego:

$$\underbrace{2}_{1}\ \underbrace{00}_{2}\ \underbrace{222}_{3}\ \underbrace{000}_{4}\ldots\underbrace{22\ldots2}_{199}\ \underbrace{00\ldots0}_{200}\ \underbrace{22\ldots2}_{201}$$

$$\frac{199\times200}{2} = 19900\ cif$$

$$20100\ cif$$

$$20301\ cif$$

∴ Se deduce que en los lugares 20020 y 20200 aparecen las cifras 0 y 2 respectivamente.

∴ **Clave: *a***

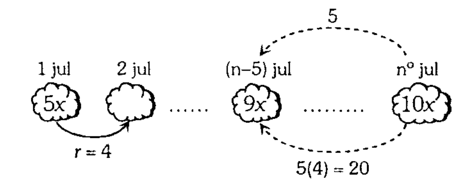
PROBLEMA 41

Benito decide ahorrar durante todo el mes de julio de la siguiente manera: cada día 4 soles más que el día anterior. ¿En qué día se cumplirá que lo ahorrado en ese día sea los 10/9 de lo ahorrado 5 días antes, y además sea 2 veces lo ahorrado el primer día?

a) 24 de julio b) 25 de julio
c) 26 de julio d) 27 de julio
e) 28 de julio

Resolución:

Del enunciado



$$\Rightarrow \quad 10x - 9x = 20$$
$$x = 20$$
$$\Rightarrow \quad (n-1)(4) = 10x - 5x$$
$$(n-1)(4) = 5x$$
$$(n-1)(4) = 5\,(20)$$
$$n = 26$$

∴ Se cumplirá el 26 de julio

∴ **Clave: *c***

PROBLEMA 42

En el siguiente triángulo numérico:

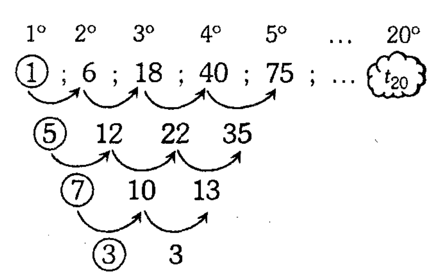
Fila 1 ⟶ 1
Fila 2 ⟶ 2 4
Fila 3 ⟶ 3 6 9
Fila 4 ⟶ 4 8 12 16
⋰ ⋱

Calcular la suma de términos de la fila 20

a) 4800 b) 6200 c) 3200
d) 1520 e) 4200

Resolución:

Sumando los elementos de cada fila:



$$t_{20} = 1C_0^{19} + 5C_1^{19} + 7C_2^{19} + 3C_3^{19}$$

$$= 1 + 5(19) + 7\frac{(19\times 18)}{2\times 1} + 3\frac{(19\times 18\times 17)}{3\times 2\times 1}$$

$$= 4200$$

$\therefore$ **Clave: e**

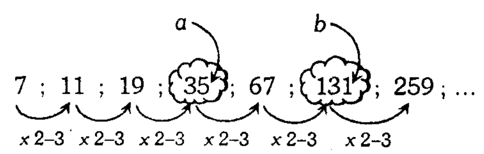
PROBLEMA 43

Calcular $a + b$, si se tiene la siguiente sucesión:

$$7\ ;\ 11\ ;\ 19\ ;\ a\ ;\ 67\ ;\ b\ ;\ 259\ ;\ \ldots$$

a) 163 b) 164 c) 165
d) 166 e) 167

Resolución:



Luego: $a + b = 35 + 131 = 166$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 44

Dada las siguientes sucesiones:

$$5\ ;\ 12\ ;\ 19\ ;\ 26\ ;\ \ldots$$
$$7\ ;\ 11\ ;\ 15\ ;\ 19\ ;\ \ldots$$

¿Cuántos términos comunes de 3 cifras existen?

a) 60 b) 34 c) 32
d) 63 e) 33

Resolución:

$$5\ ;\ 12\ ;\ 19\ ;\ 26\ ;\ \ldots$$
$+7 \quad +7 \quad +7 \quad \Rightarrow r = 7$

$$7\ ;\ 11\ ;\ 15\ ;\ 19\ ;\ \ldots$$
$+4 \quad +4 \quad +4 \quad \Rightarrow r = 4$

Términos comunes:

$$19\ ;\ 47\ ;\ 75\ ;\ 103\ ;\ \ldots$$
$28 \quad 28 \quad 28 \quad \Rightarrow r = \text{MCM}(7{,}4) = 28$

$$t_n = 28n - 9$$

Para que tengan 3 cifras

$$100 \leq 28n - 9 < 1000$$
$$109 \leq 28n < 1009$$
$$3{,}9 \leq n < 36{,}04$$

$\rightarrow 4 , 5 , 6 , \ldots 36$ (33 valores)

$\therefore$ Existen 33 términos

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 45

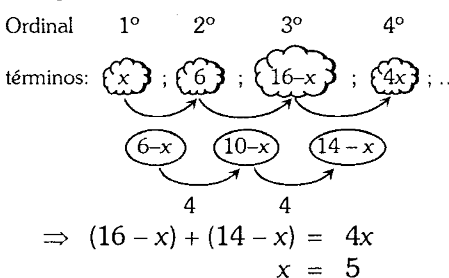
El cuarto término de una sucesión polinomial de segundo orden, es cuatro veces el primer término y la razón constante es igual al número ordinal del tercer término aumentado en 1. Además se sabe que el segundo término de la sucesión es

los 3/2 de la razón constante. Hallar la suma de cifras del vigésimo término.

a) 10 b) 11 c) 15
d) 13 e) 14

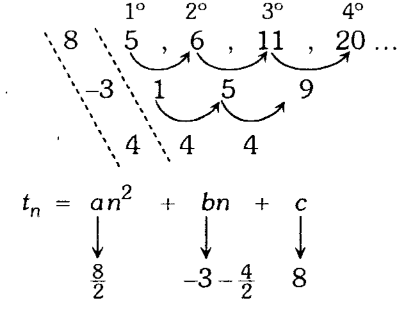
Resolución:

Interpretando el enunciado:



$$\Rightarrow \ (16-x)+(14-x) = 4x$$
$$x = 5$$

Reemplazando:



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{8}{2} \qquad b = -3-\frac{4}{2} \qquad c = 8$$

$$t_n = 2n^2 - 5n + 8$$

$$t_{10} = 2(20)^2 - 5(20) + 8 = 708$$

$$\Rightarrow \ \Sigma cifras: 7+0+8 = 15$$

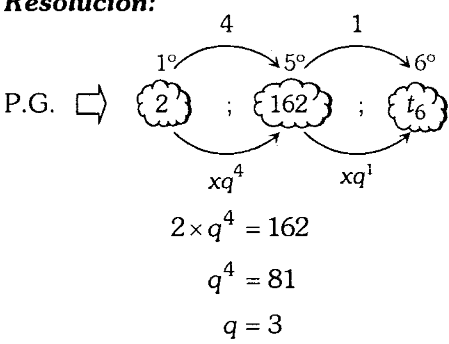
∴ **Clave: c**

PROBLEMA 46

Si el primer y quinto término de una P.G. creciente son 2 y 162, halle el sexto término.

a) 486 b) 324 c) 382
d) 643 e) 202

Resolución:



$$2 \times q^4 = 162$$
$$q^4 = 81$$
$$q = 3$$

$$\therefore \ t_6 = 162 \times 3 = 486$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 47

Coquito le dice a Piero "si ordeno los números 3; 7 y 1 en forma ascendente y a cada uno le sumo una misma cantidad, obtengo una progresión geométrica". ¿Cuál será la suma de las cifras del siguiente término de dicha progresión?

a) 9 b) 7 c) 5
d) 6 e) 4

Resolución:

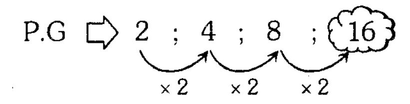
Del enunciado:

P.G ⇨ $(1+x)\,;\,(3+x)\,;\,(7+x)\,;\,\ldots$

Por propiedad:

$$(3+x)^2 = (1+x)(7+x)$$
$$9 + \cancel{x^2} + 6x = 7 + 8x + \cancel{x^2}$$
$$x = 1$$

Reemplazando:



Piden: Σ cif $= 1 + 6 = 7$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 48

La suma de los "n" términos de una sucesión está dada por la siguiente expresión:

$$S_n = n(2n+9)$$

Calcular el primer término de 3 cifras en dicha sucesión:

a) 100 b) 101 c) 102
d) 103 e) 104

Resolución:

Como:

$$S_n = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n = n(2n+9)$$

$$t_1 = 1(2\times 1+9) = 11$$

$$t_1 + t_2 = 2(2\times 2+9) = 26 \Rightarrow t_2 = 15$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 3(2\times 3+9) = 45 \Rightarrow t_3 = 19$$

La sucesión es:

$$\begin{array}{ccccc} t_1, & t_2, & t_3 \ldots & & \\ \mathbf{11} & \mathbf{15} & \mathbf{19} \ldots ; & \mathbf{99} ; & \mathbf{103} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \;{+4} & \\ \overset{\circ}{4}-1 & \overset{\circ}{4}-1 & \overset{\circ}{4}-1 & \overset{\circ}{4}-1 & \end{array}$$

$\therefore$ El primer término de 3 cifras es 103

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 49

La suma del primer y el penúltimo término de una P.A. es 140 y la suma del segundo y el último término de la misma P.A. es 160. Calcule el término central.

a) 73 b) 74 c) 75
d) 76 e) 78

Resolución:

Del enunciado:

$$t_1 \;,\; t_2 \;,\; \ldots \;,\; t_{n-1} \;,\; t_n$$

$t_1 + t_{n-1} = 140$; $t_2 + t_n = 160$

Por propiedad:

$$t_1 + t_n = 2(t_c)$$
$$t_{n-1} + t_2 = 2(t_c) \quad (+)$$
$$140 + 160 = 4(t_c)$$
$$t_c = 75$$

$\therefore$ **Clave: c**

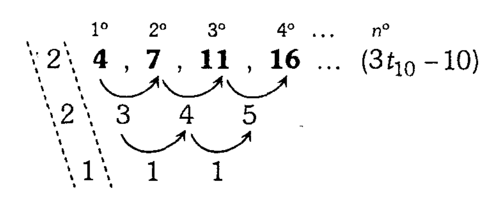
PROBLEMA 50

Ángela se encuentra en una huerta de cerezas donde comienza a comer de ella de la siguiente manera: el primer día come 4 cerezas, el segundo día come 7 cerezas, el tercer día come 11, el cuarto día come 16, y así sucesivamente; hasta que cierto día se da cuenta que el número de cerezas que comió ese día era 10 cerezas menos que el triple de cerezas que comió el décimo día. ¿Cuántos días han transcurrido hasta ese cierto día?

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

Resolución:

Del enunciado:



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a=\tfrac{1}{2} \qquad b=2-\tfrac{1}{2} \qquad c=2$$

$$t_n = \tfrac{1}{2}n^2 + \tfrac{3}{2}n + 2$$

$$\Rightarrow t_{10} = \tfrac{1}{2}(10)^2 + \tfrac{3}{2}(10) + 2 = 67$$

Para hallar el número de términos debemos igualar el t_n con el último término.

$$\tfrac{1}{2}n^2 + \tfrac{3}{2}n + 2 = 3(67) - 10$$

$$n^2 + 3n + 4 = 382$$

$$n(n+3) = 378$$

$$n(n+3) = 18 \times 21$$

$$n = 18$$

∴ Han transcurrido 18 días

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 51

Hallar el segundo término negativo de la sucesión:

213 ; 207 ; 201 ; 195 ; ...

a) –7 b) –8 c) –9
d) –10 e) –11

Resolución:

213 ; 207 ; 201 ; 195 ; ...③; –3 ; –9

(213 ÷ 6 = 35, residuo ③; 213 – 35(6) = ③; términos: –6(1), –6(2), –6(3))

∴ El segundo término negativo es –9

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 52

En la siguiente sucesión de números romanos, halle el duodécimo término.

I , II , III , V , VIII , XIII , XXI , ...

a) CCXLII b) LXXXIX c) CXLIV
d) CCXXXIII e) CCLIII

Resolución:

I , II , III , V , VIII , XIII , XXI , ...
1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 ,
89 , 144 , 233 → CCXXXIII

∴ El duodécimo término es CCXXXIII

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 53

Una sucesión aritmética tiene una cantidad impar de términos. Calcule el término central, sabiendo que la suma de los términos de lugar par es 837 y la suma de los términos de lugar impar es 868.

a) 37 b) 35 c) 31
d) 30 e) 32

Resolución:

PROPIEDAD En una P.A.

$$t_{central} = \left(\begin{array}{c}\text{Suma de tér-}\\ \text{minos de lugar}\\ \text{impar.}\end{array}\right) - \left(\begin{array}{c}\text{Suma de tér-}\\ \text{minos de lugar}\\ \text{par.}\end{array}\right)$$

De los datos:

Suma de términos de lugar impar: 868 ⎫ −
Suma de términos de lugar par : 837 ⎭

término central : 31

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 54

Dada la siguiente sucesión:

$$75\,,\,83\,,\,91\,,\,99\,,\,\ldots\,,\,947$$

¿Cuántos de sus términos poseen 3 cifras y terminan en cifra 3?

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

Resolución:

Hallemos el # de términos y el t_n:

$$\boxed{67}\;;\;75\;;\;83\;;\;91\;;\;99\;;\;\ldots 947$$

(+8, +8, +8, +8)

$$\#\ \text{términos} = \frac{947-67}{8} = 110$$

$$t_n = 8n + 67 \quad ; \quad n \leq 110$$

Ahora hallemos los términos que terminan en cifra 3:

$$8n + 67 = \ldots 3$$

$$8n = \ldots 6$$

10 valores		11 valores
~~2~~		7
12		17
22		27
⋮		⋮
102		107

Note que todos los términos tendrán 3 cifras salvo el que ocupa el segundo lugar.

∴ # de términos = 10 + 11 = 21

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 55

En el siguiente arreglo:

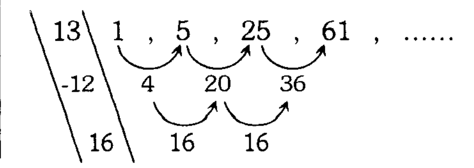
41	43	45	47	49	51
39	13	15	17	19	53
37	11	1	3	21	55
35	9	7	5	23	57
33	31	29	27	25	59
71	69	67	65	63	61

Halle el décimo quinto término de la fila sombreada.

a) 1511 b) 1513 c) 1617
d) 1413 e) 1315

Resolución:

Analizando los términos:



$$t_n = am^2 + bn + c$$

$$\frac{16}{2} \quad -12-\frac{16}{2} \quad 13$$

$$t_n = 8n^2 - 20n + 13$$

$$t_{15} = 8(15)^2 - 20(15) + 13 = 1513$$

∴ **Clave: b**

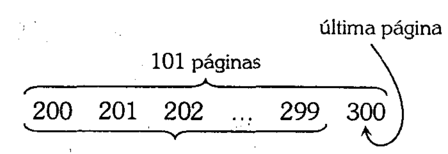
PROBLEMA 56

En las 101 últimas páginas de un libro se han utilizado 303 tipos de imprenta de las cuales 120 son la cifra 2. ¿Cuántos tipos de imprenta se empleo al enumerar las páginas del libro?

a) 790 b) 792 c) 784
d) 786 e) 810

Resolución:

Se deduce que las últimas 101 páginas son de 3 cifras y como hay gran cantidad de cifras 2, éstas son:



en las centenas: 100 cifras 2

en las decenas : 10 cifras 2

en las unidades: 10 cifras 2

⇒ total 120 cifras 2

Ahora hallemos el número de tipos de imprenta que se empleo al enumera todo el libro.

1 2 ... 9 | 10 11 ... 99 | 100 101 ... 300
9#s → 9 cif | 90#s → 180 cif | 201#s → 603 cif

Total : 792 cifras

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 57

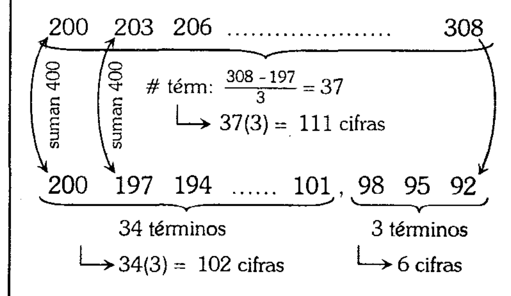
¿Cuántas cifras se utilizan al escribir los términos de la siguiente sucesión?

$$200\times200\,;\,203\times197\,;\,206\times194\,;\,\ldots\,;\,308\times N$$

a) 209 b) 215 c) 219
d) 221 e) 203

Resolución:

Separando en 2 sucesiones:



∴ total = 111 + 102 + 6 = 219 cifras

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 58

Dada la sucesión lineal:

$$\overline{mm0}\,;\,\overline{mn(m+2)}\,;\,\overline{m(n+1)(3n)}\,;\,\ldots\,;\,\overline{(3m)05}$$

x términos

Halle: $m+n+x$

a) 18 b) 19 c) 20
d) 17 e) 16

Resolución:

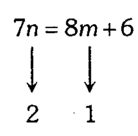
Por propiedad:

$$2\left(\overline{mn(m+2)}\right) = \overline{mm\,0} + \overline{m\,(n+1)\,(3n)}$$

$$2(100m+10n+m+2) = 110m+100m+10n+10+3n$$

$$202m+20n+4 = 210m+13n+10$$

$$7n = 8m+6$$



En la sucesión:

x términos

97 ; 110 ; 123 ; 136 ; ... 305

+13 +13 +13

$$x = \frac{305-97}{13} = 16$$

Piden: $1+2+16 = 19$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 59

En la siguiente sucesión lineal existen 15 términos que acaban en 5. ¿Cuántos términos como máximo puede tener?

11 ; 15 ; 19 ; 23 ; 27 ; ...

a) 70 b) 72 c) 74
d) 76 e) 77

Resolución:

Hallando t_n

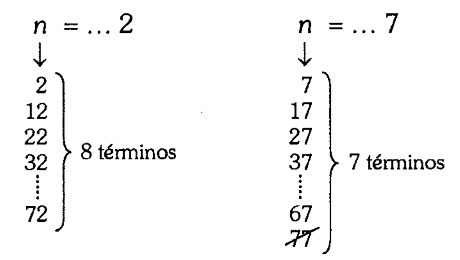
7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23 ; 27 , ...

+4 +4 +4 +4 +4

$$t_n = 4n+7$$

Para que terminen en 5:

$$4n+7 = \ldots 5$$
$$4n = \ldots 8$$



∴ El máximo valor de n es $77 - 1 = 76$

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 60

Se ubican los números impares formando cuadrados concéntricos del siguiente modo: (con centro en 1).

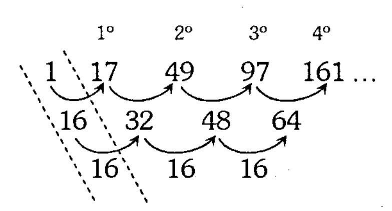
•	•	•	•	•	•	•	•
•	41	43	45	47	49	•	•
•	39	13	15	17	19	•	•
•	37	11	1	3	21	•	⋮
•	35	9	7	5	23	•	
•	33	31	29	27	25	•	
•	•	•	•	•	•	•	

Determine el número que cierra el vigésimo cuadrado.

a) 881 b) 3631 c) 3361
d) 4531 e) 3261

Resolución:

Los números que cierran los cuadrados con centro en 1 son:



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{16}{2} \qquad b = 16 - \frac{16}{2} \qquad c = 1$$

$$t_n = 8n^2 + 8n + 1$$

Piden: $t_{20} = 8(20)^2 + 8(20) + 1 = 3361$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 61

Al escribir la sucesión natural de los números, en una máquina de escribir vieja, se nota que la tecla de la cifra 5 no marcaba. Si el último número de esta sucesión tiene el 161° lugar en blanco, ¿Cuál es este último número?

a) 550 b) 625 c) 575
d) 552 e) 553

Resolución:

- Considerando los lugares en blanco del 1 al 499.

En las unidades:

$$\underbrace{5 \quad 15 \quad 25 \quad 35 \quad \ldots \quad 495}_{\text{50 lugares}}$$

En las decenas:

$$\left.\begin{matrix} 50 & 51 & 52 & \ldots & 59 \\ 150 & 151 & 152 & \ldots & 159 \\ 250 & 251 & 252 & \ldots & 259 \\ 350 & 351 & 352 & \ldots & 359 \\ 450 & 451 & 452 & \ldots & 459 \end{matrix}\right\} \text{50 lugar}$$

⇒ total = 50 + 50 = 100 lugares

- Ahora los lugares del 500 al 549.

En las unidades:

$$\underbrace{505\ ,\ 515\ ,\ 525\ ,\ 535\ ,\ 545}_{\text{5 lugares}}$$

En las decenas:
ninguno.

En las centenas:

$$\underbrace{500 \quad 501 \quad 502 \quad \ldots\ldots \quad 549}_{\text{50 lugares}}$$

⇒ total = 5 + 50 = 55 lugares

∴ Del 1 al 549 hay en total
100 + 55 = 155 lugares

Faltan 6 lugares en blanco

$\underline{5}\,\underline{5}\,0$; $\underline{5}\,\underline{5}\,1$; $\underline{5}\,\underline{5}\,2$
último

∴ El último número es 552

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 62

¿Qué letra sigue en?

C ; D ; C ; S ; O ; ...

a) D b) S c) C
d) O e) P

Resolución:

Se deduce que:

C	D	C	S	O	(D)
↓	↓	↓	↓	↓	↑
cero	dos	cuatro	seis	ocho	diez

∴ Sigue la D

∴ **Clave: a**

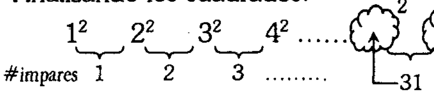
PROBLEMA 63

Entre dos cuadrados consecutivos hay 31 impares. Halle la suma de todos los números pares comprendidos entre dichos cuadrados.

a) 31522 b) 31571 c) 33777
d) 30752 e) 32482

Resolución:

Analizando los cuadrados.



(3) (5 y 7) (11, 13 y 15)

Se deduce que dichos cuadrados son $31^2 = 961$ y $32^2 = 1024$.

Piden: $S = 962 + 964 + 966 + \ldots + 1022$

$$\# term = \frac{1022 - 962}{2} + 1 = 31$$

Luego: $S = \left(\frac{962 + 1022}{2}\right) \times 31 = 30752$

∴ **Clave: d**

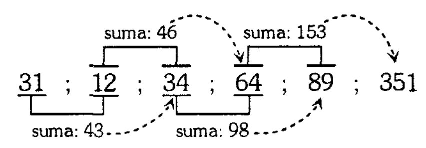
PROBLEMA 64

Halle el término que continúa

31 ; 12 ; 34 ; 64 ; 89 ; 351 ; ...

a) 044 b) 142 c) 860
d) 721 e) 127

Resolución:



Como: $89 + 351 = 440$

∴ Sigue: 044

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 65

Halle el vigésimo primer término en:

$$\frac{4}{12} ; \frac{8}{8} ; \frac{18}{10} ; \frac{8}{3} ; \frac{25}{7} \ldots$$

a) $\frac{441}{22}$ b) $\frac{400}{23}$ c) $\frac{441}{23}$
d) $\frac{361}{25}$ e) $\frac{361}{23}$

Resolución:

Dando forma a los términos:

1°	2°	3°	4°	5°	...	21°
$\frac{4}{12}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{25}{7}$	...	$\frac{441}{23}$
⇓	⇓	⇓	⇓	⇓		⇑
$\frac{1^2}{3}$	$\frac{2^2}{4}$	$\frac{3^2}{5}$	$\frac{4^2}{6}$	$\frac{5^2}{7}$	...	$\frac{21^2}{23}$

∴ Sigue: $\frac{441}{23}$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 66

Al siguiente arreglo se le denomina triángulo de Pascal.

```
            1
         1     1
      1     2     1
   1     3     3     1
1     4     6     4     4
.                        .
```

Si se colocan los elementos del triángulo de Pascal uno a continuación de otro (la primera fila seguida de la segunda fila, y así sucesivamente. ¿Qué número ocupa el lugar 257?

a) 1640 b) 1600 c) 1870
d) 1450 e) 1540

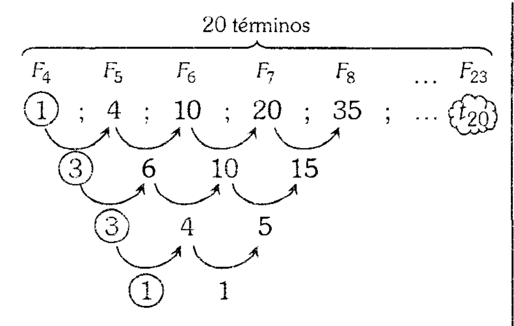
Resolución:

Del triángulo numérico:

```
F1 → 1                                   } 1 = (1×2)/2  } 3 = (2×3)/2  } 6 = (3×4)/2
F2 → 1  1
F3 → 1  2  1
F4 → 1  3  3  1
F5 → 1  4  6  4  1
F6 → 1  5  10  10  5  1                                  } (22×23)/2 = 253 terminos
F7 → 1  6  15  20  15  6  1
F8 → 1  7  21  35  35  21  7  1
...
F22 → 1 ... 1
F23 → 1  ☁  ☁  ☁  1  1  1  1 ......... 1
```

(el que ocupará el lugar 257)

Luego:



$$t_{20} = 1C_0^{19} + 3C_1^{19} + 3C_2^{19} + 3C_3^{19}$$

$$= 1 + 3(19) + 3\left(\frac{19\times18}{2\times1}\right) + 1\times\left(\frac{19\times18\times17}{3\times2\times1}\right)$$

$$= 1540$$

$\therefore$ lo ocupa el número 1540

$\therefore$ **Clave: e**

Sucesiones

fila 1 ⟶ 5
fila 2 ⟶ 7 9
fila 3 ⟶ 11 13 15
fila 4 ⟶ 17 19 21 23

Problemas Resueltos

Problema 01.

Las Sucesiones:

124 , 120 , 116, ... ; y
–2 , 1 , 4 , 7 , ...

tienen igual cantidad de términos y además sus últimos términos son iguales. El penúltimo término de la segunda sucesión es:

a) 18 b) 49 c) 55
d) 52 e) 56

Problema 02.

En la siguiente sucesión halle el vigésimo primer término:

2 , 3 , 11 , 38 , 102 , ...

a) 44102 b) 34102 c) 32323
d) 54101 e) 44100

Problema 03.

En el siguiente arreglo triangular:

fila 1 ⟶ 5
fila 2 ⟶ 7 9
fila 3 ⟶ 11 13 15
fila 4 ⟶ 17 19 21 23

Halle la suma de los números que van a los extremos de la fila 20.

a) 824 b) 800 c) 808
d) 890 e) 832

Problema 04.

¿Cuántos términos de la siguiente sucesión:

15 , 23 , 31 , 39 , ...

no terminan en 3, sabiendo que el término central ocupa el cuadragésimo segundo lugar?

a) 64 b) 62 c) 65
d) 66 e) 67

Problema 05.

¿Cuántos términos comunes existen en ambas sucesiones?

4 , 7 , 10 , 13 , ... , 301
510 , 506 , 502 , ... , 2

a) 23 b) 24 c) 25
d) 26 e) 27

Problema 06.

Calcule el término de lugar 200 en:

2 , 4 , 4 , 6 , 6 , 6 , 8 , 8 , 8 , 8 , 10 , ...

a) 38 b) 56 c) 42
d) 40 e) 64

Problema 07.

En la siguiente sucesión halle el segundo término negativo de 2 cifras:

851 , 848 , 845 , 842 , ...

a) –15 b) –17 c) –13
d) –14 e) –16

Problema 08.

En las últimas 60 páginas de un libro se han utilizado 231 tipos de imprenta ¿cuántas cifras 0 han utilizado en la enumeración de todo el libro?

a) 255 b) 256 c) 257
d) 254 e) 265

Problema 09.

En una progresión aritmética los términos de lugares "$n-1$", "$2n-1$" y "$3n$" son 40, 60 y 84 respectivamente ¿cual es el primer término de dicha progresión?

a) 20 b) 22 c) 24
d) 26 e) 28

Problema 10.

¿Cuál es el último término de la siguiente sucesión?

3 , 10 , 17 , 24 , ...

Si para escribirla se han utilizado 180 cifras?

a) 447 b) 448 c) 449
d) 450 e) 451

Problema 11.

En una sucesión aritmética se tiene que el segundo, el cuarto y el octavo término forman una sucesión geométrica. Si el segundo término es la cuarta parte del octavo y la razón de la sucesión aritmética es 3, halla el décimo término de la sucesión aritmética.

a) 39 B) 30 C) 50
d) 45 E) 54

Problema 12.

Hallar el término que sigue en la sucesión:

0 , 1 , 2 , 3 , 124 , ...

a) 605 b) 604 c) 506
d) 328 e) 1205

Problema 13.

Si consideramos los números:

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , ...

¿Cuál será la cifra que ocupa el lugar 500, si todos los números se escriben sin separación?

a) 6 b) 0 c) 2
d) 3 e) 5

Problema 14.

A continuación se muestra arreglos numéricos en forma de triángulo:

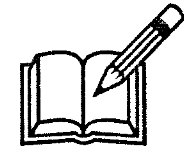
```
                            1
              1           1 2 1
   1        1 2 1       1 1 2 1 1   ...
 1 2 1    1 1 2 1 1   1 1 1 2 1 1 1

  (1)        (2)           (3)
```

¿Cuál es la suma de los números en el vigésimo arreglo?

a) 400 b) 461 c) 420
d) 472 e) 490

Sucesiones

Solucionario



Resolución 01.

Sea "n" el # de términos:

$$\underset{}{128},\ \overset{t_1}{124},\ \overset{t_2}{120},\ \overset{t_3}{116},\ \ldots,\ \overset{t_n}{(128-4n)}$$

(diferencias: -4, -4, -4)

$$-5,\ \overset{t_1}{-2},\ \overset{t_2}{1},\ \overset{t_3}{4},\ \ldots,\ \overset{t_n}{(3n-5)}$$

(diferencias: +3, +3, +3)

Como los últimos términos son iguales:

$$128-4n=3n-5$$
$$133=7n$$
$$n=19$$

Piden:

$$t_{18}=3(18)-5=49$$

∴ Clave b

Resolución 02.

$$\overset{}{2},\ \overset{t_1}{}\ \ \overset{t_2}{3},\ \overset{t_3}{11},\ \overset{t_4}{38},\ \ldots\ \overset{t_{21}}{\bigcirc}$$

t_1	t_2	t_3	t_4	…	t_{21}
2	3	11	38	….	

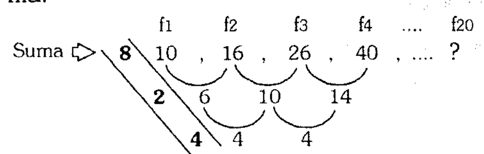
Diferencias: $1 = 1^3$, $8 = 2^3$, $27 = 3^3$, …., 20^3

$$t_{21}=2+1^3+2^3+3^3+\ldots+20^3$$
$$=2+\left(\frac{20\times 21}{2}\right)^2=44102$$

∴ Clave a

Resolución 03.

Sumando los términos extremos de cada fila:



$$t_n=an^2+bn+c=2n^2+8$$

$$a=\frac{4}{2},\quad b=2-\frac{4}{2},\quad c=8$$

$$\hookrightarrow t_{20}=2(20)^2+8=808$$

∴ Clave c

Resolución 04.

41 términos $t_{42°}$ 41 términos

$$7,\ 15,\ 23,\ 31,\ 39,\ \ldots,\ tc,\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

(diferencias: 8, 8, 8, 8)

$$\#\text{ términos}=41+1+41=83$$

Además: $t_n=8n+7$

Para encontrar los términos que terminan en 3:

$$8n+7=\ldots 3$$
$$8n=\ldots 6$$
$$n=\ldots 2 \quad ó \quad n=\ldots 7$$

$n = 2 , 12 , 22 , 32 , ... , 82$
$n = 7 , 17 , 27 , 37 , ... , 77$

17 términos terminan en 3

\# de términos que no terminan en 3:

$$83 - 17 = 66$$

∴ Clave d

Resolución 05.

Ordenando crecientemente la segunda sucesión:

S1 ⇨ 4 , 7 , ⑩ , 13 , ... , 301 → r = 3 (+3, +3, +3)

S2 ⇨ 2 , 6 , ⑩ , 14 , ... , 506 , 510 → r = 4 (+4, +4, +4)

Términos Comunes: $r = MCM(3,4) = 12$

10 , 22 , 34 , ... , $t_n = 12n - 2$ (+12, +12)

Acotando: $12n - 2 \leq 301$

$$12n \leq 303$$

$$n \leq 25{,}25$$

$$n = 1 ; 2 ; 3 ; ... ; 25$$

∴ Existen 25 términos comunes.

∴ Clave c

Resolución 06.

Agrupando convenientemente:

②, ④, 4, ⑥, 6, 6, ⑧, 8, 8, 8, ..., (2n) (2n)
(1 term, 2 term, 3 term, 4 term, n term)

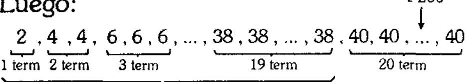
$$1 + 2 + 3 + ... + n \leq 200$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \leq 200$$

$$n(n+1) \leq 400$$

$$n = 19$$

Luego:

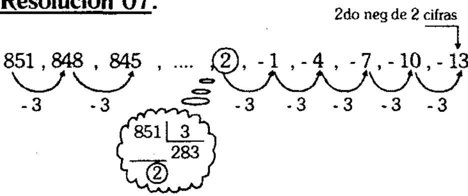


$$\frac{19 \times 20}{2} = 190 \text{ term}$$

$$\therefore\ t_{200} = 40$$

∴ Clave d

Resolución 07.



∴ Segundo neg de 2 cif = −13

∴ Clave c

Resolución 08.

30 pag → 231 cif

de 3 cifras	de 4 cifras
60 - x	x

↳ $3(60 - x) + 4x = 231$

$$x = 51$$

Las 51 últimas páginas son de 4 cifras.

1°	2°	3°	....	51°
1000	1001	1002	....	1050

\# páginas = 1050.

Cifras Cero:

unidades:

10 , **20** , **20** , ... , 105**0**

105 veces

decenas:

$$\left.\begin{matrix} 100\ ,\ 101\ ,\ 102\ ,\ \dots\ ,\ 109 \\ 200\ ,\ 201\ ,\ 202\ ,\ \dots\ ,\ 209 \\ \\ 1000\ ,\ 1001\ ,\ 1002\ ,\ \dots\ ,\ 1009 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 10\times 10 \\ =100 \text{ veces} \end{matrix}$$

centenas:

$$\underbrace{1000\ ,\ 1001\ ,\ \dots\ ,\ 1050}_{51 \text{ veces}}$$

$\#$ cifras = 105 + 100 + 51 = 256

$\therefore$ Clave b

Resolución 09.

$$\begin{matrix} t_1 & & t_{n-1} & & t_{2n-1} & & t_{3n} \\ (x) & \dots & (40) & \dots & (60) & \dots & (84) \end{matrix}$$

Del esquema:

$$\frac{(2n-1)-(n-1)}{60-40}=\frac{3n-(2n-1)}{84-60}$$

$$\frac{n}{20}=\frac{n+1}{24} \rightarrow n=5$$

Luego: $\dfrac{(n-1)-1}{40-x}=\dfrac{(2n-1)-(n-1)}{60-40}$

$$\frac{n-2}{40-x}=\frac{n}{20}$$

Reemplazando: $\dfrac{3}{40-x}=\dfrac{5}{20} \rightarrow x=28$

$\therefore$ Clave e

Resolución 10.

$$\underbrace{3\ ,\ 10}_{+7}\ ,\ \underbrace{\ 17}_{+7}\ ,\ \underbrace{\ 24}_{+7}\ ,\ \dots$$

$t_n=7n-4$

Agrupado los términos:

$$\underbrace{3}_{1\,\#}\ ,\ \underbrace{10\ ,\ 17\ ,\ \dots\ ,\ 94}_{\frac{94-10}{7}+1=13\#_s}\ ,\ \underbrace{101\ ,\ 108\ ,\ \dots\ ?}_{180-27=153 \text{ cif}\ \lfloor 3 \rightarrow 51}$$

↳ 1 cif ↳ 26 cif ↳ 51 #s

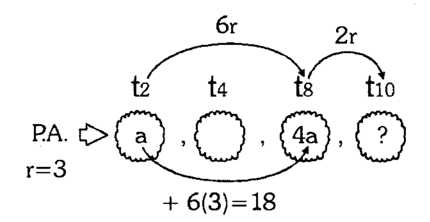
180 cif.

$\#$ de términos = 1 + 13 + 51 = 65

Piden: $t_{65}=7(65)-4=451$

$\therefore$ Clave e

Resolución 11.



$$\Rightarrow\quad a+18=4a$$

$$a=6$$

$$t_{10}=t_8+2r$$

$$=4(6)+2(3)=30$$

$\therefore$ Clave b

Resolución 12.

De la sucesión:

$$\underbrace{0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3}_{t_n=n-1}\ ,\ 124\ ,\ \dots$$

Pero $t_n=n-1$ no cumplirá cuando $n=5$, agreguemos un factor $\boldsymbol{k}$ que se debe anular para $n=1, 2, 3$ y 4.

$$t_n = (n-1) + k(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$$

Como: $t_5 = 124$

$$(5-1)+k(5-1)(5-2)(5-3)(5-4) = 124$$

$$4 + 24k = 124$$

$$k = 5$$

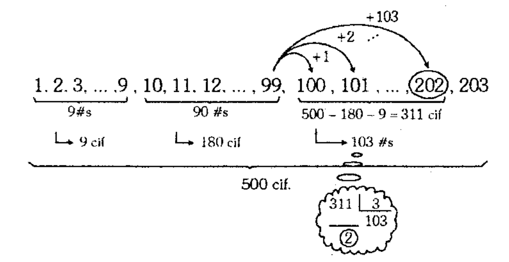
$$t_6 = (6-1)+5(6-1)(6-2)(6-3)(6-4)$$

$$= 605$$

∴ Clave a

Resolución 13.

Agrupando convenientemente los números:



Del número 203 su segunda cifra ocupa el lugar 500.

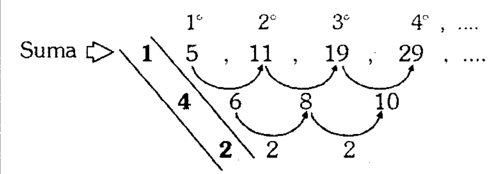
∴ Clave b

Resolución 14.

Teniendo en cuenta que la cuarta figura sería:

```
        1
      1 2 1
    1 1 2 1 1
  1 1 1 2 1 1 1
1 1 1 1 2 1 1 1 1
       (4)
```

Sumando los términos de cada arreglo tenemos:



$$t_n = an^2 + bn + c = n^2 + 3n + 1$$

$$\frac{2}{2} \qquad 4-\frac{2}{2} \qquad 1$$

$$\therefore\ t_{20} = 20^2 + 3(20) + 1 = 461$$

∴ Clave b

Primera Práctica

Sucesiones

fila 1 →	5
fila 2 →	7 9
fila 3 →	11 13 15
fila 4 →	17 19 21 23

01 Una progresión Geométrica tiene como sexto termino $8n$ y el noveno término es $27n$. Hallar la suma del séptimo y octavo término.

a) $23n$ b) $21n$ c) $24n$
d) $18n$ e) $30n$

02 Calcule el término 25 de la siguiente sucesión:

$$-2 ; -3; -3 ; -2 ; 0 ; 3 ; \ldots$$

a) 7750 b) 7730 c) 1820
d) 250 e) 7755

03 Un Señor muy caritativo llega a un barrio muy pobre y comienza a regalar paquetes de galletas de acuerdo a la edad de los niños; el primer paquete que regala contiene 10 galletas; el segundo 42 galletas; el tercero 108 galletas, el cuarto tiene 220 galletas y así sucesivamente ¿Cuántas galletas recibirá el niño que reciba el paquete 23?

a) 7940 b) 9840 c) 27048
d) 27480 e) N.A.

04 En la siguiente sucesión:

$$8 ; 15 ; 22 ; 29 ; \ldots$$

¿Cuántos de sus términos de 3 cifras terminan en 5?

a) 9 b) 6 c) 12
d) 13 e) 8

05 Que numero sigue en la sucesión:

$$1 ; 3 ; 5 ; 43 ; \ldots$$

a) 7 b) 10 c) 143
d) 153 e) 142

06 Hallar el numero que sigue en la sucesión:

$$2 ; 8 ; 26 ; 80 ; \ldots$$

a) 98 b) 76 c) 48
d) 242 e) 543

07 Al escribir los números naturales en una maquina, se nota que la tecla de la cifra 5 no marcaba. Si el último número de esta sucesión tiene 161° lugar en blanco ¿cuál es el último número?

a) 552 b) 625 c) 536
d) 567 e) 652

08 El termino general de una sucesión es: $2n^2 - 18$; ¿es nulo algún termino de esta sucesión, cuando n sea igual a?

a) 3 b) 5 c) 6
d) 8 e) 7

09 En la P.A.:

$$11 ; x ; y ; z ; 27 ; \ldots$$

Existen 15 términos que acaban en 5 ¿cuántos términos como máximo puede tener?

a) 70 b) 72 c) 74
d) 76 e) 77

10 La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es la solución de la ecuación:

$x^2 - 17x - 84 = 0$, siendo el sexto termino 15. Hallar la razón.

a) 3 b) 2 c) 6
d) 7 e) 4

11 En una progresión geométrica, el término que ocupa el quinto lugar es 64 y la razón 2. Hallar el primer término de la progresión.

a) 3 b) 4 c) 5
d) 8 e) 2

12 Indique la alternativa correcta de la siguiente serie:

6 ; 15 ; 36 ; 93 ; 258 ; ...

a) 747 b) 745 c) 746
d) 768 e) 743

13 ¿Cual es el tercer término de la siguiente sucesión:

3 , 6 , 11 , 18 , 27 , ...

que termina en cifra 7?

a) 127 b) 227 c) 427
d) 627 e) 837

14 Cual es el número que sigue en:

5 , 6 , 4 , 12 , 3 , 4 , 2 , ...

a) 3 b) 8 c) 6
d) 9 e) 32

15 Indicar la alternativa que continúa en la serie numérica:

5 , 8 , 20 , 68 , 260 , 1028 , 4100

a) 4998 b) 12066 c) 8433
d) 20492 e) 16388

16 Hallar el vigésimo termino en:

1 ; 5 ; 19 ; 49 ; 101 ; ...

a) 7600 b) 8001 c) 7601
d) 4421 e) 7281

17 Dos glotones comienzan a comer el 25 de Junio, pasteles, su rutina Luís come 20 el primer día, 60 el segundo día, 100 el tercer día, 140 el cuarto día y así sucesivamente; mientras que Andrés come 7 el primer día, 28 el segundo día, 63 el tercer día, 112 el cuarto día y así sucesivamente ¿en que día se dieron cuenta que la totalidad de pasteles que habían comido cada uno era la misma?

a) 5 de Julio b) 4 de Julio
c) 3 de Julio d) 1 de Julio
e) 2 de Julio

18 Las sucesiones:

142 ; 136 ; 130 ; 124 ; ...
–14 ; –11 ; –8 ; –5

La primera tiene doble cantidad de términos que el segundo; además sus últimos términos son iguales. El antepenúltimo término de la primera sucesión es:

a) 10 b) 16 c) 22
d) 28 e) 34

19 Cuantos términos de 3 cifras hay en la siguiente sucesión:

$$3 ; 4 ; 11 ; 30 ; 67 ; 128 ; \ldots$$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

20 Que numero sigue: $1 ; 3 ; 16 ; \ldots$

a) 144 b) 64 c) 81
d) 40 e) 125

21 Que numero continua:

$$\sqrt{5} ; 4 ; 15 ; 224 ; \ldots$$

a) 50175 b) 30 257 c) 40100
d) 57285 e) 75 120

22 Hallar el término que sigue en:

$$4 ; 9 ; 26 ; 106 ; 528 ; 3171 ; \ldots$$

a) 25686 b) 23236 c) 22194
d) 28642 e) 27942

23 En la siguiente sucesión:

$$7 ; 19 ; 37 ; 61 ; \ldots$$

Hallar la diferencia entre el último término de 3 cifras y el primer término de 3 cifras de la sucesión dada.

a) 780 b) 761 c) 892
d) 882 e) 792

24 Cuantos términos de la siguiente sucesión terminan en cifra 5:

$$13 ; 22 ; 31 ; 40 ; \ldots ; 904.$$

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

25 De un libro de 120 paginas se han arrancado cierto numero de paginas del principio observándose que en las paginas que quedan se utilizaron 141 cifras ¿Cuantas hojas se arrancaron?

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

26 Un cura da propinas a un grupo de niños en cantidades que forman una Progresión aritmética; al séptimo niño le toco la mitad de lo que le toco al último ya este el quíntuplo de lo que le toco al primero ¿ cuantos niños son?

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

27 Halle el primer termino negativo en la sucesión:

$$64 ; 57 ; 50 ; 43 ; \ldots$$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

28 Halle el numero de términos:

$$6 ; 15 ; 28 ; 45 ; \ldots ; 1891$$

a) 25 b) 26 c) 28
d) 30 e) 29

29 Calcula el valor de "x + y" en la sucesión:

$$2 ; 6 ; 11 ; 18 ; 28 ; x ; y.$$

a) 100 b) 99 c) 101
d) 105 e) 103

30 Que numero sigue:

$$2 ; 17 ; 82 ; 257 ; \ldots$$

a) 626 b) 630 c) 650
d) 631 e) 632

31 Un numero múltiplo de 9 tiene 6 cifras en total; Que están en P.A. creciente. Hallar el producto de las dos últimas cifras:

a) 41 b) 42 c) 43
d) 44 e) 45

32 ¿Qué término continúa?

$$3^8 ; 5^9 ; 15^{17} ; 65^{44} ; \ldots$$

a) 276^{94} b) 315^{108} c) 342^{116}
d) 284^{100} e) 300^{100}

33 ¿Qué término sigue?

$$\tfrac{1}{9} ; 4 ; \tfrac{3}{7} ; \tfrac{3}{2} ; \ldots$$

a) $\frac{5}{4}$ b) 1 c) $\frac{6}{5}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{5}$

34 En una P.A. se sabe que el octavo término es 42 y el décimo segundo es 54. Halle la suma del cuarto término con el trigésimo término de dicha P.A.

a) 48 b) 98 c) 138
d) 276 e) 290

35 Al escribir todos los números naturales de $\overline{ab}$ al $\overline{ab0}$ se emplearon 1917 tipos de imprenta. Calcular $a - b$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

36 Al enumerar un libro por páginas se utilizan 269 tipos más que enumerándolo por hojas. ¿cuántas hojas tiene el libro.

a) 184 b) 180 c) 220
d) 360 e) 368

37 En una P.A. el término de lugar "a" es "b" y el término de lugar "b" es "a". cuál es la razón?

a) 1 b) p c) q
d) -1 e) $p - q$

Segunda Práctica

Sucesiones

fila 1 → 5
fila 2 → 7 9
fila 3 → 11 13 15
fila 4 → 17 19 21 23

01 Calcular la suma de los términos enésimos de las siguientes sucesiones:

* 3 , 7 , 11 , 15 , ...
* 0 , 3 , 8 , 15 , ...

a) n^2+4n-2 b) n^2-4n-2
d) n^2+2n+4 e) n^2+4n+2
e) n^2+2n-4

02 En las siguientes sucesiones:

* 1 , 5 , 13 , 25 , 41 , ...
* 41 , 81 , 121 , 161 , ...

El término 20 de la primera es igual al último de la segunda. Calcular el término central de la segunda sucesión:

a) 401 b) 208 c) 301
d) 412 e) 410

03 Una fábrica despide a sus trabajadores cada semana y a razón constante. Sabiendo que la cuarta semana fueron despedidos 45 obreros y la novena semana 70 obreros. ¿Cuántos fueron en total los obreros que quedaron sin trabajo, si la última semana se despidió a 100 obreros?

a) 950 b) 875 c) 1150
d) 1125 e) 975

04 Hallar el t_{30} de una sucesión aritmética si la suma de los n primeros términos es: $6n^2+3n$

a) 240 b) 245 c) 357
d) 265 e) 252

05 ¿Cuántos términos de la siguiente sucesión terminan en cifra 5?

13 , 22 , 31 , 40 , ... , 904

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

06 ¿Cuántos términos tiene la siguiente sucesión aritmética?

$\overline{aa}, \ldots, \overline{(2a)b}, 54, \overline{ba}$

a) 8 b) 6 c) 7
d) 9 e) 10

07 En un cuartel el mayor decide que cada cadete realice abdominales de acuerdo a su hora de llegada al patio. A las 6:16am, se realiza 2 abdominales; a las 6:17am, se realiza 5 abdominales; a las 6:18am, 9 abdominales; a las 6:19am, 14 abdominales y así sucesivamente. Si Juanito llegó al patio a las 6:59am, ¿cuántos abdominales deberá realizar?

a) 1034 b) 1024 c) 1014
d) 1044 e) 934

08 La siguiente sucesión es armónica:

$(2x+3)^{-1}$; $(x+8)^{-1}$; $(3x+1)^{-1}$; y^{-1} ; ...

Calcule $x+y$

a) 15 b) 6 c) 17
d) 18 e) 19

09 ¿Qué letra continúa en cada sucesión?

- A ; B ; E ; J ; P ; ...
- B ; C ; D ; F ; F ; I ; H ; ...
- U ; T ; C ; S ; N ; ...
- D ; N ; O ; S ; A ; J ; ...
- O ; R ; E ; M ; U ; ...

a) Y, L, P, J, N b) Y, M, N, J, M
c) Z, L, P, J, M d) Y, L, O, J, N
e) X, L, P, K, N

10 Halle el número que continúa en cada sucesión:

- 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 11 ; 16 ; ...
- 5 ; 10 ; 25 ; 60 ; 125 ; ...
- 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 23 ; ...
- 1 ; 3 ; 9 ; 31 ; 129 ; ...

Indica la suma de dichos números

a) 996 b) 965 c) 969
d) 976 e) 986

11 ¿Cuántos términos de 3 cifras tiene la siguiente sucesión?

1 ; 3 ; 7 ; 13 ; ...

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

12 En una dulcería Maricruz compra una caja de chocolates y el vendedor le regala un chocolate por su compra. En una segunda vez compra 2 cajas y le regalan 3 chocolates, la tercera vez compra 4 cajas y le regalan 6 chocolates, la cuarta vez compra 7 cajas y le regalan 10 chocolates. ¿Cuántos chocolates recibirá cuando entre a la tienda por décimo cuarta vez?, Cada caja contiene 11 chocolates.

a) 1 171 b) 1 117 c) 1 271
d) 1 277 e) 1 217

13 En el siguiente triángulo numérico, hallar la suma del primer y último término de la fila 25.

1 → F_1
3 5 → F_2
7 9 11 → F_3
13 15 17 19 → F_4
21 23 25 27 29 → F_5

a) 625 b) 1025 c) 650
d) 1250 e) 3000

14 Cuantos términos de la siguiente sucesión terminan en cifra 5:

13 ; 22 ; 31 ; 40 ; ... ; 904

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

15 De un libro de 120 paginas se han arrancado cierto numero de paginas del principio observándose que en las paginas que quedan se utilizaron 141 cifras ¿Cuantas hojas se arrancaron?

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

16 Calcula el perímetro (en metros) del triángulo rectángulo cuyos lados están en P.A. de razón 7.

a) 84 m b) 105 m c) 42 m
d) 63 m e) 102 m

17 Halle el primer termino negativo en la sucesión:

$$64 ; 57 ; 50 ; 43 ; \ldots$$

a) –4 b) –5 c) –6
d) –7 e) –8

18 Halle el numero de términos:

$$6 ; 15 ; 28 ; 45 ; \ldots ; 1891$$

a) 25 b) 26 c) 28
d) 30 e) 29

19 Calcula el valor de "$x + y$" en la sucesión:

$$2 ; 6 ; 11 ; 18 ; 28 ; x ; y.$$

a) 100 b) 99 c) 101
d) 105 e) 103

20 Hallar el término que sigue en:

$$4 ; 9 ; 26 ; 106 ; 528 ; 3171 ; \ldots$$

a) 25 686 b) 23 236 c) 22 194
d) 28 642 e) 27 942

21 En la siguiente sucesión:

$$7 ; 19 ; 37 ; 61 ; \ldots$$

Hallar la diferencia entre el último término de 3 cifras y el primer término de 3 cifras de la sucesión dada.

a) 780 b) 761 c) 892
d) 882 e) 792

22 ¿Cuántas cifras se han utilizado en la siguiente sucesión?

$$100^{5^{85}} ; 98^{9^{87}} ; 96^{13^{89}} ; \ldots ; 10^{m^{n}}$$

a) 33 b) 334 c) 335
d) 336 e) 337

23 ¿Cuántos cuadrados perfectos existen en la sucesión?

$$3\times12 ; 3\times13 ; 3\times14 ; \ldots ; 3\times800$$

a) 16 b) 15 c) 14
d) 22 e) 21

24 El enumerar desde $\overline{ab}$ hasta $\overline{bba}$ se han utilizad 768 cifras. ¿cuántas veces se utiliza la cifra 3?

a) 93 b) 89 c) 88
d) 95 e) 91

Tercera Práctica

Sucesiones

fila 1 → 5
fila 2 → 7 9
fila 3 → 11 13 15
fila 4 → 17 19 21 23

01 ¿Cuántos términos de 4 cifras hay en la siguiente sucesión?

1 ; 12 ; 45 ; 112 ; ......

a) 8 b) 7 c) 10
d) 9 e) 6

02 De 21 términos de una P.G. se sabe que el término central es ½. Halle el producto de los 21 términos.

a) 2^{-21} b) 2^{-20} c) 2^{-17}
d) 2^{-18} e) 2^{-22}

03 Si escribimos en forma continua los números naturales a partir del 50 excluyendo los que tienen alguna cifra 3 en su escritura ¿qué cifra ocupa el lugar 2000?

a) 9 b) 8 c) 9 6
d) 7 c) 5

04 En la sucesión siguiente

7 ; 19 ; 37 ; 61 ; 91 ; ...

Halle la diferencia entre el último término de 3 cifras y el primer término de 3 cifras.

a) 919 b) 127 c) 792
d) 797 e) 897

05 Dado la P.A:

$$\overline{ab}_{(n)} ; \overline{a(b+2)}_{(n)} ; \overline{b1}_{(n)} ; \ldots ; \overline{aaa}_{(n)}$$

Calcule $a+b+n$, si tiene 74 términos.

a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) 19

06 ¿Qué letra sigue? U ; S ; O ; D ; ...

a) B b) X c) T
d) V e) C

07 Dada la sucesión:

1;2;4;5;7;9;10;12;14;16;17; ...

ésta se forma colocando primero el primer impar; luego los dos pares siguientes (2;4); después las siguientes tres impares (5; 7; 9), luego los cuatro pares siguientes (10; 12; 14; 16) y así sucesivamente. Calcule el lugar que ocupa el número 400 en la sucesión.

a) 208 b) 210 c) 212
d) 211 e) 209

08 Halle la suma del vigésimo número en escuadra y el trigésimo número hexagonal.

a) 2055 b) 2255 c) 2155
d) 2245 e) 1955

09 Calcule en el siguiente arreglo el término central de la fila 30.

fila 1 ⟶ 3
fila 2 ⟶ 7 11 15
fila 3 ⟶ 19 23 27 31 35
fila 4 ⟶ 39 43 47 51 55 59 63
⋮

a) 3843 b) 8343 c) 1483
d) 3483 e) 2482

10 Tres números están en P.G. si al último término se le resta 32 se forma un P.A., pero si al segundo término de la sucesión obtenida se le resta 4 se forma de nuevo una P.G. ¿Cuál es la suma de los tres números?

a) 40 b) 62 c) 42
d) 30 e) 32

11 Se tiene la siguiente P.A.:

5 ; ... ; 47 ; ... ; 159

donde el número de términos que hay entre 47 y 159 es el triple del número de términos que hay entre 5 y 47. Calcule el primer término de tres cifras.

a) 101 b) 103 c) 105
d) 107 e) 109

12 ¿Cuántas cifras se utilizaron para escribir la siguiente sucesión?

2 ; 4 ; 8 ; 14 ; 22 ; ... ; 3662

a) 190 b) 180 c) 198
d) 199 e) 197

13 Si la suma de los 2 primeros términos que conforman la última fila es 573 ¿cuántas filas tiene el arreglo?

2
5 1 8
11 1 14 1 17
20 1 23 1 26 1 29

a) 18 b) 19 c) 20
d) 21 e) 22

14 En la siguiente sucesión halle el segundo término negativo de 2 cifras:

851 ; 848 ; 845 ; 842 ; ...

a) –15 b) –17 c) –13
d) –14 e) –16

15 En la siguiente sucesión:

2 ; 7 ; 12 ; 17 ; ... ; 397

¿Cuántas parejas de términos consecutivos existen tales que la suma de ambos términos sea un cuadrado perfecto?

a) 7 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

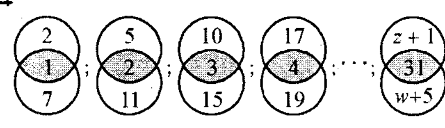
16 Indique cuál es el último término de la sucesión

6 ; 17 ; 28 ; 39 ; ...

si para escribirse se han utilizado 3495 cifras.

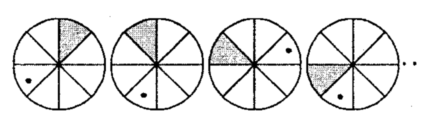
a) 9884 b) 8984 c) 9800
d) 9784 e) 9874

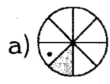
17 Halle el valor de : $z + w$

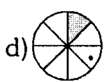


a) 1080 b) 961 c) 1183
d) 1083 e) 1193

18 Halle la figura que ocupa el vigésimo lugar



a)  b) c)

d)  e)

19 Halle el término de lugar 117 en la siguiente sucesión:

10 ; 13 ; 14 ; 16 ; 18 ; 19 ; 22 ; ...

a) 252 b) 238 c) 246
d) 242 e) 250

20 Adolfo pelea con su enamorada y al regresar a su casa toma un libro de 450 páginas y arranca cierto número de hojas del principio, luego para desahogarse cuenta con mucha paciencia los tipos que se usan para enumerar las páginas que quedaron, contando 1095 tipos ¿cuántas hojas arrancó?

a) 50 b) 66 c) 78
d) 39 e) 25

21 Al escribir la siguiente sucesión:

13 ; 16 ; 19 ; 22 ; ...

Se ha detenido su escritura cuando la cifra 7 ha sido escrita 77 veces. Hasta ese entonces ¿cuántas cifras se han escrito?

a) 732 b) 733 c) 734
d) 735 e) 736

22 Dada la sucesión:

1 ; 5 ; 12 ; 22 ; ...

Calcule su termino enésimo y el que ocupa el lugar 20.

a) $t_n = 2t_{n-1} - 3n + 2$; $t_{20} = 532$

b) $t_n = t_{n-1} + 3n - 2$; $t_{20} = 590$

c) $t_n = t_{n-1} - 3n + 2$; $t_{20} = 532$

d) $t_n = 2t_{n-1} + 3n - 1$; $t_{20} = 590$

e) $t_n = t_{n-1} + 3n - 2$; $t_{20} = 532$

23 Qué letra continúa: C ; T ; Q ; S ; ...

a) N b) P c) M
d) O e) D

24 Para escribir:

$$1 ; 2^2 ; 3^3 ; 4^4 ; 5^5 ;$$

$$10_6{}^{10_6} ; 11_6{}^{11_6} ; \ldots ; \overline{abcd_6}^{\overline{abcd_6}}$$

Se han empleado 1826 cifras (sin considerar las bases). halle:
$a + b + c + d$

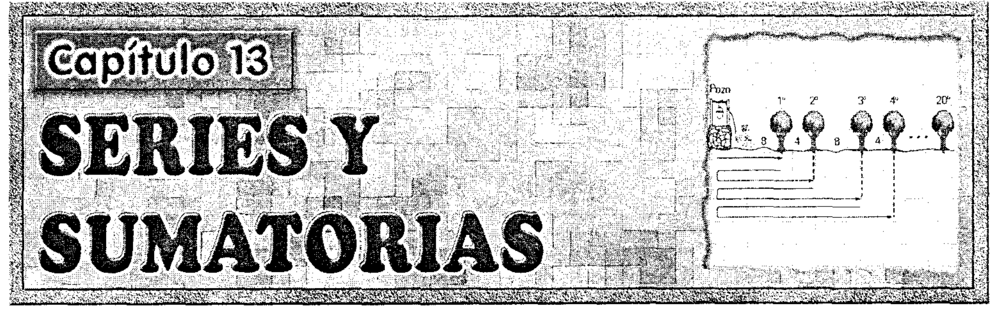
a) 7 b) 8 c) 27
d) 18 e) 5

CLAVES
SUCESIONES

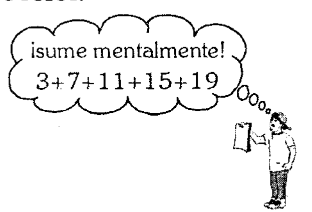
PRIMERA PRÁCTICA				
01. e	02. d	03. d	04. d	05. d
06. d	07. a	08. a	09. d	10. b
11. b	12. a	13. d	14. c	15. e
16. c	17. d	18. d	19. b	20. e
21. a	22. c	23. e	24. b	25. a
26. b	27. c	28. d	29. e	30. a
31. b	32. b	33. b	34. c	35. d
36. a	37.d			

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. a	02. a	03. e	04. c	05. b
06. b	07. a	08. d	09. d	10. d
11. c	12. b	13. d	14. b	15. a
16. a	17. c	18. d	19. e	20. c
21. e	22. c	23. b	24. a	

TERCERA PRÁCTICA				
01. d	02. a	03. a	04. c	05. b
06. d	07. b	08. a	09. d	10. b
11. b	12. e	13. c	14. c	15. d
16. b	17. d	18. e	19. d	20. d
21. d	22. b	23. a	24. a	



INTRODUCCIÓN



... bueno seguro ya tienes la respuesta 55, pero no crees que te demoraste un poco. Mejor hazlo así: "ubique el número central, cuente cuántos números hay, multiplique los resultados y obtendrás la suma.

$$\underbrace{3+1+\textcircled{11}+15+19}_{5\ \#_s} = 11\times 5 = 55$$

Definitivamente este método no es el único que existe, hay diversos métodos prácticos que nos permiten sumar de una manera rápida una gran cantidad de números.

En esta parte aprenderemos ello y sin perder más tiempo empecemos ya.

SERIE NUMÉRICA

Es la adición indicada de los términos de una sucesión numérica.

$$\begin{array}{lll} & & t_1 \quad t_2 \quad t_3 \quad t_4 \\ \text{Sucesión} & \Rightarrow & 2\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 11 \\ \text{Serie} & \Rightarrow & 2+5+8+11=26 \end{array}$$

valor de la serie → 26

SERIES NUMÉRICAS IMPORTANTES

I. SERIE ARITMÉTICA

La serie aritmética es la adición indicada de los términos de una sucesión aritmética.

Sucesión aritmética : $2\ ;\ 6\ ;\ 10\ ;\ 14$ (+4, +4, +4)

Serie aritmética : $2+6+10+14$

Ejemplo 01

Calcule el valor de:

$$S = 3+7+11+15+19+23$$

Resolución

Podríamos efectuar la adición de manera directa, pero lo que haremos es deducir una expresión general que nos permita calcular el valor de una serie cualquiera.

$$\begin{array}{lrl} \text{como} & ; S = & \overbrace{3+7+11+15+19+23}^{6\text{ términos}} \\ \text{entonces} & : S = & 23+19+15+11+7+3 \quad (+) \\ \hline & 2S = & 26+26+26+26+26+26 \\ & 2S = & 26(6) \\ & S = & \dfrac{(26)6}{2} \end{array}$$

primer término ↓ ↓ último

$$S = \frac{(3+23)}{2} \cdot 6$$

↑ # términos

En general

Dada la serie aritmética:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n$$

($+r$, $+r$)

La suma S se obtiene así:

$$S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right) n$$

Ejemplo 02

Halle el valor de

$$S = \underbrace{42 + 38 + 34 + 30 + \ldots}_{60 \text{ sumandos}}$$

a) 4560 b) –3270 c) –5460
d) –4560 e) –4660

Resolución

Necesitamos hallar el último término (t_{60}).

(46) 42 , 38 , 34 , 30 , …
(–4, –4, –4, –4)

$$\Rightarrow \quad t_n = -4n + 46$$

$$t_{60} = -4(60) + 46 = -194$$

luego: $S = \left(\frac{t_1 + t_{60}}{2}\right) \times 60$

$$S = \frac{(42-194)}{2} \times 60 = -4560$$

∴ **Clave: d**

Ejemplo 03

Sume:

$$S = 5 + 7 + 9 + 11 + \ldots + 201$$

a) 10192 b) 10197 c) 10198
d) 10199 e) 10173

Resolución

Necesitamos el número de términos:

(3) 5 , 7 , 9 , 11 , … , 201
(+2, +2, +2, +2)

$$\# \text{ términos} = \frac{201-3}{2} = 99$$

Luego: $S = \frac{(5+201)}{2} \times 99 = 10197$

∴ **Clave: b**

NOTA

Sabemos que en una P.A. con un número impar de términos.

$$t_c = \frac{t_1 + t_n}{2}$$

término central ↑

Además como: $S = \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) n$

$$\Rightarrow \boxed{S = t_c \times n}$$

II. SERIE GEOMÉTRICA

Es la adición indicada de los términos de una sucesión o progresión geométrica, la serie geométrica puede ser infinita o finita según el número de términos que posea.

- serie geométrica infinita ⇨ $S = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots \infty$ (x 1/2, x 1/2, x 1/2)

- serie geométrica finita ⇨ $S = \underbrace{3 + 6 + 12 + 24 + \ldots}_{\text{20 sumandos}}$ (x 2, x 2, x 2)

SERIE GEOMÉTRICA DECRECIENTE INFINITA

Ejemplo 01

Halle el valor de:

$$S = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \ldots$$

a) 54 b) 56 c) 72
d) 58 e) 36

Resolución

Como:

$$S = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \ldots$$

(x $^1/_3$, x $^1/_3$)

multiplicamos a todo por $^1/_3$

$$S = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \ldots$$

$$\frac{S}{3} = 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \ldots \quad (-)$$

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) S = 36$$

$$S = \frac{36}{1 - 1/3} = 54$$

∴ **Clave: a**

Identificando:

$$S = \frac{\overset{t_1}{36}}{1 - \underset{q}{1/3}}$$

En general

Dada la serie geométrica decreciente de infinitos términos:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots$$

(+q, +q)

La suma se calcula así:

$$S = \frac{t_1}{1 - q} \qquad 0 < |q| < 1$$

Ejemplo 02

Halle el valor de:

$$S = 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots$$

a) 18 b) 14 c) 20
d) 16 e) 24

Resolución

Se trata de una serie geométrica decreciente e infinita.

$$S = 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots$$

(x $^1/_2$, x $^1/_2$, x $^1/_2$) $q = ½$

Luego: $S = \frac{8}{1 - 1/2} = 16$

∴ **Clave: d**

Ejemplo 03

Cuál es el valor de:

$$S = 12 - 4 + \frac{4}{3} - \frac{4}{9} + \ldots$$

a) 16 b) 8 c) 6
d) 15 e) 9

Resolución

De la serie:

$$S = 12 - 4 + \frac{4}{3} - \frac{4}{9} + \ldots$$

$\times(-1/3)$ $\times(-1/3)$

$$S = \frac{12}{1-(-1/3)} = \frac{12}{4/3} = 9$$

$\therefore$ **Clave: e**

NOTA

Es importante verificar que se cumpla:

$$0 < |q| < 1$$

porque sino se cumple la desigualdad, no podemos aplicar:

$$S = \frac{t_1}{1-q}$$

SERIE GEOMÉTRICA FINITA

Ejemplo 01

Sume:

$$S = \underbrace{2 + 6 + 18 + 54 + 162}_{5 \text{ términos}}$$

$\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$

Resolución

Como la razón es 3 multipliquemos todo por 3:

$$3S = 6 + 18 + 54 + 162 + 486$$
$$S = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 \quad (-)$$
$$(3-1)S = 486 - 2 = 2 \times 3^5 - 2$$

t_1 → # términos

$$S = 2\frac{(3^5-1)}{(3-1)}$$

← q

En general

Dada la serie geométrica de n términos:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n$$

$\times q$ $\times q$

su valor se calcula así:

$$S = t_1\frac{(q^n-1)}{(q-1)}$$

Ejemplo 02

Halle la suma total:

$$S = 3 + 6 + 12 + 24 + \ldots + 3072$$

a) 6142 b) 6141 c) 6072
d) 3072 e) 6411

Resolución

Como:

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

$$S = 3 + 6 + 12 + 24 + \ldots + 3072$$

$$\underbrace{3\times2^0 \quad 3\times2^1 \quad 3\times2^2 \quad 3\times2^3 \quad \ldots \quad 3\times2^{10}}_{11 \text{ términos}}$$

$$S = 3\frac{(2^{11}-1)}{(2-1)} = 6141$$

$\therefore$ **Clave: b**

III. SERIES Y SUMAS NOTABLES

Suma de los primeros #s naturales

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1+2+3+4+\ldots+10=\frac{10\times11}{2}=55$$

$$1+2+3+4+\ldots+50=\frac{50\times51}{2}=1275$$

Suma de los primeros $\#_s$ impares

$$\underbrace{1+3+5+7+\ldots}_{n \text{ sumandos}}=n^2$$

$$\underbrace{1+3+5+7+\ldots}_{10\ \#_s}=10^2=100$$

$$\underline{1}+3+5+7+\ldots\underline{99}=50^2=2500 \qquad \left(\frac{1+99}{2}\right)$$

Suma de cuadrados

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+10^2=\frac{10\times11\times21}{6}=385$$

Suma de cubos

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2=3025$$

Sumas especiales

$$1\times2+2\times3+3\times4+\ldots+20\times21=\frac{20\times21\times22}{3}$$

$$1\times2\times3+2\times3\times4+\ldots+30\times31\times32=\frac{30\times31\times32\times33}{4}$$

$$1\times2\times3\times4+2\times3\times4\times5+\ldots+15\times16\times17\times18=\frac{15\times16\times17\times18\times19}{5}$$

Ejemplo 01

Halle el valor de

$$S=2+5+10+17+\ldots+901$$

a) 9555 b) 6485 c) 9485
d) 8485 e) 9845

Resolución

Dando forma a cada sumando:

$$S=2+5+10+17+\ldots\ldots+901$$

$$S=1^2+1+2^2+1+3^2+1+4^2+1+\ldots\ldots+30^2+1$$

$$S=(1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+30^2)+(\underbrace{1+1+1+1+\ldots1}_{30 \text{ veces}})$$

$$S=\frac{30\times31\times61}{2}+30=9485$$

$\therefore$ **Clave: c**

Ejemplo 02

Sume:

$$S=11_{(2)}+22_{(3)}+33_{(4)}+\ldots \text{ (30 sumandos)}$$

a) 10845 b) 11385 c) 10285
d) 10380 e) 10385

Resolución

Descomponiendo polinómicamente cada sumando:

$$\left.\begin{aligned} 11_{(2)} &= 1\times2+1\\ 22_{(3)} &= 2\times3+2\\ 33_{(14)} &= 3\times4+3\\ &\vdots\\ &= 30\times31+30 \end{aligned}\right\} \text{30 sumandos}$$

$$S=\frac{30\times31\times32}{3}+\frac{30\times31}{2}$$

$$S=9920+465=10385$$

$\therefore$ **Clave: e**

III. SERIE POLINOMIAL

Ejemplo 01

Halle el valor de:

$$S = \underbrace{4 + 14 + 30 + 52 + 80 + \ldots}_{15 \text{ sumandos}}$$

a) 3240 b) 3140 c) 3150
d) 3340 e) 3230

Resolución

Analizando los términos:

$$S = \underbrace{④ + 14 + 30 + 52 + 80 + \ldots}_{15 \text{ sumandos}}$$

$$\begin{array}{cccc} ⑩ & 16 & 22 & 28 \\ ⑥ & 16 & 22 & \end{array}$$

$$S = 4C_1^{15} + 10C_2^{15} + 6C_3^{15}$$

$$S = 4(15) + 10\left(\frac{15\times 14}{3\times 2}\right) + 6\left(\frac{15\times 14\times 13}{3\times 2\times 1}\right)$$

$$S = 3140$$

$\therefore$ **Clave: b**

Ejemplo 02

sume:

$$S = \underbrace{-1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 4 + \ldots}_{20 \text{ sumandos}}$$

a) 3875 b) 3775 c) 3675
d) 2875 e) 3445

Resolución

Analizando la serie dada:

$$S = \underbrace{(-1) + 0 + 0 + 0 + 1 + 4 + \ldots}_{20 \text{ sumandos}}$$

$$\begin{array}{ccccc} ① & 0 & 0 & 1 & 3 \\ (-1) & 0 & 1 & 2 & \\ 1 & 1 & 1 & & \end{array}$$

$$S = -1C_1^{20} + 1C_2^{20} - 1C_3^{20} + 1C_4^{20}$$

$$S = -1(20) + 1\left(\frac{20\times 19}{2\times 1}\right) - 1\left(\frac{20\times 19\times 18}{3\times 2\times 1}\right) + 1\left(\frac{20\times 19\times 18\times 17}{4\times 3\times 2\times 1}\right)$$

$$S = 3875$$

$\therefore$ **Clave: a**

NOTA

$$C_k^n = \frac{\overbrace{n(n-1)(n-2)\times\ldots}^{x \text{ factores}}}{k(k-1)(k-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1}$$

$$C_1^n = n$$

SUMATORIAS

Sea la serie:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n$$

si queremos representar la serie de forma abreviada, usaremos el operador sumatoria (Σ) así:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n = \sum_{k=1}^{n} t_k$$

se lee: sumatoria de los términos de la forma t_k desde $k = 1$ hasta $k = n$

$$\sum_{K=1}^{10}(3n)=3(1)+3(2)+3(3)+\ldots+3(10)$$

$$\sum_{K=3}^{20}(2n^2+1)=\left(2(3)^2+1\right)+\left(2(4)^2+1\right)$$

$$\left(2(5)^2+1\right)+\ldots+\left(2(20)^2+1\right)$$

Ejemplo

Expresar en términos de sumatoria:

$$S=8+11+14+17+\ldots\ldots+98$$

Resolución

- Hallemos t_n y el # de términos:

$$5,\ 8\ ,\ 11\ ,\ 14\ ,\ 17\ \ldots\ ,\ 98$$

$$+3\quad +3\quad +3\quad +3$$

$$t_n=3n+5$$

$$\#\ \text{términos}\ =\ \frac{98-5}{3}=31$$

Luego: $\quad S=\sum_{n=1}^{31}(3n+5)$

PROPIEDADES:

- $\sum_{K=a}^{n}t_k=\underbrace{t_a+t_{a+1}+t_{a+2}+\ldots+t_n}_{\#\ \text{term: }(n-a)+1}$

- $\sum_{K=a}^{n}C=C\,(n-a+1)$

Ejemplos

$$\sum_{n=3}^{8}(13)=16(8-3+1)=78$$

$$\sum_{n=1}^{10}(15)=15(10)=150$$

- $\sum_{n=a}^{n}(Ct_k)=C\left(\sum_{k=a}^{n}t_k\right)$

Ejemplos

$$\sum_{n=3}^{8}(3(2n+1))=3\left(\sum_{n=3}^{8}(2n+1)\right)$$

$$\sum_{t=a}^{n}\left(Ct_{k_1}+Pt_{k_2}\right)=C\sum_{k=a}^{n}t_{k_1}+P\sum_{k=a}^{n}t_{k_2}$$

Ejemplos

$$\sum_{n=3}^{10}\left(3n+4n^3\right)=3\sum_{n=3}^{10}n+4\sum_{n=3}^{10}n^3$$

SUMATORIAS NOTABLES

$$\sum_{n=1}^{p}n=1+2+3+\ldots+p=\frac{p(p+1)}{2}$$

$$\sum_{n=1}^{p}n^2=1^2+2^2+3^2+\ldots+p^2=\frac{p(p+1)(2p+1)}{6}$$

$$\sum_{n=1}^{p}n^3=1^3+2^3+3^3+\ldots+p^3=\left(\frac{p(p+1)}{2}\right)^2$$

$$\sum_{n=1}^{p}n(n+1)=1\times2+2\times3+\ldots+p(p+1)$$

$$=\frac{p(p+1)(p+2)}{3}$$

Ejemplo 01

Halle el valor de:

$$S = 5 + 9 + 15 + 23 + \ldots$$

20 sumandos

a) 3140 b) 3240 c) 3340
d) 3410 e) 3540

Resolución:

Para expresar la serie en términos de sumatoria debemos hallar t_n

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & & 5 & , 9 & , 15 & , 23 \ldots \\ & 2 & & 4 & 6 & 8 \\ & & 2 & & 2 & 2 \end{array}$$

$$t_1 = an^2 + bn + c$$

$$a = \tfrac{2}{2} \qquad b = 2 - \tfrac{2}{2} \qquad c = 3$$

$$t_1 = n^2 + n + 3$$

luego:

$$S = \sum_{n=1}^{15}\left(n^2 + n + 3\right)$$

$$S = \underbrace{\sum_{n=1}^{15} n^2}_{\text{suma de cuadrados}} + \underbrace{\sum_{n=1}^{15} n}_{\text{suma de naturales}} + \sum_{n=1}^{15} 3$$

$$S = \frac{15 \times 16 \times 31}{6} + \frac{15 \times 16}{2} + 3(15)$$

$$S = 3140$$

$\therefore$ **Clave: a**

Ejemplo 02

Sume:

$$S = \underbrace{7 \times 43 + 9 \times 41 + 11 \times 39 + \ldots}_{20 \text{ sumandos}}$$

a) 12400 b) 9500 c) 13500
d) 10500 e) 11500

Resolución

$$(5)\ 7\ ,\ 9\ ,\ 11 \ldots \quad (+2, +2, +2)$$

$$\longrightarrow t_n = 2n + 5$$

$$(45)\ 43\ ,\ 41\ ,\ 39 \ldots \quad (-2, -2, -2)$$

$$\longrightarrow t_n = -2n + 45$$

Entonces:

$$S = \sum_{n=1}^{20}(2n+5)(-2n+45)$$

$$S = \sum_{n=1}^{20}(225 + 80n - 4n^2)$$

$$S = \sum_{n=1}^{20}(225) + 80\sum_{n=1}^{20} n - 4\sum_{n=1}^{20} n^2$$

$$S = 225(20) + 80\left(\frac{20 \times 21}{2}\right) - 4\left(\frac{20 \times 21 \times 41}{6}\right)$$

$$S = 11500$$

$\therefore$ **Clave: e**

Problemas Resueltos

SERIES Y SUMATORIAS

PROBLEMA 01

Calcule:

$$M = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \frac{8}{2^6} + \ldots$$

a) 11 b) 2 c) 3
d) ½ e) ¾

Resolución:

Como:

$$M = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \frac{5}{2^2} + \frac{8}{2^6} + \ldots$$

$$-\quad \frac{M}{2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{2}{2^4} + \frac{3}{2^5} + \frac{5}{2^6} + \frac{8}{2^7} + \ldots$$

$$\frac{M}{2} = \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{2}{2^5} + \frac{3}{2^6} + \ldots$$

$$\frac{M}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \ldots\right)$$

$$\frac{M}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(M)$$

$$2M = 2 + M$$

$$M = 2$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 02

Calcule el valor de S:

$$S = \underbrace{1 - 4 + 9 - 16 + 25 - 36 + \ldots\ldots}_{21 \text{ términos}}$$

a) 280 b) –210 c) 231
d) 200 e) –200

Resolución:

Se observa que:

$$S = \underbrace{1^2 - 2^2} + \underbrace{3^2 - 4^2} + \underbrace{5^2 - 6^2} + \ldots + \underbrace{19^2 - 20^2} + 21^2$$

$$S = \underbrace{-3 - 7 - 11 - \ldots - 39}_{10 \text{ térmi-}} + 21^2$$

$$S = -\left(\frac{3+39}{2}\right) \times 10 + 441$$

$\therefore\ S = 231$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 03

Si $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_{20}$ son las sumas de los 20 primeros términos de P.A. cuyos primeros términos son iguales a 1 y sus razones son 1,3,5,7, ... respectivamente. Calcule:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_{20}$$

a) 76400 b) 80200 c) 4200
d) 70300 e) 67400

Resolución:

Del enunciado

$$\begin{aligned} S_1 &= 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 20 \\ S_2 &= 1 + 4 + 7 + 10 + \ldots + \bigcirc \\ S_3 &= 1 + 6 + 11 + 16 + \ldots + \bigcirc \\ &\vdots \\ S_{20} &= 1 + 40 + 79 + 118 + \ldots + \bigcirc \end{aligned} \quad + \quad \text{20 sumandos}$$

$$S = 20 + \left(\frac{2+40}{2}\right) \times 20 + \left(\frac{3+79}{2}\right) \times 20 + \left(\frac{4+118}{2}\right) \times 20 + \ldots$$

$$S = 20 + 420 + 820 + 1220 + \ldots + t_{20}$$

$$+400 \quad +400 \quad +400$$

$$t_n = 400n - 380$$

$$t_{20} = 400(20) - 380 = 7620$$

Luego :

$$S = \left(\frac{20 + 7620}{2}\right) \times 20$$

$$S = 76400$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 04

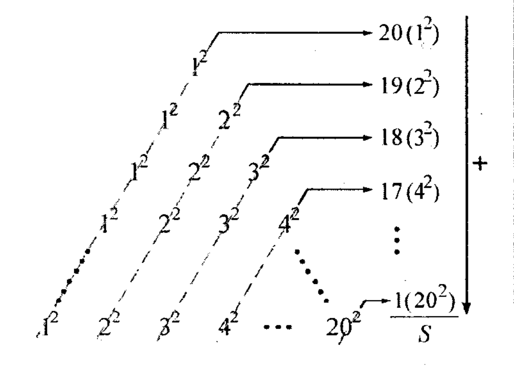
Calcular:

$$S = \underbrace{1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) + \ldots}_{20 \text{ sumandos}}$$

a) 16170 b) 17160 c) 18160
d) 16817 e) 14270

Resolución:

La suma pedida equivale a sumar los términos del siguiente arreglo:



luego:

$$S = 20(1^2) + 19(2^2) + 18(3^2) + \ldots + 1(20^2)$$

$$S = (21-1)1^2 + (21-2)2^2 + (21-3)3^2 + \ldots + (21-20)20^2$$

$$S = (21 \times 1^2 - 1^3) + (21 \times 2^2 - 2^3) + (21 \times 3^2 - 3^3) + \ldots + (21 \times 20^2 - 20^3)$$

$$S = 21(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 20^2) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 20^3)$$

$$S = 21\left(\frac{20 \times 21 \times 41}{6}\right) - \left(\frac{20 \times 21}{2}\right)^2$$

$\therefore \quad S = 16170$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 05

Sobre el suelo se ha dibujado un polígono regular de 24 m de lado, un corredor se para sobre un vértice y recorre todo el polígono; luego repite el proceso sucesivamente recorriendo en cada ida un lado menos. Si ha recorrido en total 864 m ¿Cuántos lados tiene el polígono?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

Sea n el número de lados.

Recorrido:

$$24n + 24(n-1) + \ldots + 24(3) + 24(2) + 24(1)$$

$$= 24(n + (n-1) + \ldots + 3 + 2 + 1) = 864$$

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = 36$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 36$$

$$n(n+1) = 8 \times 9$$

$$n = 8$$

$\therefore$ Tiene 8 lados

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 06

De la gráfica mostrada:

13	12	11	10
14	3	2	9
15	4	1	8
16	5	6	7

Una hormiga comienza en 1 y pasa a 2, luego a 3 y así sucesivamente. Si la hormiga a girado a la izquierda 20 veces; determine la suma de todos los números sobre los que ha girado.

a) 850 b) 745 c) 855
d) 845 e) 955

Resolución:

Observe que la hormiga siempre gira a la izquierda

Suma pedida:

$$S = \overbrace{2+3+5+7+10+13+17+21+\ldots}^{20 \text{ sumandos}}$$

$$S = (5) + 12 + 23 + 38 + \ldots \quad (10 \text{ sum.})$$

$$(7) \quad 11 \quad 15$$

$$(4) \quad 4$$

$$S = 5C_1^{10} + 7C_2^{10} + 4C_3^{10}$$

$$S = 5(10) + 7\left(\frac{10\times 9}{2\times 1}\right) + 4\left(\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}\right)$$

$$S = 845$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 07

Halle el valor de:

$$S = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{5}{64} + \frac{3}{64} + \ldots$$

a) ½ b) ¾ c) $^3/_2$
d) 1 e) 2

Resolución:

Dando forma a cada sumando:

$$S = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{5}{64} + \frac{3}{64} + \ldots$$

$$S = \frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \frac{4}{32} + \frac{5}{64} + \frac{6}{128} + \ldots$$

$$-\quad \frac{S}{2} = \frac{1}{8} + \frac{2}{16} + \frac{3}{32} + \frac{4}{64} + \frac{5}{128} + \frac{6}{256} + \ldots$$

$$\frac{S}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \ldots$$

$$\times ½ \quad \times ½ \quad \times ½$$

$$\frac{S}{2} = \frac{^1/_4}{1-{^1/_2}} = \frac{^1/_4}{^1/_2}$$

$$\frac{S}{2} = \frac{1}{2}$$

$\therefore\ S = 1$ $\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 08

Calcule: $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \ldots + \frac{1}{1720}$

a) $\frac{13}{40}$ b) $\frac{14}{43}$ c) $\frac{21}{41}$
d) $\frac{17}{42}$ e) $\frac{12}{35}$

Resolución:

Dando forma a cada sumando:

$$S = \frac{1}{1\times 4} + \frac{1}{4\times 7} + \frac{1}{7\times 10} + \frac{1}{10\times 13} + \ldots + \frac{1}{40\times 43}$$

$$3S = \frac{3}{1\times 4} + \frac{3}{4\times 7} + \frac{3}{7\times 10} + \frac{3}{10\times 13} + \ldots + \frac{3}{40\times 43}$$

$$3S=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{13}\right)+\ldots\ldots+\left(\frac{1}{40}-\frac{1}{43}\right)$$

$$3S=1-\frac{1}{43}$$

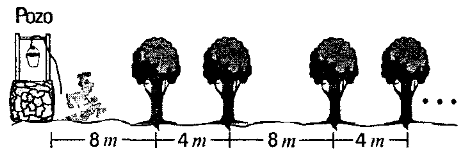
$$3S=\frac{42}{43}$$

$$S=\frac{14}{43}$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 09

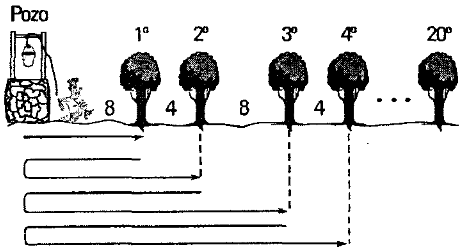
Una persona debe regar con un balde con agua cada uno de los 20 árboles que se muestran en la figura, dichos árboles están sembrados en fila y separados alternadamente. Si la persona en cada viaje sólo puede llevar un balde con agua y empieza estando junto al pozo. ¿Cuánto deberá recorrer en total, para regar todos los árboles?



a) 2550 m b) 2440 m c) 2330 m
d) 2660 m e) 2770 m

Resolución:

Analizando el recorrido para regar cada árbol tenemos:



$$\text{Recorrido}=\overset{1^\circ}{8}+\overset{2^\circ}{20}+\overset{3^\circ}{32}+\overset{4^\circ}{44}+\ldots+\overset{20^\circ}{\square}$$

(+12, +12, +12)

$$t_n=12n-4$$

$$t_{20}=12(20)-4=236$$

$$\therefore\ \text{Recorrido}=\frac{(8+236)}{2}\times 20=2440m$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 10

En la siguiente igualdad

$$\underbrace{1+3+5+7+\ldots+x}_{n\text{ term.}}=\underbrace{41+39+37+\ldots+y}_{21\text{ term.}}$$

Halle: $x+y+n$

a) 60 b) 61 c) 62
d) 63 e) 64

Resolución:

Hallando los términos n-simos de cada serie.

$$\overbrace{1+3+5+7+\ldots+x}^{n}=\overbrace{41+39+37+\ldots+y}^{21\text{ term}}$$

(+2, +2, +2) (−2, −2)

$t_n=2n-1$ $\qquad t_n=43-2n$

$$y=t_{21}=43-2(21)=1$$

$$\underbrace{1+3+5+7+\ldots+\overset{x}{(2n-1)}}_{n\text{ term}}=\underbrace{41+39+37+\ldots+3+2+1}_{21\text{ term}}$$

comparando: $n = 21$

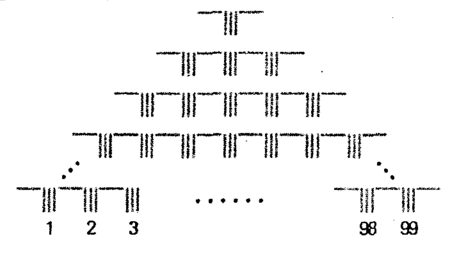
$x = 41$

Piden: $41 + 1 + 21 = 63$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 11

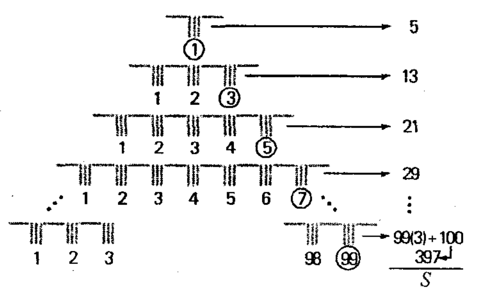
¿Cuántos palitos hay en total en la siguiente figura?



a) 39303 b) 10050 c) 10040
d) 10440 e) 10150

Resolución:

Contando los palitos en cada nivel:



$$\text{total}: S = \underbrace{\overset{1^o}{5} + \overset{3^o}{13} + \overset{5^o}{21} + \overset{7^o}{29} + \ldots + \overset{99^o}{397}}_{50 \text{ términos}}$$

$$S = \frac{(5+397)}{2} \times 50 = 10050$$

$\therefore$ Hay 10050 palitos en total.

$\therefore$ **Clave: b**

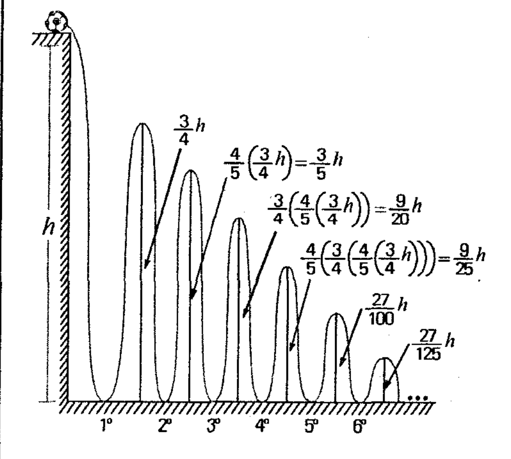
PROBLEMA 12

Una pelota de hule cae desde una altura h y rebota los $3/4$ de la altura desde la cual cae cuando el número de rebote es impar, y los $4/5$ cuando el número de rebote es par. ¿Cuál es el espacio recorrido por la pelota hasta quedar en reposo, si esta se eleva 36 cm en el cuarto rebote?

a) 770 cm b) 775 cm c) 780 cm
d) 875 cm e) 745 cm

Resolución:

Del enunciado:



$$R = h + 2\left[\frac{3}{4}h + \frac{3}{5}h + \frac{9}{20}h + \frac{9}{25}h + \frac{27h}{100} + \frac{27h}{125} + \ldots\right]$$

$$R = h + 2\left[\left(\frac{3}{4}h + \frac{9}{20}h + \frac{27h}{100} + \ldots\right) + \left(\frac{3}{5}h + \frac{9}{25}h + \frac{27h}{125} + \ldots\right)\right]$$

$\times 3/5$ $\times 3/5$ $\times 3/5$ $\times 3/5$

$$R = h + 2\left[\frac{{}^{3}/_{4}h}{1-{}^{3}/_{5}} + \frac{{}^{3}/_{5}h}{1-{}^{3}/_{5}}\right]$$

$$R = \frac{31}{4}h$$

Como en el cuarto rebote se eleva 36 cm:

$$\frac{\not{4}}{5}\left(\frac{3}{\not{4}}\left(\frac{\not{4}}{5}\left(\frac{3}{\not{4}}h\right)\right)\right) = 36$$

$$\frac{9}{25}h = 36$$

$$h = 100 \text{ cm}$$

Luego: $R = \frac{31}{4}(100 \text{ cm}) = 775 \text{ cm}$

$\therefore$ El espacio recorrido es 775 cm

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 13

Calcular:

$$S = \underbrace{1 + 3 + 2 + 2 + 6 + 4 + 3 + 9 + 6 \ldots}_{100 \text{ sumandos}}$$

a) 3400 b) 4600 c) 4900
d) 2800 e) 4700

Resolución:

Agrupando de 3 en 3

$$S = \overbrace{\textcircled{1} + 3 + 2 + \textcircled{2} + 6 + 4 + \textcircled{3} + 9 + 6 \ldots}^{99 \text{ sumandos}} + \textcircled{34}$$

$$S = \underbrace{6 + 12 + 18 + \ldots}_{33 \text{ sumandos}} + \textcircled{34}$$

$$S = 6(1 + 2 + 3 + \ldots + 33) + \textcircled{34}$$

$$S = 6\left(\frac{33 \times 34}{2}\right) + 34$$

$$S = 3400$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 14

Halle el valor de:

$$S = \underbrace{5(3^2) + 7(7^2) + 9(11^2) + 11(15^2) + \ldots}_{10 \text{ sumandos}}$$

a) 106490 b) 107940 c) 110940
d) 109470 e) 105490

Resolución:

Hallemos los términos enésimos de:

$5 ; 7 ; 9 ; 11 \ldots$ (+2, +2, +2) $\rightarrow t_n = 2n + 3$

$3^2 ; 7^2 ; 11^2 ; 15^2 \ldots$ (+4, +4, +4) $\rightarrow t_n = (4n-1)^2$

Entonces:

$$S = 5(3^2) + 7(7^2) + 9(11^2) + 11(15^2) + \ldots \quad (10 \text{ sumandos})$$

$$S = \sum_{n=1}^{10}\left((2n+3)(4n-1)^2\right)$$

$$S = \sum_{n=1}^{10}\left[(2n+3)(16n^2 - 8n + 1)\right]$$

$$S = \sum_{n=1}^{10}\left[32n^3 + 32n^2 - 22n + 3\right]$$

$$S = \sum_{n=1}^{10}(32n^3) + \sum_{n=1}^{10}(32n^2) - \sum_{n=1}^{10}(22n) + \sum_{n=1}^{10}(3)$$

$$S = 32\sum_{n=1}^{10}n^3 + 32\sum_{n=1}^{10}n^2 - 22\sum_{n=1}^{10}n + \sum_{n=1}^{10}3$$

$$S = 32\left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2 + 32\left(\frac{10 \times 11 \times 21}{6}\right)$$

$$-22\left(\frac{10 \times 11}{2}\right) + 3(10)$$

$$S = 107940$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 15 **(Problema de Olimpiada)**

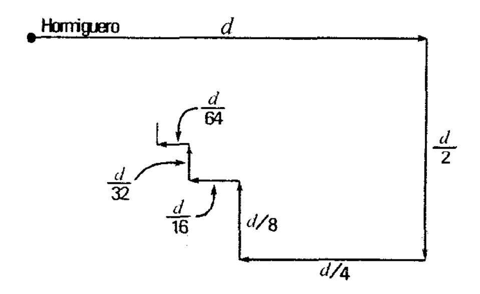
Una hormiga parte del hormiguero y recorre en línea recta un tramo ***d*** cm, luego gira 90° y recorre en línea recta otro tramo ($^d/_2$) cm, luego vuelve a girar 90° y recorre en línea recta ($^d/_4$) cm y así sucesivamente. El sentido en que gira lo decide en cada vértice. ¿Cuál es la menor distancia al hormiguero a la que puede estar la hormiga, después de haber recorrido ***n*** tramos? ($n \to \infty$)

a) $^d/_3$ b) $^d/_6$ c) $\frac{d\sqrt{5}}{3}$

d) $^d/_2$ e) $\frac{d\sqrt{5}}{6}$

Resolución:

Para que la distancia al hormiguero sea la menor su recorrido debe ser así:



horizontalmente avanzó:

$$d_h = d - \frac{d}{4} - \frac{d}{16} - \frac{d}{64} - \dots$$

x $^1/_4$ x $^1/_4$

$$d_h = d - \frac{^d/_4}{1-^1/_4} = \frac{2}{3}d$$

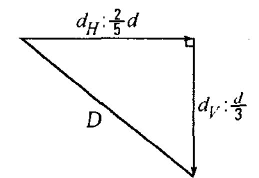
Verticalmente avanzó:

$$d_v = \frac{d}{2} - \frac{d}{8} - \frac{d}{32} - \frac{d}{64} - \dots$$

x $^1/_4$ x $^1/_4$

$$d_v = \frac{d}{2} - \frac{^d/_8}{1-^1/_4} = \frac{d}{3}$$

Para hallar la menor distancia simplemente aplicamos Pitágoras:



distancia: $D = \sqrt{\left(\frac{2}{3}d\right)^2 + \left(\frac{d}{3}\right)^2}$

$$D = \frac{d}{3}\sqrt{5}$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 16

Determine la suma de cifras del resultado:

$$S = \underbrace{1+3+5+11+33+55+111+333+555+\dots}_{60 \text{ sumandos}}$$

a) 25 b) 26 c) 27

d) 28 e) 29

Resolución:

$$S = \underline{1+3+5} + \underline{11+33+55} + \underline{111+333+555} + \dots \quad (60 \text{ sumandos})$$

$$S = 9 + 99 + 999 + \dots \quad (20 \text{ sumandos})$$

$$S = (10-1)+(100-1)+(1000-1) + \dots \quad (20 \text{ sumandos})$$

$$S = \underbrace{10 + 100 + 1000 + \ldots}_{20\text{ sumandos}} - 20$$

verticalmente:

$$\left.\begin{array}{r} 10 \\ 100 \\ 1000 \\ \vdots \\ 100\ldots000 \end{array}\right\} 20\text{ términos} \quad +$$

$$\underbrace{111\ldots11}_{20\text{ cifras}}0$$

Nos piden:

$$\begin{array}{r} 111\ldots11110\ - \\ 20 \\ \hline \end{array}$$

$$S = \underbrace{111\ldots11}_{18\text{ cifras}}090$$

$\therefore$ Suma de cifras $= 1(18) + 0 + 9 + 0 = 27$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 17

Calcular: $S = \dfrac{2+6+10+14+\ldots+38}{3+9+15+21+\ldots+69}$

a) $\frac{25}{54}$ b) $\frac{24}{55}$ c) $\frac{25}{27}$
d) $\frac{26}{53}$ e) $\frac{50}{54}$

Resolución:

Se trata de dos series aritméticas:

$$(-2);\ \underbrace{2 + 6 + 10 + 14 + \ldots + 38}_{} = \frac{(2+38)}{2} \times 10$$

$+4 \quad +4 \quad +4$

$$\#\text{ térm} = \frac{38-(-2)}{4} = 10$$

$$= 200$$

$$(-3);\ \underbrace{3 + 9 + 15 + \ldots + 69}_{} = \frac{(3+69)}{2} \times 12$$

$+6 \quad +6 \quad +6$

$$\#\text{ térm} = \frac{69-(-3)}{6} = 12$$

$$= 432$$

Luego: $S = \frac{200}{432} = \frac{25}{54}$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 18

Hallar "x"

$$\sqrt[7]{3} \times \sqrt[7]{3^3} \times \sqrt[7]{3^5} \times \ldots \sqrt[7]{3^{2x+1}} = 2187$$

a) 5 b) 6 c) 4
d) 7 e) 8

Resolución:

$$\sqrt[7]{3} \times \sqrt[7]{3^3} \times \sqrt[7]{3^5} \times \ldots \sqrt[7]{3^{2x+1}} = 2187$$

$$3^{\frac{1}{7}} \times 3^{\frac{3}{7}} \times 3^{\frac{5}{7}} \times \ldots \times 3^{\frac{2x+1}{7}} = 3^7$$

$$3^{\frac{1+3+5+\ldots+(2x+1)}{7}} = 3^7$$

$$\underline{1} + 3 + 5 + \ldots + (\underline{2x+1}) = 49$$

$$\#\text{ términos} = \frac{1+(2x+1)}{2} = x+1$$

Luego: $\underbrace{1 + 3 + 5 + \ldots + (2x+1)}_{(x+1)\text{ térm}} = 49$

$$(x+1)^2 = 49$$

$$x + 1 = 7$$

$$x = 6$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 19

Calcule el valor de la siguiente sumatoria:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

a) 1 b) 2^{-1} c) 3^{-1}
d) $^1/_4$ e) $^1/_5$

Resolución:

Encontrando los sumandos:

$$S = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$S = \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5} + \frac{1}{5\times6} + \frac{1}{6\times7} + \ldots\infty$$

$$S = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \ldots$$

$$S = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$\therefore$ **Clave: c**

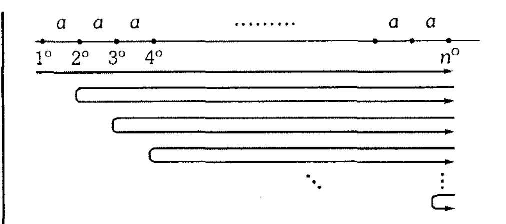
PROBLEMA 20

A lo largo de un camino había "*n*" piedras separadas "*a*" metros cada una de su consecutiva. Cierta persona empezó por un extremo a llevar una por una todas las piedras al lugar donde estaba la última piedra. Al terminar había recorrido 10 veces la distancia entre las piedras extremas. Halle "*n*".

a) 11 b) 12 c) 9
d) 8 e) 10

Resolución:

Haciendo un esquema:



Recorrido:

$$(n-1)a + 2(n-2)a + 2(n-3)a + \ldots + 2a$$

$$= (n-1)a + 2a\underbrace{((n-2)+(n-3)+(n-4)+\ldots+1)}_{(n-2)\text{ sum}}$$

$$= (n-1)a + \not{2}a\left(\left(\frac{(n-2)+1}{\not{2}}\right)(n-2)\right)$$

$$= (n-1)a + a(n-1)(n-2)$$

$$= (n-1)a(1+n-2)$$

$$= (n-1)^2 \not{a} = 10(n-1)\not{a}$$

$$(n-1) = 10$$

$$n = 11$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 21

Calcule S

$$S = \underbrace{\frac{1}{15\times7} + \frac{1}{21\times9} + \frac{1}{27\times11} + \frac{1}{33\times13} + \ldots}_{100\text{ sumandos}}$$

a) $\frac{4}{63}$ b) $\frac{7}{60}$ c) $\frac{4}{123}$
d) $\frac{4}{21}$ e) $\frac{4}{37}$

Resolución:

Como:

$$S = \frac{1}{15\times7} + \frac{1}{21\times9} + \frac{1}{27\times11} + \frac{1}{33\times13} + \ldots$$

$$S = \frac{1}{3}\left(\underbrace{\frac{1}{\mathbf{5}\times7} + \frac{1}{\mathbf{7}\times9} + \frac{1}{\mathbf{9}\times11} + \frac{1}{\mathbf{11}\times13} + \ldots}_{100\text{ sumandos}}\right)$$

Además: $5 \underset{2}{;} 7 \underset{2}{;} 9 \underset{2}{;} 11 \ldots$

$$t_n = 2n+3$$
$$t_{100} = 2(100)+3 = 203$$

Entonces:

$$3S = \frac{1}{5\times7}+\frac{1}{7\times9}+\frac{1}{9\times11}+\frac{1}{11\times13}+\ldots+\frac{1}{203\times205}$$
$$6S = \frac{2}{5\times7}+\frac{2}{7\times9}+\frac{2}{9\times11}+\frac{2}{11\times13}+\ldots+\frac{2}{203\times205}$$
$$6S = \frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\ldots+\frac{1}{203}-\frac{1}{205}$$
$$6S = \frac{1}{5}-\frac{1}{205}$$
$$6S = \frac{8}{41}$$
$$\therefore\ S = \frac{4}{123}$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 22

Un amigo ha ahorrado este mes S/.178 y tiene con esto S/. 1410 en la caja de ahorros, habiendo economizado cada mes S/. 12 más que el mes anterior. ¿Cuánto ahorró el primer mes?

a) S/. 8 b) S/. 12 c) S/. 10
d) S/.15 e) S/. 18

Resolución:

Contando el ahorro desde el último mes al primero tenemos:

$$\overset{1^\circ}{178}\underset{-12}{+}\overset{2^\circ}{166}\underset{-12}{+}\overset{3^\circ}{154}+\ldots+\overset{n^\circ}{\underset{\text{ahorro del primer mes}}{(190-12n)}} = 1410$$

$$\left(\frac{178+(190-12n)}{2}\right)n = 1410$$
$$(184-6n)\,n = 1410$$
$$(92-3n)\,n = 705$$
$$(92-3n)\,n = 47\times15$$
$$n = 15$$

∴ el primer mes ahorró:
$190-12(15) = $ S/. 10

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 23

Calcule el valor de S:

$$S = 1\times99+2\times98+3\times97+\ldots+50\times50$$

a) 73476 b) 84575 c) 79476
d) 88345 e) 75575

Resolución:

Dando forma a cada sumando:

$$S = 1\times99+2\times98+3\times97+\ldots+50\times50$$
$$S = 1(100-1)+2(100-2)+3(100-3)+\ldots+50(100-50)$$
$$S = 1\times100-1^2+2\times100-2^2+3\times100-3^2+\ldots+50\times100-50^2$$
$$S = 100(1+2+3+\ldots+50)-(1^2+2^2+3^2+\ldots50^2)$$
$$S = 100\left(\frac{50\times51}{2}\right)-\frac{50\times51\times101}{6}$$
$$S = 84575$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 24

En el siguiente arreglo numérico:

$$\begin{array}{lllllll} 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \vdots & & & & & & & \ddots \end{array}$$

Indique la suma de los términos que ocupan la fila 17.

a) 1089 b) 1189 c) 989
d) 289 e) 1700

Resolución:

Analizando: **Suma**

$F_1 \longrightarrow$ 1 — 1

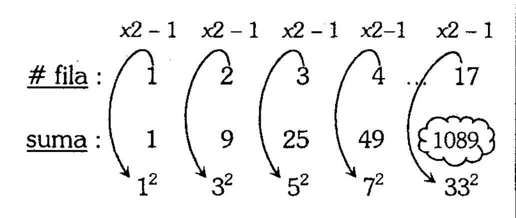
$F_2 \longrightarrow$ 2 3 4 — 9

$F_3 \longrightarrow$ 3 4 5 6 7 — 25

$F_4 \longrightarrow$ 4 5 6 7 8 9 10 — 49

$\vdots$

$F_{17} \longrightarrow$ 17 18 19 ....



∴ la suma es 1089

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 25

Hallar la suma de:

$$S = \underbrace{1 \times 3 - 3 \times 5 + 5 \times 7 - 7 \times 9 + \ldots}_{40 \text{ sumandos}}$$

a) 3280 b) –3280 c) –2830
d) –4280 e) –3820

Resolución:

$$S = \underbrace{1\times3 - 3\times5}_{} + \underbrace{5\times7 - 7\times9}_{} + \underbrace{9\times11 - 11\times13}_{} + \ldots \quad (40 \text{ sumandos})$$

$$S = \quad -12 \quad - \quad 18 \quad - \quad 44 - \ldots$$

$$S = \quad -(12 + 28 + 44 + \ldots)$$

+16 +16 — 20 sumandos

$\rightarrow t_n = 16n - 4$

$t_{20} = 16\,(20) - 4 = 316$

$$S = -(\underbrace{12 + 28 + 44 + \ldots\ldots + 316}_{20 \text{ sumandos}})$$

$$S = -\frac{(12 + 316)}{2} \times 20$$

$$S = -3280$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 26

Hallar el valor de S:

$$S = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \ldots$$

a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{10}{7}$ c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{11}{7}$ e) $\frac{20}{7}$

Resolución:

$$S = \underbrace{1+\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{4}}+\underbrace{\tfrac{1}{8}+\tfrac{1}{16}-\tfrac{1}{32}}+\underbrace{\tfrac{1}{64}+\tfrac{1}{128}-\tfrac{1}{256}}+\ldots$$

$$S = \frac{5}{4} + \frac{5}{32} + \frac{5}{256} + \ldots$$

x 1/8 x 1/8

$$S = \frac{5/4}{1-1/8} = \frac{5/4}{7/8} = \frac{10}{7}$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 27

Calcular "S" sabiendo que tiene 20 sumandos:

$$S = 1^2\times5+2^2\times6+3^2\times7+4^2\times8+5^2\times9\ldots$$

a) 55680 b) 53580 c) 55550
d) 45580 e) 55580

Resolución:

Encontrando la forma general:

$$S = 1^2\times\underset{1^\circ}{5}+2^2\times\underset{2^\circ}{6}+3^2\times\underset{3^\circ}{7}+4^2\times\underset{4^\circ}{8}+\ldots$$

$$t_n = n+4$$

$$S = \sum_{n=1}^{20} n^2(n+4)$$

$$S = \sum_{n=1}^{20}(n^3+4n) = \sum_{n=1}^{20} n^3 + 4\sum_{n=1}^{20} n^2$$

$$S = \left(\frac{20\times21}{2}\right)^2 + \frac{4(20\times21\times41)}{6} = 55580$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 28

El primer término de una P.A. creciente de razón par menor que 4 es igual a "$a+b$" y el $\overline{ab}$-ésimo término es 55. Hallar la suma de los $\overline{ba}$ primeros términos.

a) 8026 b) 3046 c) 3106
d) 3026 e) 3016

Resolución:

Como la razón es par menor que 4

$$r = 2$$

Del enunciado:

P.A.: $\underset{1}{(a+b)}$; ...... ; $\underset{\overline{ab}}{55}$ ($\overline{ba}-1$; $(\overline{ba}-1)\times2$)

$$(a+b)+2(\overline{ab}-1) = 55$$
$$a+b+20a+2b-2 = 55$$
$$21a+3b = 57$$
$$7a+b = 19$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$2 \quad 5$$

Piden:

$$S = 7+9+11+\ldots \quad (52 \text{ términos})$$

+2 +2

$$t_n = 2n+5$$

$$t_{52} = 52(2)+5 = 109$$

$$S = \left(\frac{7+109}{2}\right)52 = 3016$$

$\therefore$ **Clave: e**

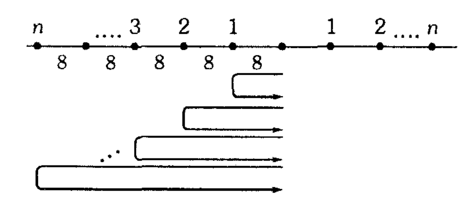
PROBLEMA 29

A lo largo de un camino había una cantidad impar de piedras a 8 m una de la otra. Se quiso juntar estas piedras en el lugar central a partir de la piedra que se encuentra en el primer lugar. Si solamente se podía cargar una piedra a la vez y al recogerlas todas se recorrió 2808 m. ¿Cuántas piedras había en el camino?

a) 19 b) 27 c) 29
d) 21 e) 23

Resolución:

Sea $(2n + 1)$ la cantidad de piedras.



Si asumimos que se empieza en el centro

$$\text{Recorrido} = 2\,[\underbrace{16+32+48+\ldots}_{n \text{ términos}}]$$

Pero como empezó en un extremo el recorrido fue:

$$\text{Recorrido} = 2\,(\underbrace{16+32+48+\ldots}_{n \text{ términos}}) - 8n$$

$$= 32\,(\underbrace{1+2+3+\ldots}_{n \text{ términos}}) - 8n$$

$$= 32\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] - 8n$$

$$= 16\,n\,(n+1) - 8n$$

$$= 8n\,(2n+1) = 2808$$

$$n\,(2n+1) = 351$$

$$n\,(2n+1) = 13 \times 27$$

$$n = 13$$

$\#$ piedras: $2\,(13) + 1 = 27$

$\therefore$ **Clave: b**

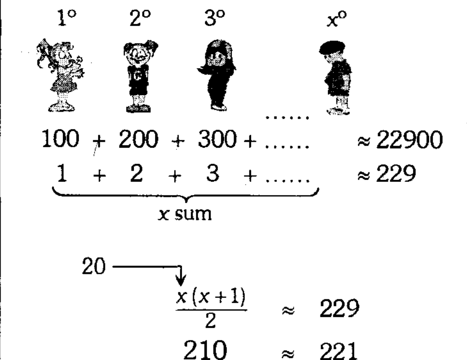
PROBLEMA 30

Rebeca al ganar el premio mayor lo reparte entre sus sobrinos de la siguiente manera: al 1[ro] S/.100, al 2[do] S/.200, al 3[ero] S/.300, y así sucesivamente en P.A. Teniendo en cuenta que cuando ya no se puede continuar con los que siguen, se continuará repartiendo de la manera anterior y así sucesivamente, hasta agotar todo el premio cuyo valor asciende a S/.22900. ¿Cuántas veces repartió el dinero en total?

a) 20 b) 25 c) 27
d) 28 e) 29

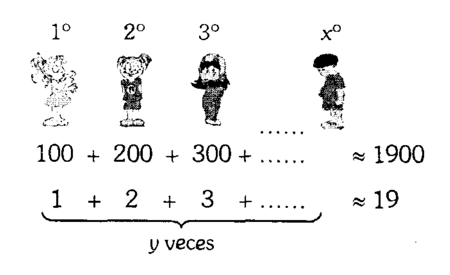
Resolución:

Del enunciado:



⇒ la primera vez repartió a 20 sobrinos un total de 21000 , quedando $22900 - 21000 = 1900$

1° 2° 3° x^o



$100 + 200 + 300 + \ldots\ldots \approx 1900$

$\underbrace{1 + 2 + 3 + \ldots\ldots}_{y \text{ veces}} \approx 19$

5 ⟶

$\frac{y(y+1)}{2} \approx 19$

$15 \approx 19$

⇒ la segunda vez repartió a 5 sobrinos un total de 1500 , quedando

$$1900 - 1500 = S/.\ 400$$

que lo repartió así:

1° 2°

$100 + 200 = S/.\ 300$

y los S/. 100 que sobró se los dió al primer sobrino.

$$\#\ \text{veces} = 20 + 5 + 2 + 1 = 28$$

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 31

Calcular la suma de todos los términos unidos por la línea demarcada hasta la fila 20.

F_1 ⟶ 1
F_2 ⟶ 1 2 1
F_3 ⟶ 1 3 3 1
F_4 ⟶ 1 4 6 4 1
F_5 ⟶ 1 5 10 10 5 1
F_6 ⟶ 1 6 15 20 15 6 1
⋮

a) 1540 b) 1539 c) 1538
d) 1537 e) 1549

Resolución:

Sumando los términos unidos por la línea en cada fila.

$$\begin{array}{ccccccc} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & & F_{20} \\ S = 1 & + 3 & + 6 & + 10 & + 15 & + \ldots + & \square \\ \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & & \Uparrow \end{array}$$

$$S = \frac{1\times 2}{2} + \frac{2\times 3}{2} + \frac{3\times 4}{2} + \frac{4\times 5}{2} + \frac{5\times 6}{2} + \ldots + \frac{20\times 21}{2}$$

$$S = \frac{1}{2}(1\times 2 + 2\times 3 + 3\times 4 + 4\times 5 + \ldots + 20\times 21)$$

$$S = \frac{1}{2}\left(\frac{20\times 21\times 22}{3}\right) = 1540$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 32

Hallar "m" sabiendo que:

$$1 + 8 + 27 + \ldots + 729 = 9 + 27 + 45 + \ldots + m$$

a) 150 b) 249 c) 251
d) 241 e) 261

Resolución:

$$1 + 8 + 27 + \ldots + 729 = \overbrace{9 + 27 + 45 + \ldots + m}^{n \text{ términos}}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 9^3 = 9(\underbrace{1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1)}_{n \text{ términos}})$$

$$\left(\frac{9\times10}{2}\right)^2 = 9n^2$$

$$\frac{9\times10}{2} = 3n$$

$$n = 15$$

$\therefore \quad m = 9\ (\ 2(15) - 1\ ) = 261$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 33

Calcule la suma:

$$S = \underbrace{3+2+7+11+11+20+15+29+\ldots}_{41 \text{ sumandos}}$$

a) 2570 b) 2750 c) 2560
d) 2460 e) 2653

Resolución:

$$S = 3+2+7+11+11+20+15+29+\ldots$$

$$S = (\underbrace{3 \overset{+4}{+} 7 \overset{+4}{+} 11+15+\ldots}_{21\text{ sum}}) + (\underbrace{2 \overset{+9}{+} 11 \overset{+9}{+} 20+29+\ldots}_{20\text{ sum}})$$

$t_n = 4n-1 \qquad t_n = 9n-7$

$t_{21} = 4(21)-1 = 83 \qquad t_{20} = 9(20)-7 = 173$

$$S = \left(\frac{3+83}{2}\right)\times 21 + \left(\frac{2+173}{2}\right)\times 20$$

$$S = 903 + 1750 = 2653$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 34

Calcule la suma de los 29 primeros términos de la serie:

$$S = 6+13+23+36+52\ldots$$

a) 14763 b) 13978 c) 12362
d) 15361 e) 20731

Resolución:

$$S = 6 + 13 + 23 + 36 + 52 \ldots \quad (29 \text{ sumandos})$$

+7 +10 +13 +16

+3 +3 +3

$$S = 6\,C_1^{29} + 7\,C_2^{29} + 3\,C_3^{29}$$

$$S = 6(29) + 7\left(\frac{29\times28}{2}\right) + 3\left(\frac{29\times28\times27}{3\times2\times1}\right)$$

$$S = 13978$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 35

En la siguiente sucesión lineal de 89 términos:

$$\overline{a0b}\ ,\ \overline{aac}\ ,\ \ldots\ldots,\ \overline{b0a}$$

Calcule la suma de todos sus términos

a) 40000 b) 44000 c) 44945
d) 36490 e) 54495

Resolución:

$$\overset{1°}{\overline{a0b}}\ ,\ \overset{2°}{\overline{aac}}\ ,\ \ldots\ldots,\ \overset{89°}{\overline{b0a}}$$

$1° \xrightarrow{1} 2° \xrightarrow{87} 89°$

$$\Rightarrow \quad \frac{\overline{aac}-\overline{a0b}}{1} = \frac{\overline{b0a}-\overline{aac}}{87}$$

$$88\,(\overline{aac}) - 87\,(\overline{a0b}) = \overline{b0a}$$

$$88(110a+c) - 87(100a+b) = 100b + a$$

$$979a + 88c = 187b$$
$$89a + 8c = 17b$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$1 \quad 8 \quad 9$$

Piden:

$$S = \underbrace{109 \overset{+9}{+} 118 + \dots\dots + 901}_{89 \text{ términos}}$$

$$S = \left(\frac{109+901}{2}\right) \times 89 = 44945$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 36

Se tiene una sucesión geométrica decreciente de infinitos términos, cuya suma es 15. Si la suma de sus cuadrados es 45. Halle el primer término.

a) 1/3 b) 3 c) 5
d) 1/5 e) 2

Resolución:

Del enunciado:

$$S_1 = a + aq + aq^2 + \dots + 15$$
($\times q$, $\times q$)

$$\frac{a}{1-q} = 15 \Rightarrow q = 1 - \frac{a}{15} \quad \dots (1)$$

DATO: $S = a^2 + a^2q^2 + a^2q^4 + \dots = 45$
($\times q^2$, $\times q^2$)

$$S_2 = \frac{a^2}{1-q^2} = 45$$

$$\left(\frac{a}{1-q}\right)\left(\frac{a}{1+q}\right) = 45$$

$$\frac{15a}{1+q} = 45 \Rightarrow \frac{a}{1+q} = 3$$

$$\Rightarrow q = \frac{a}{3} - 1 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) $1 - \frac{a}{15} = \frac{a}{3} - 1$

$$a = 5$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 37

Calcular $S_1 + S_2$ siendo:

S_1 : la suma de términos de D_3

S_2 : la suma de términos de D_4

```
                1
              1   1       → D3
   D4 ←     1   2   1
          1   3   3   1
        1   4   6   4   1
      1   5  10  10   5   1
    1   6  15  20  15   6   1
    .          :           .
  1  19 .................. 19  1
```

a) 4845 b) 5895 c) 5985
d) 8445 e) 1140

Resolución:

- $S_1 = 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + \dots$ (18 sumandos)

$2S_1 = 2 + 6 + 12 + 20 + 30 + \dots$ (18 sumandos)

$2S_1 = 1\times2 + 2\times3 + 3\times4 + 4\times5 + 5\times6 + \dots + 18\times19$

$$2S_1 = \frac{18\times19\times20}{3}$$

$$S_1 = 1140$$

- $S_2 = 1 + 4 + 10 + 20 + \dots$ (17 sumandos)

$6S_2 = 6 + 24 + 60 + 120 + \dots$ (17 sumandos)

$6S_2 = 1\times2\times3 + 2\times3\times4 + 3\times4\times5 + 4\times5\times6 + \dots + 17\times18\times19$

$$6\,S_2=\frac{17\times18\times19\times20}{4}$$

$$S_2=4845$$

Piden: $1140+4845=5985$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 38

Calcule:

$$M=\frac{\sum_{n=a}^{b}\left[\sum_{k=c}^{d}\left[\sum_{i=3}^{22}(7)\right]\right]}{\sum_{m=c+2}^{d+2}\left[\sum_{n=a-3}^{b-3}\left[\sum_{k=4}^{38}(4)\right]\right]}$$

a) 1/2 b) 1 c) 2
d) 1/3 e) 3/2

Resolución:

$$M=\frac{\sum_{n=a}^{b}\left[\sum_{k=c}^{d}[\,7(20)\,]\right]}{\sum_{m=c+2}^{d+2}\left[\sum_{n=a-3}^{b-3}(4(35))\right]}$$

$$M=\frac{\sum_{n=a}^{b}\left[\cancel{140}\,(d-c+1)\right]}{\sum_{m=c+2}^{d+2}\left[\cancel{140}\,((b-3)-(a-3)+1)\right]}$$

$$M=\frac{\sum_{n=a}^{b}(d-c+1)}{\sum_{m=c+2}^{d+2}(b-a+1)}$$

$$M=\frac{(d-c+1)\,\cancel{(b-a+1)}}{\cancel{(b-a+1)}\,(d+2-c-2+1)}$$

$$M=\frac{d-c+1}{d-c+1}=1$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 39

Calcular la suma de los términos de la siguiente sucesión considerada hasta el tercer término que termina en 5.

$$6\ ,\ 15\ ,\ 24\ ,\ 33\ ,\ \ldots$$

a) 2227 b) 2211 c) 2277
d) 2311 e) 2112

Resolución:

Hallemos el tercer término que termina en 5:

$$-3\ ,\ 6\ ,\ 15\ ,\ 24\ ,\ 33\ \ldots$$
$$+9\quad +9\quad +9\quad +9$$

$$\Rightarrow t_n = 9n-3 = \ldots 5$$
$$9n = \ldots 8$$
$$n = \ldots 2$$
$$n = 2, 12, \boxed{22}, 32\ \ldots$$

$\therefore$ El tercer término que termina en 5 es:

$$t_{22}=9(22)-3=195$$

Piden:

$$\overset{1^\circ}{6}+\overset{2^\circ}{15}+\overset{3^\circ}{24}+\ldots\ldots+\overset{22^\circ}{195}$$

$$S=6+15+24+\ldots\ldots+195$$

$$S=\left(\frac{6+195}{2}\right)\times 22 = 2211$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 40

Calcule: $E=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{5n+2}{3^n}\right]$

a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{19}{4}$ c) $\frac{4}{5}$
d) $\frac{17}{6}$ e) $\frac{24}{19}$

Resolución:

Desarrollando la sumatoria:

$$E = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{5n+2}{3^n}\right]$$

$$E = \frac{7}{3} + \frac{12}{3^2} + \frac{17}{3^3} + \frac{22}{3^4} + \frac{27}{3^5} + \ldots$$

$$-\quad \frac{E}{3} = \frac{7}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \frac{17}{3^4} + \frac{22}{3^5} + \frac{27}{3^6} + \ldots$$

$$\frac{2}{3}E = \frac{7}{3} + \underbrace{\frac{5}{3^2} + \frac{5}{3^3} + \frac{5}{3^4} + \frac{5}{3^5}}_{} + \ldots$$

$$\frac{2}{3}E = \frac{7}{3} + \frac{5/3^2}{1-1/3}$$

$$\frac{2}{3}E = \frac{7}{3} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{3}E = \frac{19}{6}$$

$$E = \frac{19}{4}$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 41

Un camionero lleva ladrillos de un depósito a su fábrica y lleva la primera vez 28, pero se le caen 7, entonces decide aumentar 16 ladrillos por viaje con respecto a cada viaje anterior, pero las caídas aumentan de viaje en viaje en 4 ladrillos. Si desea acumular 2700 ladrillos, ¿cuántos viajes debe hacer?

a) 18 b) 15 c) 17
d) 23 e) 20

Resolución:

lleva : 28 ; 44 ; 60 ; ... (+16, +16)

caen : 7 ; 11 ; 15 ; ... (+4, +4)

Quedan: 21 + 33 + 45 + ... (n viajes) (+12, +12)

$$t_n = 12n + 9$$

$$\underbrace{21 + 33 + 45 + \ldots + (12n+9)}_{n \text{ viajes}} = 2700$$

$$\left(\frac{21 + 12n + 9}{2}\right)n = 2700$$

$$(15 + 6n)\,n = 2700$$

$$(5 + 2n)\,n = 900$$

$$(5 + 2n)\,n = 45 \times 20$$

$$n = 20$$

$\therefore$ Debe hacer 20 viajes

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 42

Kimberly desea leer un libro en un número determinado de días y se da cuenta que si lee 13 páginas cada día logrará su cometido; pero si lee una página el primer día, tres el segundo, cinco el tercero, y así sucesivamente, le faltarán aún 12 páginas por leer. ¿Cuántas páginas tiene dicho libro?

a) 156 b) 165 c) 135
d) 142 e) 170

Resolución:

Del enunciado:

1° 2° 3° n° 1° 2° 3° n°

$$13 + 13 + 13 + \ldots + 13 = 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) + 12$$

$$13(n) = n^2 + 12$$

$$n(13-n) = 12 = 12 \times 1$$

$$n = 12$$

páginas = 13(12) = 156

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 43

Calcule la suma de todos los términos de las últimas 20 filas del siguiente arreglo triangular.

```
                1
            3       5
        7       9       11
    13      15      17      19
21      23      25      27      29     } 40 filas
 ⋰           ⋰      ⋱             ⋱
```

a) 433 500 b) 322 300 c) 628 300
d) 522 200 e) 645 500

Resolución:

Del triángulo numérico

$F_1 \rightarrow 1$
$F_2 \rightarrow 3 \quad 5$
$F_3 \rightarrow 7 \quad 9 \quad 11$
F_{20}
F_{40}

términos: $1+2+3+\ldots+20 = \frac{20\times 21}{2} = 210$

términos: $1+2+3+\ldots+40 = \frac{40\times 41}{2} = 820$

piden: $(\underbrace{1+3+5+\ldots}_{820\ \#s}) - (\underbrace{1+3+5+\ldots}_{210\ \#s})$

$$= 820^2 - 210^2 = 628300$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 44

Calcule:

$$S = 13 + 16 + 21 + 28 + 37 + \ldots + 637$$

a) 5825 b) 5525 c) 5222
d) 5225 e) 2255

Resolución:

$$S = 13 + 16 + 21 + 28 + 37 + \ldots + 637$$

$$S = (1^2+12) + (2^2+12) + (3^2+12) + (4^2+12) + (5^2+12) + \ldots + (25^2+12)$$

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 25^2 + \underbrace{(12+12+12+\ldots+12)}_{25 \text{ veces}}$$

$$S = \frac{25\times 26\times 51}{6} + 12(25)$$

$$S = 5825$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 45

Calcular: $\dfrac{10\sum\limits_{k=1}^{20} k^2 - \sum\limits_{k=1}^{20} 4k^2}{\sum\limits_{k=1}^{100} k^2 - \sum\limits_{k=21}^{100} k^2}$

a) 2 b) 1 c) 3
d) 5 e) 6

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$\frac{10\sum\limits_{k=1}^{20} k^2 - \sum\limits_{k=1}^{20} 4k^2}{\sum\limits_{k=1}^{100} k^2 - \sum\limits_{k=21}^{100} k^2}$$

$$= \frac{10\sum_{k=1}^{20} k^2 - 4\sum_{k=1}^{20} k^2}{\sum_{k=1}^{20} k^2} = \frac{6\cancel{\sum_{k=1}^{20} k^2}}{\cancel{\sum_{k=1}^{20} k^2}}$$

$= 6$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 46

Halle el valor de S:

$$S = \underbrace{1 + \tfrac{3}{2} + \tfrac{7}{6} + \tfrac{13}{12} + \ldots}_{31 \text{ términos}}$$

a) $\frac{991}{31}$ b) $\frac{331}{21}$ c) $\frac{992}{17}$
d) $\frac{345}{21}$ e) $\frac{819}{32}$

Resolución:

$S = 1 + \frac{3}{2} + \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \ldots$ ← 31 sumandos

$S = 1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{6}\right) + \left(1 + \frac{1}{12}\right) + \ldots$ ← 31 sumandos

$$S = 31 + (\underbrace{1/2 + 1/6 + 1/12 + \ldots}_{30 \text{ sumandos}})$$

$S = 31 + \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \ldots + \frac{1}{30\times31}$

$S = 31 + 1 - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots + \cancel{\frac{1}{30}} - \frac{1}{31}$

$S = 31 + 1 - \frac{1}{31}$

$S = \frac{991}{31}$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 47

Calcule: $S = \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \ldots$

a) 6 b) 3 c) 5
d) 2 e) 4

Resolución:

$S = \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \ldots$

$\frac{S}{2} = \frac{1}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \frac{7}{2^5} + \ldots$ (−)

$\frac{S}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{2}{2^4} + \ldots$

$\frac{S}{2} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots\right)$ ($\times 1/2$, $\times 1/2$)

$\frac{S}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1/2}{1-1/2}$

$\frac{S}{2} = \frac{1}{2} + 1$

$S = 3$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 48

Calcule:

$$S = \underbrace{2 + 3 + 10 + 15 + 26 + 35 + 50 + 63 + \ldots}_{40 \text{ términos}}$$

a) 22140 b) 31560 c) 23470
d) 25580 e) 25740

Resolución:

$S = 2 + 3 + 10 + 15 + 26 + 35 + \ldots$ ← 40 sumandos

$$S = (1^2 + \not{1}) + (2^2 - \not{1}) + (3^2 + \not{1}) + (4^2 - \not{1}) + (5^2 + \not{1}) + (6^2 - \not{1}) + \ldots$$

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + \ldots + 40^2$$

$$S = \frac{40 \times 41 \times 81}{6}$$

$$S = 22140$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 49

Si una sucesión está definida por:

$$t_n = 2n^3 + 4n + 7$$

Determine la suma de los 20 primeros términos de dicha sucesión.

a) 89180 b) 75800 c) 88080
d) 80180 e) 73872

Resolución:

Como:

$$t_n = 2n^3 + 4n + 7$$
$$t_1 = 2(1)^3 + 4(1) + 7$$
$$t_2 = 2(2)^3 + 4(2) + 7$$
$$t_3 = 2(3)^2 + 4(3) + 7$$
$$\vdots$$
$$t_{20} = 2(20)^3 + 4(20) + 7$$

(+)

$$S = 2\left(\frac{20 \times 21}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{20 \times 21}{2}\right) + 7(20)$$

$$S = 88200 + 840 + 140$$

$$S = 89180$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 50

Hallar "n" :

$$(3n+2) + (3n+4) + (3n+6) + \ldots + (5n) = 81n$$

a) 20 b) 21 c) 30
d) 18 e) 22

Resolución:

Como la serie es aritmética:

$$\#\ \text{términos} = \frac{\text{último} - \text{primero}}{\text{razón}} + 1$$

$$= \frac{5n - (3n+2)}{2} + 1 = n$$

$$(3n+2) + (3n+4) + (3n+6) + \ldots + 5n = 81n$$

+2 +2

$$\left(\frac{(3n+2)+5n}{2}\right)\not{n} = 81\not{n}$$

$$8n + 2 = 162$$

$$n = 20$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 51

Calcular el valor de "S":

$$S = \frac{9}{20} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{15} + \frac{4}{45} + \ldots$$

a) $\frac{20}{27}$ b) $\frac{27}{10}$ c) $\frac{27}{20}$
d) $\frac{9}{20}$ e) $\frac{21}{20}$

Resolución:

Dando forma a cada término.

$$S=\frac{9}{20}+\frac{3}{10}+\frac{1}{5}+\frac{2}{15}+\frac{4}{45}+\dots$$

$$S=\underbrace{\frac{9}{20}+\frac{18}{60}+\frac{36}{180}+\frac{72}{540}+\frac{144}{1620}}_{\times\frac{2}{3}\quad \times\frac{2}{3}\quad \times\frac{2}{3}\quad \times\frac{2}{3}}+\dots$$

$$S=\frac{9/20}{1-2/3}=\frac{27}{20}$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 52

Calcular: $A+B$

$$\frac{\overbrace{111+113+115+\dots+A}^{x \text{ términos}}}{\underbrace{1+3+5+7+\dots+B}_{x \text{ términos}}}=11$$

a) 162 b) 152 c) 132
d) 131 e) 142

Resolución:

Aplicando propiedad de proporción:

$$\frac{111+113+115+\dots+\overset{2x+109}{A}}{1+3+5+\dots+\underset{2x-1}{B}}=\frac{11}{1}$$

$$\frac{(111-1)+(113-3)+(115-5)+\dots+(A-B)}{\underbrace{1+3+5+\dots+B}_{x \text{ términos}}}=\frac{11-1}{1}$$

$$\frac{\overbrace{110+110+110+\dots+110}^{x \text{ veces}}}{x^2}=\frac{10}{1}$$

$$\frac{110x}{x^2}=10$$

$$\frac{11\not{0}}{x}=1\not{0}$$

$$x=11$$

Luego:

$$A=2(11)+109=131$$
$$B=2(11)-1=21$$

Piden: $131+21=152$

$\therefore$ **Clave: b**

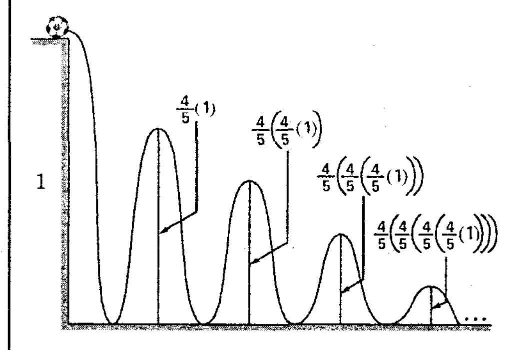
PROBLEMA 53

Se sabe que una pelota al rebotar en el piso pierde 1/5 de la altura desde la cual fue soltada. Si dejamos caer una pelota desde 1 m de altura. ¿Qué longitud recorrerá hasta detenerse?

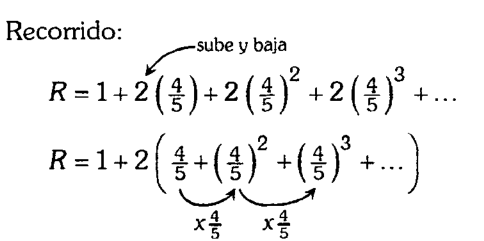
a) 6 m b) 7 m c) 8 m
d) 9 m e) 10 m

Resolución:

Haciendo un esquema:



Recorrido:



$$R=1+2\left(\frac{4}{5}\right)+2\left(\frac{4}{5}\right)^2+2\left(\frac{4}{5}\right)^3+\dots$$

$$R=1+2\left(\frac{4}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^3+\dots\right)$$

$\times\frac{4}{5}$ $\times\frac{4}{5}$

$$R=1+2\left(\frac{4/5}{1-4/5}\right)$$

$$R=1+2(4)$$

$$R=9$$

$\therefore$ Recorre 9 m

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 54

Halle el valor de:

$$S=\frac{1\times3}{2^1}+\frac{3\times5}{2^2}+\frac{5\times7}{2^3}+\dots$$

a) 21 b) 22 c) 23
d) 24 e) 25

Resolución:

$$S=\frac{1\times3}{2}+\frac{3\times5}{4}+\frac{5\times7}{8}+\frac{7\times9}{16}+\frac{9\times11}{32}+\dots$$

$$S=\frac{3}{2}+\frac{15}{4}+\frac{35}{8}+\frac{63}{16}+\frac{99}{32}+\dots$$

$$\frac{S}{2}=\frac{3}{4}+\frac{15}{8}+\frac{35}{16}+\frac{63}{32}+\frac{99}{64}+\dots \quad (-)$$

$$\frac{S}{2}=\frac{3}{2}+\frac{12}{4}+\frac{20}{8}+\frac{28}{16}+\frac{36}{32}+\dots$$

$$\frac{S}{4}=\frac{3}{4}+\frac{12}{8}+\frac{20}{16}+\frac{28}{32}+\frac{36}{64}+\dots \quad (-)$$

$$\frac{S}{4}=\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+\frac{8}{8}+\frac{8}{16}+\frac{8}{32}+\dots$$

$$\times\tfrac{1}{2} \quad \times\tfrac{1}{2}$$

$$\frac{S}{4}=\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+\frac{8/8}{1-1/2}$$

$$\frac{S}{4}=\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+2$$

$$\frac{S}{4}=\frac{23}{4}$$

$\therefore$ $S = 23$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 55

Calcular:
$$\frac{\sum_{k=1}^{58}(2k+1)}{\sum_{k=1}^{36}(5k-3)-\sum_{k=1}^{30}(5k+27)}$$

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 80

Resolución:

Desarrollando cada sumatoria:

$$\sum_{k=1}^{58}(2k+1)=2\sum_{k=1}^{58}k+\sum_{k=1}^{58}1$$

$$=2\left(\frac{58\times59}{2}\right)+1(58)$$

$$=3480$$

$$\sum_{k=1}^{36}(5k-3)=5\sum_{k=1}^{36}k-\sum_{k=1}^{36}3$$

$$=5\left(\frac{36\times37}{2}\right)-3(36)$$

$$=3222$$

$$\sum_{k=1}^{36}(5k+27)=5\sum_{k=1}^{30}k+\sum_{k=1}^{30}27$$

$$=5\left(\frac{30\times31}{2}\right)+27(30)$$

$$=3135$$

Piden: $\frac{3480}{3222-3135}=40$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 56

Calcule el valor de

$$S=0,1_{(5)}+0,02_{(5)}+0,003_{(5)}+0,0004_{(5)}+\dots$$

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{5}{32}$ c) $\frac{10}{16}$
d) $\frac{5}{16}$ e) $\frac{7}{16}$

Resolución:

$$S = 0,1_{(5)} + 0,02_{(5)} + 0,003_{(5)} + 0,0004_{(5)} + \ldots$$

$$S = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \frac{4}{5^4} + \ldots$$

$$\frac{S}{5} = \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \frac{4}{5^5} + \ldots \quad -$$

$$\frac{4}{5}S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \ldots$$

$$\times\frac{1}{5} \quad \times\frac{1}{5} \quad \times\frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{5}S = \frac{1/5}{1-1/5}$$

$$\frac{4}{5}S = \frac{1}{4}$$

$$S = \frac{5}{16}$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 57

Simplificar:

$$\sqrt[\sum_{k=4}^{15}\left(\frac{1}{4}\right)]{\sum_{k=8}^{28}(2) - \sum_{k=3}^{30}\left(\frac{1}{4}\right) + \sum_{k=10}^{15}(15)}$$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 10 e) 125

Resolución:

Desarrollando cada sumatoria.

$$\sum_{k=4}^{15}(1/4) = (1/4)(15-4+1) = 3$$

$$\sum_{k=8}^{28}(2) = 2(28-8+1) = 42$$

$$\sum_{k=3}^{30}(1/4) = \left(\tfrac{1}{4}\right)(30-3+1) = 7$$

$$\sum_{k=10}^{15}(15) = 15(15-10+1) = 90$$

Piden: $\sqrt[3]{42-7+90} = \sqrt[3]{125} = 5$

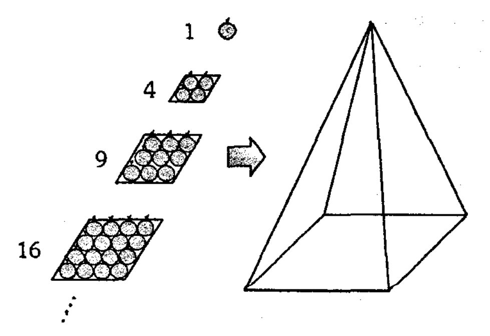
$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 58

Juanito quiere formar una pirámide de base cuadrada con las naranjas que posee. Si desea que la pirámide tenga 20 capas, ¿cuántas naranjas tendrá que utilizar en las 10 capas inferiores?

a) 2870 b) 385 c) 2845
d) 2485 e) 2545

Resolución:



\# de capa: 1 ; 2 ; 3 ; ... ; 10 ; 11 ; 12 ... 20

\# de naranjas: $1^2; 2^2; 3^2; \ldots; 10^2; \underbrace{11^2; 12^2; \ldots 20^2}_{S_x}$

Piden:

$$S_x = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 20^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 10^2)$$

$$S_x = \frac{20 \times 21 \times 41}{6} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$S_x = 2485$$

$\therefore$ Tendrá que utilizar 2485 naranjas

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 59

Halle la suma de los números de la décima figura:

```
                 7→ 8→ 9→10
       7→8→9     6   1→ 2  11
1→2    6  1→2    5← 4← 3   12  ...
4←3    5←4←3    16←15←14←13

fig. 1  fig. 2      fig. 3
```

a) 5050 b) 7381 c) 10440
d) 7481 e) 7881

Resolución:

Analizando las figuras:

```
                   7→ 8→ 9→10
        7→8→(9)    6   1→ 2  11
1→ 2    6  1→2     5← 4← 3   12;...
(4)← 3  5←4← 3   (16)←15←14←13

fig. 1   fig. 2       fig. 3
```

\# fig : 1° 2° 3° ...... 10°

2^2 3^2 4^2 $11^2 = 121$

piden: $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 121$

$$= \frac{121 \times 122}{2} = 7381$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 60

Un tren salió de su paradero inicial con 7 pasajeros y en cada parada suben dos pasajeros más de los que hay. Si al llegar a su paradero final se contaron 574 pasajeros. ¿En cuántas estaciones se detuvo a recoger pasajeros?

a) 6 b) 7 c) 5
d) 8 e) 9

Resolución:

Del enunciado:

inicio 1° 2° 3° n°

$$7 + \underbrace{9 + 18 + 36 + \ldots + \bigcirc}_{\text{los que subieron}} = 574$$

$$7 + 9\frac{(2^n - 1)}{(2-1)} = 574$$

$$9(2^n - 1) = 567$$

$$2^n - 1 = 63$$

$$2^n = 64$$

$$2^n = 2^6$$

$$n = 6$$

$\therefore$ Se detuvo en 6 estaciones

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 61

Sea la sucesión:

$$2x^3 \,;\, 3x^7 \,;\, 4x^{11} \,;\, 5x^{15} \,;\, \ldots \,;\, ax^{a+100}$$

Calcule el exponente de "x" que se obtiene al multiplicar todos los términos de dicha sucesión.

a) 2344 b) 2345 c) 2346
d) 2347 e) 2348

Resolución:

Relacionando coeficientes y exponentes:

Coef: 2 ; 3 ; 4 ; …… ; a

Exp : 3 ; 7 ; 11 ; … ; $a+100$

(cada exponente: coeficiente $\times 4-5$)

$$4a-5=a+100$$
$$a=35$$

Piden: $S=\underbrace{3+7+11+\ldots+135}_{34\text{ términos}}$

$$S=\left(\frac{3+135}{2}\right)\times 34$$
$$S=2346$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 62

Calcule el valor de S en:

$$S=\frac{2n}{30}+\frac{n}{35}+\frac{2n}{126}+\ \ldots\ +\frac{1}{21}$$

Sabiendo que tiene 10 términos.

a) 23/2 b) 10/3 c) 20/3
d) 23/6 e) 1/3

Resolución:

De la serie:

$$S=\frac{2n}{30}+\frac{n}{35}+\frac{2n}{126}+\ldots+\frac{1}{21}$$

$$S=\underset{1^\circ}{\frac{n}{3\times 5}}+\underset{2^\circ}{\frac{n}{5\times 7}}+\underset{3^\circ}{\frac{n}{7\times 9}}+\ \ldots\underset{10^\circ}{\frac{1}{21}}$$

Luego: $\frac{1}{21}=\frac{n}{21\times 23}$

$$n=23$$

Entonces:

$$S=\frac{23}{3\times 5}+\frac{23}{5\times 7}+\frac{23}{7\times 5}+\ldots+\frac{23}{21\times 23}$$

$$S=23\left[\frac{1}{3\times 5}+\frac{1}{5\times 7}+\frac{1}{7\times 9}+\ldots+\frac{1}{21\times 23}\right]$$

$$2S=23\left[\frac{2}{3\times 5}+\frac{2}{5\times 7}+\frac{2}{7\times 9}+\ldots+\frac{2}{21\times 23}\right]$$

$$2S=23\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{21}-\frac{1}{23}\right]$$

$$2S=23\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{23}\right]$$

$$2S=23\left[\frac{20}{3\times 23}\right]$$

$$S=\frac{10}{3}$$

$\therefore$ **Clave: b**

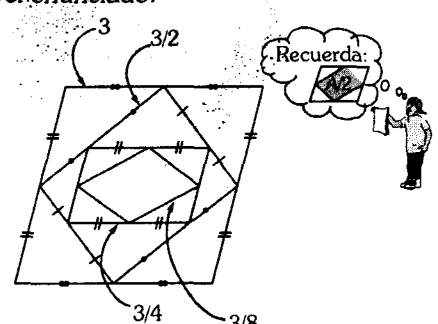
PROBLEMA 63

Se tiene un paralelogramo cualquiera cuya área es $3\mu^2$. Se toman los puntos medios de sus lados y al unirlos se forma un paralelogramo, en este paralelogramo a su vez se toman los puntos medios de sus lados y se unen, y así repetimos la operación infinitas veces. Calcular la suma de todas las áreas así formadas.

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Del enunciado:



Piden: $S=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}+\ldots$

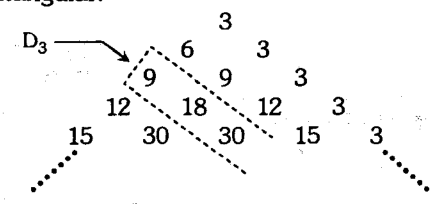
x 1/2 x 1/2

$$S=\frac{3/2}{1-1/2}=3$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 64

Hallar la suma de los 10 primeros términos de D_3 a partir del siguiente arreglo triangular:



a) 855 b) 845 c) 900
d) 865 e) 755

Resolución:

Piden:

$$S=\underbrace{9+18+30\ldots}_{10\text{ sumandos}}$$

$$S=3(3+6+10+\ldots)$$

$$S=3\left(\frac{2\times3}{2}+\frac{3\times4}{2}+\frac{4\times5}{2}+\ldots+\frac{11\times12}{2}\right)$$

$$S=\frac{3}{2}(\underline{1\times2}+2\times3+3\times4+\ldots+11\times12-\underline{1\times2})$$

$$S=\frac{3}{2}\left(\frac{11\times12\times13}{3}-2\right)=855$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 65

Hallar:

$$S=\underbrace{3+33+333+3333+\ldots+333\ldots3}_{\text{"}n\text{" sumandos}}$$

a) $\frac{10(10^n-1)-n}{27}$ b) $\frac{10(10^n-1)+9n}{27}$

c) $\frac{10(10^n-1)-9n}{9}$ d) $\frac{10(10^n-1)-9n}{27}$

e) $\frac{10(10^n+1)-9n}{9}$

Resolución: *n* sumandos

$$S=3+33+333+\ldots$$

$$3S=9+99+999+\ldots$$

$$3S=(10^1-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+\ldots+(10^n-1)$$

$$3S=10^1+10^2+10^3+\ldots+10^n-n$$

x 10 x 10

$$3S=10\,\frac{(10^n-1)}{10-1}-n$$

$$3S=\frac{10\,(10^n-1)-9n}{9}$$

$$S=\frac{10\,(10^n-1)-9n}{27}$$

∴ **Clave: d**

PROBLEMA 66

Halle el valor de:

$$S=1^3-2^3+3^3-4^3+5^3-6^3+\ldots+21^3$$

a) 10721 b) 4300 c) 13561
d) 4961 e) 5687

Resolución:

$S = \underline{1^3 - 2^3} + \underline{3^3 - 4^3} + \underline{5^3 - 6^3} + \underline{7^3 - 8^3} + \ldots + 19^3 - 20^3 + 21^3$

$$S = \overbrace{-7 - 37 - 91 - 169 + \ldots}^{10\ \text{términos}} + 21^3$$

$$-30 \quad -54 \quad -78$$

$$-24 \quad -24$$

$S = -7C_1^{10} - 30C_2^{10} - 24C_3^{10} + 21^3$

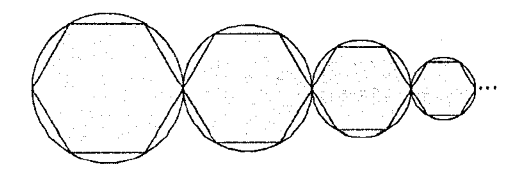
$S = -7(10) - 30\left(\frac{10\times 9}{2\times 1}\right) - 24\left(\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}\right) + 21^3$

$S = 4961$

$\therefore$ **Clave: d**

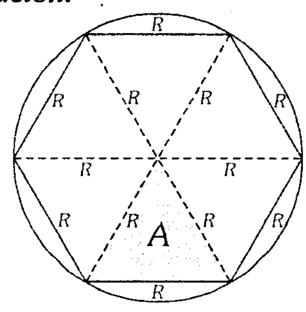
PROBLEMA 67

El primer círculo de la figura tiene un diámetro de 2 m; el segundo círculo tangente exterior al primero tiene un diámetro de 1 m, el tercero tiene un diámetro igual a ½ m. Si se continúa indefinidamente construyendo círculos en las mismas condiciones, ¿cuánto suman las áreas de los hexágonos regulares?



a) $\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{3}$
d) $5\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{3}$

Resolución:



$A_{\triangle} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$

$A_{\hexagon} = 6\left(\frac{R^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$

En el problema:

Suma: $\frac{3\sqrt{3}}{2}(1)^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}(1/2)^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}(1/4)^2 + \ldots$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}\left[1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots\right]$ (x 1/4, x 1/4)

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{1-1/4}\right)$

$= \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2} \times \frac{4}{\cancel{3}} = 2\sqrt{3}$

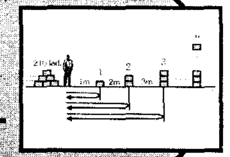
$\therefore$ **Clave: e**

¿Sabias qué?
El símbolo de porcentaje apareció por primera vez en Francia, donde se escribía como "***percent***", luego para abreviar se anotaba ***p.100*** y a nuestros días ha llegado como %

Capitulo: 13

Series

Problemas Resueltos



Problema 01.

Un transportista lleva el día de hoy 21 sacos de papas y decide llevar cada día un saco más que el día anterior, ¿cuántas sacos llevó en total, si el penúltimo día llevó 39 sacos?

a) 600 b) 605 c) 610
d) 615 e) 620

Problema 02.

Calcule:

$$M = t_1 \times t_2 \times t_3 \times \ldots \times t_n \quad ; \quad n \to \infty$$

Si: $t_n = (16)^{(3)^{(-n)}}$

a) 2 b) 8 c) 6
d) 1 e) 4

Problema 03.

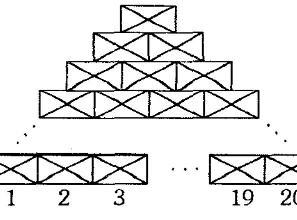
Calcule el valor de:

$$S = 2 + 12 + 36 + 80 + \ldots + 1100$$

a) 12810 b) 3710 c) 3040
d) 3410 e) 3540

Problema 04.

¿Cuántos triángulos hay en total?



a) 840 b) 2060 c) 2270
d) 2150 e) 3040

Problema 05.

$$S = 0,1_{(8)}\ 0,02_{(8)}\ 0,03_{(8)} + \ldots + \infty$$

a) 8/43 b) 7/48 c) 8/49
d) 8/45 e) 6/49

Problema 06.

Calcule la siguiente suma:

$$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{3}{25} + \frac{7}{125} + \frac{15}{625} + \frac{31}{3125} + \ldots$$

a) 1/12 b) 17/12 c) 21/12
d) 2 e) 5/12

Problema 07.

Determine el valor de:

$$S = \sum_{n=1}^{100}\left(\frac{1}{4n^2 - 1}\right)$$

a) 91/101 b) 100/201 c) 200/301
d) 400/501 e) 500/601

Problema 08.

En un cuadrado de lado ***a*** se inscribe una circunferencia, en éste se inscribe un cuadrado y en el segundo cuadrado se inscribe una circunferencia, así sucesivamente. Calcule la suma de las áreas de todas de las figuras así formadas.

a) $\frac{a^2}{2}(\pi+1)$ b) $\frac{a^2}{2}(\pi+2)$
c) $\frac{a^2}{2}(\pi+3)$ d) $\frac{a^2}{2}(\pi+4)$
e) $\frac{a^2}{2}(\pi+5)$

Problema 09.

Hay 210 ladrillos en un montón y Adolfo tiene que llevar el primer ladrillo a 1m de distancia, los dos siguiente ladrillos a 3m, los tres siguientes a 6m, los cuatro siguientes a 10m y así sucesivamente. Si solo puede llevar un ladrillo en cada viaje ¿Cuántos metros recorrerá Adolfo hasta llevar el último ladrillo y regresar al punto inicial?

a) 44100 m b) 2870 m c) 45970 m
d) 46970 m e) 47870 m

Problema 10.

Calcule el total de bolitas hasta la figura 20.

fig 1

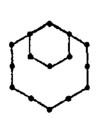


fig 2

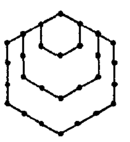


fig 3

...

a) 5830 b) 4560 c) 6390
d) 4000 e) 44100

Problema 11.

Dado un cuadrado $ABCD$ de $1cm^2$ de área se construye un cuadrado $A_1B_1C_1D_1$, de manera que A, B, C, D son puntos medios de sus lados, luego se construye el cuadrado, $A_2B_2C_2D_2$ de manera que A_1, B_1, C_1, D_1, son puntos medios de sus lados y este proceso se repite hasta construir el cuadrado A_{15}, B_{15}, C_{15}, D_{15}. Halle la suma de todos los perímetros de los cuadrados construidos.

a) $(2044\sqrt{2}+1020)\,cm$
b) $(1020\sqrt{2}+1016)\,cm$
c) $(2044\sqrt{2}+1016)\,cm$
d) $(1020\sqrt{2}+2044)\,cm$
e) $(503\sqrt{2}+504)\,cm$

Problema 12.

Calcule:

$$S=\underbrace{\frac{5}{2\times 9}+\frac{5}{6\times 15}+\frac{5}{10\times 21}+\frac{5}{14+27}+\ldots}_{30\text{ términos}}$$

a) 25/36 b) 36/59 c) 25/61
d) 25/59 e) 36/71

Problema 13.

Calcule:

$$S=20\times 1^2+19\times 2^2+18+3^2$$
$$+\ldots+1\times 20^2$$

a) 16000 b) 16400 c) 17225
d) 16170 e) 17500

Series

Solucionario

Resolución 01.

Piden:

$$S = 21 + 22 + 23 + \ldots + \overset{\text{penult}}{39} + \overset{\text{último}}{40}$$

+1 +1

$$\# \text{ term} = \frac{40-21}{1} + 1 = 20$$

primero, último

$$S = \left(\frac{P+U}{2}\right) \times n = \left(\frac{21+40}{2}\right) \times 20$$

(n = # term)

$$S = 610$$

∴ Clave c

Resolución 02.

$$t_n = 16^{\left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

$$M = 16^{\left(\frac{1}{3}\right)} \times 16^{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \times 16^{\left(\frac{1}{3}\right)^3} \times \ldots$$

$$M = 16^{\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \ldots \infty}$$

$$M = 16^{\frac{1/3}{1-1/3}} = 16^{1/2} = 4$$

∴ Clave e

Resolución 03.

Dando forma:

$$S = 2 + 12 + 36 + 80 + \ldots + 1100$$

$$= (1^3 + 1^2) + (2^3 + 2^2) + (3^3 + 3^2) + (4^3 + 4^2) + \ldots + (10^3 + 10^2)$$

$$= (1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 10^3) + (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 10^2)$$

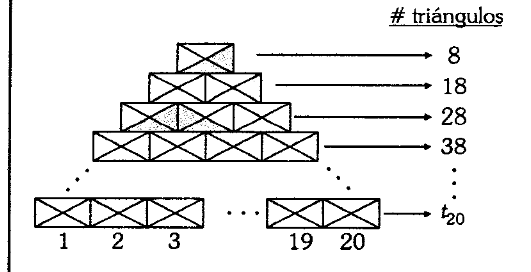
$$= \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2 + \left(\frac{10 \times 11 \times 21}{2}\right)$$

$$= 3025 + 385 = 3410$$

∴ Clave d

Resolución 04.

Contando en cada nivel:



$$\text{Total} = 8 + 18 + 28 + 38 + \ldots \text{ — 20 sum}$$

(+10, +10, +10)

$$t_n = 10n - 2$$

$$t_{20} = 10(20) - 2 = 198$$

$$\text{Total} = \left(\frac{8+198}{2}\right) \times 20 = 2060$$

∴ Clave b

Resolución 05.

Pasando a fracción:

$$S = 0{,}1_{(8)} + 0{,}02_{(8)} + 0{,}003_{(8)} + 0{,}0004_{(8)} + \ldots$$

$$S = \frac{1}{8} + \frac{2}{8^2} + \frac{3}{8^3} + \frac{4}{8^4} + \ldots$$

$$\frac{S}{8} = \frac{1}{8^2} + \frac{2}{8^3} + \frac{3}{8^4} + \frac{4}{8^5} + \ldots \quad (-)$$

$$\frac{7}{8}S = \frac{1}{8} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^3} + \frac{1}{8^4} + \ldots$$

x 1/8 x 1/8 x 1/8

$$\frac{7}{8}S = \frac{1/8}{1-1/8}$$

$$\frac{7}{8}S = \frac{1}{7}$$

$$S = 8/49$$

∴ Clave c

Resolución 06.

$$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{3}{25} + \frac{7}{125} + \frac{15}{625} + \frac{31}{3125} + \ldots$$

$$S = 1 + \frac{2-1}{5} + \frac{2^2-1}{5^2} + \frac{2^3-1}{5^3} + \frac{2^4-1}{5^4} + \ldots$$

$$S = 1 + \frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2^2}{5^2} - \frac{1}{5^2} + \frac{2^3}{5^3} - \frac{1}{5^3} + \frac{2^4}{5^4} - \frac{1}{5^4} + \ldots$$

$$S = \left(1 + \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \ldots\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \ldots\right)$$

x 2/5 x 2/5 x 2/5 x 1/5 x 1/5

$$S = \frac{1}{1-2/5} - \frac{1/5}{1-1/5} = \frac{5}{3} - \frac{1}{4}$$

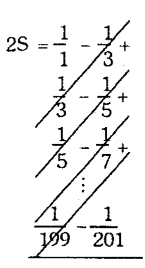
$$\therefore\ S = \frac{17}{12}$$

∴ Clave b

Resolución 07.

$$S = \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{4n^2-1} = \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

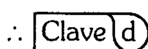
$$2S = \sum_{n=1}^{100} \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \sum_{n=1}^{100} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$



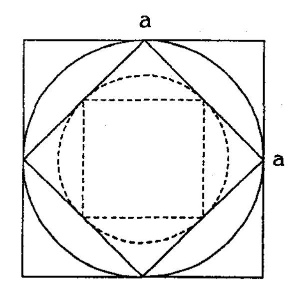
$$2S = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots + \frac{1}{199} - \frac{1}{201}$$

$$2S = \frac{1}{1} - \frac{1}{201} = \frac{200}{201}$$

$$\therefore\ S = \frac{100}{201}$$

∴ 

Resolución 08.



Para los cuadrados:

	1°	2°	3°	...
lado:	a	$a\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$a\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$	...
área:	a^2	$a^2\left(\frac{1}{2}\right)$	$a^2\left(\frac{1}{2}\right)^2$	...

$$S_{\square} = a^2\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \ldots\right)$$

x 1/2 x 1/2

$$S_{\square} = a^2\left(\frac{1}{1-1/2}\right) = 2a^2$$

Para los círculos:

	1°	2°	3°
radio:	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{a}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \dots$

área: $\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times\left(\frac{1}{2}\right) \quad \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times\left(\frac{1}{2}\right)^2 \dots$

$$S_{\bigcirc} = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\dots\right)$$

$$S_{\bigcirc} = \frac{\pi a^2}{4}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right) = \frac{\pi a^2}{2}\times(2) = \frac{\pi a^2}{2}$$

$$S_{\square} + S_{\bigcirc} = 2a^2 + \frac{\pi a^2}{2} = \frac{a^2}{2}(4+\pi)$$

$\therefore$ Clave d

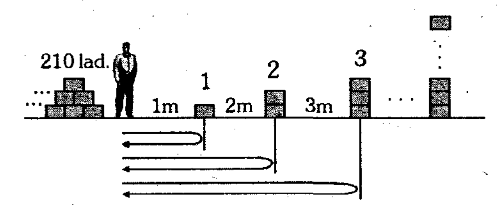
Resolución 09.

Del gráfico:

$$1+2+3+\dots+n = 210$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210 = \frac{20\times 21}{2}$$

$$n = 20$$



Sumando el recorrido para cada grupo de ladrillos tenemos:

$$R = 1(2m)+2(6m)+3(12m)+\dots \quad \text{(20 sum)}$$

$$R = 1^2\times 2+2^2\times 3+3^2\times 4+\dots+20^2\times 21$$

$$R = 1^2(1+1)+2^2(2+1)+3^2(3+1)+\dots+20^2(20+1)$$

$$R = (1^3+1^2)+(2^3+2^2)+(3^3+3^2)+\dots+(20^3+20^2)$$

$$R = (1^3+2^3+3^3+\dots+20^3)+(1^2+2^2+3^2+\dots+20^2)$$

$$R = \left(\frac{20\times 21}{2}\right)^2 + \frac{20\times 21\times 41}{6} = 46970\,m$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 10.

Contando el número de bolitas en cada figura:

$$S = 6 + 15 + 28 + 45 + \dots \quad \text{(20 sum)}$$

(2x3, 3x5, 4x7, 5x9; primeras diferencias: 9, 13, 17; segundas diferencias: 4, 4)

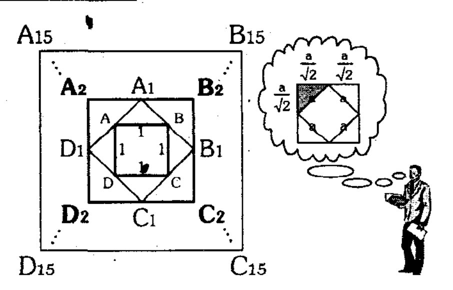
$$S = 6C_1^{20} + 9C_2^{20} + 4C_3^{20}$$

$$S = 6(20)+9\left(\frac{20\times 19}{2\times 1}\right)+4\left(\frac{20\times 19\times 18}{3\times 2\times 1}\right)$$

$$S = 120+1710+4560 = 6390$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 11.



$$\begin{array}{ccccccc} & 1° & 2° & 3° & \dots & 15° \\ \text{lado:} & \frac{2}{\sqrt{2}} & \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 & \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^3 & \dots & \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{15} \end{array}$$

$$S_{PERIM} = 4\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^3 + \dots + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{15}\right)$$

$$= 4(\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^3 + \dots + \sqrt{2}^{15}$$

$$= 4\left(\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}^{15}-1}{\sqrt{2}-1}\right)\right) = 4\sqrt{2}\left(\frac{128\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}\right)$$

$$S_{PERIM} = (1020\sqrt{2} + 1016)\text{cm}$$

∴ Clave b

Resolución 12.

Descomponiendo en fracciones parciales:

$$S = \frac{5}{2\times9} + \frac{5}{6\times15} + \frac{5}{10\times21} + \frac{5}{14\times27} + \dots \quad \text{30 sum}$$

$$S = \frac{5}{2\times3}\left[\frac{1}{1\times3} + \frac{1}{3\times5} + \frac{1}{5\times7} + \frac{1}{7\times9} + \dots + \frac{1}{59\times61}\right] \quad 2(30)-1$$

$$2S = \frac{5}{6}\left[\frac{2}{1\times3} + \frac{2}{3\times5} + \frac{2}{5\times7} + \frac{2}{7\times9} + \dots + \frac{2}{59\times61}\right]$$

$$2S = \frac{5}{6}\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{59} - \frac{1}{61}\right]$$

$$2S = \frac{5}{6}\left[1 - \frac{1}{61}\right] = \frac{300}{366} \rightarrow S = \frac{150}{366} = \frac{25}{61}$$

∴ Clave c

Resolución 13.

Dando forma:

$$\begin{aligned} 20\times1^2 &= (21-1)\times1^2 &= 21(1^2)-1^3 \\ 19\times2^2 &= (21-2)\times2^2 &= 21(2^2)-2^3 \\ 18\times3^2 &= (21-3)\times3^2 &= 21(3^2)-3^3 \\ &\vdots & \vdots \\ 1\times20^2 &= (21-20)\times20^2 &= 21(20^2)-20^3 \end{aligned} \quad + \quad (S)$$

$$S = 21(1^2+2^2+3^2+\dots+20^2) - (1^3+2^3+3^3+\dots+20^3)$$

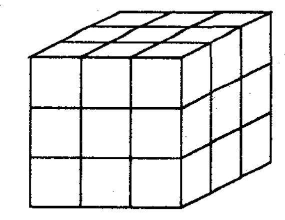
$$S = 21\left(\frac{20\times21\times41}{6}\right) - \left(\frac{20\times21}{2}\right)^2 = 16170$$

∴ Clave d

RAZONA

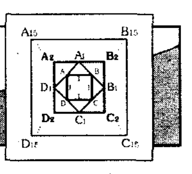
El sólido de la figura está formado por 27 cubitos. Si se pinta todo el exterior del sólido ¿Cuántos cubitos quedan con un número impar de caras no pintadas?

a) 12
b) 15
c) 10
d) 14
e) 8



Primera Práctica

Series



01 Se deja caer una pelota con una altura de 300 m. y cada vez que rebota se eleva una altura igual a la mitad de la altura anterior. ¿Cuántos metros recorrió la pelota hasta detenerse?

a) 600 b) 800 c) 900
d) 1200 e) 850

02 Calcular el resultado de E:

$$E=\sum_{x=1}^{10}(2X+7)+\sum_{x=1}^{10}(x^2-7)$$

a) 470 b) 385 c) 495
d) 405 e) 720

03 Una hormiga recoge las migajas de pan que hay frente a su hormiguero, ubicadas en una línea recta y equidistantes entre sí 7,5 cm. La hormiga arrastra las migajas hacia su hormiguero, llevando sólo una a la vez, estando la primera a 9 cm. de su entrada, donde las deposita, recorriendo en total 14,04 metros. ¿Cuántas migajas recogió si partió de su hormiguero?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

04 Calcular: A + B

$$A=32+16+8+4+\ldots$$

$$B=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}$$

a) 257/4 b) 64/3 c) 164/5
d) 4/3 e) 1/4

05 Halle el valor de:

$$E=\frac{1}{3\times6}+\frac{1}{6\times9}+\frac{1}{9\times12}+\ldots+\frac{1}{30\times33}$$

a) $\frac{10}{99}$ b) $\frac{29}{30}$ c) $\frac{30}{33}$
d) $\frac{31}{98}$ e) $\frac{7}{97}$

06 Calcular:

$$\frac{1}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}+\frac{4}{3^4}+\ldots\ldots$$

a) 4/81 b) 3/16 c) 3/4
d) 4/3 e) 1/4

07 Calcular: A + B

$$A=1\times2+2\times3+3\times4+\ldots+20\times21$$

$$B=1\times2\times3+2\times3\times4+3\times4\times5+\ldots+20\times21\times22$$

a) 55 550 b) 56 210 c) 52 520
d) 54 320 e) 54 610

08 Sumar todos los términos:

$$
\begin{array}{r}
1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots\ldots+10^2\\
2^2+3^2+4^2+\ldots\ldots+10^2\\
3^2+4^2+\ldots\ldots+10^2\\
\ddots\quad\vdots\\
+10^2
\end{array}
$$

a) 3 865 b) 4 195 c) 4 025
d) 3 725 e) 3 025

09 Ángel y María leen una obra. Ángel lee 52 páginas cada día y María lee 8 páginas el primer día, 16 páginas del segundo día, 24 páginas del tercer día y así sucesivamente. Si empezaron el 16 de marzo y terminaron de leer cuando llegaron a la misma página, ¿en qué fecha terminaron?

a) 25 de marzo b) 27 de marzo
c) 28 de marzo d) 10 de abril
e) 11 de junio

10 Una persona debe vaciar un balde de agua a cada uno de los 20 árboles que están sembrados en fila y separados uno del otro 8m. Si la persona en cada viaje sólo puede llevar un balde con agua y el pozo donde sacará el agua está a 10m del primer árbol. ¿Qué distancia habrá recorrido después de haber terminado con su tarea y haber vuelto el balde donde está el pozo?

a) 3 440m b) 3 452m c) 1 032m
d) 2 800m e) 5 320m

11 Si:

$(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)+\ldots+(a+45)=1350$

Calcular: $P=1+2+3+4+\ldots+aa$

a) 3003 b) 3002 c) 3012
d) 3512 e) 5689

12 Calcular la suma de:

$$S=\underbrace{\frac{1}{2\times6}+\frac{1}{4\times9}+\frac{1}{6\times12}+\frac{1}{8\times15}+\ldots}_{20\text{ sumandos}}$$

a) 7/20 b) 21/43 c) 67/87
d) 20/125 e) 10/63

13 Calcular la suma de:

$$S=\underbrace{4+7+12+19\ldots}_{15\text{ términos}}$$

a) 1085 b) 1215 c) 1310
d) 1285 e) 1240

14 Eduardo decide no ir a la discoteca para ahorrar cada fin de semana para comprase un Mp3: la primera semana ahorra \$0,25; la segunda semana \$1; la tercera \$2,25; la cuarta \$4 y así sucesivamente durante 20 semanas. El precio del Mp3 es:

a) \$750,50 b) \$350,50 c) \$400,50
d) \$700,50 e) \$717,50

15 ¿Cuántos términos hay que tomar en la progresión aritmética: 1; 5; 9;... para que la suma sea 780?

a) 20 b) 22 c) 45
d) 21 e) 13

16 Hallar el valor de:

$$S = \frac{1}{7} + \frac{1}{49} + \frac{1}{343} + \frac{1}{2401} + \dots$$

a) 1/49 b) 7/36 c) 1/2
d) 1/3 e) 1/6

17 La suma de 30 enteros consecutivos es "P" ¿Cual será la suma de los 30 siguientes?

a) P+900 b) P+400 c) P+450
d) P+800 e) P+321

18 Para construir una escalera de ladrillos de 25 escalones, se requiere 80 ladrillos para el escalón inferior y cada escalón sucesivo requiere 3 ladrillos menos que el precedente. ¿Cuántos ladrillos se necesitan para construir la escalera?

a) 1126 b) 1118 c) 1108
d) 1100 e) 1092

19 Hallar el resultado de:

$$\underbrace{5+6+7+9+9+12+11+15+\dots}_{100\text{ sumandos}}$$

a) 6675 b) 6235 c) 3245
d) 6789 e) 3412

20 Hallar la suma de las cifras del resultado final de:

$$\underbrace{8+98+998+9998+\dots}_{45\text{ sumandos}}$$

a) 45 b) 56 c) 44
d) 56 e) 48

21 Hallar el valor de:

$$S = 1\times30 + 2\times29 + 3\times28 + \dots + 30\times1$$

a) 4959 b) 4960 c) 3466
d) 3456 e) 8764

22 Si a 23 le sumamos los 25 números impares siguientes ¿en cuantos termina esta?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

23 La suma de "n" números pares consecutivos es "S" ¿Cual es la suma de los "n" siguientes números pares consecutivos?

a) $S+2n^2$ b) $S+3n$ c) $S-2n2$
d) $S+n2$ e) $S-n$

24 Calcule:

$$S = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \dots + \frac{1}{20^2-1}$$

a) $\frac{579}{860}$ b) $\frac{589}{860}$ c) $\frac{598}{840}$
d) $\frac{560}{849}$ e) $\frac{589}{840}$

25 Halle "n", si:

$$\sum_{k=2}^{n} 2^{k+1} = 8184$$

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

Segunda Práctica

Series

01 Halle S

$$S = \underbrace{2+3+1+4+6+2+6+9+3+\ldots}_{30 \text{ sumandos}}$$

a) 200 b) 220 c) 250
d) 300 e) 330

02 Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$E = \frac{(1+3+5+\ldots+39)^2}{2^3+4^3+6^3+\ldots+40^3}$$

a) $\frac{100}{147}$ b) $\frac{200}{447}$ c) $\frac{200}{441}$

d) $\frac{141}{121}$ e) $\frac{21}{20}$

03 Se ubican los números naturales formando cuadrados concéntricos del siguiente modo:

$$1 \;;\; \begin{matrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{matrix} \;;\; \begin{matrix} 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{matrix} \;;\; \ldots$$

Señale la suma de todos los números que forman el octavo cuadrado.

a) 2 080 b) 2 016 c) 2 025
d) 1 955 e) 1 945

04 Halle el valor de "m", si:

$$72+70+68+66+\ldots+m=\overline{aabb}$$

donde: $\frac{a^2+3b}{b^2+3a}=1$; siendo a y b cifras significativas diferentes entre sí; b es par.

a) 12 b) 18 c) 30
d) 40 e) 44

05 Hallar la suma de las primeras 20 filas.

$$\begin{matrix} & & & & 1 & \longrightarrow F_1 \\ & & & 2 & 3 & \longrightarrow F_2 \\ & & 4 & 5 & 6 & \longrightarrow F_3 \\ & 7 & 8 & 9 & 10 & \longrightarrow F_4 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & \longrightarrow F_5 \end{matrix}$$

a) 22 155 b) 66 465 c) 3 080
d) 44 310 e) 88 620

06 Calcular la suma de todos los términos del siguiente arreglo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & \cdots & 20 \\ 4 & 6 & 8 & \cdots & 22 \\ 6 & 8 & 10 & \cdots & 24 \\ \cdots & & & & \\ 20 & 22 & 24 & \cdots & . \end{pmatrix}$$

a) 1 000
b) 2 000
c) 3 000
d) 4 000
e) 5 000

07 Si hay 10 filas. Hallar la suma total.

$$\begin{matrix} & & & & 5 & & & & \\ & & & 5 & & 5 & & & \\ & & 5 & & 2 & & 5 & & \\ & 5 & & 4 & & 6 & & 5 & \\ 5 & & 8 & & 10 & & 12 & & 5 \\ \ldots & & & & & & & & \ldots \end{matrix}$$

a) 167 b) 95 c) 1 422
d) 1 332 e) 1 427

08 Si: $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n$

Hallar el valor de:

$$S = S_{20} - S_{19} + S_{18} - S_{17} + S_{16} - \ldots + S_2 - S_1$$

a) 90 b) 121 c) 21
d) 110 e) 132

09 Calcular la suma de los 20 primeros términos de:

$$S = 4 + 11 + 22 + 37 + 56 + \ldots$$

a) 5 970 b) 4 980 c) 3 790
d) 5 790 e) 7 590

10 Si a 23 le sumamos los 25 números impares siguientes. ¿En cuánto termina esta suma?

a) 2 b) 4 c) 7
d) 8 e) 10

11 Renzo se compromete a pagar un televisor cada fin de semana de la siguiente forma: la primera semana paga S/.0,25; la segunda semana S/.1; la tercera S/.2,25; la cuarta S/.4 y así sucesivamente durante veinte semanas. El precio del televisor es:

a) S/.780,50 b) S/.700,50 c) S/.350,50
d) S/.717,50 e) S/.400,50

12 Una persona debe vaciar un balde de agua a cada uno de los 20 árboles que están sembrados en fila y separados uno del otro 8m. Si la persona en cada viaje sólo puede llevar un balde con agua y el pozo donde sacará el agua está a 10m del primer árbol. ¿Qué distancia habrá recorrido después de haber terminado con su tarea y haber vuelto el balde donde está el pozo?

a) 3 440m b) 3 452m c) 1 032m
d) 2 800m e) 5 320m

13 Dos poblaciones A y B tienen en la actualidad 9 167 360 y 143 240 habitantes respectivamente, suponiendo una disminución anual de A en $\frac{1}{8}$ de sus habitantes y aumento anual de B en $\frac{3}{4}$ de sus habitantes. ¿Dentro de cuántos años las dos poblaciones tendrán el mismo número de habitantes?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

14 La masa de un péndulo recorre 36cm. durante la primera oscilación. En cada una de las oscilaciones siguientes la masa recorre 2/3 de la distancia recorrida en la oscilación anterior. Determine en cm. la distancia total recorrida por la masa hasta que se detiene por efecto de la resistencia del aire.

a) 96 b) 98 c) 102
d) 108 e) 112

15 Calcular M:

$$M = \sum_{K=1}^{10} \frac{1}{5}\sqrt{\sum_{K=3}^{22}\frac{1}{4} + \sum_{K=9}^{38}\frac{1}{5} - \sum_{K=7}^{10}\frac{1}{2}}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 2 e) 4

16 Calcular el resultado de E:

$$E=\sum_{x=1}^{10}(2x+7)+\sum_{x=1}^{10}(x^2-7)$$

a) 470 b) 385 c) 495
d) 405 e) 720

17 Calcular el valor de R:

$$R=\sum_{n=1}^{15}[n+n(n-2)+3]$$

a) 165 b) 1 365 c) 1865
d) 1 165 e) 1 095

18 Halle la suma de los 15 últimos términos de la siguiente sucesión aritmética: 5; 9; ... ; 105

a) 1166 b) 1177 c) 2255
d) 1144 e) 1155

19 Determinar el valor de la siguiente suma: $R=1+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}+3+\frac{11}{3}+\ldots+17$

a) 676/3 b) 225/3 c) 225
d) 27 e) 80/3

20 Halle el valor de: $S=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+3)}$

a) 3/8 b) 9/8 c) 11/18
d) 13/18 e) 2/3

21 Halle el valor de "A"

$$A=\left[\frac{\sum_{k=1}^{100}9k+2\sum_{k=1}^{100}k}{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{100}k+\sum_{k=1}^{100}\frac{2}{3}k}\right]^{\sum_{k=1}^{15}1}$$

a) 256 b) 216 c) 220
d) 156 e) 200

22 Calcular: $\frac{1}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}+\frac{4}{3^4}+\ldots$

a) 4/81 b) 3/16 c) 3/4
d) 4/3 e) ¼

23 Calcule:

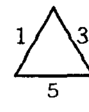
$$K=\frac{1}{2^2}-\frac{2}{2^4}+\frac{3}{2^6}-\frac{4}{2^8}+\frac{5}{2^{10}}-\ldots$$

a) 4/25 b) 3/16 c) 8/15
d) 7/15 e) 9/25

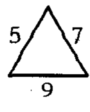
24 Se deja caer una pelota con una altura de 300m. Y cada vez que rebota se eleva una altura igual a la mitad de la altura anterior. ¿Cuántos metros recorrió la pelota hasta detenerse?

a) 600m b) 800 c) 900
d) 1200 e) 850

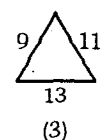
25 Calcular la suma total de todos los perímetros de los triángulos hasta la posición 20.



(1)



(2)



(3)

a) 2456 b) 2510 c) 2464
d) 2320 e) 2460

26 Halle:

$$S = \frac{1}{2\times 4} + \frac{1}{3\times 8} + \frac{1}{4\times 12} + \ldots + \frac{1}{32\times 124}$$

a) 19/71 b) 19/61 c) 32/121
d) 31/128 e) 17/63

27 Una persona debe recorrer 3275m y los hace de la siguiente forma, en el primer minuto recorre "a" metros, en el segundo recorre "$2a$" metros y retrocede 10m, en el tercer minuto recorre "$3a$" metros y retrocede 10m, en el cuarto minuto recorre "$4a$" metros y retrocede 10m, y así sucesivamente, llegando a la meta en 21 minutos. Hallar "a".

a) 15 b) 18 c) 20
d) 12 e) 25

28 Una persona comunica un secreto a otra, que poco prudente lo comunica a otras 5 en 3 minutos; estas 5, lo comunican cada una a otras 5 en los tres minutos siguientes: si se continuase al mismo ritmo, ¿cuántas personas sabrían el secreto al cabo de 1 hora? (Cada persona quebranta el secreto únicamente con 5 personas, en los tres minutos siguientes a su información)

a) $\frac{5^{20}+1}{5}$ b) $\frac{5^{20}-1}{4}$ c) $\frac{5^{21}+1}{4}$
d) $\frac{5^{21}-1}{4}$ e) $\frac{5^{21}+1}{5}$

29 Una pila de troncos tiene 24 troncos en la capa inferior, 23 en la segunda, 22 en la tercera, y así sucesivamente. La capa superior tiene 10 troncos. Calcule el número total de troncos en la pila.

a) 230 b) 235 c) 240
d) 250 e) 255

30 Determine la suma de cifras del resultado:

$$8 + 98 + 998 + \ldots + \underbrace{99\ldots98}_{20 \text{ cifras}}$$

a) 22 b) 42 c) 25
d) 31 e) 10

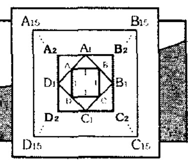
31 Calcule:

$$S = \frac{3}{4} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \ldots$$

a) $\frac{17}{4}$ b) $\frac{16}{3}$ c) $\frac{15}{4}$
d) $\frac{13}{5}$ e) $\frac{18}{7}$

Tercera Práctica

Series



01 Si la suma de los infinitos términos de una P.G. es 4 y la suma de sus cubos es 192 entonces el término a_5 de la P.G. inicial es:

a) $-\frac{3}{8}$ b) $-\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{3}{16}$ e) $\frac{3}{8}$

02 Sean M y N dos series definidas por:

$$M=\sum_{k=1}^{\alpha}\left(\frac{1}{k^2}\right) \text{ y } N=\sum_{k=1}^{\alpha}\left(\frac{1}{2k-1}\right)^2$$

entonces la relación correcta entre m y N es:

a) $2M=3N$ b) $2N=5M$
c) $4N=3M$ d) $M=3N$
e) $4M=3N$

03 Se tiene un tronco de pirámide de base cuadrada que ha sido formada con esferitas. Si en la base inferior y superior se cuentan 81 y 441 esferita; respectivamente, ¿cuántas esferitas se cuentan entre las dos bases?

a) 2585 b) 2855 c) 2885
d) 2858 e) 2555

04 Hallar el valor de "m":

$$\frac{2}{1\times4}+\frac{2}{4\times7}+\frac{2}{7\times10}+\frac{2}{10\times13}+\ldots+\frac{2}{m}=0{,}64$$

a) 460 b) 504 c) 550
d) 598 e) 700

05 Un estudiante decide resolver cada día dos problemas más que el día anterior. Si el último día (24 de junio) resolvió 49 problemas y en total, hasta ese día, resolvió 400 problemas, ¿en qué fecha empezó y cuántas resolvió ese día?

a) 1 mayo; 31 problemas
b) 15 junio; 31 problemas
c) 22 mayo; 37 problemas
d) 30 mayo; 31 problemas
e) 12 junio; 365 problemas

06 Si $S_n=(2n+9)n$ representa la suma de los n primeros términos de una sucesión, halle la suma de los términos comprendidos entre los términos de lugar 14 y 31.

a) 1480 b) 1552 c) 1940
d) 1586 e) 1572

07 Halle el valor de "S" en:

$$S=\frac{1}{6}+\frac{3}{6^2}+\frac{5}{6^3}+\frac{7}{6^4}+\ldots$$

a) 1/25 b) 2/25 c) 6/25
d) 7/25 e) 3/25

08 Calcule el valor de: $\sum_{k=5}^{20}\left(\frac{(k+1)!}{(k-1)!}\right)$

a) 3040 b) 2950 c) 3208
d) 2840 e) 3420

09 Calcule el valor de "S":
$S = 3 + 6 + 11 + 18 + 27 + \ldots + 402$

a) 2920 b) 2910 c) 3984
d) 2862 e) 1650

10 Desde cierta altura se deja caer una pelota y se observa que en cada rebote alcanza sólo los 2/3 de la altura de donde cae. Si hasta el momento de detenerse ha hecho un recorrido de 100m, ¿de qué altura se dejó caer?

a) 25m b) 10m c) 24m
d) 20m e) 15m

11 La diferencia entre la suma de los $(n+1)$ primeros términos de una P.G. con la suma de los n primeros términos es "x". La diferencia entre la suma de los $(n+2)$ primeros términos, de la misma progresión, con la suma de los "n" primeros términos es "y". Hallar la razón.

a) $x/y - 1$ b) $1 - x/y$ c) $y/x - 1$
d) $x - y/x$ e) $1 - y/x$

12 La suma de los 7 primeros términos de una P.A. es 35 y la suma de los 7 últimos es 217. Si dicha progresión tiene un número impar de términos. Halle el valor del término central.

a) 18 b) 31 c) 21
d) 17 e) 12

13 Si la suma de los "n" primeros números enteros positivos es $\frac{7}{20}$ de la suma de los "n" siguientes; halle "**n**".

a) 10 b) 12 c) 14
d) 11 e) 13

14 Los consejeros de un banco se reúnen cierto día, saludándose mutuamente. Si se sabe que los choques de manos han sido 78 en total. ¿Cuántos consejeros tiene el banco?

a) 10 b) 12 c) 14
d) 11 e) 13

15 Un móvil "A" sale con 600 metros de ventaja y 15 minutos antes que otro móvil "B". "A" anda 1 metro en el primer minuto, 2 en el segundo, 3 en el tercero y así sucesivamente, "B" anda 1metro en el primer minuto, 4 en el segundo, 7 en el tercero y así sucesivamente. ¿Cuántos minutos tardará "B" en alcanzara "A"?

a) 20 b) 30 c) 25
d) 36 e) 27

16 Un obrero ha ahorrado este mes 178 soles y tiene con esto, S/.1410 en la caja de ahorros, habiendo economizado cada mes S/.12 más que el anterior. ¿Cuánto ahorró el primer mes?

a) S/.8 b) S/.10 c) S/.18
d) S/.12 e) S/.15

17 En el trabajo de perforación de un pozo de 150metros de profundidad, el costo es de S/.20 para el primer metro y S/.2 más para cada metro adicional, con respecto al costo del metro anterior. Calcular el costo total.

a) S/.25050 b) S/.25350
c) S/.25000 d) S/.23550
e) S/.22500

18 Un jardinero debe llevar un balde de agua al pie de cada uno de los 40 árboles que forman un lado de un parque. Los árboles están distanciados 5 metros uno de otro y el depósito de agua está a 8 metros del primer árbol. ¿Qué espacio habrá recorrido el jardinero después de acabar su trabajo y vuelto al balde al depósito de agua?

a) 8550 b) 8660 c) 8540
d) 8650 e) 8440

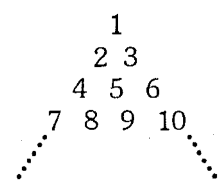
19 Un individuo da cinco pasos hacia adelante y dos hacia atrás, después da 10 hacia adelante y cuatro hacia atrás; y así sucesivamente en progresión aritmética. ¿Cuántos pasos habrá dado en el momento en que por primera vez se encuentra a 1105 pasos del punto de partida?

a) 2275 b) 2405 c) 2400
d) 2270 e) 2415

20 Sobre el terreno hay colocados "n" piedras; la distancia entre la primera y la segunda es 1 metro, entre la segunda y la tercera es 2 metros, entre la tercera y la cuarta, 4 metros; entre la cuarta y la quinta, 8 metros, etc. ¿Cuánto tendrá que andar una persona que tenga que llevarlas una a una a un carro colocado al lado de la primera piedra?

a) $2(2^n-n+1)$ b) $2(2^{n-1}-n)$
c) $2(2^n-n)$ d) $2(2^n-n-1)$
e) $2(2^{n+1}-n)$

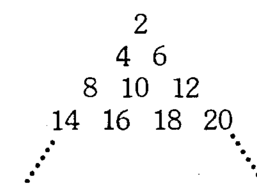
21 Dado el arreglo de números:



Hallar la suma de la fila 20.

a) 400 b) 4010 c) 8020
d) 4100 e) 140

22 Dado el arreglo de números:



Hallar la suma de la fila 15.

a) 3380 b) 3395 c) 3490
d) 3390 e) 3380

23 Reducir:

$$E=\frac{0\times1-1\times2+2\times3-3\times4+\ldots+100\times101}{1\times2-2\times3+3\times4-4\times5+\ldots+101\times102}$$

a) 50/49 b) 50/53 c) 51/50
d) 50/51 e) 58/55

24 Hallar la suma límite de la serie infinita:

$$S = \frac{1}{2\times 3} + \frac{5}{4\times 9} + \frac{19}{8\times 27} + \frac{65}{16\times 81} + \ldots$$

a) 1/2 b) 1/9 c) 1/3
d) 1/4 e) 1/36

25 La serie siguiente tiene 30 términos. ¿Cuál es su suma?

$$\frac{5}{2} + \frac{13}{6} + \frac{25}{12} + \frac{41}{20} + \ldots$$

a) 1800/31 b) 1980/31
c) 1890/31 d) 1900/31
e) 1899/31

26 Si: $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n+1)$

Hallar: $S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_{20}$

a) 1760 b) 1780 c) 1778
d) 1770 e) 179

27 ¿Cuál es la suma de la serie en base 10?

$$12_{(3)} + 23_{(4)} + 34_{(5)} + \ldots \text{ (30 sum.)}$$

a) 1880 b) 10890 c) 10870
d) 10800 e) 10880

28 Hallar la suma de la serie:

$$S = \frac{1}{2\times 4} + \frac{1}{4\times 6} + \frac{1}{8\times 10} + \ldots + \frac{1}{48\times 50}$$

a) $\frac{6}{25}$ b) $\frac{6}{27}$ c) $\frac{2}{25}$
d) $\frac{5}{24}$ e) $\frac{3}{25}$

29 La masa de un péndulo recorre 16 cm durante la primera oscilación. En cada una de las oscilaciones siguientes la masa recorre 3/4 de lo recorrido en la oscilación anterior. Calcular el espacio total recorrido por la masa hasta el momento de detenerse.

a) 60cm b) 62cm c) 63cm
d) 64cm e) 65cm

30 Una pelota de hule de una altura de 18 metros y cada vez rebota hasta una tercera parte de la altura alcanzada en el rebote anterior. Calcular el espacio total recorrido por la pelota hasta que teóricamente quede en reposo.

a) 30m b) 36m c) 25m
d) 39m e) 30m

31 Si: $S_n = \underbrace{102 + 104 + 106 + \ldots}_{\text{"}n\text{" sumandos}}$

Calcular: $\frac{(S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_{49})}{10}$

a) 16 816 b) 16 415 c) 16 817
d) 13 256 e) 17 471

32 Dada la P.A.

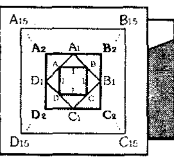
$$a\,;\, b\,;\, \overline{aa}\,;\ldots \text{ (x términos)}$$

tiene como término central a $\overline{bb}$. Calcule el último término.

a) 43 b) 201 c) 87
d) 131 e) 143

Cuarta Práctica

Series



01 Calcular el valor de E:

$$E = 2 + 12 + 36 + 80 + \ldots + 1100$$

a) 3810 b) 3710 c) 3040
d) 3410 e) 3540

02 Halle el valor de:

$$S = \frac{2}{6} + \frac{16}{36} + \frac{98}{216} + \frac{544}{1296} + \ldots$$

a) $4/3$ b) $7/2$ c) 6
d) 4 e) $3/2$

03 Efectuar:

$$S = 4 + 44 + 444 + \ldots + \underbrace{444\ldots4}_{n \text{ cifras}}$$

a) $\frac{4}{81}(10^n - 9n - 1)$

b) $\frac{4}{81}(10^n - 9n - 10)$

c) $\frac{4}{81}(10^{n+1} - 9n - 10)$

d) $\frac{1}{81}(10^{n+1} - 9n - 10)$

e) $\frac{40}{81}(10^{n+1} - n - 10)$

04 A Ariana se le promete pagar una suma de dinero por los 10 primeros problemas de RM que resuelva correctamente, luego se le duplicará dicha suma por cada 10 problemas adicionales que también resuelva correctamente. Si resuelve correctamente 80 problemas y recibe S/. 2040 ¿cuánto le pagaron por el sexto grupo de problemas bien resuelto?

a) S/. 128 b) S/. 192 c) S/. 298
d) S/. 256 e) S/. 512

05 Halle el valor de S:

$$S = 3 + 8 + 13 + 18 + \ldots + 503$$

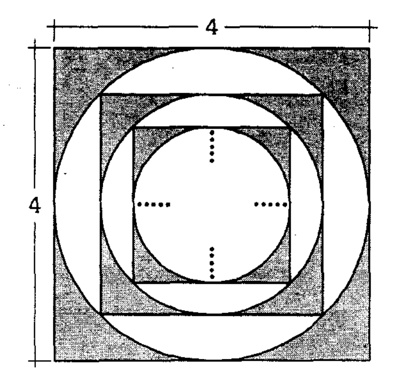
a) 25553 b) 23601 c) 21431
d) 23601 e) 28314

06 Halle el valor de E:

$$E = 1^2 - 2^3 + 3^2 - 4^3 + 5^2 - 6^3 + \ldots - 30^3$$

a) –110705 b) –12055 c) –110608
d) –120705 e) –110815

07 Calcule el área de la región sombreada:



a) $4(4 - \pi)$ b) $8(4 + \pi)$
c) $8(3 + \pi)$ d) $8(4 - \pi)$
e) $8(8 - \pi)$

08 Halle el valor de S en:

$$S=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2^n+3^n}{5^n}\right)$$

a) 25/3 b) 25/2 c) 25/6
d) 23/6 e) 6/25

09 Dada la P.G. de términos positivos:

$$a_1\ ;\ a_2\ ;\ a_3\ ;\ a_4\ ;\ \ldots\ ;\ a_n$$

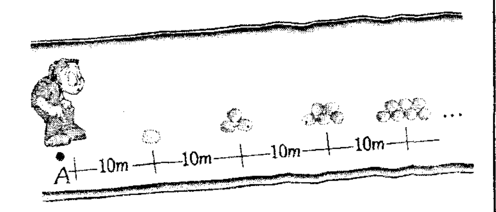
Calcule: $L=a_1\times a_2\times a_3\times\ldots\times a_n$

Si: $R=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\ldots+\frac{1}{a_n}$

$S=a_1+a_2+a_3+\ldots a_n$

a) $\sqrt{\left(\frac{S}{R}\right)^n}$ b) $\sqrt{\left(\frac{R}{S}\right)^n}$ c) $\left(\frac{R}{S}\right)^n$
d) $\left(\frac{S}{n}\right)^n$ e) $\frac{S+1}{R+1}$

10 Adolfo deber recoger una por una las 400 piedras y dejarlas en "A". ¿Cuál será el recorrido que tiene que hacer para cumplir su objetivo?



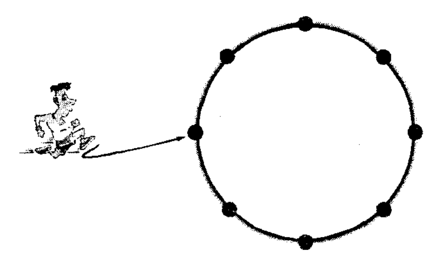
a) 110400 m b) 110200 m
c) 110600 m d) 110500 m
e) 120400 m

11 Calcule el valor de:

$$S=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\frac{6}{2^4}+\frac{11}{2^5}+\frac{20}{2^6}+\ldots$$

a) 3 b) 6 c) 4
d) 12 e) 7

12 Un atleta se dispone de entrenar en el circuito mostrado:



empleando 10 seg para ir de un círculo a otro (en sentido horario) pero cada vez que completa media vuelta descansa un tiempo mayor en 10 seg al que viene empleando para ir de un círculo a otro, luego continua y para ir de un círculo a otro emplea el tiempo que descansa ¿cuánto tiempo habrá transcurrido hasta terminar un descanso que duró 410 seg?.

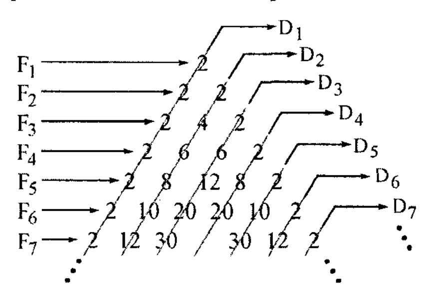
a) 41400 seg b) 41000 seg
c) 42600 seg d) 41410 seg
e) 46100 seg

13 Halle el valor de la serie:

$$S=\underbrace{1\times7\times2\times3+2\times9\times5\times7+3\times11\times8\times11+\ldots}_{100\text{ sumandos}}$$

a) 744712 b) 734612 c) 714412
d) 734712 e) 743712

14 Calcule la suma de todos los términos que se encuentran en D_6



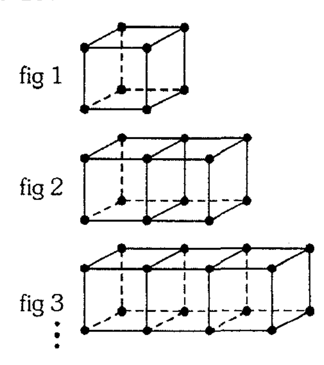
a) 10010 b) 10020 c) 10110
d) 10120 e) 10050

15 Halle el valor de la serie:

$$S = \underbrace{4 + 7\times 2 + 10\times 2^2 + 13\times 2^3 + \ldots}_{20 \text{ sumandos}}$$

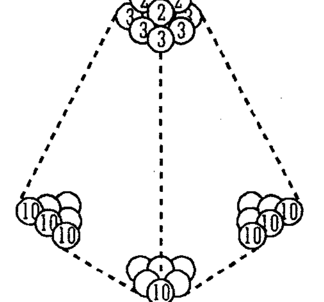
a) $2+31\times 2^{21}$ b) $4+31\times 2^{21}$
c) $4+29\times 2^{21}$ d) $2+29\times 2^{20}$
e) $2+29\times 2^{21}$

16 ¿Cuántas bolitas hay en total hasta la figura 15?



a) 500 b) 600 c) 540
d) 450 e) 640

17 Calcule la suma de todos los números en el siguiente tetraedro.



a) 3410
b) 1705
c) 3220
d) 1610
e) 1008

18 Halle la suma de todos los elementos de la siguiente matriz cuadrada:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots & 20 \\ 1 & 4 & 7 & 10 & \ldots & \\ 1 & 6 & 11 & 16 & \ldots & \\ 1 & 8 & 15 & 22 & \ldots & \\ \vdots & & & & & \\ 1 & 40 & 79 & 118 & \ldots & \end{bmatrix}$$

a) 4200 b) 80200 c) 42000
d) 70300 e) 76400

19 Halle el valor de:

$$M = \frac{1^4}{2} + \frac{2^4}{2^2} + \frac{3^4}{2^3} + \frac{4^4}{2^4} + \ldots$$

a) 124 b) 140 c) 144
d) 150 e) 160

20 Halle el valor de E:

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{7n^2+2}{3^n} \right]$$

a) 21/2 b) 23/2 c) 23/3
d) 13/3 e) 20/3

21 Se define:

$$\boxed{\sqrt{x}+1} = 2^{\sqrt{x}} + 3\sqrt{x}$$

Calcule: $S = \boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{3} + \ldots + \boxed{10}$

a) 2212 b) 1148 c) 1155
d) 1158 e) 1156

22 Halle el valor de la serie:

$$\frac{1}{2\times4\times6} + \frac{1}{4\times6\times8} + \frac{1}{6\times8\times10} + \ldots + \frac{1}{40\times42\times44}$$

a) $\frac{115}{3696}$ b) $\frac{117}{3696}$ c) $\frac{230}{3696}$
d) $\frac{116}{3696}$ e) $\frac{15}{3696}$

23 Un caracol asciende 2 cm en el día y resbala 1 cm en la noche, luego asciende 4 cm y resbala 1 cm, luego asciende 6 cm y resbala 1 cm; y así continúa su ascenso hasta llegar a lo alto de un árbol de 401 cm. ¿Cuál es el recorrido total del caracol hasta cumplir su objetivo?

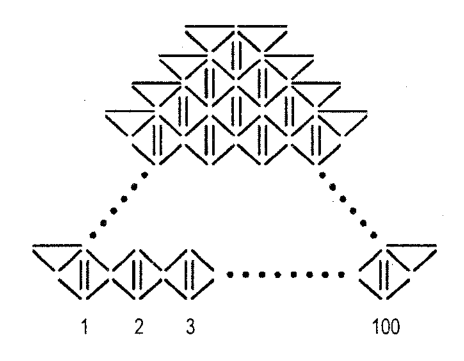
a) 429 cm b) 439 cm c) 438 cm
d) 459 cm e) 472 cm

24 Si se cumple: $\sum_{k=0}^{2005} t_k x^k = x^5 - 2x^2 + 7x + 3$

Calcule: $\sum_{k=1}^{100} t_{(2k-1)}$

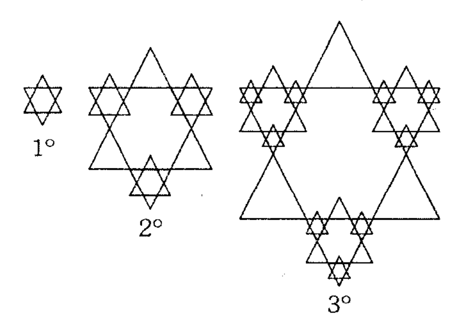
a) 3 b) 8 c) 9
d) 7 e) 5

25 ¿Cuántos palitos se han empleado en la construcción del siguiente castillo?



a) 17180 b) 10600 c) 15000
d) 14400 e) 20800

26 Halle el número de hexágonos regulares en la fig. 11



a) $\frac{3^{11}-1}{2}$ b) $\frac{3^{10}+1}{2}$ c) $\frac{3^{10}-1}{2}$
d) $\frac{3^{11}+1}{2}$ e) $\frac{3^{12}+1}{2}$

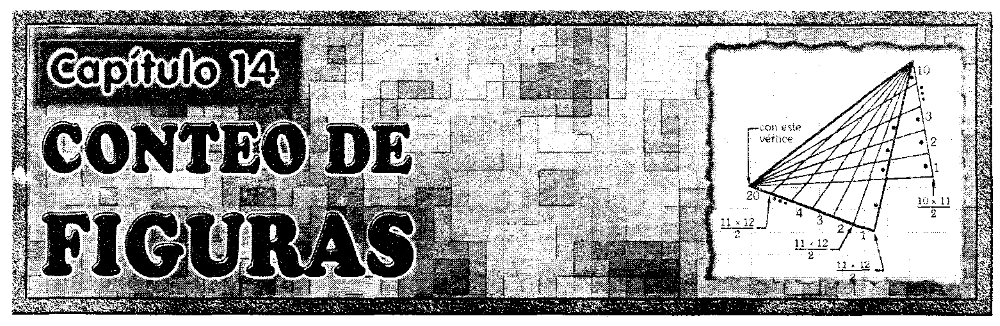
CLAVES
SERIES Y SUMATORIAS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. c	02. c	03. d	04. a	05. a
06. c	07. b	08. e	09. b	10. a
11. a	12. e	13. d	14. e	15. a
16. e	17. a	18. d	19. a	20. a
21. b	22. a	23. a	24. e	25. c

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. e	02. c	03. a	04. c	05. a
06. b	07. e	08. d	09. a	10. d
11. d	12. a	13. d	14. d	15. b
16. c	17. d	18. e	19. c	20. c
21. b	22. c	23. a	24. c	25. e
26. d	27. a	28. d	29. e	30. c
31. c				

TERCERA PRÁCTICA				
01. e	02. c	03. a	04. c	05. b
06. b	07. d	08. a	09. b	10. d
11. c	12. a	13. e	14. e	15. d
16. b	17. b	18. e	19. b	20. d
21. b	22. d	23. d	24. a	25. c
26. d	27. e	28. a	29. d	30. b
31. b	32. d			

CUARTA PRÁCTICA				
01. d	02. d	03. c	04. d	05. a
06. a	07. d	08. c	09. a	10. a
11. b	12. a	13. d	14. a	15. c
16. c	17. b	18. e	19. d	20. b
21. d	22. a	23. b	24. b	25. e
26. a				



INTRODUCCIÓN

MÉTODOS DE CONTEO

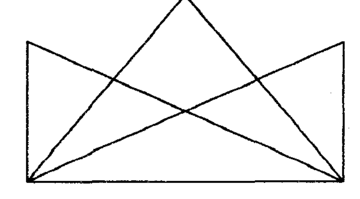
I.- Método Combinatorio

Asignamos dígitos y/o letras a todas las figuras simples que componen la figura principal y luego contamos anotando los dígitos o combinaciones de ellos que correspondan a la figura buscada. Es recomendable proceder al conteo de forma ordenada y creciente; es decir, figuras de un dígito, figuras de dos dígitos y así sucesivamente.

EJEMPLO 01

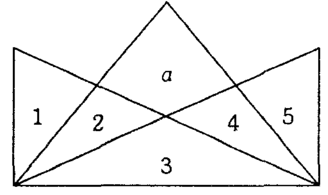
¿Cuántos triángulos hay en total?

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16



Resolución:

Asignando dígitos y letras:



De 1# ⇨ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ⇨ $5\Delta_s$

De $2\#_s$ ⇨ 12 , 23 , 2a , 34 , 45 , 4*a* ⇨ $6\Delta_s$

De $3\#_s$ ⇨ 123 , 345 ⇨ $2\Delta_s$

De $4\#_s$ ⇨ 234*a* ⇨ 1Δ

De $5\#_s$ ⇨ ninguno

De $6\#_s$ ⇨ ninguno

$\therefore$ total $= 5 + 6 + 2 + 1 = 14\ \Delta_s$

Clave: c

II.- CONTEO POR INDUCCIÓN

CONTEO DE SEGMENTOS

1 ②

Total de segmentos $= 3 = \dfrac{②\times 3}{2}$

1 2 ③

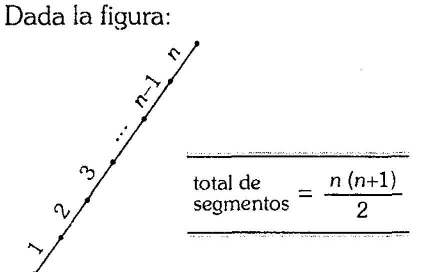
Total de segmentos $= 6 = \dfrac{③\times 4}{2}$

1 2 3 ④

Total de segmentos $= 10 = \dfrac{④\times 5}{2}$

En general

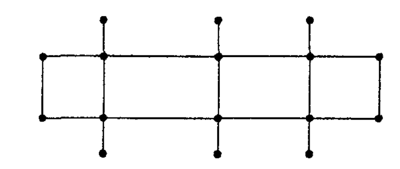
Dada la figura:



$$\text{total de segmentos} = \frac{n(n+1)}{2}$$

EJEMPLO 01

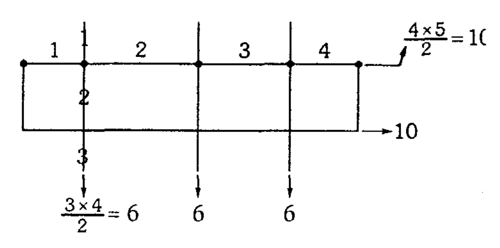
¿Cuántos segmentos hay en total en la siguiente figura?



a) 38 b) 40 c) 36
d) 42 e) 34

Resolución:

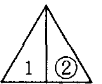
Contando los segmentos en cada línea:



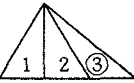
$\therefore$ total = 2(10) + 3(6) + 2 = 40 segmentos

Clave: b

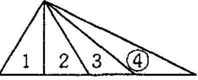
CONTEO DE TRIÁNGULOS



Total de triángulos = 3 = $\frac{②\times 3}{2}$



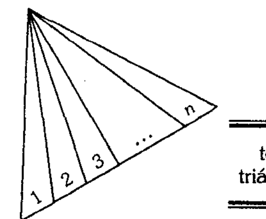
Total de triángulos = 6 = $\frac{③\times 4}{2}$



Total de triángulos = 10 = $\frac{④\times 5}{2}$

En general

Dada la figura:

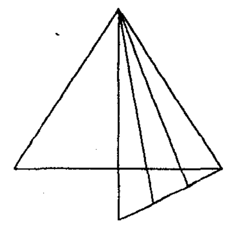


$$\text{total de triángulos} = \frac{n(n+1)}{2}$$

EJEMPLO 02

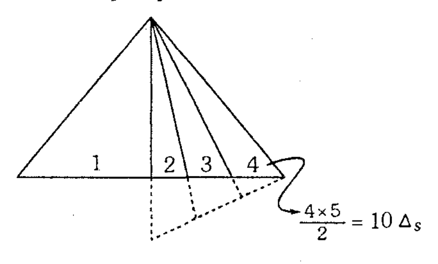
¿Cuántos triángulos hay en total?

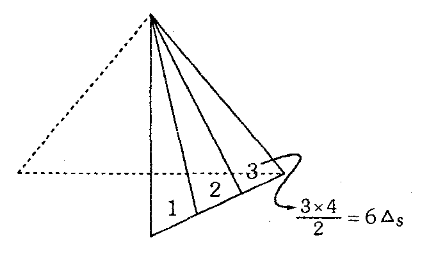
a) 19
b) 16
c) 18
d) 20
e) 22

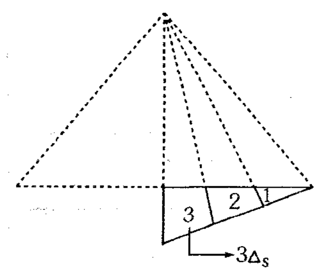


Resolución:

Contando por partes:





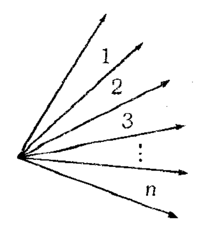


$\therefore$ total $= 10 + 6 + 3 = 19\,\Delta_s$

Clave: a

CONTEO DE ÁNGULOS

Dada la figura:

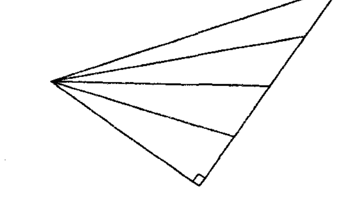


total de ángulos $= \dfrac{n\,(n+1)}{2}$

EJEMPLO 03

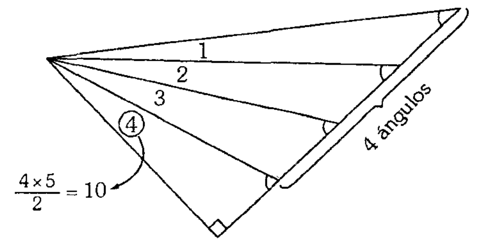
¿Cuántos ángulos agudos hay en total?

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16



Resolución:

De la figura:



$\therefore$ total de ángulos agudos:

$$10 + 4 = 14$$

Clave: c

CONTEO DE CUADRILÁTEROS

Considerando las figuras:

1	2	3	...	n

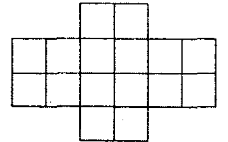
total de cuadriláteros $= \dfrac{n\,(n+1)}{2}$

1	2	3	...	n
2				
3				
⋮				
m				

total de cuadriláteros $= \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)\left(\dfrac{m(m+1)}{2}\right)$

EJEMPLO 04

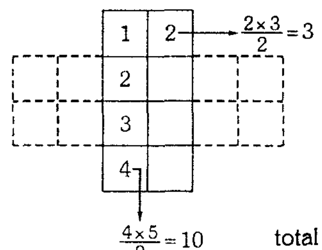
¿Cuántos cuadriláteros se cuentan en la siguiente figura?



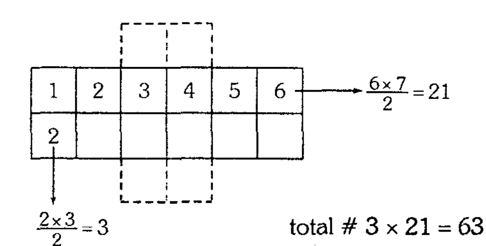
a) 93 b) 84
c) 86 d) 94 e) 88

Resolución:

Contando por separado:

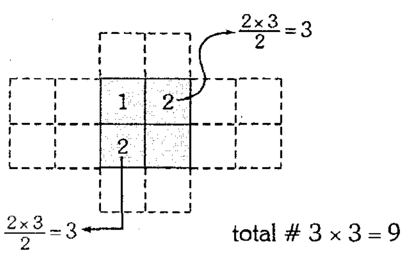


total # $3\times10=30$



total # $3\times21=63$

Como hay una cantidad de cuadriláteros que estamos repitiendo hay que considerarlos:



total # $3\times3=9$

$\therefore$ total $=30+63-9=84$

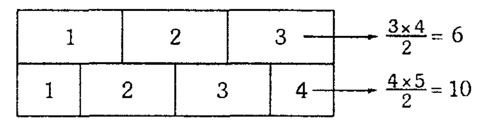
Clave: b

EJEMPLO 05

¿Cuántos cuadriláteros hay en total?

a) 15
b) 16
c) 18
d) 17
e) 19

Resolución:



$\therefore$ total $=6+10+1=17$

el grande

Clave: d

Observación

Considerando la figura:

1	2	3	4	......	$n-1$	n
2						
3						
⋮						
$m-1$						
m						

Si cada cuadrilátero simple es un cuadrado entonces:

$$\text{Total de cuadrados} = m\times n+(m-1)(n-1)+(m-2)(n-2)+\ldots$$

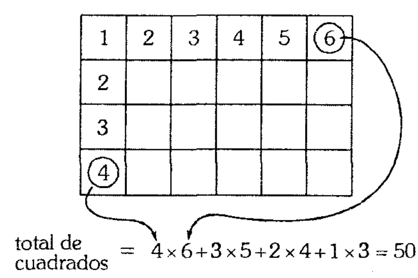
Hasta que por lo menos uno de los factores sea 1.

EJEMPLO 06

Calcule el total de cuadrados en la siguiente figura (cada cuadrilátero simple es un cuadrado).

a) 40
b) 42
c) 55
d) 58
e) 50

Resolución:



total de cuadrados $= 4\times6+3\times5+2\times4+1\times3=50$

Clave: e

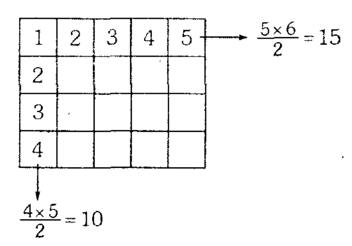
EJEMPLO 07

La figura muestra un rectángulo dividido en cuadraditos. ¿Cuántos cuadriláteros no son cuadrados?

a) 120
b) 150
c) 140
d) 110
e) 100

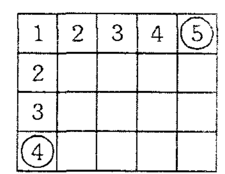
Resolución:

Contemos el total de cuadriláteros en la figura:



total de cuadriláteros $= 15\times10=150$

Ahora contemos los que son cuadrados

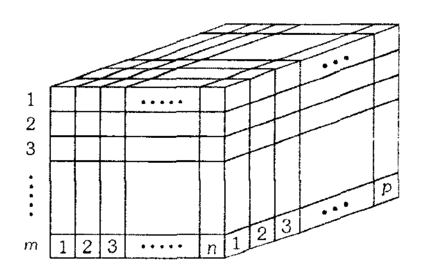


total de cuadrados $= 4\times5+3\times4+2\times3+1\times2=40$

$\therefore$ El número de cuadriláteros que no son cuadrados es: $150-40=110$

$\therefore$ **Clave: d**

CONTEO DE PARALELEPÍPEDOS



$$\text{Total de Paralelepípedos} = \frac{m(m+1)}{2}\times\frac{n(n+1)}{2}\times\frac{p(p+1)}{2}$$

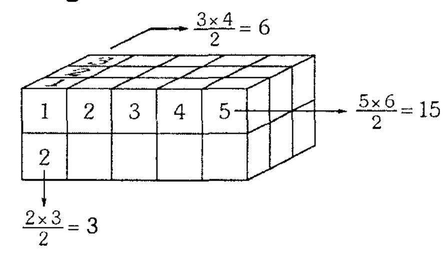
EJEMPLO 08

¿Cuántos paralelepípedos se cuentan en:

a) 260
b) 250
c) 270
d) 200
e) 370

Resolución:

De la figura:

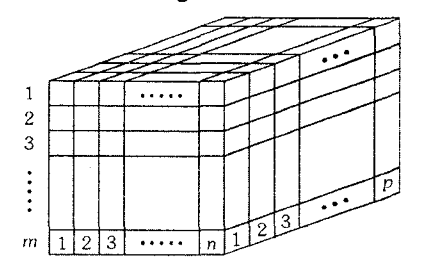


total de paralelepípedos $= 3\times15\times6 = 270$

Clave: c

Observación

Considerando la figura:



Si cada paralelepípedo simple es un cubo, entonces:

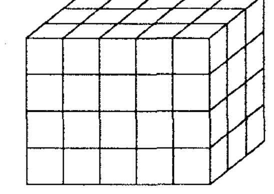
$$\text{Total de cubos} = m\times n\times p+(m-1)(n-1)(p-1)+(m-2)(n-2)(p-2)+\ldots$$

Hasta que por lo menos uno de los factores sea 1.

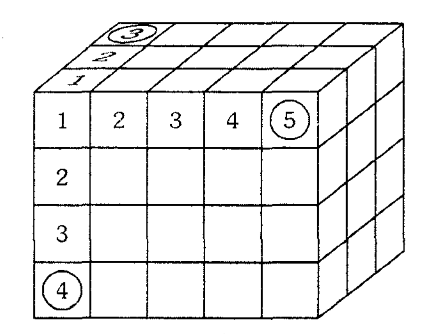
EJEMPLO 09

Calcule el total de cubos en la siguiente figura (cada paralelepípedo simple es un cubo).

a) 80
b) 70
c) 90
d) 100
e) 95



Resolución:



$\#\text{ cubos} = 4\times5\times3+3\times4\times2+2\times3\times1 = 90$

$\therefore$ ***Clave: c***

El origen.....
las dos rayas "=" que indican igualdad las empezó a utilizar un matemático inglés llamado Robert Recorde, que vivió hace más de 400 años. En uno de sus libros cuenta que eligió ese signo porque «dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas»

Problemas Resueltos

CONTEO DE FIGURAS

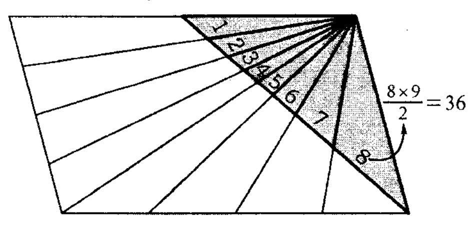
PROBLEMA 01

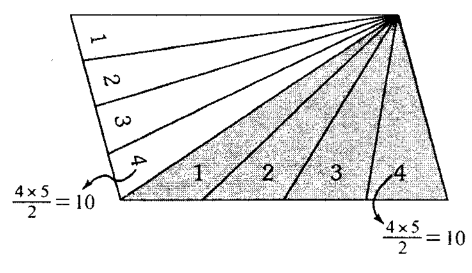
¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?

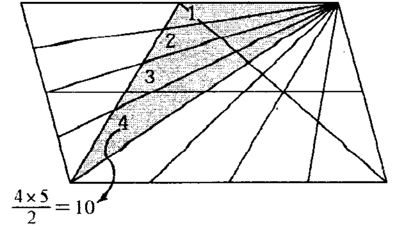
a) 78
b) 56
c) 80
d) 79
e) 62

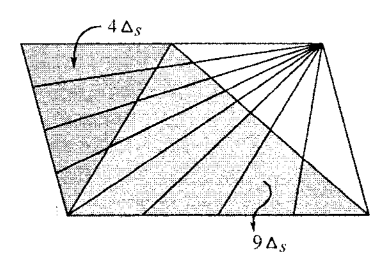
Resolución:

Contando separadamente









total = 36 + 10 + 10 + 10 + 4 + 9 = 79

Clave: d

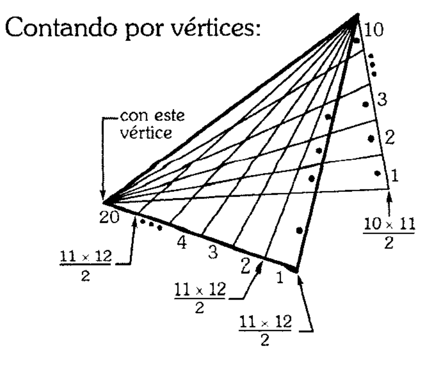
PROBLEMA 02

Halle el total de triángulos en la siguiente figura:

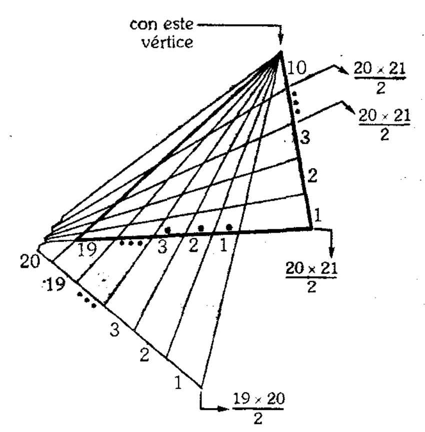
a) 3455
b) 2290
c) 3450
d) 1375
e) 3665

Resolución:

Contando por vértices:



$$total_1 = 20\left(\frac{11\times12}{2}\right)+\frac{10\times11}{3}=1375$$



$$total_2 = 10\left[\frac{20\times21}{2}\right]+\frac{19\times20}{2}=2290$$

$$\therefore \quad total = 1375+2290 = 3665\,\Delta_S$$

Clave: e

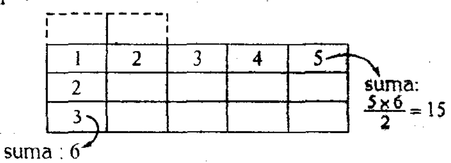
PROBLEMA 03

¿Cuántos rectángulos hay en total:

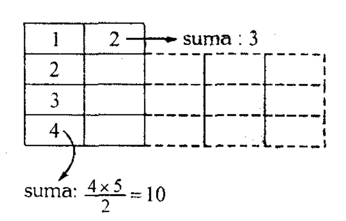
a) 202
b) 100
c) 102
d) 120
e) 112

Resolución:

Contemos los rectángulos en cada bloque:

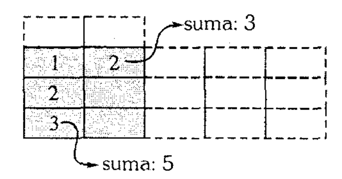


$\hookrightarrow$ total = 6 × 15 = 90



$\hookrightarrow$ total = 3 × 10 = 30

Aparentemente el total de rectángulos es: 60 + 30; pero no es así ya que estamos repitiendo algunos.



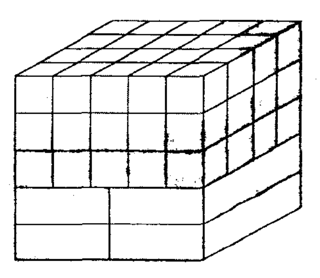
$\hookrightarrow$ total = 6 × 3 = 18

$\therefore$ total de rectángulos = 90 + 30 − 18 = **102**

Clave: c

PROBLEMA 04

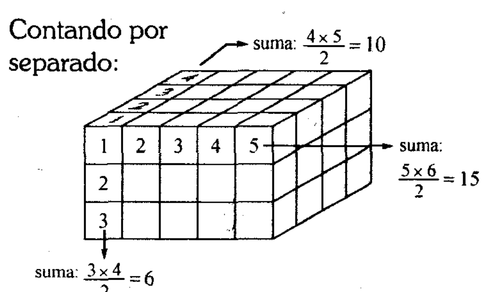
¿Cuántos paralelepípedos se cuentan en total en la siguiente figura?



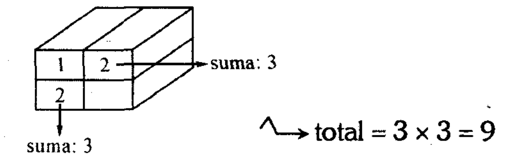
a) 915 b) 914 c) 903
d) 902 e) 909

Resolución:

Contando por separado:

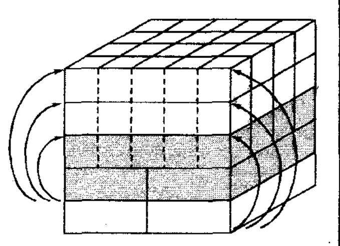


$\rightarrow$ total = 6 × 15 × 10 = 900



$\rightarrow$ total = 3 × 3 = 9

Además al juntar los dos bloques se generan 6 paralelepípedos más

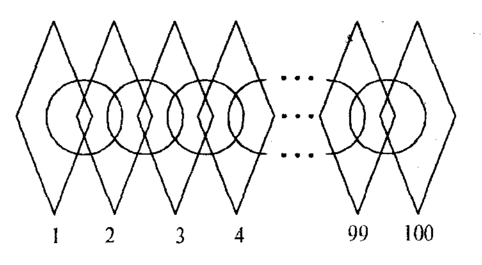


total = 900 + 9 + 6 = 915

Clave: a

PROBLEMA 05

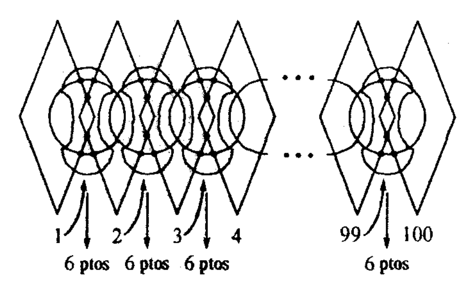
Calcular el número total de puntos de corte entre las figuras dadas.



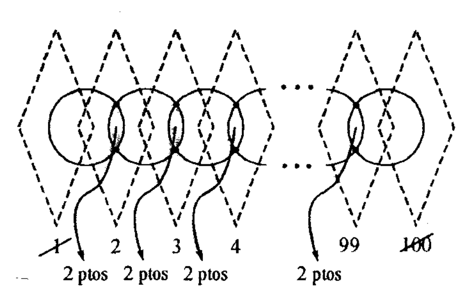
a) 750 b) 594 c) 196
d) 790 e) 890

Resolución:

Del gráfico dado tenemos:



total = 6(99) = 594 puntos



total = 98(2) = 196 puntos

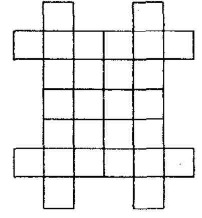
∴ total = 594 + 196 = 790 puntos

Clave: d

PROBLEMA 06

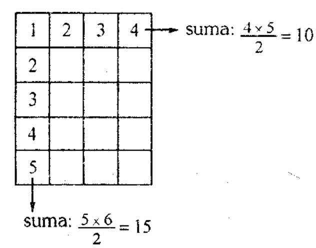
Halle el número total de cuadriláteros en la siguiente figura:

a) 196
b) 189
c) 198
d) 150
e) 176



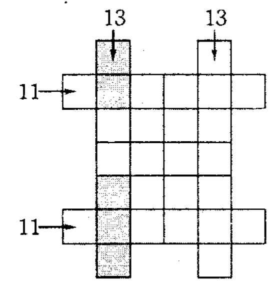
Resolución:

Primero contemos en la siguiente figura:



$\rightarrow$ total = 15 × 10 = 150 cuadriláteros

Ahora agreguemos los que faltan



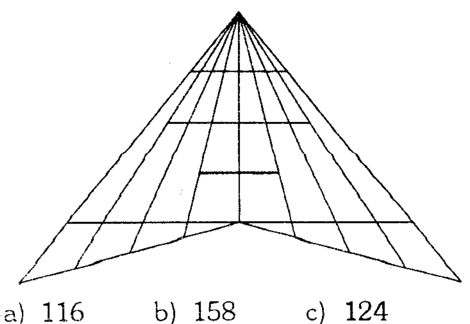
$\rightarrow$ total = 2(11) + 2(13) = 48

∴ total = 150 + 48 = 198 cuadriláteros

Clave: c

PROBLEMA 07

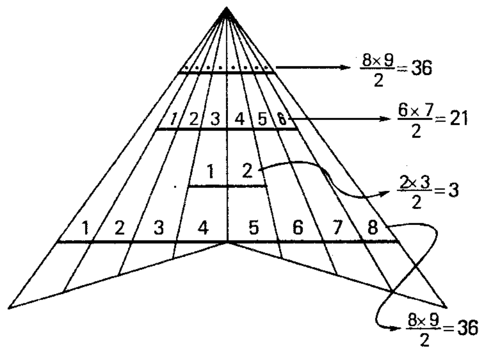
¿Cuántos triángulos se pueden contar en total en la siguiente figura?



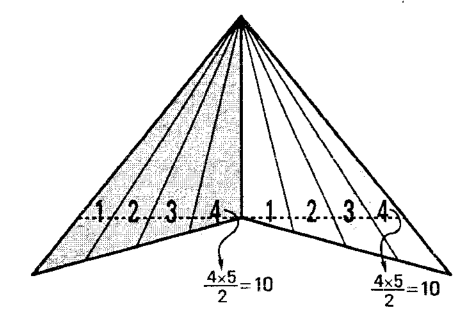
a) 116 b) 158 c) 124
d) 130 e) 128

Resolución:

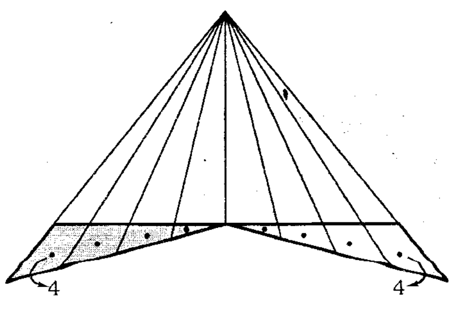
Contando por partes:



$\rightarrow$ $total_1 = 36 + 21 + 3 + 36 = 96$



$\rightarrow$ $total_2 = 10 + 10 = 20$



$\rightarrow$ $total_3 = 4 + 4 = 8$

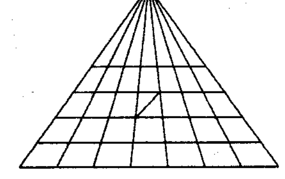
$\rightarrow$ total de $\Delta_S = 96 + 20 + 8 = 124$

Clave: c

PROBLEMA 08

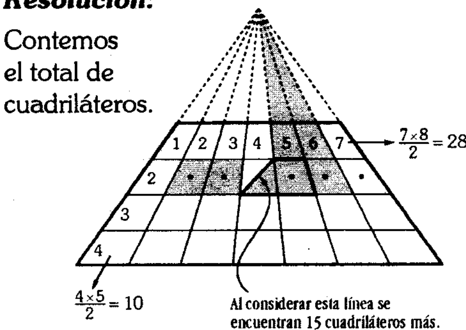
¿Cuántas diagonales se pueden trazar en total en la siguiente figura?

a) 286
b) 500
c) 572
d) 372
e) 590



Resolución:

Contemos el total de cuadriláteros.



$$\text{Total de cuadriláteros} = 28 \times 10 + 15 = 295$$

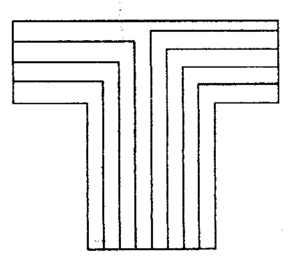
Como en cada cuadrilátero se pueden trazar 2 diagonales.

$$\#\text{ diagonales} = 2(295) = 590$$

Clave: e

PROBLEMA 09

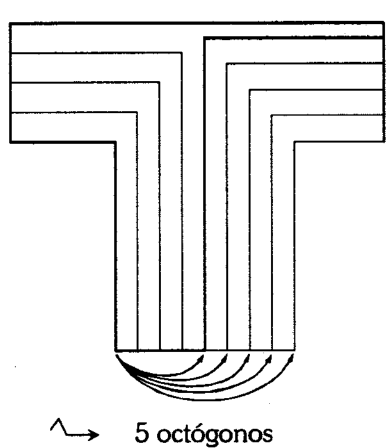
¿Cuántos octógonos y hexágonos se pueden contar en total en la siguiente figura?



Dé como respuesta la suma de resultados

a) 36 b) 38 c) 50
d) 66 e) 74

Resolución: **OCTÓGONOS** (T)



con cada vértice se cuenta 5 octógonos

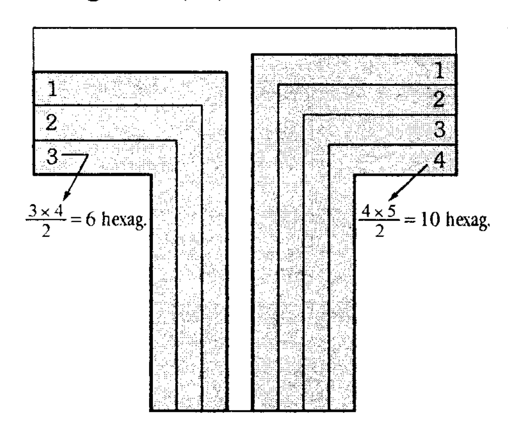
1 2 3 4

5 octógonos

hay 4 vértices

$\therefore$ total = 4(5) = 20 octógonos

Hexágonos: (⌐)



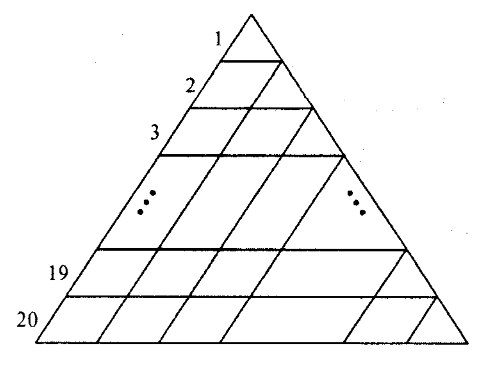
$\therefore$ total = 6 + 10 = 16 hexágonos

Piden: 20 + 16 = 36

Clave: a

PROBLEMA 10

¿Cuántos triángulos hay en total?

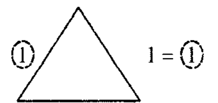


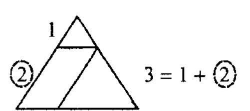
a) 200 b) 190 c) 210
d) 600 e) 400

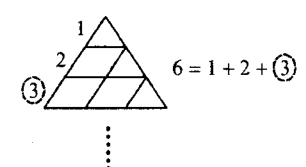
Resolución:

Aplicando inducción:

\# de triángulos







⋮

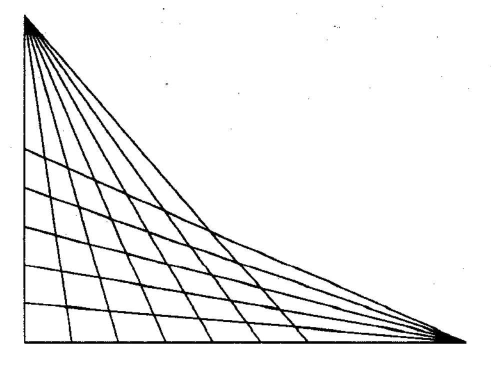
En el problema:

$$\text{total} = 1+2+3+\ldots+20$$
$$= \frac{20\times21}{2} = 210$$

Clave: c

PROBLEMA 11

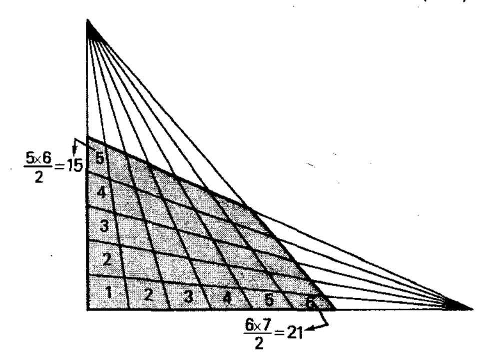
¿Cuántos cuadriláteros como máximo hay en la figura mostrada?



a) 315 b) 500 c) 730
d) 630 e) 670

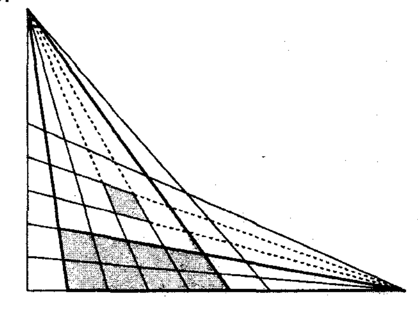
Resolución:

Contemos los cuadriláteros convexos (⏢)



$\curvearrowright$ # de cuadriláteros convexos $= 15 \times 21 = 315$

Observe que asociado a cada cuadrilátero convexo existe un cuadrilátero cóncavo.



$\curvearrowright$ # de cuadriláteros cóncavos = # de cuadriláteros convexos $= 315$

$\therefore$ total de cuadriláteros $= 315 + 315 = 630$

Clave: d

PROBLEMA 12

La suma del máximo número de triángulos de la figura $n+1$ y el máximo número de cuadriláteros de la figura $n-1$ es:

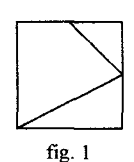
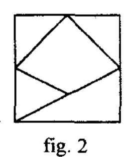
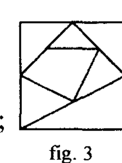
 ;  ;  ;...

fig. 1 fig. 2 fig. 3

a) $n(n+1)$ b) $4n+1$ c) $3(n+1)$
d) $4(n-1)$ e) $2n+3$

Resolución:

Contando los triángulos y cuadriláteros en cada figura tenemos:

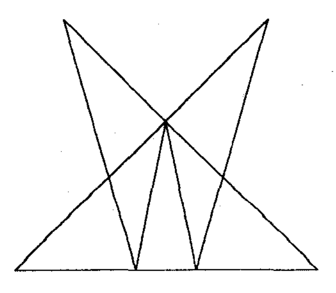
Figura	Triángulos	Cuadriláteros
1°	$2 = 2(1)$	$3 = 2(1) + 1$
2°	$4 = 2(2)$	$5 = 2(2) + 1$
3°	$6 = 2(3)$	$7 = 2(3) + 1$
⋮	⋮	⋮
$n-1$	—	$2(n-1)+1$
$n+1$	$2(n+1)$	—

Piden: $2(n+1) + 2(n-1) + 1 = 4n + 1$

Clave: b

PROBLEMA 13

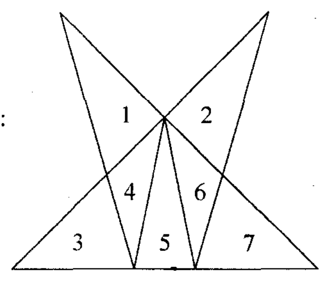
En la siguiente figura, hallar el máximo número de triángulos.



a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 14

Resolución:

Utilizando el método combinatorio:



De 1# ⇨ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7
⟶ 7 Δ_S

De 2$\#_S$ ⇨ 14 , 26 , 34 , 67
⟶ 4 Δ_S

De 3$\#_S$ ⇨ 345 , 567
⟶ 2 Δ_S

De $\#_S$ ⇨ 34567 , 14567 , 26543
⟶ 3 Δ_S

∴ total = 7 + 4 + 2 + 3 = 16

Clave: b

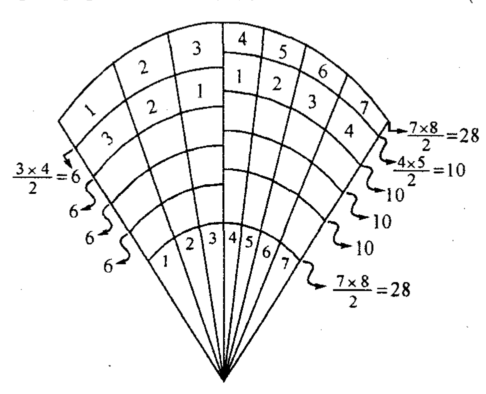
PROBLEMA 14

¿Cuántos sectores circulares y cuántos trapecios circulares hay en total en la siguiente figura?
Dé como respuesta la suma de resultados.

a) 378
b) 390
c) 472
d) 360
e) 388

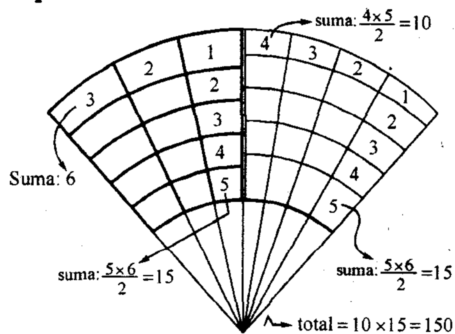
Resolución:

Sectores circulares:

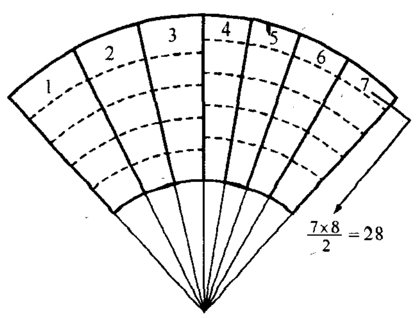


∴ total sectores = 28(2) + 6(4) + 10(4) = **120**

Trapecios circulares:



⟶ total = 6 × 15 = 90



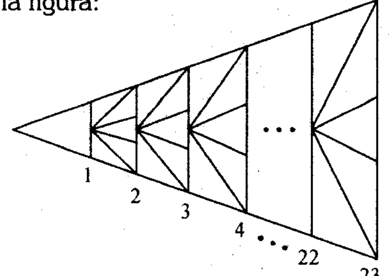
∴ total de trapecios = 90 + 150 + 28 = **268**

Piden = 120 + 268 = 388

Clave: e

PROBLEMA 15

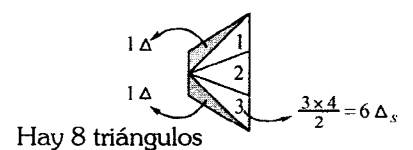
Calcular el máximo número de triángulos de la figura:



a) 175 b) 178 c) 179
d) 199 e) 180

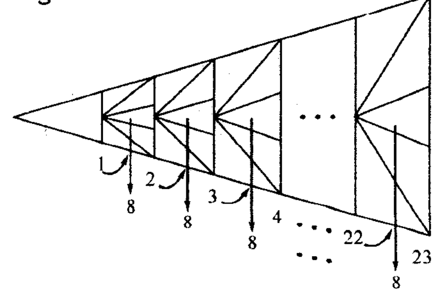
Resolución:

Observe que en cada:

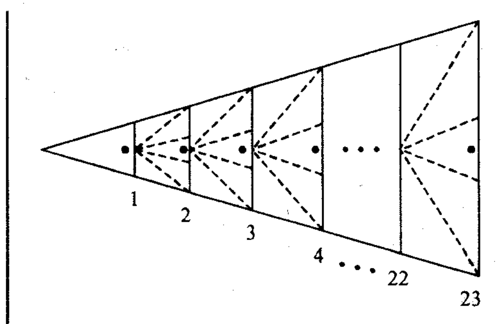


Hay 8 triángulos

Luego:



$\longrightarrow$ total = 22(8) = 176



$\therefore$ total = 176 + 23 = 199 triángulos

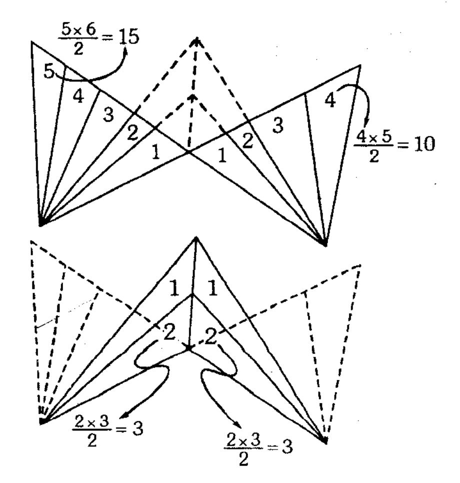
Clave: d

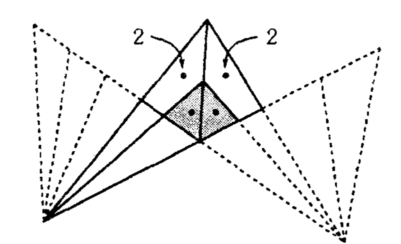
PROBLEMA 16

En la figura, halle el número máximo de triángulos

a) 40
b) 44
c) 39
d) 29
e) 37

Resolución:





total = 15 + 10 + 3 + 3 + 8 = 39

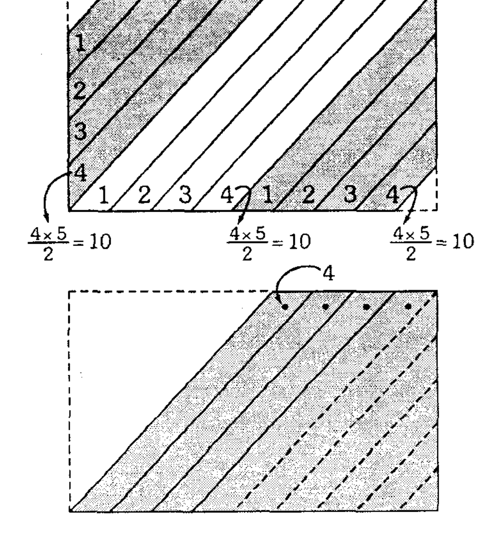
Clave: c

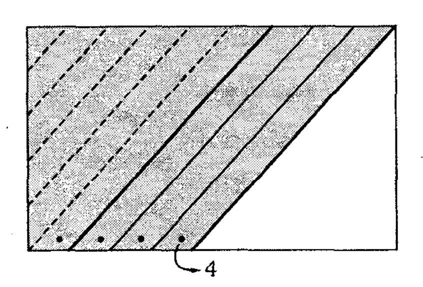
PROBLEMA 17

En la figura, halle el número máximo de cuadriláteros.

a) 26
b) 39
c) 33
d) 35
e) 40

Resolución:





∴ total = 3(10) + 2(4) + 1 = 39

el grande

Clave: b

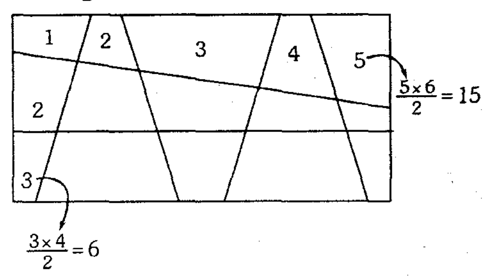
PROBLEMA 18

En la figura, halle el número de cuadriláteros.

a) 90
b) 79
c) 81
d) 80
e) 78

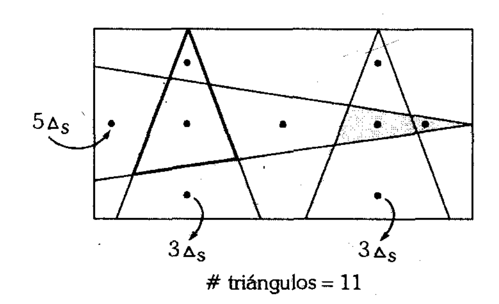
Resolución:

Si la figura fuera así:



cuadriláteros = 6 × 15 = 90

Pero hemos contados cuadriláteros que en la figura inicial son triángulos.



triángulos = 11

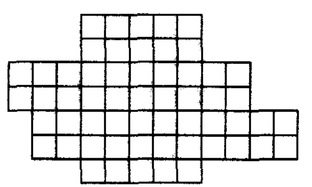
$\therefore$ total de cuadriláteros $= 90 - 11 = 79$

Clave: b

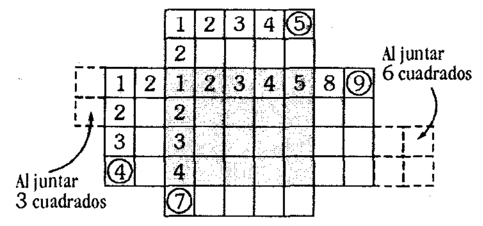
PROBLEMA 19

Calcule el número total de cuadrados en:

a) 232
b) 234
c) 245
d) 238
e) 240



Resolución:



de cuadrados =

$= (4\times9+3\times8+2\times7+1\times6)+(7\times9+6\times8+5\times7+4\times6+3\times5+2\times4+1\times3)-(5\times4+4\times3+3\times2+2\times1)+9$

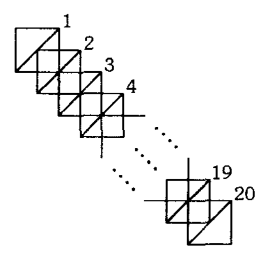
$= 236 + 9 = 245$

Clave: c

PROBLEMA 20

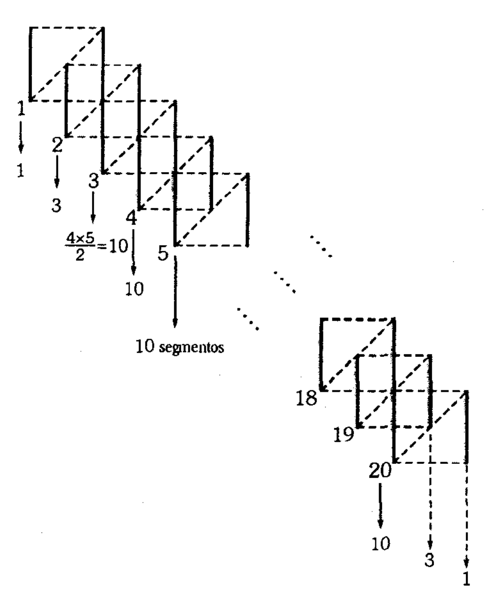
¿Cuántos segmentos hay en total?

a) 376
b) 416
c) 524
d) 634
e) 436



Resolución:

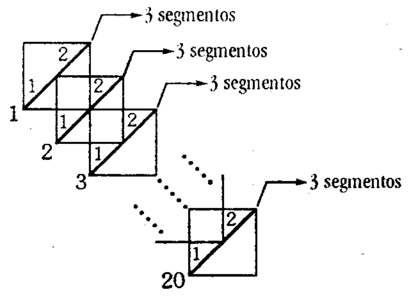
Segmentos en la vertical:



total = 1 + 3 + 10(18) + 3 + 1 = 188

Como la figura es simétrica en la horizontal también hay 188 segmentos.

Segmentos en la diagonal:



total = 3(20) = 60

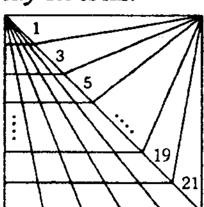
∴ # de segmentos: 188 + 188 + 60 = 436

Clave: e

PROBLEMA 21

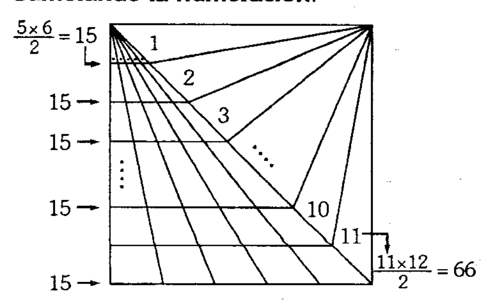
¿Cuántos triángulos hay en total?

a) 230
b) 241
c) 264
d) 231
e) 213



Resolución:

Cambiando la numeración:

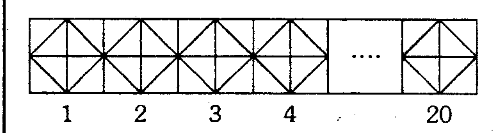


∴ total = 15(11) + 66 = 231

Clave: d

PROBLEMA 22

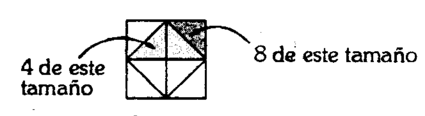
¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



a) 160 b) 360 c) 370
d) 390 e) 314

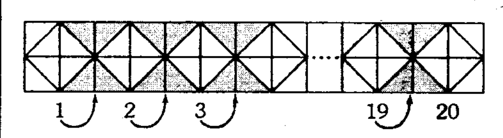
Resolución:

En cada figura simple hay 12 triángulos

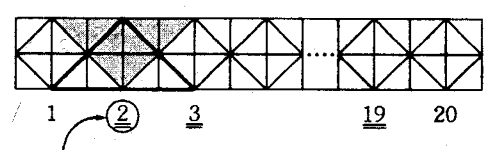


⟶ total = 12(20) = 240Δ_s

Al juntar las figuras simples se forman:



⟶ total = 19(2) = 38Δ_s



⟶ total = 2(18) = 36Δ_s

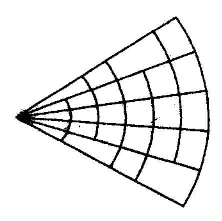
∴ total = 240 + 38 + 36 = 314Δ_s

Clave: e

PROBLEMA 23

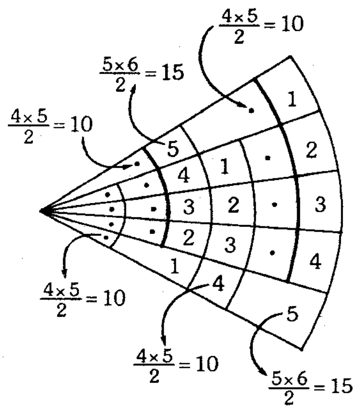
¿Cuántos sectores circulares hay en total?

a) 60
b) 70
c) 50
d) 75
e) 65



Resolución:

Contar sectores equivale a contar triángulos:



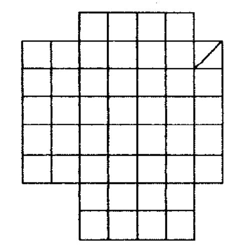
$$\text{total} = 4(10) + 2(15) = 70$$

Clave*: *b

PROBLEMA 24

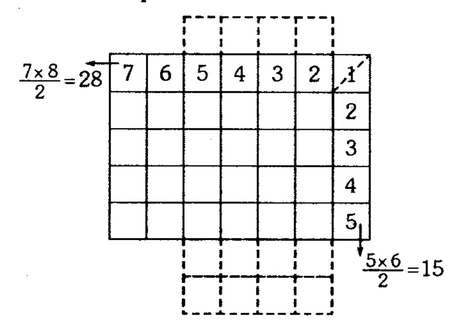
Determine el número de cuadriláteros:

a) 780
b) 420
c) 360
d) 630
e) 640

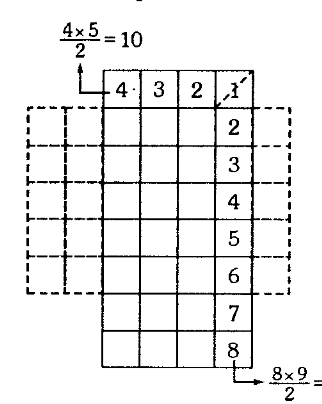


Resolución:

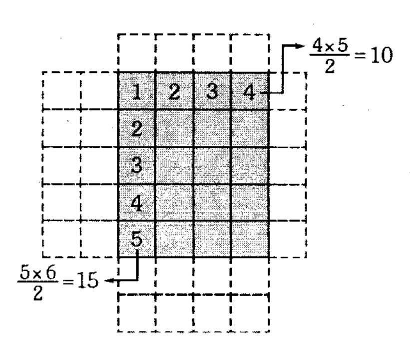
Contando separadamente:



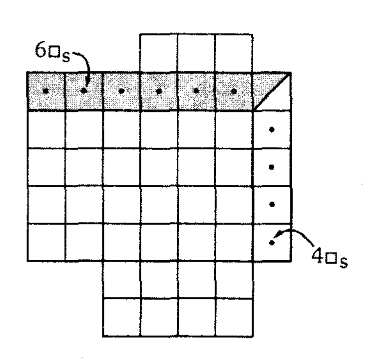
$$\Rightarrow \text{total}_1 = 28 \times 15 = 420$$



$$\Rightarrow \text{total}_2 = 10 \times 36 = 360$$



$$\Rightarrow \text{total}_3 = 15 \times 10 = 150$$

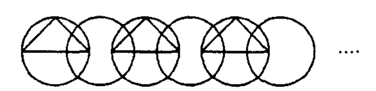


total = 420 + 360 − 150 + 10 = 640

Clave: e

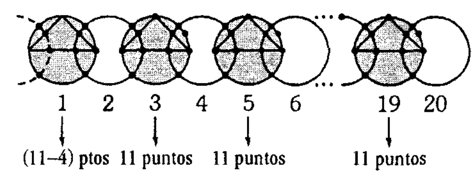
PROBLEMA 25

En la figura hay 20 circunferencias y triángulos intercalados como se muestra. ¿Cuántos puntos de intersección existen?



a) 70 b) 106 c) 110
d) 80 e) 115

Resolución:



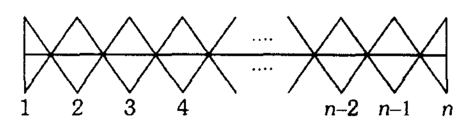
Se observa que todas las circunferencias que ocupan un lugar impar tienen 11 puntos asociados a él; salvo la primera que le falta 4 puntos..

$\therefore$ total = 10 (11 puntos) − 4 = 106 puntos

Clave: b

PROBLEMA 26

¿Cuántos segmentos hay en la figura?



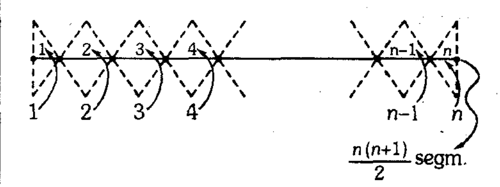
a) $\frac{n^2+12n}{2}$ b) $\frac{n^2+13n+6}{2}$

c) $\frac{n(n+13)}{2}$ d) $\frac{n(n-13)}{2}$

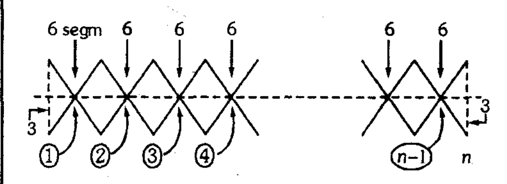
e) $n(n+13)$

Resolución:

En la línea grande:



En cada línea pequeña hay 3 segmentos (en cada x hay 6)



$\Rightarrow$ total = $6(n-1)+3+3=6n$

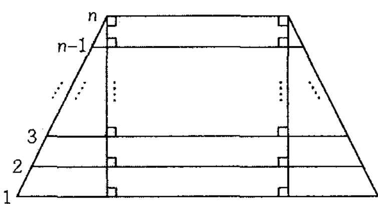
$\therefore$ total de segmentos $= \frac{n(n+1)}{2}+6n$

$= \frac{n(n+13)}{2}$

Clave: c

PROBLEMA 27

Halle el número de trapecios:



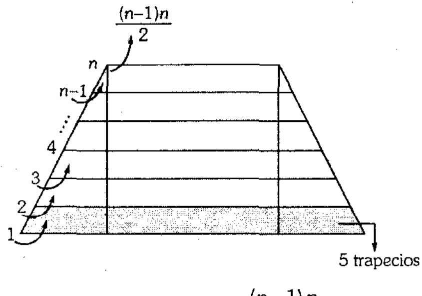
a) $\frac{n(5n-3)}{2}$ b) $\frac{n(5n+1)}{2}$

c) $\frac{4n(n-1)}{2}$ d) $\frac{(n-1)(5n-4)}{2}$

e) $\frac{(n-1)(5n-8)}{2}$

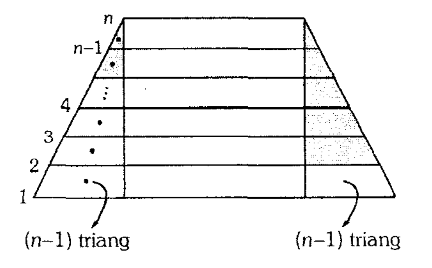
Resolución:

Aplicando la regla práctica:



$$\Rightarrow \text{total} = 5\times\frac{(n-1)n}{2}$$

pero ¡cuidado! esta no es la respuesta estamos considerando a algunos triángulos:



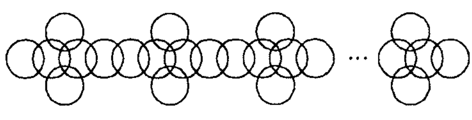
$$\therefore \text{ total} = \frac{5(n-1)n}{2} - 2(n-1)$$

$$= \frac{(n-1)(5n-4)}{2}$$

Clave: d

PROBLEMA 28

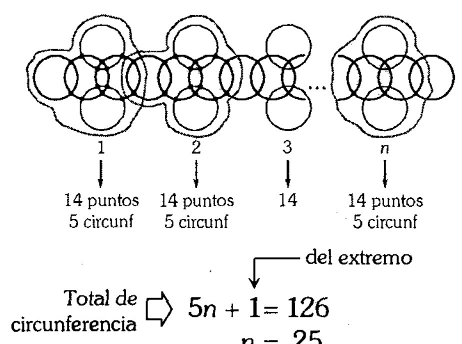
La siguiente figura tiene 126 circunferencias. Halle el máximo número de puntos de intersección.



a) 352 b) 325 c) 350

d) 300 e) 360

Resolución:



Total de circunferencia $\Rightarrow$ $5n + 1 = 126$

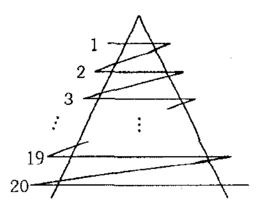
$n = 25$

$\therefore$ Total de puntos $= 14n = 14(25) = 350$

Clave: c

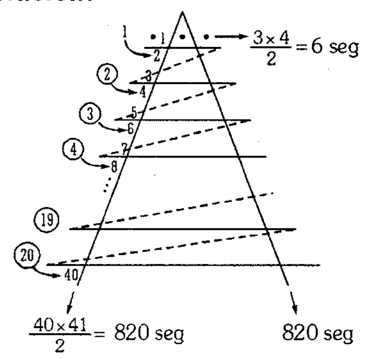
PROBLEMA 29

¿Cuántos segmentos hay en total?

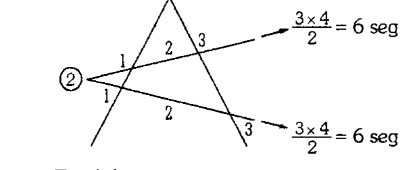


a) 1874 b) 1672 c) 1864
d) 1672 e) 1544

Resolución:



Note que relativo a cada número encerrado con un círculo hay 12 segmentos más.



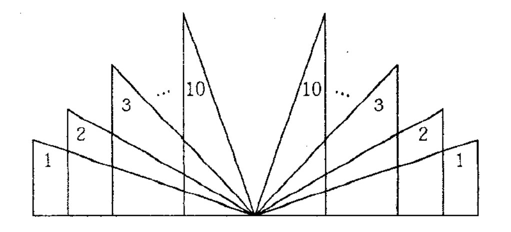
$\therefore$ Total de segmentos $= 2(820) + 19(12) + 6$ ← en la primera línea horizontal

$= 1874$

Clave: *a*

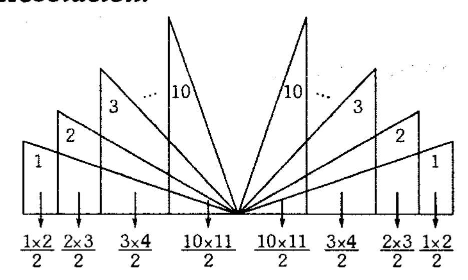
PROBLEMA 30

¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



a) 440 b) 450 c) 640
d) 400 e) 800

Resolución:



$$\text{total} = 2\left(\frac{1\times2}{2}+\frac{2\times3}{2}+\frac{3\times4}{2}+\ldots+\frac{10\times11}{2}\right)$$

$$= 1\times2+2\times3+3\times4+\ldots+10\times11$$

$$= \frac{10\times11\times12}{3} = 440 \text{ triángulos}$$

Clave: *a*

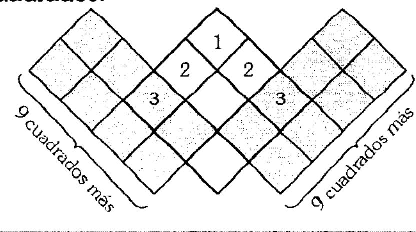
PROBLEMA 31

¿Cuántos rombos se cuentan en total en la siguiente figura?

a) 30
b) 32
c) 36
d) 52
e) 42

Resolución:

Contar rombos es equivalente a contar cuadrados.

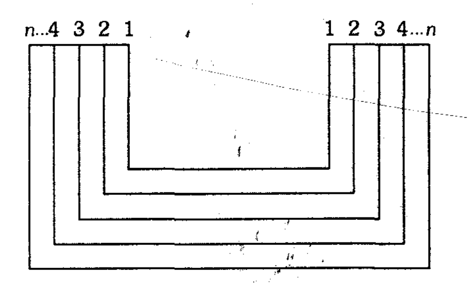


$$\text{Total de cuadrados} = 3\times3+2\times2+1\times1+(9+9) = 32$$

Clave: b

PROBLEMA 32

Hallar el número total de octógonos en:

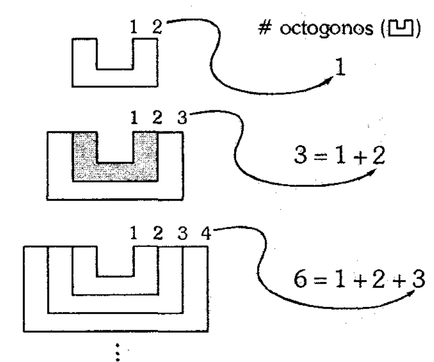


a) $\frac{(n-1)n}{2}$ b) $\frac{n(n+1)}{2}$ c) n

d) n^2 e) $\frac{(n+1)(n-1)}{2}$

Resolución:

Aplicando inducción:



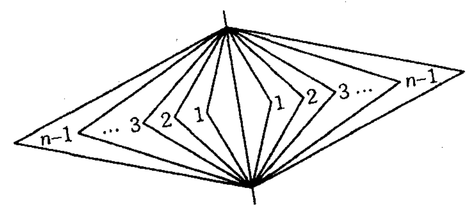
En el problema

$$\text{Total de octágonos} = 1+2+3+\ldots+(n-1) = \frac{(n-1)n}{2}$$

Clave: a

PROBLEMA 33

¿Cuántos cuadriláteros convexos y cóncavos hay en la siguiente figura?



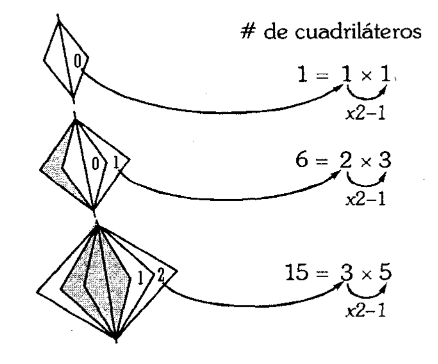
Dé como respuesta la suma de ambos resultados.

a) $2n^2+2$ b) $n(n+1)$ c) $n(2n-1)$

d) $2n(n+1)$ e) $2n^2$

Resolución:

Razonando inductivamente:



En el problema:

$$\therefore \quad \text{Total de cuadrilátero} = n\,(2n-1)$$

Clave: c

PROBLEMA 34

Calcule el número máximo de cuadrados en la figura mostrada.

a) 155
b) 156
c) 152
d) 153
e) 154

Resolución:

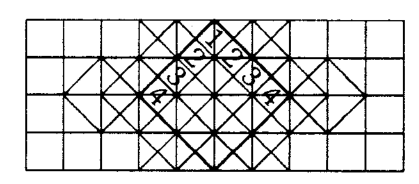
Contado por separado

1) Cuadrados verticales:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	(10)
2									
3									
(4)									

$$\text{total}_1 = 4\times 10 + 3\times 9 + 2\times 8 + 1\times 7$$
$$= 90 \text{ cuadrados}$$

2) Cuadrados en forma oblicua:



$$\text{total}_2 = (4\times 4 + 3\times 3 + 2\times 2 + 1\times 1)$$
$$+ (14 + 12 + 6 + 2) = 64$$

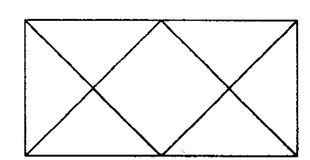
$\therefore$ Total $= 90 + 64 = 154$ cuadrados

Clave: *e*

PROBLEMA 35

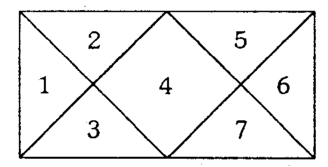
¿Cuántos cuadriláteros hay en total en la siguiente figura?

a) 7
b) 8
c) 10
d) 12
e) 14



Resolución:

Contando por el método combinatorio:



De 1 # ⇨ 4 $\Rightarrow$ 1□

De 2 # ⇨ 24 , 45 , 47 , 43 $\Rightarrow$ 4□s

De 3 #s ⇨ 345 , 247 $\Rightarrow$ 2□s

De 4 #s ⇨ ninguno

De 5 #s ⇨ 24567 , 34567
12347 , 12345 $\Rightarrow$ 4□s

De 6 #s ⇨ ninguno

De 7 #s ⇨ 1□

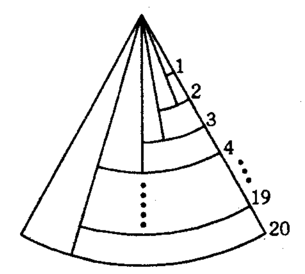
$\therefore$ total = 12 cuadriláteros

Clave: *d*

PROBLEMA 36

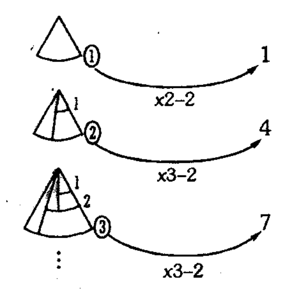
¿Cuántos sectores circulares hay en total en la siguiente figura?

a) 40
b) 80
c) 20
d) 58
e) 60



Resolución:

Razonando inductivamente:



En el problema

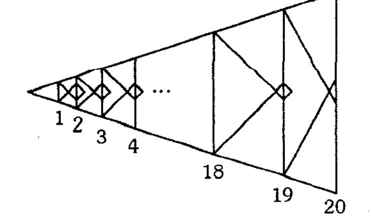
$$\text{Total de sectores} = 20(3) - 2 = 58$$

Clave: d

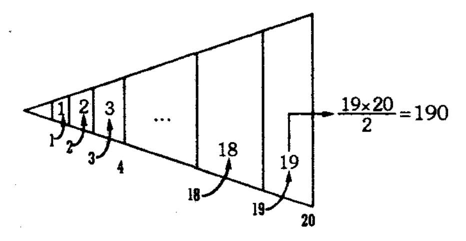
PROBLEMA 37

Halle el número total de cuadriláteros en

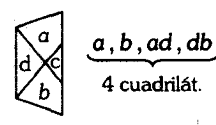
a) 323
b) 341
c) 350
d) 343
e) 342



Resolución:

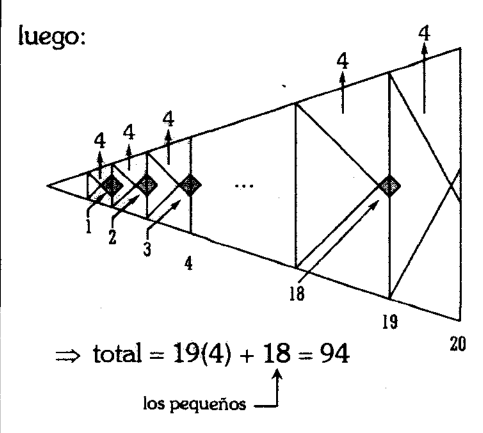


Además se observa que en cada figura:



hay 4 cuadriláteros (sin contar el grande)

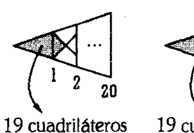
luego:

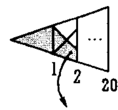


$\Rightarrow$ total = 19(4) + 18 = 94

los pequeños

Finalmente contemos los siguientes cuadriláteros



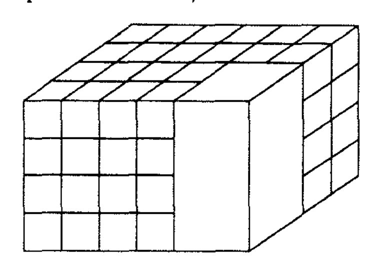


$\therefore$ total = 190 + 94 + 19(3) = 341

Clave: b

PROBLEMA 38

En la siguiente figura (cada paralelepípedo simple es un cubo)

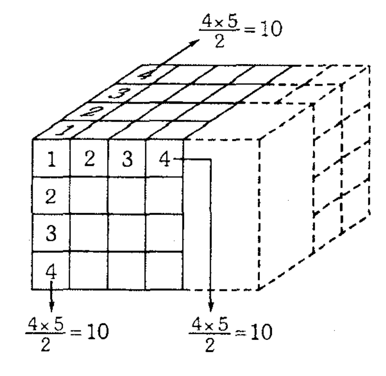


¿Cuántos paralelepípedos hay?

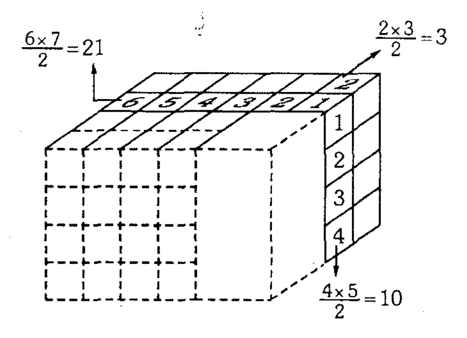
a) 1331 b) 1345 c) 1330
d) 1337 e) 1630

Resolución:

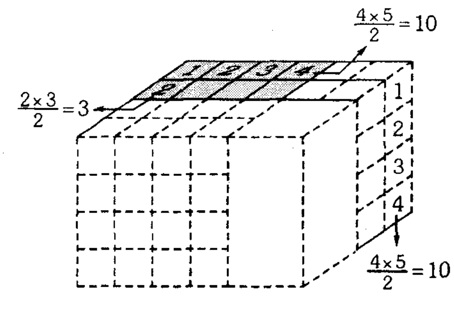
Contando en cada bloque:



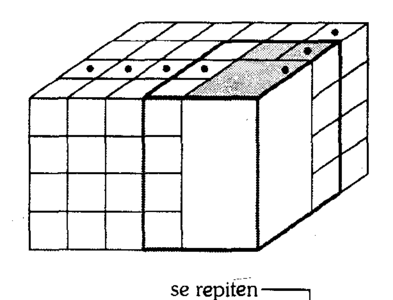
$\Rightarrow$ total = 10 × 10 × 10 = 1000



$\Rightarrow$ total = 21 × 3 × 10 = 630



$\Rightarrow$ total = 3 × 10 × 10 = 300



se repiten

Total de paralelepípedos = 1000 + 630 − 300 + 15
= 1345

Clave: b

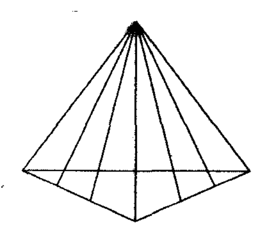
Capítulo: 14

Conteo de Figuras

Problemas Resueltos

Problema 01.

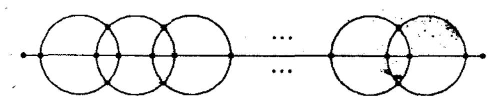
¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



a) 33
b) 21
c) 39
d) 40
e) 41

Problema 02.

¿Cuántos puntos de intersección hay en total?

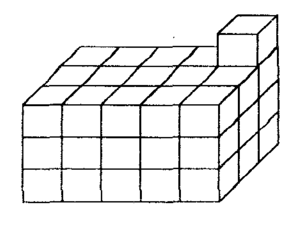


Si en la figura se cuentan en total 5151 segmentos

a) 196 b) 198 c) 200
d) 192 e) 194

Problema 03.

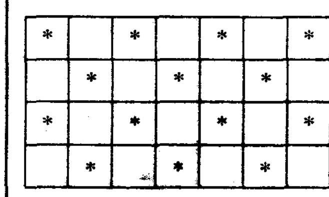
¿Cuántos paralelepípedos hay en total?



a) 540
b) 544
c) 541
d) 543
e) 553

Problema 04.

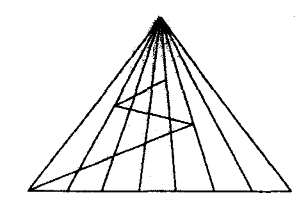
¿Cuántos cuadrados que posean al menos un asterisco se pueden contar en total en la siguiente figura?



a) 60
b) 56
c) 34
d) 46
e) 44

Problema 05.

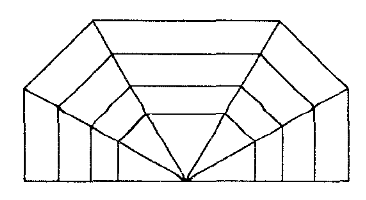
¿Cuántos triángulos hay en total?



a) 840
b) 2060
c) 2270
d) 2150
e) 3040

Problema 06.

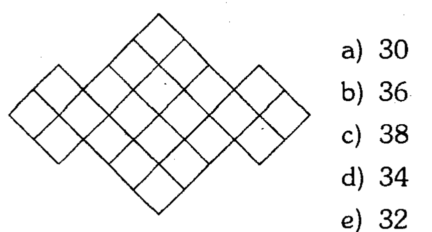
¿Cuántos cuadriláteros hay en total en la siguiente figura?



a) 30 b) 16 c) 46
d) 56 e) 33

Problema 07.

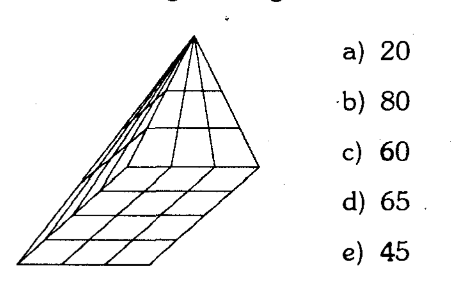
¿Cuántos rombos hay en total en la siguiente figura?



a) 30
b) 36
c) 38
d) 34
e) 32

Problema 08.

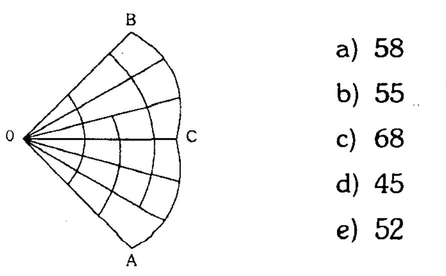
¿Cuántas pirámides de base cuadrada existen en la siguiente figura?



a) 20
b) 80
c) 60
d) 65
e) 45

Problema 09.

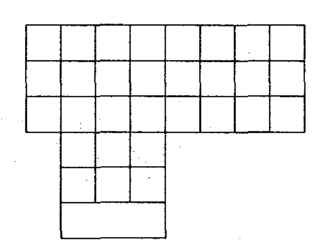
¿Cuántos sectores circulares hay en total en la siguiente figura?



a) 58
b) 55
c) 68
d) 45
e) 52

Problema 10.

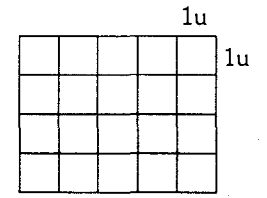
¿Cuántas diagonales en total podremos trazar en los cuadrados en los cuadrados de la siguiente figura?



a) 57
b) 110
c) 120
d) 68
e) 114

Problema 11.

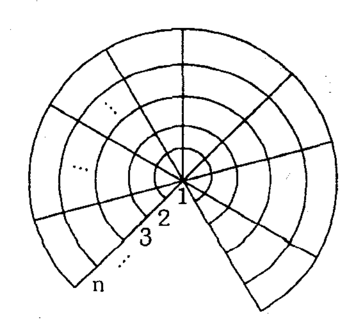
Halle el total de octógonos $4u^2$ cm de de área en la siguiente figura:



a) 32 b) 34 c) 68
d) 36 e) 70

Problema 12.

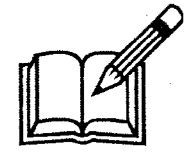
Halle el total de segmentos y arcos que tiene la figura; dé como respuesta la suma de estos resultados.



a) 836 b) 1474 c) 899
d) 986 e) 1919

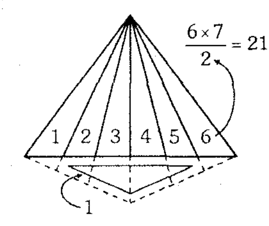
Conteo de Figuras

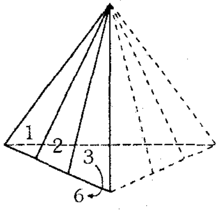
Solucionario

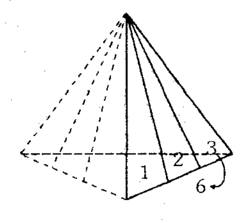


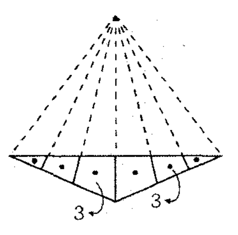
Resolución 01.

Contando por separado:



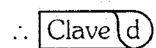






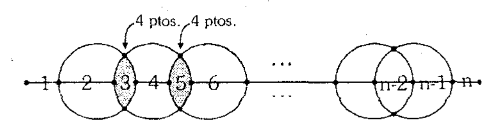
de triángulos:

$$21+6+6+3+3+1=40$$



Resolución 02.

De la figura:



segmentos: $\frac{n(n+1)}{2}=5151$

$$n(n+1)=101\times102$$

$$n=101$$

Asociado a los números: 3, 5, 7, ... , 99.

Existen 4 puntos de intersección:

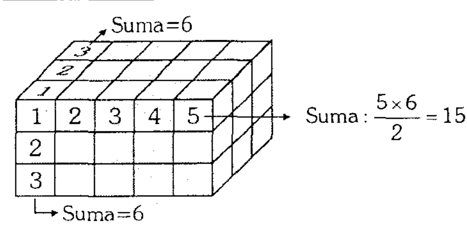
$$\#\ term=\frac{99-3}{2}+1=49$$

$$\text{Total de puntos}=49\times4+\underbrace{2}_{\text{extremos}}$$

$$=198$$

∴ Clave b

Resolución 03.



al agregar el cubito se generan 4 paralelepípedos más.

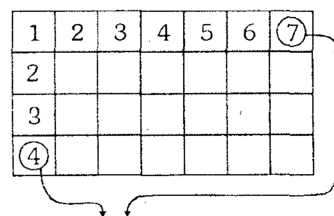
$$\#\ paralelepípedos=6\times6\times15+4$$

$$=544$$

∴ Clave b

Resolución 04.

Contemos el total de cuadrados:



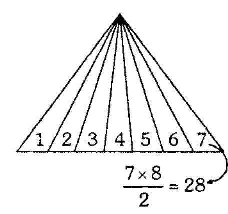
cuadrados=4x7+3x6+2x5+1x4=60

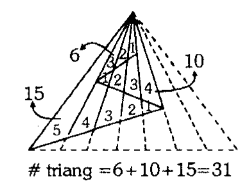
Contando por simple inspección vemos que hay 14 cuadrados que no poseen asterisco. luego:

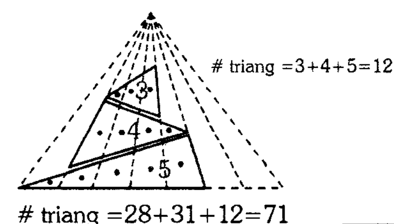
de cuadrados con al menos un asterisco = 60 – 14 = 46

∴ Clave d

Resolución 05.



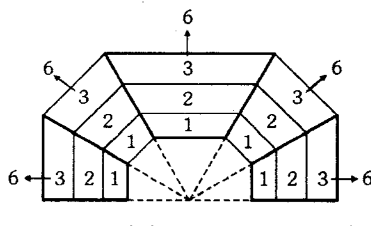




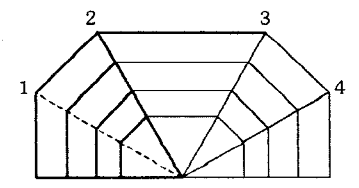
triang =28+31+12=71

∴ Clave e

Resolución 06.



cuadriláteros = 6(5) = 30



Relativo a la recta 1 existen 4 cuadriláteros; entonces:

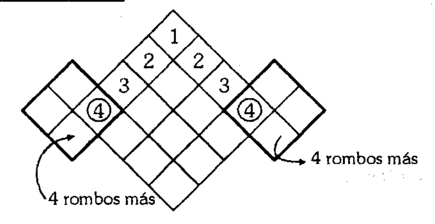
4 rectas (1,2,3,4)

cuadriláteros = 4(4) = 16

total de cuadriláteros = 30 + 16 = 46.

∴ Clave c

Resolución 07.



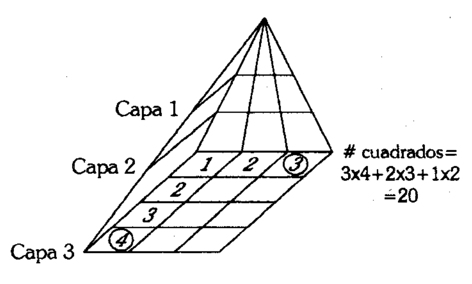
rombos:

$$(4\times 4+3\times 3+2\times 2+1\times 1)+8=38$$

∴ Clave c

Resolución 08.

Tenemos que contar las bases de las pirámides (cuadrados)



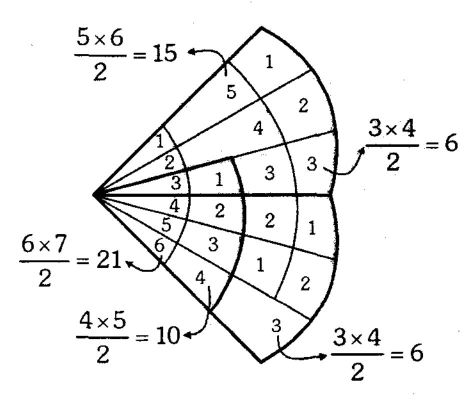
Con cada capa podremos contar **20** pirámides de base cuadrada.

pirámides = 20 × 3 = 60

∴ Clave c

Resolución 09.

Contando por separado:

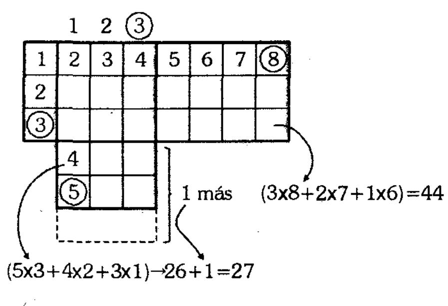


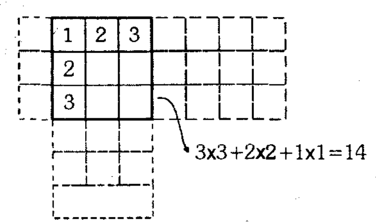
sectores = 21 + 10 + 15 + 6 + 6 = 58

∴ Clave a

Resolución 10.

El total de cuadrados es la suma de los que están en la parte horizontal y vertical, menos los repetidos en la intersección.





cuadrados = 27 + 44 − 14 = 57

Como en cada cuadrado se pueden trazar 2 diagonales:

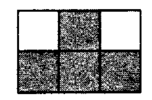
diagonales = 57 × 2 = 114

∴ Clave e

Resolución 11.

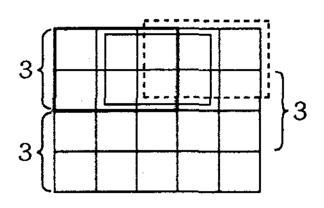
Los octógonos pedidos se encuentran en cuadrículas 2 × 3 y 3 × 2.

Veamos el primer caso:



2 de este tipo   2 de este tipo

En la figura hay 9 cuadrículas 2 × 3



de octógonos = 4 × 9 = 36

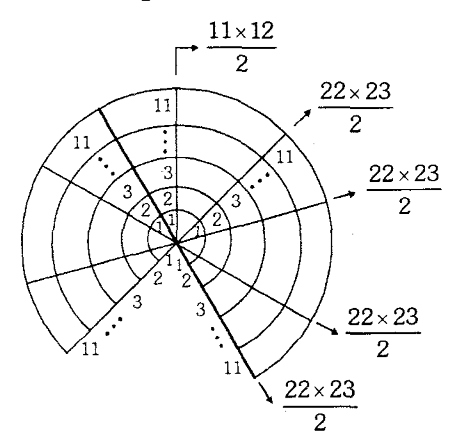
Análogamente se cuentan 8 cuadriculas 3 × 2 y en cada uno 4 octógonos.

de octógonos = 4 × 8 = 32

∴ total = 36 + 32 = 68

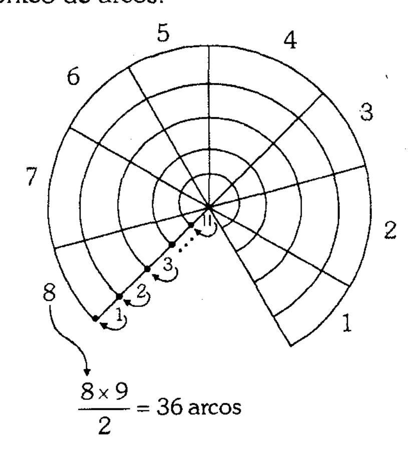
Resolución 12.

Conteo de segmentos:



$$\text{Total segmentos} = 4\left(\frac{22\times23}{2}\right)+\frac{11\times12}{2}=1078$$

Conteo de arcos:

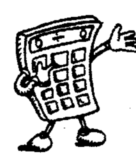


$$\frac{8\times9}{2}=36 \text{ arcos}$$

Total de arcos = 11(36) = 396

Piden: 1078 + 396 = 1474

∴ Clave b



PRUEBA TU HABILIDAD

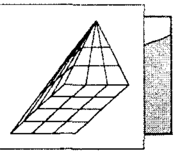
Si tú y él son iguales, calcule el mínimo valor de:

$$M = \underbrace{3+3+3+3+\ldots+3}_{333 \text{ veces}}$$

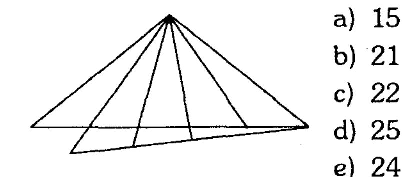
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Primera Práctica

Conteo de Figuras

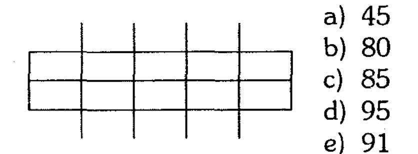


01 ¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



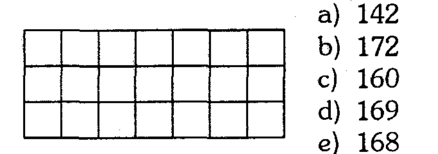
a) 15
b) 21
c) 22
d) 25
e) 24

02 ¿Cuántos segmentos hay en total?



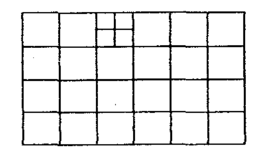
a) 45
b) 80
c) 85
d) 95
e) 91

03 Calcule el total de cuadriláteros en la siguiente figura:



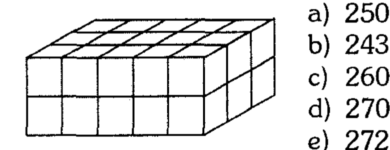
a) 142
b) 172
c) 160
d) 169
e) 168

04 Calcule el total de cuadrados en la siguiente figura (cada cuadrilátero simple es un cuadrado).



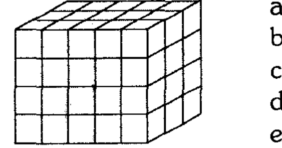
a) 50
b) 51
c) 52
d) 54
e) 55

05 ¿Cuántos paralelepípedos se cuentan en?



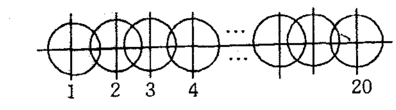
a) 250
b) 243
c) 260
d) 270
e) 272

06 Calcule el total de cubos en la siguiente figura (cada paralelepípedo simple es un cubo).



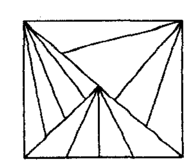
a) 90
b) 80
c) 84
d) 100
e) 60

07 Halle el total de puntos de intersección en la siguiente figura



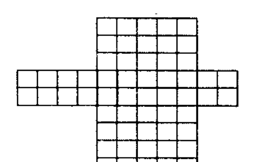
a) 132 b) 76 c) 138
d) 136 e) 148

08 Halle el numero de triangulo que hay en total en la siguiente figura:



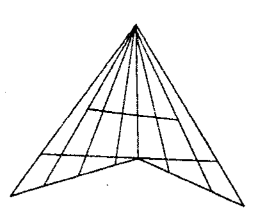
a) 30
b) 31
c) 32
d) 33
e) 34

09 Halle el total de cuadriláteros en la siguiente gráfica:



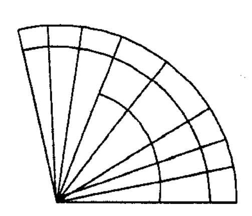
a) 873
b) 825
c) 675
d) 828
e) 888

10 ¿Cual es el máximo numero de triángulos en la siguiente figura?



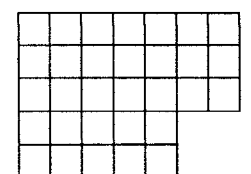
a) 65
b) 59
c) 66
d) 63
e) 60

11 Cuente el total de sectores circulares en la siguiente figura.



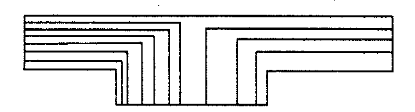
a) 82
b) 85
c) 88
d) 83
e) 87

12 Halle el total de cuadrados en la figura siguiente:



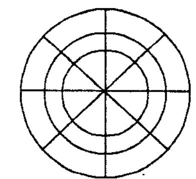
a) 65
b) 67
c) 69
d) 57
e) 55

13 Cuantos hexágonos hay en total en la siguiente figura:



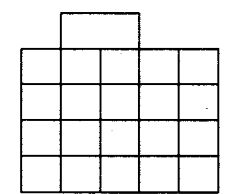
a) 25 b) 27 c) 29
d) 31 e) 9

14 ¿Cuantos sectores circulares se cuentan en total en la siguiente figura?



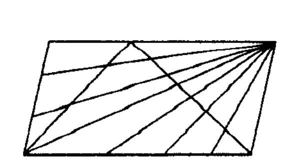
a) 169
b) 168
c) 112
d) 148
e) 118

15 Halle el total de diagonales que se pueden trazar en la siguiente figura:



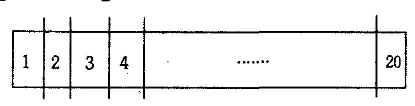
a) 151
b) 155
c) 302
d) 310
e) 312

16 Calcule el total de triángulos en la siguiente figura:



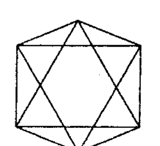
a) 60
b) 55
c) 54
d) 63
e) 61

17 Halle el total de segmentos en la siguiente figura:



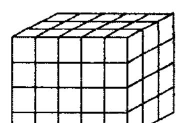
a) 472 b) 480 c) 482
d) 479 e) 536

18 Calcule el total de triángulos en el siguiente gráfico:



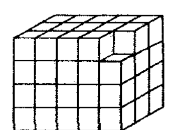
a) 36 b) 38
c) 30 d) 32
e) 34

19 Halle el total de paralelepípedos que no son cubos en la siguiente figura.



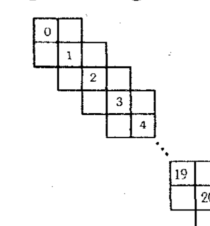
a) 810 b) 900
c) 90 d) 850
e) 800

20 Calcule el total de cubos en:



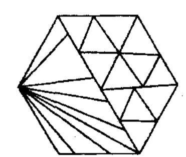
a) 90 b) 87
c) 89 d) 86
e) 88

21 ¿Cuantos segmentos hay en la siguiente figura?



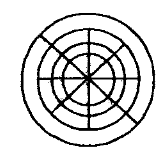
a) 400
b) 208
c) 416
d) 200
e) 426

22 Calcule el total de triángulos en la figura adjunta



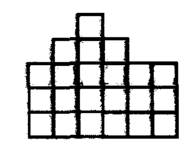
a) 21 b) 33
c) 36 d) 37
e) 38

23 Cuantos semicírculos hay en la siguiente figura:



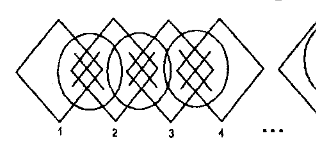
a) 26 b) 22
c) 14 d) 10
e) 28

24 Cuantos cuadrados hay en total.



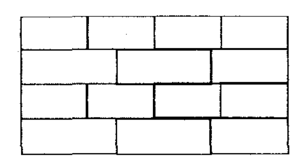
a) 39 b) 38
c) 36 d) 37
e) 40

25 Cuantos puntos de intersección hay en total en la siguiente figura:



a) 283 b) 238 c) 245
d) 287 e) 245

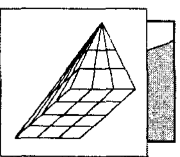
26 Cuantos cuadriláteros hay:



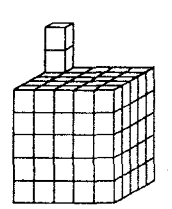
a) 38
b) 36
c) 35
d) 32
e) 33

Segunda Práctica

Conteo de Figuras

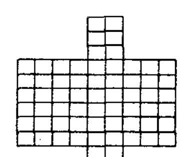


01 Calcule el total de cubos que se encuentran en la figura:



a) 226
b) 227
c) 228
d) 225
e) 229

02 Calcule el número de cuadriláteros en:



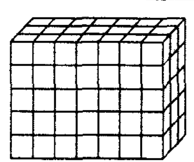
a) 1143
b) 945
c) 1080
d) 1043
e) 1070

03 El número de puntos de intersección entre rectángulos y rombos es 164. Calcule el número de circunferencias:

a) 41 b) 42 c) 43
d) 44 e) 40

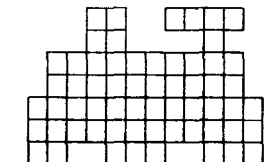
04 En la figura:

A. ¿Cuántos paralelepípedos se cuentan en total?
B. ¿Cuántos cubos se cuentan en total?
C. ¿Cuántos paralelepípedos que no son cubos se cuentan en total?



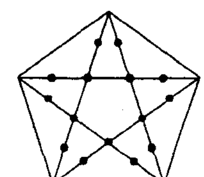
a) 2520; 340; 2180
b) 2320; 250 ; 2070
c) 2520; 120 ; 2040
d) 2320; 168; 2120
e) 2520; 168; 2352

05 Calcule el número total de cuadrados:



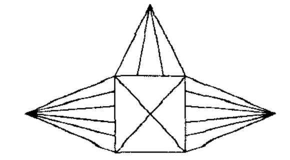
a) 170
b) 152
c) 120
d) 122
e) 163

06 Hallar el número total de segmentos:



a) 75
b) 80
c) 85
d) 90
e) 20

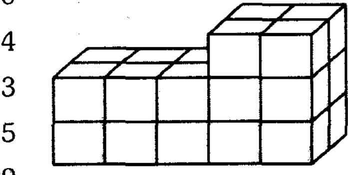
07 ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



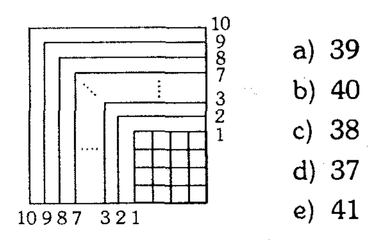
a) 40
b) 49
c) 45
d) 44
e) 36

08 Determinar el total de cubos:

a) 20
b) 24
c) 23
d) 25
e) 29

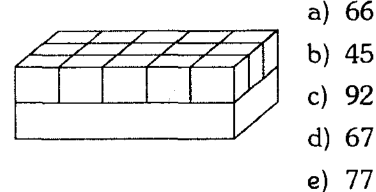


09 ¿Cuántos cuadrados existen en la figura?



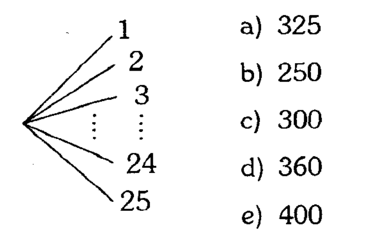
a) 39
b) 40
c) 38
d) 37
e) 41

10 Hallar el número total de paralelepípedos que no son cubos:



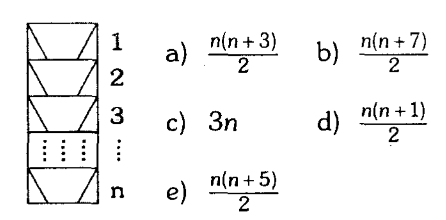
a) 66
b) 45
c) 92
d) 67
e) 77

11 Halle la cantidad de ángulos agudos que se cuentan en total en la figura:



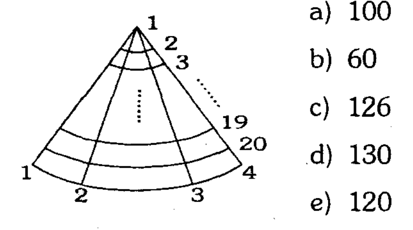
a) 325
b) 250
c) 300
d) 360
e) 400

12 Calcular el número total de cuadriláteros en el siguiente gráfico:



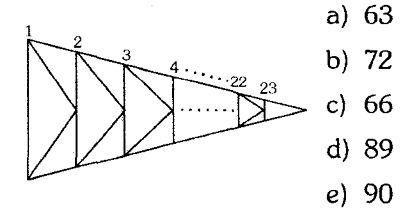
a) $\frac{n(n+3)}{2}$
b) $\frac{n(n+7)}{2}$
c) $3n$
d) $\frac{n(n+1)}{2}$
e) $\frac{n(n+5)}{2}$

13 ¿Cuántos sectores circulares hay en total?



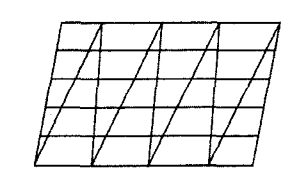
a) 100
b) 60
c) 126
d) 130
e) 120

14 Calcule el número de triángulos en la siguiente figura:



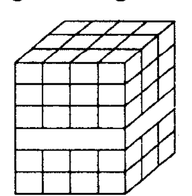
a) 63
b) 72
c) 66
d) 89
e) 90

15 ¿Cuántos cuadriláteros se pueden contar en la siguiente figura?



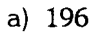
a) 740
b) 850
c) 450
d) 500
e) 640

16 ¿Cuántos paralelepípedos hay en la siguiente figura?



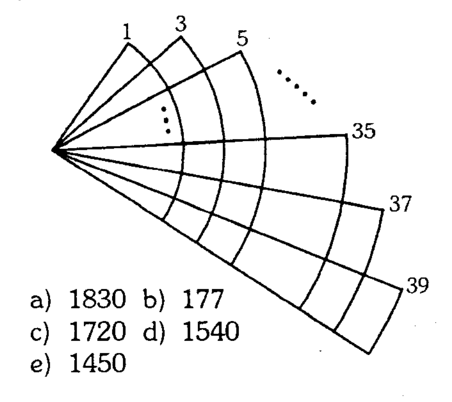
a) 540
b) 541
c) 552
d) 550
e) 549

17 Calcular el número total de triángulos:



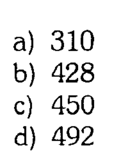
a) 196
b) 140
c) 320
d) 216
e) 280

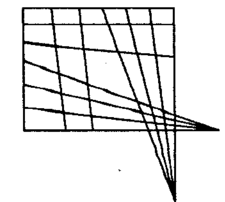
18 Calcule el total de sectores circulares:



a) 1830 b) 177
c) 1720 d) 1540
e) 1450

19 Halle el total de cuadriláteros:



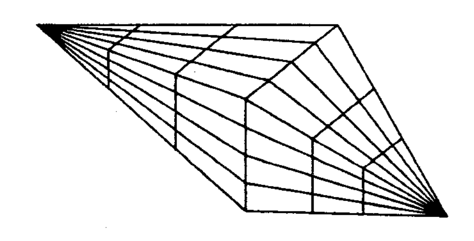


a) 310
b) 428
c) 450
d) 492
e) 477

20 Determinar el total de cuadriláteros:

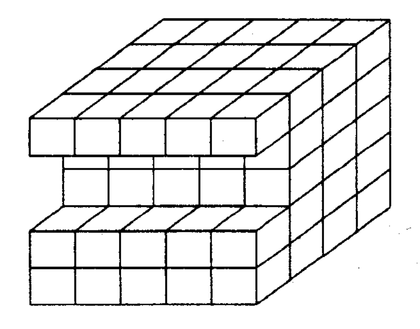
a) 79
b) 76
c) 70
d) 86
e) 81

21 Calcule el total de troncos de pirámides:



a) 480 b) 600 c) 520
d) 720 e) 640

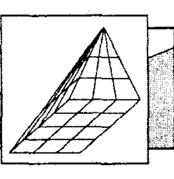
22 Halle el total de cuadros:



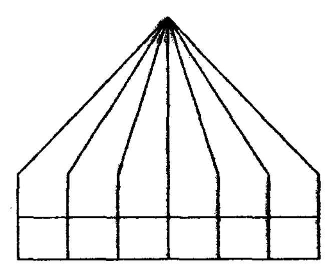
a) 116 b) 120 c) 131
d) 135 e) 140

Tercera Práctica

Conteo de Figuras

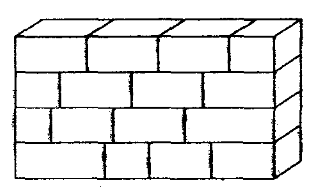


01 Determinar la suma del número total de pentágonos y el número total de segmentos en la siguiente figura



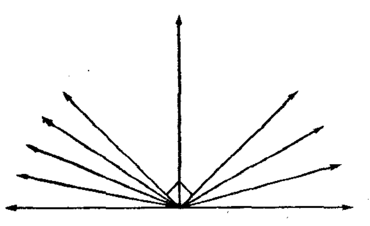
a) 111 b) 96 c) 105
d) 99 e) 100

02 ¿Cuántos paralelepípedos se cuentan en la siguiente pared?



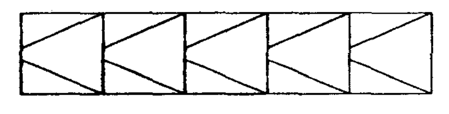
a) 40 b) 41 c) 45
d) 46 e) 43

03 Halle la cantidad de ángulos agudos en la siguiente figura.



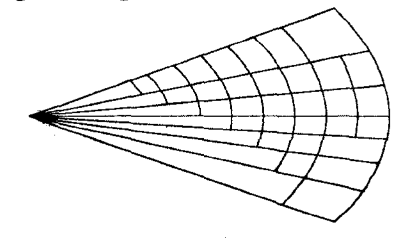
a) 25 b) 23 c) 20
d) 27 e) 21

04 Calcule el total de cuadriláteros en la siguiente figura.



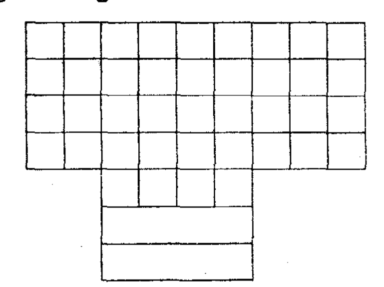
a) 30 b) 20 c) 25
d) 28 e) 35

05 ¿Cuántos sectores circulares hay en la siguiente figura?



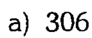
a) 116 b) 118 c) 120
d) 122 e) 124

06 ¿Cuántos cuadrados hay en total en la siguiente figura?



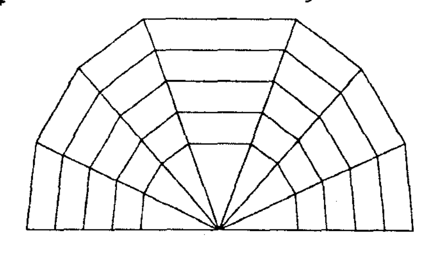
a) 90 b) 80 c) 92
d) 84 e) 86

07 ¿Cuántas pirámides de base cuadrangular existen en la siguiente figura?



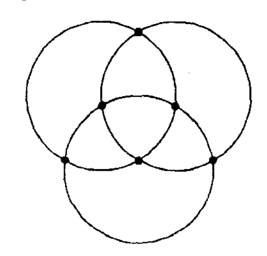
a) 306
b) 270
c) 300
d) 296
e) 292

08 ¿Cuántos cuadriláteros hay en total?



a) 70 b) 30 c) 130
d) 100 e) 110

09 ¿Cuántas circunferencias más debemos dibujar como mínimo para contar 380 puntos de corte en total?

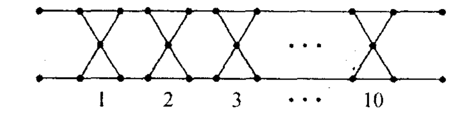


a) 20 b) 17 c) 16
d) 19 e) 23

10 ¿Cuántas semicircunferencias se cuentan como máximo en la siguiente figura?

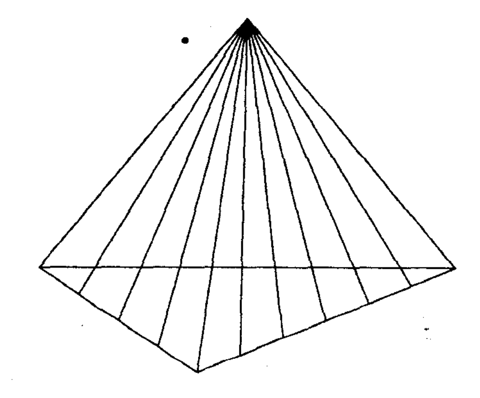
a) 26
b) 24
c) 30
d) 32
e) 28

11 ¿Cuántos segmentos como máximo hay en la siguiente figura?



a) 502 b) 462 c) 492
d) 522 e) 150

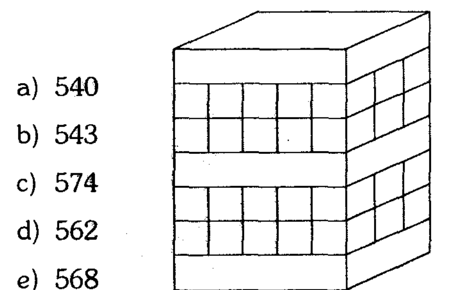
12 ¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



a) 86 b) 96 c) 89
d) 95 e) 97

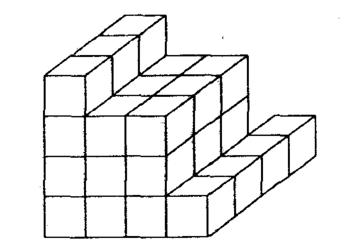
13 ¿Cuántos paralelepípedos hay en total?

a) 540
b) 543
c) 574
d) 562
e) 568

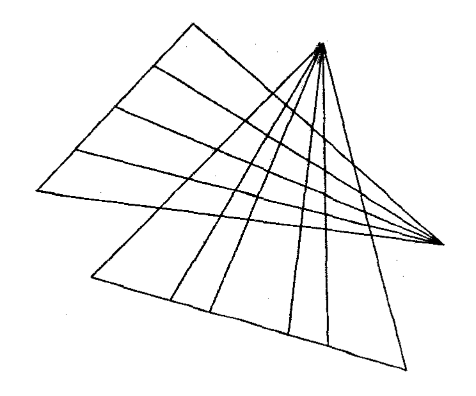


14 ¿Cuántos cubitos faltan como mínimo para completar un cubo compacto?

a) 34
b) 30
c) 32
d) 28
e) 36

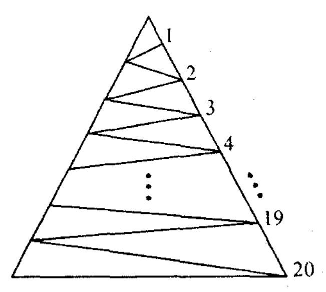


15 ¿Cuántos cuadriláteros hay en total en la siguiente figura?



a) 250 b) 300 c) 285
d) 435 e) 450

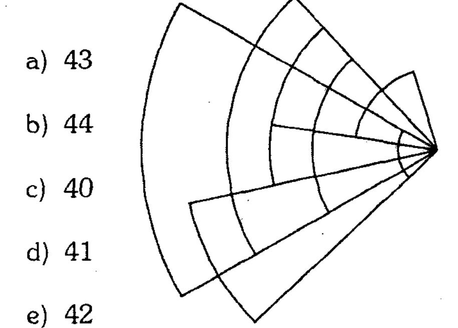
16 ¿Cuántos triángulos existen en total en el siguiente gráfico?



a) 60 b) 83 c) 65
d) 75 e) 78

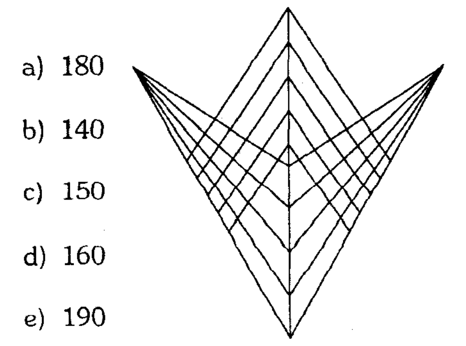
17 Indique el total de sectores

a) 43
b) 44
c) 40
d) 41
e) 42

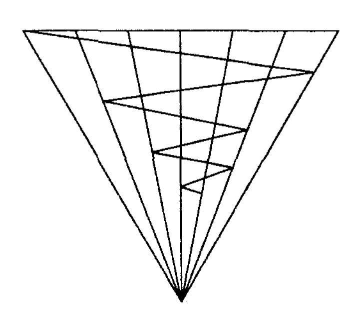


18 Halle el total de triángulos

a) 180
b) 140
c) 150
d) 160
e) 190

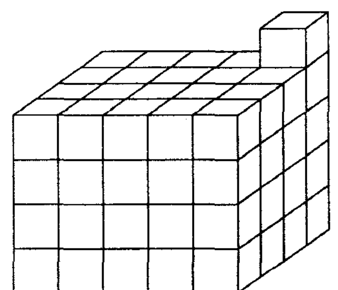


19 ¿Cuántos triángulos hay en total?



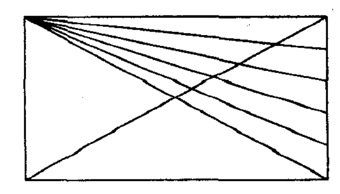
a) 83 b) 100 c) 105
d) 107 e) 101

20 ¿Cuántos paralelepípedos hay en total?



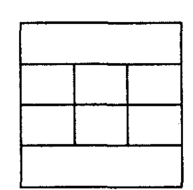
a) 1500 b) 1501 c) 1503
d) 1505 e) 1515

21 ¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



a) 42 b) 43 c) 44
d) 40 e) 46

22 ¿Cuántos cuadriláteros hay en total en la siguiente figura?



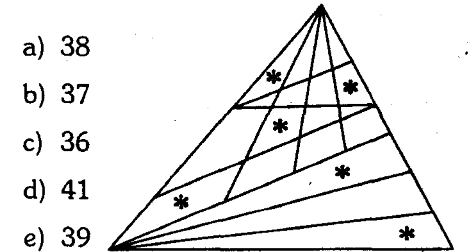
a) 21 b) 23 c) 25
d) 26 e) 28

23 ¿Cuántos puntos de intersección se contarán como máximo al intersectar 20 triángulos?

a) 600 b) 380 c) 1240
d) 1140 e) 3420

24 ¿Cuántos triángulos que poseen al menos un asterisco se pueden contar en total en la siguiente figura?

a) 38
b) 37
c) 36
d) 41
e) 39



CLAVES
CONTEO DE FIGURAS

PRIMERA PRÁCTICA

01. e	02. e	03. e	04. d	05. d
06. a	07. c	08. b	09. d	10. c
11. e	12. b	13. b	14. b	15. d
16. e	17. e	18. d	19. a	20. b
21. c	22. c	23. a	24. a	25. c
26. a				

SEGUNDA PRÁCTICA

01. b	02. c	03. e	04. e	05. d
06. b	07. d	08. e	09. a	10. e
11. c	12. b	13. e	14. d	15. d
16. c	17. b	18. d	19. e	20. e
21. b	22. d			

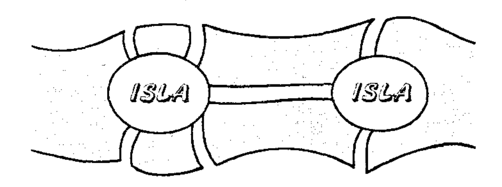
TERCERA PRÁCTICA

01. d	02. d	03. b	04. a	05. b
06. c	07. a	08. d	09. b	10. e
11. d	12. e	13. d	14. b	15. d
16. e	17. e	18. e	19. d	20. d
21. c	22. c	23. d	24. b	

INTRODUCCIÓN

EL PROBLEMA DE LOS 7 PUENTES

En tiempos de Euler, en un lugar llamado Konigsberg existía una isla con7 puentes como se indica en la siguiente figura:



para los habitantes del lugar, era entretenido el intentar descubrir una ruta de tal forma que pudiesen cruzar por los siete puentes una sola vez y regresar al punto de partida.

Repetidos intentos les llevó a la conclusión de que ello era imposible, pero nadie podía demostrarlo. Lejos del lugar en San Petersburgo, rodeado de honores como matemático de la corte se encontraba EULER, a donde le llegaron noticias de este problema.

Frente a este problema luego de hacer un exhaustivo estudio, pudo demostrar que el viaje por los 7 puentes, bajo las condiciones exigidas, era imposible.

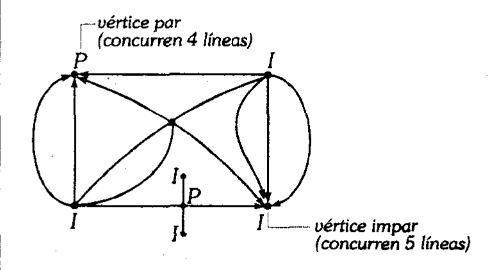
DEFINICIONES PREVIAS

PUNTO PAR:

Llamado también vértice par, es aquel donde concurren un número par de líneas rectas o curvas.

PUNTO IMPAR:

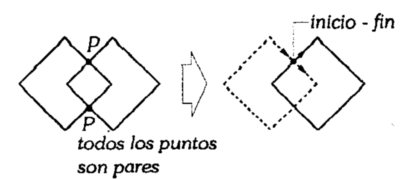
Llamado también vértice impar, es aquel donde concurren un número impar de líneas rectas o curvas.



TEOREMAS DE EULER

TEOREMA I

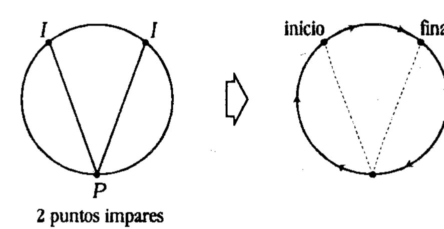
Si en una gráfica todos sus puntos son pares entonces se puede dibujar de un solo trazo sin levantar el lápiz del papel (admite un recorrido euleriano).



Observe que para dibujar la figura de un solo trazo debemos empezar en cualquier punto par y notaremos que al terminar de dibujar la figura llegaremos al punto inicial.

TEOREMA II

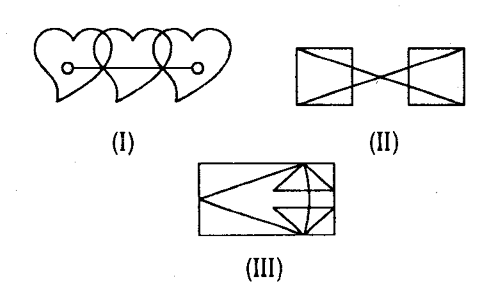
Toda gráfica admite un recorrido euleriano si presenta como máximo dos puntos impares; esto significa que si hay más de dos puntos impares, la figura no se puede realizar de un solo trazo.



Observe que para dibujar la figura debemos empezar en uno de los puntos impares y al terminar llegaremos al otro punto impar.

EJEMPLO 01

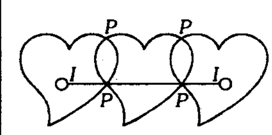
Diga cuál de las siguientes figuras admite un recorrido euleriano:



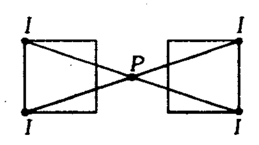
a) sólo I b) I y II c) I y III
d) sólo III e) I, II y III

***Resolución*:**

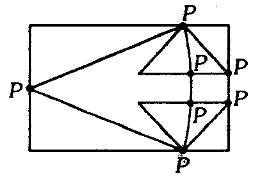
Contando los puntos impares de cada figura.



tiene 2 puntos impares
∴ Admite un recorrido euleriano.



tiene 4 puntos impares.
∴ No admite un recorrido euleriano.

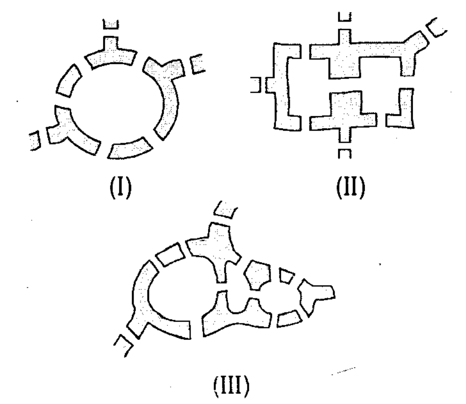


Sólo tiene puntos pares.
∴ Sí admite un recorrido euleriano.

∴

EJEMPLO 02

En las figuras están representadas las ciudades, los ríos y los puentes ¿en cuál(es) de los casos un individuo puede pasearse utilizando cada puente una sola vez?

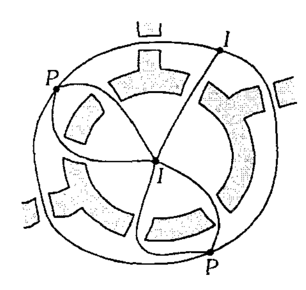


a) sólo I b) sólo II c) sólo III
d) I y II e) I y III

Resolución:

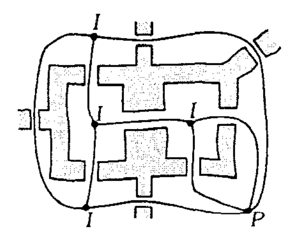
Dibujando el recorrido en cada caso tenemos:

I)



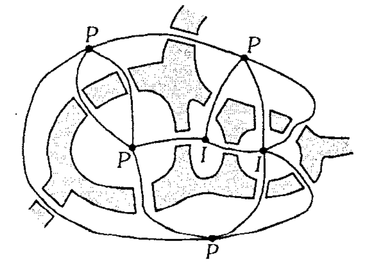
∴ Como sólo hay 2 puntos impares, sí es posible pasear utilizando cada puente una sola vez.

II)



∴ Como hay más de 2 puntos impares, no es posible.

III)

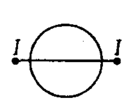


∴ Como sólo hay 2 puntos impares, sí es posible.

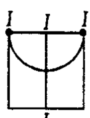
∴ **Clave: e**

NOTA

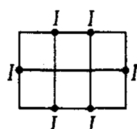
- Los puntos impares siempre se presentan en parejas, no existe figura con un número impar de puntos impares.



2 puntos impares



4 puntos impares



6 puntos impares

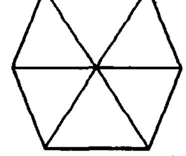
- Si tenemos una figura con más de 2 puntos impares, entonces para dibujarla tenemos que repetir trazos sobre una o más líneas comprendidas entre 2 puntos impares para que teóricamente los puntos impares se conviertan en pares. El número mínimo de líneas que deben repetirse se da cuando se deja sólo 2 puntos impares.

$$\#\text{ de líneas repetidas} = \frac{\#\text{ de puntos impares} - 2}{2}$$

EJEMPLO 03

¿Cuál es la menor longitud que recorre la punta de un lápiz sin separarlo del papel para dibujar el hexágono regular de 3 cm. de lado?

a) 42 cm.
b) 44 cm.
c) 46 cm.
d) 48 cm.
e) 50 cm.

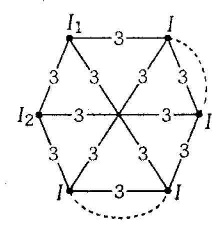


Resolución:

Examinando los puntos impares

de puntos impares: 6

de líneas a repetir:
$\frac{6-2}{2}=2$

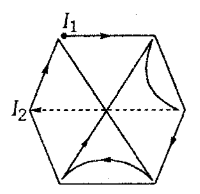


$\therefore$ Menor longitud = $\underbrace{12(3)}_{\text{suma de líneas}}+\underbrace{(3+3)}_{\text{longitud repetida}}=42$ cm

$\therefore$ **Clave: a**

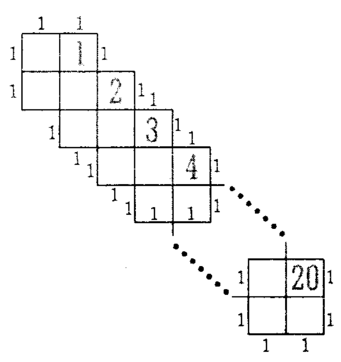
NOTA

Si deseamos indicar el recorrido debemos empezar en I_1 y terminaremos en I_2 (o viceversa) luego de repetir las líneas que se indican.



EJEMPLO 04

¿Cuál es la menor longitud que recorre la punta del lápiz sin separarlo del papel para dibujar la siguiente figura.



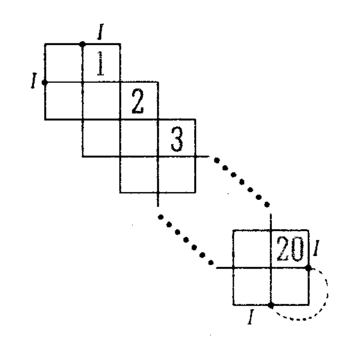
a) 130 b) 132 c) 126
d) 128 e) 134

Resolución:

Analizando la figura:

de puntos impares = 4

de líneas a repetir: $\frac{4-2}{2}=1$



Menor longitud $=\underbrace{20(3)+2(2)}_{\text{líneas horizontales}}+\underbrace{20(3)+2(2)}_{\text{líneas verticales}}+2$

$=130$

$\therefore$ **Clave: a**

Problemas Resueltos

RECORRIDOS MÍNIMOS

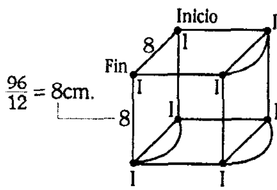
PROBLEMA 01

Con un alambre de 96 cm. se construye una estructura con la forma de un cubo. Una arañita tarda como mínimo, 12 minutos en recorrer todas las aristas del cubo, caminando con una rapidez constante. Determine la rapidez de la arañita.

a) 9 cm/min b) 8 cm/min
c) 10 cm/min d) 12 cm/min
e) 10,5 cm/min

Resolución:

Para que la arañita tarde el menor tiempo, tiene que hacer un recorrido mínimo. Haciendo un esquema:



de puntos impares = 8

de líneas repetidas = $\frac{8-2}{2} = 3$

Recorrido mínimo: $\underbrace{12(8\text{ cm})}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{3(8\text{ cm})}_{\text{repetido}}$

$= 120$ cm

$\therefore$ Rapidez $= \frac{120\ cm}{12\ min} = 10$ cm/min

Clave: c

PROBLEMA 02

Se quiere trazar una curva simple y abierta que corte exactamente una vez a cada uno de los segmentos de rectas simples que forman las figuras. ¿En cuál de las figuras no se podrá realizar esto? (Obs.: una curva es simple si no se cruza a sí misma)

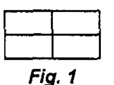


Fig. 1 Fig. 2

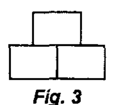
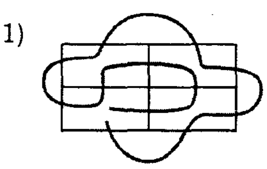


Fig. 3

a) fig. 1 y 2 b) fig. 2 y 3
c) fig. 1 y 3 d) Sólo fig. 1
e) sólo fig. 2

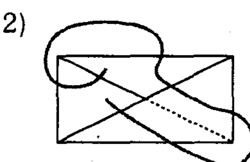
Resolución:

1)



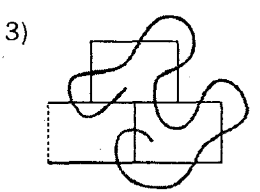
$\therefore$ sí se puede

2)



$\therefore$ no se puede

3)

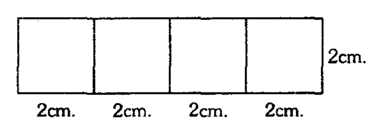


$\therefore$ no se puede

Clave: d

PROBLEMA 03

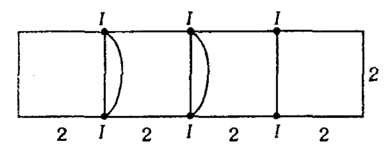
En la figura, encontrar la longitud del recorrido mínimo que se debe hacer para trazarla sin levantar el lápiz del papel.



a) 28 cm. b) 29 cm. c) 30 cm.
d) 32 cm. e) 42 cm.

Resolución:

Contando los puntos impares:



\# de puntos impares = 6

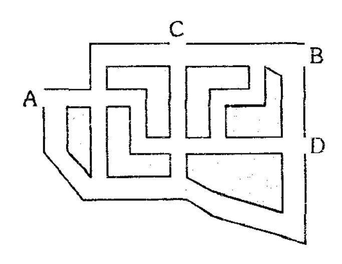
\# de líneas a repetir $= \frac{6-2}{2} = 2$

$\therefore$ Recorrido mínimo = 13(2) + 2(2) = 30 cm

Clave: c

PROBLEMA 04

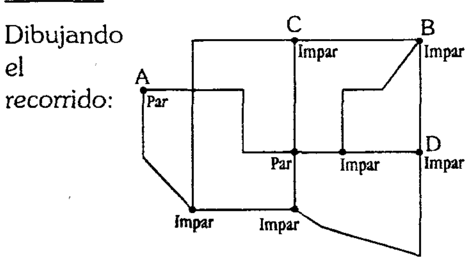
¿Podrá Carlitos entrar al laberinto y recorrer todos los caminos, sin pasar más de dos veces por un mismo tramo?



a) sí, si entra por A
b) sí, si entra por B
c) no se puede
d) sí, si entra por C
e) sí, por cualquier entrada

Resolución:

Dibujando el recorrido:



$\therefore$ Como hay más de 2 puntos impares no podrá

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 05

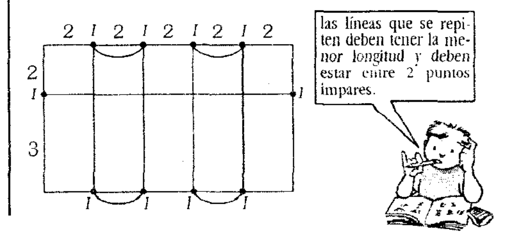
¿Cuál es el mínimo recorrido que debe realizar la punta del lápiz para dibujar la siguiente figura de un solo trazo?

a) 52
b) 72
c) 67
d) 58
e) 68

	2	2	2	2	2
2					
3					

Resolución:

Examinando los puntos impares:



de puntos impares = 10

de líneas a repetir $= \frac{10-2}{2} = 4$

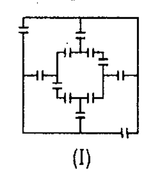
∴ Recorrido mínimo =

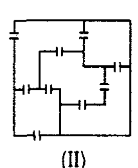
$$\underbrace{21(2)+6(3)}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{4(2)}_{\text{repetido}} = 68$$

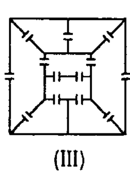
Clave: e

PROBLEMA 06

Se muestra a continuación los planos de ciertos departamentos. Indique en cual(es) de los departamentos se puede(n) pasar por todas las puertas una sola vez empezando y terminando fuera de los departamentos?


(I)

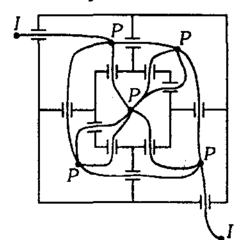

(II)


(III)

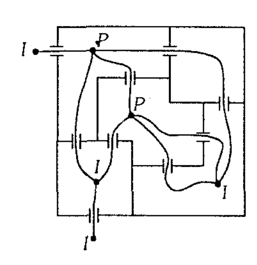
a) sólo I b) sólo II c) sólo III
d) I y II e) I y III

Resolución:

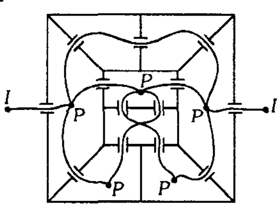
Haciendo un esquema del recorrido:



∴ Como sólo hay 2 puntos impares. Sí se puede pasar por todas las puerta una sola vez empezando y terminando afuera.



∴ Como hay más de 2 puntos impares, no se puede.

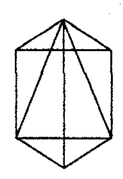


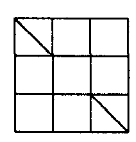
∴ Como sólo hay 2 puntos impares, sí se puede.

Clave: e

PROBLEMA 07

Halle el número mínimo de trazos (rectos ó curvos) que se debe agregar a cada figura para que puedan trazarse sin levantar el lápiz del papel ni repetir el trazo.

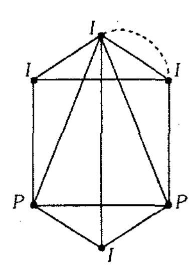




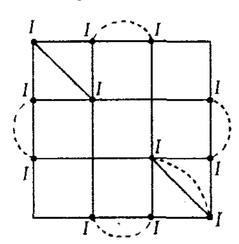
a) 1 y 4 b) 2 y 3 c) 1 y 5
d) 2 y 4 e) 1 y 2

Resolución:

Examinando los puntos impares de cada figura:



$\therefore$ Se debe agregar 1 trazo para dejar sólo 2 puntos impares.



$\therefore$ Se debe agregar 5 trazos.

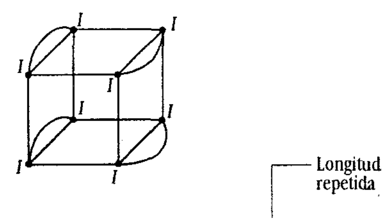
Clave: c

PROBLEMA 08

Con un alambre se construye un cubo cuya arista mide 8 cm. ¿Cuál es la menor longitud que debe recorrer una arañita de modo que pase por todas las aristas y que además termine su recorrido en el mismo punto que empezó?

a) 96 cm.
b) 120 cm.
c) 108 cm.
d) 128 cm.
e) 136 cm.

Para que termine su recorrido en el punto donde empezó, debemos convertir todos los puntos impares en pares repitiendo líneas.

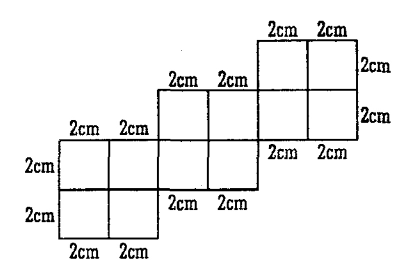


$$\text{longitud} = 12(8cm.) + 4(8cm.) = 128cm.$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 09

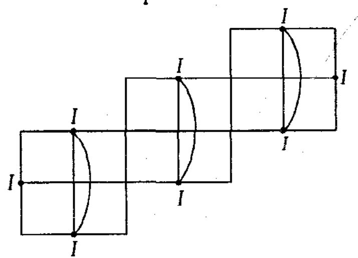
Calcule la menor longitud recorrida por la punta del lápiz para realizar la figura, sin separar la punta del papel.



a) 84 cm. b) 82 cm. c) 76 cm.
d) 80 cm. e) 86 cm.

Resolución:

Examinando los puntos



$$\# \text{ impares } = 8$$

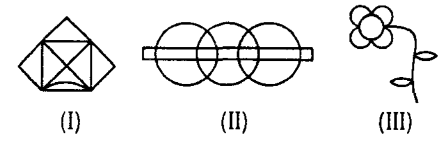
$$\text{repetir } = \frac{8-2}{2} = 3$$

$$\text{Menor longitud} = \underbrace{34\ (2cm)}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{3(4cm)}_{\text{repetido}} = 80cm.$$

Clave: d

PROBLEMA 10

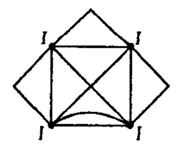
¿Cuál (es) de las siguientes figuras no se puede(n) realizar sin levantar el lápiz del papel y sin pasar dos veces por una misma línea?



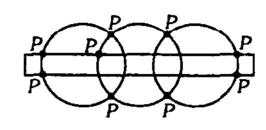
a) I b) III c)II
d) I y II e) II y III

Resolución:

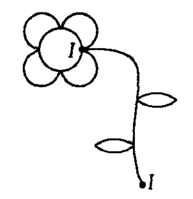
Contando los puntos impares:



4 puntos impares
∴ No se puede.



todos los puntos son pares
∴ Sí se puede.

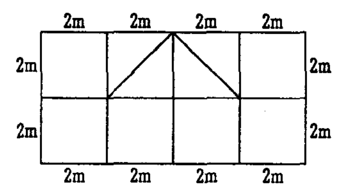


2 puntos impares.
∴ Sí se puede.

Clave: a

PROBLEMA 11

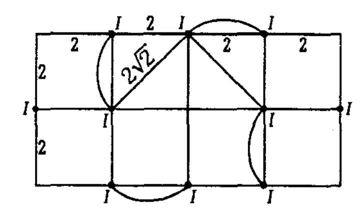
¿Cuál es el menor recorrido (en metros) que se puede realizar para recoger toda la miel regada en todas las líneas del siguiente gráfico?.



a) $50+2\sqrt{2}$ b) $52+4\sqrt{2}$ c) $48+4\sqrt{2}$
d) $50+4\sqrt{2}$ e) $50+6\sqrt{2}$

Resolución:

Contando los puntos impares:



$$\# \text{ de puntos impares } = 10$$

$$\# \text{ de líneas a repetir } = \frac{10-2}{2} = 4$$

$$\text{Menor recorrido } = \underbrace{22(2)+2(2\sqrt{2})}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{4(2)}_{\text{repetido}}$$

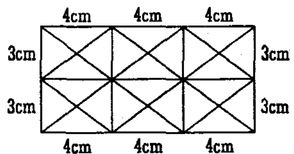
$$= 52+4\sqrt{2}$$

Clave: b

PROBLEMA 12

¿Cuál es el mínimo recorrido que debe realizar la punta de un lápiz para poder dibujar la siguiente figura, esto sin levan-

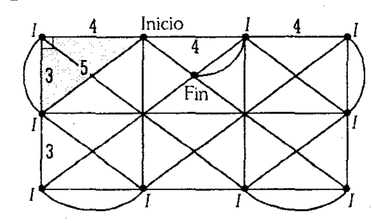
tar el lápiz del papel?. Se debe empezar en un punto impar y terminar en un punto par.



a) 138 *cm.* b) 135 *cm.* c) 137 *cm.*
d) 134,5 *cm.* e) 136,5 *cm.*

Resolución:

Para empezar en un punto impar y terminar en un punto par, debemos repetir las siguientes líneas:



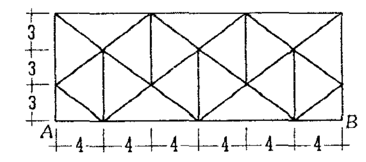
$$\text{Recorrido mínimo: } \underbrace{9(4)+8(3)+12(5)}_{\text{suma de líneas}}+\underbrace{16{,}5}_{\text{repetido}}$$

$$= 136{,}5 \text{ cm}$$

Clave: e

PROBLEMA 13

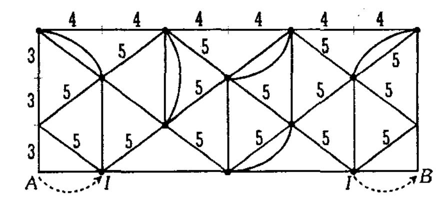
¿Cuál es la menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz para realizar la figura de un solo trazo continuo empezando en el punto A y terminando en el punto B?



a) 210 b) 220 c) 222
d) 224 e) 190

Resolución:

Como A y B son puntos pares debemos convertir todos los puntos impares en pares a excepción de los 2 puntos impares cercanos a A y B.



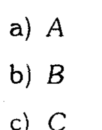
$$\begin{array}{l}\text{Menor}\\ \text{longitud}\end{array} = \underbrace{12(4)+16(3)+18(5)}_{\text{suma de líneas}}+\underbrace{(6+4(5)+2(4))}_{\text{repetido}}$$

$$= 220$$

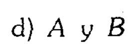
Clave : b

PROBLEMA 14

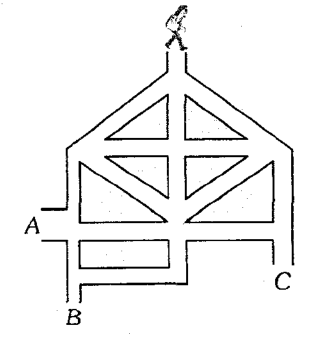
Una persona debe recorrer todas y cada una de las avenidas interiores de una sola intención sin recorrer dos veces una misma avenida. ¿Por cuál de las 3 puertas (A, B o C) debe salir al finalizar?



a) A
b) B
c) C

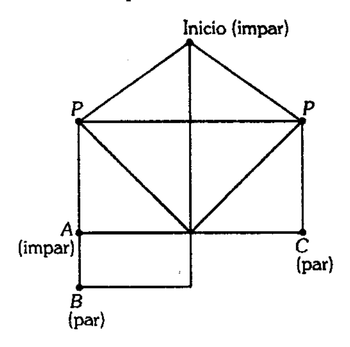


d) A y B
e) B y C



Resolución:

Haciendo un esquema de su recorrido:



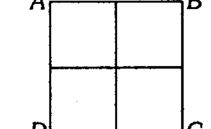
Como inicia su recorrido en uno de los 2 puntos impares, saldrá en el otro punto impar, es decir por A.

Clave: a

PROBLEMA 15

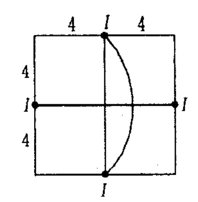
$ABCD$ es un cuadrado de 8cm. de lado el cual se ha dividido en 4 partes iguales, ¿cuántos centímetros como mínimo se deben recorrer con el lápiz para dibujarlo sin levantar el lápiz del papel?

a) 64
b) 56
c) 60
d) 58
e) 65



Resolución:

Examinando los puntos impares



$$\#\text{ puntos impares} = 4$$

$$\#\text{ de líneas a repetir} = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$\text{Recorrido mínimo} = \underbrace{12(4)}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{8}_{\text{repetir}} = 56 \text{ cm}$$

Clave: b

PROBLEMA 16

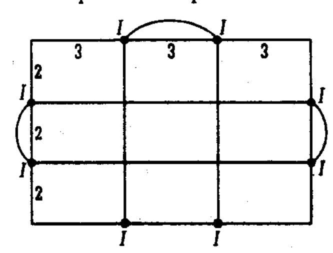
¿Cuántos centímetros como mínimo se debe recorrer con el lápiz para dibujar la siguiente figura sin levantar el lápiz del papel ni repetir las líneas?

a) 68 cm.
b) 72 cm.
c) 66 cm.
d) 67 cm.
e) 70 cm.

3cm 3cm 3cm
2cm
2cm
2cm

Resolución:

Contando los puntos impares:



$$\#\text{ de puntos impares} = 8$$

$$\#\text{ de líneas a repetir} = \frac{8-2}{2} = 3$$

$$\therefore \text{ Recorrido mínimo} = 12(3) + 12(2) + 7$$
$$= 67 \text{ cm.}$$

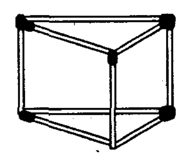
Clave: d

PROBLEMA 17

Se ha construido un prisma con 9 cerillas de madera, tal como se muestra en la fi-

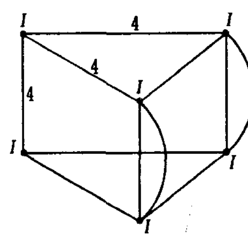
gura, si cada cerilla mide 4*cm*., ¿cuál es la menor longitud que recorre un caracol al pasar por todas las aristas del prisma?

a) 48 cm.
b) 36 cm.
c) 44 cm.
d) 40 cm.
e) 52 cm.



Resolución:

Revisando los puntos impares:



$$\#\text{ de puntos impares} = 6$$

$$\#\text{ de líneas a repetir} = \frac{6-2}{2} = 2$$

$\therefore$ Menor longitud $= 9\,(4\text{cm.}) + 2(4\text{cm.})$

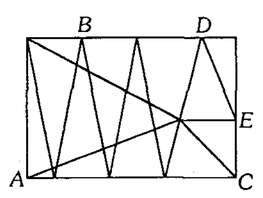
$= 44$ cm.

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 18

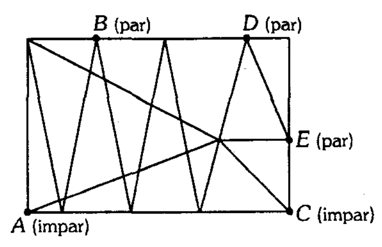
Pablito debe recorrer todas las líneas de la figura mostrada sin levantar su lápiz del papel y sin pasar dos veces por una misma línea, además debe empezar por el punto "*A*", ¿podrá hacerlo?; y si es posible, ¿en qué punto terminará su recorrido?

a) *A*
b) *B*
c) *C*
d) *D*
e) *E*



Resolución:

Examinemos los puntos impares



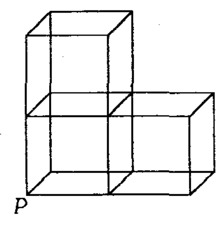
Como sólo hay 2 puntos impares (*A* y *C*) sí podrá hacer el recorrido y si empieza en *A* terminará en *C*.

Clave: c

PROBLEMA 19

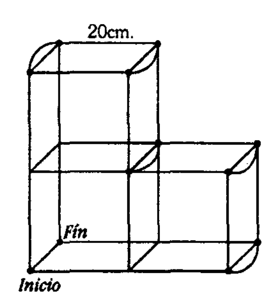
Angélica con 28 trozos de alambre cada uno de 20 cm forma la figura mostrada. Si una hormiga parte del punto *P*. Halle la longitud mínima en metros que recorrerá ésta para pasar por todas las aristas.

a) 5 *m*
b) 6,8 *m*
c) 5,5 *m*
d) 6 *m*
e) 6,6 *m*



Resolución:

Como la hormiga parte de un punto impar, debemos dejar 2 puntos impares.



$\#$ de puntos impares $= 12$

$\#$ de líneas a repetir $= \dfrac{12-2}{2} = 5$

longitud mínima $= 28(20cm.) + 5(20cm.)$

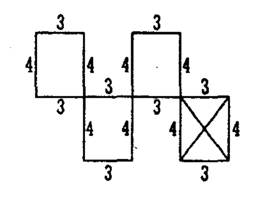
$= 660cm. = 6{,}6$ m

Clave: e

PROBLEMA 20

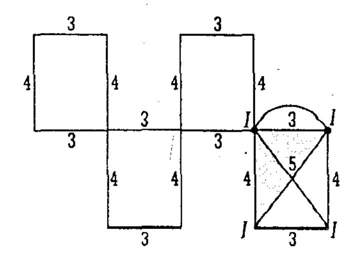
Lo que se muestra es una figura hecha en el piso por un rastro de arena. ¿Cuál es el mínimo recorrido que realizará el niño para recoger toda la arena? (Todas las distancias están en metros)

a) 66 *m.*
b) 69 *m.*
c) 70 *m.*
d) 72 *m.*
e) 74 *m.*



Resolución:

Contemos los puntos impares



$\#$ de puntos impares $= 4$

$\#$ de líneas a repetir $= \dfrac{4-2}{2} = 1$

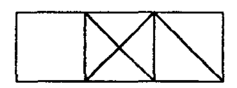
mínimo recorrido $= \underbrace{8(3) + 8(4) + 2(5)}_{\text{suma de líneas}} + 3$

$= 69$ m

Clave : b

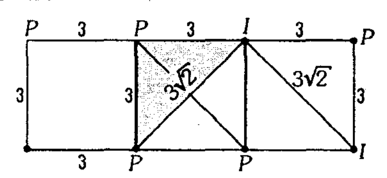
PROBLEMA 21

En la figura mostrada, se tiene 3 cuadrados iguales, cuyos lados miden 3 cm. Determine la menor longitud que debe recorrer la punta del lápiz, sin separarlo del papel, al dibujar la figura.



a) $6(5+\sqrt{2})$ cm   b) $6(7+\sqrt{3})$ cm
c) $6(6+\sqrt{3})$ cm   d) $6(5+\sqrt{3})$ cm
e) $3(10+3\sqrt{2})$ cm

Resolución:



$\#$ de puntos impares $= 2$

$\therefore$ Se puede hacer de un solo trazo

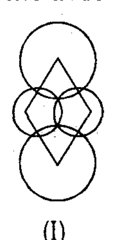
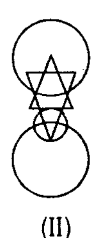
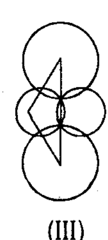
Menor longitud $= 10(3\text{ cm}) + 3(3\sqrt{2}\text{ cm})$

$= 3(10 + 3\sqrt{2}\text{ cm})$

Clave: e

PROBLEMA 22

¿Qué figuras se puede realizar con un trazo continuo, sin pasar dos veces por un mismo trazo?

(I) (II) (III)

a) sólo I b) sólo II c) sólo III
d) I y III e) todas

Resolución:

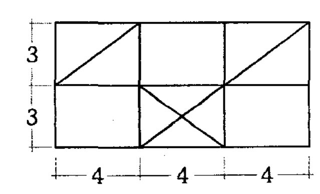
Cuando intersectemos varias figuras cerradas, la figura resultante tendrá todos sus puntos pares; por lo tanto se puede realizar con un trazo continuo sin pasar dos veces por un mismo trazo.

∴ Según esto todas las figuras se pueden realizar.

Clave: e

PROBLEMA 23

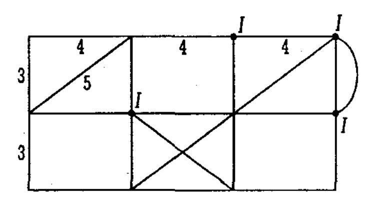
Halle la longitud del mínimo recorrido que se tiene que realizar para pasar por todas las líneas de la figura.



a) 85 b) 86 c) 84
d) 80 e) 83

Resolución:

Examinando los puntos impares



$\#$ de puntos impares $= 4$

$\#$ de líneas a repetir $= \dfrac{4-2}{2} = 1$

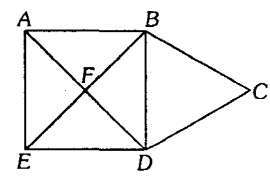
$$\text{Mínimo recorrido} = \underbrace{9(4) + 8(3) + 4(5)}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{3}_{\text{repetir}}$$

$$= 83$$

Clave: e

PROBLEMA 24

Respecto al trazado de la siguiente figura



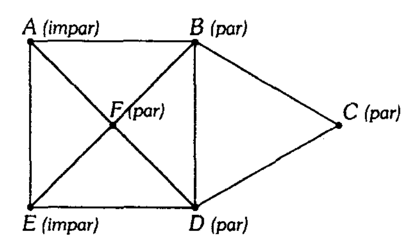
Marque verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Partiendo de C se puede trazar admitiendo un recorrido euleriano.
II. Partiendo de A, no se puede trazar admitiendo un recorrido euleriano.
III. Partiendo de F, no se puede trazar admitiendo un recorrido euleriano.
IV. Partiendo de B, se repite una línea como mínimo para realizarlo con un trazo continúo.

a) FFVV b) FVVF c) VFVF
d) VFFV e) FFVF

Resolución:

Analizando los puntos de la figura:

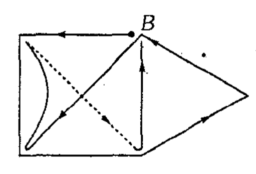


I. Partiendo de C no se puede trazar admitiendo un recorrido euleriano ya que es un punto par y hay 2 puntos impares....(F)

II. Partiendo de A, sí se puede ya que es uno de los dos puntos impares que existen....(F)

III. Partiendo de F, no se puede ya que es un punto par....(V)

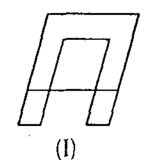
IV. Partiendo de B se repite una línea como mínimo....(V)

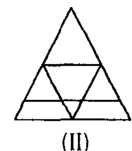


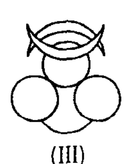
Clave: a

PROBLEMA 25

¿Cuál de los siguientes gráficos admite un paseo euleriano?


(I)


(II)

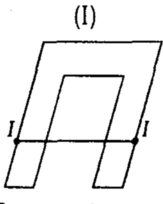

(III)

a) I y II b) I y III c) II y III
d) todos e) sólo I

Resolución:

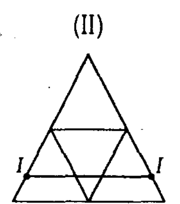
Contando los puntos impares:

(I)



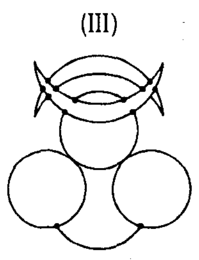
2 puntos impares
∴ sí admite

(II)



2 puntos impares
∴ sí admite

(III)

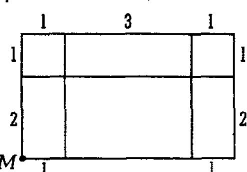


14 puntos impares
∴ no admite

Clave: a

PROBLEMA 26

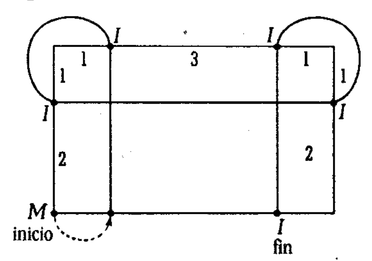
Si los números en los tramos de la siguiente figura corresponden a sus longitudes en centímetros, ¿cuál es la menor longitud que debe recorrer la punta del lápiz, sin separarse del papel, para realizar la figura geométrica, si se empieza en el vértice M?



a) 23 *cm.* b) 31 *cm.* c) 29 *cm.*
d) 32 *cm.* e) 34 *cm.*

Resolución:

Como M es un punto par debemos repetir las siguientes líneas



Menor longitud: $\underbrace{3(3)+10(1)+4(2)}_{\text{suma de líneas}}+\underbrace{5}_{\text{repetido}}$

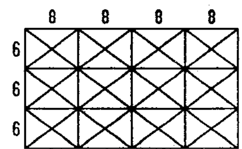
$= 32$ cm

Clave: d

PROBLEMA 27

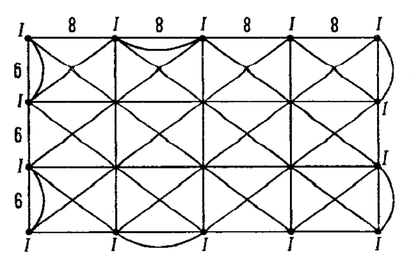
¿Cuál será la longitud del menor recorrido que se debe realizar para pasar por todas las líneas de la figura con un trazo continuo?

a) 502 b) 458
c) 498 d) 455
e) 489



Resolución:

Examinando los puntos impares



\# de puntos impares $= 14$

\# de líneas a repetir $= \dfrac{14-2}{2} = 6$

Menor recorrido $= \underbrace{16(8)+15(6)+24(10)}_{\text{suma de líneas}}+\underbrace{4(6)+2(8)}_{\text{longitud repetida}}$

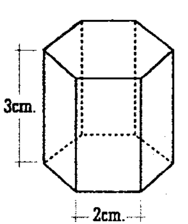
$= 498$

Clave: c

PROBLEMA 28

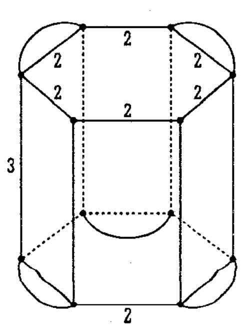
En la figura se muestra un prisma recto cuyas bases son hexágonos regulares. Una hormiga camina sobre las aristas de dicho prisma y tarda como mínimo 4 minutos en recorrerlas. (caminando con rapidez constante). Calcular su rapidez.

a) 11 cm./min.
b) 12 cm./min.
c) 13 cm./min.
d) 14 cm./min.
e) 15 cm./min.



Resolución:

Hallemos el recorrido mínimo.



Recorrido mínimo $= \underbrace{12(2)+6(3)}_{\text{suma de líneas}}+\underbrace{5(2)}_{\text{repetido}}$

$= 52$ *cm.*

$\therefore$ rapidez $= \dfrac{52\text{ cm}}{4\text{ min}} = 13\ cm./min.$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 29

En la figura ¿cuál es el mínimo recorrido que se va a realizar, pasando por todas las líneas de la figura?. La circunferencia tiene radio 1 cm: $BD=5, BC=6$ y $AB=4$ (Obs. $\measuredangle CED$ es recto).

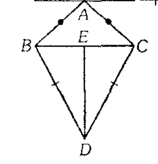
a) $49+2\pi$

b) $50+2\pi$

c) $38+2\pi$

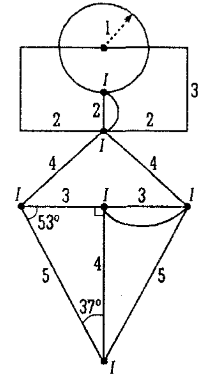
d) $48+2\pi$

e) $44+2\pi$



Resolución:

Contando los puntos impares y calculando las longitudes tenemos:



\# de puntos impares $=6$

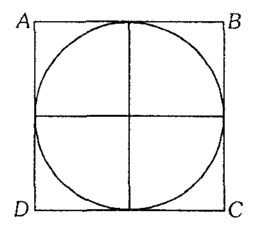
\# de líneas a repetir $= \dfrac{6-2}{2} = 2$

recorrido mínimo $= \underbrace{2\pi + 44}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{5}_{\text{repetir}} = 49+2\pi$

Clave: a

PROBLEMA 30

En la figura, la circunferencia está inscrita en el cuadrado $ABCD$, Si $AB=4cm.$, ¿cuál es la menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz, sin separarla del papel para realizar la figura?

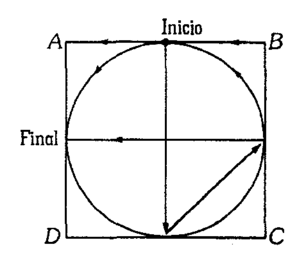


a) $(24+4\pi)cm.$ b) $(25+4\pi)cm.$

c) $(24+5\pi)cm.$ d) $(20+5\pi)cm.$

e) $(24+6\pi)cm.$

Resolución:



L_{min} = Figura + Repetición

$= 4(6)+2\pi(2)+\frac{\pi}{2}\times 2$

$= 24+4\pi+\pi$

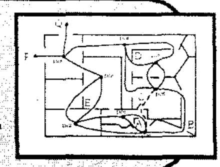
$= (24+5\pi)cm$

Clave: c

Capitulo: 15

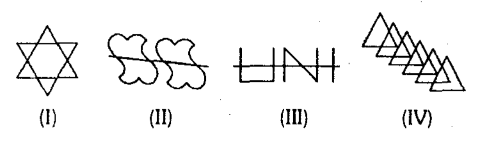
Recorridos Mínimos

Problemas Resueltos



Problema 01.

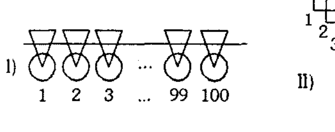
¿Cuál de los siguientes gráficos se puede hacer de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel?



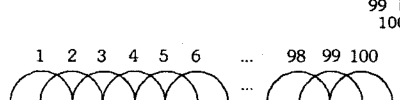
a) I, II y III b) I, II c) sólo I
d) I, II y IV e) todos

Problema 02.

¿Cual de las siguientes figuras se puede dibujar de un solo trazo y sin repetir líneas?



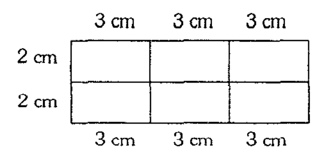
II) 1 2 3 4 5 ... 99 100



a) sólo I b) I y II c) I y III
d) sólo II e) todas

Problema 03.

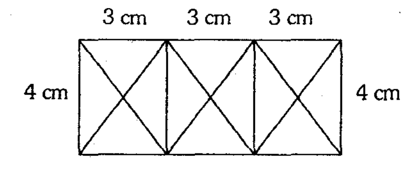
Calcular la longitud mínima que debe recorrer la punta de un lápiz para dibujar la siguiente figura:



a) 39 cm b) 49 cm c) 48 cm
d) 36 cm e) 42 cm

Problema 04.

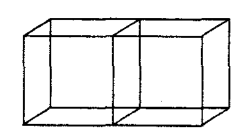
En la figura, ¿cuál es el menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz para realizar el dibujo, sin levantar el lápiz del papel?



a) 70 cm b) 72 cm c) 75 cm
d) 76 cm e) 73 cm

Problema 05.

Con un alambre de 100 cm. se construye dos cubos adyacentes como se muestra en la figura. Una arañita tardó como mínimo 5 minutos en recorrer todas las aristas de los cubos caminando con rapidez constante. Calcule dicha rapidez.

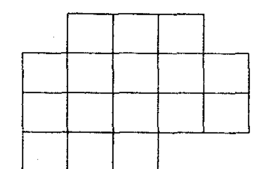


a) 23 cm/min
b) 22 cm/min
c) 20 cm/min
d) 24 cm/min
e) 21 cm/min

Problema 06.

Hallar la menor longitud que debe recorrer la punta del lápiz, sin separarse del papel, para dibujar la siguiente figura

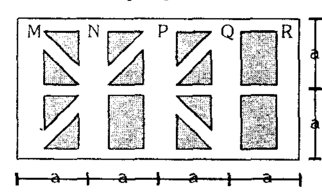
formada por 16 cuadraditos cuyos lados miden 2 cm.



a) 80 cm
b) 82 cm
c) 84 cm
d) 86 cm
e) 88 cm

Problema 07.

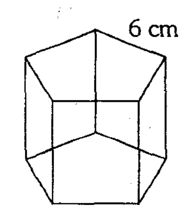
En la figura se muestra la ubicación de las personas M, N, P, Q y R en las esquinas de un parque. Si cada una de las personas se desplazan con la misma rapidez constante; ¿qué personas recorrerán todo el contorno de las áreas verdes en el menor tiempo posible?



a) M y N b) M y P c) N y Q
d) sólo N e) sólo M

Problema 08.

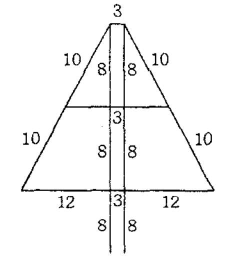
Hallar la longitud del recorrido mínimo para trazar el siguiente sólido regular:



a) 110 cm b) 112 cm c) 114 cm
d) 116 cm e) 118 cm

Problema 09.

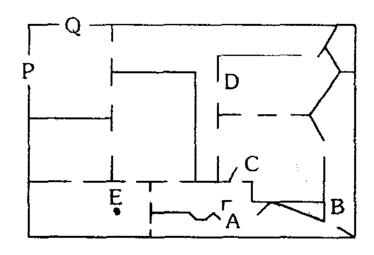
¿Cual es la menor longitud que recorre la punta de un lápiz, sin separarla del papel, para dibujar la siguiente figura? (las medidas indicadas están en centímetros).



a) 139 cm
b) 155 cm
c) 149 cm
d) 151 cm
e) 153 cm

Problema 10.

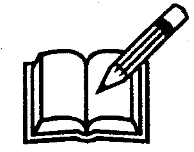
Un grupo de niños visitan el distrito de "San Mateo de Huánchor" cuyo plano de avenidas es el que se indica. Si ingresan por P y salen por Q, y dentro del distrito pasan por cada entrada una sola vez con excepción de una por la cual no pasan. ¿Cuál es dicha entrada?



a) A b) B c) C
d) D e) E

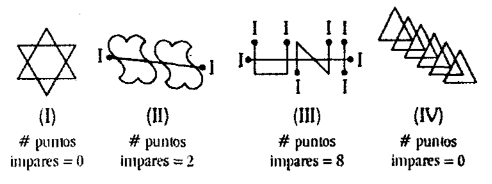
Recorridos Mínimos

Solucionario



Resolución 01.

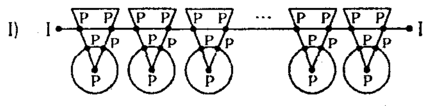
Examinando los puntos impares de cada figura:

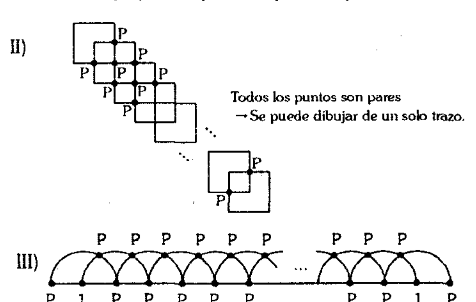


Como sólo la figura III tiene más de dos puntos impares, entonces las figuras I, II y IV admiten un recorrido eulariano.

Resolución 02.

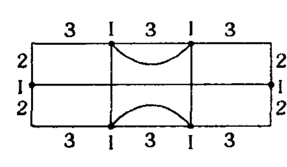
Examinando los puntos impares de cada figura:





Resolución 03.

Del gráfico:



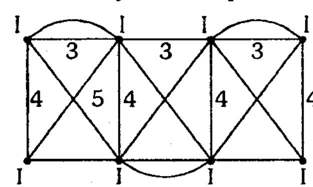
de puntos impares = 6

de líneas a repetir = $\frac{6-2}{2} = 2$

Longitud mínima = 43 + (3 + 3) = 49 cm

Resolución 04.

Examinando los puntos impares:



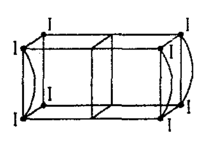
de puntos impares = 8

de líneas a repetir = $\frac{8-2}{2} = 3$

∴ Menor longitud = $\underbrace{(6(3)+4(4)+6(5))}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{(3+3+3)}_{\text{longitud repetida}} = 73\text{cm}$

Resolución 05.

Para que la arañita tarde como mínimo 5 minutos, tuvo que recorrer la menor longitud, repitiendo la menor cantidad de líneas.



$\#$ de puntos impares $= 8$

$\#$ de líneas a repetir $= \frac{8-2}{2} = 3$

$\#$ de aristas $= 20$

Longitud de arista $= \frac{100}{20} = 5cm$

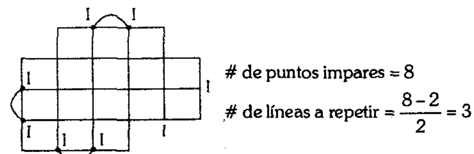
Longitud mínima $= 100 + 3(5) = 115$ cm

$\therefore$ rapidez $= \dfrac{115 \text{ cm}}{5 \text{ min}} = 23$ cm/min

$\therefore$ Clave a

Resolución 06.

Examinando los puntos impares:



$\#$ de puntos impares $= 8$

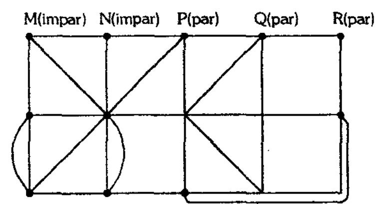
$\#$ de líneas a repetir $= \dfrac{8-2}{2} = 3$

$\therefore$ Menor longitud $= \underbrace{41(2)}_{\text{suma de líneas}} + \underbrace{(2+2+2)}_{\text{longitud repetida}} = 88$ cm

$\therefore$ Clave e

Resolución 07.

Las personas que recorrerán en el menor tiempo, son aquellas que hagan el menor recorrido:



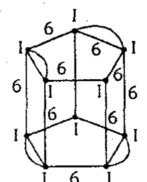
Como P, Q y R parten de puntos pares, al recorrer el contorno repetirán más líneas que M y N.

M y N recorrerán el contorno en el menor tiempo.

$\therefore$ Clave a

Resolución 08.

Examinando los puntos impares:



$\#$ de puntos impares $= 10$

$\#$ de líneas a repetir $= \dfrac{10-2}{2} = 4$

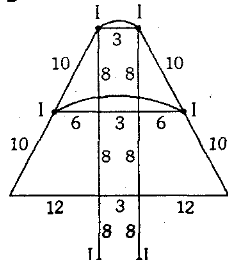
Longitud mínima $= 15(6cm) + 4(6cm)$
$= 114cm$

$\therefore$ Clave c

Resolución 09.

$\#$ de líneas a repetir $= \dfrac{6-2}{2} = 2$

Las líneas que se van a repetir deben ser de menor longitud y deben estar entre dos puntos impares.

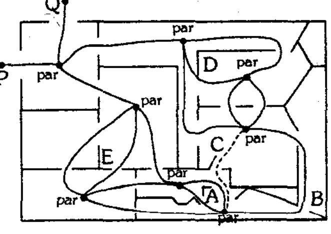


Min: $133 + (3 + 15) = 151cm$

$\therefore$ Clave d

Resolución 10.

Haciendo un esquema del recorrido:

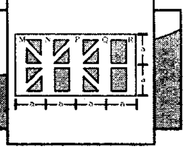


Si no pasan por la entrada C, todos los puntos serán pares y podrá empezar en P (punto impar) y terminar su recorrido en Q (punto impar).

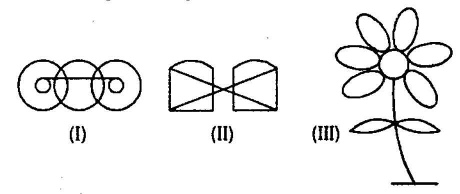
$\therefore$ Clave c

Primera Práctica

Recorridos Mínimos



01 Cuál de las siguientes figuras se puede hacer de un solo trazo, esto sin levantar el lápiz del papel?

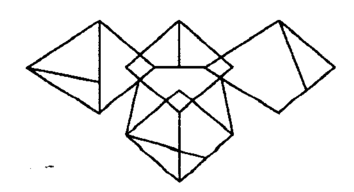


a) sólo I b) I y II c) I y III
d) sólo III e) I, II y III

02 ¿Cuál es el tiempo mínimo que utilizará una hormiga para recorrer todos los lados y las dos diagonales de un campo rectangular de 80m de largo y 60m de ancho a una rapidez de 90m/min?

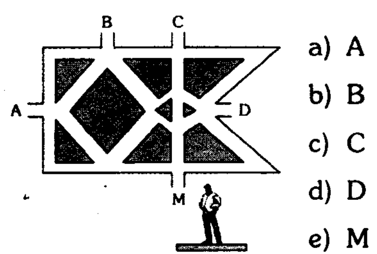
a) 6 min b) 4 min c) 60 min
d) 10 min e) 20 min

03 ¿Cuántas veces, como mínimo, se debe levantar el lápiz del papel para poder dibujar la siguiente figura, esto sin pasar dos veces por una misma línea?



a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

04 La figura muestra el plano de un museo. Si una persona ingresa por la puerta M, ¿por cuál de las puertas saldrá; si dicha persona recorre una sola vez cada uno de los pasillos.



a) A
b) B
c) C
d) D
e) M

05 La figura que resulta al intersectar 30 triángulos con 10 cuadrados y n circunferencias admitirá un recorrido euleriano.

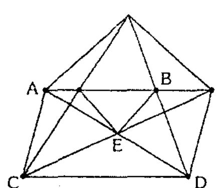
a) sí b) no
c) sí, si n es par
d) depende de valor de n
e) no se puede determinar

06 ¿Cuál es el tiempo mínimo que utilizará un niño para recorrer todos los lados y las 2 diagonales de un parque rectangular, de 40m de largo por 30m de ancho, a una rapidez de 12m/min?

a) 20min b) 25 min c) 24min
d) 22,5min e) 20,5 min

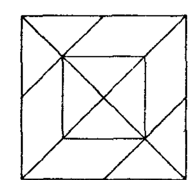
07 Al recorrer todas las líneas de la figura, sin levantar el lápiz del papel y sin

pasar dos veces por una misma línea, se terminará en:



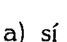
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

08 ¿Cuál es el menor número de segmentos que se deben trazar a la figura para que pueda ser realizada de un solo trazo, sin levantar el lápiz, ni pasar dos veces por la misma línea?

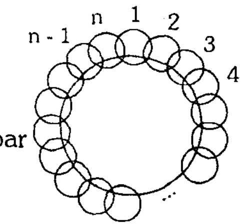


a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 0

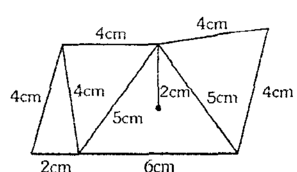
09 ¿La siguiente figura admite un recorrido euleriano?



a) sí
b) no
c) sí, si n es par
d) sí, si n es impar
e) no se puede determinar

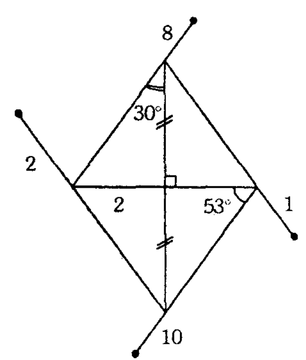


10 En la figura calcule la menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz para realizar el dibujo mostrado, sin levantar la punta del lápiz del papel.



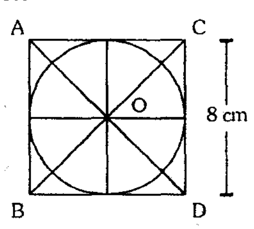
a) 40 cm
b) 42 cm
c) 44 cm
d) 46 cm
e) 48 cm

11 Hallar la longitud mínima que debe recorrer la punta de un lápiz sin levantarlo del papel realizar la siguiente figura (longitudes en centímetros).



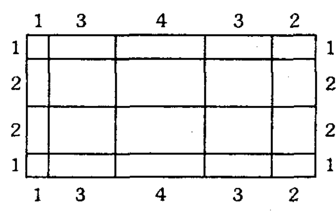
a) 36 cm
b) $(24+12\sqrt{3})$cm.
c) 24 cm
d) $(36+12\sqrt{3})$cm.
e) $(24+10\sqrt{3})$cm.

12 Calcular la menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz para dibujar la siguiente figura donde ABCD es un cuadrado y O es centro de la circunferencia.



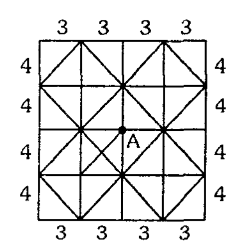
a) $(60+8\sqrt{2})$cm
b) $(45+2\pi)$cm
c) $(46+3\sqrt{2}+\pi)$cm
d) $(60+16\sqrt{2}+8\pi)$cm
e) $(80+8\sqrt{2}+8\pi)$cm

13 Hallar la mínima longitud que debe recorrer la punta de un lápiz, sin levantarlo del papel para realizar la siguiente figura (longitudes en centímetros).



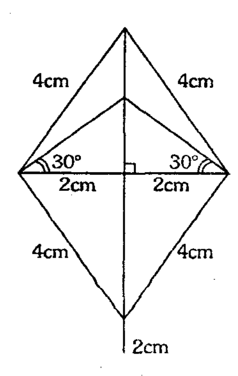
a) 96 cm b) 108 cm c) 98 cm
d) 112 cm e) 116 cm

14 ¿Cuál es el mínimo recorrido que debe realizar la punta del lápiz para poder dibujar la siguiente figura, esto sin levantar el lápiz del papel y empezando en el punto A? (en centímetros).



a) 234 cm
b) 244 cm
c) 254 cm
d) 264 cm
e) 247 cm

15 Calcular la longitud mínima que debe recorrer la punta de un lápiz sin levantarla del papel, realizar la figura que se muestra:



a) $\frac{1}{3}(33+5\sqrt{3})$cm

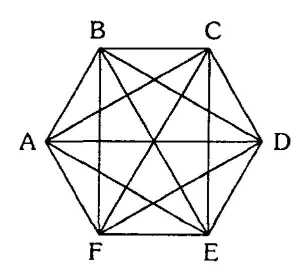
b) $10\sqrt{3}$ cm

c) $\frac{3}{2}(25+\sqrt{3})$cm

d) $\frac{2}{3}(33+10\sqrt{3})$cm

e) $\frac{2}{3}(23+10\sqrt{3})$cm

16 En la figura ABCDEF es un exágono regular cuyo lado mide 4cm. Calcular la longitud mínima que debe recorrer la punta del lápiz sin levantarla del papel, para efectuar dicha figura.



a) $(64+24\sqrt{3})$cm

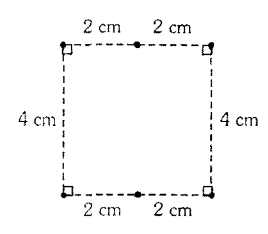
b) $(48+24\sqrt{3})$cm

c) $(56+12\sqrt{3})$cm

d) $(46+42\sqrt{3})$cm

e) $(56+24\sqrt{3})$cm

17 En la figura se muestran 6 puntos. Calcular la menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz sin levantarla del papel, para poder dibujar todos los triángulos rectángulos que tienen dichos puntos como vértices.



a) $4(5+3\sqrt{2}+2\sqrt{5})$cm

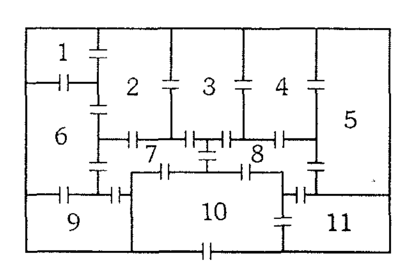
b) $8(2+2\sqrt{5}+2\sqrt{2})$cm

c) $4(5+2\sqrt{5})$cm

d) $5(4+2\sqrt{5}+2\sqrt{2})$cm

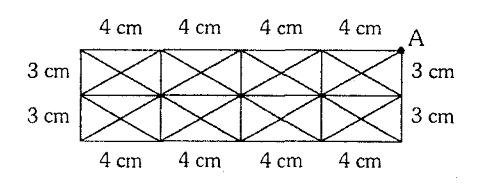
e) $4(5+2\sqrt{2}+2\sqrt{5})$cm

18 ¿Por cuál de las habitaciones se debe empezar a recorrer la primera planta de una casa, según se muestra en la figura, de tal manera que se pase una vez por todas las puertas y se termine fuera de la casa?



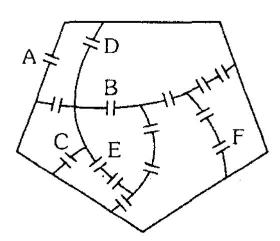
a) 1 b) 10 c) 5
d) 4 e) 6

19 Una pequeña hormiga inicia su recorrido en el punto A con una rapidez de 2 cm/s y debe recorrer todas las líneas de la figura en el menor tiempo posible terminando en el punto A. ¿Cuál es dicho tiempo?



a) 80 s b) 90 s c) 81 s
d) 82 s e) 83 s

20 En un concurso de TV existe un juego; éste consiste en entrar por la puerta "A" al laberinto mostrado, encender 13 focos y salir por la puerta "A" en el menor tiempo posible. La única forma de encender un foco es pasando completamente por una puerta, pero si se vuelve a pasar por la misma puerta el foco se apagará. Te darás cuenta que para ganar el juego basta con evitar pasar por una puerta. ¿Cuál es esa puerta?

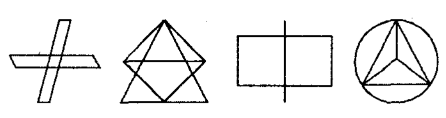


a) F b) C c) E
d) B e) D

Segunda Práctica

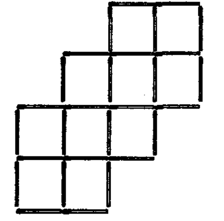
Recorridos Mínimos

01 ¿Cuántas de las siguientes figuras se pueden dibujar sin levantar el lápiz del papel, ni pasando dos veces por la misma línea?



a) 2 b) 3 c) 1
d) 4 e) 0

02 Con 28 cerillos de 5*cm*. se ha construido la siguiente figura. ¿Cuál debe ser la menor longitud que debe recorrer la punta del lápiz sin separarlo del papel para dibujarla?

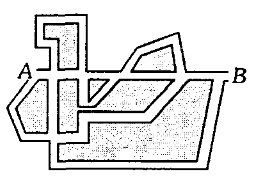


a) 140 *cm*.
b) 145 *cm*.
c) 150 *cm*.
d) 155 *cm*.
e) 160 *cm*.

03 Un cuadrado *ABCD* de 9*cm*. de lado, se divide en 9 regiones iguales. ¿Cuántos centímetros se debe recorrer como mínimo para dibujarlo sin levantar el lápiz del papel?

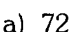
a) 72 *cm*.
b) 78 *cm*.
c) 87 cm.
d) 81 *cm*.
e) 84 *cm*.

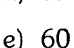
04 ¿Podría un joven entrar al laberinto y recorrer todos los caminos, sin pasar dos veces por un mismo camino?



a) sí si entra por *A*
b) sí, si entra por *B*
c) no podría
d) se pierde
e) sí, por cualquier entrada

05 ¿Cuál es el mínimo recorrido que debe hacer una hormiga para pasar por todas las aristas del sólido mostrado?

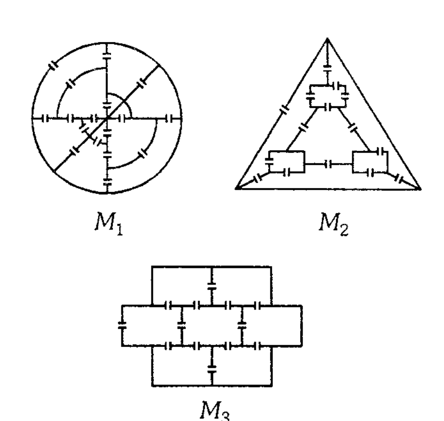




a) 72
b) 66
c) 57
d) 69
e) 60

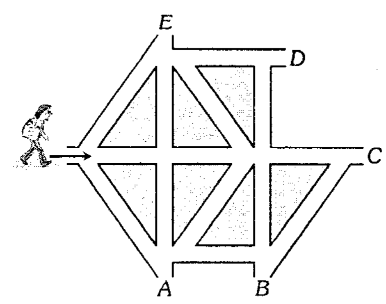
06 Las figuras son planos de tres museos de una sola planta cada uno. ¿Será posible pasar por todas las puertas de cada museo exactamente una vez?. De ser posible indique en cuál de los museos.

(***Obs.:*** No interesa en qué cuarto inicie el recorrido)



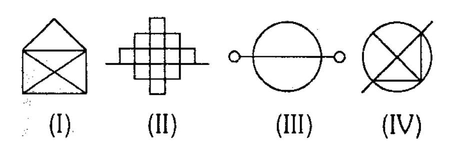
a) sí, en los tres
b) no
c) sí, sólo en M_2
d) sí, sólo en M_2 y M_3
e) sí, sólo en M_3 y M_1

07 Una persona debe recorrer todas las calles de la ciudad mostrada de una sola intención pasando solo una vez por cada calle. ¿Por cuál de las cinco puertas saldrá al terminar?



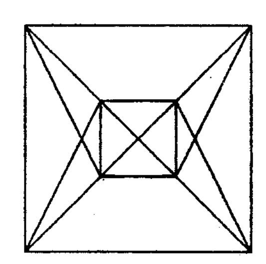
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

08 ¿Cuáles de las siguientes figuras se pueden dibujar sin levantar el lápiz del papel, ni pasar 2 veces por la misma línea?



a) I y III
b) I y II
c) I
d) III
e) IV

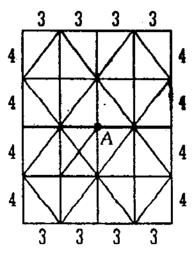
09 Halle el mínimo número de segmentos que se deben eliminar para que la figura sea realizable de un solo trazo sin levantar el lápiz del papel.



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 0

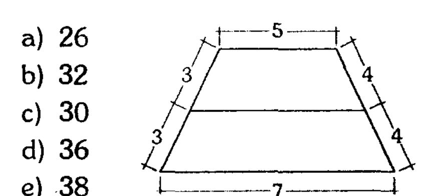
10 ¿Cuál es el mínimo recorrido que debe realizar la punta del lápiz para poder dibujar la siguiente figura, eso sin levantar el lápiz del papel y empezando en el punto A? (en centímetros).

a) 234 *cm.*
b) 244 *cm.*
c) 254 *cm.*
d) 264 *cm.*
e) 247 *cm.*



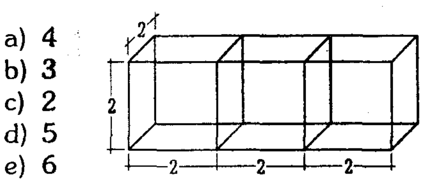
11 ¿Cuál es la menor longitud que recorre la punta del lápiz sin separarlo del papel para dibujar el trapecio.

a) 26
b) 32
c) 30
d) 36
e) 38



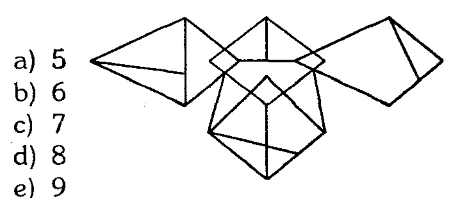
12 ¿Cuántos segmentos debemos repetir como mínimo para dibujar la figura sin levantar el lápiz del papel

a) 4
b) 3
c) 2
d) 5
e) 6

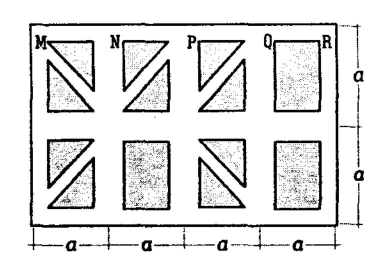


13 ¿Cuántas veces, como mínimo, se debe levantar el lápiz del papel para poder dibujar la siguiente figura, eso sin pasar dos veces por una misma línea?

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9



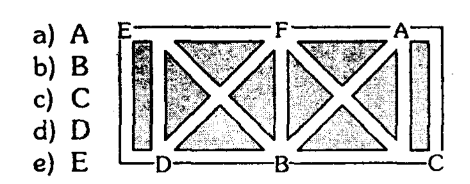
14 En la figura se muestra la ubicación de las personas M, N, P, Q y R en las esquinas de un parque. Si cada una de las personas se desplaza con la misma rapidez constante: ¿qué personas recorrerán todo el contorno de las áreas verdes en el menor tiempo posible?



a) M y N b) M y P c) N y Q
d) sólo N e) sólo M

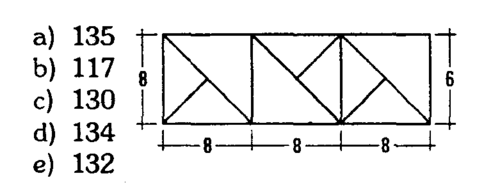
15 ¿Por cuál de las puertas saldrá la persona luego de recorrer todas las calles de una sola intención?

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

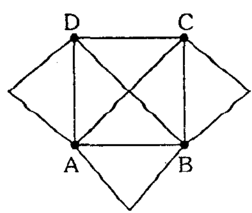


16 Encontrar la longitud del recorrido mínimo que se debe hacer para dibujar la figura sin levantar el lápiz.

a) 135
b) 117
c) 130
d) 134
e) 132



17 Respecto al trazado de la siguiente figura:



Marque V o F según corresponda

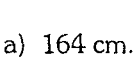
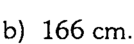
I) Partiendo de A se puede trazar admitiendo un recorrido euleriano.

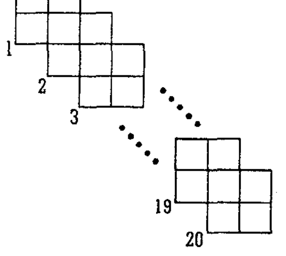
II) Partiendo de B no se puede trazar admitiendo un recorrido euleriano.

III) Partiendo de D, se repite una línea como mínimo para realizarlo con un trazo continuo.

a) VVV b) VFF c) FVF
d) VVF e) VFV

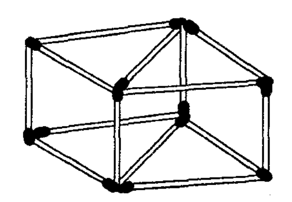
18 Calcule la menor longitud recorrida por la punta del lápiz para realizar la figura, sin separar la punta del papel, si todos los segmentos simples miden 1cm.


a) 164 cm.

b) 166 cm.
c) 168 cm.
d) 165 cm.
e) 170 cm.

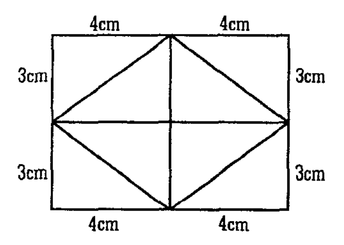


19 Se ha construido la figura con 14 cerillos de 4cm. ¿cuál es la menor longitud que recorre un caracol al pasar por todas las aristas.

a) 56 cm.
b) 64 cm.
c) 68 cm.
d) 60 cm.
e) 62 cm.



20 ¿Cuáles el mínimo recorrido que debe realizar la punta de un lápiz para poder dibujar la figura, esto sin levantar el lápiz del papel?, si se debe empezar en un punto impar y terminar en un punto par?.

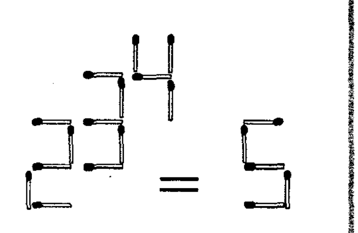


a) 62 cm. b) 67 cm. c) 70 cm.
d) 72 cm. e) 74 cm.

Te Reto:

Halle la mínima cantidad de palitos que se deben de mover para que la igualdad se cumpla.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5



CLAVES
RECORRIDOS MÍNIMOS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. a	02. a	03. c	04. c	05. a
06. d	07. b	08. c	09. a	10. b
11. d	12. d	13. e	14. e	15. d
16. e	17. e	18. d	19. b	20. d

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. c	03. d	04. e	05. d
06. c	07. b	08. a	09. a	10. e
11. b	12. b	13. c	14. a	15. b
16. e	17. e	18. b	19. d	20. c

Capítulo 16

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS COMBINATORIO

1		1		1		1
	2		2		2	
		4		4		
	4		8		4	
		12		12		
			24			
		24		24		
	24		48		24	
24		72		72		24

INTRODUCCIÓN

El análisis combinatorio es la parte de la matemática que estudia los diversos arreglos o selecciones que podemos hacer con los elementos de un conjunto dado.

FACTORIAL DE UN NÚMERO(n!)

Se define como el producto consecutivo desde la unidad hasta el número dado inclusive o viceversa.

Ejemplos

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$1! = 1$

En general:

$$\boxed{n! = n\,(n-1)\,(n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1}\ ;\ n \in \mathbb{Z}_0^+$$

NOTA

El factorial sólo está definido cuando el número es entero no negativo, es decir:

$(-3)!$: no existe, pero $-3! = -6$

$\left(\frac{3}{2}\right)!$: no existe, pero $\frac{3!}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Además : $\boxed{0! = 1! = 1}$

se observa que:

$$7! = 7 \times \underbrace{6 \times \overbrace{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}^{5!}}_{6!}$$

$$7! = 7 \times 6! = 7 \times 6 \times 5! = \ldots$$

En general:

$$\boxed{n! = n\,(n-1)! = n(n-1)\,(n-2)! = \ldots}$$

Ejemplo 01

Halle el valor de:

$$M = \frac{20!}{18!} + \frac{19!}{17!} + \frac{18!}{16!} + \ldots \frac{3!}{1!} + \frac{2!}{0!}$$

a) 6260 b) 3600 c) 3660

d) 2660 e) 2066

Resolución:

Expresando el factorial mayor en función al menor, tenemos:

$$M = \frac{20!}{18!} + \frac{19!}{17!} + \frac{18!}{16!} + \ldots + \frac{3!}{1!} + \frac{2!}{0!}$$

$$M = \frac{20\times19\times\cancel{18!}}{\cancel{18!}} + \frac{19\times18\times\cancel{17!}}{\cancel{17!}} + \frac{18\times17\times\cancel{16!}}{\cancel{16!}}$$

$$\ldots + \frac{3\times2\times1!}{1!} + \frac{2\times1\times0!}{0!}$$

$$M = 20\times19+19\times18+18\times17+\ldots+3\times2+2\times1$$

$$M = 1\times2+2\times3+\ldots\ldots+19\times20$$

$$M = \frac{19\times20\times21}{3} = 2660$$

Clave: d

NOTA

$$1\times2+2\times3+3\times4+\ldots+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Ejemplo 02

Halle el valor de ***x*** en

$$\frac{(x+3)!(x+5)!}{(x+3)!+(x+4)(x+3)!} = 120$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Factorizando el denominador:

$$\frac{(x+3)!(x+5)!}{(x+3)!+(x+4)(x+3)!} = 120$$

$$\frac{\cancel{(x+3)!}(x+5)!}{\cancel{(x+3)!}(1+(x+4))} = 120$$

$$\frac{(x+5)!}{(x+5)} = 120$$

$$\frac{\cancel{(x+5)}(x+4)!}{\cancel{(x+5)}} = 5!$$

$$(x+4)! = 5!$$

$$x+4 = 5$$

$$\therefore \quad x = 1$$

Clave: a

Ejemplo 03

¿En cuántos ceros termina el desarrollo de 150 ! ?

a) 35 b) 30 c) 38
d) 37 e) 39

Resolución:

Se observa que:

$$150! = 1\times2\times3\times4\times\underset{5\times1}{5}\times\ldots\times\underset{5\times2}{10}\times\ldots\times\underset{5\times3}{15}\times\ldots\times\underset{5\times30}{150}$$

$$= \ldots\times2^{\alpha}\times5^{\beta}\times\ldots \Rightarrow \text{N}^{\circ} \text{ de ceros} = \beta$$
ya que $\alpha > \beta$

La cantidad de ceros depende directamente del exponente 5, pero cómo hallar el exponente del factor 5. Una regla práctica sería aplicar divisiones sucesivas así:

150 ÷ 5 = 30 (resto ---)
30 ÷ 5 = 6 (resto ---)
6 ÷ 5 = 1 (resto 1)

suma = 30 + 6 + 1 = 37

∴ El desarrollo de 150! termina en 37 ceros.

Clave: d

Ejemplo 04

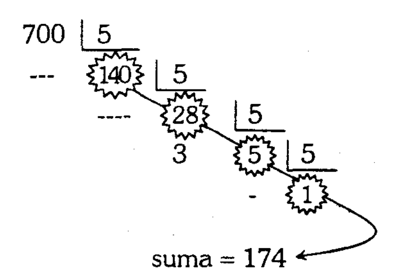
¿En cuántos ceros termina el desarrollo de:

$$M = 700! + 701! + 702! + \ldots + 800!$$

a) 174 b) 175 c) 176
d) 199 e) 198

Resolución:

La cantidad de ceros en que termina M lo determina el menor de los factoriales.



∴ M termina en 174 ceros.

Clave: a

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE CONTEO

En lo que respecta al análisis combinatorio existen dos principios importantes:

- ✓ principio de multiplicación
- ✓ principio de adición.

PRINCIPIOS DE MULTIPLICACIÓN

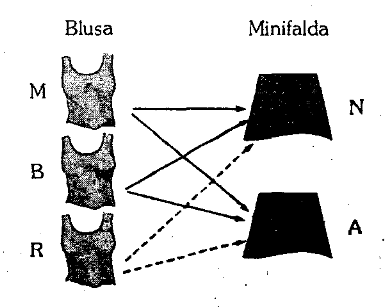
Ejemplo 01

Si María dispone de 3 blusas (marrón, blanco y rojo) y 2 minifaldas (negro y azul), ¿de cuántas formas distintas podrá vestirse usando ambas prendas?

a) 5 b) 3 c) 6
d) 4 e) 9

Resolución:

María puede empezar eligiendo la blusa y para ello tiene 3 opciones; luego de lo cual puede elegir la minifalda teniendo 2 opciones.



las formas de vestirse sería:

$$\underbrace{(M,N)\ (M,A)\ (B,N)\ (B,A)\ (R,N)\ (R,A)}_{6 \text{ formas}}$$

De otra forma el resultado se habría calculado así:

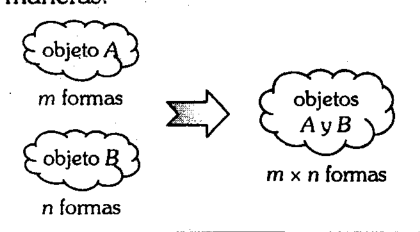
Blusa y Mini

de formas: $3 \times 2 = 6$

Clave: c

En general

Si un objeto *A* puede escogerse de ***m*** maneras y un objeto *B* puede escogerse de ***n*** maneras; la elección de *A* y *B* puede hacerse de ***m*** × ***n*** maneras.

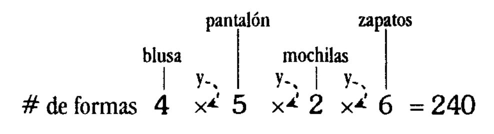


Ejemplo 02

Una alumna tiene para vestirse 4 blusas, 5 pantalones, 2 mochilas y 6 pares de zapatos ¿De cuántas formas se podrá vestir?

a) 120 b) 144 c) 100
d) 240 e) 110

Resolución:



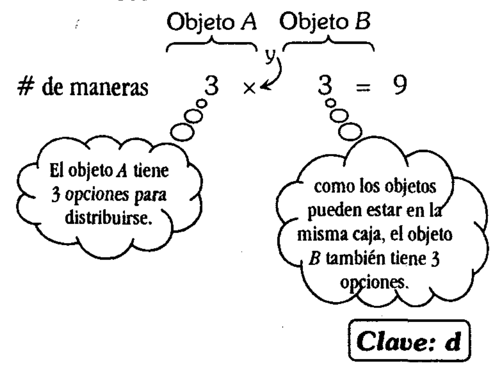
Clave: d

Ejemplo 03

Se tiene 3 cajas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede distribuir dos objetos *A* y *B* en dichas cajas, pudiendo ser que ambos queden en una misma caja?

a) 3 b) 6 c) 8
d) 9 e) 2

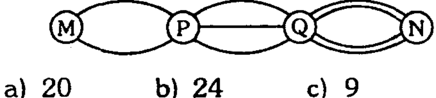
Resolución:



Clave: d

Ejemplo 04

De cuántas maneras se podría viajar de *M* a *N* según el gráfico.



a) 20 b) 24 c) 9
d) 30 e) 16

Resolución:

Aplicando el principio de multiplicación

$$\#\text{ de maneras} = \underbrace{2}_{\text{de M a P}} \times \underbrace{3}_{\text{de P a Q}} \times \underbrace{4}_{\text{de Q a N}} = 24$$

Clave: b

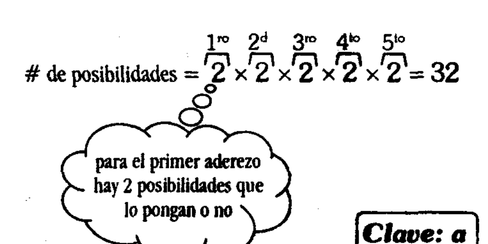
Ejemplo 05

En una pizzería se anuncia que es posible poner uno o más, de los 5 aderezos que ofrecen para la pizza, aunque también es posible que no le pongan ninguno. ¿Cuántas posibilidades tiene el cliente para pedir una pizza?

a) 32 b) 31 c) 64
d) 16 e) 63

Resolución:

Aplicando el principio de multiplicación:



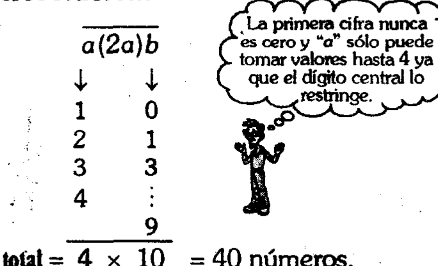
Clave: a

Ejemplo 06

¿Cuántos números de la forma $\overline{a(2a)b}$ existen?

a) 90 b) 160 c) 40
d) 46 e) 800

Resolución:



total = 4 × 10 = 40 números.

Clave: c

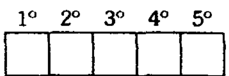
Ejemplo 07

Se quiere tomar una foto a un grupo de 8 alumnos, pero en la foto sólo pueden aparecer 5 alumnos sentados en línea recta. ¿De cuántas maneras diferentes se puede tomar dicha foto?

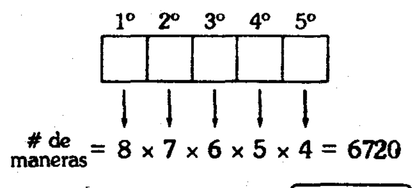
a) 40 320 b) 6 720 c) 5 600
d) 5 430 e) 20 320

Resolución:

Como sólo pueden aparecer 5 de los 8 alumnos:



El primer lugar lo puede ocupar cualquiera de los 8 alumnos, el segundo lugar cualquiera de los 7 restantes, el tercero cualquiera de los 6 que quedan y así sucesivamente.



Clave: b

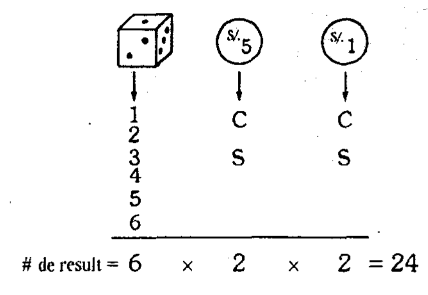
Ejemplo 08

¿Cuántos resultados diferentes se obtendrán al lanzar un dado, una moneda de S/. 5 y una moneda de S/. 1.

a) 20 b) 22 c) 24
d) 10 e) 12

Resolución:

Aplicando el principio de multiplicación:



Clave: c

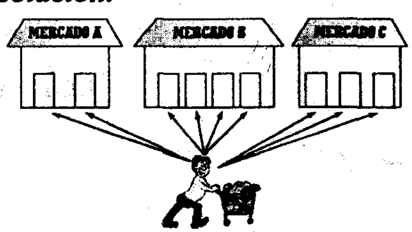
PRINCIPIO DE ADICIÓN

Ejemplo 01

Juancito desea comprar un tarro de leche y sabe que únicamente lo venden en los mercados A, B y C. En el mercado A lo venden en 2 puntos distintos, en B en 4 puestos diferentes y en C en sólo 3 puestos distintos. ¿De cuántas formas diferentes puede hacer su compra?

a) 24 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:



Observe que si compra en A ya no lo hace en B ni C y viceversa.

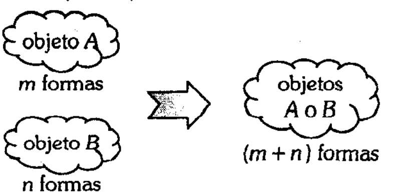
$$\#\text{ de maneras} = \underbrace{2}_{\text{En } A} \overset{o}{+} \underbrace{4}_{\text{En } B} \overset{o}{+} \underbrace{3}_{\text{En } C} = 9$$

∴ Puede hacer su compra de 9 maneras diferentes.

Clave: e

En general

Si un objeto A puede ser elegido de "m" maneras y otro objeto B de "n" maneras, entonces la elección de A o B, pero no de ambos, se puede efectuar de $(m + n)$ maneras.



Ejemplo 02

Adolfo decide ir de Huacho a Supe y debe decidir entre transporte en bicicleta, bus o auto. Si hay 3 rutas para ir en bicicleta, 5 rutas para el bus y 9 rutas para el auto. ¿De cuántas maneras distintas puede hacer su viaje?

a) 135 b) 19 c) 21
d) 17 e) 140

Resolución:

Aplicando el principio de adición:

$$\#\text{ de maneras} = \underbrace{3}_{\text{bicicleta}} \overset{o}{+} \underbrace{5}_{\text{Bus}} \overset{o}{+} \underbrace{9}_{\text{Auto}} = 17$$

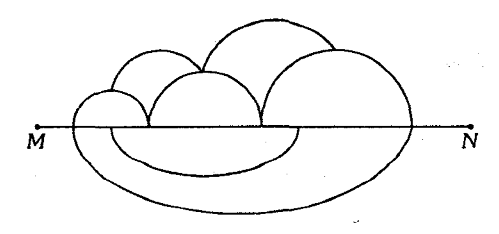
Clave: d

NOTA

Se aplicó el principio de Adición porque Adolfo sólo debe escoger una de las rutas.

Ejemplo 02

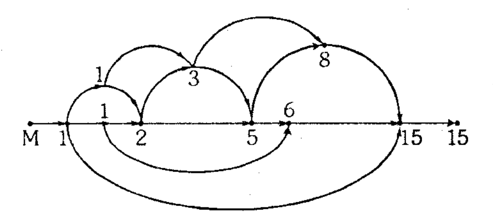
¿De cuántas formas diferentes se puede ir de M a N si siempre se avanza?



a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

Resolución:

Enumerando los caminos desde M hasta N tenemos:



$\therefore$ Se puede ir de 15 formas diferentes.

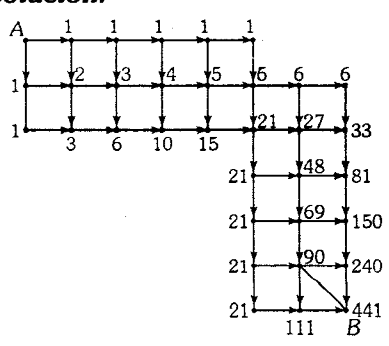
Clave: d

Ejemplo 04

¿De cuántas maneras diferentes se puede llegar de A hacia B? (sin retroceder)

a) 441
b) 132
c) 350
d) 351
e) 370

Resolución:

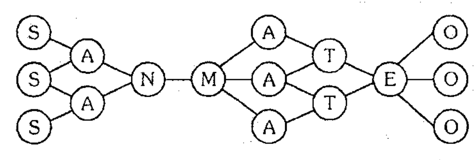


$\therefore$ Se puede llegar de 441 formas.

Clave: a

Ejemplo 05

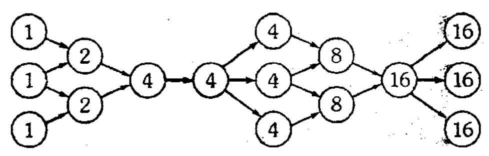
¿De cuántas formas distintas se puede leer SAN MATEO?



a) 16 b) 32 c) 64
d) 8 e) 48

Resolución:

Aplicando el principio de adición:



$\therefore$ Se puede leer de:

$16 + 16 + 16 = 48$ formas

Clave: e

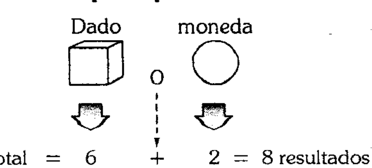
Ejemplo 06

¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener si lanzamos un dado o una moneda, pero no ambos?

a) 12 b) 8 c) 6
d) 2 e) 16

Resolución:

Aplicando el principio de adición:



Clave: b

TÉCNICAS DE CONTEO

PERMUTACIONES

Se denomina así a las diferentes ordenaciones que se pueden formar con una parte o con todos los elementos de un conjunto. Por ejemplo si tenemos las letras A, B y C y queremos permutarlas u ordenarlas de 2 en 2, tendremos:

$$\underbrace{AB, BA, AC, CA, BC, CB}_{\text{6 permutaciones}}$$

El número de permutaciones de 3 elementos tomados de 2 en 2 se representa por P_2^3 ; luego:

$$P_2^3 = 6$$

COMBINACIONES

Se denomina así a los diferentes grupos que se obtienen con una parte o con todos los elementos de un conjunto. Por ejemplo si tenemos las letras A, B y C, y queremos combinarlas de 2 en 2, es decir agruparlas de 2 en 2, las combinaciones serían:

$$\underbrace{\{A,B\} \ ; \ \{B,C\} \ ; \ \{A,C\}}_{\text{3 combinaciones}}$$

El número de combinaciones de 3 elementos tomados de 2 en 2 se representa por C_2^3, luego:

$$C_2^3 = 3$$

Note que el grupo $\{B,A\}$ es el mismo que el grupo $\{A,B\}$; por lo tanto en las combinaciones no interesa el orden de los elementos.

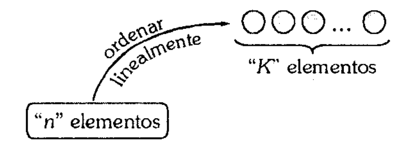
LA PERMUTACIÓN

Existen tres tipos:

- permutación lineal
- permutación circular
- permutación con elementos repetidos.

PERMUTACIÓN LINEAL

Se da cuando los elementos son distintos y se ordenan en línea abierta.



Ejemplo 01

Con las fichas ① ② ③ ④ ⑤ ¿cuántos números de 2 dígitos podemos formar?

a) 25 b) 9 c) 20
d) 10 e) 90

Resolución:

La primera cifra puede ser ocupada por cualquiera de las cinco fichas y la segunda por cualquiera de las 4 restantes.

Aplicando el principio de multiplicación.

$$\text{total de números} = 5 \times 4 = 20$$

se observa que los números serían:

$$\underbrace{12, 21, 13, 31, 14, 41, \dots, 54}_{\text{20 números}}$$

y se han obtenido luego de que escogimos las dos fichas y las ordenamos; es decir se trata de una permutación de 5 elementos tomados de 2 en 2; luego:

$$P_2^5 = 5 \times 4 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{3!}$$

$$P_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!}$$

En general

El número de permutaciones de n elementos tomados de K en K se calcula así

$$P_K^n = \frac{n!}{(n-K)!}$$

Ejemplo 02

De un salón de 10 alumnos se desea elegir un presidente, un secretario y un vocal ¿cuántas elecciones distintas puede hacerse?

a) 630 b) 1000 c) 720
d) 120 e) 540

Resolución:

Primero debemos elegir 3 alumnos de los 10 que tenemos y luego ordenarlos para que ocupen el cargo de presidente, secretario o vocal. Se trata de una permutación

$$\# \text{ de elecciones} = P_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 720$$

$\therefore$ Puede hacerse 720 elecciones distintas.

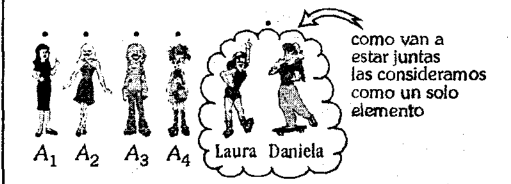
Clave: c

Ejemplo 03

De cuántas maneras diferentes se pueden colocar 6 alumnas en una fila de manera que Laura y Daniela siempre estén juntas?

a) 720 b) 240 c) 480
d) 600 e) 360

Resolución:



Entonces las formas de ordenar estos 5 elementos sería:

$$P_5^5 = \frac{5!}{0!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120$$

Pero no hay que olvidar que Laura y Daniel pueden cambiar de lugar.

Luego:

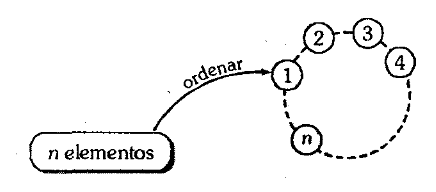
de maneras diferentes = 120 × 2 = 240

$\therefore$ Se pueden colocar de 240 maneras diferentes.

Clave: b

PERMUTACIÓN CIRCULAR

Se da cuando los elementos son distintos y se ordenan formando una circunferencia.



Ejemplo 01

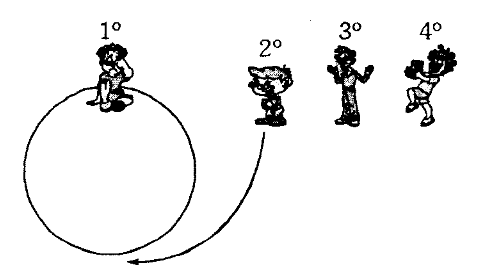
¿Cuántas **rondas distintas** pueden formarse con **4** niños?

a) 24 b) 6 c) 64
d) 16 e) 32

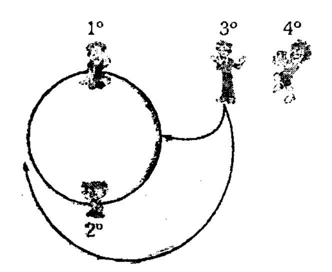
Resolución:

Aquí no importa el lugar de cada niño, ya que los niños giran, si no la posición del niño respecto a quienes están a sus costados.

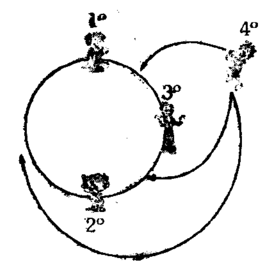
- Para ubicar al primer niño en la ronda solo hay un modo ya que es el único elemento en el círculo.
- Para ubicar al segundo también hay una manera, pues es el elemento ubicado inmediatamente después al primero.



- Para ubicar al tercero hay 2 formas de hacerlo.



- Para ubicar al cuarto hay tres formas de ubicarlo entre los 3 niños de la ronda.



luego:

$$\# \text{ de rondas} = \overset{1°}{1} \times \overset{2°}{1} \times \overset{3°}{2} \times \overset{4°}{3} = 3!$$
$$= 6$$

Clave: b

El número de formas en que 4 elementos se pueden colocar alrededor de un objeto se representa por Pc(4) , luego

$$Pc(4) = 3! = (4-1)!$$

En general

El número de maneras en que "n" objetos distintos se pueden ordenar formando una circunferencia se calcula así.

$$Pc(n) = (n-1)!$$

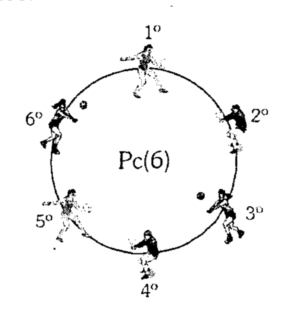
Ejemplo 02

¿De cuántas maneras distintas puede sentarse un equipo de voley alrededor de una mesa circular?

a) 720 b) 144 c) 120
d) 600 e) 24

Resolución:

Se trata de una permutación circular de 6 elementos.



de maneras $= Pc(6)$
$= 5! = 120$

Clave: c

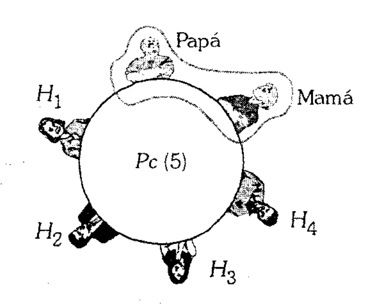
Ejemplo 03

¿De cuántas maneras diferentes pueden ubicarse una pareja de esposos y sus cuatro hijos alrededor de una mesa de modo que los esposos siempre queden juntos?

a) 24 b) 48 c) 60
d) 120 e) 72

Resolución:

Como se quiere que los esposos estén juntos, los consideramos como un solo elemento.



la pareja tiene 2 ! formas de ubicarse

de maneras $= Pc(5) \times 2!$
$= 4! \times 2! = 48$

Clave: b

NOTA

Usualmente cuando se ordena elementos alrededor de un objeto, lo que hacemos es imaginamos que todos ellos se encuentran en una línea imaginaria cerrada. Debido a esto no podemos decir cual es el primero ni el último, y lo que se estila hacer es fijar uno de los elementos y tomarlo como referencia, así los demás elementos pueden permutarse de todas las formas posibles.

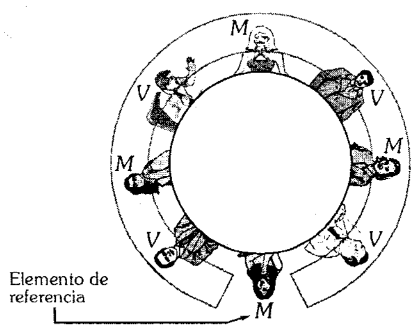
Ejemplo 04

De cuántas maneras diferentes 4 parejas de esposos se pueden ubicar en una mesa circular, para jugar casino, si varones y mujeres deben estar alternados?

a) 144 b) 96 c) 5040
d) 182 e) 210

Resolución:

Haciendo un esquema:



- las 3 mujeres pueden permutar en los lugares indicados de 3 ! formas.
- los 4 varones pueden permutar de 4 ! maneras.

$\therefore$ # de maneras = 3 ! × 4 ! = 144

Clave: a

PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS

Cuando se ordenan elementos, de los cuales hay algunos que se repiten.

Ejemplo 01

¿Cuántas palabras diferentes de 4 letras se pueden formar con las letras de la palabra **TOTO**, sin necesidad que tengan sentido o no?

a) 24 b) 6 c) 12
d) 8 e) 10

Resolución:

Si asumimos que la palabra está formada por letras diferentes O_1 ; O_2; T_1 y T_2 entonces el total de palabras sería:

$$P_4^4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Pero dentro de estas 24 palabras hay algunas repetidas por ejemplo OTTO, se repite 4 veces.

$O_1T_1T_2O_2$; $O_2T_1T_2O_1$; $O_1T_2T_1O_2$; $O_2T_2T_1O_1$

se ha tomado 4 veces una misma palabra porque hemos considerado que T_1 y T_2 eran diferentes y se ordenó de 2! formas. Igualmente O_1 y O_2 se ordenó de 2! formas, del cual se hacen 2 × 2 = 4 palabras.

Entonces de las 24 palabras, cada grupo de 4 representa una misma palabra.

$$\text{\# de palabras} = \frac{24}{4} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

los cuales son:

OOTT , OTOT , OTTO , TTOO , TOTO y TOOT

Clave: b

Identificando:

$$\text{\# de palabras} = \frac{4!}{2! \times 2!}$$

(4 letras: numerador; la T se repite 2 veces; la O se repite 2 veces)

En general

Si se tiene n elementos tales que hay K_1 elementos repetidos de una clase, K_2 elementos repetidos de una segunda clase y así sucesivamente, entonces el número de permutaciones se calcula así :

$$P^n_{K_1K_2K_3\ldots} = \frac{n!}{K_1! \times K_2! \times K_3! \times \ldots}$$

Ejemplo 02

¿Cuántas palabras diferentes aunque carezcan de sentido se pueden formar con las letras de la palabra **SOMOSMAS**?

a) 5040 b) 1680 c) 2100
d) 1860 e) 1668

Resolución:

Elementos: $\overbrace{\underbrace{SSS}_{3}\ \underbrace{OO}_{2}\ \underbrace{MM}_{2}A}^{8\text{ letras}}$

$$\#\text{ de palabras} = \frac{8!}{3!\times 2!\times 2!} = \frac{8\times 7\times 6\times 5\times \not{4}\times \not{3!}}{\not{3!}\times \not{2}\times \not{2}}$$

$$= 1680$$

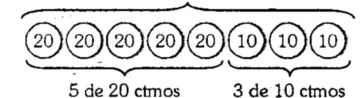
Clave: b

Ejemplo 03

¿De cuántas maneras distintas se pueden colocar alineadas 8 monedas, de las cuales 5 son de 20 céntimos y 3 de 10 céntimos?

a) 60 b) 56 c) 64
d) 72 e) 120

Resolución:



$$\#\text{ de maneras} = \frac{8!}{5!\times 3!} = \frac{8\times 7\times \not{6}\times \not{5!}}{\not{5!}\times \not{6}}$$

$$= 56$$

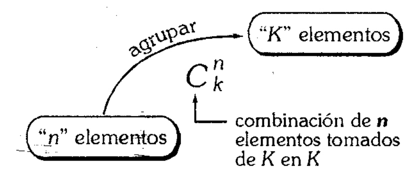
Clave: b

REGLA PRÁCTICA

$$P_k^n = \underbrace{n(n-1)(n-2)\times\ldots}_{k\text{ factores}}$$

LA COMBINACIÓN

Son las diferentes agrupaciones que se pueden formar con una parte o con todos los elementos de un conjunto. En una combinación no interesa el orden como se toman los elementos.



Ejemplo 01

¿Cuántos grupos de tres personas podemos formar, si disponemos de 5 personas en total?

a) 10 b) 30 c) 15
d) 45 e) 60

Resolución:

Con cada grupo de 3 personas podemos formar 3! ordenamientos; por lo tanto de todas las combinaciones podemos tener un total de $3!\times C_3^5$ ordenamientos, pudiéndose igualar al número de ordenaciones de 5 elementos tomados de 3 en 3; es decir:

$$3!\times C_3^5 = P_3^5$$

$$C_3^5 = \frac{P_3^5}{3!} = \frac{\frac{5!}{(5-3)!}}{3!} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

$\therefore$ podemos formar 10 grupos

Clave: a

En general

Si tenemos n elementos distintos y los agrupamos de K en K, el total de combinaciones o agrupaciones se calcula así:

$$C_K^n = \frac{n!}{K!(n-K)!}$$

Ejemplo 02

¿Cuántos sonidos diferentes pueden producirse con ocho teclas de un piano, si se tocan 4 de ellas simultáneamente?

a) 56 b) 70 c) 80
d) 32 e) 96

Resolución:

Cada grupo de 4 teclas distintas emite un solo sonido (no interesa el orden)

$$\# \text{ de sonidos} = C_4^8 = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{8!}{4!\times 4!}$$
$$= \frac{8\times 7\times 6\times 5\times 4!}{4!\times 24} = 70$$

∴ Pueden producirse 70 sonidos distintos

Clave: b

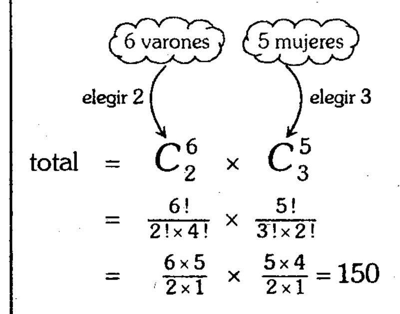
Ejemplo 03

De un grupo de 6 varones y 5 mujeres se va a elegir un comité de 5 personas que está integrado por 3 mujeres y 2 varones. ¿Cuántos comités diferentes pueden ser elegidos?.

a) 200 b) 150 c) 360
d) 480 e) 520

Resolución:

Del enunciado:



$$\text{total} = C_2^6 \times C_3^5$$
$$= \frac{6!}{2!\times 4!} \times \frac{5!}{3!\times 2!}$$
$$= \frac{6\times 5}{2\times 1} \times \frac{5\times 4}{2\times 1} = 150$$

∴ Pueden ser elegidos 150 comités

Clave: b

REGLA PRÁCTICA

$$C_k^n = \frac{n(n-1)(n-2)\times\ldots(k \text{ veces})}{k(k-1)(k-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1}$$

Ejemplo 04

Betty que es amiga de José, Pablo y 9 amigos más, ¿de cuántas maneras diferentes puede seleccionar un grupo de 5 para cenar si José y Pablo no pueden estar en el mismo grupo?

a) 126 b) 252 c) 384
d) 378 e) 276

Resolución:

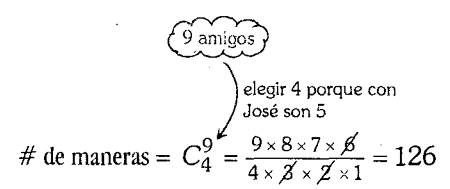
Se presentan 3 casos:

- Cuanto ni José ni Pablo están en el grupo de 5.

(9 amigos) — elegir 5

$$\# \text{ de maneras} = C_5^9 = \frac{9\times \not{8}\times 7\times 6\times \not{5}}{\not{5}\times \not{4}\times 3\times \not{2}\times 1} = 126$$

- Cuando José está incluido y Pablo no.



$$\# \text{ de maneras} = C_4^9 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \not{6}}{4 \times \not{3} \times \not{2} \times 1} = 126$$

- Cuando Pablo está incluido y José no.

$$\# \text{ de maneras} = C_4^9 = 126$$

$$\therefore \text{ total} = 126 + 126 + 126 = 378$$

Clave: d

PROPIEDADES

- $C_0^n = 1 \qquad C_1^n = n \qquad C_n^n = 1$
- $C_k^n = C_{n-k}^n$
- $C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1}$
- $C_1^n + C_2^n = C_3^n + \ldots + C_n^n = 2^n - 1$

Ejemplo 05

En una juguería se tiene las siguientes frutas disponibles: naranja, plátano, papaya, mango y fresa. Un grupo de amigos solicitan todos los tipos de jugo que se pueden obtener con las frutas mencionadas. ¿Cuántos amigos son como máximo, si a cada uno le tocó un jugo diferente?

a) 32 b) 33 c) 25
d) 36 e) 31

Resolución:

Del enunciado:

$\#$ de frutas = 5

Para preparar el jugo se puede usar una sola fruta o combinar varias; además si usamos por ejemplo 2 frutas, sin importar el orden en que se mezclen se obtendrá un solo jugo; por lo tanto no interesa el orden de los elementos.

$$\# \text{ de jugos} = C_1^5 + C_2^5 + C_3^5 + C_4^5 + C_5^5$$
$$= 2^5 - 1 = 31$$

$\therefore$ Son 31 amigos como máximo.

Clave: e

Ejemplo 06

Simplifique: $Z = \dfrac{C_5^{10} + 2C_6^{10} + C_7^{10}}{\left(C_4^9 + 2C_5^9 + C_6^9\right) + C_7^{11}}$

a) 1 b) 10 c) 17
d) 8 e) 24

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$Z = \frac{C_5^{10} + C_6^{10} + C_6^{10} + C_7^{10}}{C_4^9 + C_5^9 + C_5^9 + C_6^9 + C_7^{11}}$$

$$Z = \frac{C_6^{11} + C_7^{11}}{C_5^{10} + C_6^{10} + C_7^{11}} = \frac{C_7^{12}}{C_6^{11} + C_7^{11}}$$

$$Z = \frac{C_7^{12}}{C_7^{12}} = 1$$

Clave: a

COMBINACIÓN CON REPETICIÓN

Se denomina así al número de maneras en que se puede escoger un grupo de elementos de un total dado, pudiendo repetir sus elementos cada grupo.

Ejemplo 01

Se desea comprar 2 frutas (iguales o diferentes) y se dispone de manzanas, naranjas, papayas y fresas. ¿De cuántas maneras puede hacerse?

a) 10 b) 11 c) 8
d) 12 e) 20

Resolución:

Podría pensarse que el total de manera es $C_2^4 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$;

manzana

$\underbrace{(M,N)\ (M,P)\ (M,F)\ (N,P)\ (N,F)\ (P,F)}_{6 \text{ maneras}}$

pero no es así ya que podríamos escoger frutas iguales.

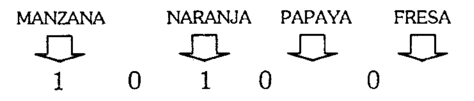
$\underbrace{(M,N)(M,P)(M,F)(N,P)(N,F)(P,F)(M,M)(N,N)(P,P)\ (F,F)}_{10 \text{ maneras}}$

Clave: a

Matemáticamente el problema se podría resolver así:
Cifremos cada compra mediante ceros y unos; es decir escribiremos tantas unidades como manzanas se han comprado, después para separar las manzanas y naranjas escribiremos un cero; y después tantas unidades como naranjas se han comprado, luego escribiremos nuevamente un cero y así sucesivamente.

Ejemplo:

1 manzana, 1 naranja, 0 papayas , 0 fresas:



0 manzanas, 0 naranjas, 0 papayas, 2 fresas

MANZANA NARANJA PAPAYA FRESA

0 0 0 11

Se observa que a cada compra le corresponde un arreglo de 2 unos y 3 ceros, así pues el número de compras diferentes es igual al de permutaciones que se pueden hacer con 2 unos y 3 ceros.

$$\# \text{ de compras} = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$

Identificando:

$$\underbrace{CR_2^4}_{\substack{\text{combinación}\\ \text{con repetición}}} = \frac{5!}{2! \times 3!} = C_2^5 = C_2^{4+2-1}$$

En general

Si se tienen objetos de n tipos diferentes, entonces el número de grupos de k elementos que podemos formar pudiendo repetir elementos se calcula así:

$$CR_K^n = C_k^{n+k-1}$$

Ejemplo 02

¿De cuántas maneras diferentes se puede comprar 7 refrescos en una tienda donde lo ofrecen en 4 sabores distintos?

a) 135 b) 100 c) 120
d) 240 e) 40

Resolución:

Como los 7 refrescos pueden ser diferentes o del mismo tipo:

$$\# \text{ de maneras} = CR_7^4 = C_7^{4+7-1} = C_7^{10}$$

$$= C_3^{10} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

Clave: c

Problemas Resueltos

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS COMBINATORIO

PROBLEMA 01

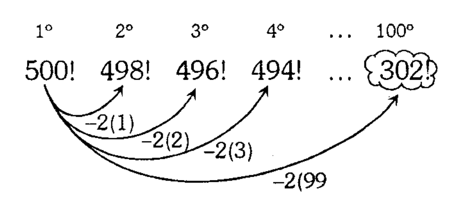
En cuántos ceros termina el desarrollo de:

$$M = (\underbrace{500! + 498! + 496! + \dots}_{100 \text{ sumandos}})^3$$

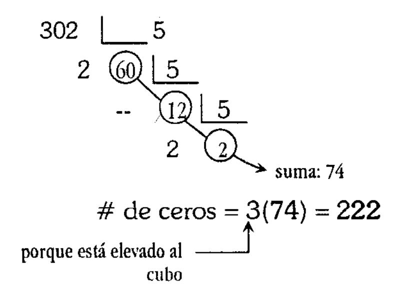
a) 220 b) 222 c) 77
d) 74 e) 272

Resolución:

La cantidad de ceros lo determina el menor de los números:



Entonces encontremos en cuántos ceros termina el desarrollo de 302! aplicando divisiones sucesivas



de ceros = 3(74) = 222

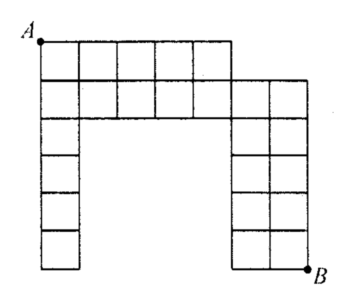
porque está elevado al cubo

∴ Termina en 222 ceros

Clave: b

PROBLEMA 02

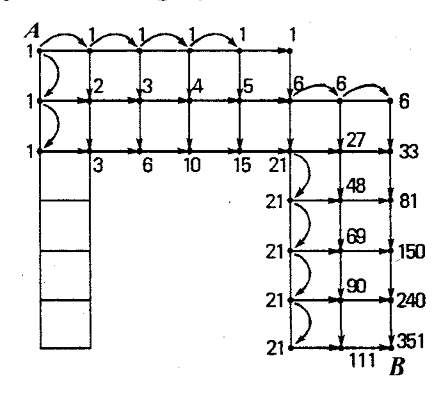
De cuántas maneras diferentes se puede llegar de A hacia B (sin retroceder)



a) 351 b) 132 c) 350
d) 358 e) 370

Resolución:

Aplicando la regla práctica:



∴ Se puede llegar de 351 maneras

Clave: a

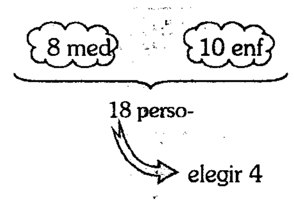
PROBLEMA 03

En una clínica trabajan 8 médicos y 10 enfermeras. ¿Cuántas guardias diferentes de 4 personas se pueden realizar, si siempre hay un médico y una enfermera?

a) 2780 b) 5560 c) 1390
d) 2870 e) 2700

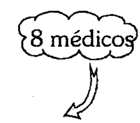
Resolución:

Primero encontremos el total de guardias de 4 personas:



$$\text{total} = C_4^{18} = \frac{18\times17\times16\times15}{4\times3\times2\times1} = 3060$$

En este total están incluidos aquellos grupos de puros médicos y puras enfermeras, es decir lo que no deseamos. ¡Contemos cuántos son!



10 enf.

elegir 4 elegir 4

$$C_4^8 = \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1} = 70$$

$$C_4^{10} = \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1} = 210$$

$\therefore$ Total de guardias $= 3060 - 70 - 210 = 2780$

Clave: *a*

PROBLEMA 04

Una compañía aérea debe realizar diariamente 5 viajes al Cuzco, 3 a Trujillo y 2 a Iquitos. ¿De cuántas maneras distintas puede realizar dicho itinerario?

a) 2520 b) 10 c) 30
d) 2640 e) 2250

Resolución:

Debe ir 5 veces al Cuzco, 3 a Trujillo y 2 a Iquitos; y una forma de hacerlo sería así:

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
C	C	C	C	C	T	T	T	I	I

las otras formas se obtienen al permutar las letras; por lo tanto se trata de una permutación con elementos repetidos.

Total: 10 viajes

$$\#\text{ de maneras} = \frac{10!}{5!\times3!\times2!} = 2520$$

5 al Cuzco; 3 a Trujillo; 5 a Iquitos

Clave: *a*

PROBLEMA 05

$$\text{Si}: \quad \frac{(n!)!(n!)+(n!)!}{(n!-1)!n!} = 5!+1$$

$$\text{Calcular}: \quad \frac{\left[((n-2)!)!\right]!}{\left[(n+3)(n+4)(n+5)\right]!}$$

a) 1 b) 2 c) ½
d) $^1/_3$ e) 3

Resolución:

$$\text{Como}: \quad \frac{(n!)!(n!)+(n!)}{(n!-1)} = 5!+1$$

hacemos: $n! = x$

$$\frac{x!(x)+x!}{(x-1)!x} = 120+1$$

$$\frac{\cancel{x!}(x+1)}{\cancel{x!}} = 121$$

$$x+1 = 121$$

$$x = 120$$

$$n! = 120 = 5!$$

$$n = 5$$

Piden : $\dfrac{((3!)!)!}{(8\times 9\times 10)!} = \dfrac{(6!)!}{720!} = \dfrac{720!}{720!} = 1$

Clave: a

PROBLEMA 06

Calcular:

$$K = \left(\frac{3}{4!}+\frac{4}{5!}+\frac{5}{6!}+\ldots+\frac{9}{10!}\right)+\frac{(2!)!}{(9!)(20)}$$

a) $^1/_3$ b) $^1/_4$ c) $^1/_{10}$
d) $^1/_6$ e) $^1/_5$

Resolución:

Observe que:

$$\frac{3}{4!} = \frac{4-1}{4!} = \frac{4}{4!}-\frac{1}{4!} = \frac{1}{3!}-\cancel{\frac{1}{4!}}$$

$$\frac{4}{5!} = \frac{5-1}{5!} = \frac{5}{5!}-\frac{1}{5!} = \cancel{\frac{1}{4!}}-\cancel{\frac{1}{5!}}$$

$$+\quad \frac{5}{6!} = \frac{6-1}{6!} = \frac{6}{6!}-\frac{1}{6!} = \cancel{\frac{1}{5!}}-\cancel{\frac{1}{6!}}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\frac{9}{10!} = \frac{10-1}{10!} = \frac{10}{10!}-\frac{1}{10!} = \cancel{\frac{1}{9!}}-\frac{1}{10!}$$

$$\frac{3}{4!}+\frac{4}{5!}+\frac{5}{6!}+\ldots+\frac{9}{10!} = \frac{1}{3!}-\frac{1}{10!}$$

Luego:

$$K = \left(\frac{1}{3!}-\frac{1}{10!}\right)+\frac{(2!)!}{(9!)(20)}$$

$$K = \frac{1}{3!}-\frac{1}{10!}+\frac{2}{(9!)(20)}$$

$$K = \frac{1}{3!}-\cancel{\frac{1}{10!}}+\cancel{\frac{1}{(10)!}}$$

$$K = \frac{1}{6}$$

Clave: d

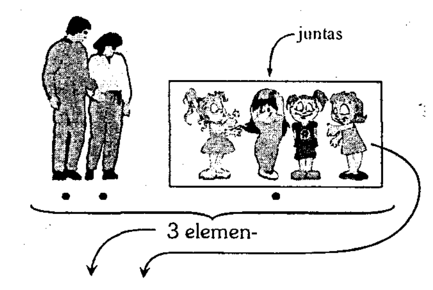
PROBLEMA 07

Una pareja de esposos y sus cuatro niñas van al cine y encuentran 6 asientos en la misma fila. ¿De cuántas maneras pueden sentarse si las cuatro niñas siempre quieren estar sentadas juntas?

a) 72 b) 120 c) 36
d) 144 e) 48

Resolución:

Del enunciado:



total = 3! × 4! = 6 × 24 = 144 maneras

Clave: d

PROBLEMA 08

¿Cuántos números de 5 cifras existen tal que el producto de sus cifras sea igual a 18?

a) 90 b) 70 c) 100
d) 110 e) 120

Resolución:

Caso 1:

$$\left.\begin{matrix} 9 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 9 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ & & \vdots & & \end{matrix}\right\} \frac{5!}{3!} = 20 \#_s$$

Caso 2:

$$\left.\begin{matrix} 3 & 6 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 1 & 2 \\ & & \vdots & & \end{matrix}\right\} \frac{5!}{3!} = 20 \#_s$$

Caso 3:

$$\left.\begin{matrix} 3 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ & & \vdots & & \end{matrix}\right\} \frac{5!}{2! \times 2!} = 30 \#_s$$

$\therefore$ total de números: $20 + 20 + 30 = 70$

Clave: b

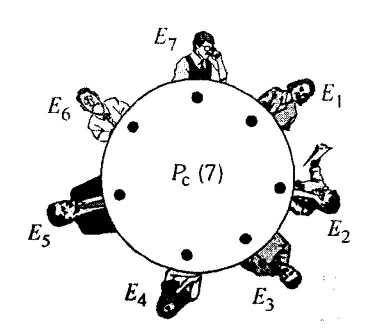
PROBLEMA 09

¿De cuántas maneras diferentes se puede ubicar siete personas alrededor de una mesa circular, si dos de ellas no se sientan juntas?

a) 720 b) 600 c) 540
d) 480 e) 5040

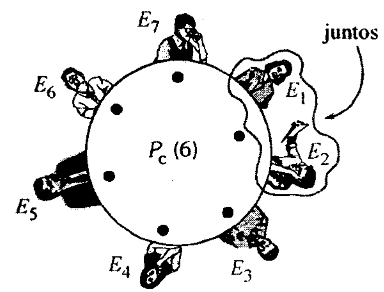
Resolución:

Encontremos el total de formas en que se pueden sentar las siete personas.



$$\Rightarrow \text{total} = P_c(7) = 6! = 720$$

Ahora encontremos el total de formas cuando dos personas (E_1 y E_2) están juntas



E_1 y E_2 pueden cambiar de lugar

$$\Rightarrow \text{total} = 2 \times P_c(6) = 2 \times 5! = 240$$

$$\therefore \quad \text{Piden}: 720 - 240 = 480$$

$\therefore$ Se pueden ubicar de 480 maneras

Clave: d

PROBLEMA 10

Cuántos números de la forma

$$\overline{(a-2)(b+3)(a+6)b}$$

existen en el sistema duodecimal.

a) 30 b) 24 c) 27
d) 21 e) 729

Resolución:

Encontremos el valor que puede tomar cada letra:

$$\overline{(a-2)(b+3)(a+6)b}_{(12)}$$

$a-2$	$b+3$
↓	↓
3	0
4	1
5	2
	3
	⋮
	8

total: 3 × 9 = 27 números

Clave: c

PROBLEMA 11

Si existen 40 números de la forma:

$$\overline{a(n-a)(n+5-a)b(b+3)}$$

en base n. Halle el valor de n.

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 15

Resolución:

$$\overline{a(n-a)(n+5-a)b(b+3)}_{(n)}$$

a: 6, 7, 8, 9, ⋮, $(n-1)$ → $(n-6)$ #s

b: 0, 1, 2, 3, ⋮, $(n-4)$ → $(n-3)$ #s

Total: $(n-6) \times (n-3) = 40$

$$(n-6)(n-3) = 5 \times 8$$

$\therefore$ $n = 11$

Clave: b

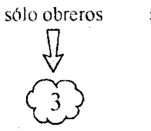
PROBLEMA 12

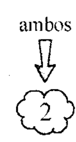
Tres muchachos y dos muchachas escogen lugar de trabajo. En la ciudad hay tres fábricas en las que son necesarios sólo obreros, dos fábricas en las que sólo se aceptan obreras y dos fábricas en las que se necesitan hombres y mujeres. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir entre estas fábricas?

a) 1600 b) 1000 c) 2000
d) 60 e) 2^{23}

Resolución:

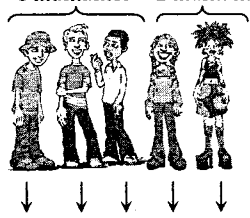
Del enunciado:





Cada muchacho tiene 5 opciones para escoger y cada muchacha 4.

3 muchachos 2 muchachas



total = 5 × 5 × 5 × 4 × 4 = 2000 maneras

Clave: c

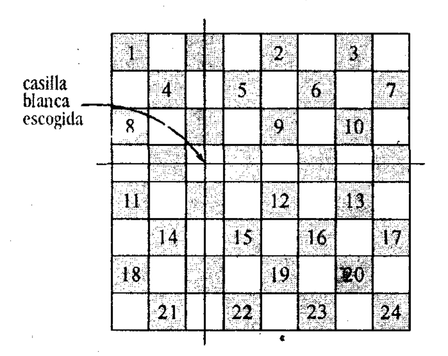
PROBLEMA 13

¿De cuántas maneras se pueden escoger en el tablero de ajedrez una casilla blanca y una negra que no estén en una misma línea horizontal ni vertical?

a) 701 b) 720 c) 768
d) 920 e) 1020

Resolución:

Como en el tablero hay 32 casillas blancas y 32 casillas negras; la casilla blanca lo podemos escoger de 32 formas.
Ahora veamos la casilla negra (que no debe estar en la misma línea horizontal ni vertical) de cuántas maneras puede escogerse:



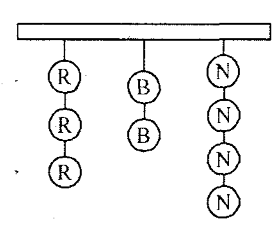
⇒ la casilla negra puede escogerse de 24 formas.

$$\therefore \text{ total} = \overbrace{32}^{\text{Blanca}} \overset{\text{y}}{\times} \overbrace{24}^{\text{Ne-}} = 768 \text{ maneras}$$

Clave: c

PROBLEMA 14

Nueve platillos (de forma idéntica) se ordenan como se muestra en la figura. Un deportista debe romper los nueve platillos con su pistola y nueve balas, para esto siempre debe romper el platillo que queda en la parte inferior en cualquiera de las columnas. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo?



a) 1200 b) 720 c) 1440
d) 1260 e) 1720

Resolución:

Una forma de romper los platillos sería.

RRRBBNNNN

es decir primero los platillos de la primera columna, luego los de la segunda y finalmente los de la tercera.
Las otras formas de romper los platillos los encontramos permutando las letras, es decir:

RRRBBNNNN
RRRNBNNNB
RBBRRNNNN
⋮

$$\frac{\overset{\text{nueve letras}}{9!}}{\underset{R}{3!}\times \underset{B}{2!}\times \underset{N}{4!}} = 1260 \text{ formas}$$

∴ Puede hacerlo de 1260 formas distintas.

Clave: d

PROBLEMA 15

Halle el valor de:

$$S = 3C_0^n + 7C_1^n + 11C_2^n + 15C_3^n + \ldots \quad (n+1 \text{ sumandos})$$

a) $2^n n - 2^n + 1$ b) $2^{n-1} - 2^n + 1$
c) $2^{n+1} \cdot n + 2^n \cdot 3$ d) $2^{n+1} - 2^n$
e) $2^{n+1} n - 2^n$

Resolución:

$$S = 3C_o^n + 7C_1^n + 11C_2^n + \ldots + (4n-1)\,C_{n-1}^n + (4n+3)C_n^n \quad +$$
$$S = (4n+3)C_n^n + (4n-1)C_{n-1}^n(4n-5)C_{n-2}^n + \ldots + 7\,C_1^n + 3C_o^n$$

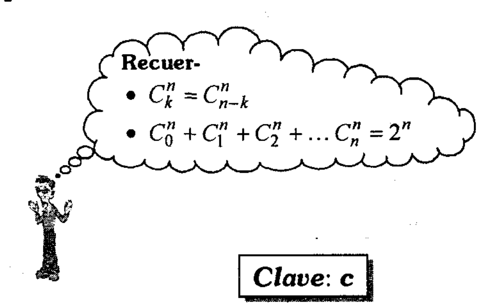
$$2S = (4n+6)C_0^n + (4n+6)C_1^n + (4n+6)C_2^n + \ldots + (4n+6)\,C_{n-1}^n + (4n+6)C_n^n$$

$$2S = (4n+6)\left(C_0^n + C_1^n + C_2^n + \ldots + C_n^n\right)$$

$$2S = (4n+6)\,(2^n)$$

$$S = (2n+3)(2^n)$$

$$S = 2^{n+1} \cdot n + 2^n \cdot 3$$



Clave: c

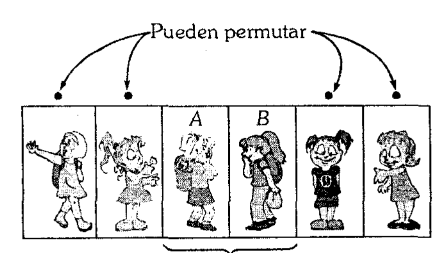
PROBLEMA 16

Seis alumnas desean sentarse en una carpeta de 6 asientos. ¿De cuántas maneras diferentes podrían hacerlo si dos de ellos siempre se sientan en los dos asientos centrales?

a) 120 b) 24 c) 720
d) 12 e) 48

Resolución:

Sean A y B las alumnas que siempre se sientan en los asientos centrales.



Como A y B permanecen fijos y las otras 4 pueden permutar:

$$\#\text{ de maneras} = P_4^4 = 4\,!$$

pero no olvidemos que A y B pueden cambiar de lugar

$$\therefore \text{ total} = 2(4!) = 48 \text{ maneras}$$

Clave: e

PROBLEMA 17

Utilizando las cifras: $0;1;3;5;8;9$. ¿Cuántos números diferentes se pueden formar de tal manera que sean mayores que 3 000, pero menores que 9 000?

a) 648 b) 657 c) 617
d) 647 e) 627

Resolución:

cifras: $0, 1, 3, 5, 8, 9$

$$3000 < \overline{abcd} < 9000$$

a	b	c	d
3	0	0	0
5	1	1	1
8	3	3	3
	5	5	5
	8	8	8
	9	9	9

$$3\times6\times6\times6 = 648$$

pero ¡cuidado! esta no es la respuesta ya que dentro de los 648 números hay uno que no debemos considerarlo: 3 000

$\therefore$ total = 648 – 1 = 647 números

Clave: d

PROBLEMA 18

¿De cuántas maneras puede vestirse Lalo si tiene 6 pantalones, 4 camisas y 5 pares de zapatos, todos de diferente color entre sí. Si la camisa blanca siempre lo usa con el pantalón azul y éste con ninguna otra camisa?

a) 90 b) 80 c) 95
d) 75 e) 65

Resolución:

Si no consideramos la camisa blanca ni el pantalón azul:

$$\#\text{ de manera} = \overset{\text{pantalón}}{\underset{6 - 1}{5}} \times \overset{\text{camisa}}{\underset{4 - 1}{3}} \times \underset{\text{zapato}}{5} = 75$$

la camisa blanca lo puede combinar solo con el pantalón azul y cualquier par de zapatos.

$$\#\text{ de manera} = \overset{\text{pantalón}}{\underset{\text{el azul}}{1}} \times \overset{\text{camisa}}{\underset{\text{la blanca}}{1}} \times \underset{\text{zapato}}{5} = 5$$

$\therefore$ total = 75 + 5 = 80 maneras

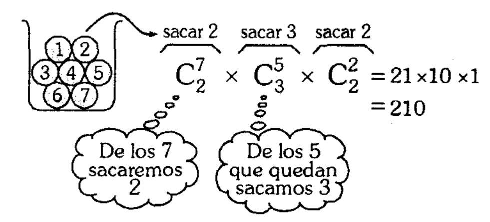
Clave: b

PROBLEMA 19

Tenemos 7 bolas numeradas y se quiere saber de cuántas maneras podemos sacar primero 2 bolas, luego 3 y finalmente 2 en ese orden.

a) 120 b) 210 c) 420
d) 720 e) 56

Resolución:



$$C_2^7 \times C_3^5 \times C_2^2 = 21\times10\times1 = 210$$

$\therefore$ Podemos sacar de 210 maneras

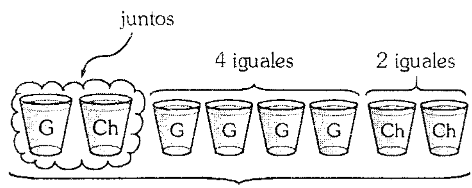
Clave: b

PROBLEMA 20

Se tiene 8 vasos descartables de un mismo tipo, 5 de los cuales están llenos con gaseosas y los 3 restantes con refresco chicha morada. ¿Dé cuántas maneras diferentes se pueden ordenar linealmente los vasos llenos; si dos vasos conteniendo gaseosa y chicha tienen que estar siempre juntos?

a) 120 b) 105 c) 168
d) 210 e) 350

Resolución:



$$\text{total} = \frac{7!}{4!\times 2!}\times 2$$ ← los que están juntos pueden intercambiarse

$$= 210 \text{ maneras}$$

Clave: d

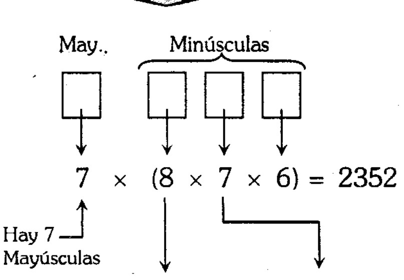
PROBLEMA 21

¿Cuántas palabras de 4 letras se pueden formar con 7 mayúsculas y 8 minúsculas, de tal forma que cada palabra empiece en mayúsculas y las demás sean minúsculas, siendo todas las letras diferentes?

a) 5586 b) 4432 c) 3241
d) 2352 e) 7421

Resolución:

7 mayúsculas y 8 minúsculas



esta letra puede ser cualquiera de las 8 minúsculas.

como todas las letras son diferentes y ya usamos una minúscula quedan 7 para llenar esta casilla.

∴ Se pueden formar 2352 palabras

Clave: d

PROBLEMA 22

Cuántos números existen de la forma:

$$\overline{a(a+2)\left(\frac{b}{3}\right)(b)(4c)(c-1)}$$

a) 120 b) 35 c) 42
d) 128 e) 56

Resolución:

Analizando los valores que puede tomar cada letra:

$$\overline{a(a+2)\left(\frac{b}{3}\right)(b)(4c)(c-1)}$$

a	b	c
1	0	1
2	3	2
3	6	
4	9	
5		
6		
7		

total = 7 × 4 × 2 = 56

∴ Existen 56 números

Clave: e

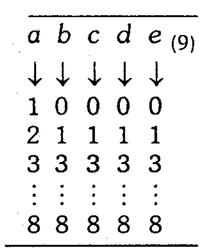
PROBLEMA 23

Calcule cuántos números del sistema nonario con 5 cifras existen, cuyo producto de cifras sea par o cero.

a) 51 464 b) 32 200 c) 50 440
d) 17 200 e) 35 400

Resolución:

Calculemos cuántos números de 5 cifras existen en total.



$\overline{abcde}_{(9)}$

a	b	c	d	e
↓	↓	↓	↓	↓
1	0	0	0	0
2	1	1	1	1
3	3	3	3	3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8	8	8	8	8

total $= 8\times9\times9\times9\times9 = 52\,488$

- Ahora hallemos cuántos de estos números no tienen como producto de cifras un número par o cero.

$\overline{abcde}_{(9)}$

a	b	c	d	e
↓	↓	↓	↓	↓
1	1	1	1	1
3	3	3	3	3
5	5	5	5	5
7	7	7	7	7

Para que el producto de cifras no sea par ni cero, todas las cifras deben ser impares

$4\times4\times4\times4\times4 = 1024$

$\therefore$ total de números $= 52\,488 - 1024$
$= 51\,464$

Clave: a

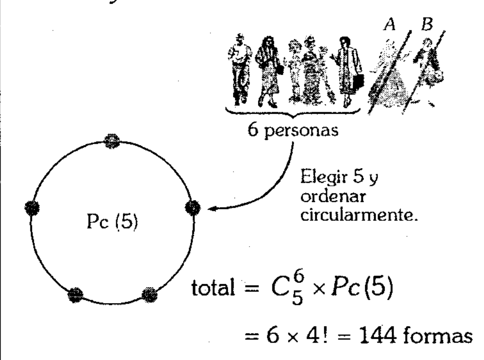
PROBLEMA 24

En una reunión hay 8 personas, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar 5 de ellas alrededor de una mesa, si hay 2 de ellas (A y B) que no pueden estar en la mesa a la vez?

a) 864 b) 924 c) 720
d) 900 e) 800

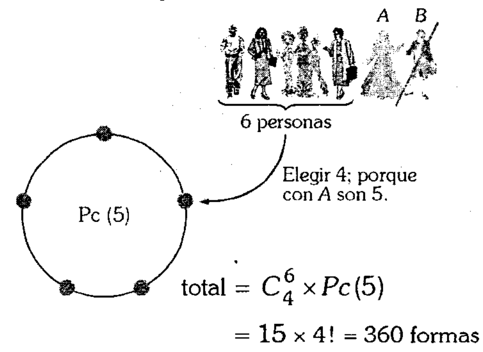
Resolución:

- Si A y B no están en la mesa:



total $= C_5^6 \times Pc(5)$
$= 6 \times 4! = 144$ formas

- Si está A, pero no B:



total $= C_4^6 \times Pc(5)$
$= 15 \times 4! = 360$ formas

- Si está B, pero no A:
total = 360 formas

$\therefore$ Se pueden ordenar de:
$144 + 360 + 360 = 864$ maneras

Clave: a

PROBLEMA 25

¿Cuántos números capicúas de 5 cifras existen en base 8, de tal manera que no empiecen en 3 y nunca terminen en 5?

a) 216 b) 180 c) 125
d) 320 e) 140

Resolución:

Un número capicúa de 5 cifras es de la forma:

$$\overline{a\,b\,c\,b\,a}_{(8)}$$

a ↓	b ↓	c ↓
1	0	0
2	1	1
~~3~~	3	3
4	4	4
~~5~~	5	5
6	6	6
7	7	7

total = $5 \times 8 \times 8 = 320$ números

∴ Existen 320 números

Clave: d

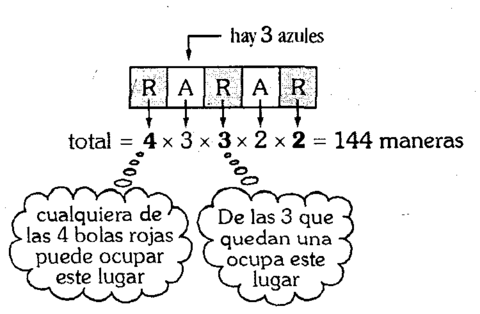
PROBLEMA 26

Se tienen 4 bolas rojas y 3 azules (todos de diferentes tamaño). ¿De cuántas maneras distintas se pueden ubicar en una repisa donde sólo entran 5 y deben estar alternados?

a) 144 b) 72 c) 216
d) 220 e) 238

Resolución:

Caso I



Caso II

A	R	A	R	A
↓	↓	↓	↓	↓

$\mathbf{3} \times 4 \times \mathbf{2} \times 3 \times \mathbf{1} = 72$ maneras

$$\text{total} = 144 + 72 = 216$$

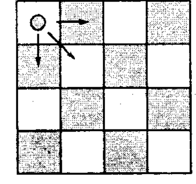
∴ Se puede ubicar de 216 maneras distintas.

Clave: c

PROBLEMA 27

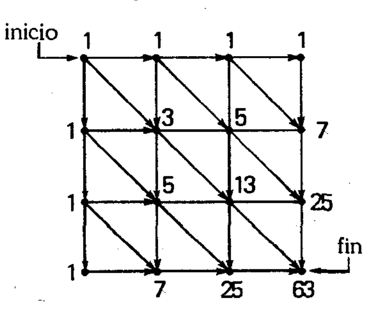
De cuántas formas distintas podrá llegar la ficha al cuadrado inferior derecho, si los movimientos permitidos son los que indica la flecha y sólo se puede avanzar una casilla.

a) 20
b) 21
c) 65
d) 63
e) 26



Resolución:

Haciendo un esquema:



∴ Podrá llegar de 63 formas

Clave: d

PROBLEMA 28

¿Cuántos números de la forma:

$\overline{(a+b)\,cdba}$ existen?

a) 10 000 b) 9 000 c) 5 400
d) 900 e) 3 600

Resolución:

Si: $a=0$ tenemos:

$$\overline{b\,c\,d\,b\,0}$$

b	c	d
↓	↓	↓
1	0	0
2	1	1
3	2	2
⋮	⋮	⋮
9	9	9

total = $9\times10\times10 = 900\ \#_s$

Si : $a=1$; tenemos:

$$\overline{(1+b)\,c\,d\,b\,1}$$

b	c	d
↓	↓	↓
0	0	0
1	1	1
2	2	2
⋮	⋮	⋮
8	9	9

total = $9\times10\times10 = 900\ \#_s$

Si $a=2$: tenemos:

$$\overline{(2+b)\,c\,d\,b\,2}$$

b	c	d
↓	↓	↓
0	0	0
1	1	1
2	2	2
⋮	⋮	⋮
7	9	9

total = $8\times10\times10 = 800\ \#_s$

Si $a=3$: tenemos:

$$\overline{(3+b)\,c\,d\,b\,3}$$

b	c	d
↓	↓	↓
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
6	9	9

total = $7\times10\times10 = 700\ \#_s$

Si : $a=4 \Rightarrow 600\ \#_s$
Si : $a=5 \Rightarrow 500\ \#_s$
⋮
Si : $a=9 \Rightarrow 100\ \#_s$

$\therefore$ total $= (100+200+300+\ldots+900)+900$

$= 100\,(1+2+3+\ldots+9)+900$

$= 100\,\frac{(9\times10)}{2}+900 = 5400\ \#s$

Clave: c

PROBLEMA 29

¿Cuántas palabras diferentes de 5 letras distintas formadas por 2 vocales y 3 consonantes se pueden formar, sin interesar el sentido, escogiendo de las letras de la palabra ESQUILMAR?

a) 60 b) 120 c) 240
d) 2400 e) 7200

Resolución:

ESQUILMAR ⟶ 4 vocales y 5 conson.

$$\# \text{ de grupos} = \overbrace{C_2^4}^{\text{elegir 2}} \times \overbrace{C_3^5}^{\text{elegir 3}} = 60$$

Cada grupo de 5 letras se puede ordenar de 5 ! maneras.

∴ # de palabras = 60 (5!) = 7200

Clave: e

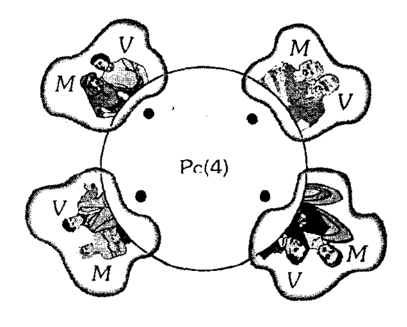
PROBLEMA 30

¿De cuántas maneras 4 parejas de esposos se puede ubicar en una mesa circular para jugar casino, si estas parejas siempre juegan juntas?

a) 100 b) 7 ! c) 96
d) 124 e) 144

Resolución:

Considerando cada pareja como un solo elemento:



⇒ total = Pc(4) = 3 !

Como cada pareja puede cambiar de lugar:

$$\text{total} = 3! \times \underset{1^{\circ}\text{ pareja}}{2!} \times \underset{2^{\circ}\text{ pareja}}{2!} \times \underset{3^{\circ}\text{ pareja}}{2!} \times \underset{4^{\circ}\text{ pareja}}{2!} = 96$$

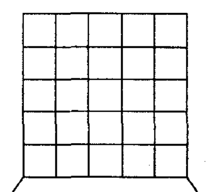
∴ Se pueden ubicar de 96 formas

Clave: c

PROBLEMA 31

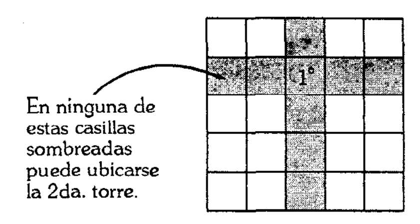
Se tienen 5 torres, de las que se utilizan en el ajedrez; y cada torre es de un color diferente. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar dicha torres en el tablero que se muestra en la figura de modo que entre ellas no puedan "comerse"?

a) 10 000
b) 19 600
c) 12 500
d) 25 600
e) 14 400

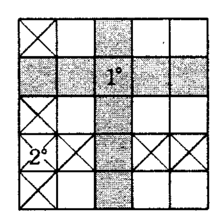


Resolución:

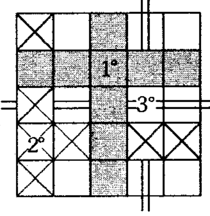
Para que las torres no se coman, no deben estar en la misma fila, ni en la misma columna. La primera torre que se ubique tiene 5 × 5 = 25 opciones para hacerlo; pero la segunda 4 × 4 = 16 opciones.



la tercera torre tendrá 3 × 3 = 9 opciones.



La cuarta torre tendrá $2 \times 2 = 4$ opciones para ubicarse.



La última torre sólo tendrá 1 opción para hacerlo.

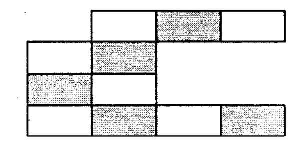
$$\therefore \text{ total} = \underset{1^o}{25} \times \underset{2^o}{16} \times \underset{3^o}{9} \times \underset{4^o}{4} \times \underset{5^o}{1} = 14\,400 \text{ maneras}$$

Clave: e

PROBLEMA 32

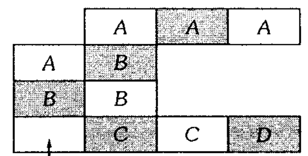
¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar todas las letras: A, A, A, A, B, B, B, C, C y D en cada una de las casillas que se muestran en la figura, de tal forma que no halla casillero sombreado que no contenga una letra?

a) 75 600
b) 74 000
c) 13 200
d) 53 600
e) 45 600



Resolución:

Como hay 10 letras y 11 casillas; una quedará vacía y por condición ésta debe ser blanca.



Pero como las letras pueden intercambiarse tenemos:

$$\Rightarrow \text{total} = \frac{\overset{\text{10 letras}}{10!}}{\underset{4A}{4!} \times \underset{3B}{3!} \times \underset{2C}{2!}} = 12\,600$$

Como cualquiera de las 6 casillas blancas puede ser la que queda vacía:

$$\#\text{ de maneras} = 6(12\,600) = 75\,600$$

Clave: a

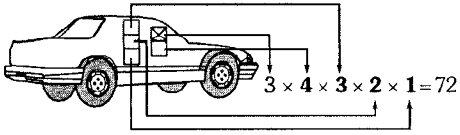
PROBLEMA 33

¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar cinco personas en un automóvil, dos en la parte delantera y tres en la parte trasera, sabiendo que dos personas en particular no saben conducir dicho automóvil?

Obs: uno de los 5 debe manejar.

a) 36 b) 54 c) 48
d) 72 e) 81

Resolución:



$\therefore$ Se pueden sentar de 72 maneras diferentes

Clave: d

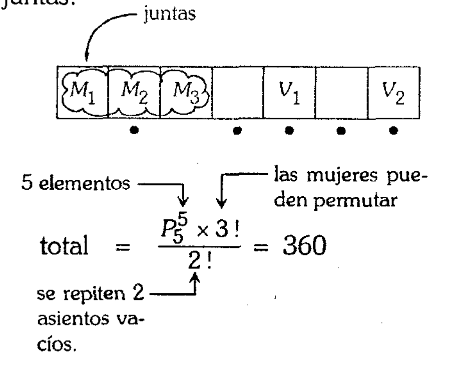
PROBLEMA 34

Dos hombres y tres mujeres se van a ubicar en una banca de 7 asientos. ¿De cuántas formas diferentes se podrán ubicar, si las mujeres siempre deben estar juntas y los hombres no deben estar juntos?

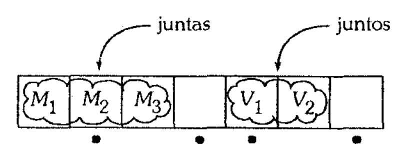
a) 120 b) 150 c) 180
d) 216 e) 540

Resolución:

Hallemos el total de formas en que se pueden ubicar cuando las mujeres están juntas:



Ahora hallemos el total de formas cuando varones y mujeres están juntas.



4 elementos

$$\text{total} = \frac{P_4^4 \times 3! \times 2!}{2!} = 144$$

$\therefore$ Si las mujeres están juntas y los hombres no: $360 - 144 = 216$ formas.

Clave: d

PROBLEMA 35

En un salón de clases se encuentran 4 alumnos y 6 alumnas. Si se deben formar dos equipos, de 5 personas cada uno. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá hacer esto, si en cada uno de los dos grupos debe haber por lo menos una pareja mixta?

a) 180 b) 210 c) 246
d) 270 e) 300

Resolución:

Hallemos el total de formas en que podemos formar 2 grupos de 5 personas cada una.

4 varones y 6 mujeres

Elegir los 5 del primer grupo y los que quedan forman el segundo grupo

$$\Rightarrow \text{total} = C_5^{10} = 252$$

Dentro de estas 252 formas están incluidas aquellas cuando los 2 grupos no son mixtos.

de las 6 mujeres elegimos 5

$$\Rightarrow \text{total} = C_5^6 = 6$$

$\therefore$ # de maneras = $252 - 6 = 246$

Clave: c

PROBLEMA 36

Juana tiene 5 libros diferentes de razonamiento matemático y Ana tiene 7 libros, también diferentes. Si cada una de ellas quiere intercambiar 2 libros entre sí. ¿De cuántas maneras diferentes podrán hacer esto?

a) 630 b) 540 c) 480
d) 420 e) 210

Resolución:

Juana puede escoger 2 de los 5 libros de $C_2^5 = 10$ formas.

Ana puede escoger 2 de los 7 libros de $C_2^7 = 21$ formas.

Aplicando el principio de multiplicación.

de formas en que pueden intercambiar:

$10 \times 21 = 210$

Clave: e

PROBLEMA 37

¿Cuántos ordenamientos diferentes se pueden obtener con todas las letras de la palabra ARCAICOS, de modo que las vocales se encuentren juntas?

a) 576 b) 144 c) 1540
d) 288 e) 720

Resolución:

Del enunciado:

AAIO RCCS

5 elementos

$$\text{total} = \frac{5!}{2!} \times \frac{4!}{2!} = 720 \text{ ordenamientos}$$

2C 2A

Clave: e

PROBLEMA 38

La expresión: $\sqrt[3]{\dfrac{C_0^n + 7C_1^n + 12C_2^n + 6C_3^n}{C_1^n + 6C_2^n + 6C_3^n}}$

se reduce a:

a) $1+\frac{1}{n}$ b) $1-\frac{1}{n}$ c) $1+\frac{2}{n}$
d) $\frac{1}{n}$ e) n

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$\sqrt[3]{\frac{\underline{C_0^n + C_1^n} + 6C_1^n + 6C_2^n + 6C_2^n + 6C_3^n}{C_1^n + 6\left(C_2^n + C_3^n\right)}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{C_1^{n+1} + 6\left(C_1^n + C_2^n\right) + 6\left(C_2^n + 6C_3^n\right)}{C_1^n + 6C_3^{n+1}}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{C_1^{n+1} + 6C_2^{n+1} + 6C_3^{n+1}}{C_1^n + 6C_3^{n+1}}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{C_1^{n+1} + 6\left(C_2^{n+1} + C_3^{n+1}\right)}{C_1^n + 6C_3^{n+1}}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{C_1^{n+1} + 6C_3^{n+2}}{C_1^n + 6C_3^{n+1}}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(n+1) + \cancel{6}\left(\frac{(n+2)(n+1)n}{\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{1}}\right)}{n + \cancel{6}\left(\frac{(n+1)n(n-1)}{\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{1}}\right)}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(n+1)+(n+2)(n+1)n}{n+(n+1)n(n-1)}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(n+1)\left(1+(n+2)n\right)}{n\left(1+(n+1)(n-1)\right)}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(n+1)\left(1+n^2+2n\right)}{n\left(\cancel{1}+n^2-\cancel{1}^2\right)}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(n+1)(n+1)^2}{n(n^2)}} = \sqrt[3]{\frac{(n+1)^3}{n^3}}$$

$$= \frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n}$$

Clave: a

PROBLEMA 39

Halle el valor de la serie

$$S = C_m^{m+1} + C_{m+1}^{m+2} + C_{m+2}^{m+3} + \ldots + C_{2m-1}^{2m}$$

a) $\frac{1}{2}(2m+1)$ b) $\frac{m}{2}(2m+1)$
c) $\frac{m}{2}(m+1)$ d) $\frac{m}{2}(3m+1)$
e) $2m$

Resolución:

Aplicando: $C_n^m = C_{m-n}^m$

En la serie:

$$S = C_m^{m+1} + C_{m+1}^{m+2} + C_{m+2}^{m+3} + \ldots + C_{2m-1}^{2m}$$

$$S = C_1^{m+1} + C_1^{m+2} + C_1^{m+3} + \ldots + C_1^{2m}$$

$$S = \underbrace{(m+1)+(m+2)+(m+3)+\ldots+(m+m)}_{m \text{ sumandos}}$$

$$S = \left(\frac{(m+1)+(m+m)}{2}\right)m$$

$$S = \frac{(3m+1)}{2}m = \frac{m}{2}(3m+1)$$

Clave: d

PROBLEMA 40

Hallar la suma de:

$$\frac{11!-10!}{9!} + \frac{10!-9!}{8!} + \frac{9!-8!}{7!} + \ldots + \frac{2!-1!}{0!}$$

a) 55 b) 77 c) 285
d) 85 e) 385

Resolución:

Expresando los factoriales mayores en función al menor:

$$\frac{11\times10\times9!-10\times9!}{9!} + \frac{10\times9\times8!-9\times8!}{8!} +$$

$$\frac{9\times8\times7!-8\times7!}{7!} + \ldots + \frac{2\times1\times0!-1\times0!}{0!}$$

$$= 100+81+64+\ldots+1$$

$$= 10^2+9^2+8^2+\ldots+1^2$$

$$= \frac{10\times11\times21}{6} = 385$$

Clave: e

PROBLEMA 41

De cuántas formas distintas se puede leer la palabra JOCOHANKA uniendo letras vecinas.

```
J   J   J   J
  O   O   O
    C   C
  C   O   O
    H   H
      A
    N   N
  K   K   K
A   A   A   A
```

a) 192 b) 72 c) 144
d) 180 e) 204

Resolución:

Aplicando el principio de adición:

```
1   1   1   1
  2   2   2
    4   4
  4   8   4
   12  12
      24
   24  24
 24   48  24
24  72  72  24
```

de formas = 24 + 72 + 72 + 24 = 192

Clave: a

PROBLEMA 42

En una despedida de soltero a la que asistieron sólo chicas, todas bailaron entre sí una vez. Si en total se lograron conformar 28 parejas diferentes, el número de chicas que participaron fue:

a) 12 b) 17 c) 13
d) 8 e) 7

Resolución:

Sea "n" el # de mujeres que asistieron

Como se logró formar 28 parejas.

$$C_2^n = 28$$

$$\frac{n(n-1)}{2\times 1} = 28$$

$$n(n-1) = 56$$

$$n(n-1) = 8\times 7$$

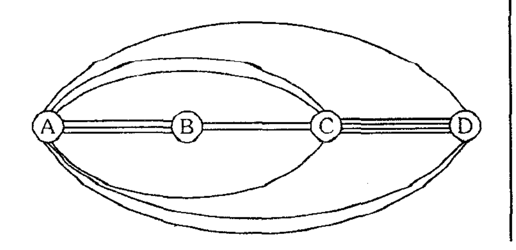
$$n = 8$$

∴ Participaron 8 chicas

Clave: d

PROBLEMA 43

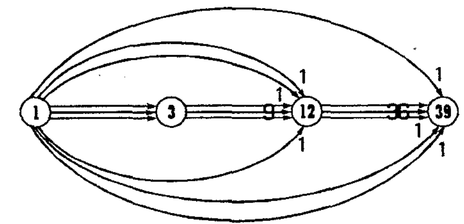
¿De cuántas maneras diferentes una persona puede ir de una ciudad "A" hasta otra ciudad "D", siguiendo los caminos que se muestran en la gráfica?



a) 36 b) 39 c) 42
d) 64 e) 24

Resolución:

Aplicando el principio de adición



∴ Puede ir de 39 formas

Clave: b

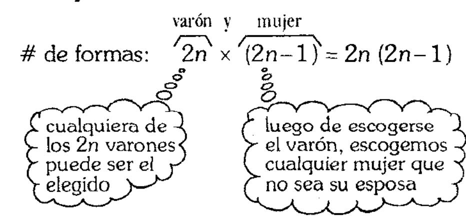
PROBLEMA 44

¿De cuántas formas se puede seleccionar un hombre y una mujer de un grupo de $2n$ parejas casadas, si se quiere que las parejas escogidas no sean marido y mujer?

a) $2n(2n-1)$ b) $4n^2$
c) $\frac{(4n)!}{2}$ d) $2n^2$
e) $4(n^2+1)$

Resolución:

Como son $2n$ parejas; hay $2n$ varones y $2n$ mujeres.



Clave: a

PROBLEMA 45

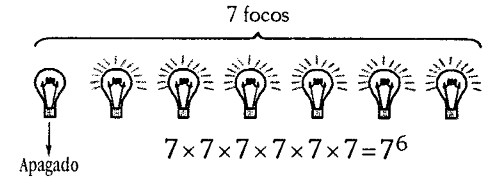
En el tejado de una casa se ha colocado un juego de 7 focos que dan luces de colores diferentes, que se encienden con la siguiente particularidad: cada vez que se encienden 6, uno está apagado. ¿Cuántos panoramas diferentes se podrán observar.

Nota: suponer que cada uno de los focos en diferentes instantes pueden asumir cualquiera de los 7 colores.

a) $7\times 6!$ b) 7×6^6 c) 7^6
d) 7^7 e) 6^6

Resolución:

Si el primero apagado:



Como son 7 focos:

$\therefore$ # de panoramas $=7(7^6)=7^7$

Clave: d

PROBLEMA 46

Si Julia tiene para vestirse; 5 pantalones, 3 minifaldas, 6 blusas, 2 polos y 8 pares de zapatos. ¿De cuántas maneras diferentes podrá vestirse?

a) 512 b) 510 c) 720
d) 729 e) 448

Resolución:

Note que no se puede usar todas las prendas a la vez.

Como el pantalón y minifalda cumplen la misma función; igual que el polo y la blusa

$$\overset{\text{pant}}{(5}+\overset{\text{mini}}{3)}\times\overset{\text{blusa}}{(6}+\overset{\text{polo}}{2)}\times\overset{\text{zapatos}}{8}$$

$$=8\times 8\times 8$$

$$=512 \text{ maneras}$$

Clave: a

PROBLEMA 47

Un estudiante de la academia tiene que contestar 8 de 10 preguntas en un examen. Si las 3 primeras son obligatorias y la última pregunta ha sido anulada. ¿De cuántas maneras puede escogerse las preguntas?

a) 45 b) 24 c) 6
d) 18 e) 21

Resolución:

Del enunciado:

10 preguntas

$$\underbrace{P_1\ P_2\ P_3}_{\text{3 obligatorias}}\ \underbrace{P_4\ P_5\ P_6\ P_7\ P_8\ P_9}_{\text{Elegir : 5}}\ \not{P_{10}}$$

Como las 3 primeras son obligatorias, de las 6 que quedan debe elegir 5 para completar las 8 que debe contestar.

de maneras: $C_5^6=6$

$\therefore$ Puede escoger de 6 maneras.

Clave: c

PROBLEMA 48

¿Cuántos sonidos distintos pueden producirse con 7 teclas de un piano, si sólo se tocan 3 de ellas una tras otra.

a) 210 b) 35 c) 342
d) 343 e) 240

Resolución:
Como se tocan una tras otra al cambiar el orden en que se tocan las teclas se producirá un sonido diferente; por lo tanto interesa el orden y se trata de una permutación.

$\#$ de sonidos $= P_3^7 = 7 \times 6 \times 5 = 210$

$\therefore$ Puede producirse 210 sonidos.

Clave: a

PROBLEMA 49

¿Cuántos numerales de la siguiente forma:

$$\overline{a(a+2)(b-2)b}$$

existen, tal que el producto de sus cifras centrales resulte ser un número par o cero?

a) 56 b) 36 c) 40
d) 48 e) 52

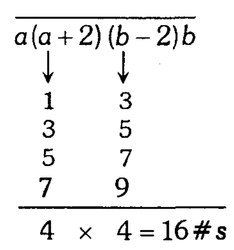
Resolución:

Total de números:

$$\overline{a(a+2)(b-2)b}$$

a	b
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
7	8
	9
7 $\times$	8 $= 56 \# s$

Cuando el producto de sus cifras centrales sea impar:


$\overline{a(a+2)(b-2)b}$

a	b
1	3
3	5
5	7
7	9
4 $\times$	4 $= 16 \# s$

Entonces el total de números con cifras centrales que tengan producto par ó cero es: $56 - 16 = 40 \# s$

Clave: c

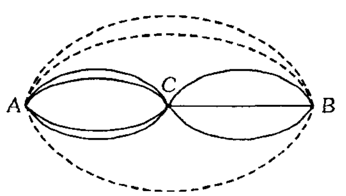
PROBLEMA 50

¿De cuántas formas diferentes una persona puede ir de A a B y regresar al punto A sin retornar por ningún tramo o camino de ida?

a) 144
b) 150
c) 158
d) 284
e) 148

Resolución:

- Si en la ida utiliza cualquiera de los caminos que no pasan por C tenemos:



$\text{total}_1 = \overbrace{3}^{\text{IDA}} \times \overbrace{(3 \times 4)}^{\text{y regresa por C}} = 36$ formas

$$total_2 = \overbrace{3}^{\text{IDA}} \overset{y}{\times} \overbrace{2}^{\text{no regresa por } C} = 6 \text{ formas}$$

- Si en la ida pasa por C tenemos:

$$total_3 = \overbrace{(4\times3)}^{\text{IDA}} \overset{y}{\times} \overbrace{(2\times3)}^{\text{Regresa por } C} = 72 \text{ formas}$$

$$total_4 = \overbrace{(4\times3)}^{\text{IDA}} \overset{y}{\times} \overbrace{3}^{\text{No Regresa por } C} = 36 \text{ formas}$$

$\therefore$ # de formas $= 36 + 6 + 72 + 36 = 150$

Clave: *b*

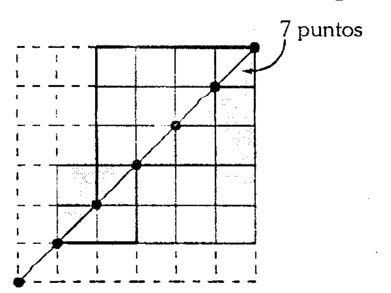
PROBLEMA 51

Calcule cuántos triángulos existen en el siguiente gráfico:

a) 36
b) 18
c) 72
d) 63
e) 42

Resolución:

Observe que al unir dos puntos cualquiera de la diagonal se forman dos triángulos.



$$\therefore \text{ \# de triángulos } = 2\times C_2^7$$
$$= 2\times\left(\frac{7\times6}{2\times1}\right) = 42$$

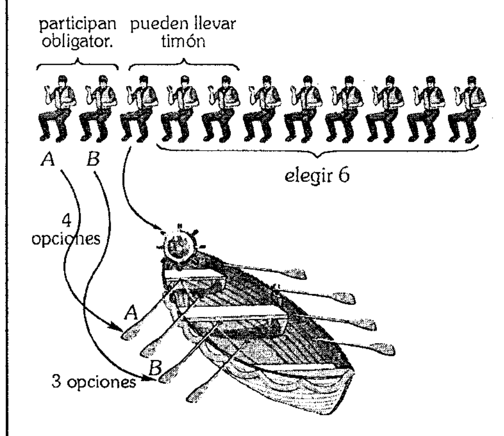
Clave: *e*

PROBLEMA 52

Un bote de 8 remos va a ser tripulado por un grupo seleccionado de **11** hombres, de los cuales 3 pueden llevar el timón. ¿De cuántas maneras puede ordenarse el grupo si dos de los hombres participan obligatoriamente y sólo pueden remar en uno de los lados? (El bote tiene la misma cantidad de remos a sus lados).

a) $2\times9!$ b) $4\times9!$ c) $4\times8!$
d) $2\times8!$ e) $8\times9!$

Resolución:



de formas para ubicar a A y B:

$$2\,(4\times3) = 24$$

↑ A y B pueden estar al otro lado.

de formas para elegir al que llevará el timón: 3

Una vez ubicados A, B y el que llevará el timón, debemos escoger y ordenar a 6 personas de las 8 que quedan.

$$\# \text{ de formas} = P_6^8 = 8\times7\times6\times5\times4\times3$$

$$\therefore \ \text{total} = 24\times3\times(8\times7\times6\times5\times4\times3) = 4\times9\,!$$

Clave: b

PROBLEMA 53

¿De cuántas maneras diferentes se puede escoger a 5 candidatos entre los 8 para que ocupen diferentes cargos, excepto 2 de ellos que siempre ocupan los mismos?

a) 1600 b) 2120 c) 6240
d) 3360 e) 4200

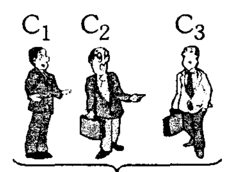
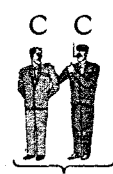
Resolución:

Primero debemos escoger un grupo de 5 personas.

$$\therefore \ \# \text{ de formas} = C_5^8 = C_3^8 = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$$

Una vez seleccionados debemos ordenarlos para que ocupen uno de los cargos.

C_1 C_2 C_3 C C

3 cargos diferentes — 2 cargos iguales

$$\# \text{ de formas} = \frac{5!}{\underset{\text{2 cargos iguales}}{2!}} = 60$$

$$\therefore \ \text{total} = \underbrace{56}_{\text{escoger}} \times \underbrace{60}_{\text{ordenar}} = 3360$$

Clave: d

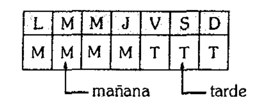
PROBLEMA 54

Un alumno asiste a la biblioteca todos los días de la semana, 4 días por la mañana y el resto por la tarde. ¿De cuántas maneras diferentes puede acudir semanalmente a la biblioteca?

a) 35 b) 1225 c) 20
d) 21 e) 84

Resolución:

Una forma de acudir sería:



L	M	M	J	V	S	D
M	M	M	M	T	T	T

las otras formas se obtienen al permutar las letras M y T, entonces

$$\# \text{ de formas} = \frac{7!}{4!\times3!} = \frac{7\times\not{6}\times5\times\not{4}!}{4!\times6} = 35$$

(4! ← 4 M; 3! ← 4 T)

$\therefore$ Puede acudir de 35 formas.

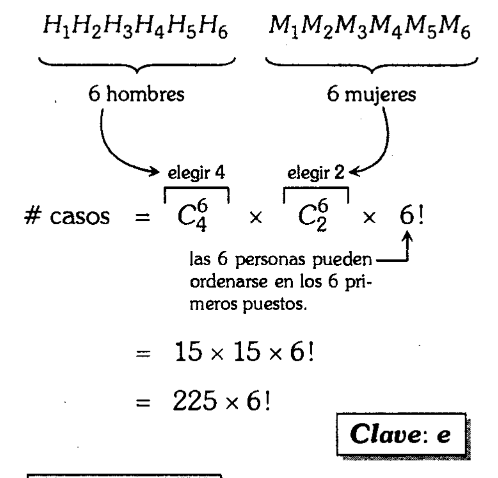
Clave: a

PROBLEMA 55

Seis hombres y seis mujeres compiten realizando cierta tarea, si los seis primeros puestos son ocupados por 4 hombres y 2 mujeres, determine el número de casos.

a) $432 \times 6!$ b) $423 \times 6!$
c) $324 \times 6!$ d) $234 \times 6!$
e) $225 \times 6!$

Resolución:



Clave: e

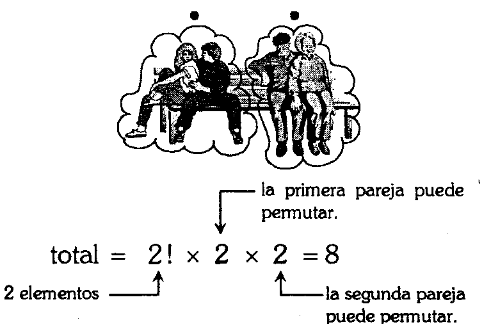
PROBLEMA 56

Dos parejas de esposos ingresan a una dulcería donde ofrecen 7 clases de dulces, si luego de comprar cada persona un dulce, se ubican en un banco de 4 asientos. De cuántas maneras se podrán tomar fotos distintas (teniendo en cuenta la posición y el dulce que consumen) si los esposos van juntos.

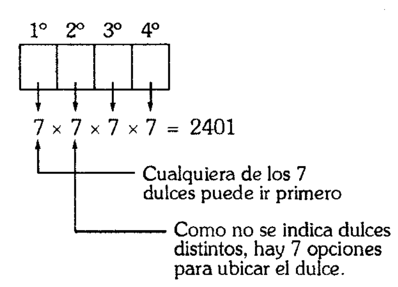
a) 280 b) 560 c) 720
d) 1 420 e) 19 208

Resolución:

Contemos primero de cuántas formas distintas se pueden ubicar los esposos estando juntos.



Ahora contemos de cuántas formas distintas se pueden ubicar los 4 dulces.



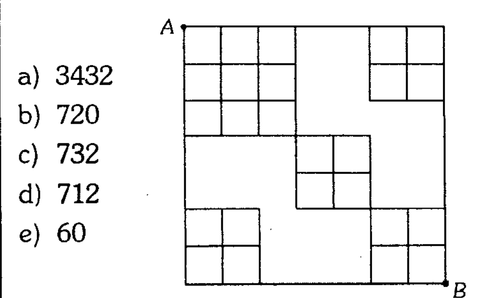
$\therefore \ \# \text{ de maneras} = 8 \times 2401$
$= 19\,208$

Clave: e

PROBLEMA 57

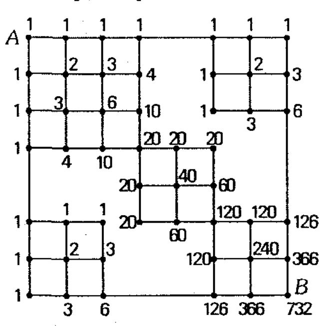
¿De cuántas formas se puede ir de A hasta B, sin retroceder en ningún instante?

a) 3432
b) 720
c) 732
d) 712
e) 60



Resolución:

Aplicando el principio de adición



∴ Se puede ir de 732 formas.

Clave: c

PROBLEMA 58

En un tablero fijo de ajedrez se tiene en una esquina al rey ¿de cuántas maneras diferentes podrá llegar al extremo, si no está permitido que el rey retroceda?

a) 254 b) 2588 c) 3432
d) 253 e) 255

Resolución:

El rey solo puede avanzar una casilla a la derecha o una hacia abajo.

R	D	D	D				
↓			A				
			A				
			A				
			A	D	D	D	D
							A
							A
							A

Note que para que llegue al extremo debe avanzar 7 veces a la derecha y 7 veces hacia abajo .

Una forma sería:

DDDAAAADDDDAAA

las otras se obtienen al permutar estas letras.

$$\# \text{ de maneras} = \frac{14!}{7!\times 7!} = 3432$$

(14 letras; 7 D; 7 A)

Clave: c

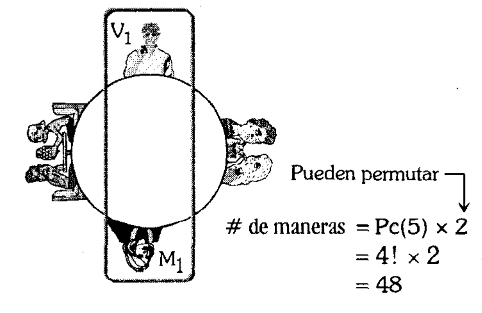
PROBLEMA 59

Tres parejas de enamorados se acomodan en una mesa circular. Determinar de cuántas maneras podrán sentarse, si uno de los varones decide sentarse lo más lejos de su enamorada.

a) 48 b) 24 c) 16
d) 120 e) 60

Resolución:

Para que dicho varón esté lo más lejos de su enamorada deberán sentarse ambos frente a frente.



$$\# \text{ de maneras} = Pc(5)\times 2 = 4!\times 2 = 48$$

∴ Podrán sentarse de 48 maneras

Clave: a

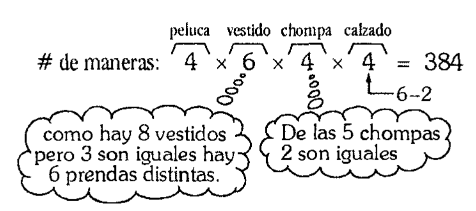
PROBLEMA 60

¿De cuántas maneras puede quedar vestida una dama que tiene 4 pelucas diferentes, 8 vestidos, de ellos sólo 3 son iguales; 5 chompas, sólo 2 de ellas son iguales; y 6 pares de calzados diferentes, de los cuales 2 pares nunca combinan con sus vestidos rojo, azul y naranja?

a) 576 b) 96 c) 192
d) 480 e) 288

Resolución:

Trabajando con prendas diferentes y sin considerar los 2 calzados que nunca combinan con los vestidos rojo, azul y naranja.



Si consideramos los 2 calzados, ya no debemos considerar el vestido rojo, azul ni naranja.

de maneras: $\overset{\text{peluca}}{4} \times \overset{\text{vestido}}{3} \times \overset{\text{chompa}}{4} \times \overset{\text{calzado}}{2} = 96$

∴ Puede vestirse de: $384 + 96 = 480$ maneras distintas.

Clave: d

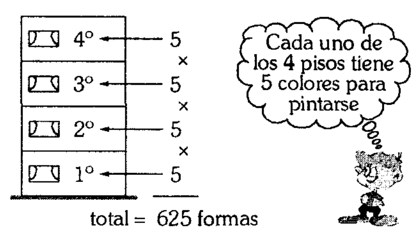
PROBLEMA 61

Determine de cuántas maneras distintas puede quedar pintada una casa de 4 pisos utilizando 5 colores diferentes y cada piso pintado de un solo color, siendo obligatoria que por lo menos dos pisos estén pintados del mismo color.

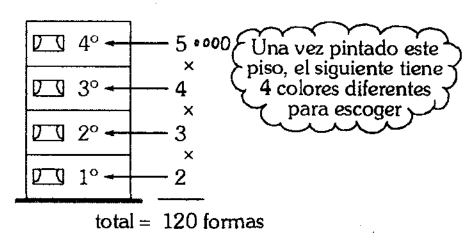
a) 540 b) 505 c) 504
d) 515 e) 512

Resolución:

Hallemos de cuántas formas distintas se puede pintar la casa



¡Bien! ... ahora calculemos de cuantas formas puede pintarse usando colores distintos.



∴ # de maneras cuando por lo menos dos pisos están pintados del mismo color: $625 - 120 = 505$

Clave: b

PROBLEMA 62

Ingresan al cine n parejas de novios, acompañadas de la madre de las novias, que son hermanas. Si encuentran $2n + 1$ asientos juntos en una misma fila ¿de cuántas maneras diferentes pueden sen-

tarse con la condición de que la madre no se siente al medio de alguna de las parejas.

a) $(2n)(2n)!$ b) $(n+1)\cdot 2^{n+1}$

c) $n\,(2n)\,!$ d) $n!\cdot 2^{n+1}$

e) $(n+1)!\cdot 2^{n}$

Resolución:

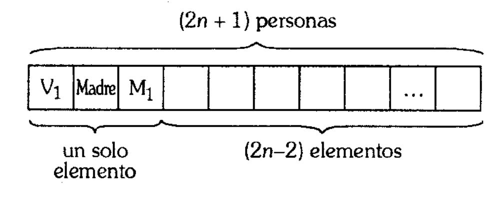
- Hallemos el total de formas en que pueden sentarse sin restricción:

1°	2°	3°	4°	......	$2n+1$

$(2n+1)$ elementos que pueden permutar

$\Rightarrow$ total de maneras = $(2n+1)\,!$

- Ahora hallemos de cuántas formas se pueden sentar cuando la madre separa a una de las parejas



V_1 y M_1 puede intercambiarse

$\Rightarrow$ total de maneras = $(1 + (2n-2))! \times 2 \times n$

hay n parejas

$= (2n-1)! \times 2\,n$

El total de maneras en que pueden sentarse cuando la madre no se sienta al medio de alguna pareja lo obtenemos así:

$$\begin{aligned} \text{total} &= (2n+1)! - (2n-1)! \times 2n \\ &= (2n+1)(2n)(2n-1)! - (2n-1)! \times 2n \\ &= (2n)\,(2n-1)!\,[2n+1-1] \\ &= (2n)(2n)! \end{aligned}$$

Clave: *a*

PROBLEMA 63

Si se dispone de m objetos iguales, otros n objetos iguales y finalmente P objetos diferentes ¿de cuántas maneras diferentes se puede seleccionar por lo menos a uno de ellos?

a) mnp b) $(m+1)(n+1)p-1$

c) $(m+1)(n+1)\,2^{p}-1$

d) $mn2^{p+1}-1$

Resolución:

De los m objetos iguales tenemos $(m+1)$ opciones, ya que podríamos selecciona a 1, 2, 3, ..., m ó a ninguno.

En forma análoga para los n objetos iguales tenemos $(n+1)$ opciones.

Para los p objetos diferentes por cada uno hay 2 posibilidades (se escoge o no). De aquí que hay 2^{p} opciones.

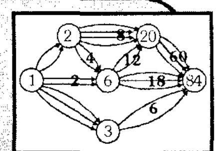
$\Rightarrow$ total = $(m+1)(n+1)\,2^{p}$

pero ¡cuidado! esta no es la respuesta, ya que aquí está incluida la posibilidad que no se escoge a ningún objeto.

$\therefore$ # de formas = $(m+1)(n+1)\,2^{p}-1$

Clave: c

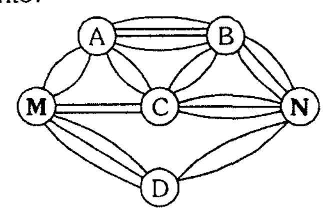
Análisis Combinatorio



Problemas Resueltos

Problema 01.

¿De cuántas maneras se puede viajar de "M" a "N", sin retroceder en ningún momento?



a) 48 b) 60 c) 96
d) 72 e) 84

Problema 02.

Calcule el valor de "n" al resolver la ecuación:

$$\frac{(n+3)!\,(n+5)!}{(n+3)!+(n+4)!}=120$$

a) 1 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Problema 03.

Adolfito tiene 4 polos (2 iguales), 5 camisas, 4 pantalones, 3 pares de zapatillas y 5 pares de zapatos (3 iguales). ¿De cuántas formas distintas se podrá vestir?

a) 18 b) 180 c) 240
d) 1200 e) 192

Problema 04.

¿Cuántos números de la forma

$$\overline{(a-1)(a+2)b(b/2)(c+1)}$$

existen?

a) 270 b) 240 c) 300
d) 280 e) 216

Problema 05.

Adolfo sufre de obesidad y le recomiendan que para que baje de peso acuda 3 días al gimnasio, 2 días al sauna y 1 día que haga dieta (en días diferentes de Lunes a viernes) ¿De cuántas formas diferentes puede elaborar una programación para cumplir con la recomendación?

a) 30 b) 60 c) 120
d) 90 e) 240

Problema 06.

El matrimonio Povis con sus 3 hijos y el matrimonio Ordoñez con sus 2 hijos, se ubican alrededor de una mesa circular ¿De cuántas formas diferentes pueden hacerlo, si la familia Povis desea estar junta con los hijos en medio de los padres?

a) 280 b) 60 c) 288
d) 90 e) 240

Problema 07.

De un grupo de 11 personas hay 2 que nunca se separan. Si se desea elegir un comité integrado por 5 personas ¿de

cuántas formas diferentes se podrá hacer dicha elección?

a) 200 b) 210 c) 240
d) 360 e) 180

Problema 08.

Calcule el número de ordenamientos que se pueden obtener con todas las letras de la palabra "SOMOSMAS", si las vocales deben permanecer juntas.

a) 120 b) 200 c) 90
d) 180 e) 360

Problema 09.

Una clínica tiene 25 empleados profesionales, 4 de ellos cirujanos ¿De cuántas maneras puede formarse grupos de tres profesionales donde por lo menos uno de ellos sea cirujano?

a) 580 b) 120 c) 720
d) 970 e) 1200

Problema 10.

En una competencia de canotaje, un bote es tripulado por 6 hombres de los cuales Saúl, Wiliam y Oswaldo reman en el lado izquierdo y Adolfo, Lucero y Tena en el lado derecho, ¿De cuántas maneras puede ordenarse la tripulación, si en cada lado se ubican 4 asientos?

a) 760 b) 144 c) 846
d) 576 e) 120

Problema 11.

¿En cuántos ceros termina el desarrollo de M?

$$M = (623!)^{7!!}$$

a) 198 b) 105 c) 303
d) 20790 e) 20970

Problema 12.

Cada lado de un cuadrado se ha dividido en 5 partes. ¿Cuántos triángulos se pueden construir cuyos vértices sean los puntos de división?

a) 520 b) 544 c) 560
d) 1060 e) 584

Problema 13.

Se tiene 8 vasos iguales, 5 de los cuales están llenas de gaseosa y los 3 restantes con chicha. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar linealmente los vasos llenos, si dos vasos conteniendo gaseosa y chicha tienen que estar juntos?

a) 120 b) 105 c) 168
d) 210 e) 350

Problema 14.

De un grupo de 10 personas se desea elegir un presidente, un secretario y 3 vocales. ¿De cuántas maneras distintas se puede formar dicho comité?

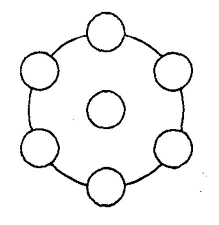
a) 5048 b) 252 c) 2520
d) 5040 e) 5020

Problema 15.

¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar las 7 primeras cifras significativas

en el tablero giratorio, si en el centro debe ir una ficha impar?

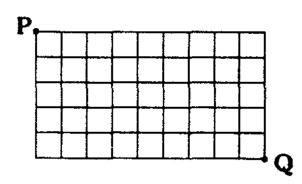
Tablero:



a) 840
b) 480
c) 720
d) 120
e) 600

Problema 16.

¿De cuántas maneras distintas se puede ir de P a Q sin retroceder?



a) 1001 b) 2002 c) 3002
d) 504 e) 2008

Problema 17.

¿De cuántas formas se puede leer PARRILLA?

P A R I L A
P A R I L A
P A R I L A
P A R I L A

A) 140 B) 156 C) 165
D) 410 E) 146

Problema 18.

¿De cuántas maneras distintas se pueden sentar 4 varones y 5 mujeres alrededor de una mesa circular con 6 asientos, si Pedro no se sienta en la mesa cuando está María?

a) 5740 b) 5880 c) 5410
d) 5640 e) 8580

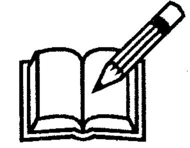
¡ TE RETO !

Calcule el total de palabras que se puedan formar con todas las letras de: **ECONOMIA**, de modo que no empiecen ni terminen con la letra **O**.

a) 10200 b) 9800 c) 10800
d) 9400 e) 9600

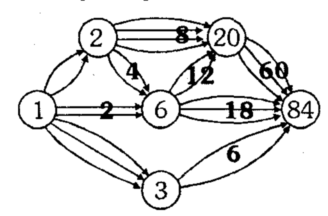
Análisis Combinatorio

Solucionario



Resolución 01.

Aplicando el principio de adición:



$$\# \text{ caminos} = 84$$

∴ Clave e

Resolución 02.

$$\frac{(n+3)!\,(n+5)!}{(n+3)!+(n+4)!}=120$$

$$\frac{(n+3)!\,(n+5)!}{(n+3)!+(n+4)(n+3)!}=120$$

$$\frac{\cancel{(n+3)!}\,(n+5)!}{\cancel{(n+3)!}\,[1+n+4]}=120$$

$$\frac{(n+5)!}{n+5}=120$$

$$\frac{\cancel{(n+5)}(n+4)!}{\cancel{n+5}}=5!$$

$$(n+4)!=5!$$

$$n=1$$

∴ Clave a

Resolución 03.

Como de los 4 polos, 2 son iguales descartamos uno y nos quedamos con 3. Análogamente descartamos 2 pares de zapatos y tomamos sólo 3.

Luego:

$$\begin{pmatrix}\text{Polo} & \text{ó} & \text{Camisa}\\ \Downarrow & & \Downarrow \\ 3 & + & 5\end{pmatrix} \overset{\text{y}}{\times} \begin{matrix}\text{Pant}\\ \Downarrow \\ 4\end{matrix} \overset{\text{y}}{\times} \begin{pmatrix}\text{Zapatilla} & \text{ó} & \text{Zapato}\\ \Downarrow & & \Downarrow \\ 3 & + & 3\end{pmatrix}$$

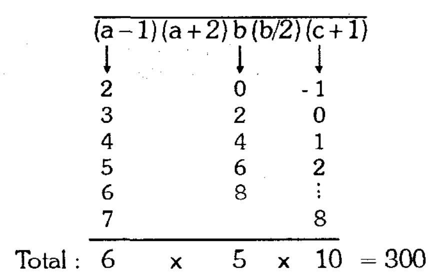
$$\# \text{ formas} = 8 \times 4 \times 6 = 192$$

NOTA: Como el polo y la camisa cumplen la misma función no se pueden usar a la vez.

∴ Clave e

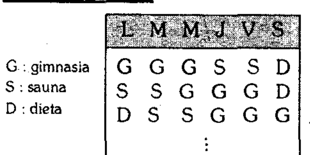
Resolución 04.

Teniendo en cuenta que ningún dígito debe ser más de 9:



∴ Clave c

Resolución 05.



G : gimnasia
S : sauna
D : dieta

L	M	M	J	V	S
G	G	G	S	S	D
S	S	G	G	G	D
D	S	S	G	G	G
		⋮			

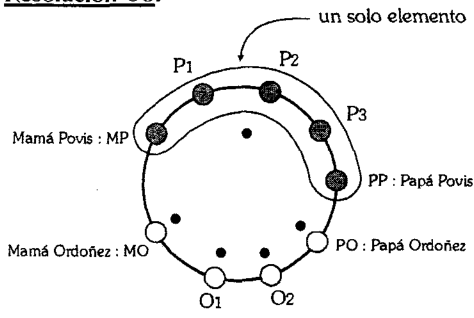
Al cambiar de orden estas 5 letras encontramos todas las formas

6 letras

$$\# \text{formas} = \frac{6!}{\underset{G}{3!}\times \underset{S}{2!}\times \underset{D}{1!}} = \frac{6\times 5\times 4\times \not{3!}}{\not{3!}\times 2\times 1} = 60$$

∴ Clave b

Resolución 06.



formas = Pc (5) × 3! × 2!

3!: los hijos Povis pueden permutar
2!: los papás Povis pueden intercambiarse

formas = 4! × 3! × 2! = 288

∴ Clave c

Resolución 07.

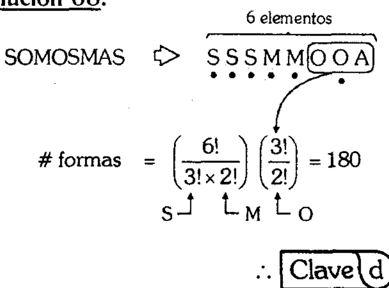
$\underbrace{P_1\ P_2\ P_3 \dots P_8\ P_9}_{\text{9 personas}}$ $\underbrace{P_{10}\ P_{11}}_{\text{nunca se separan}}$

$$\# \text{de formas} = \underbrace{C_5^9}_{\text{de las 9 podemos elegir las 5}} + \underbrace{C_3^9 \times C_2^2}_{\text{de las 9 elegimos 3 y con las otras 2 completamos 5.}}$$

$$= \frac{9\times 8\times 7\times 6\times 5}{5\times 4\times 3\times 2\times 1} + \frac{9\times 8\times 7}{3\times 2\times 1}\times 1 = 210$$

∴ Clave b

Resolución 08.



6 elementos

SOMOSMAS ⇨ S S S M M O O A

$$\# \text{formas} = \left(\frac{6!}{\underset{S}{3!}\times \underset{M}{2!}}\right)\left(\frac{3!}{\underset{O}{2!}}\right) = 180$$

∴ Clave d

Resolución 09.

de formas en que podemos agrupar a 3 de ellos:

$$C_4^{25} = 2300$$

de formas en que se pueden agrupar a 3, sin que participe ningún cirujano:

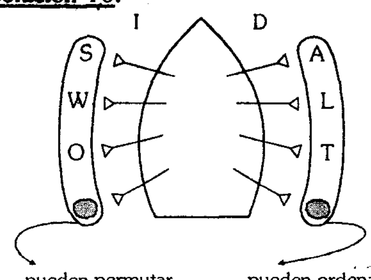
$$C_3^{21} = 1330$$

Luego: # de formas donde por lo menos uno sea cirujano:

$$2300 - 1330 = 970$$

∴ Clave c

Resolución 10.



pueden permutar de: 4! = 24 formas

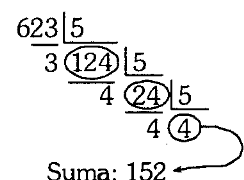
pueden ordenarse de: 4! = 24 maneras

total de formas = 24 × 24
= 576

∴ Clave d

Resolución 11.

Haciendo divisiones sucesivos:



Entonces 623! termina en 152 ceros.

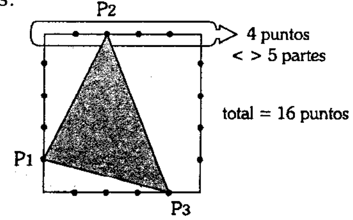
Como: $7!! = 7 \times 5 \times 3 \times 1 = 105$

$\#$ ceros $= 152 \times 105 = 15960$

∴ Clave d

Resolución 12.

Asumiendo que cada grupo tenía 4 hormigas:



Al unir 3 puntos se forma un triángulo:

$\#$ triángulos $= C_3^{16} - 4\,(C_3^4) = 544$

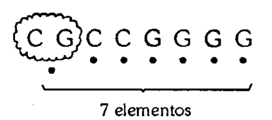
(4 lados)

(al unir 3 puntos de un mismo lado no se forma triángulo)

∴ Clave b

Resolución 13.

Como hay vasos iguales:



$\#$ de maneras $= \dfrac{7!}{2! \times 4!} \times 2$

(C, C; los vasos que están juntos pueden permutar)

$= 210$

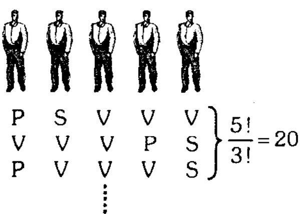
∴ Clave d

Resolución 14.

Primero debemos contar cuántas comisiones de 5 personas podemos formar:

$$\# \text{ comisiones} = C_5^{10} = 252$$

Ahora veamos de cuántas formas podemos distribuir los cargos en cada comisión.



P	S	V	V	V
V	V	V	P	S
P	V	V	V	S
		⋮		

$\dfrac{5!}{3!} = 20$

$\#$ de maneras $= 252 \times 20 = 5040$

∴ Clave d

Resolución 15.

Debemos colocar:

$$\overline{1}, 2, \overline{3}, 4, \overline{5}, 6, \overline{7}$$

$\#$ de formas $= \underset{\text{al centro}}{\overset{\text{Un número}}{4}} \times \underset{}{\overset{\text{Los otros 6 circularmente}}{Pc\,(6)}}$

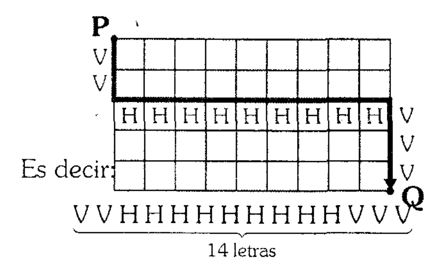
(Tienes 4 números impares)

$\#$ de formas $= 4 \times 5! = 480$

∴ Clave b

Resolución 16.

Para ir de P a Q debemos avanzar 9 veces horizontalmente y 5 veces verticalmente, una forma sería así:

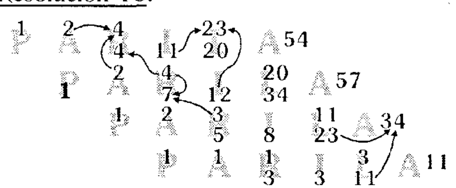


Las otras formas las encontramos permutando estas letras, luego:

$$\# \text{ de maneras} = \frac{14!}{9! \times 5!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2002$$

∴ Clave b

Resolución 16.

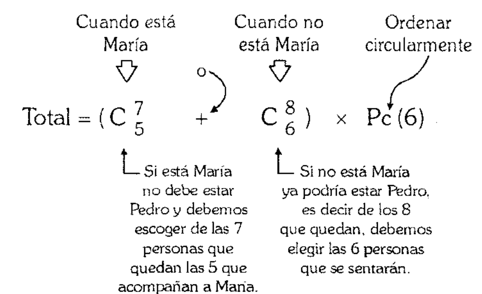


palabras = 54 + 57 + 34 + 11 = 156

∴ Clave b

Resolución 17.

Existen 2 casos:

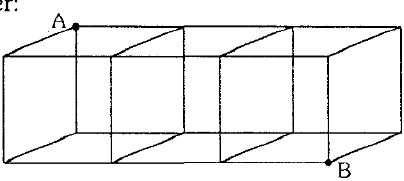


$$\text{Total} = (21 + 28) \times 5! = 5880$$

∴ Clave b

¡ INTÉNTALO !

Se tiene la estructura metálica. ¿De cuántas maneras puede ir una hormiga de A a B, sin retroceder:



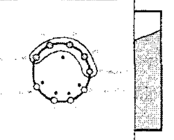
a) 25 b) 20

c) 24 d) 21

e) 27

Primera Práctica

Análisis Combinatorio



01 ¿Cuántos números de la forma

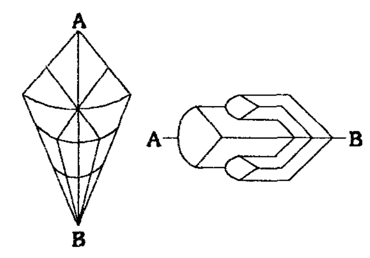
$$\overline{\left(5-\frac{a}{2}\right)(3-b)(c+4)\left(\frac{a+4}{2}\right)}$$ existen?

a) 400 b) 700 c) 9000
d) 900 e) 970

02 ¿Cuántos números de 4 cifras significativas existen de modo que el producto de sus cifras sea un número par?

a) 5378 b) 5369 c) 6395
d) 9635 e) 5936

03 ¿De cuántas maneras se puede ir de la ciudad A a la ciudad B, siempre avanzando?



a) 47; 10 b) 21; 10 c) 40; 9
d) 91; 18 e) 52; 31

04 Un funcionario desea viajar de Lima a Tacna y tiene a su disposición 3 líneas aéreas y 5 líneas terrestres. ¿De cuántas maneras diferentes puede realizar dicho viaje?

a) 15 b) 2 c) 8
d) 4 e) 30

05 De una ciudad A a otra ciudad B hay 6 caminos diferentes ¿De cuántas maneras se puede hacer el viaje de ida y vuelta, si en el regreso no puede tomar el camino de ida?

a) 12 b) 42 c) 25
d) 36 e) 30

06 Un grupo de 5 amigos se va de paseo, en un auto que tiene 2 asientos adelante y 3 atrás. ¿De cuántas formas se podrán ubicar, si sólo 2 de ellos saben manejar?

a) 10 b) 48 c) 16
d) 24 e) 120

07 Si se tiene 4 libros de aritmética y 3 libros de álgebra, ¿de cuántas formas se podrá ubicar en un estante donde sólo entran 5 libros y deben estar alternados?

a) 144 b) 72 c) 216
d) 220 e) 352

08 Rosa tiene 3 anillos distintos. ¿De cuántas maneras puede colocarlos en sus dedos de la mano izquierda, colocando sólo un anillo por dedo, sin

contar el pulgar? (Considere una sola forma de colocación en cada dedo)

a) 36 b) 48 c) 16
d) 24 e) 6

09 Anita tiene 6 blusas de colores diferentes y 5 minifaldas también de colores distintos. ¿De cuántas maneras diferentes puede lucir ambas prendas a la vez, si la blusa azul y la minifalda blanca las usa siempre juntas y la minifalda roja con la blusa negra nunca las usa juntas?

a) 25 b) 30 c) 24
d) 26 e) 20

10 Un equipo de vóley se sienta a dialogar en una mesa circular. ¿De cuántas formas se pueden sentar sus integrantes si 3 de ellos siempre deben estar juntos?

a) 22 b) 24 c) 12
d) 36 e) 6

11 Un bote de 8 remos será tripulado por un grupo, seleccionado de 14 hombres, los cuales 3 pueden llevar el timón, pero no pueden remar, el resto puede remar pero no llevar el timón. ¿De cuántas maneras puede ordenarse el grupo, si 2 de los hombres sólo pueden remar en el lado derecho, pero no ambos integrando el mismo grupo? (Cada remo es utilizado por un hombre a cada lado).

a) 15 (9!) b) 30 (8!) c) 23 (7!)
d) 23(8!) e) 30 (9!)

12 Norma tiene 5 aretes diferentes y para usarlos todos se hace 2 perforaciones en la oreja derecha y 3 perforaciones en la de la izquierda. ¿De cuántas maneras diferentes puede lucir todos los aretes?

a) 1440 b) 720 c) 120
d) 640 e) 210

13 Si disponemos de las fichas de ajedrez (sólo las blancas) y queremos ordenarlas en una fila, ¿de cuántas maneras se puede realizar este ordenamiento?

a) $2\left(\frac{15!}{8!}\right)$ b) $\left(\frac{15!}{8!}\right)$ c) 23!
d) 16! e) 15!

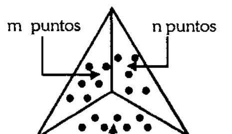
14 Un mozo debe servir 10 vasos diferentes de cerveza y gaseosa en una mesa donde hay 6 caballeros y 4 damas, sabiendo que los vasos de cerveza son para los caballeros y los de gaseosa, para las damas. Calcule la cantidad de maneras diferentes en que el mozo puede realizar la distribución.

a) 205 b) 450 c) 210
d) 120 e) 135

15 ¿Cuántas señales diferentes puede emitirse con tres focos rojos, cuatro amarillos y tres azules en una serie navideña que contiene diez portafocos?

a) 8400 b) 4200 c) 1316
d) 2632 e) 2100

16 Calcule el número total de segmentos que se pueden formar en el siguiente gráfico al unir los puntos de una región con los de otra.



a) mnp
b) mn + np + mp
c) mn + p
d) m + n + p
e) $\frac{mn}{2}+\frac{np}{3}+\frac{mp}{4}$

17 ¿Cuántos ordenamientos diferentes puede obtenerse con las letras de la palabra blanquiazul?

a) $\frac{11!}{8}$ b) $\frac{11!}{6}$ c) $\frac{12!}{5}$
d) $\frac{10!}{8}$ e) $\frac{10!}{5}$

18 Calcule el número total de ordenaciones diferentes que se puede formar con todas las letras, a la vez, de la palabra KATTII, de manera que las vocales iguales estén juntas.

a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

19 ¿Cuál será el número de letras de una palabra, sabiendo que el número de combinaciones tomadas de 2 a 2 es igual al de combinaciones tomadas de 3 en 3, como 3 es a 5?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

20 ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 4 parejas de esposos en una mesa circular para jugar casino, si estas parejas juegan siempre juntas?

a) 364 b) 50 c) 24
d) 124 e) 96

21 Un club tiene 15 miembros, (10 hombres y 5 mujeres) ¿Cuántos comités de 8 miembros se pueden formar, si cada comité debe tener 3 mujeres?

a) 2520 b) 2585 c) 1348
d) 2250 e) 5258

22 Alrededor de una mesa circular de 6 asientos se ubican 2 mujeres y 3 hombres. ¿De cuántas formas podrán ubicarse, si el asiento vacío debe quedar entre las dos mujeres?

a) 6 b) 12 c) 32
d) 24 e) 48

23 Hay dos obras de 3 volúmenes cada una y otras dos de 2 volúmenes cada una. ¿De cuántas maneras puede colocarse los 10 libros en un estante, si deben quedar de tal manera que no se separen los volúmenes de la misma obra?

a) 5634 b) 1465 c) 6345
d) 3456 e) 4616

24 En una tienda hay 6 camisas y 5 pantalones que me gustan. Si decido comprar 3 camisas y 2 pantalones, ¿de cuántas maneras diferentes puedo escoger las prendas que me gustan?

a) 100 b) 120 c) 200
d) 240 e) 480

25 ¿Cuántas comisiones integradas por un chico y una chica puede formarse

de cinco chicos y ocho chicas, si cierto chico rehúsa trabajar con dos chicas en particular?

a) 38 b) 40 c) 32
d) 34 e) 36

26 Se escoge un comité de 4 personas de 5 varones y 6 mujeres. ¿De cuántas maneras distintas se podrá escoger dicho comité si entre ellos debe haber por lo menos 2 hombres?

a) 300 b) 420 c) 125
d) 215 e) 452

27 Si se tiene 4 consonantes diferentes y 3 vocales diferentes, ¿cuántos arreglos de 4 letras se pueden formar donde intervengan 2 vocales diferentes y 2 consonantes diferentes?

a) 36 b) 432 c) 144
d) 24 e) 720

28 Se tiene 8 plátanos, 6 manzanas y 4 naranjas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede hacer una ensalada de frutas, con 8 de éstas pero con la condición de que 4 sean plátanos, entre ellos uno de isla insustituible (único entre los demás), además manzanas y naranjas en igual número?

a) 3051 b) 5130 c) 1530
d) 1350 e) 3150

29 ¿Cuántos sonidos distintos pueden producirse con las ocho teclas de un piano si sólo se tocan 4 de ellas y simultáneamente?

a) 70 b) 60 c) 90
d) 80 e) 50

30 De un grupo de 8 hombres y 7 mujeres, ¿cuántos grupos mixtos de 7 personas se puede formar sabiendo que en cada grupo hay 4 varones y el resto son damas?

a) 2435 b) 2450 c) 2446
d) 2350 e) 2470

31 El asta de la bandera de un barco tiene tres posiciones en las que puede colocarse una bandera. Suponiendo que el barco lleva cuatro banderas (diferentes) para hacer señales, ¿cuántas señales diferentes puede hacerse con dos banderas?

a) 33 b) 34 c) 36
d) 35 e) 37

32 ¿Cuántos partidos de fútbol se juega en total en un campeonato que se juega a dos ruedas? Supongamos que participan 20 equipos.

a) 380 b) 340 c) 350
d) 360 e) 370

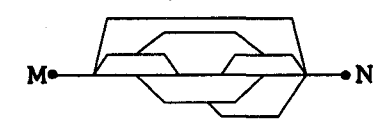
33 Diego tiene 8 bolitas negras y Rudy, 5 bolitas rojas. Si quieren intercambiar sus bolitas, de modo que se intercambien grupos de al menos 2 pero no más de 4, ¿cuántos intercambios posibles se darán?

a) 1110 b) 1180 c) 1290
d) 1120 e) 1190

Segunda Práctica

Análisis Combinatorio

01 ¿De cuántas maneras distintas se puede ir de M hacia N, si siempre se avanza?



a) 12 b) 7 c) 10
d) 8 e) 9

02 Si Vanessa tiene para vestirse 8 pantalones (4 iguales), 3 minifaldas, 7 blusas (2 iguales), 5 polos (4 iguales) y 8 pares de zapatos. ¿De cuántas maneras diferentes podrá vestirse?

a) 1 440 b) 1 220 c) 188
d) 640 e) 512

03 ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar en fila Rosa y Juana y 3 amigos más, si entre ellas debe estar un hombre?

a) 24 b) 12 c) 36
d) 48 e) 120

04 Cinco alumnos van a rendir una prueba, el profesor decide ubicarlos en una sola fila en la que hay 10 asientos. ¿De cuántas maneras puede ubicarlos de tal manera que no haya 2 personas juntas?

a) 90 b) 180 c) 360
d) 720 e) 240

05 En la primera fila del teatro hay 5 asientos para la función de esta noche, Juan compró las 5 entradas de la primera fila, para él y sus amigos, Ana, Dani, Edu y María. Si Ana y María se sientan una al lado de la otra, ¿de cuántas maneras distintas podrán sentarse los 5 chicos?

a) 24 b) 48 c) 36
d) 72 e) 18

06 ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar Ángela y siete amigas más alrededor de una fogata, si entre Ángela y Daniela siempre debe haber una persona?

a) 240 b) 720 c) 960
d) 480 e) 1 440

07 Halle el resultado de sumar todas las sumas de cifras de los números que se pueden formar con las cifras 1, 1, 1, 1, 3, 2, 2, 2, 7.

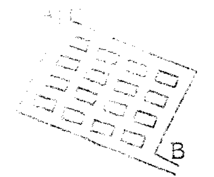
(***Obs:*** deben usarse todas las cifras para formar dicho número).

a) 74 300 b) 41 600 c) 52 100
d) 50 400 e) 61 300

08 El señor Pérez compró 4 juguetes: un avión, un bote, un coche y una grúa para regalar a sus 3 nietos: Pedro, Tomás y Martín. El Sr. Pérez quiere repartir los 4 juguetes y no quiere que ningún nieto se quede sin juguetes. ¿De cuántas maneras distintas puede distribuir los juguetes?

a) 24 b) 36 c) 18
d) 54 e) 144

09 Si se suelta una bolita en "A", ¿de cuántas formas diferentes puede llegar a "B"?



a) 16
b) 256
c) 70
d) 64
e) 81

10 7 estudiantes son ubicados en una misma fila de modo que 4 de ellos siempre están juntos. ¿De cuántas maneras se puede hacer?

a) 576 b) 420 c) 676
d) 930 e) 42

11 ¿De cuántas formas diferentes se pueden sentar 11 personas alrededor de una mesa circular con 6 asientos, si quedan 5 de pie?

a) 42 800 b) 96 000 c) 84 960
d) 72 840 e) 55 440

12 ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar en una fila de 7 butacas, 4 hombres y 3 mujeres de modo que los hombres no estén juntos?

a) 576 b) 4 464 c) 5 040
d) 5 816 e) 7 224

13 3 amigos, llegan a una ciudad con 3 hoteles. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocupar cada uno una habitación, si además desean estar en hoteles diferentes?, en el primer hotel hay 3 habitaciones libres, en el segundo hotel hay 4 y en último 2?

a) 9! b) 924 c) 216
d) 144 e) 8!

14 De un grupo de 5 profesores, 8 alumnos y 8 alumnas se quiere seleccionar 2 profesores y un equipo de fulbito y voley. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer eso, si Betty es matadora inamovible del equipo de voley y Luis delantero indiscutible del equipo de fútbol (los profesores no juegan)?

a) 3 500 b) 4 410 c) 7 250
d) 8 210 e) 13 450

15 En una clínica trabajan 18 enfermeras:

I. ¿Cuántas guardias diferentes de 3 enfermeras pueden formarse?
II. ¿En cuántas guardias de las formadas en (I) estará una enfermera determinada?

a) 816; 136 b) 413; 272
c) 413; 136 d) 816; 272
e) 836; 186

16 Anita tiene 2 blusas, 3 polos, 4 pantalones y 5 minifaldas, todas de diferentes colores. ¿De cuántas maneras diferentes puede vestirse?

a) 120 b) 450 c) 45
d) 26 e) 14

17 Una urna A contiene siete bolas numeradas del 1 al 7. Calcular el número de maneras como podemos sacar, primero 2 bolas de la urna, después 3 bolas y finalmente 2.

a) 120 b) 210 c) 201
d) 102 e) 12

18 Marcos y Enrique intervienen en un torneo de tenis. La primera persona que gane dos juegos seguidos o que complete tres gana el juego. ¿Cuantos resultados posibles existen?

a) 5 b) 10 c) 15
d) 8 e) 20

19 Si no se permiten repeticiones, (i) ¿cuántos números de 3 dígitos se pueden formar con los seis dígitos 2, 3, 5, 6, 7 y 9? (ii) ¿cuántos de éstos son menores que 400? (iii) ¿cuántos son pares? (iv) ¿cuántos son impares? (v) ¿cuántos son múltiplos de 5? (Dé como respuesta la suma de los resultados)

a) 100 b) 150 c) 200
d) 250 e) 300

20 ¿De cuántas maneras se puede acomodar una reunión de 7 personas, (i) en una fila de 7 sillas? (ii) alrededor de una mesa redonda? (Dé como respuesta la suma de los resultados)

a) $7!$ b) $6!$ c) $13!$
d) $7! \times 6!$ e) $8 \times 6!$

21 (i) ¿De cuántas maneras 3 niños y 2 niñas pueden sentarse en una fila? (ii) ¿De cuántas maneras pueden sentarse si los niños se sientan juntos y las niñas también? (iii) ¿De cuántas maneras pueden sentarse en fila si justamente las niñas se sientan juntas? (Dé como respuesta la suma de los resultados)

a) 192 b) 219 c) 291
d) 129 e) 912

22 ¿Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con todas las letras de cada una de las palabras: (i) tema, (ii) campana, (iii) estadísticas? (Sume los resultados y dé como respuesta la suma de cifras)

a) 54 b) 64 c) 48
d) 45 e) 36

23 Cuántas palabras diferentes de cuatro letras aunque no necesariamente tengan sentido, se pueden formar con las letras de la palabra AMOR, de modo que:

I. Tengan siempre la sílaba MA
II. La letra "O" siempre este antes que R

Dar como respuesta la suma de los dos resultados.

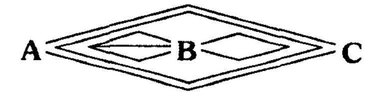
a) 12 b) 18 c) 20
d) 24 e) 36

24 Los hijos de la Sra. Maria son: Carlos, José, Roger, Lulú y Néstor, ninguno es mellizo. Si uno desea averiguar el orden en que nacieron estos hermanos. Luego, son falsas:

I. Existen 120 posibilidades, en el ordenamiento.
II. Si Carmen naciera segunda existiría $3! \times 16 \times 4 - 1$ posibilidades.
III. Si José fuera primero y Néstor el último existirían 3 posibilidades

a) I y II b) Sólo I c) Sólo II
d) II y III e) Sólo III

25 El gráfico muestra las rutas que existen de A a C. Unas haciendo escala en B y otras de forma directa. Marcar lo incorrecto:



a) Existen 6 maneras de ir de A a C haciendo escala.
b) Existen 4 maneras de ir de A a C directamente.
c) Existen en total 10 posibilidades de ir de A a C.
d) Existen sólo cuatro posibilidades de ir de A a C.

e) a y b son correctas.

26 Una persona tiene 4 camisas y 3 pantalones:

I. ¿De cuántas maneras diferentes podrá combinar las prendas?
II. ¿De cuántas, si la camisa crema siempre se la debe poner con su pantalón marrón?
III. ¿De cuántas, si el pantalón marrón siempre se lo debe poner con su camisa crema?
IV. ¿De cuántas, si la camisa crema siempre se la debe poner con su pantalón marrón y viceversa?

A) 12 B) 6 C) 7
D) 9 E) 10 F) 5 G) 11

Relacionar correctamente:

a) IA IIC IIIC IVC b) IA IID IIIE IVB
c) IA IIB IIIC IVG d) IA IIB IIIB IVG
e) IA IIE IIID IVC

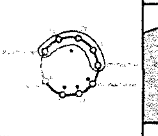
27 Un alumno tiene 8 pantalones, 5 camisas y 3 pares de zapatos; todos de diferente color. Podremos afirmar:

I. Podrá vestirse de 120 maneras.
II. Si quisiera hacerlo descalzo podrá hacerlo de 24 maneras.
III. Si el pantalón negro siempre lo usa con la camisa blanca podrá vestirse de 108 maneras. Son ciertas:

a) Sólo I b) II y III c) I y III
d) Todas e) Ninguna

Tercera Práctica

Análisis Combinatorio



01 Hay 6 ómnibus diferentes que viajan de Lima a Huancayo. Luego, dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Existen 30 posibilidades de ir y regresar pero en un ómnibus diferente.
II. Si un ómnibus se malogra en Lima y otro en Huancayo existen 20 posibilidades de ir y regresar.
III. Si se incrementa la flota en 3 ómnibus existirían 72 posibilidades de ir a Huancayo.

a) VVV b) VVF c) VFF
d) FFF e) FVV

02 Lucho invita al cine a su novia a y a los 3 hermanos de ella. Al encontrar una fila de 5 butacas:

I. Podrán ubicarse de 25 maneras diferentes.
II. Podrán elegir sus lugares de 24 maneras diferentes, si es que Lucho se sienta siempre al centro.
III. Podrán ubicarse de 48 maneras diferentes si es que los novios se sientan siempre juntos.

a) VFF b) FVV c) VVF
d) VFV e) FVF

03 El departamento de tránsito desea elaborar nuevas placas de rodaje, cuyo diseño es de tres letras, seguidos de cuatro dígitos. ¿Cuántas placas diferentes se podrán estructurar si se dispone de sólo 10 letras del abecedario y de los dígitos impares; se sabe además que:

I. Las letras y los dígitos no se pueden repetir en una misma placa.
II. Las letras si se pueden repetir, pero los dígitos no.
III. Las letras no, pero los dígitos si.
IV. Se puede repetir tanto letras como dígitos.

A) 450 000 B) 625 000 C) 86 400
D) 120 000 E) 604 800

Relacionar correctamente:

a) IA IID IIIC IVB b) ID IIA IIIB IVC
c) IB IIA IIIC IVD d) ID IIE IIIB IVC
e) IC IID IIIA IVB

04 Sandra desea comprar un libro de costura que es vendido en 4 lugares: en huacho en 6 librerías, en Huaura en 5 puestos de ventas, en Hualmay en 3 librerías y en Lima en 20 Librerías ¿de cuántas maneras puede adquirir dicho libro?

a) 1 800 b) 34 c) 14
d) 3 600 e) más de 17

05 De Huacho a Sayán hay 5 caminos diferentes y de Sayán a Huaraz hay 3

Caminos diferentes ¿De cuántos maneras se podrá llegar?

a) De Huacho a Huaraz pasando por Sayán.

b) Se puede realizar un viaje redondo ida y vuelta sin volver por la misma ruta

a) 15, 210 b) 15, 225 c) 14, 225
d) 15, 120 e) 8, 120

06 Hallar: $E = 5!! + 8!! + (2!)!$

a) 104 b) 124 c) 386
d) 399 e) 401

07 ¿Cuántos números de cifras diferentes de 4 cifras se puede formar con los dígitos de 1 a 9?

a) 15 120 b) 3024 c) 144
d) 432 e) 6 048

08 6 Hombres y 5 mujeres deben sentarse en una fila de 11 asientos de modo ninguna mujer ocupe sitio impar y de cuántos maneras diferentes podrán sentarse!

a) 86 040 b) 84 600 c) 68 600
d) 86 400 e) 68 400

09 Carlos desea colocar 11 libros en un estante de los cuales 4 son de matemática, 5 de filosofía y 2 de computación- ¿De cuántas se pueden ordenar si los libros de una misma materia deben estar juntos?

a) 576 b) 34 560 c) 17 280
d) 1 440 e) 34 650

10 Un funcionario desea viajar de Lima a Tacna y tiene a su disposición 3 líneas terrestres y 5 líneas aéreas. ¿De cuántas maneras diferentes puede realizar dicho viaje?

a) 15 b) 2 c) 8
d) 4 e) 30

11 ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir una persona que tiene 6 ternos (iguales), 5 pares de medias (3 iguales), 2 pares de zapatos, 8 corbatas (2 iguales) y 6 camisas (3 iguales)?

a) 420 b) 168 c) 288
d) 840 e) 2 880

12 En una oficina hay 4 escritorios que pueden ser ocupados cada uno hasta por 2 personas. si hay 3 secretarias, ¿de cuántas maneras pueden sentarse?

a) 24 b) 42 c) 336
d) 60 e) 72

13 Entre las ciudades A y B hay 5 rutas y entre B y C 7 rutas. ¿De cuántas maneras distintas se podrá ir de "A" hacia "C", pasando por "B" y regresar?

a) 1 225 b) 1 200 c) 1 344
d) 3 226 e) 325

14 Dos brasileños, cuatro argentinos y tres peruanos contrataron un palco especial de 9 asientos, para espectar la gran final de la "Copa América". ¿De cuántas maneras pueden sentarse en fila, de modo que los de la misma nacionalidad se sienten juntos?

a) 864 b) 684 c) 1 728
d) 1 278 e) 1 200

15 Un árbitro ante el reclamo de 5 jugadores al cobrar un penal, muestra 3 tarjetas amarillas y 2 rojas. ¿De cuántas maneras podrá mostrar dicho castigo?

a) 8 b) 2 c) 10
d) 16 e) 6

16 Una moneda cuyas caras están marcadas con los números 2 y 3 respectivamente es tirada 5 veces. Determinar de cuántas maneras se obtendrán suma 12.

a) 120 b) 60 c) 30
d) 15 e) 10

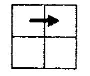
17 ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 4 parejas de esposos en una mesa circular para jugar casino, si estas parejas juegan siempre juntas?

a) 364 b) 50 c) 24
d) 124 e) 96

18 ¿De cuántas maneras diferentes, se pueden sentar 9 personas alrededor de una mesa redonda con 5 asientos si quedan 4 de pie?

a) 3 000 b) 3 200 c) 3 024
d) 1 024 e) 1 200

19 Se tiene un tablero cuadrado de 4 × 4 en el cual se ubica una ficha en el cuadrado superior izquierdo. De cuántas maneras es posible que la ficha llegue al cuadrado inferior derecho si los movimientos permitidos para la ficha son los siguientes:



a) 12 b) 33 c) 42
d) 63 e) Más de 63

20 En la fecha inaugural de un torneo interclubes de fulbito, los capitanes de equipo intercambian banderines y se estrecharon la mano. Un espectador advirtió que la diferencia entre el número de banderines intercambiados y el número de apretones de mano fue 120. ¿Cuántos clubes participaron?

a) 15 b) 16 C) 30
d) 60 e) 61

21 Se tiene 8 plátanos, 6 manzanas y 4 naranjas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede hacer una ensalada de frutas, con 8 de éstas pero con la condición de que 4 sean plátanos, entre ellos uno de isla insustituible (único entre los demás)?, además manzanas y naranjas en igual número?

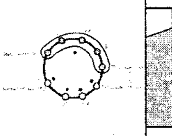
a) 3 051 b) 5 130 c) 1 530
d) 1 350 e) 3 150

22 En una reunión de 5 amigos que se están preparando para ingresar a la UNI acordaron estudiar en grupo. ¿Cuántos grupos diferentes se podrán formar?

a) 64 b) 31 c) 30
d) 26 e) 25

Cuarta Práctica

Análisis Combinatorio



01 Calcule: $A = \dfrac{\frac{31}{12} \times \frac{30}{11} \times \frac{29}{10} \times C_9^{28}}{C_9^{28} + C_{18}^{28} + C_{18}^{29} + C_{12}^{30}}$

a) 2 b) 1 c) ½
d) $^1/_3$ e) $^2/_3$

02 Determinar el equivalente recorrido de: $S = c_0^n + 2c_1^n + 3c_2^n + \ldots + (n-1)c_n^n$

a) $2^n + 2^{2-1} - n$ b) $2^n - n + 2^{n-1}$
c) $2^n + 2^{n-1}$ d) $2^n \cdot (n+1)$
e) n^2

03 José Gabriel no pudo asistir al clásico, por lo que a la salida del estadio indaga por el resultado, pero lo único que logra saber es que se marcaron en total n goles. ¿De cuántas maneras diferentes pudo concluir el encuentro?

a) $n\,!$ b) $\frac{n(n+1)}{2}$ c) $n^2 + n$
d) $n+1$ e) $(n-1)\,!$

04 La cerradura de la bóveda de un banco prestigioso consta de 3 discos con la numeración del 1 al 10. Si un amigo de lo ajeno desea abrir la bóveda, ¿cuántos intentos infructuosos como máximo tendrá que realizar?
(**Obs.:** la bóveda se abre cuando los discos se combinan de forma correcta).

a) 999 b) 1000 c) 720
d) 896 e) 719

05 Teresa es una señorita bastante jovial y amigable por lo que solo en una semana de estar en la academia, ha conseguido tener 10 amigos a los cuales desea invitarlos a un cumpleaños. ¿De cuántas maneras puede invitar a uno o más de ellos?

a) 1023 b) 10 ! c) 55
d) 10 e) 100

06 Para la biblioteca de la academia se han comprado 6 estantes grandes, 5 medianos y 4 pequeños todos de distintos diseños. Se les va ubicar en una fila en un ambiente acondicionado. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ubicar sabiendo que los estantes del mismo tamaño siempre están juntos?

a) $3! \times 15!$ b) $4! \times 5!$
c) $2! \times 5! \times 10!$ d) $2! \times 6! \times 9!$
e) $3! \times 4! \times 5! \times 6!$

07 6 ladrones se escapan de la policía y tienen 3 escondites para poder ocultarse ¿de cuántas maneras diferentes como máximo pueden ocultarse?

a) 20 b) 729 c) 360
d) 30 e) $(3!)^3$

08 Si se disponen de "m" objetos iguales otros "n" objetos iguales y finalmente "p" objetos distintos ¿de cuántas ma-

neras se puede seleccionar por lo menos un objeto?

a) mnp b) $(m+1)(n+1)p-1$

c) $(m+1)(n+1)2^p-1$

d) $mn2^p$ e) $mn2^{p+1}-1$

09 En la casa de Heraldo asistieron a una reunión familiar 3 tíos y 3 tías, se les pide que se ubiquen en una banca, de forma alternada ¿de cuántas maneras lo pueden hacer?

a) 36 b) 720 c) 72
d) 180 e) 12

10 En una sala de estudios de la academia se encuentran 10 alumnos del local de Huacho y 5 alumnos de Barranca, ¿De cuantas maneras diferentes se pueden formar un grupo de 5 alumnos, para que se sienten en una carpeta; si en ella debe haber siempre 3 de Huacho y 2 de Barranca.

a) 1200 b) 600 c) 560
d) 724 e) $11\times 12\times 13\times 21$

11 De 15 jugadores de fútbol, ¿De cuántas maneras se puede conformar un equipo si se sabe que 3 de ellos, por problemas personales se niegan a jugar en el mismo equipo?

a) 198 b) 160 c) 120
d) 125 e) 210

12 ¿Cuántas palabras aunque carezcan de sentido se pueden formar con las letras de la palabra COCOROCO?

a) 504 b) 168 c) 210
d) 860 e) 280

13 Considere las placas de automóviles que tienen tres letras seguidas de tres dígitos. Si pueden emplearse todos los arreglos posibles ¿Cuántas placas diferentes pueden formarse?

a) 19683000 b) 5550000 c) 47930021
d) 3996000 e) 5781020

14 ¿Cuántos números pares de 3 dígitos se pueden formar con los dígitos 1,2,5,6,7,8,9, si cada dígito puede emplearse una sola vez?

a) 210 b) 90 c) 36
d) 126 e) 70

15 Suponga que el 3 de marzo de 1999 nacen en cierto hospital cuatro pares de gemelos, dos pares de gemelas, nueve niños y once niñas. Se utiliza una tinta indeleble para escribir sus nombres. Al día siguiente la tinta desaparece. ¿De cuántas maneras es posible mezclar los niños?

a) $32!$ b) $11!\times 9!\times 4!\times 2$

c) $26!$ d) $\frac{32!}{(2!)^6}$ e) $\frac{32!}{4!\times 20}$

16 Un producto que se vende, en el primer mercado lo ofrecen en 5 tiendas, en el segundo en 4 tiendas y en el tercer mercado en 6 tiendas. ¿De cuántas maneras puede venderse el producto?

a) 120 b) 15 c) 360
d) 45 e) 90

17 Un estudiante tiene que contestar 8 de de 10 preguntas en un examen.

a) ¿De cuántas maneras puede el estudiante escoger las 8 preguntas?
b) Si las tres primeras son obligatorias, ¿de cuántas maneras puede escoger las preguntas restantes?
c) Si tiene que contestar 4 de las 5 primeras ¿de cuántas formas puede hacerlo?

a) 45 , 21 , 6 b) 45 , 21 , 25
c) 45 , 21 , 30 d) 8! , 21, 15
e) 45 , 45 , 45

18 En un salón de clase se quiere ubicar a 6 jóvenes y 5 chicas en una sola fila, de manera que las chicas ocupen lugares pares. ¿De cuántas maneras se puede lograrlo?

a) $6! \times 5!$ b) $11!$ c) $5! \times 11$
d) $6! \times 11$ e) $11! \times 2$

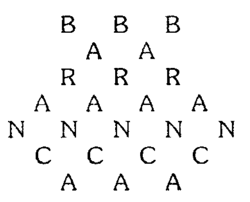
19 ¿Cuántas comisiones integradas por un varón y una mujer pueden formarse de cinco varones y ocho mujeres, si Pedro rehúsa trabajar con Ana y Bety.

a) 30 b) 38 c) 40
d) 48 e) 24

20 ¿De cuántas formas distintas se puede repartir seis canicas rojas iguales; una blanca, una negra, una amarilla, una azul, una marrón y una verde en tres agujeros?

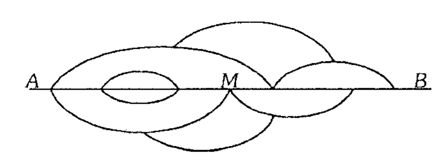
a) 20412 b) 21212 c) 24012
d) 25421 e) 31402

21 ¿De cuántas maneras distintas se puede leer BARRANCA uniendo letras vecinas?



a) 140 b) 156 c) 154
d) 144 e) 164

22 De cuántas maneras diferentes se puede ir de A hacia B y regresar, de modo que en el regreso no se pase por M y no se puede retroceder.



a) 91 b) 130 c) 169
d) 96 e) 64

23 Calcule:

$$S = \frac{1}{2(1!)} + \frac{3}{2^2(2!)} + \frac{3}{2^3(3!)} + \ldots$$

Si hay infinitos sumandos.

a) 1 b) 2 c) −1
d) 1/2 e) 3/2

CLAVES INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS COMBINATORIO

PRIMERA PRÁCTICA

01. b	02. e	03. a	04. c	05. e
06. b	07. c	08. d	09. e	10. d
11. a	12. c	13. a	14. c	15. b
16. b	17. a	18. e	19. b	20. e
21. a	22. b	23. d	24. c	25. a
26. d	27. b	28. e	29. a	30. b
31. c	32. a	33. e		

SEGUNDA PRÁCTICA

01. d	02. e	03. c	04. e	05. b
06. e	07. d	08. b	09. c	10. a
11. e	12. b	13. d	14. b	15. a
16. c	17. b	18. b	19. e	20. e
21. a	22. e	23. b	24. e	25. d
26. e	27. c			

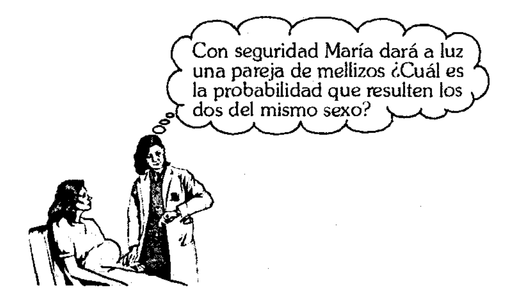
TERCERA PRÁCTICA

01. b	02. b	03. e	04. b	05. a
06. e	07. b	08. d	09. b	10. c
11. b	12. d	13. a	14. c	15. c
16. e	17. e	18. c	19. d	20. b
21. e	22. d			

CUARTA PRÁCTICA

01. b	02. a	03. d	04. a	05. a
06. e	07. b	08. c	09. c	10. a
11. e	12. e	13. a	14. b	15. d
16. b	17. b	18. a	19. b	20. a
21. d	22. e	23. a		

INTRODUCCIÓN



Para este ejemplo que no es muy complicado, se deduce que la probabilidad pedida es $^1/_2$. ¿pero cómo obtenemos ese resultado?, o más aún, ¿que significa o como se interpreta dicho resultado?. Precisamente estos puntos pasaremos a explicar a continuación.

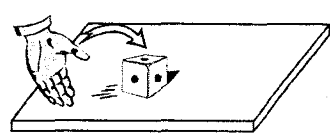
CONCEPTOS PREVIOS

EXPERIMENTO DETERMINÍSTICO

Es toda prueba o ensayo cuyo resultado puede predecirse con seguridad antes de realizar la prueba, ya que consta de un único resultado posible.

Ejemplo:

Al lanzar el dado se obtiene como único resultado posible el punto 1.

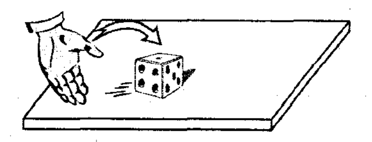


EXPERIMENTO ALEATORIO (ε)

Es toda prueba o ensayo cuyo resultado no se puede predecir con seguridad antes de realizar la prueba, ya que consta con más de un posible resultado.

Ejemplo:

Al lanzar un dado normal, cada uno de los 6 puntos tienen las mismas posibilidades de ocurrir.



ESPACIO MUESTRAL (Ω)

Es el conjunto de todos los resultados posibles que tiene un experimento aleatorio.

Ejemplos:

- Lanzar una moneda y observar la cara superior.

  $\Omega = \{C, S\}$; C = cara y S = sello

- Lanzar una dado y observar el número que aparece en la cara superior.

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

EVENTO O SUCESO (A,B,C, ...)

Es cualquier subconjunto del espacio muestral, en otras palabras, es un caso particular que se solicita del experimento aleatorio.

Ejemplos:

1. ε : Lanzar una moneda y observar la figura obtenida.
$\Omega : \{C,S\} \Rightarrow n\{\Omega\} = 2$
A : El resultado obtenido es sello.
$A : \{S\} \Rightarrow n(A) = 1$

2. ε : Lanzar un dado normal y observar el número de puntos obtenidos
$\Omega : \{1,2,3,4,5,6\} \Rightarrow n\{\Omega\} = 6$
A : El resultado obtenido es mayor que 4
$A : \{5,6\} \Rightarrow n(A) = 2$

DEFINICIÓN BÁSICA DE PROBABILIDAD

La probabilidad es un valor numérico que mide el grado de duda que se tiene al realizar un experimento aleatorio. Por ejemplo al lanzar una moneda tenemos algunas dudas respecto al resultado porque no sabemos con exactitud si va a salir cara o sello, justamente esa duda que se produce al lanzar la moneda puede ser medida con la probabilidad.

Siendo "A" un evento de un espacio muestral (Ω) entonces la probabilidad de ocurrencia de "A" se denota por $P(A)$ y está dada por la relación.

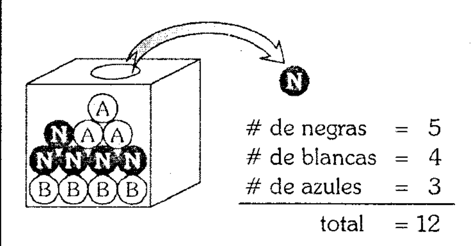
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{Número de casos favorables al suceso "A"}}{\text{Número de casos totales del experimento aleatorio}}$$

EJEMPLO 01

En una caja se tiene 4 bolitas blancas, 5 bolitas negras y 3 azules. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bolita salga negra?

a) 1/3 b) 1/4 c) 5/12
d) 12/5 e) 7/12

Resolución



Como al extraer una bolita se quiere que salga negra.

de casos a favor: 5 (porque hay 5 negras)
de casos totales : 12 (porque hay 12 esferas en total)

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{5}{12}$

Clave: c

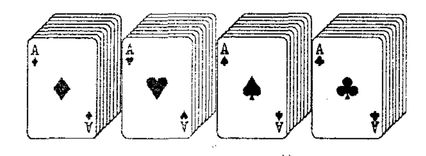
EJEMPLO 02

¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja se obtenga un As?

a) $^1/_{13}$ b) $^2/_{13}$ c) $^4/_{54}$
d) $^1/_{27}$ e) $^1/_{15}$

Resolución

En una baraja hay 52 cartas de las cuales 4 son ases.



Probabilidad = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

Clave: a

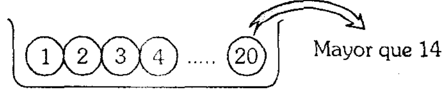
EJEMPLO 03

En una caja hay 20 bolas numeradas del 1 al 20. Se extrae al azar una bola, ¿cuál es la probabilidad que el número de la bola extraída sea mayor a 14?

a) 15% b) 20% c) 24%
d) 30% e) 36%

Resolución

Del enunciado:



Caso a favor :

Casos totales = 20 (porque hay 20 bolas)

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$
$= 30\%$

Clave: d

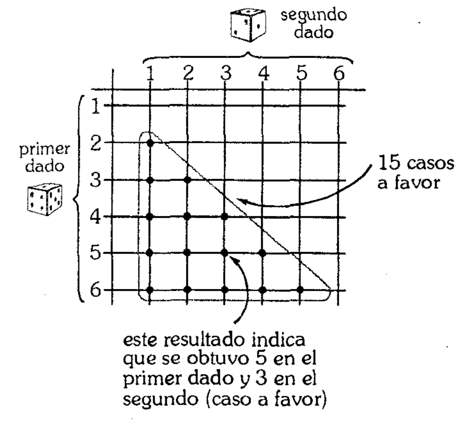
EJEMPLO 04

Al lanzar 2 dados, ¿cuál es la probabilidad de que el resultado del primer dado sea mayor que el segundo?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{30}$ e) $\frac{5}{12}$

Resolución

Cuando tengamos experimentos en las que se lanzan dos dados es recomendable usar el siguiente esquema:



Como cada punto representa un resultado distinto:

$\Rightarrow$ # de casos totales = $6 \times 6 = 36$

Del gráfico se observa que hay 15 casos a favor.

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

Clave: e

EJEMPLO 05

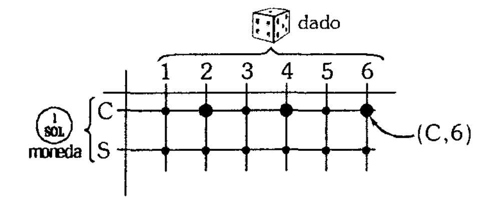
Se lanzan simultáneamente una moneda y un dado. Calcular la probabilidad de obtener una cara y un número par.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{6}$

Resolución

Haciendo un esquema:



de casos totales = 12 (porque hay 12 puntos de intersección).

de casos a favor = $\underbrace{(C,2)\ (C,4)\ (C,6)}_{3\text{ casos}}$

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Clave: b

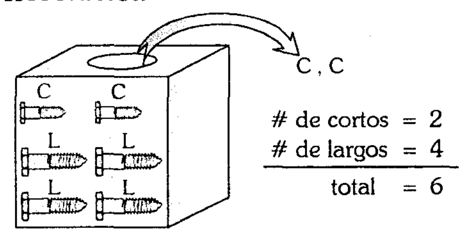
EJEMPLO 06

Suponga que entre seis pernos, dos son más cortos que los demás. Si se escogen dos pernos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos más cortos sean los escogidos?

a) $\frac{14}{15}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{15}$

d) $\frac{2}{15}$ e) $\frac{7}{15}$

Resolución



# de cortos = 2
# de largos = 4
total = 6

si denotamos los pernos como:

$$C_1\ C_2\ L_1\ L_2\ L_3\ L_4$$

Casos a favor: $\underbrace{(C_1\ C_2)}_{1\text{ caso}}$

Casos totales: $(C_1C_2)\ (C_1L_1)\ (C_1L_2)\ \ldots\ (L_3L_4)$

se observa que cualquier grupo de 2 pernos que podemos formar con los 6 que tenemos representa un caso total.

Luego:

$$\#\text{ de casos totales } = C_2^6 = \frac{6\times 5}{2\times 1} = 15$$

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{1}{15}$

Clave: c

PROPIEDADES:

1. Si "A" es un evento definido en Ω entonces:

$$\boxed{0 \leq P(A) \leq 1}$$

- Si : $\boxed{P(A) = 0} \Rightarrow A = \varnothing$

  A es un evento imposible

- Si : $\boxed{P(A)=1} \Rightarrow A=\Omega$

A es un evento seguro

2. EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Si "A" y "B" son sucesos mutuamente excluyentes, es decir $A \cap B = \varnothing$, entonces:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}; \quad A \cap B = \varnothing$$

EJEMPLO

De una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta de corazones con un valor menor que 7 o un valor mayor que 10?

a) $^3/_{26}$ b) $^3/_{52}$ c) $^7/_{52}$
d) $^9/_{52}$ d) $^4/_{13}$

Resolución:

Como no es posible que una carta de corazones tenga un valor menor que 7 y un valor mayor que 10 a la vez ambos eventos son mutuamente excluyentes.

- Hallemos la probabilidad de obtener una carta de corazones con un valor menor que 7.

casos a favor: $\underbrace{1\heartsuit \ 2\heartsuit \ 3\heartsuit \ \ldots \ 4\heartsuit}_{6 \text{ casos}}$

Casos totales = 52 (porque hay 52 cartas en total)

$\Rightarrow P\text{ (menor que 7)} = \frac{6}{52}$

- Ahora hallemos la probabilidad de obtener una carta de corazones con un valor mayor que 10.

casos a favor: $\underbrace{11\heartsuit \ ; \ 12\heartsuit \ ; \ 13\heartsuit}_{3 \text{ casos}}$

$\Rightarrow \quad P\text{(mayor que 10)} = \frac{3}{52}$

$$\therefore \ P\begin{pmatrix}\text{menor} & \text{o} & \text{mayor} \\ \text{que 7} & & \text{que 10}\end{pmatrix} = P\begin{pmatrix}\text{menor} \\ \text{que 7}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{mayor} \\ \text{que 10}\end{pmatrix}$$

$$= \frac{6}{52} + \frac{3}{52} = \frac{9}{52}$$

Clave: d

> **NOTA**
>
> Se dice que dos eventos son mutuamente excluyentes cuando no pueden ocurrir a la vez.

3. EVENTOS NO EXCLUYENTES

Si "*A*" y "*B*" son sucesos no excluyentes, es decir $A \cap B \neq \varnothing$ entonces:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

EJEMPLO

De una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una carta sea 8 ó de color negro?

a) $\frac{15}{26}$ b) $\frac{7}{13}$ c) $\frac{11}{26}$
d) $\frac{14}{52}$ d) $\frac{17}{26}$

Resolución:

Al extraer una carta es posible que sea un 8 y de color negra a la vez; luego ambos eventos no son excluyentes.

- Probabilidad de extraer un 8:

  Casos a favor: $\underbrace{8♥\ 8♣\ 8♠\ 8♦}_{4\text{ casos}}$

  $\Rightarrow$ Probabilidad = $\frac{4}{52}$

- Probabilidad de extraer una carta negra: Sabemos que en una baraja la mitad de las cartas son de color negro (♣ ♠) y la otra mitad de color rojo (♥♦)

  $\Rightarrow$ Probabilidad = $\frac{26}{52}$

- Probabilidad de extraer un 8 de color negro:

  Casos a favor: $\underbrace{8♣\ 8♠}_{2\text{ casos}}$

  $\Rightarrow$ Probabilidad = $\frac{2}{52}$

$\therefore$ probabilidad pedida $= \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52}$

$= \frac{7}{13}$

Clave: b

4. Si "*A*" un suceso definido en el espacio muestral Ω, entonces:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Donde:

A': es el suceso complementario de A. (que no ocurra A).

EJEMPLO

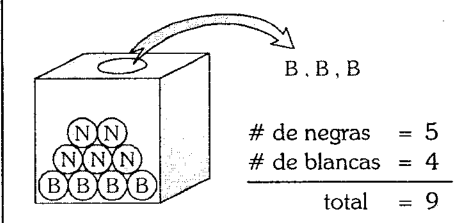
Tres bolas se extraen al azar de una caja que contiene 4 bolas blancas y 5 negras. Determine la probabilidad de obtener al menos una negra.

a) $\frac{1}{21}$ b) $\frac{7}{21}$ c) $\frac{20}{21}$

d) $\frac{4}{21}$ d) $\frac{5}{21}$

Resolución:

Hallemos la probabilidad de que ninguna sea negra (todas blancas)



CASOS TOTALES: # de formas en que podemos elegir 3 bolas de un total de 9.

$$\#\text{ de casos totales} = C_3^9 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

CASOS A FAVOR: # de formas en que se puede elegir 3 bolas blancas de un total de 4.

$$\#\text{ de casos a favor} = C_3^4 = 4$$

$$\Rightarrow P(\text{ninguna negra}) = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$$

$$\therefore P\text{ (al menos una negra)} = 1 - P\begin{pmatrix}\text{ninguna}\\ \text{negra}\end{pmatrix}$$

$$= 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

Clave: c

5. EVENTOS INDEPENDIENTES

Se dice que dos eventos son independientes cuando la ocurrencia de uno no afecta al otro y se cumple:

Si "*A*" y "*B*" son eventos independientes:

$$P(A y B) = P(A) \times P(B)$$

EJEMPLO

Se lanza un dado dos veces en forma sucesiva. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos resultados sean 3?

a) $^{1}/_{3}$ b) $^{1}/_{6}$ c) $^{1}/_{36}$
d) $^{1}/_{18}$ d) $^{1}/_{12}$

Resolución:

Que salga 3 puntos en el primer lanzamiento no afecta al resultado del segundo lanzamiento.

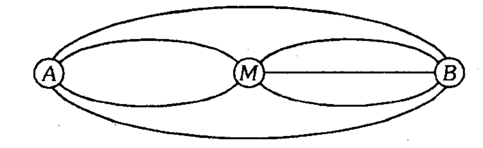
$$\text{Probabilidad pedida} = \overbrace{\frac{1}{6}}^{1^{er}} \times \overbrace{\frac{1}{6}}^{2^{do}} = \frac{1}{36}$$

{1,2,③,4,5,6}

Clave: c

EJEMPLO

¿Cuál es la probabilidad de que una persona que avanza, sin retroceder, en ningún momento, de A hacia B no pase por M.?

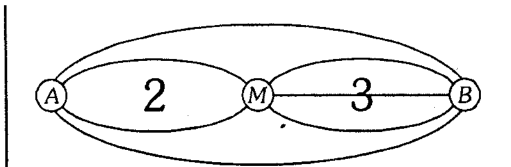


a) $^{1}/_{2}$ b) $^{3}/_{4}$ c) $^{1}/_{4}$
d) $^{1}/_{8}$ d) $^{3}/_{8}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

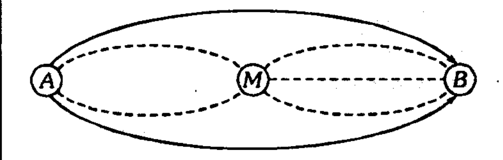
de formas en que se puede ir de A hacia B :



$$\text{Total} = \overbrace{2 \times 3}^{\text{pasando por } M} + \overbrace{2}^{\text{sin pasar por } M} = 8$$

CASOS A FAVOR:

de formas en que se puede ir de A hacia B sin pasar por M.



Total = 2

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{2}{8} = 1/4$

Clave: c

¿Sabías que...?

El primer dado conocido es de arcilla cubierta de cuero, fue encontrado al norte de Irak y data de principios del tercer milenio a.C.

Problemas Resueltos

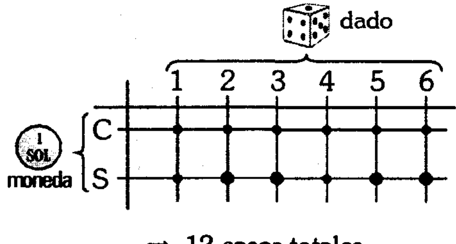
CÁLCULO DE PROBABILIDADES

PROBLEMA 01

Halle la probabilidad de que al lanzar un dado normal y una moneda, se obtenga sello en la moneda y un número que no tenga raíz cuadrada exacta en el dado.

a) 1/2 b) 5/12 c) 1/3
d) 1/6 e) 1/4

Resolución:



⇒ 12 casos totales

⇒ 4 casos a favor

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Clave: c

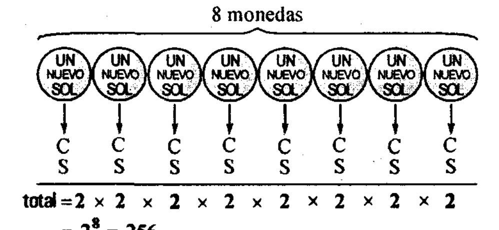
PROBLEMA 02

Si se arrojan 8 monedas ¿cuál es la probabilidad de obtener 3 sellos y 5 caras?

a) 0,219 b) 0,25 c) 0,312
d) 0,3125 e) 0,3124

Resolución:

Casos totales : # de resultados diferentes al lanzar 8 monedas



total = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2^8 = 256$

Casos a favor : # de formas distintas de obtener 3 sellos y 5 caras.

SSSCCCCC
SSCCCCCS
CCCSSSCC
⋮

8 letras

$\frac{8!}{3! \times 5!} = 56$ formas

S → 3!, C → 5!

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{56}{256} = 0,219$

Clave: a

PROBLEMA 03

¿Cuál es la probabilidad de que al escoger dos números de: 1,2,3,4, ..., 20 éstos sumen 21?

a) $\frac{7}{190}$ b) $\frac{1}{20}$ c) $\frac{1}{190}$
d) $\frac{1}{19}$ e) $\frac{3}{190}$

Resolución:

Casos totales:

de formas distintas en que se pueden seleccionar dos números de un total de 20

$$\#\text{ de casos totales} = C_2^{20} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

Casos a favor:

de parejas que suman 21.

1 2 3 4 ... 9 10 11 12 ... 17 18 19 20

de casos a favor = 10

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{10}{190} = \frac{1}{19}$

Clave: d

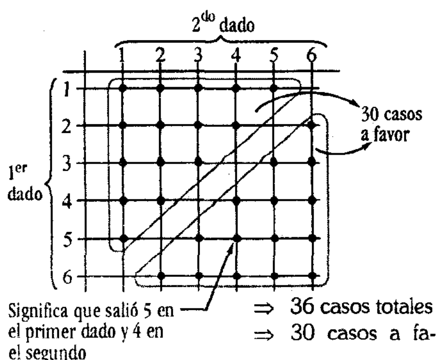
PROBLEMA 04

Al lanzar dos dados legales ¿cuál es la probabilidad de que la suma de resultados no sea 7?

a) $^1/_6$ b) $^2/_7$ c) $^5/_6$
d) $^7/_{36}$ e) $^{29}/_{36}$

Resolución:

Haciendo un esquema:



⇒ 36 casos totales
⇒ 30 casos a favor

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

Clave: c

PROBLEMA 05

Si la probabilidad de resolver un problema cualquiera es p ¿Cuál es la probabilidad de resolver al menos un problema de n problemas propuestos?

a) $1-p$ b) $(1-p)^n$ c) $(1-p)^{n-1}$
d) $1-(1-p)^n$ e) $(1-p)^{n+1}$

Resolución:

Hallaremos la probabilidad de no resolver ningún problema :

Como la probabilidad de resolver un problema es p

⇒ probabilidad de no resolverlo es: $(1-p)$.

Como son n problemas:

	Prob 1	Prob 2	Prob 3	...	Prob n
	↓	↓	↓		↓
Probabilidad de no resolver ninguno:	$(1-p)$ •	$(1-p)$ •	$(1-p)$	...	$(1-p)$

$$= (1-p)^n$$

$\therefore$ Probabilidad de resolver al menos uno: $1-(1-p)^n$

Clave: d

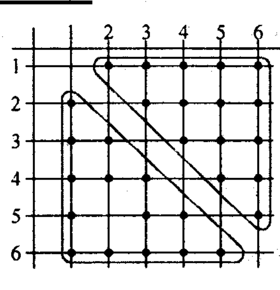
PROBLEMA 06

Se lanza un par de dados corrientes. Si los dos números que aparecen son diferentes, hallar la probabilidad de que la suma sea 6.

a) $\frac{2}{16}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{2}{15}$

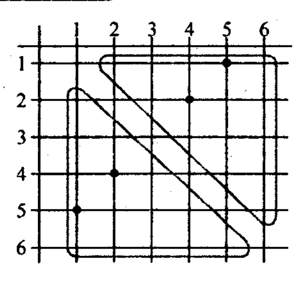
Resolución:
Haciendo un esquema:

Casos totales:



$\Rightarrow$ 30 casos totales

Casos a Favor:



$\Rightarrow$ 4 casos a favor

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

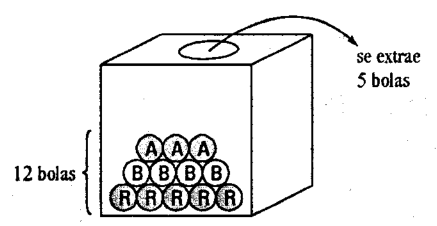
Clave: e

PROBLEMA 07

En una caja hay 12 bolas de billar, de las cuales 5 son de color rojo, 4 de color blanco y 3 de color azul. Si se extrae 5 bolas al azar, determine la probabilidad de que 3 sean rojas y 2 sean blancas.

a) $^1/_6$ b) $^2/_3$ c) $^5/_{66}$
d) $^7/_{11}$ e) $^1/_3$

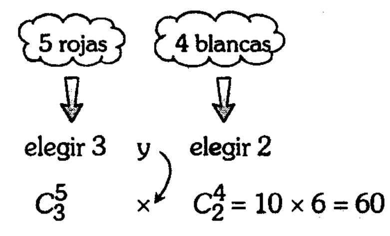
Resolución:
Del enunciado



Casos totales: # de formas en que se pueden seleccionar 5 bolas de un total de 12.

$$C_5^{12} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 792$$

Casos a Favor : # de formas en que podemos escoger 3 rojos y 2 blancas



$$C_3^5 \times C_2^4 = 10 \times 6 = 60$$

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{60}{792} = \frac{5}{66}$

Clave: c

PROBLEMA 08

Se escoge un número de la sucesión: 1, 2, 3, 4, ... , 1000 ¿cuál es la probabilidad de que no sea cubo perfecto?

a) $^1/_{100}$ b) $^{99}/_{100}$ c) $^1/_9$
d) $^8/_9$ e) $^1/_{50}$

Resolución:

Como de los números:

$$\underbrace{1, 2, 3, 4, \ldots, 1000}_{1000 \text{ \#s}}$$

Los cubos perfectos son:

$$\underbrace{1^3 ; 2^3 ; 3^3 ; \ldots ; 10^3}_{10 \text{ \#s}}$$

$\Rightarrow$ # de casos totales $= 1000$

$\Rightarrow$ # de casos a favor $= 1000 - 10 = 990$

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{990}{1000} = \frac{99}{100}$

Clave: b

PROBLEMA 09

Se escribe al azar un número de dos cifras. Hallar la probabilidad de que dicho número sea múltiplo de 4.

a) $\frac{10}{45}$ b) $\frac{2}{15}$ c) $\frac{45}{72}$

d) $\frac{11}{45}$ e) $\frac{32}{45}$

Resolución:

Casos totales: $\underbrace{10, 11, 12, 13, \ldots, 99}_{90 \text{ \#s}}$

Casos a favor: 4×3 , 4×4 , 4×5 , ... , 4×24

$$\underbrace{12 ; 16 ; 20 ; \ldots ; 96}_{22 \text{ \#s}}$$

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{22}{90} = \frac{11}{45}$

Clave: d

PROBLEMA 10

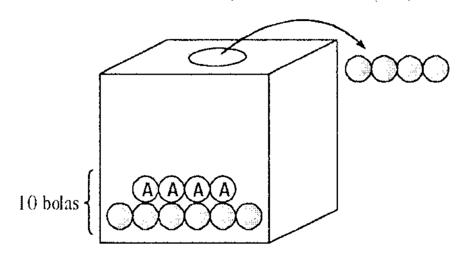
En una caja hay 10 bolas, de las cuales sólo 4 son amarillas, se toman cuatro al azar. Halle la probabilidad de que por lo menos una resulte de color amarillo.

a) $^1/_{30}$ b) $^{13}/_{14}$ c) $^{10}/_{12}$

d) $^1/_6$ e) $^5/_6$

Resolución:

Hallaremos la probabilidad de que ninguna sea de color amarillo (evento contrario).



Casos totales: # de formas de seleccionar 4 bolas de un total de 10.

$$C_4^{10} = \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1} = 210$$

Casos a Favor: # de formas en que se puede escoger 4 bolas de un total de 6.

$$C_4^{6} = \frac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1} = 15$$

$\Rightarrow$ Probabilidad que ninguna sea amarilla. $= \frac{15}{210} = \frac{1}{14}$

$\therefore$ Probabilidad de que por lo menos una sea amarilla. $= 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$

Clave: b

PROBLEMA 11

Una caja contiene 30 bolas numeradas del 1 al 30 ¿cuál es la probabilidad de que al sacar una bola, resulte par o múltiplo de 5?

a) $^3/_5$ b) $^2/_5$ c) $^2/_3$
d) $^1/_5$ e) $^1/_6$

Resolución:

De las 30 bolas:

$\nearrow\!\!\rightarrow$ $\underbrace{2, 4, 6, 8, \ldots, 30}_{\text{15 pares}}$

$\nearrow\!\!\rightarrow$ $\underbrace{5, 10, 15, 20, 25, 30}_{\text{6 múltiplos de 5}}$

$\nearrow\!\!\rightarrow$ $\underbrace{10, 20, 30}_{\text{3 pares y } \dot{5}}$

luego:

30

Pares: 15 múltiplos de 5: 6

12 3 3

12

$\therefore$ Probabilidad: $\dfrac{12+3+3}{30} = \dfrac{3}{5}$

Clave: *a*

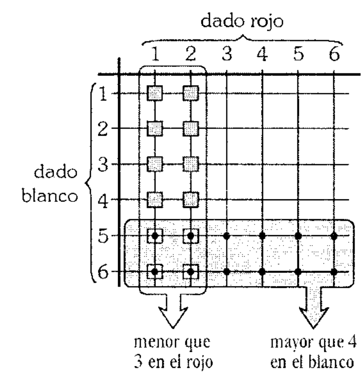
PROBLEMA 12

Se arrojan dos dados honestos, uno blanco y otro rojo, halle la probabilidad de obtener un número mayor que 4 en el dado blanco o un número menor que 3 en el dado rojo.

a) $^1/_2$ b) $^1/_3$ c) $^5/_9$
d) $^7/_{18}$ e) $^{11}/_{18}$

Resolución:

Haciendo un esquema:



$\therefore$ Probabilidad $= \dfrac{20}{36} = \dfrac{5}{9}$

Clave: *c*

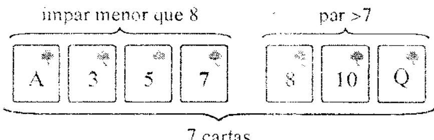
PROBLEMA 13

¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta de trébol con valor impar menor que 8 o un valor par mayor que 7, de un juego de naipes de 52 cartas?

a) $^2/_{13}$ b) $^3/_{23}$ c) $^5/_{23}$
d) $^9/_{52}$ e) $^7/_{52}$

Resolución:

Casos a favor:



$\therefore$ Probabilidad $= \dfrac{7}{52}$

Clave: *e*

PROBLEMA 14

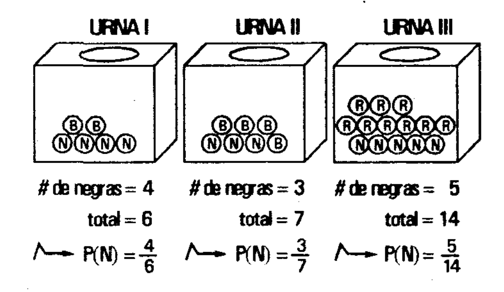
Una urna (I) contiene 2 bolas blancas y 4 negras; la urna (II) contiene 4 bolas blancas y 3 negras y la urna (III) 5 bolas negras y 9 rojas; una urna se escoge al azar y de ella se extrae una bola. Calcule cuál es la probabilidad de que la bola elegida sea de color negro.

a) $\frac{7}{31}$ b) $\frac{61}{126}$ c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{51}{126}$

Resolución:

Del enunciado:



Como no sabemos de cual de las urnas se extrae la bola, debemos considerar que la probabilidad de escoger una de las tres urnas es $^1/_3$.

$$\therefore \text{ probabilidad} = \overbrace{\frac{4}{6}\times\frac{1}{3}}^{1^{ra}} \text{ o } + \overbrace{\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}}^{2^{da}} \text{ o } + \overbrace{\frac{5}{14}\times\frac{1}{3}}^{3^{ra}}$$

$$= \frac{61}{126}$$

Clave*: *b

PROBLEMA 15

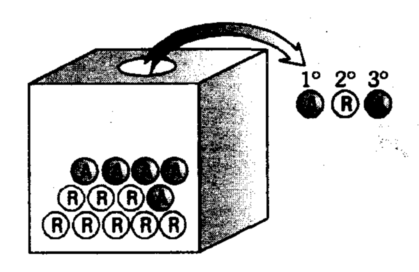
Una caja contiene 5 canicas azules y 8 canicas rojas. Se extrae 3 canicas al azar, una por una sin reposición. Halle la probabilidad de que la primera sea azul, la segunda sea roja y la tercera azul.

a) $\frac{40}{429}$ b) $\frac{17}{400}$ c) $\frac{21}{429}$

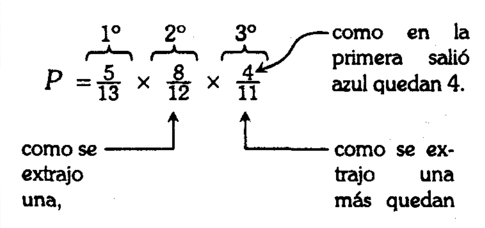
d) $\frac{40}{439}$ e) $\frac{40}{419}$

Resolución:

Del enunciado:



$$\begin{aligned} \text{\# de azules} &= 5 \\ \text{\# de rojas} &= 8 \\ \hline \text{total} &= 13 \end{aligned}$$



$$P = \overbrace{\frac{5}{13}}^{1°} \times \overbrace{\frac{8}{12}}^{2°} \times \overbrace{\frac{4}{11}}^{3°}$$

$$\therefore \; p = \frac{40}{429}$$

Clave*: *a

PROBLEMA 16

Cuatro personas se disponen a ubicarse en una banca de 6 asientos. Halle la probabilidad de que los 2 asientos libres queden juntos.

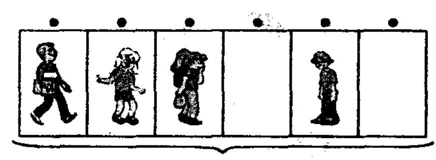
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{6}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

de formas en que se pueden ubicar 4 personas en una banca de 6 asientos:

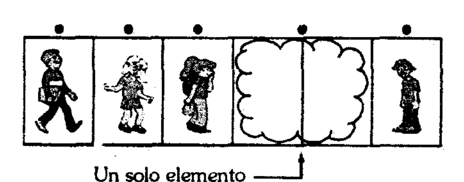


$$\# \text{ casos totales} = \frac{6\,!}{2\,!} = 360$$

Los asientos vacíos son iguales

CASOS A FAVOR:

de formas en que pueden sentarse estando los dos asientos libres juntos



Casos a favor = 5 ! = 120

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{12\not{0}}{36\not{0}} = \frac{1}{3}$$

Clave: a

PROBLEMA 17

¿Cuál es la probabilidad de que al escribir un número de 4 cifras en base 8 éste tenga sus 4 cifras diferentes?

a) $\frac{145}{256}$ b) $\frac{105}{256}$ c) $\frac{107}{256}$

d) $\frac{17}{256}$ e) $\frac{50}{256}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

total de números de 4 cifras en base 8.

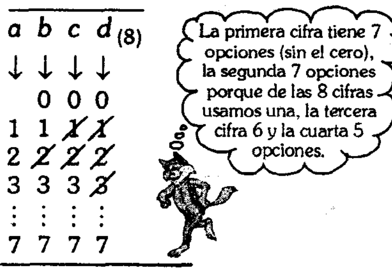
$\overline{a\,b\,c\,d}_{(8)}$

a	b	c	d
↓	↓	↓	↓
	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
⋮	⋮	⋮	⋮
7	7	7	7

$7 \times 8 \times 8 \times 8 = 3584$

CASOS A FAVOR:

Total de números de 4 cifras diferentes en base 8.



$7 \times 7 \times 6 \times 5 = 1470$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{1470}{3584} = \frac{105}{256}$$

Clave: b

PROBLEMA 18

¿Cuál es la probabilidad de que al extraer 5 cartas de una baraja éstas sean del mismo palo?

a) $\frac{11}{16660}$ b) $\frac{17}{8330}$ c) $\frac{33}{8330}$

d) $\frac{33}{16660}$ e) $\frac{33}{18660}$

Resolución:

Una baraja consta de 4 palos (♥, ♣, ♠, ♦) y cada palo tiene 13 cartas.

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos elegir 5 cartas de un total de 52.

$$\text{\# casos totales} = C_5^{52} = \frac{11\times10\times9\times8\times7}{5\times4\times3\times2\times1}$$

CASOS A FAVOR:

de formas en que podemos elegir 5 cartas de un total de 13 cartas que pertenecen a un mismo palo.

$$\text{\# casos a favor} = 4 \times C^{13}$$

↑ son 4 palos

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{\cancel{4}\times\frac{\cancel{13}\times12\times11\times10\times9}{\cancel{5}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{1}}}{\frac{\cancel{52}\times51\times50\times49\times48}{\cancel{5}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{1}}}$$

$$= \frac{12\times11\times10\times9}{51\times50\times49\times48}$$

$$= \frac{33}{16\,660}$$

Clave: d

PROBLEMA 19

De una familia de 11 personas (incluido una pareja de esposos) se tiene que escoger a 5 personas para asistir a una fiesta. ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo de 5 estén los esposos?

a) $\frac{1}{11}$ b) $\frac{3}{11}$ c) $\frac{4}{11}$

d) $\frac{2}{11}$ e) $\frac{9}{11}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos seleccionar 5 personas de un total de 11.

$$C_5^{11} = \frac{11\times10\times9\times8\times7}{5\times4\times3\times2\times1}$$

CASOS A FAVOR:

de formas en que podemos seleccionar a los 3, que junto a los 2 esposos serán los 5 que asistan a la fiesta.

$$\text{\# casos a favor} = C_3^{9} = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{\frac{\cancel{9\times8\times7}}{\cancel{3\times2\times1}}}{\frac{11\times10\times\cancel{9\times8\times7}}{5\times4\times\cancel{3\times2\times1}}} = \frac{5\times4}{11\times10}$$

$$= \frac{2}{11}$$

Clave: d

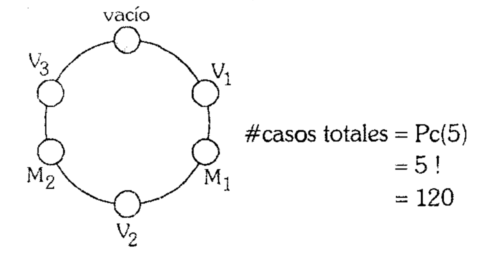
PROBLEMA 20

Si 2 niñas y 3 niños se sientan alrededor de una mesa circular de 6 asientos, halle la probabilidad de que el asiento vacío quede entre las niñas.

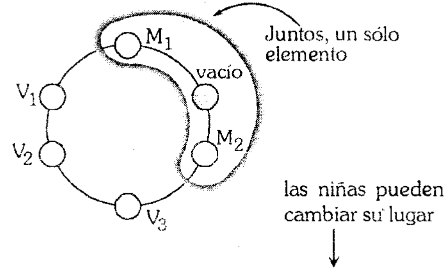
a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{7}{20}$
d) $\frac{1}{10}$ e) $\frac{1}{4}$

Resolución:

CASOS TOTALES:
de formas en que se pueden sentar 5 personas alrededor de una mesa de 6 asientos.



CASOS A FAVOR:
Cuando el asiento vacío queda entre las niñas.



$$\#\text{ de casos a favor } = Pc(4) \times 2 = 3! \times 2 = 12$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

Clave*: *d

PROBLEMA 21

¿Cual es la probabilidad de que al escribir un número de 4 cifras diferentes éste sea múltiplo de 5?

a) $\frac{2}{91}$ b) $\frac{16}{81}$ c) $\frac{16}{71}$
d) $\frac{3}{91}$ e) $\frac{17}{81}$

Resolución:

CASOS TOTALES:
Total de números de 4 cifras diferentes.

$$\overline{abcd}$$
$$\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow$$
$$9\times9\times8\times7 = 4536$$

hay 9 cifras diferentes de cero (primer 9); de los 10 dígitos ya usamos uno (segundo 9).

CASOS A FAVOR:
Total de números de 4 cifras diferentes y múltiplos de 5.

a	b	c	d
↓	↓	↓	↓
			0
1	1	1	
2	$\not{2}$	$\not{2}$	
3	3	$\not{3}$	
⋮	⋮	⋮	
9	9	9	

$9\times8\times7\times1 = 504$

a	b	c	d
↓	↓	↓	↓
	0	0	
1	$\not{1}$	$\not{1}$	5
2	2	$\not{2}$	
3	3	3	
4	4	4	
6	6	6	
7	7	7	
8	8	8	
9	9	9	

$8\times8\times7\times1 = 448$

$$\#\text{ casos a favor} = 504 + 448 = 952$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{952}{4536} = \frac{17}{81}$$

Clave*: *e

PROBLEMA 22

En una exposición del Museo de Arte de París, se van a colocar en fila 3 cuadros de Picasso, 2 cuadros de Rembrandt y 4 de Van Gogh. ¿Cuál es la probabilidad de que los cuadros de Picasso se encuentren juntos?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{11}{12}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

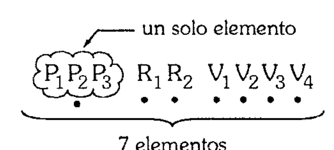
de formas en que podemos ordenar todos los cuadros.

$$\underbrace{P_1P_2P_3\ R_1R_2\ V_1V_2V_3V_4}_{\substack{9 \text{ elementos que} \\ \text{pueden permutar}}}$$

$$\# \text{ casos totales } = P_9 = 9\,!$$

CASOS A FAVOR:

de formas en que se pueden ordenar estando los cuadros de Picasso juntos:



los tres cuadros de Picasso pueden permutar

$$\# \text{ casos a favor } = 7\,! \times 3\,!$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{7!\times 3!}{9!} = \frac{7! \times 6}{9 \times 8 \times 7!}$$

$$= \frac{1}{12}$$

Clave: b

PROBLEMA 23

Se tiene 8 fichas numeradas de 0 al 7. Calcular la probabilidad que al extraer dos fichas al azar, los dígitos en éstas sumen un número par.

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{2}{7}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos seleccionar 2 fichas de un total de 8.

$$\# \text{ casos totales} = C_2^8 = \frac{8\times 7}{2\times 1} = 28$$

CASOS A FAVOR:

Cuando las 2 fichas extraídas suman un número par:

Para que la suma sea par; ambas deben ser pares o impares.

$$\underbrace{⓪②④⑥}_{\text{pares}} \quad \text{o} \quad \underbrace{①③⑤⑦}_{\text{impares}}$$

(elegir 2) (elegir 2)

$$\# \text{ casos a favor} = C_2^4 + C_2^4 = 12$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

Clave: a

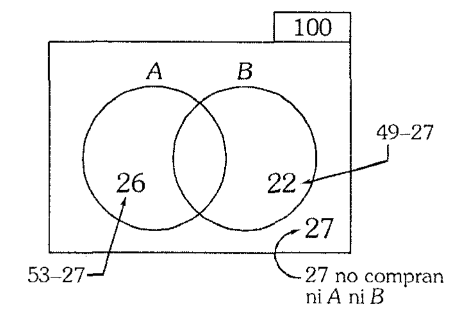
PROBLEMA 24

De 100 personas, 49 no compran el producto A, 53 no compran el producto B y 27 no compran ni A ni B. Calcular la probabilidad de que al elegir al azar una

persona ésta sólo compre uno de los productos.

a) 0,52 b) 0,27 c) 0,78
d) 0,73 e) 0,48

Resolución:



sólo A sólo B

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{26+22}{100} = \frac{48}{100} = 0,48$

Clave: e

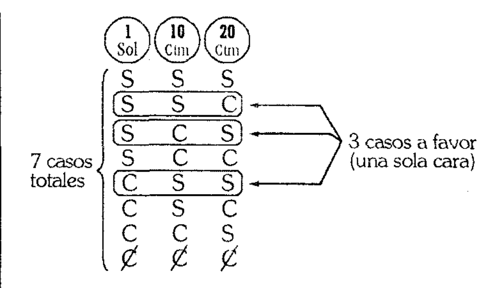
PROBLEMA 25

Se lanza tres monedas corrientes. Si aparece por lo menos un sello, determinar la probabilidad de que aparezca una cara exactamente.

a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{2}{7}$
d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{3}{8}$

Resolución:

Como aparece por lo menos un sello los casos totales son:



$\therefore$ Probabilidad $= \frac{3}{7}$

Clave: b

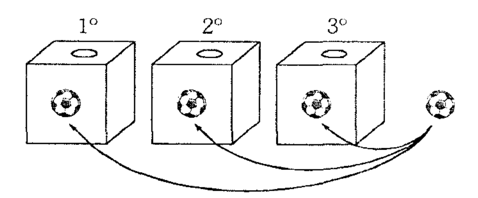
PROBLEMA 26

¿Cuál es la probabilidad de que al distribuir aleatoriamente 4 pelotas iguales en 3 cajas distintas, ninguna caja quede vacía?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{5}$
d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{2}$

Resolución:

CASOS A FAVOR:
de formas en que podemos distribuir 4 pelotas iguales en 3 cajas, de modo que ninguna caja quede vacía.



para que ninguna caja quede vacía colocamos un objeto en cada caja, así la que queda tiene 3 opciones para ubicarse.

de casos a favor = 3

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos distribuir 4 pelotas iguales en 3 cajas.

Debemos separar 4 objetos en tres grupos; una forma sería:

1° | 2° | 3°

Otras formas se obtienen al permutar estos elementos.

1° | 2° | 3° ninguno en la tercera caja

Luego:

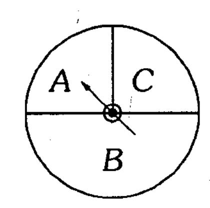
$$\# \text{ de casos totales } = \frac{6!}{\underset{4\text{ pelotas}}{4!} \times \underset{2|}{2!}} = 15$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Clave: d

PROBLEMA 27

¿Cuál es la probabilidad de que al hacer girar dos veces el indicador, primero caiga en A y luego en B?

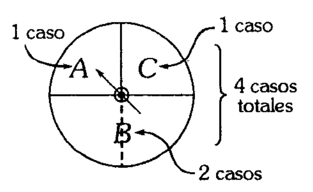


a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{7}$

Resolución:

Según el tablero



$$\therefore \text{ Probabilidad pedida} = \overset{1° A}{\frac{1}{4}} \times \overset{2° B}{\frac{2}{4}} = \frac{1}{8}$$

Clave: a

PROBLEMA 28

Tres ratones (A, B y C) se esconden al azar en 2 agujeros M y N. ¿Cuál es la probabilidad de que A y B no se escondan en el mismo agujero?

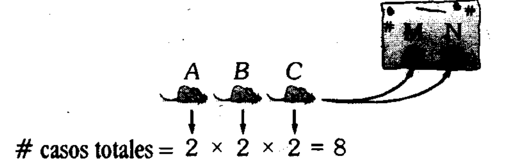
a) 75% b) 80% c) 50%

d) 62% e) 85%

Resolución:

CASOS TOTALES:

de formas en que pueden esconderse:



$$\# \text{ casos totales} = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

CASOS A FAVOR:

de formas en que pueden esconderse cuando A y B no están en el mismo agujero.

- Si A está en $M \longrightarrow B$ está en N y C tiene 2 opciones para ocultarse.

- Si A está en $N \longrightarrow B$ está en M y C tiene 2 opciones para esconderse.

  $\#$ casos a favor $= 2+2=4$

  $\therefore$ Probabilidad $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$

Clave: c

PROBLEMA 29

A una persona se le reparten 3 cartas espadas de una baraja corriente de 52 cartas. Si le dan cuatro cartas más, determinar la probabilidad de que dos de las cartas adicionales sean también espadas.

a) 15,7% b) 15,6% c) 14,7%
d) 13,7% e) 13,6%

Resolución:

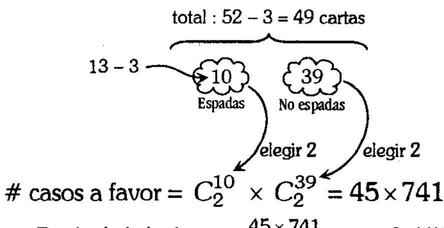
CASOS TOTALES:

$\#$ de formas en que se puede extraer 4 cartas de: $52-3=49$ cartas en total

$$\# \text{ casos totales} = C_4^{49} = \frac{49\times 48\times 47\times 46}{4\times 3\times 2\times 1}$$

CASOS A FAVOR:

$\#$ de formas en que podemos extraer 2 cartas de espadas más



$$\# \text{ casos a favor} = C_2^{10} \times C_2^{39} = 45\times 741$$

$$\therefore \text{Probabilidad} = \frac{45\times 741}{49\times 2\times 47\times 46} = 0{,}157$$

$$= 15{,}7\%$$

Clave: a

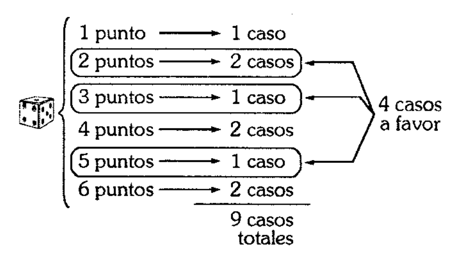
PROBLEMA 30

Se carga un dado de manera que los números pares tienen el doble de posibilidad de salir que los impares. Hallar la probabilidad de que aparezca un número primo.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{7}{9}$
d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{1}{3}$

Resolución:

Del enunciado:



$$\text{Probabilidad} = \frac{4}{9}$$

Clave: b

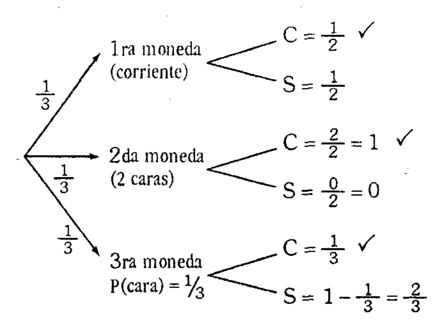
PROBLEMA 31

Una caja contiene tres monedas: una moneda es corriente, la segunda tiene dos caras y la tercera está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es 1/3. Se selecciona una moneda al azar y se lanza. Hallar la probabilidad de que salga cara.

a) $\frac{11}{18}$ b) $\frac{13}{18}$ c) $\frac{7}{18}$
d) $\frac{13}{17}$ e) $\frac{7}{17}$

Resolución:

Haciendo un diagrama de árbol indicando las probabilidades respectivas:



$\therefore$ $P(\text{cara}) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times 1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{11}{18}$

Clave: a

PROBLEMA 32

Dos hombres h_1 y h_2 y tres mujeres m_1, m_2 y m_3, intervienen en un torneo de ajedrez. Los del mismo sexo tiene igual probabilidad de ganar, pero cada hombre tiene el doble de posibilidades de ganar que una mujer. Si h_1 y m_1 son casados, hallar la probabilidad que uno de ellos gane el torneo.

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{5}{7}$

Resolución:

Como cada hombre tiene el doble de posibilidad.

$h_1 \longrightarrow$ 2 casos
$h_2 \longrightarrow$ 2 casos
$m_1 \longrightarrow$ 1 caso
$m_2 \longrightarrow$ 1 caso
$m_3 \longrightarrow$ 1 caso

(2 casos de h_1 y 1 caso de m_1: 3 casos a favor)

7 casos totales

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{3}{7}$

Clave: b

PROBLEMA 33

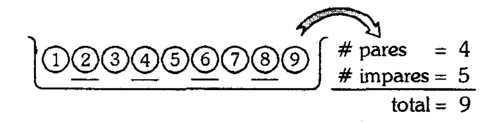
Se lanza una moneda cargada de modo que $P(c)=\frac{2}{8}$ y $P(s)=\frac{1}{8}$. Si sale cara, se escoge al azar un número del 1 al 9; si sale sello, se escoge al azar un número del 1 al 5. Hallar la probabilidad de que se escoja un número par.

a) $\frac{29}{180}$ b) $\frac{27}{180}$ c) $\frac{23}{180}$

d) $\frac{29}{90}$ e) $\frac{27}{90}$

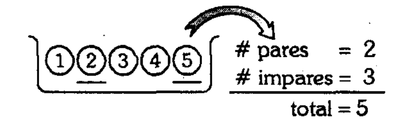
Resolución:

- Si sale cara:



$\Rightarrow P(\text{par}) = \overset{P_{(c)}}{\frac{2}{8}}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$

- Si sale sello



$\Rightarrow P(\text{par}) = \overset{P_{(s)}}{\frac{1}{8}}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{20}$

$\therefore$ Probabilidad pedida $= \frac{1}{9}+\frac{1}{20}=\frac{29}{180}$

Clave: a

PROBLEMA 34

Se escogen al azar dos números del 1 al 19. Si la suma es par, hallar la probabilidad de que ambos números sean impares.

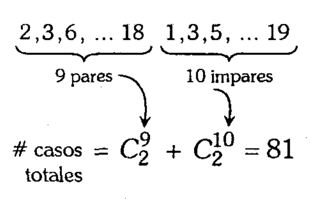
a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{7}{9}$

d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos extraer dos números de modo que la suma sea par.



$\#\text{ casos totales} = C_2^9 + C_2^{10} = 81$

CASOS A FAVOR:

Cuando los dos números son impares:

$\#\text{ casos a favor} = C_2^{10} = 45$

$\therefore$ Probabilidad $= \frac{45}{81} = \frac{5}{9}$

Clave: a

PROBLEMA 35

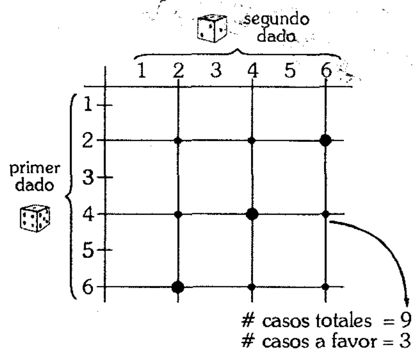
Se lanza un par de dados corrientes. Si los dos números que aparecen son pares, hallar la probabilidad de que la suma sea ocho.

a) $\frac{2}{16}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{2}{15}$

Resolución:

Haciendo un esquema:



$\therefore$ Probabilidad $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Clave: c

PROBLEMA 36

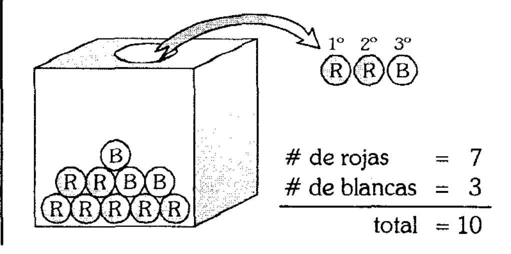
Una urna contiene 7 bolas rojas y 3 bolas blancas. Si se sacan 3 bolas de la urna una tras otra, hallar la probabilidad de que las dos primeras sean rojas y la tercera blanca.

a) $\frac{7}{20}$ b) $\frac{7}{60}$ c) $\frac{1}{35}$

d) $\frac{7}{40}$ e) $\frac{1}{6}$

Resolución:

Del enunciado:



Probabilidad $= \frac{7}{10} \times \frac{\overset{\text{quedan 6 rojas}}{6}}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{7}{40}$

Como se extrajo una bola quedan 9. (sobre el 9)

Clave: d

PROBLEMA 37

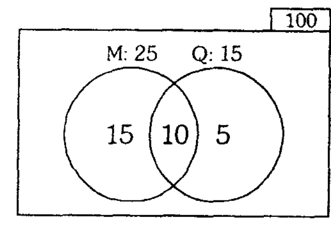
En cierta facultad, 25% de los estudiantes perdieron matemáticas, 15% perdieron química y 10% perdieron los dos. Se selecciona un estudiante al azar.

I. Si perdió química, ¿cuál es la probabilidad de que perdió matemáticas?
II. Si perdió matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que perdió química?
III. ¿Cuál es la probabilidad de que perdió matemáticas o química?

a) $^2/_3$, $^2/_5$, $^3/_{10}$ b) $^2/_5$, $^2/_3$, $^3/_{10}$
c) $^1/_2$, $^1/_3$, $^3/_{10}$ d) $^2/_3$, $^3/_5$, $^4/_7$
e) $^1/_3$, $^2/_5$, $^3/_{10}$

Resolución:

Del enunciado:



I) Probabilidad = $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

II) Probabilidad = $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

III) Probabilidad = $\frac{10+15+5}{100} = \frac{3}{10}$

Clave: a

PROBLEMA 38

Las probabilidades de que tres hombres peguen en el blanco son, respectivamente: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$, cada uno dispara una vez al blanco.

I. Hallar la probabilidad de que exactamente uno de ellos pegue en el blanco.
II. Si solamente uno pega en el blanco, ¿cuál es la probabilidad de que sea el primer hombre?

a) $\frac{17}{72}, \frac{15}{31}$ b) $\frac{31}{72}, \frac{15}{31}$ c) $\frac{31}{72}, \frac{6}{31}$
d) $\frac{31}{72}, \frac{10}{31}$ e) $\frac{17}{72}, \frac{6}{31}$

Resolución:

P(acierte A) $= \frac{1}{6} \Rightarrow$ P(no acierte) $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

P(acierte B) $= \frac{1}{4} \Rightarrow$ P(no acierte) $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

P(acierte C) $= \frac{1}{3} \Rightarrow$ P(no acierte) $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

I) Probabilidad de que sólo uno acierte:

$$\therefore P = \overset{A}{\frac{1}{6}} \times \overset{B'}{\frac{3}{4}} \times \overset{C'}{\frac{2}{3}} + \overset{A'}{\frac{5}{6}} \times \overset{B}{\frac{1}{4}} \times \overset{C'}{\frac{2}{3}} + \overset{A'}{\frac{5}{6}} \times \overset{B'}{\frac{3}{4}} \times \overset{C}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{5}{36} + \frac{5}{24} = \frac{31}{72}$$

II) Si solo uno pega en el blanco que sea A.

$$P = \frac{\overset{A}{\frac{1}{6}} \times \overset{B'}{\frac{3}{4}} \times \overset{C'}{\frac{2}{3}}}{\frac{31}{72}} = \frac{6}{31}$$

($\frac{31}{72}$: sólo uno acierta)

Clave: c

PROBLEMA 39

Tres máquinas A, B y C producen respectivamente 50%, 30% y 20% del número total de artículos de una fábrica. Los porcentajes de desperfectos de producción de estas máquinas son 3%, 4% y 5%. Si se selecciona al azar un artículo, hallar la probabilidad de que el artículo sea defectuoso.

a) 0,034 b) 0,035 c) 0,036
d) 0,037 e) 0,038

Resolución:

Sea 100 el # de artículos:

$$A = 50 \begin{cases} \text{Defect}: 3\% \, (50) = 1{,}5 \\ \text{Buenos} \end{cases}$$

$$B = 30 \begin{cases} \text{Defect}: 4\% \, (30) = 1{,}2 \\ \text{Buenos} \end{cases}$$

$$C = 20 \begin{cases} \text{Defect}: 5\% \, (20) = 1 \\ \text{Buenos} \end{cases}$$

$$\therefore \text{ probabilidad} = \frac{1{,}5+1{,}2+1}{100} = 0{,}037$$

Clave: d

PROBLEMA 40

La probabilidad de que un hombre viva 10 años más es 1/4 y la probabilidad de que su esposa viva 10 años más es 1/3. Hallar la probabilidad de que:

i) Ambos estén vivos dentro de 10 años
ii) Al menos uno estará vivo a los 10 años.

a) $\frac{1}{12}, \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{6}, \frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{12}, \frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}$

Resolución:

Del enunciado:

$$P\binom{\text{esposo}}{\text{viva}} = \frac{1}{4} \Rightarrow P\binom{\text{esposo}}{\text{no viva}} = 1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P\binom{\text{esposo}}{\text{viva}} = \frac{1}{3} \Rightarrow P\binom{\text{esposa}}{\text{no viva}} = 1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

I) Probabilidad de que ambos estén vivos

$$P\binom{\text{ambos}}{\text{vivos}} = P\binom{\text{esposo}}{\text{viva}} \times P\binom{\text{esposa}}{\text{viva}}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

II) Probabilidad de que al menos uno esté vivo:

$$P\binom{\text{al menos}}{\text{uno}} = 1 - P\binom{\text{ninguno}}{\text{esté vivo}}$$

$$= 1 - \overbrace{\frac{3}{4}}^{\substack{\text{esposo} \\ \text{no vivos}}} \times \overbrace{\frac{2}{3}}^{\substack{\text{esposa} \\ \text{no viva}}} = \frac{1}{2}$$

Clave: a

PROBLEMA 41

En cierta facultad, 4% de los hombres y 1% de las mujeres tienen más de 1.80 m estatura. Además 60% de los estudiantes son mujeres. Ahora bien, si se selecciona al azar un estudiante y es más alto que 1.80 m, ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante sea mujer?

a) $\frac{2}{11}$ b) $\frac{1}{11}$ c) $\frac{4}{11}$
d) $\frac{7}{11}$ e) $\frac{3}{11}$

Resolución:

Asumiendo el total de estudiante = 100

total 100:
- Mujeres = 60: Más de 1.80 m, 1% (60) = 0,6
- Hombres = 40: Más de 1.80 m, 4% (40) = 1,6

Como el estudiante seleccionado es más alto que 1.80 m:

de casos totales = 0,6 + 1,6 = 2,2

de casos a favor = 0,6 (que sea mujer)

$\therefore$ Probabilidad = $\frac{0,6}{2,2} = \frac{3}{11}$

Clave: e

PROBLEMA 42

Se pide a Juancito que escriba una palabra usando todas las letras de la palabra **CHEVERENGUE**. ¿Cuál es la probabilidad de que en la palabra escrita las letras *E* no se encuentren juntas?

a) $\frac{4}{165}$ b) $\frac{17}{165}$ c) $\frac{6}{165}$

d) $\frac{141}{165}$ e) $\frac{161}{165}$

Resolución:

Hallaremos la probabilidad de que estén juntas.

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos permutar las letras de la palabra CHEVERENGUE.

$$\underbrace{\text{CH}\overbrace{\text{EEEE}}^{\text{4 repetidas}}\text{VRNGU}}_{\text{11 letras}}$$

casos totales = $\frac{11!}{4!}$

CASOS A FAVOR:

de formas en que podemos ordenar las letras de la palabra CHEVERENGUE estando las *E* juntas.

$$\underbrace{\text{CH}\boxed{\text{EEEE}}\text{VRNGU}}_{\text{8 elementos}}$$

casos a favor = 8 !

$$\Rightarrow \text{P(juntos)} = \frac{8!}{\frac{11!}{4!}} = \frac{\cancel{8!} \times 4!}{11 \times 10 \times 9 \times \cancel{8!}} = \frac{4}{165}$$

$$\therefore P(\text{no juntas}) = 1 - \frac{4}{165} = \frac{161}{165}$$

Clave: e

PROBLEMA 43

Tres niños desconocidos se disponen a matricularse simultáneamente en uno de los 5 colegios disponibles. Halle la probabilidad de que los niños se matriculen en colegios diferentes.

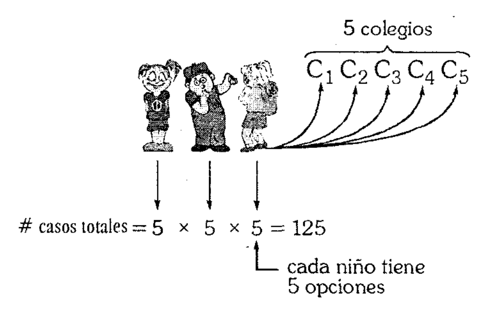
a) $\frac{13}{25}$ b) $\frac{12}{25}$ c) $\frac{17}{25}$

d) $\frac{8}{25}$ e) $\frac{12}{23}$

Resolución:

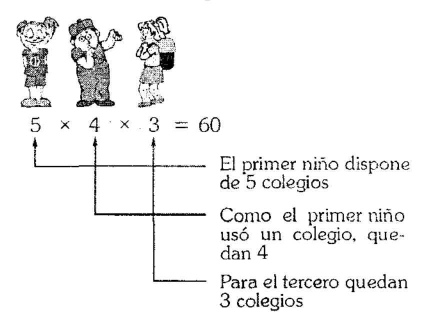
CASOS TOTALES:

de formas distintas en que podemos matricular a 3 niños en 5 colegios disponibles.



CASOS A FAVOR

de formas en que dichos niños pueden matricularse en colegios diferentes.



$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{60}{125} = \frac{12}{25}$$

Clave: b

PROBLEMA 44

Se va a distribuir 3 letras distintas en el tablero de la figura. Halle la probabilidad de que en cada fila y columna haya una sola letra.

a) $\frac{13}{14}$ b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{5}{7}$ d) $\frac{1}{13}$

e) $\frac{1}{14}$

Resolución:

CASOS TOTALES:

de formas en que podemos distribuir las letras.

$$\begin{matrix} & A & B & C \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{\# casos totales} = & 9 \times & 8 \times & 7 = 504 \end{matrix}$$

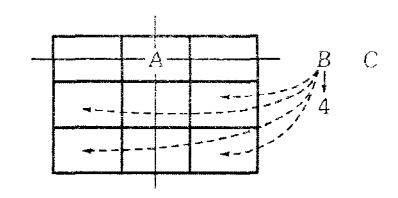
hay 9 casillas

al usar una, quedan 8

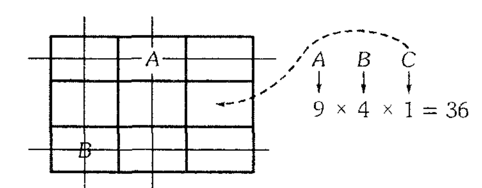
CASOS A FAVOR:

de formas en que podemos distribuir las 3 letras de modo que en cada fila y columna haya una sola letra.

La primera letra tendrá 9 opciones, pero la segunda 4.



una vez ubicados la primera y segunda letra, la tercera solo tendrá una opción.



$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{36}{504} = \frac{1}{14}$$

Clave: e

PROBLEMA 45

En una caja se tiene una bolita numerada con el 1, dos bolitas numeradas con el 2,

tres bolitas numeradas con el 3, ... , 6 bolitas numeradas con el 6. Si se extrae 3 bolitas simultáneamente. Halla la probabilidad de que las 3 tengan el mismo número.

a) 0,025 b) 0,026 c) 0,024
d) 0,027 e) 0,26

Resolución:

Hallemos el total de resultados:

$$\# \text{ casos totales } = C_3^{1+2+3+...+6} = C_3^{21}$$
$$= \frac{21\times20\times19}{3\times2\times1} = 1330$$

\# casos a favor:

$$C_3^3 + C_3^4 + C_3^5 + C_3^6 = 35$$

$$\therefore \text{ Probabilidad: } \frac{35}{1330} = 0,026$$

Clave: b

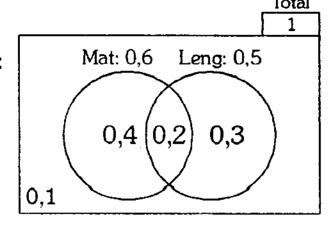
PROBLEMA 46

La probabilidad que un alumno apruebe matemáticas es 0,6; que apruebe lengua es 0,5 y que apruebe las dos asignaturas es 0,2. Halle la probabilidad que apruebe al menos una de las 2 asignaturas.

a) 0,1 b) 0,7 c) 0,9
d) 0,4 e) 0,3

Resolución:

Haciendo un esquema:



Probabilidad pedida = 0,4 + 0,2 + 0,3 = 0,9

Clave: c

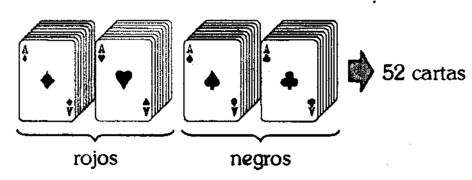
PROBLEMA 47

Si se extrae 2 cartas a la vez de una baraja normal. Halle la probabilidad de que ambas sean rojas con un puntaje representado con un número primo.

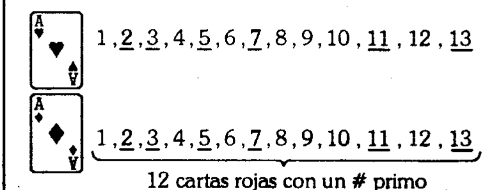
a) 4,9% b) 4,96% c) 4,98%
d) 4,88% e) 4,38%

Resolución:

Una baraja normal consta de 4 grupos de 13 cartas cada una.



$$\# \text{ casos totales } = C_2^{52} = 1326$$



$$\# \text{ casos a favor } = C_2^{12} = 66$$

$$\therefore \text{ Probabilidad} = \frac{66}{1326}\times100\% = 4,98\%$$

Clave: c

PROBLEMA 48

Se lanza un dado "n" veces. ¿Cuál es la probabilidad de que "2" salga al menos una vez en los "n" lanzamientos?

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{6^n}$ c) $\left(\frac{5}{6}\right)^n$

d) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$ e) $1-\left(\frac{1}{6}\right)^n$

Resolución:

Al lanzar un dado la probabilidad de que no salga 2 es 5/6

$$\text{dado}:\underbrace{\{\underline{1}, 2, \underline{3}, \underline{4}, \underline{5}, \underline{6}\}}_{\text{6 casos totales}}$$

Al lanzar un dado "n" veces la probabilidad de que en ninguno salga 2 es:

1° 2° 3° ... n°

$$P=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\ldots\times\frac{5}{6}=\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

∴ la probabilidad de que salga 2 al menos una vez es: $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$.

Clave: d

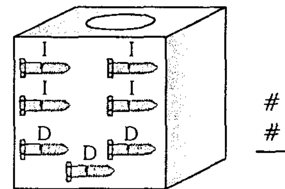
PROBLEMA 49

Se tienen 4 tornillos izquierdos y 3 derechos mezclado en una caja. Se necesita un tornillo de izquierda y uno de derecha, para esto se selecciona uno a uno los tornillos de la caja sin reposición hasta obtener lo que se necesita. ¿Cuál es la probabilidad de obtener lo deseado en el cuarto intento?

a) $\frac{4}{35}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{1}{16}$

d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{15}$

Resolución:



\# izquierdos = 4
\# derechos = 3
total = 7

Existen dos posibilidades:

$$P=\overset{Izq}{\frac{4}{7}}\times\overset{Izq}{\frac{3}{6}}\times\overset{Izq}{\frac{2}{5}}\times\overset{Der}{\frac{3}{4}}\ \text{o}\ +\overset{Der}{\frac{3}{7}}\times\overset{Der}{\frac{2}{6}}\times\overset{Der}{\frac{1}{5}}\times\overset{Izq}{\frac{4}{4}}$$

$$=\frac{3}{35}+\frac{1}{35}=\frac{4}{35}$$

Clave: a

PROBLEMA 50

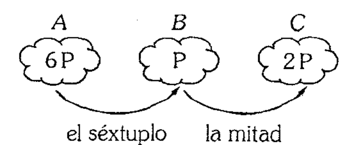
Tres ciclistas "A", "B" y "C" intervienen en una carrera. "A" tiene el séxtuplo de probabilidad de ganar que "B" y "B" la mitad de probabilidad de ganar que "C". ¿Cuál es la probabilidad de que gane "C"?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{4}{7}$

Resolución:

Del enunciado:



como con certeza ganará A, B o C:

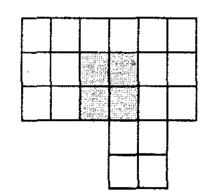
$$6P+P+2P=1$$
$$P=\frac{1}{9}$$

$\therefore$ Probabilidad que gane $C=2\left(\frac{1}{9}\right)=\frac{2}{9}$

Clave: b

PROBLEMA 51

Si se escoge al azar un cuadrado de la figura, ¿cuál es la probabilidad que sea congruente con el sombreado?

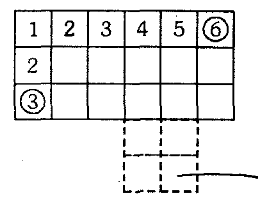


a) $\frac{5}{19}$ b) $\frac{7}{19}$ c) $\frac{3}{19}$

d) $\frac{4}{19}$ e) $\frac{6}{19}$

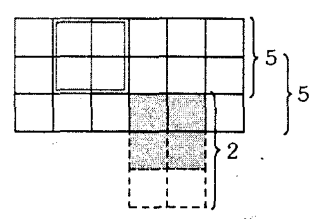
Resolución:

El número de casos totales está representado por el número de cuadrados.



$$\#\text{ casos totales}=(3\times 6+2\times 5+1\times 4)+6$$
$$=38$$

El número de casos a favor está representado por el número de cuadrados de 2×2



$$\#\text{ casos a favor}=5+5+2=12$$

$\therefore$ Probabilidad pedida $=\frac{12}{38}=\frac{6}{19}$

Clave: e

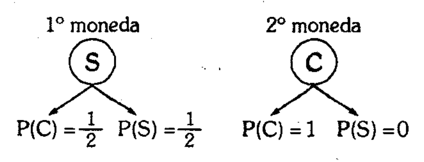
PROBLEMA 52

Una caja contiene una moneda corriente y una de dos caras. Se escoge una moneda al azar y se lanza. Si aparece cara, se lanza la otra moneda; si aparece sello, se lanza la misma moneda. Hallar la probabilidad de que salga cara en el segundo lanzamiento.

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{7}$ e) $\frac{7}{8}$

Resolución:



- Si se escoge la primera moneda:

$$P_1=\frac{1}{2}\times\overbrace{\frac{1}{2}}^{1^{\circ}C}\times\overbrace{1}^{2^{\circ}C}+\frac{1}{2}\times\overbrace{\frac{1}{2}}^{1^{\circ}S}\times\overbrace{\frac{1}{2}}^{1^{\circ}C}=\frac{3}{8}$$

↑ probabilidad de que se escoja la primera moneda

- Si se escoge la segunda moneda:

$$P_2 = \frac{1}{2} \times \overset{2^{o}C}{1} \times \overset{1^{o}C}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \times \overset{2^{o}S}{0} \times \overset{2^{o}C}{1} = \frac{1}{4}$$

($\frac{1}{2}$: que se escoja la segunda moneda)

$\therefore$ Probabilidad pedida $= \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

Clave: a

PROBLEMA 53

Se nos da dos urnas como sigue:

- Una urna A contiene 5 bolas rojas y 3 blancas
- La otra urna B contiene 1 bola roja y 2 blancas.

Se lanza un dado corriente. Si aparecen un 3 o un 6, se saca una bola de B y se pone en A, y luego se saca una bola de A; de lo contrario, se saca una bola de A y se pone en B, y luego se saca una bola de B, ¿Cuál es la probabilidad de que ambas bolas sean rojas?

a) $\frac{67}{216}$ b) $\frac{2}{27}$ c) $\frac{61}{216}$

d) $\frac{53}{216}$ e) $\frac{5}{24}$

Resolución:

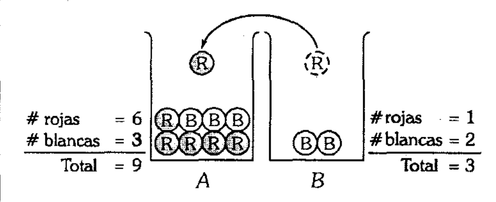
Del enunciado:

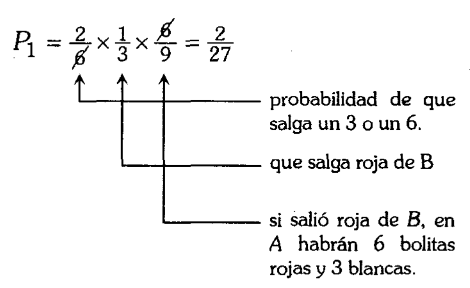
A		B	

B, R B B, R R R R	# rojas = 5
	# blancas = 3
	Total = 8
		R B B	# rojas = 1
			# blancas = 2
			Total = 3

CASO 1

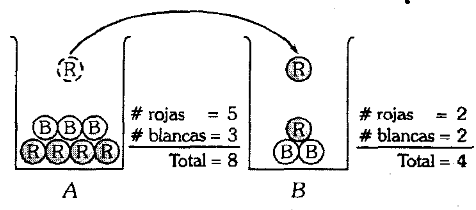
Si al lanzar el dado aparece un 3 o un 6.





CASO 2

Si al lanzar el dado no aparece un 3 ni un 6.



$$P_2 = \frac{4}{6} \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{4} = \frac{5}{24}$$

- $\frac{4}{6}$: probabilidad de que no salga 3 ni 6.
- $\frac{5}{8}$: que salga roja de A
- $\frac{2}{4}$: si salió roja de A, en B habrán 2 bolitas rojas y 2 bolitas blancas.

$\therefore$ Probabilidad pedida $= \frac{2}{27} + \frac{5}{24} = \frac{61}{216}$

Clave: c

PROBLEMA 54

Dos dados están numerados con 1,2,3,4, 5 y 6, cada cara tiene una probabilidad directamente proporcional al puntaje que muestra. Si se tiran ambos dados. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un puntaje total de 3 puntos?

a) $\frac{4}{441}$ b) $\frac{2}{441}$ c) $\frac{6}{441}$

d) $\frac{3}{441}$ e) $\frac{1}{441}$

Resolución:

Se presentan 2 casos para obtener 3 puntos en total:

$$P = \overbrace{\frac{1}{1+2+3+...+6}}^{\text{un punto en el primer dado}} \underset{\downarrow}{\text{y}} \times \overbrace{\frac{2}{1+2+3+...+6}}^{\text{dos puntos en el segundo.}}$$

$$\text{o} \quad + \overbrace{\frac{2}{1+2+3+...+6}}^{\text{Dos puntos en el primero.}} \underset{\downarrow}{\text{y}} \times \overbrace{\frac{1}{1+2+3+...+6}}^{\text{Un punto en el segundo.}}$$

$$P = \frac{2}{21\times 21} + \frac{2}{21\times 21} = \frac{4}{441}$$

Clave: a

PROBLEMA 55

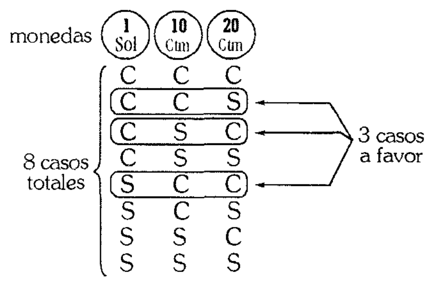
A las caras de un octoedro regular se le asigna los valores 1,2,3,4,5,6,7 y 8 respectivamente. Si este octoedro se lanza junto con 3 monedas. ¿cuál es la probabilidad de obtener sólo 2 caras y un puntaje par mayor que 4 en el octoedro?

a) $\frac{3}{32}$ b) $\frac{3}{16}$ c) $\frac{5}{32}$

d) $\frac{1}{16}$ e) $\frac{5}{64}$

Resolución:

- Probabilidad de que al lanzar 3 monedas se obtenga sólo 2 caras.



$\Rightarrow$ Probabilidad $= \frac{3}{8}$

- Probabilidad de obtener un puntaje par mayor que 4.

8 casos totales $= \{1, 2, 3, 4, 5, \underline{6}, 7, \underline{8}\}$

$\Rightarrow$ Probabilidad $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\therefore$ Probabilidad pedida $= \frac{3}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$

Clave: a

PROBLEMA 56

Si se dispone de manzana, papaya, naranja, fresa, maracuyá, plátano y sandía, ¿cuál es la probabilidad de que al preparar un jugo al azar se utilice plátano o maracuyá?

a) $\frac{31}{127}$ b) $\frac{96}{127}$ c) $\frac{32}{127}$

d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{2}{7}$

Resolución:

Hallaremos la probabilidad que no se utilice ni plátano ni maracuyá.

CASOS TOTALES:

de jugos distintos que podemos preparar con 7 frutas.

$$\#\text{ casos totales} = C_1^7 + C_2^7 + C_3^7 + \ldots + C_7^7 = 2^7 - 1 = 127$$

- C_1^7: usando una fruta
- C_2^7: usando dos frutas
- C_3^7: usando tres frutas

CASOS A FAVOR:

de jugos distintos que podemos preparar sin usar plátano ni maracuyá.

$$\#\text{ casos a favor} = C_1^5 + C_2^5 + C_3^5 + \ldots + C_5^5 = 2^5 - 1 = 31 \quad (7-2 = 5)$$

→ probabilidad que no se use plátano ni maracuyá $= \frac{31}{127}$

$\therefore$ Probabilidad pedida $= 1 - \frac{31}{127} = \frac{96}{127}$

Clave: b

PROBLEMA 57

Las probabilidades que tiene A , B y C de resolver un mismo problema son $^1/_2$; $^3/_5$ y $^1/_6$ respectivamente. Si intentan hacerlo los tres, determinar la probabilidad de que se resuelva el problema.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{5}$

Resolución:

Que resuelvan:	Que no resuelvan:
P(A) = 1/2	P(A′) = 1 – 1/2 = 1/2
P(B) = 3/5	P(B′) = 1 – 3/5 = 2/5
P(C) = 1/6	P(C′) = 1 – 1/6 = 5/6

La probabilidad de que el problema no se resuelva es:

$$P = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{Ni } A} \times \underbrace{\frac{2}{5}}_{\text{Ni } B} \times \underbrace{\frac{5}{6}}_{\text{Ni } C} = \frac{1}{6}$$

$\therefore$ La probabilidad de que se resuelva es: $1 - {}^1/_6 = {}^5/_6$

Clave: b

PROBLEMA 58

En la maternidad de Lima se hizo un estudio sobre los nacimientos y se obtuvo el siguiente resultado: la probabilidad de que una pareja de esposos tenga mellizos es 0,3 y que tenga trillizos es 0,2. Si de un grupo de 10 parejas se escoge al azar 2 parejas, calcule la probabilidad de que una de las parejas tenga mellizos y la otra tenga trillizos, si además se desea que cada pareja tenga por lo menos un hijo varón.

a) 0,0135 b) 0,0215 c) 0,039375

d) 0,0413 e) 0,0515

Resolución:

Cuando una pareja espera tener mellizos, la probabilidad de que por lo menos uno sea varón es:

$$P = 1 - \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{que ambas sean mujeres}} = \frac{3}{4}$$

si esperan trillizos, la probabilidad de que por lo menos uno sea varón es:

$$P = 1 - \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{que las 3 sean mujeres}} = \frac{7}{8}$$

$\therefore$ Probabilidad pedida $= 0{,}3\times 0{,}2\times \frac{3}{4}\times\frac{7}{8}$

$= 0{,}039375$

Clave: c

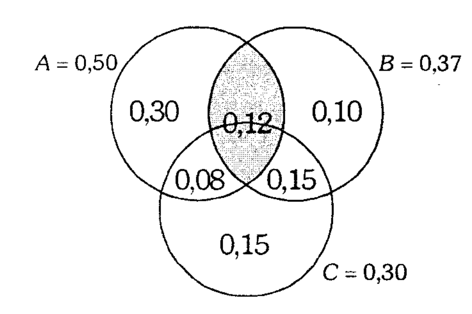
PROBLEMA 59

Se realiza una encuesta sobre la preferencia de los lectores respecto a los diarios A, B y C, observando que la probabilidad de que una persona lea el diario A es 0,50; que lea el diario B es 0,37; que lea el diario C es 0,30; que lea los diarios A y B es 0,12; que lea sólo los diarios A y C es 0,08; que lea solamente los diarios B y C es 0,15 y que lea solamente C es 0,15. Calcule la probabilidad que lea solamente A o solamente B, pero no C.

a) 0,40 b) 0,30 c) 0,20
d) 0,10 e) 0,50

Resolución:

Ordenando los datos:



Piden: $P = 0{,}30 + 0{,}10 = 0{,}40$

Clave: a

PROBLEMA 60

Se tiene 12 ampolletas en un botiquín de las cuales 9 son buenas; se toma una por una dichas ampolletas. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar la séptima ampolleta, esta sea la tercera mala?

a) $0{,}15\widehat{90}$ b) 0,25 c) 0,428571
d) 0,3 e) $0{,}06\widehat{81}$

Resolución:

Del enunciado:

BOTIQUIN
+
9 (B)
3 (M)

\# buenas = 9
\# malas = 3
total = 12

Existen varios casos en la cual al tomar la séptima ampolleta esta sea la tercera mala, una de los casos es:

1°B 2°B 3°B 4°B 5°M 6°M 7°M

$$P = \frac{\not{9}}{12}\times\frac{\not{8}}{11}\times\frac{\not{7}}{10}\times\frac{\not{6}}{\not{9}}\times\frac{3}{\not{8}}\times\frac{2}{\not{7}}\times\frac{1}{\not{6}} = \frac{1}{220}$$

Como se extrajo una buena, quedan 8 buenas de 11 en total.

Quedan 3 malas de 8 en total.

los otros casos se obtienen al permutar las letras:

6 letras: BBBB MM (4 letras, 2 letras) — {M} fijo

$$\#\text{ de casos} = \frac{6!}{4!\times 2!} = 15$$

$\therefore$ Probabilidad pedida $= 15\times\frac{1}{220} = \frac{3}{44}$

$= 0{,}06\widehat{81}$

Clave: e

PROBLEMA 61

Un hombre se va a pescar y lleva 3 tipos de carnada, de las cuales sólo una es la correcta para el pez que quiere pescar. La probabilidad de que pesque un pez si usa la carnada correcta es $\frac{1}{3}$ y es $\frac{1}{5}$ si escoge la carnada incorrecta. ¿Cuál es la probabilidad de que pesque un pez si escoge una carnada al azar?

a) $\frac{13}{24}$ b) $\frac{14}{31}$ c) $\frac{11}{45}$
d) $\frac{15}{54}$ e) $\frac{12}{65}$

Resolución:

CASO I

Cuando usa la carnada correcta:

$$\text{Probabilidad} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$\frac{1}{3}$ (primero): como lleva tres tipos de carnada y solo una es la correcta.
$\frac{1}{3}$ (segundo): probabilidad que pesque si usa la carnada correcta

CASO II

Cuando usa la carnada incorrecta:

$$\text{Probabilidad} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

$\frac{2}{3}$: De los 3 tipos de carnada, 2 son incorrectas.
$\frac{1}{5}$: probabilidad que pesque si usa la carnada incorrecta

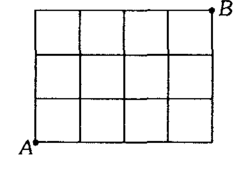
$$\therefore \text{ Probabilidad pedida} = \frac{1}{9} + \frac{2}{15} = \frac{11}{45}$$

Clave: c

PROBLEMA DE OLIMPIADA

La figura muestra un plano con calles que delimitan 12 manzanas. Una persona P va desde A hasta B y otra Q desde B hasta A. Ambas parten a la vez siguiendo caminos de longitud mínima a rapidez constante. En cada punto con dos posibles direcciones a tomar, ambas tienen la misma probabilidad. Hallar la probabilidad que se crucen.

a) 37/256
b) 31/256
c) 9/256
d) 3/256
e) 71/256

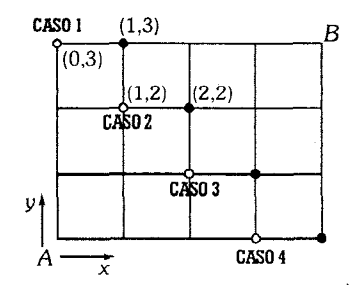


Resolución:

Definamos un sistema de coordenadas con origen en A. Como P y Q recorren caminos de longitud mínima, P sólo puede ir a la derecha o arriba y Q a la izquierda o abajo.

Todos los caminos tienen longitud 7, P y Q sólo podrán encontrarse entre el 3° y el 4° movimiento.

Indicando las posibles posiciones de P y Q tras el tercer movimiento tenemos:



CASO 1:

P llega a (0,3) con probabilidad $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ y se cruzará con Q si éste llega a (1,3), lo que sucede con probabilidad $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

A partir de ahí P está obligado a pasar a (1,3) pero Q pasa a (0,3) con probabilidad 1/2.

$\Rightarrow$ Probabilidad que se crucen $=\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{128}$

CASO 2:

La probabilidad de que P llegue a (1,2) es $3\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$ ya que hay 3 modos de llegar a (1,2) y sólo se cruzará con Q si éste está en (1,3) o (2,2). Distingamos ambos casos:

a) Q llega a (1,3) con probabilidad 1/8 y se cruza con P si éste se mueve hacia (1,3) y Q hacia (1,2), ambos movimientos con probabilidad 1/2.
   $\Rightarrow$ Probabilidad que se crucen =
   $\frac{3}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{256}$

b) Q llega a (2,2) con probabilidad 3/8, entonces se cruzará con P si éste se mueve hacia (2,2) y Q hacia (1,2) ambos movimientos con probabilidad $^1/_2$.
   $\Rightarrow$ Probabilidad de cruzarse =
   $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{256}$

CASO 3:

P llega a (2,1) procediendo de modo análogo la probabilidad de cruzarse entre los puntos (2,1) y (2,2) es $\frac{9}{256}$ y la de cruzarse entre (2,1) y (3,1) es $^9/_{256}$.

CASO 4:

P llega a (3,0), la probabilidad de cruzarse entre (3,0) y (3,1) es $\frac{3}{256}$ y la de cruzarse entre (3,0) y (4,0) es $^1/_{128}$

$\therefore$ Probabilidad pedida es la suma de todos los casos.

$$P=\frac{1}{128}+\frac{3}{256}+\frac{9}{256}+\frac{9}{256}+\frac{9}{256}+\frac{3}{256}+\frac{1}{128}$$

$$P=\frac{37}{256}$$

Clave: a

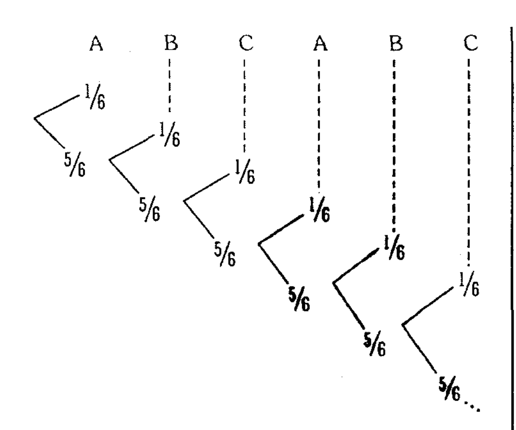
PROBLEMA DE OLIMPIADA

Por turno, en orden alfabeto, tres amigos lanzan un dado. Quien saque un 6 en primer lugar gana lo apostado. Si Carlos apuesta 25 soles ¿Qué cantidad han de poner Ana y Blas para equilibrar el juego y lograr que sea equitativo, es decir, para que las expectativas de ganancia sean las mismas para los tres colegas y no se vean afectadas por el orden de actuación al lanzar el dado?

a) S/. 36 y S/. 30 b) S/. 30 y S/. 36
c) S/. 25 y S/. 32 d) S/. 37 y S/. 31
e) S/. 35 y S/. 29

Resolución:

El esquema en árbol nos ayudará a determinar las probabilidades que tienen cada uno de los amigos de ganar en este juego.



$$P(A) = \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^6 \frac{1}{6} + \ldots$$

$\times(5/6)^3$ $\times(5/6)^3$

$$= \frac{1/6}{1-(5/6)^3} = \frac{36}{91}$$

$$P(B) = \left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^7 \times\frac{1}{6} + \ldots$$

$\times(5/6)^3$ $\times(5/6)^3$

$$= \frac{\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{6}}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^3} = \frac{30}{91}$$

$$P(C) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^5 \times\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^8 \times\frac{1}{6} + \ldots$$

$$= \frac{\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{6}}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^3} = \frac{25}{91}$$

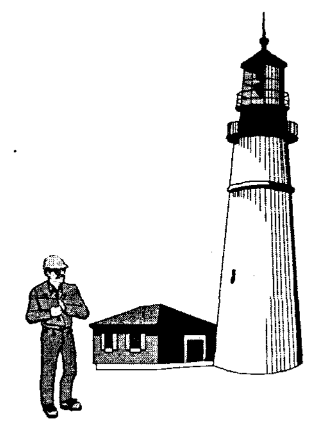
Para equilibrar el juego y lograr que sea equitativo cada uno debe apostar una cantidad proporcional a la probabilidad que tiene de ganar.

∴ Por cada 25 soles que apuesta Carlos, Ana debe apostar 36 soles y Blas 30 soles.

Clave: a

PROBLEMA DE OLIMPIADA

El encargado del faro de Finisterre ha recibido la comunicación de que va a haber un corte del suministro eléctrico y debe hacer funcionar el faro con ayuda del generador alimentado con gasóleo. Ese generador consume 6 litros de gasóleo cada hora y medio litro más cada vez que hay que ponerlo en marcha (inicialmente, está parado). En las 10 horas exactas que durará la noche, el faro no puede dejar de funcionar durante más de 10 minutos seguidos. Y cuando funciona tiene que hacerlo durante al menos 15 minutos seguidos. ¿Cuántos litros de gasóleo necesita, como mínimo, para cumplir con las normas de funcionamiento del faro?

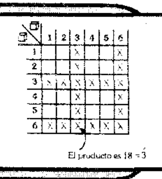


a) 45 b) 47,5 c) 48
d) 49,5 e) 48,5

Capítulo: 17

Cálculo de Probabilidades

Problemas Resueltos



Problema 01.

Se lanzan 2 dados legales. Determine la probabilidad de que el producto de resultados sea un múltiplo de 3.

a) 4/9 b) 5/9 c) 1/3
d) 5/6 e) 1/18

Problema 02.

Si se lanzan 6 monedas corrientes. Hallar la probabilidad de obtener 2 caras y 4 sellos.

a) 15/64 b) 1/4 c) 13/64
d) 3/16 e) 11/64

Problema 03.

De las 10 niñas de una clase 3 tienen ojos azules. Si se escogen dos niñas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna tenga ojos azules?

a) 8/15 b) 4/15 c) 2/5
d) 7/15 e) 1/5

Problema 04.

Hallar la probabilidad de que al escoger una carta de una baraja resulte con numeración impar, sabiendo que ésta es de color rojo

a) 3/13 b) 6/13 c) 5/13
d) 7/13 e) 7/52

Problema 05.

Se tiene un dado rojo (cuyas caras impares tienen el doble de probabilidad de salir que las caras pares) y un dado blanco (cuyas caras pares tienen el doble de probabilidad de salir que las caras impares). Si se tiran ambos dados, ¿cuál es la, probabilidad de obtener más de 9 puntos?

a) 7/81 b) 13/81 c) 14/31
d) 13/36 e) 11/81

Problema 06.

Cuatro personas disponen a ubicarse en una banca de 6 asientos. Halle la probabilidad de que los 2 asientos libres quedan juntos.

a) 1/3 b) 2/3 c) 1/4
d) 3/4 e) 5/6

Problema 07.

La familia Povis está formada por 11 personas (incluido los padres); si se escogen a 5 de sus miembros para una fiesta, ¿cuál es la probabilidad de que en el grupo de 5 estén los padres?

a) 1/11 b) 3/11 c) 4/11
d) 2/11 e) 9/11

Problema 08.

"2*n*" personas se sientan alrededor de una mesa circular, ¿cuál es la probabilidad de que n de ellas queden contiguas?

a) $\frac{(n!)^2}{(2n+1)}$ b) $\frac{(n!)^2}{(2n-1)!}$ c) $\frac{n!}{(2n-1)!}$

d) $\frac{n!}{2n+1}$ e) $\frac{(n!)^2}{(n+1)!}$

Problema 09.

En una carrera de autos de 4 competidores: A, B, C y D, uno de ellos necesariamente debe ganar. Si la probabilidad de que gane A es el doble de la de B, la de B es la mitad de C y la de D es el triple de A ¿cuál es la probabilidad de que gane A?

a) 1/5 b) 1/6 c) 1/24
d) 2/11 e) 1/9

Problema 10.

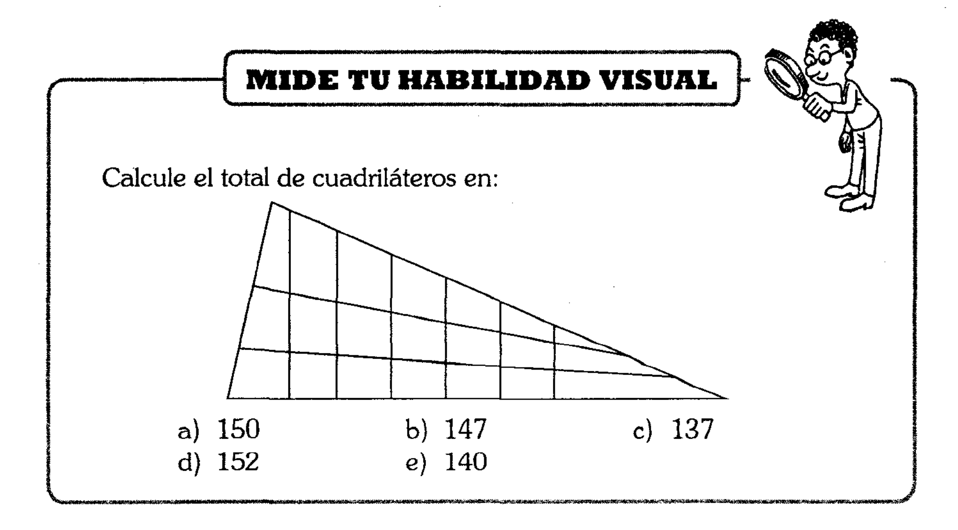
Si a una varilla de longitud L, se le hacen 2 cortes, ¿cuál es la probabilidad de que con los 3 trozos que se obtengan se pueda formar un triángulo?

a) 1/4 b) 3/4 c) 1/2
d) 1/5 e) 3/5

Problema 11.

La probabilidad de que un hombre fume es 0,6 y la de que una mujer sea fumadora es 0,3. En una fabrica hay un 75% de hombres y un 25% de mujeres. Tomamos una persona al azar ¿cuál es la probabilidad de que fume?

a) 0,520 b) 0,521 c) 0,523
d) 0,524 e) 0,525

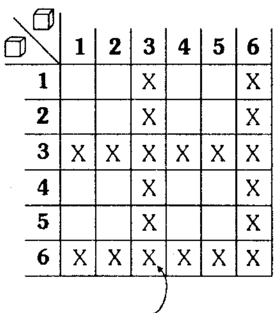


Cálculo de Probabilidades

Solucionario

Resolución 01.

Haciendo un esquema:



	1	2	3	4	5	6
1			X			X
2			X			X
3	X	X	X	X	X	X
4			X			X
5			X			X
6	X	X	X	X	X	X

El producto es $18 = \overset{\circ}{3}$

$$P = \frac{\#\text{ de casos a favor}}{\#\text{ casos totales}} = \frac{20}{6\times 6} = \frac{5}{9}$$

∴ Clave b

Resolución 02.

\# casos a favor:

Monedas:

C C S S S S
C S S S S C
S S S S C C
⋮

$$\frac{6!}{4!\times 2!} = 15$$

\# casos totales:

$$2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2 = 2^6 = 64$$

Cada moneda tiene 2 opciones cara o sello

$$\therefore\ P = \frac{15}{64}$$

∴ Clave a

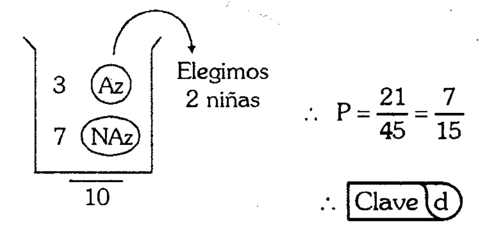
Resolución 03.

Casos totales: Total de formas en que podemos escoger 2 niñas de un total de 10.

$$\#\text{ casos totales} = C^{10}_{2} = \frac{10\times 9}{2\times 1} = 45$$

Casos a favor: Total de formas en que podemos escoger 2 niñas que no tengan ojos azules de un total de 7 niñas.

$$\#\text{ casos a favor} = C^{7}_{2} = \frac{7\times 6}{2\times 1} = 21$$



$$\therefore\ P = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

∴ Clave d

Resolución 04.

Sabemos que las cartas que componen una baraja son 52, divididos en 4 grupos o palos:

Rojo: ♥ ♦ — Negro: ♣ ♠

	♥	♦	♣	♠
A →	1	1	1	1
	2	2	2	2
	3	3	3	3
	⋮	⋮	⋮	⋮
	10	10	10	10
J →	11	11	11	11
Q →	12	12	12	12
K →	13	13	13	13

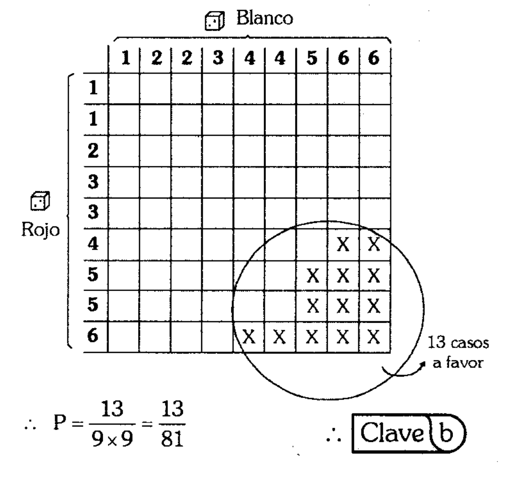
52 cartas

\# casos totales: 13♥ + 13♦ = 26

\# casos a favor: ♥ : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13
♦ : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13
14 casos a favor

$\therefore\ P = \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$ ∴ Clave d

Resolución 05.

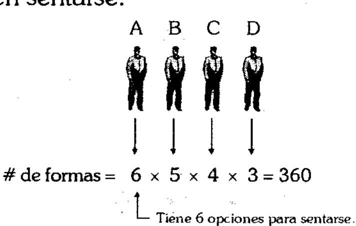


	1	2	2	3	4	4	5	6	6
1									
1									
2									
3									
3									
4								X	X
5							X	X	X
5							X	X	X
6					X	X	X	X	X

$\therefore\ P = \frac{13}{9\times 9} = \frac{13}{81}$ ∴ Clave b

Resolución 06.

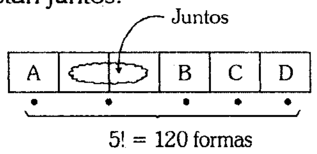
Casos totales: Total de formas en que pueden sentarse:



\# de formas = 6 × 5 × 4 × 3 = 360

Tiene 6 opciones para sentarse.

Casos a favor: Cuando los asientos vacíos están juntos.



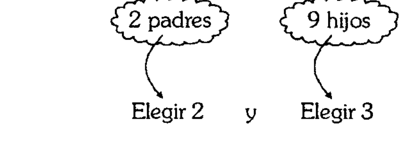
$\therefore\ P = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ ∴ Clave a

Resolución 07.

Casos totales: Total de formas en que podemos escoger 5 personas de un total de 11.

$$\#\text{ casos totales} = C^{11}_5 = \frac{11\times 10\times 9\times 8\times 7}{5\times 4\times 3\times 2\times 1} = 462$$

Casos a favor: Cuando están los 2 padres.

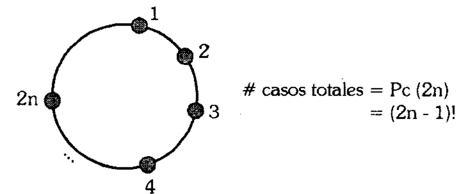


$$\#\text{ casos a favor} = C^2_2 \times C^9_3 = 1\times 84 = 84$$

$\therefore\ P = \frac{84}{462} = \frac{2}{11}$ ∴ Clave d

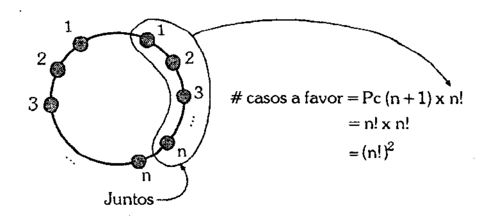
Resolución 08.

Casos totales: Total de formas en que se pueden sentar en forma circular.



\# casos totales = Pc (2n) = (2n - 1)!

Casos a favor: Total de formas cuando "*n*" están juntas:



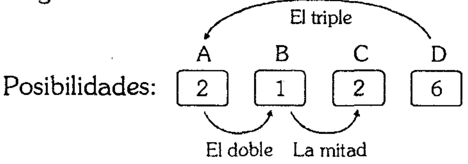
\# casos a favor = Pc (n + 1) x n! = n! x n! = $(n!)^2$

$\therefore\ P = \frac{(n!)^2}{(2n-1)!}$

$\therefore$ Clave b

Resolución 09.

Asumiendo que C tiene 2 posibilidades de ganar:

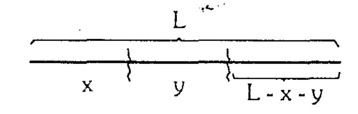


casos totales = 2 + 1 + 2 + 6 = 11

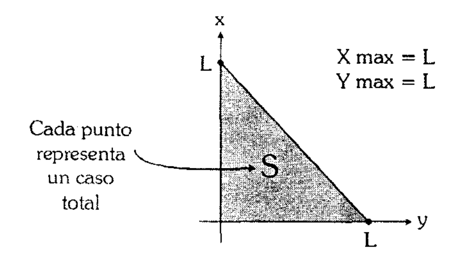
casos a favor: 2

$\Rightarrow P = 2/11$ $\therefore$ Clave d

Resolución 10.

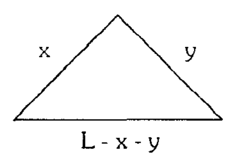


de casos totales:



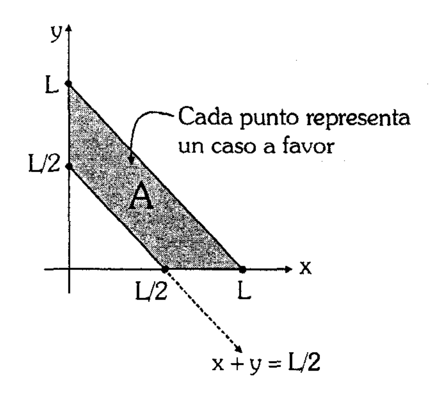
casos a favor:

Por existencia de triángulos:



$$L - x - y < x + y$$
$$x + y > L/2$$

Graficando:



$$\therefore\ P = \frac{A}{S} = \frac{\frac{L\times L}{2} - \frac{L/2\times L/2}{2}}{\frac{L\times L}{2}} = \frac{\frac{3L^2}{8}}{\frac{L^2}{2}}$$

$$P = \frac{3}{4}$$

$\therefore$ Clave b

Resolución 11.

Del enunciado:

Total: 1
- Hombres: 0,75
  - Fuman: $0{,}6 \times 0{,}75$
  - No fuman:
- Mujeres: 0,25
  - Fuman: $0{,}3 \times 0{,}25$
  - No fuman:

$$\therefore\ P = 0{,}6 \times 0{,}75 + 0{,}3 \times 0{,}25 = 0{,}525$$

$\therefore$ Clave e

Primera Práctica

Cálculo de Probabilidades

01 Se lanzan dos dados al mismo tiempo. Hallar la probabilidad de que la suma de los resultados de los dos dados sea igual a 10 o igual a 7.

a) $\frac{7}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{12}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{7}{18}$

02 De 100 personas que estudian idiomas, 20 estudian inglés, 32 estudian alemán y 8 estudian ambos idiomas. Hallar la probabilidad de seleccionar una persona que estudie inglés o alemán.

a) $\frac{11}{25}$ b) $\frac{11}{50}$ c) $\frac{17}{50}$
d) $\frac{13}{50}$ e) $\frac{19}{25}$

03 7 personas juegan póker, 4 mujeres y 3 varones. Si los varones tienen la mitad de habilidad que las mujeres. ¿Cuál es la probabilidad de que un varón gane?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{8}$
d) $\frac{3}{11}$ e) $\frac{8}{11}$

04 En una reunión hay 10 hombres y 8 mujeres. Si se eligen 3 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean mujeres?

a) $\frac{8}{102}$ b) $\frac{13}{102}$ c) $\frac{7}{102}$
d) $\frac{15}{102}$ e) $\frac{11}{102}$

05 En una urna se tienen 20 fichas numeradas del 1 al 20. Se extrae una ficha y se sabe que su número es par. ¿Cuál es la probabilidad de que este número sea divisible por 3?

a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{1}{10}$
d) $\frac{1}{15}$ e) $\frac{7}{10}$

06 Se desea colocar en una misma fila 8 sillas de las cuales 5 son marrones y 3 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que las sillas de los extremos resulten de diferente color?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{7}{15}$ c) $\frac{9}{28}$
d) $\frac{3}{41}$ e) $\frac{15}{28}$

07 Se tienen 6 fichas, las 3 primeras de color rojo numeradas del 1 al 3 y las 3 restantes blancas también numeradas del 1 al 3. Se colocan en una caja sacando una ficha y posteriormente otra más. ¿Cuál es la probabilidad de que

ambas estén numeradas con el valor de 2?

a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{7}{90}$

08 8 jóvenes se sientan al azar, alrededor de una fogata. ¿Cuál es la probabilidad de que 5 de ellos en particular ocupen lugares continuos?

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{1}{12}$

09 ¿Cuál es la probabilidad de que al colocar o ubicar 2 torres en un tablero de ajedrez estas no se coman entre ellas?

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{13}{20}$ e) $\frac{2}{11}$

10 Hay 12 puntos A, B, ... en un plano dado, no encontrándose tres de estos sobre la misma recta, en ningún caso. Entonces el número de rectas que son determinadas por los puntos, y el número de rectas que pasan por el punto A, son respectivamente:

a) 11; 66 b) 66; 11 c) 11; 55
d) 55; 11 e) 9; 55

11 Se desea seleccionar 5 preguntas de un total de 12, pero 2 de ellos no pueden escogerse a la vez. ¿Cuántas formas existen?

a) 24 b) 60 c) 120
d) 672 e) 720

12 Víctor y Manuel invitan a 10 de sus amigos a una cena que se llevará acabo en la casa de Víctor, cada uno de los invitados van con sus respectivas esposas. ¿De cuántas formas se podrán sentar en una mesa redonda, si los matrimonios deben estar siempre juntos y además Víctor y Manuel deben estar siempre juntos?

a) $(10!)\times 2$ b) $(10!)\times 2^{10}$
c) $10!\times 2^{11}$ d) $2^{12}\times(10!)$
e) 10×2^{11}

13 Un recipiente contiene 4 bolas rojas y 4 bolas blancas; todas del mismo tamaño y material. Si se extraen dos bolas una a una. Calcule la probabilidad de obtener una de cada color.

a) Con reposición.
b) Sin reposición.

a) $\frac{1}{2};\frac{3}{7}$ b) $\frac{24}{49};\frac{2}{7}$ c) $\frac{12}{49};\frac{2}{7}$
d) $\frac{1}{2};\frac{4}{7}$ e) $\frac{8}{49};\frac{4}{7}$

14 Le piden a "Paco" que escriba un número de 3 cifras. ¿Cuál es la probabilidad de que el número escrito por "Paco" esté formado sólo por cifras impares?

a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{7}{36}$
d) $\frac{7}{18}$ e) $\frac{5}{18}$

15 Una persona lanza 3 dados y gana si obtiene 8 puntos. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?

a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{7}{72}$ e) $\frac{5}{6}$

16 Al lanzar un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un múltiplo de 3?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{2}{3}$

17 Al lanzar 3 monedas. ¿Cuál es la probabilidad de que solo 2 de dichas monedas marquen la misma cara?

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{3}{8}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

18 Se lanzan 2 dados. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan números distintos?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{3}{6}$
d) $\frac{4}{6}$ e) $\frac{5}{6}$

19 Se lanzan 3 dados ¿Cuál es la probabilidad de que los números que salgan en sus caras sumen 6?

a) $\frac{5}{108}$ b) $\frac{7}{108}$ c) $\frac{7}{216}$
d) $\frac{5}{216}$ e) $\frac{9}{216}$

20 Una caja contiene 4 bolas rojas, 3 azules, y 2 verdes. Se extrae al azar una de ellas. Hallar la probabilidad de que la bola extraída no sea azul

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{5}{9}$

21 Se sabe que de dada 50 mujeres mayores de 20 años preguntadas por su edad, 40 mienten. ¿Cuál es la probabilidad de que la preguntarle a una mujer mayor de 20 años por su edad, ella diga la verdad?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{5}{9}$

22 De un mazo de 52 naipes, se extraen 3. ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean ases?

a) $\frac{6}{525}$ b) $\frac{9}{520}$ c) $\frac{3}{52}$
d) $\frac{8}{525}$ e) $\frac{1}{5525}$

23 En un salón hay 40 alumnos de los cuales 15 son varones. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger 5 alumnos, estos resulten varones?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{44}{875}$
d) $\frac{77}{16872}$ e) $\frac{77}{19872}$

24 Una bolsa contiene 5 bolas blancas, 7 bolas negras y 4 rojas. Calcular la

probabilidad de que al extraer 3 bolas, las 3 sean blancas.

a) $\frac{2}{25}$ b) $\frac{3}{16}$ c) $\frac{3}{28}$
d) $\frac{1}{56}$ e) $\frac{8}{25}$

25 Se escogen al azar 2 cartas de una baraja corriente de 52 cartas. Hallar la probabilidad de que una sea espada y la otra corazón.

a) $\frac{1}{17}$ b) $\frac{3}{17}$ c) $\frac{13}{102}$
d) $\frac{19}{102}$ e) $\frac{23}{102}$

26 Se escogen al azar 3 lámparas entre 15 de las cuales 5 son defectuosas. Hallar la probabilidad de que una por lo menos sea defectuosa.

a) $\frac{24}{91}$ b) $\frac{45}{91}$ c) $\frac{67}{91}$
d) $\frac{34}{91}$ e) $\frac{57}{91}$

27 Una bolsa contiene 4 bolas blancas, 2 negras y 3 rojas. Calcular la probabilidad de seleccionar 5 bolas de modo que 2 sean blancas, 1 sea negra y 2 sean rojas.

a) 2/7 b) 3/16 c) 3/28
d) 1/56 e) 8/25

28 Se lanza 4 dados simultáneamente ¿Calcular cuántos elementos tiene el espacio muestra?

a) 6 b) 36 c) 216
d) 1296 e) 24

29 Determinar la probabilidad de que el resultado sea 7 al lanzar 2 dados

a) $\frac{7}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{9}{17}$

30 A lanzar 2 dados ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado del primer dado sea mayor que el segundo?

a) $\frac{7}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{5}{12}$

31 Determinar la probabilidad de que al Extraer 2 cartas de una baraja, estas sean tréboles.

a) $\frac{1}{17}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{4}{25}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{3}{17}$

32 En una urna donde hay 7 bolas blancas, 5 bolas rojas y 3 bolas azules. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer 3 bolas estás sean de color rojo?

a) $\frac{2}{91}$ b) $\frac{2}{15}$ c) $\frac{3}{91}$
d) $\frac{15}{91}$ e) $\frac{3}{7}$

33 ¿Cual es la probabilidad de que al extraer una bola de urna donde hay 8 bolas azules; 3 bolas blancas y 4 bolas negras; esta no sea blanca ?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{5}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{6}$

Segunda Práctica

Cálculo de Probabilidades

01 Sabiendo que la probabilidad de que ocurra un accidente en 1 Km., de una carretera es 1/3 ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra en contar al menos un accidente en 4 Km. de esa carretera?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{27}$ c) $\frac{19}{27}$
d) $\frac{65}{81}$ e) $\frac{19}{81}$

02 Las probabilidades que tienen Alfredo, Boris y Carlos de resolver un problema son: 1/2; 3/5 y 1/6 respectivamente. Si los tres intentan hacerlo, determinar la probabilidad de que se resuelva el problema.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{12}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{5}$

03 Si se lanza 5 monedas ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 sellos y 2 caras?

a) 0,1 b) 0,32 c) 0,3275
d) 0,3125 e) 0,5

04 A una señora embarazada le diagnosticaron que tendría quintillizos ¿Cuál es la probabilidad que el día del parto nazcan 5 mujeres?

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{32}$
d) $\frac{1}{24}$ e) $\frac{1}{5}$

05 Se va ha seleccionar un comité de 5 hombres; a partir de un grupo de 8 brasileños, 3 colombianos y 5 argentinos ¿Cuál es la probabilidad de que el comité este compuesto por 2 brasileños, 2 argentinos y 1 colombiano?

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{13}$ c) $\frac{5}{26}$
d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{31}{63}$

06 De una baraja de 52 cartas se sacan 2 cartas de naipes de uno en uno, y se devuelve después de la extracción. ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean corazones?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{13}$
d) $\frac{3}{16}$ e) $\frac{1}{64}$

07 8 amigos se sientan al azar en circulo ¿Cual es la probabilidad de que 2 de ellos queden juntos?.

a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{1}{5}$

08 Se tiene 7 libros, 5 de física y 2 de álgebra, ordenados en un estante. ¿Cuál es la probabilidad de que los libros de álgebra sean separados por los de física?

a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{21}$
d) $\frac{1}{14}$ e) $\frac{1}{10}$

09 Hallar la probabilidad de que al lanzar tres dados, la suma de los números que se obtenga su igual a 10.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{3}{2}$

10 De una baraja de naipes (52 cartas) se extraen 2 cartas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que las cartas extraídas sea un rey y una jota?

a) $\frac{4}{663}$ b) $\frac{8}{663}$ c) $\frac{1}{1326}$
d) $\frac{8}{623}$ e) $\frac{4}{13}$

11 Radio "MODA" realiza un Casting para seleccionar voces de 5 varones y 7 mujeres, de los cuales se aceptaran a 4 de ellos.¿Cuál es la probabilidad de que el grupo sea mixto?

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{90}$ c) $\frac{91}{99}$
d) $\frac{90}{97}$ e) $\frac{1}{99}$

12 En una fiesta donde asistieron 180 personas resulta que 140 fuman, 100 beben y 30 no fuman ni beben; si de éstas personas se eligen una de ellas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que beba y fume?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{3}{8}$

13 La probabilidad de que Karina ingrese a la UNSACA es 0,6 y que ingrese a SAN MARCOS 0,5. Si la probabilidad de que no ingrese a ninguna es 0,14. Hallar la probabilidad de que ingrese a ambas a la vez.

a) 0,42 b) 0,22 c) 0,24
d) 0,48 e) 0,58

14 Se lanzan 2 dados simultáneamente ¿Calcular cuántos elementos tiene el espacio muestral?

a) 6 b) 12 c) 24
d) 36 e) 216

15 Determinar la probabilidad de que el resultado sea 7, al lanzar 2 dados?

a) $\frac{7}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{9}{17}$

16 Al lanzar 2 dados. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de los 2 dados no sea 7?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{5}{6}$
d) $\frac{7}{36}$ e) $\frac{29}{36}$

17 ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar, al lanzar un dado?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{6}$

18 Al lanzar 2 dados, ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado del primer dado sea mayor que el segundo?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{30}$ e) $\frac{5}{12}$

19 Determinar la probabilidad de que al extraer 2 cartas de una baraja, éstas sean corazones.

a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{17}$
d) $\frac{3}{28}$ e) $\frac{4}{25}$

20 En una urna donde hay 7 bolas blancas, 5 bolas rojas y 3 bolas azules. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer 2 bolas, éstas sean de color rojo?

a) $\frac{2}{15}$ b) $\frac{1}{15}$ c) $\frac{2}{21}$
d) $\frac{2}{13}$ e) $\frac{3}{7}$

21 ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bola de una urna donde hay 3 bolas rojas, 7 bolas azules, 4 bolas blancas y 2 bolas negras; esta no sea roja?

a) $\frac{3}{13}$ b) $\frac{2}{13}$ c) $\frac{3}{16}$
d) $\frac{13}{16}$ e) $\frac{1}{16}$

22 ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par ó un múltiplo de 3 al lanzar un dado?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{5}$

23 Se lanza un dado y una moneda simultáneamente ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo y un sello?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{4}$

24 Se quiere seleccionar un comité de 5 personas a partir de 7 mujeres y 6 varones ¿Qué probabilidad habría que el Comité esté integrado por 2 mujeres?

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{37}{91}$ c) $\frac{141}{429}$
d) $\frac{140}{429}$ e) $\frac{3}{38}$

25 Sabiendo que la probabilidad de que ocurra un accidente en 1 km. de una carretera es 1/3 ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra encontrar al menos un accidente en 3 km. de esa carretera?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{27}$ c) $\frac{8}{27}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{19}{27}$

26 3 caballos A, B y C intervienen en una carrera, "A" tiene doble posibilidad de ganar que "B" y "B" el doble

de ganar que "C" ¿Cuál es la probabilidad de ganar de "C"?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{7}$

27 Las probabilidades que tienen A, B y C de resolver un mismo problema son: 1/2, 3/5 y 1/6 respectivamente. Si intentan hacerlo los tres, determinar la probabilidad de que se resuelva el problema.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{5}$

28 Si se arrojan 5 monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 sellos y 2 caras?

a) 0,5 b) 0,32 c) 0,3275
d) 0,1 e) 0,3125

29 Si se lanza 5 veces un dado ¿cuál es la probabilidad de que las 5 caras que aparecen sean diferentes?

a) $\frac{7}{23}$ b) $\frac{31}{32}$ c) $\frac{1}{32}$
d) $\frac{7}{21}$ e) $\frac{5}{54}$

30 A una señora embarazada le diagnosticaron que tendría cuatrillizos ¿Cuál es la probabilidad que el día del parto nazcan 4 mujeres?

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{16}$
d) $\frac{1}{24}$ e) $\frac{1}{6}$

31 En una competencia atlética de 100 m. intervienen, los atletas A, B, C, D y E. ¿Cuál es la probabilidad de que al finalizar "B" llegue inmediatamente después de "A"?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{3}{4}$

32 Se va ha seleccionar por lote un comité de 5 hombres, a partir de un grupo de 8 norteamericanos, 5 ingleses y 3 franceses. ¿Cuál es la probabilidad de que el comité esté compuesto por 2 norteamericanos, 2 ingleses y 1 francés?

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{13}$ c) $\frac{5}{26}$
d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{31}{63}$

33 De una baraja de 52 cartas, se sacan 3 naipes de uno en uno, y se devuelven después de cada extracción. ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean tréboles?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{13}$ c) $\frac{1}{16}$
d) $\frac{1}{64}$ e) $\frac{1}{21}$

34 9 amigos se sientan al azar en círculo ¿Cuál es la probabilidad de que 2 de ellos queden juntos?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{5}$

Tercera Práctica

Cálculo de Probabilidades

El producto es 18 - 3

01 Hallar la probabilidad de obtener al menos una cara al lanzar "n" monedas a la vez.

a) $\frac{1}{n}$ b) $1-\frac{1}{2^n}$ c) 2^n-n

d) $\frac{2^n}{n}$ e) $\frac{2}{n}$

02 Se tiene un círculo de radio 8 cm si ubicamos un punto aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que este punto esté más cerca o a igual distancia del centro que de la circunferencia?

a) 0,85 b) 0,25 c) 0,35
d) 0,314 e) 0,11

03 Hallar la probabilidad de que al lanzar tres dados, la suma de los números que se obtengan sea igual a 10.

a) $\frac{1}{2}$ b) 0,25 c) 0,125
d) 0,75 e) 0,7

04 De una baraja de naipes (52 cartas), se extraen 2 cartas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que las cartas extraídas sean una reina y una jota?

a) $\frac{4}{663}$ b) $\frac{2}{663}$ c) $\frac{1}{1326}$

d) $\frac{8}{663}$ e) $\frac{4}{13}$

05 En un casting se seleccionan a 5 varones y 7 mujeres, de los cuales se aceptarán a 4 de ellos ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo aceptado sea mixto?

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{90}$ c) $\frac{1}{99}$

d) $\frac{90}{97}$ e) $\frac{91}{99}$

06 En una fiesta donde asistieron 90 personas; resulta que 70 fuman, 50 beben y 15 no fuman ni beben; si de éstas personas se eligen una de ellas al azar, ¿Cuál es la probabilidad que beba y fume?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{3}{8}$

07 La probabilidad de que Nancy ingrese a la UNJFSC es 0,7, que ingrese a la San Marcos es 0,4, si la probabilidad de que no ingrese a ninguna es 0,12. Hallar la probabilidad de que ingrese a ambas a la vez.

a) 0,42 b) 0,22 c) 0,24
d) 0,48 e) 0,58

08 Al arrojar 3 dados ¿Cuál es la probabilidad de obtener los puntos 2; 4 y 5?

a) $\frac{1}{36}$ b) $\frac{35}{36}$ c) $\frac{1}{18}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{5}$

09 Al lanzar 2 dados. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de los 2 dados no sea 8?

a) $\frac{31}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{29}{36}$
d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{7}{36}$

10 ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos una cara en el lanzamiento de 3 monedas?

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{7}{8}$

11 En un ómnibus viajan 16 varones, 18 damas y 20 niños. ¿Cuál es la probabilidad de que el primero en bajar sea un niño?

a) $\frac{15}{53}$ b) $\frac{18}{53}$ c) $\frac{10}{27}$
d) $\frac{38}{53}$ e) $\frac{35}{53}$

12 De un grupo de 8 bolas verdes y 9 rosadas se extraen 3 al azar. Determinar la probabilidad de que:

a) A: Las 3 sean verdes
b) B: Las 3 sean del mismo color

Dar la respuesta en ese orden.

a) $\frac{7}{85}, \frac{7}{34}$ b) $\frac{6}{85}, \frac{7}{85}$ c) $\frac{8}{85}, \frac{9}{85}$
d) $\frac{7}{85}, \frac{9}{85}$ e) $\frac{8}{85}, \frac{6}{35}$

13 Una caja contiene 2 bolas negras y 4 verdes, si se extraen 3 bolas una tras otra con reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que las 3 sean negras?

a) $\frac{1}{27}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{2}$

14 En una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta de espadas con un valor menor que 7 ó un valor mayor que 10?

a) $\frac{2}{17}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{37}$
d) $\frac{9}{52}$ e) $\frac{7}{91}$

15 Se lanza 4 dados simultáneamente ¿Calcular cuántos elementos tiene el espacio muestra?

a) 6 b) 36 c) 216
d) 1296 e) 24

16 A lanzar 2 dados ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado del primer dado sea mayor que el segundo?

a) $\frac{7}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{5}{12}$

17 En una urna donde hay 7 bolas blancas, 5 bolas rojas y 3 bolas azules. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer 3 bolas estás sean de color rojo?.

a) $\frac{2}{91}$ b) $\frac{2}{15}$ c) $\frac{3}{91}$
d) $\frac{15}{91}$ e) $\frac{3}{7}$

18 Se lanza 4 monedas y dos dados. ¿cuál es la probabilidad de obtener 3 caras en las monedas y una suma igual a 10 en los dados?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{1}{48}$ e) $\frac{1}{12}$

19 En una caja se tiene 20 bolos con numeración consecutiva. Se extraen 2 bolos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 bolos con numeración consecutiva?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{3}{10}$

20 En una caja hay 10 bolas de billar, de las cuales 4 son rojas. Se toma tres piezas al azar. Determine la probabilidad de que por lo menos uno resulte de color rojo.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{10}{39}$
d) $\frac{7}{60}$ e) $\frac{5}{6}$

21 Considerando que la semana empieza el lunes. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger. Walter, dos días al azar del mes de agosto, para salir con su enamorada, estos resultan días consecutivos y de la misma semana; además el uno de dicho mes es miércoles?

a) $\frac{26}{31}$ b) $\frac{26}{45}$ c) $\frac{26}{31\times 15}$
d) $\frac{13}{31\times 15}$ e) $\frac{26}{45\times 3}$

22 Se tiene 6 bolos donde dos son más pequeños que los otros. si escogemos dos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que los elegidos sean los más pequeños?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{15}$
d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{3}{20}$

23 En una bolsa se tiene 4 bolas rojas y 6 bolas azules. Se extrae al azar 3 bolas, una por una. ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera bola sea roja?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{2}{5}$

24 en una caja se tiene 12 bolas (7 blancas y 5 negras). Se extrae 2 bolas al azar, una tras otra. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea blanca y la segunda sea negra?

a) $\frac{27}{117}$ b) $\frac{39}{114}$ c) $\frac{35}{142}$
d) $\frac{35}{132}$ e) $\frac{35}{121}$

25 Betty da en el blanco 4 veces en 5 tiros, Elena 3 veces en 4 tiros y Jenny 2 veces en 3 tiros. Si las tres disparan en forma simultánea. ¿Cuál es la probabilidad que las tres acierten en el blanco?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{10}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{4}$

26 Se desarrolla un programa por computadora para escribir un número de 3 cifras. En el teclado se tienen 10 teclas que corresponden a los dígitos del 0 al 9, cuyo distintivo de numeración se ha borrado. ¿Cuál es la probabilidad de que al presionar tres teclas se forme un número que tenga por lo menos una cifra par y otra impar? (considere el cero como número par).

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{5}{6}$

27 Una familia con tres hijos salen el campo. Una vez allí prenden una fogata y se sientan alrededor de ella. ¿Cuál es la probabilidad de que los padres queden siempre juntos?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

28 De una baraja de naipes, se extraen al azar 3 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres cartas sean del mismo palo?

a) $\frac{2}{17}$ b) $\frac{11}{17}$ c) $\frac{11}{25}$
d) $\frac{2}{25}$ e) $\frac{22}{17\times 25}$

29 Una bolsa contiene 4 bolas blancas y 2 negra; otra bolsa contiene 3 bolas blancas y 5 negras. Se extrae una bola de cada bolsa. Determine la probabilidad de que ambas sean blancas.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{3}$

30 Se lanzan dos dados, uno rojo y el otro azul. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma menor que 7, el resultado del dado rojo es mayor que el resultado del dad azul?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{3}{4}$

31 se lanza un dado y dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo en el dado y dos sellos en las monedas?

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{2}{5}$

32 Se tiene en una caja 8 bolas rojas y 4 blancas. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del mismo color, luego se saca otra bola. Halle la probabilidad de que en la primera y en la segunda extracción las bolas sean del mismo color.

a) $\frac{6}{13}$ b) $\frac{5}{19}$ c) $\frac{23}{39}$
d) $\frac{2}{15}$s e) $\frac{21}{43}$

33 en una carpeta enumerada se van a ubicar 4 hombres y 4 mujeres, la probabilidad de que se ubiquen en forma alternada es:

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{35}$
d) $\frac{3}{7}$ e) $\frac{1}{35}$

34 Un grupo de personas está conformado por 8 hambres y 4 mujeres. Si se escoge a 8 al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo este conformado por 6 hombres y dos mujeres?

a) $\frac{7}{165}$ b) $\frac{14}{165}$ c) $\frac{28}{165}$
d) $\frac{7}{11}$ e) $\frac{56}{165}$

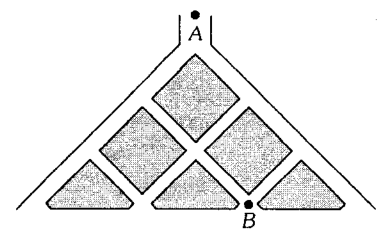
35 Cinco personas se van a sentar en fila y al azar. Si entre ellos se encuentra Walter y Alfredo. ¿Cuál es la probabilidad que Alfredo se siente a la derecha de Walter?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{2}{3}$

36 Se lanza tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de cada dado sea un número impar?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

37 El gráfico muestra canaletas. en el punto A se suelta una canica que se desplaza por las canaletas, al llegar a una bifurcación tiene la misma probabilidad de seguir cualquier ruta. ¿Cuál es la probabilidad de que la canica llegue al punto B?



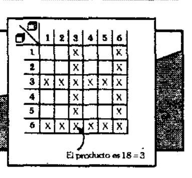
a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{3}{5}$

38 Las probabilidades que tienen Alfredo, Boris y Carlos de resolver un problema son: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{6}$ respectivamente. Si los tres intentan hacerlo, determinar la probabilidad de que se resuelva el problema.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{12}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{5}$

Cuarta Práctica

Cálculo de Probabilidades



01 Se lanza simultáneamente 6 monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 4 caras y 2 sellos?

a) $\frac{15}{32}$ b) $\frac{3}{64}$ c) $\frac{1}{64}$
d) $\frac{15}{64}$ e) $\frac{2}{35}$

02 Por el día del padre se han reunido 25 padres de los alumnos del quinto grado "A" y 30 padres del quinto "B", si se sortea un premio. ¿Cuál es la probabilidad de que el afortunado sea un padre del quinto grado *A*?

a) $\frac{6}{11}$ b) $\frac{5}{11}$ c) $\frac{11}{25}$
d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{2}$

03 Se cogen al azar 4 sillas entre 10, de las cuales 6 son defectuosas. Halle la probabilidad que de las escogidas 2 exactamente sean defectuosas.

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{4}{35}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{2}{3}$

04 En una urna se colocan 5 fichas numeradas con 1,2,3,4, y 5. Si se extraen al azar dos fichas. ¿Cuál es la probabilidad de que sus números sumen 7?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{7}$
d) $\frac{7}{11}$ e) $\frac{1}{3}$

05 Se lanza 2 dados simultáneamente. Calcule la probabilidad de obtener una suma igual a un número primo.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{2}{9}$ e) $\frac{5}{12}$

06 Dos hombres y tres mujeres van al cine y encuentran una fila de 5 asientos juntos, en una misma fila, donde desean acomodarse. Determine cuál es la probabilidad de que las tres chicas no se sienten juntas.

a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{1}{10}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{3}{5}$

07 Se lanza 3 monedas simultáneamente. Calcule la probabilidad de no obtener exactamente 2 caras.

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{8}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{7}{8}$

08 En una reunión donde asistieron 80 personas; resulta que 60 bailan, 40 cantan y 10 no cantan ni bailan. Si de estas personas se elige una de ellas al azar, ¿Cuál es la probabilidad que baile y cante?

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{8}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{5}{8}$

09 Una urna contiene 7 bolas rojas y 3 bolas blancas, se sacan 3 bolas de la urna, una tras otra. Halle la probabilidad de que las dos primeras sean rojas y la tercera blanca.

a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{3}{17}$ c) $\frac{7}{20}$
d) $\frac{7}{40}$ e) $\frac{21}{40}$

10 Tres cazadores *A* , *B* y *C* están apuntando con sus rifles a un león. La probabilidad de que *A* acierte el disparo es $^4/_5$, la de *B* es $^3/_7$ y la de *C* es $^2/_3$. Si los tres disparan, ¿Cuál es la probabilidad de que los tres acierten?

a) $\frac{27}{35}$ b) $\frac{17}{35}$ c) $\frac{18}{35}$
d) $\frac{8}{35}$ e) $\frac{99}{105}$

11 De una caja que contiene 3 bolas negras, 4 blancas y 2 amarillas, se extrae al azar una de ellas. Hallar la probabilidad de que la bola extraída no sea negra.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{5}{9}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{4}{9}$

12 Se ubican 5 personas (dos de ellas son Pedro y Walter) en una mesa circular. ¿Qué probabilidad hay de que Pedro y Walter no se ubiquen juntos?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{4}$

13 En una caja hay 30 bolas del mismo tamaño numeradas del 1 al 30. Si se eligen 3 números al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sean consecutivos?

a) $\frac{1}{147}$ b) $\frac{1}{145}$ c) $\frac{2}{145}$
d) $\frac{3}{406}$ e) $\frac{1}{155}$

14 Determinar la probabilidad de que al extraer 2 cartas de una baraja éstas sean corazones.

a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{17}$
d) $\frac{3}{28}$ e) $\frac{4}{25}$

15 De una caja que contiene 5 focos defectuosos y 6 focos en buen estado se sacan dos focos a la vez. Hallar la probabilidad de que los dos sean buenos.

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{4}{11}$ c) $\frac{7}{11}$
d) $\frac{8}{11}$ e) $\frac{3}{11}$

16 En una caja hay 30 fichas numeradas del 1 al 30, todas del mismo tamaño y forma. Si se extrae una ficha al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ésta sea múltiplo de 3 ó de 5?

a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{13}{30}$ c) $\frac{1}{12}$
d) $\frac{7}{15}$ e) $\frac{3}{10}$

17 Si se lanzan 3 monedas y un dado sobre una mesa, ¿cuál es la probabilidad de que se obtengan 2 caras, 1 sello y 6 puntos?

a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{5}{8}$
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{3}{16}$

18 En una reunión hay 10 hombres y 8 mujeres. Si se eligen 3 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que todas sean mujeres?

a) $\frac{8}{102}$ b) $\frac{13}{102}$ c) $\frac{7}{102}$
d) $\frac{15}{102}$ e) $\frac{11}{102}$

19 Se lanza 15 monedas al mismo tiempo sobre una superficie lisa. ¿Cuál es la probabilidad de obtener más caras que sellos?

a) $\frac{7}{16}$ b) $\frac{5}{16}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{3}{16}$ e) $\frac{1}{2}$

20 Dos jugadores que tienen la misma habilidad, juegan una secuencia de partidos hasta que uno de ellos gane 2 partidos seguidos. Determine la probabilidad de que se necesite un número par de partidos para que termine el juego.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{4}$

21 De 20 personas que contrajeron cierta enfermedad al mismo tiempo y fueron llevados a una misma sala de un hospital, 15 se recuperaron completamente en 3 días, al cabo del cual se escogieron aleatoriamente 5 personas para un chequeo, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean dadas de alta?

a) $\frac{2001}{7153}$ b) $\frac{1001}{5168}$ c) $\frac{2002}{4163}$
d) $\frac{2001}{5000}$ e) $\frac{1001}{3964}$

22 En un torneo de ajedrez participan 10 grandes maestros, 6 maestros internacionales y 4 maestros nacionales, los rivales para la primera ronda y el número de mesa para cada par de participantes se determina por sorteo. Calcule la probabilidad que en la mesa N° 01 se encuentren entre sí los ajedrecistas que tienen el mismo título.

a) $\frac{33}{95}$ b) $\frac{22}{95}$ c) $\frac{14}{95}$
d) $\frac{33}{18050}$ e) $\frac{37}{18050}$

23 Sobre el piso un niño ha dibujado un círculo, luego duplica el largo de la cuerda usada y usando el mismo centro dibuja otro círculo, después arroja una canica sobre los círculos dibujados. Calcule la probabilidad de que dicha canica caiga dentro del círculo mayor pero no dentro del círculo pequeño.

a) 0,75 b) 0,25 c) 0,4
d) 0,5 e) 0,125

24 Un juego consiste en lanzar un dado; si se obtiene al menos 5 puntos ganas 7 soles, en caso contrario pierdes 2 soles, ¿cuánto se espera ganar

a) 5/1 b) 5/2 c) 5/3
d) 5/2,5 e) 5/4

CLAVES
CÁLCULO DE PROBABILIDADES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. d	02. a	03. d	04. c	05. b
06. e	07. a	08. a	09. a	10. b
11. d	12. c	13. d	14. a	15. d
16. a	17. e	18. e	19. a	20. c
21. a	22. e	23. d	24. d	25. c
26. c	27. a	28. d	29. b	30. e
31. a	32. a	33. c		

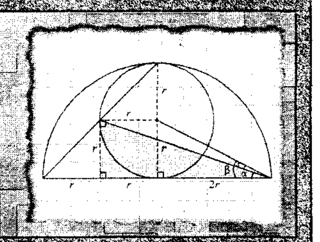
SEGUNDA PRÁCTICA				
01. d	02. b	03. d	04. c	05. c
06. b	07. a	08. c	09. c	10. b
11. c	12. b	13. c	14. d	15. b
16. c	17. b	18. e	19. c	20. c
21. d	22. c	23. e	24. d	25. e
26. b	27. b	28. e	29. e	30. c
31. d	32. c	33. d	34. c	

TERCERA PRÁCTICA				
01. b	02. b	03. c	04. d	05. e
06. b	07. b	08. a	09. a	10. e
11. c	12. a	13. a	14. d	15. d
16. e	17. a	18. d	19. b	20. e
21. c	22. c	23. c	24. d	25. a
26. b	27. e	28. e	29. d	30. a
31. c	32. c	33. e	34. e	35. c
36. b	37. d	38. b		

CUARTA PRÁCTICA				
01. d	02. b	03. b	04. a	05. e
06. b	07. c	08. c	09. d	10. d
11. d	12. d	13. b	14. c	15. e
16. d	17. a	18. c	19. e	20. a
21. b	22. d	23. a	24. b	

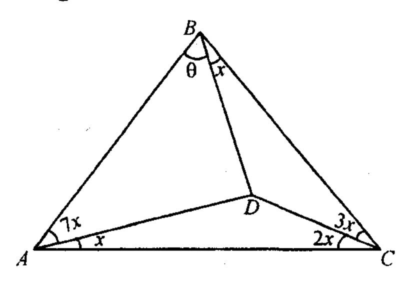
Capítulo 18

RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO



PROBLEMA 01

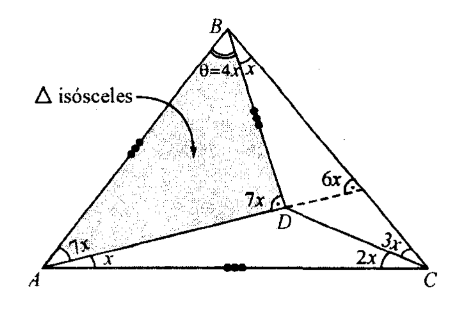
En la figura $AC = BD$ halle el valor de θ.



a) 48° b) 44° c) 28°
d) 40° e) 36°

Resolución:

Prolongando $\overline{AD}$ y encontrando el valor de los ángulos tenemos:



Luego: $7x + 7x + 4x = 180°$

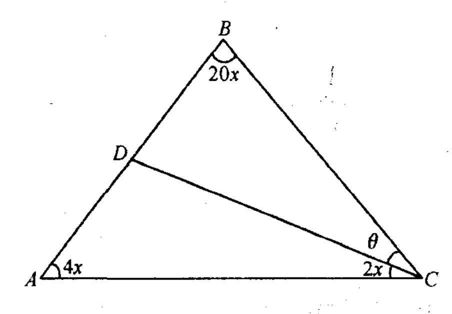
$x = 10°$

$\therefore \quad \theta = 4\,(10°) = 40°$

Clave: *d*

PROBLEMA 02

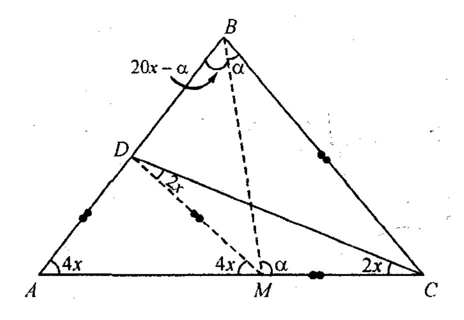
En la figura $AD = BC$. Hallar θ



a) 30° b) 40° c) 45°
d) 60° e) 50°

Resolución:

Trazamos $\overline{DM}$, de modo que $\measuredangle CDM = 2x$

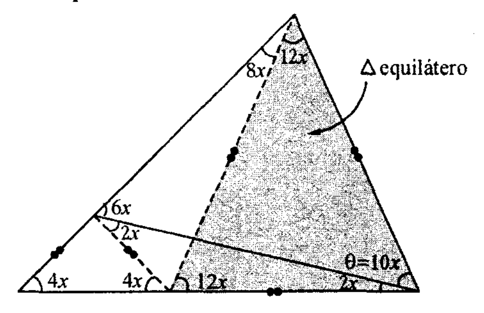


Del gráfico:

$$4x + (20x - \alpha) = \alpha$$

$$\alpha = 12x$$

Reemplazando:



$\Rightarrow \quad 12x = 60°$

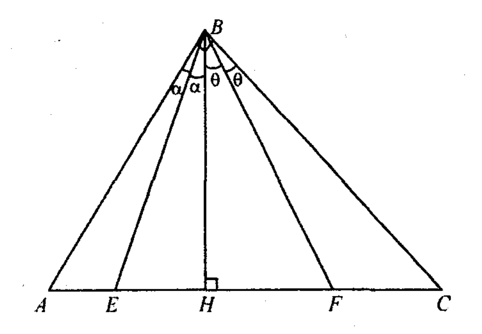
$x = 5°$

$\therefore \quad \theta = 10(5) = 50°$

Clave: e

PROBLEMA 03

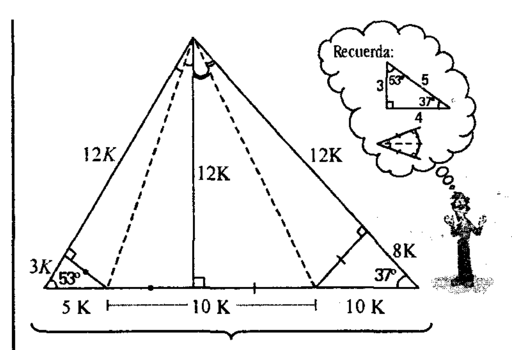
En la figura: $AB = 6\mu$, $BC = 8\ \mu$ y $AC = 10\mu$. Calcular EF.



a) 4μ b) 6μ c) 5μ
d) 2μ e) 3μ

Resolución:

Haciendo $BH = 12K$



$$25\ K = 10$$

$$\Rightarrow \quad K = \frac{10}{25}$$

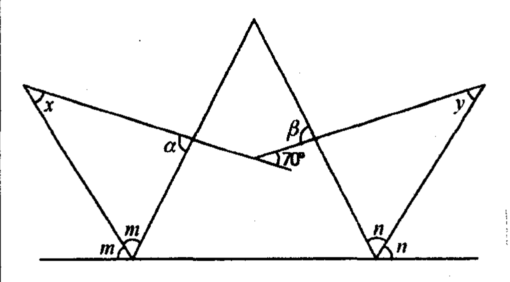
$$EF = 10K = 10\left(\frac{10}{25}\right) = 4$$

Clave: a

PROBLEMA 04

En la figura $\alpha + \beta = 180°$

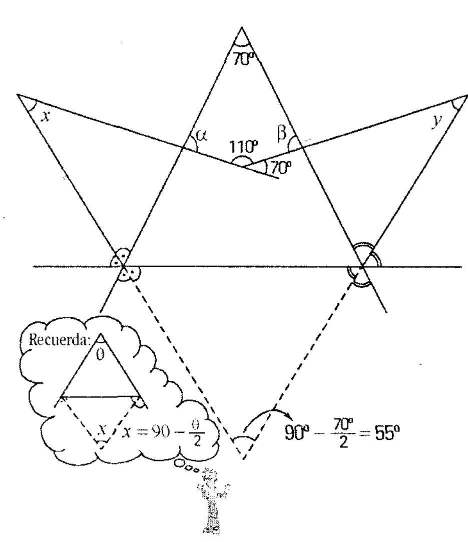
Calcular $x + y$



a) 65° b) 55° c) 58°
d) 60° e) 52°

Resolución:

Dato: $\alpha + \beta = 180°$



Luego:

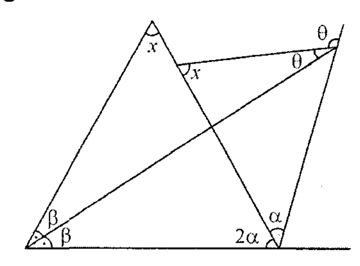
$$x + y + 55° = 110°$$

$$x + y = 55°$$

Clave: b

PROBLEMA 05

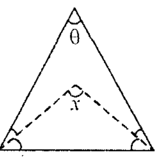
Del gráfico calcular x



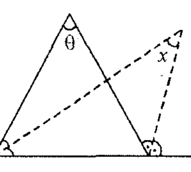
a) 18° b) 20° c) 24°
d) 36° e) 25°

Resolución:

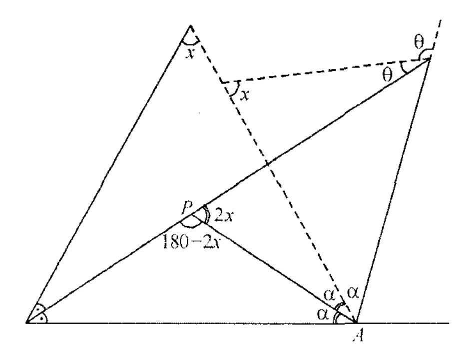
Trazamos la bisectriz $\overline{AP}$ para aplicar las siguientes propiedades:



$x = 90° + \frac{\theta}{2}$



$x = \frac{\theta}{2}$



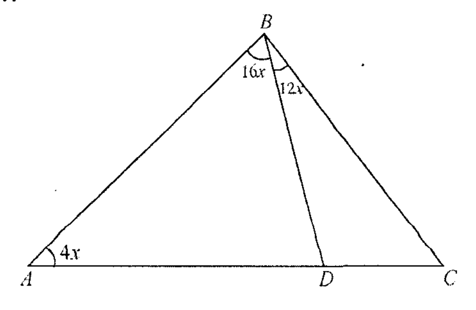
$$\triangle \rightarrow 180 - 2x = 90 + \frac{x}{2}$$

$$\therefore \quad x = 36°$$

Clave: d

PROBLEMA 06

En la figura $AD = BC$. Hallar el valor de x

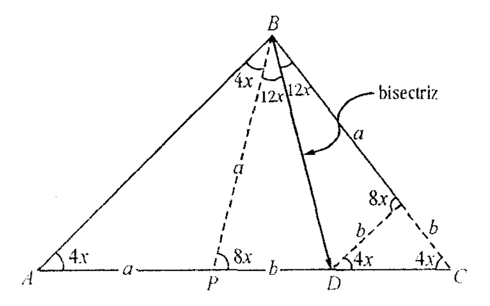


a) 10° b) 12° c) 15°
d) 5° e) 8°

Resolución:

Trazamos $\overline{BP}$ de modo que $\measuredangle ABP = 4x$

Dato: $AD = BC$



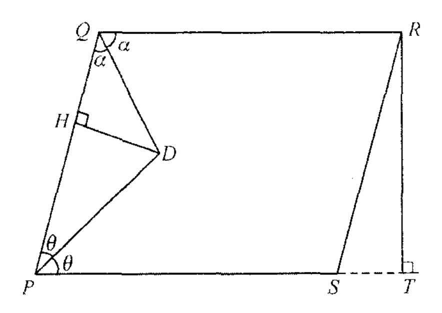
En ΔABC : $4x + 28x + 4x = 180°$

$\therefore \quad x = 5°$

Clave: d

PROBLEMA 07

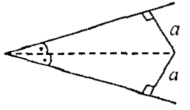
En la figura *PQRS* es un paralelogramo, *DH* = 4 cm. Hallar *RT*.



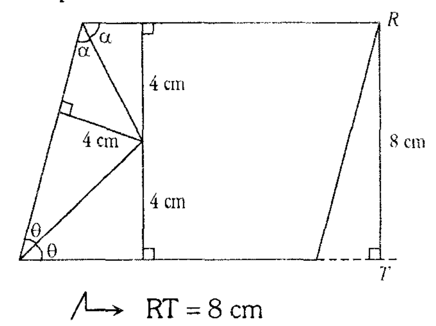
a) 5 cm b) 7 cm c) 8 cm
d) 6 cm e) 4 cm

Resolución:

Recuerde que:



En el problema:

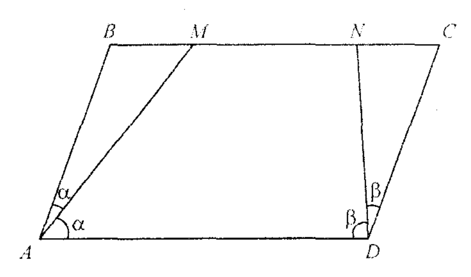


$\to$ RT = 8 cm

Clave: c

PROBLEMA 08

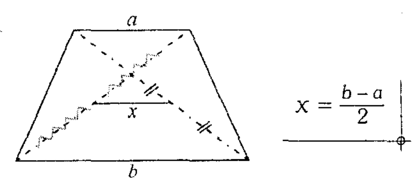
En la figura, *ABCD* es un paralelogramo y *AB* = 6 cm. Calcular la longitud del segmento que une los puntos medios de las diagonales del trapecio *AMND*.



a) 10 cm b) 5 cm c) 6 cm
d) 3 cm e) 4 cm

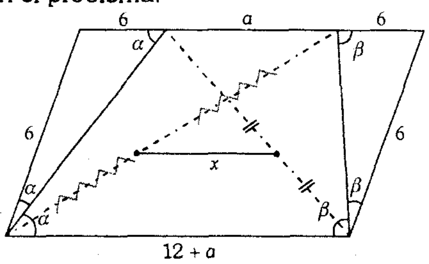
Resolución:

Recordando que en el trapecio:



$$x = \frac{b-a}{2}$$

En el problema:

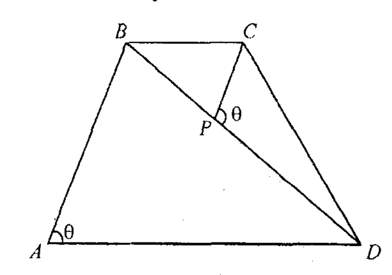


$$x = \frac{(12 + \not{a}) - \not{a}}{2} = 6\ cm$$

Clave: c

PROBLEMA 09

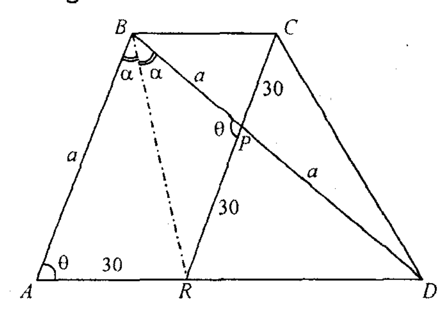
En la figura $ABCD$ es un trapecio, $AB = BP = PD$ y $CP = 30$ cm. Hallar AD.



a) 60 cm b) 80 cm c) 90 cm
d) 100 cm e) 45 cm

Resolución:

Prolongando $\overline{CP}$:



$\Delta\ BPC \cong \Delta\ RPD \rightarrow PR = 30$

Como $\overline{BR}$: bisectriz

$$AR = RP = 30\ cm$$

Además:

$$\frac{AR}{AB} = \frac{RD}{BD}$$

$$\frac{30}{a} = \frac{RD}{2a}$$

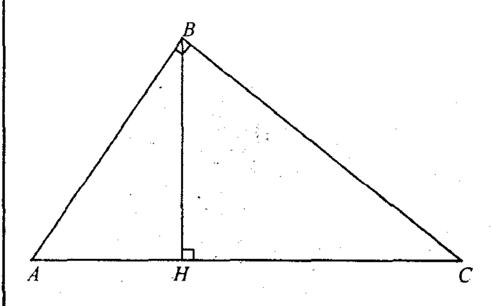
$$RD = 60\ \text{cm}$$

$$\therefore \quad AD = 30 + 60 = 90\ \text{cm}$$

Clave: c

PROBLEMA 10

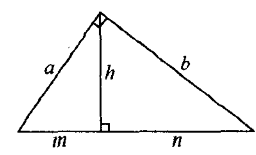
Del gráfico calcular BH, si $HC = 3\,AH$ y $9(AB)^2 = (BC)^2 + 32\ \text{cm}^2$



a) 6 cm b) 5 cm c) 3 cm
d) 4 cm e) 2 cm

Resolución:

Recordando que:

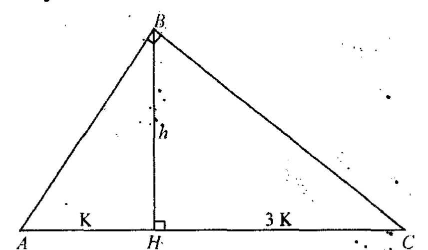


$$a^2 = m(m + n)$$

$$b^2 = n(n + m)$$

$$h^2 = mn$$

En el problema:



$\longrightarrow \quad (AB)^2 = (K)(K+3K) \Rightarrow AB^2 = 4K^2$

$\longrightarrow \quad (BC)^2 = (3K)(3K+K) \Rightarrow BC^2 = 12K^2$

Como: $9(AB)^2 = (BC)^2 + 32$

$9(4K^2) = 12K^2 + 32$

$24\,K^2 = 32$

$K^2 = \frac{4}{3}$

Además: $h^2 = (K)(3K)$

$h^2 = 3K^2$

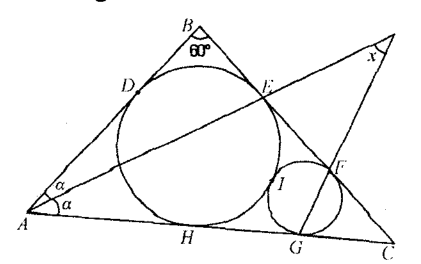
$h^2 = \not{3}\left(\frac{4}{\not{3}}\right) = 4$

$\therefore \quad h = 2$ cm

Clave: e

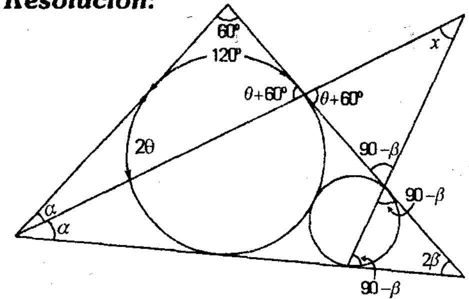
PROBLEMA 11

En la figura D , E , F , G , H e I, son puntos de tangencia. Halle x



a) 25° b) 30° c) 45°
d) 20° e) 15°

Resolución:



Del gráfico: $\alpha = \frac{120 - 2\theta}{2}$

$\longrightarrow \quad \theta = 60 - \alpha$ .... (I)

Además: $2\alpha + 2\beta + 60° = 180°$

$\longrightarrow \quad \alpha + \beta = 60°$ .... (II)

Luego: $x + (\theta + 60) + (90 - \beta) = 180$

$x + \underline{\theta} - \beta = 30$

Reemplazando I: $x + \underline{60 - \alpha} - \beta = 30$

$x + 60 - (\alpha + \beta) = 30$

Reemplazando II: $x + \not{60} - \not{60} = 30$

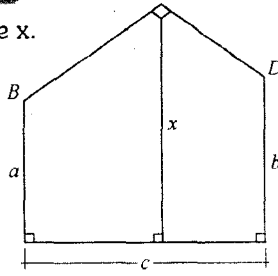
$x = 30°$

Clave: b

PROBLEMA 12

De la figura halle x.

Si: $BC = CD$

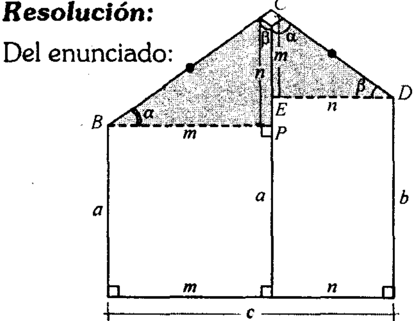


a) $\frac{a+b}{2}$ b) $\frac{a+b+c}{3}$ c) $\frac{a+b+c}{2}$

d) $a+b+c$ e) $\frac{2a+b+2c}{5}$

Resolución:

Del enunciado:



Como ⊿ BPC ≅ ⊿ CED

$\rightarrow CP = ED = n$

$\rightarrow BP = CE = m$

Además:

$$\begin{aligned} n - \cancel{m} &= b - a \\ \cancel{m} + n &= c \quad (+) \\ \hline 2n &= b - a + c \end{aligned}$$

$$n = \frac{b-a+c}{2}$$

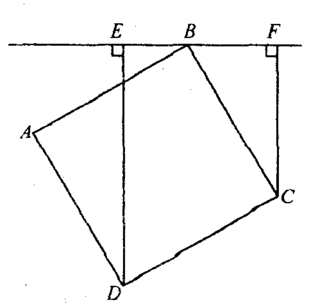
$$\therefore \quad x = n + a = \frac{b-a+c}{2} + a$$

$$x = \frac{a+b+c}{2}$$

Clave: c

PROBLEMA 13

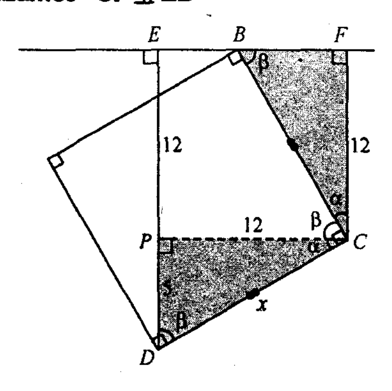
En el cuadrado ABCD se conoce:
DE = 17 cm , CF = 12 cm. Halle CD



a) 12 cm b) 14 cm c) 15 cm
d) 13 cm e) 11 cm

Resolución:

Trazamos $\overline{CP} \perp \overline{ED}$



Como ⊿ BFC ≅ ⊿ DPC

$\Rightarrow PC = CF = 12$

Además como:

$$PE = 12 \Rightarrow PD = 17 - 12 = 5$$

Aplicando Pitágoras:

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

$$\therefore \quad x = 13$$

Clave: d

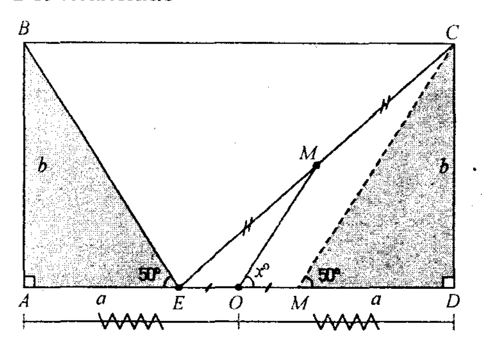
PROBLEMA 14

Sobre el lado $\overline{AD}$ de un rectángulo *ABCD* se toma el punto *E* tal que $m\measuredangle BEA = 50°$. Calcule $m\measuredangle MOD$. Si *M* y *O* son puntos medios de *CE* y *AD* respectivamente.

a) 30° b) 37° c) 53°
d) 45° e) 50°

Resolución:

Del enunciado



Trazamos $\overline{CM} \parallel \overline{MO}$ (base media)

$\Rightarrow EO = OM$

Como O : punto medio de AD

$\Rightarrow AE = MA = a$

$\Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle MCD$

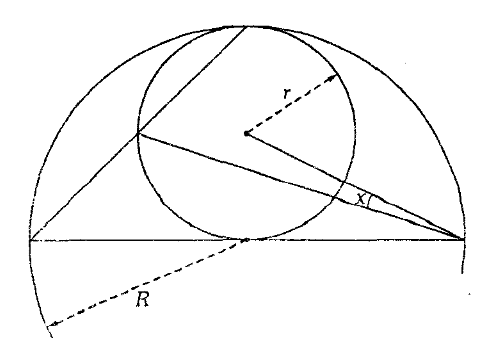
$\sphericalangle CMD = \sphericalangle BEA = 50°$

$\therefore \quad x = 50°$

Clave: e

PROBLEMA 15

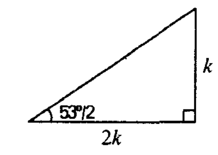
Halle el valor de x

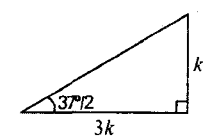


a) 16° b) 8° c) 6°
d) 24° e) 12°

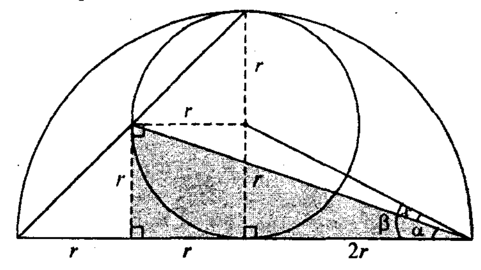
Resolución:

Debemos recordar:





En el problema:



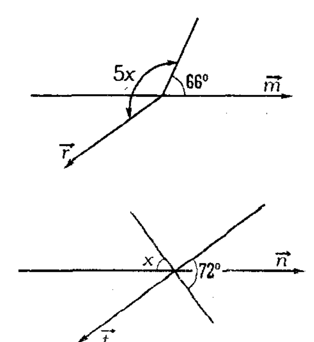
$\beta = 53°/2$ $\qquad$ $\alpha = 37°/2$

$\therefore \quad x = \beta - \alpha = \frac{53°}{2} - \frac{37°}{2} = 8°$

Clave: b

PROBLEMA 16

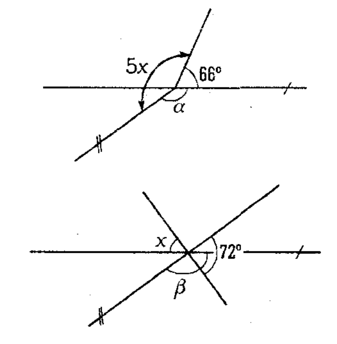
Calcule el valor de x; si $\vec{m} / \vec{n}$ y $\vec{r} / \vec{t}$.



a) 29° b) 31° c) 30°
d) 32° e) 28°

Resolución:

Del gráfico $\alpha = \beta$



donde: $\alpha = 360 - (5x + 66)$

$= 294 - 5x$

$\beta = (180° - 72°) + x$

$= 108 + x$

Igualando: $3294 - 5x = 108 + x$

$186 = 6x$

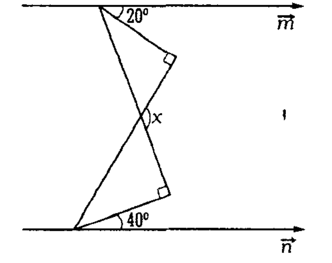
$\therefore \quad x = 31$

Clave: b

PROBLEMA 17

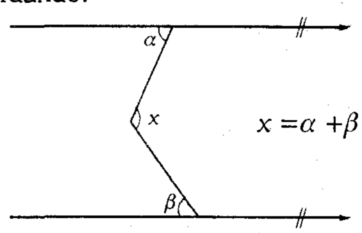
En la figura $\vec{m} // \vec{n}$. Hallar el valor de x.

a) 100°
b) 120°
c) 30°
d) 140°
e) 110°

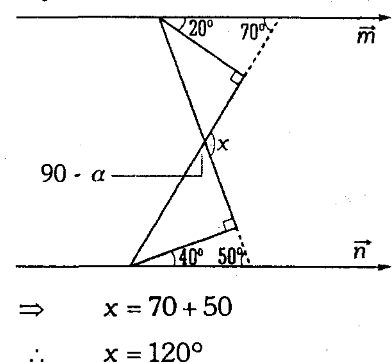


Resolución:

Recordando:



En el problema:



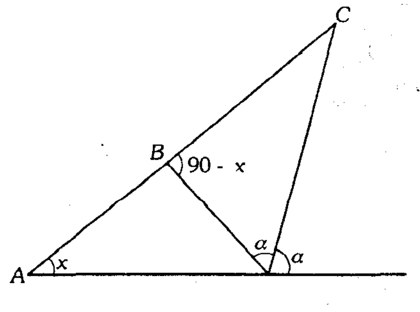
$\Rightarrow \quad x = 70 + 50$

$\therefore \quad x = 120°$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 18

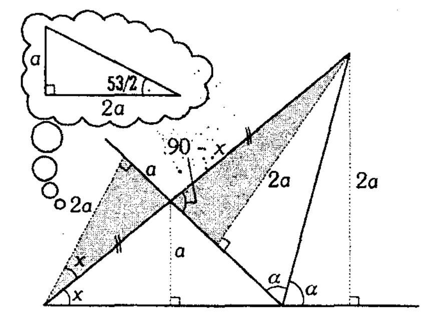
En el gráfico $AB = BC$. Calcule x.



a) 45° b) $\frac{53°}{2}$ c) $\frac{37°}{2}$
d) 30° e) 15°

Resolución:

Aplicando congruencia de triángulos y teorema de la bisectriz.

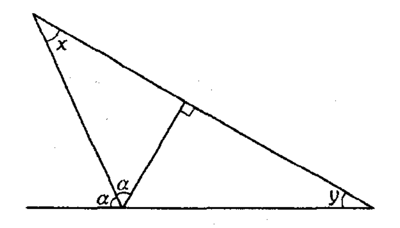


Del gráfico: $x = \frac{53°}{2}$

Clave: b

PROBLEMA 19

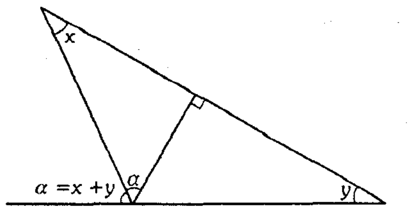
Del gráfico, $x - y = 30°$. Calcule α.



a) 50° b) 40° c) 30°
d) 70° e) 60°

Resolución:

Del gráfico: $\alpha = x + y$



Además

$$x + \underline{\alpha} = 90°$$

$$x + \underline{(x + y)} = 90°$$

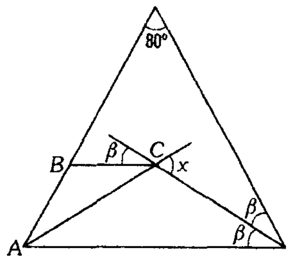
como:
$$\begin{aligned} 2x + \not{y} &= 90° \\ x - \not{y} &= 30° \quad (+) \\ \hline 3x &= 120° \\ x &= 40° \longrightarrow y = 10° \end{aligned}$$

$\therefore \ \alpha = 40 + 10 = 50°$

Clave: a

PROBLEMA 20

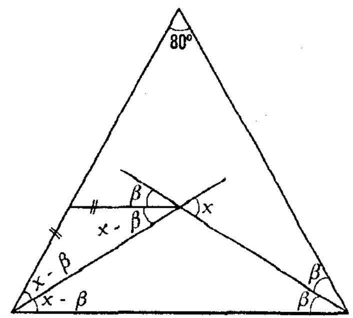
En el gráfico, $AB = BC$. Calcule x.



a) 40° b) 100° c) 80°
d) 70° e) 50°

Resolución:

Del gráfico:



Suma de ángulos interiores:

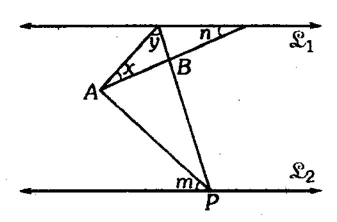
$$(2x - \cancel{2\beta}) + \cancel{2\beta} + 80 = 180°$$

$$\therefore \quad x = 50°$$

Clave: e

PROBLEMA 21

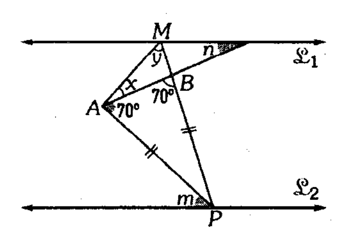
En el gráfico $\overline{\mathfrak{L}_1} // \overline{\mathfrak{L}_2}$; $AP = BP$ y $n + m = 70°$. Calcule $x + y$.



a) 70° b) 140° c) 80°
d) 40° e) 50°

Resolución:

Como: $n + m = 70° \longrightarrow \measuredangle BAP = 70°$



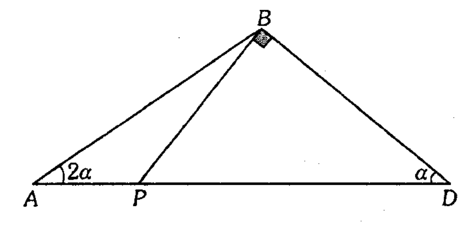
Por ángulo exterior en ΔAMB:

$$x + y = 70°$$

Clave: a

PROBLEMA 22

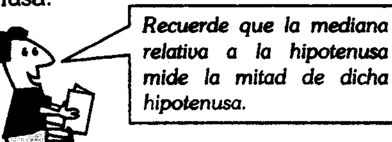
En el gráfico $PD = 6\,cm$. Calcule AB.

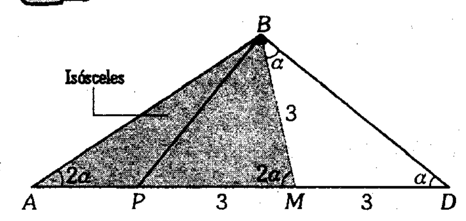


a) 4 b) 5 c) 3
d) $\sqrt{5}$ e) 6

Resolución:

Trazando la mediana relativa a la hipotenusa.



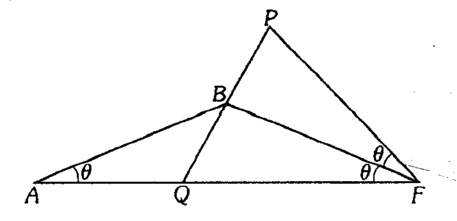


Como ΔABM resultó ser isósceles:
$AB = BM = 3$.

Clave: c

PROBLEMA 23

En el gráfico, $PB = BQ = 15$ y $BF = 20$. Calcule AQ.

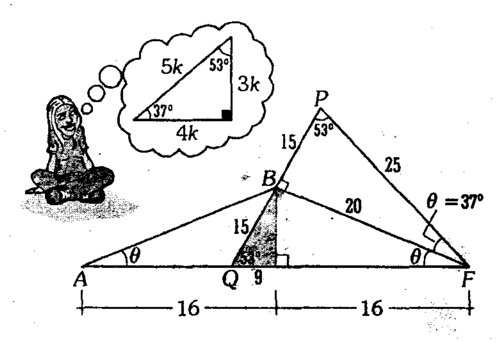


a) 5 b) 8 c) 9
d) 7 e) 3

Resolución:

Como $\overline{FB}$ es bisectriz y mediana.

$\longrightarrow$ ΔQPF : isósceles

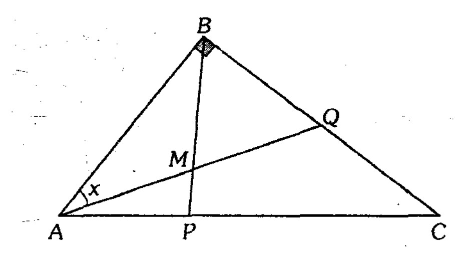


Del gráfico: $AQ = 16 - 9 = 7$

Clave: d

PROBLEMA 24

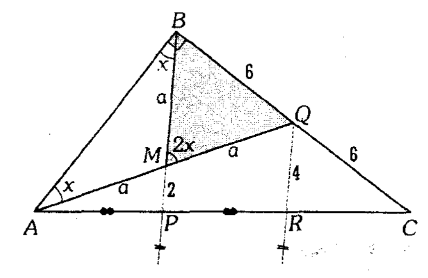
En el gráfico $BQ = QC = 6$; $MA = MQ$ y $MP = 2$. Calcule x.



a) 37° b) 45° c) 15°
d) 30° e) 53°/2

Resolución:

Trazando $\overline{QR} // \overline{BP}$:



Por base media:

$$4 = \frac{a+2}{2} \Rightarrow a = 6$$

$$\Rightarrow \Delta BMQ\text{: equilátero}$$

Luego: $2x = 60°$
$x = 30°$

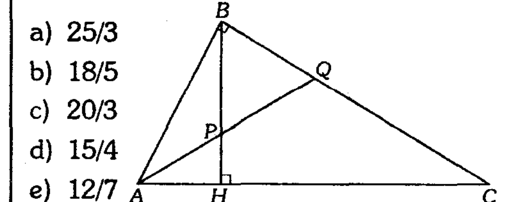
$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 25

En el gráfico $BP = BQ = 5$ y $PH = 3$

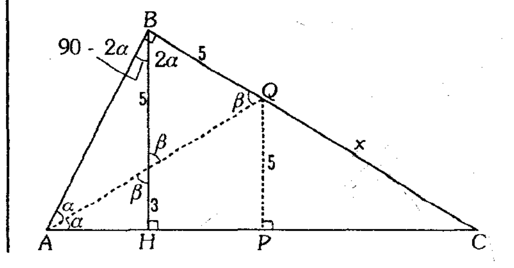
Calcule QC.

a) 25/3
b) 18/5
c) 20/3
d) 15/4
e) 12/7



Resolución:

Relacionando los ángulos:



Luego: $\triangle BHC \sim \triangle QPC$

$$\longrightarrow \frac{5}{8} = \frac{x}{x+5}$$

$$x = \frac{25}{3}$$

Clave: a

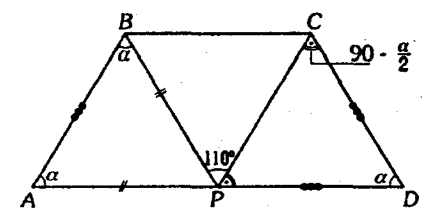
PROBLEMA 26

En un trapecio isósceles *ABCD*, en la base mayor *AD* se ubica el punto *P*. Si $PD = AB$; $AP = BP$ y $m\measuredangle BPC = 110°$. calcule $m\measuredangle BAP$.

a) 70° b) 60° c) 80°
d) 50° e) 65°

Resolución:

Haciendo un gráfico:



En el ΔABP:

$$\alpha + \alpha = 110 + \left(90 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$2\alpha = 200 - \frac{\alpha}{2}$$

$$4\alpha = 400 - \alpha$$

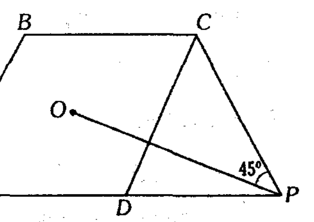
$$\therefore \quad \alpha = 80°$$

Clave: c

PROBLEMA 27

En el gráfico, *O* es el centro del rombo *ABCD*. Si $AD = DP$. Calcule x.

a) 53°
b) 37°
c) 53°/2
d) 37°/2
e) 15°

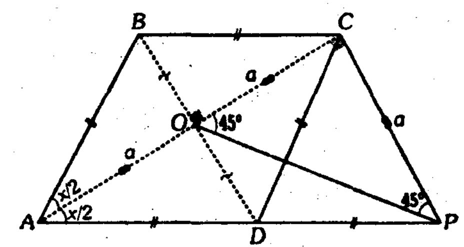


Resolución:

Trazando las diagonales del rombo:
$\overline{DO}$: base media

$\Rightarrow \quad \measuredangle OCP = 90°$

$\Rightarrow \quad CP = CO$



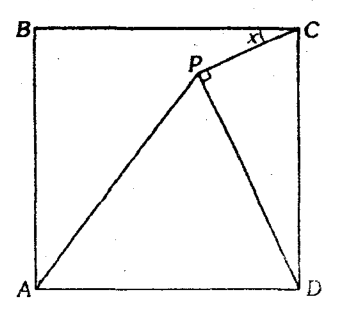
En el ACP: $\frac{x}{2} = \frac{53°}{2}$

$$x = 53°$$

Clave: a

PROBLEMA 28

En el gráfico, *ABCD* es un cuadrado. Si $AB = AP$, calcule x.

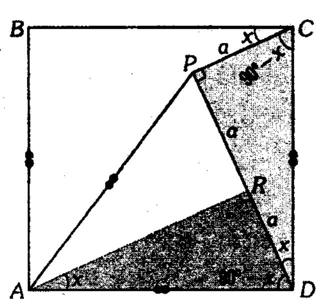


a) 53° b) 37° c) 53°/2
d) 37°/2 e) 15

Resolución:

Trazando $\overline{AR} \perp \overline{PD}$.

$\Rightarrow \triangle ARD \cong \triangle DPC$



En el $\triangle DPC$:

$x = \frac{53°}{2}$

Clave: c

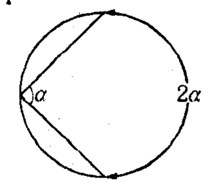
PROBLEMA 29

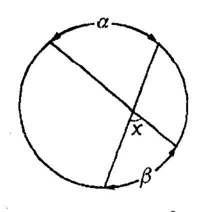
En el gráfico $m\overset{\frown}{AB} = 60°$. Calcule x.

a) 70°
b) 60°
c) 80°
d) 72°
e) 75°

Resolución:

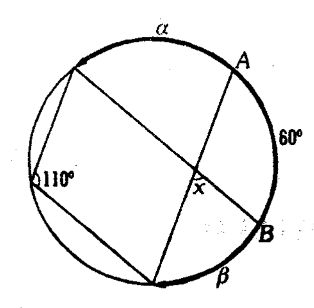
Aplicando:





$\Rightarrow \quad x = \frac{\alpha + \beta}{2}$

En el problema:



$$\Rightarrow \quad \alpha + 60 + \beta = 2(110)$$

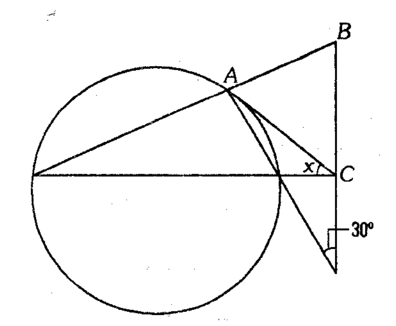
$$\alpha + \beta = 160$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{160}{2} = 80°$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 30

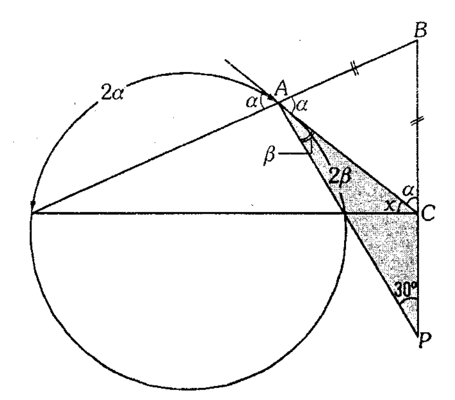
Del gráfico A es punto de tangencia. Si $AB = BC$, calcule x.



a) 36° b) 15° c) 18°
d) 30° e) 45°

Resolución:

Relacionando arcos y ángulos:



En el ΔPAC:

$$30 + \beta = \alpha$$

$$\Rightarrow \quad \alpha - \beta = 30$$

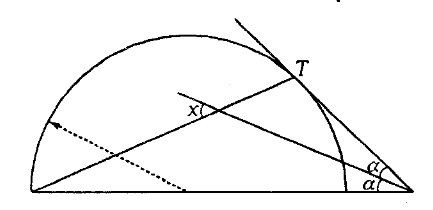
Además del gráfico:

$$x = \frac{2\alpha - 2\beta}{2} = \alpha - \beta = 30°$$

Rpta.: d

PROBLEMA 31

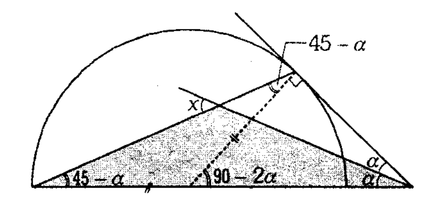
En el gráfico T es punto de tangencia. Calcule x.



a) 30° b) 45° c) 35°
d) 32° e) 60°

Resolución:

Uniendo el centro del semicírculo con el punto de tangencia.



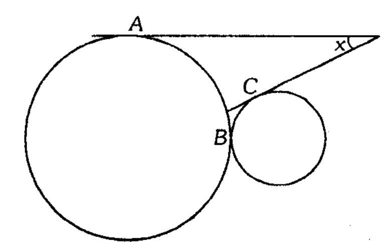
$$\Rightarrow \quad \alpha + (45 - \alpha) = x$$

$$\therefore \quad x = 45°$$

Clave: b

PROBLEMA 32

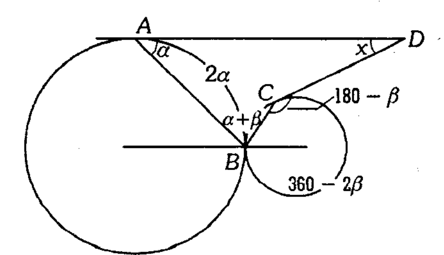
En el gráfico A, B y C son puntos de tangencia. Si $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} = 144°$, calcule x.



a) 18° b) 36° c) 72°
d) 27° e) 54°

Resolución:

Sea: $m\widehat{AB} = 2\alpha$; $m\widehat{BC} = 2\beta$



Del dato: $2\alpha + 2\beta = 144°$

$$\alpha + \beta = 72°$$

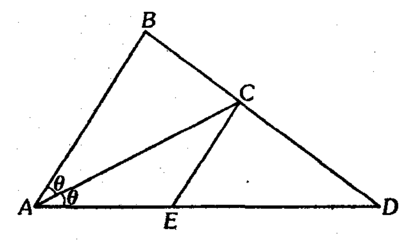
En el cuadrilátero cóncavo $ABCD$.

$$(\alpha+\beta)+\alpha+x=180-\beta$$
$$x=180-2(\alpha+\beta)$$
$$x=180-2(72)=36°$$

Clave: b

PROBLEMA 33

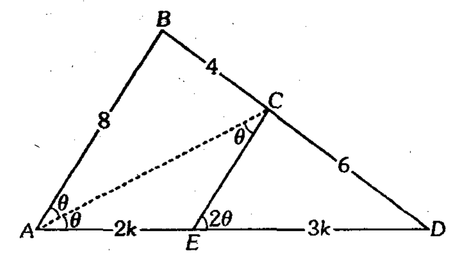
Según el gráfico $\overline{AB}//\overline{CE}$; $BC=4$; $CD=6$ y $AB=8$. Calcule AE.



a) 10/7 b) 8/5 c) 6/5
d) 12/5 e) 24/5

Resolución:

Como: $\overline{AB}//\overline{CE} \longrightarrow \frac{AE}{ED}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$



Aplicando el teorema de la bisectriz interior:

$$\frac{4}{8}=\frac{6}{2k+3k}$$

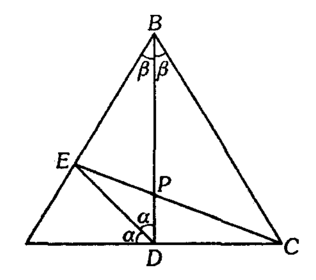
$$k=\frac{12}{5}$$

$$AE=\frac{24}{5}$$

Clave: e

PROBLEMA 34

Según el gráfico, $BC=5$; $EB=3$ y $CD=2$. Calcule DP.



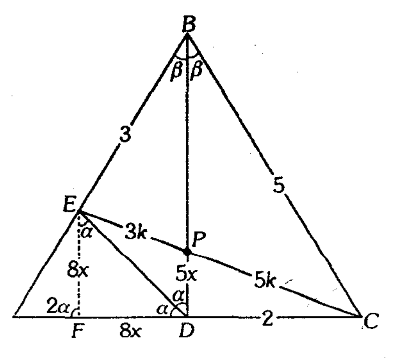
a) 3/2 b) 3/4 c) 3/5
d) 4/9 e) 6/7

Resolución:

Aplicando el teorema de la bisectriz.

$$\frac{EP}{PC}=\frac{3}{5}$$

Trazando $\overline{EF}//\overline{PD}$.



Como $\overline{EF}//\overline{PD}$: $\frac{5k}{2}=\frac{3k}{8x}$

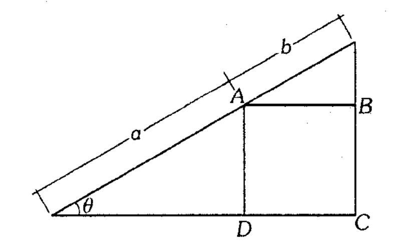
$$x=\frac{3}{20}$$

$\therefore \quad PD = 5x\frac{3}{20} = \frac{3}{4}$

Rpta.: b

PROBLEMA 35

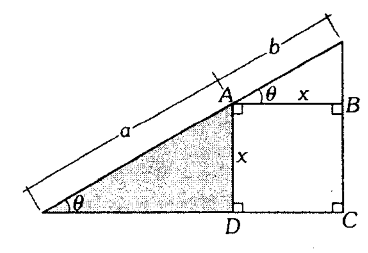
Según el gráfico, $ABCD$ es un cuadrado, calcule $tan\theta$, en función de a y b.



a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $2\frac{a}{b}$

d) $\frac{2b}{a}$ e) $1+\frac{b}{a}$

Resolución:



Del gráfico: $\frac{x}{a} = sen\,\theta$

$\frac{x}{b} = cos\,\theta$

Dividiendo ambas relaciones:

$$\frac{x/a}{x/b} = \frac{sen\theta}{cos\theta}$$

$$\frac{b}{a} = tan\,\theta$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 36

Según el gráfico, $BM = MN = 4$ y $NC = 6$. Calcule AM.

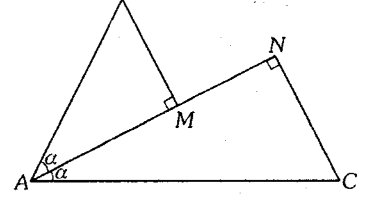
a) 6

b) 8

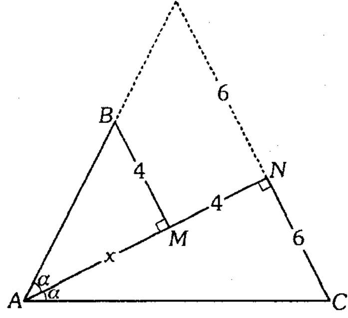
c) 10

d) 4

e) 5



Resolución:



Como $\triangle ABM \sim \triangle AND$

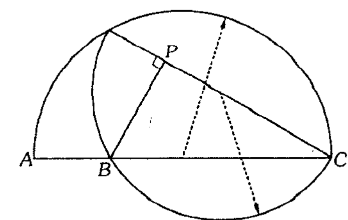
$$\frac{4}{x} = \frac{6}{x+4}$$

$\therefore \quad x = 8$

Clave: b

PROBLEMA 37

Del gráfico, $AB = 2$ y $BC = 10$. Calcule BP.

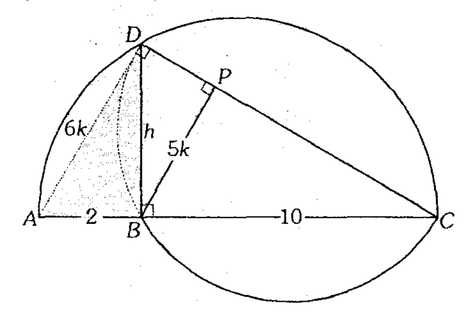


a) $5\sqrt{2}$ b) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

d) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ e) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

Resolución:

Aprovechando las semicircunferencias.



Como: $\triangle BPC \sim \triangle ADC$

$$\Rightarrow \frac{BP}{AD}=\frac{10}{2+10}=\frac{5}{6}$$

Aplicando relaciones métricas:

$$h^2=2\times10=20$$

Por Pitágoras:

$$(6k)^2=h^2+2^2$$

$$(6k)^2=20+4$$

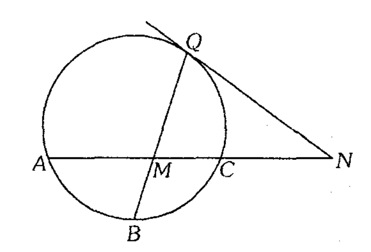
$$k=\sqrt{6}/3$$

$$BP=5\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 38

En el gráfico, Q es punto de tangencia. Si $m\widehat{AB}=m\widehat{BC}$ y $AM=3$ y $MC=2$. Calcule CN.

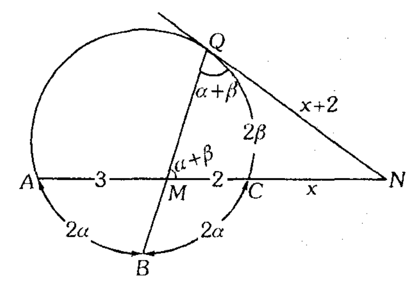


a) 5 b) 4 c) $2\sqrt{2}$

d) 6 e) 3

Resolución:

Relacionando arcos y ángulos.



Aplicando el teorema de la tangente:

$$(x+2)^2=x(x+2+3)$$

$$\cancel{x^2}+4x+4=\cancel{x^2}+5x$$

$$\therefore \quad x=4$$

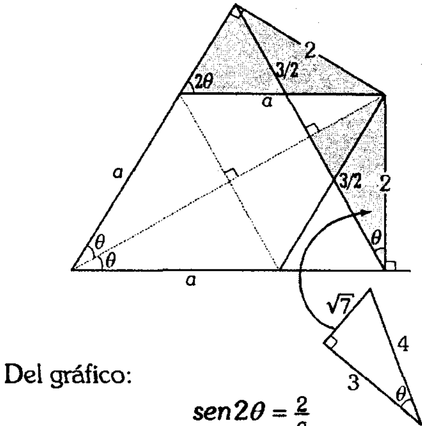
Clave: b

PROBLEMA 39

Desde el vértice de uno de los ángulos agudos de un rombo se trazan perpendiculares de longitudes $2cm$ a las prolongaciones de sus lados opuestos. Si la distancia entre los pies de dichas perpendiculares es $3cm$. Calcule el lado del rombo.

a) $\frac{16}{3}$ b) $\frac{16}{3\sqrt{7}}$ c) $\frac{8}{3\sqrt{7}}$
d) $\frac{4}{3\sqrt{7}}$ e) $\frac{8}{5\sqrt{7}}$

Resolución:



Del gráfico:

$$sen2\theta = \frac{2}{a}$$

$$\not{2}sen\theta\cos\theta = \frac{\not{2}}{a}$$

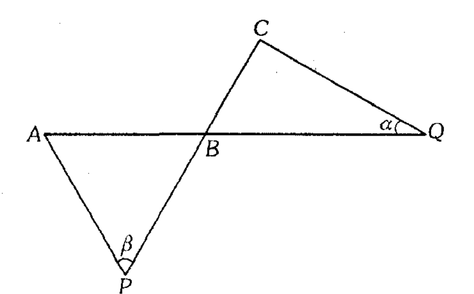
$$\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{3}{4} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore \quad a = \frac{16}{3\sqrt{7}}$$

Clave: b

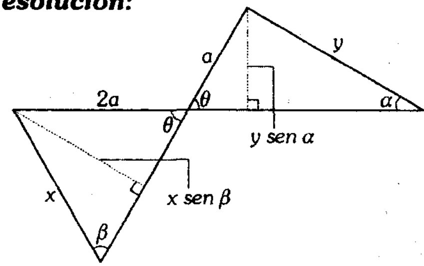
PROBLEMA 40

Del gráfico, $AB = 2(BC)$. Calcule $\frac{AP}{CQ}$.



a) $\frac{sen\,\alpha}{sen\,\beta}$ b) $\frac{2\,sen\,\beta}{sen\,\alpha}$ c) $sen\alpha\cos\beta$
d) $\frac{2\,sen\alpha}{sen\beta}$ e) $sen\beta\cos\alpha$

Resolución:



Del gráfico:

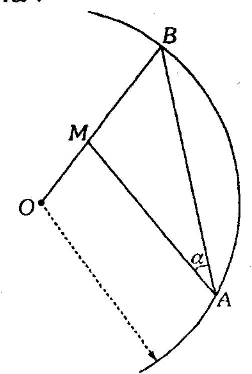
$$sen\theta = \frac{x\,sen\,\beta}{2\not{a}} = \frac{y\,sen\,\alpha}{\not{a}}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2\,sen\alpha}{sen\beta}$$

Clave: d

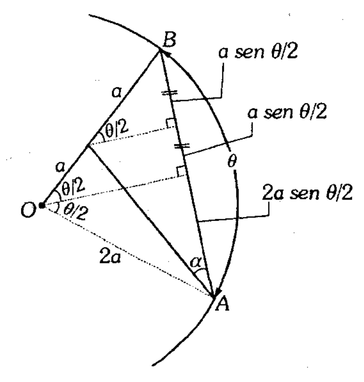
PROBLEMA 41

Del gráfico $OM = MB$ y $m\widehat{AB} = \theta$. Calcule $tan\alpha$.



a) $3\cos\frac{\theta}{2}$ b) $\frac{1}{3}tan\frac{\theta}{2}$ c) $\frac{1}{3}\cos\frac{\theta}{2}$
d) $\frac{1}{3}\cot\frac{\theta}{2}$ e) $3tan\frac{\theta}{2}$

Resolución:



$$tg\,\alpha = \frac{a\cos\theta/2}{3a\,sen\,\theta/2} = \frac{1}{3}cotg\frac{\theta}{2}$$

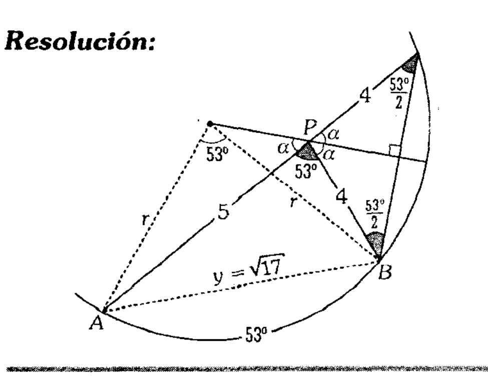
Clave: d

PROBLEMA 42

Del gráfico, $m\widehat{AB} = 53°$; $AP = 5$ y $PB = 4$. Calcule R.

a) $\sqrt{17}$
b) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{85}}{2}$
d) 3
e) 4

Resolución:



$$\Rightarrow \quad y^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4)\cos 53°$$

$$y = \sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \quad y^2 = r^2 + r^2 - 2(r)(r)\cos 53°$$

$$\therefore \quad r = \frac{\sqrt{85}}{2}$$

Clave: c

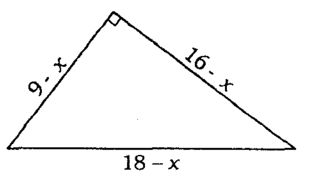
PROBLEMA 43

Los lados de un triángulo miden 18*cm.*; 16*cm.* y 9*cm.* ¿Qué longitud igual se debe quitar a cada lado para obtener un triángulo rectángulo?

a) 12 b) 1 c) 4
d) 3 e) 5

Resolución:

Sea "x" la longitud.



Aplicando Pitágoras:

$$(18-x)^2 = (9-x)^2 + (16-x)^2$$

$$324 - 36x + x^2 = 81 - 18x + x^2 + 256 - 32x + x^2$$

$$x(14-x) = 1 \times 13$$

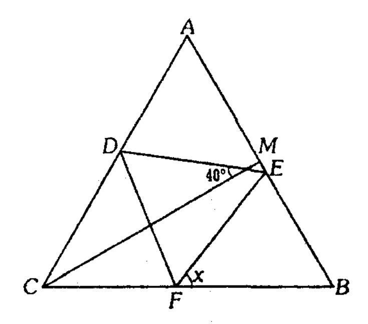
$$x = 1$$

$\therefore$ Se debe quitar 1*cm.*

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 44

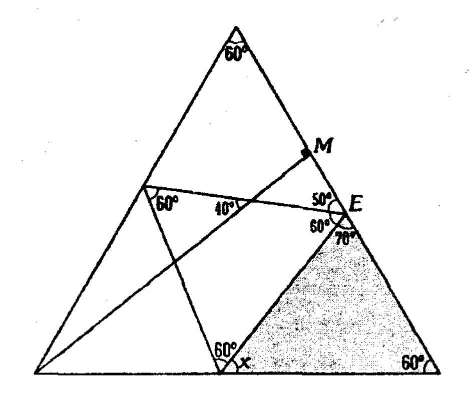
En el gráfico, los triángulos ABC y DEF son equiláteros. Si $AM = MB$, calcule x.



a) 55° b) 90° c) 30°
d) 60° e) 50°

Resolución:

Como ΔABC es equilátero y $\overline{CM}$ es mediana $\measuredangle CMB = 90°$.



Suma de $\measuredangle$ interiores:

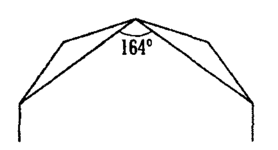
$$x + 70 + 60 = 180$$

$$\therefore \quad x = 50°$$

Clave: e

PROBLEMA 45

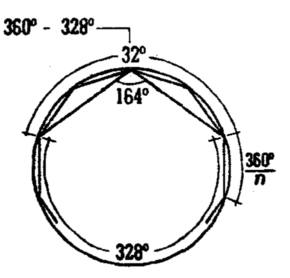
El gráfico es parte de un polígono regular de n lados. Calcule n.



a) 40 b) 36 c) 45
d) 18 e) 24

Resolución:

Como es un polígono regular:



Como el arco de 32° está relacionado con 4 lados, tenemos:

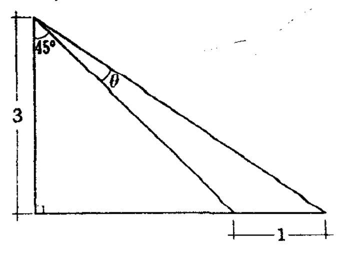
$$\frac{32°}{4} = \frac{360°}{n}$$

$$\therefore \quad n = 45$$

Clave: c

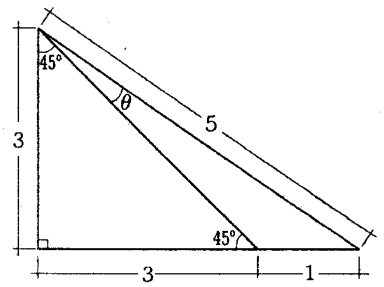
PROBLEMA 46

Del gráfico, calcule $sen\,\theta + cos\,\theta$.



a) $\frac{2}{5}\sqrt{2}$ b) $\frac{3}{5}\sqrt{2}$ c) $\frac{4}{5}\sqrt{3}$
d) $\frac{4}{5}\sqrt{2}$ e) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

Resolución:



Del gráfico:

$$sen(45°+\theta)=\frac{4}{5}$$

$$sen45\cos\theta+\cos45\,sen\theta=\frac{4}{5}$$

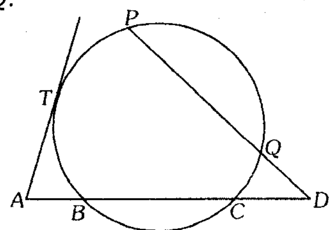
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta+\frac{1}{\sqrt{2}}sen\theta=\frac{4}{5}$$

$$sen\theta+\cos\theta=\frac{4\sqrt{2}}{5}$$

Clave: d

PROBLEMA 47

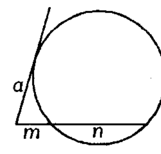
Según el gráfico, $AB=CD$ y T es punto de tangencia. Si $AT=6$ y $QD=3$, calcule PQ.

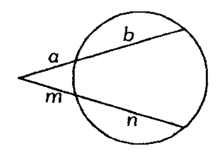


a) 9 b) 10 c) 12
d) 5 e) 3

Resolución:

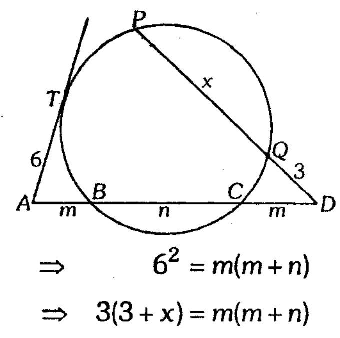
Recuerde:





$a^2=m(m+n)$ $a(a+b)=m(m+n)$

En el problema:



$$\Rightarrow \quad 6^2=m(m+n)$$

$$\Rightarrow \quad 3(3+x)=m(m+n)$$

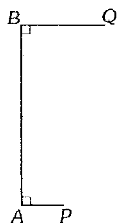
Luego: $36=3(3+x)$

$$x=9$$

Clave: a

PROBLEMA 48

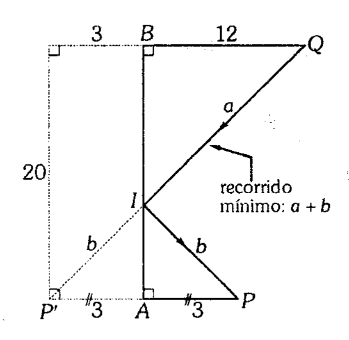
Del gráfico, $AB=20km.$, $AP=3km.$ y $BQ=12km.$ Una persona ubicada en el punto P debe llegar a un punto de $\overline{AB}$ y luego dirigirse al punto Q. ¿Cuál es la longitud de mínimo recorrido?



a) 21*km*. b) 24*km*. c) 25*km*.
d) 28*km*. e) 26*km*.

Resolución:

Para que el recorrido sea mínimo, los puntos P', I, Q deben ser colineales.



Aplicando Pitágoras:

$$(a+b)^2 = 20^2 + 15^2$$

$$\Rightarrow \quad a+b = 25$$

$\therefore$ La longitud es 25*km*.

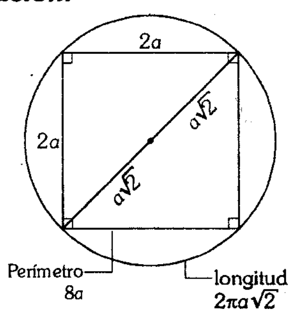
Clave: c

PROBLEMA 49

¿Cuántas vueltas dará una soga alrededor del cuadrado inscrito en una circunferencia. Si la soga da $\frac{10\sqrt{2}}{\pi}$ vueltas en esta circunferencia?.

a) 5π b) 5 c) $5\sqrt{2}$
d) $\frac{5}{2}$ e) $5\sqrt{2}\,\pi$

Resolución:



Como la soga da $\left(\frac{10\sqrt{2}}{\pi}\right)$ vueltas.

$$\ell_{soga} = (2\pi a\sqrt{2}) \times \frac{10\sqrt{2}}{\pi} = 40a$$

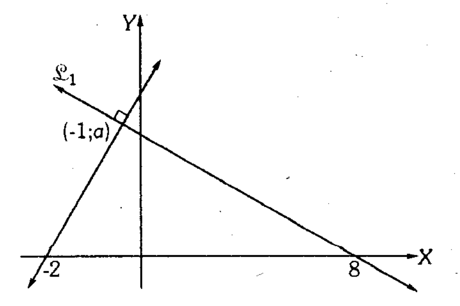
Al rededor del cuadrado dará:

$$\#\,\text{vueltas} = \frac{\ell_{soga}}{\text{perímetro}\,\square} = \frac{40a}{8a} = 5$$

Clave: b

PROBLEMA 50

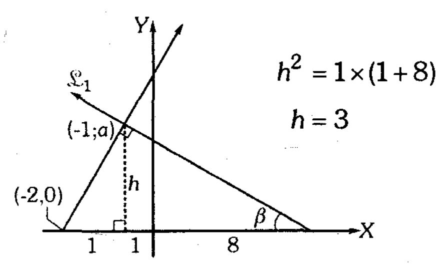
Del gráfico, halle la pendiente de la recta $\mathfrak{L}$.



a) 3 b) $-\frac{3}{2}$ c) $-\frac{1}{3}$
d) -3 e) $-\frac{2}{3}$

Resolución:

Aplicando relaciones métricas:



Piden: $m = -tg\,\beta = -\frac{3}{9}$

$m = -\frac{1}{3}$

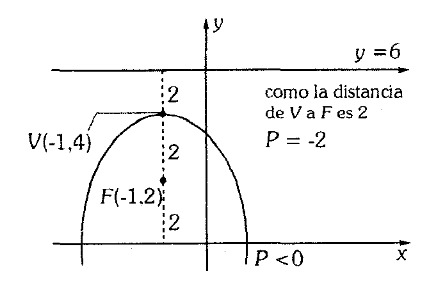
$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 51

Una parábola tiene su foco en el punto $F(-1;2)$ y su directriz es la recta $\mathfrak{L}: y-6=0$. Halle la ecuación de la parábola.

a) $x^2+2x-8y+32=0$
b) $x^2+2x+8y+32=0$
c) $x^2+2x-3y+31=0$
d) $x^2-2x+8y-31=0$
e) $x^2+2x+8y-31=0$

Resolución:

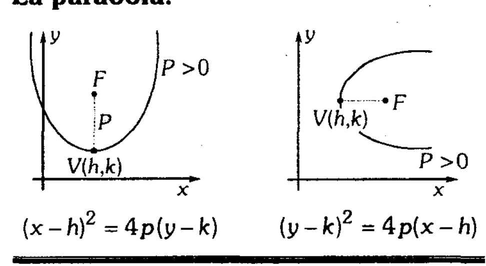


Ecuación: $(x+1)^2 = 4(-2)(y-4)$

$x^2+2x+8y-31=0$

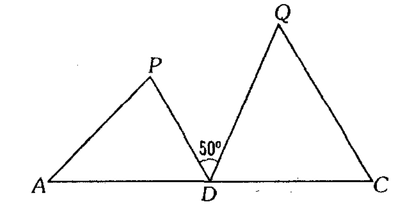
Clave: e

NOTA:
La parábola.



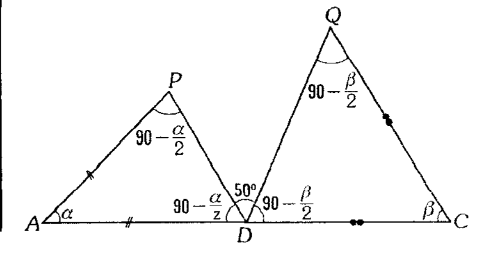
PROBLEMA 52

En el gráfico, $AP = AD$ y $QC = DC$. Calcule $m\measuredangle PAD + m\measuredangle QCD$



a) 80° b) 130° c) 110°
d) 90° e) 100°

Resolución:



Planteando:

$$\left(\cancel{90}-\tfrac{\alpha}{2}\right)+50+\left(\cancel{90}-\tfrac{\beta}{2}\right)=\cancel{180}$$

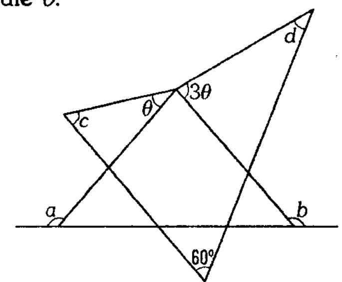
$$50=\tfrac{\alpha}{2}+\tfrac{\beta}{2}$$

$$\alpha+\beta=100$$

Clave: e

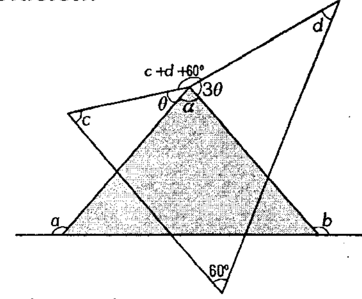
PROBLEMA 53

En el gráfico, $a+b+c+d=360°$. Calcule θ.



a) $\frac{45°}{2}$ b) $\frac{53°}{2}$ c) 37°
d) 30° e) 45°

Resolución:



Suma de ángulos exteriores:

$$a+b+180-\alpha=360°$$

$$a+b-\alpha=180° \ldots\ldots (1)$$

Del gráfico:

$$(c+d+60°)+\theta+\alpha+3\theta=360°$$

$$c+d+\alpha+4\theta=300 \ldots\ldots (2)$$

Sumando (1) y (2):

$$\underbrace{a+b+c+d}+4\theta=480°$$

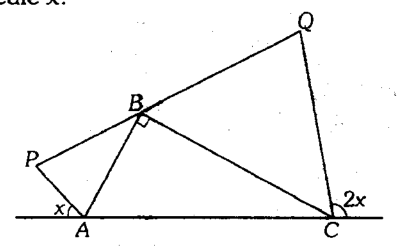
$$\underbrace{360}\ +\ 4\theta=480°$$

$$\theta=30°$$

Clave: d

PROBLEMA 54

Según el gráfico, $AB=BP$ y $BC=BQ$. Calcule x.



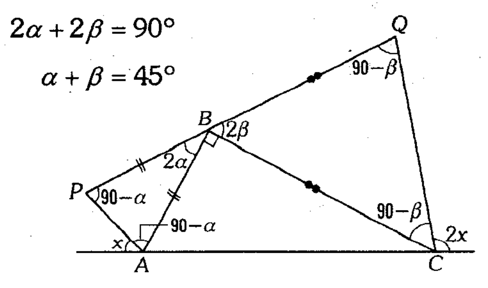
a) 15° b) 45° c) 27°
d) 35° e) 20°

Resolución:

En el gráfico:

$$2\alpha+2\beta=90°$$

$$\alpha+\beta=45°$$



Suma de ángulos exteriores en ΔABC

$$(x+90-\alpha)+(90-\beta+2x)+90=360$$

$$3x-\alpha-\beta=90°$$

$$3x-45°=90°$$

$$x=45°$$

Clave: b

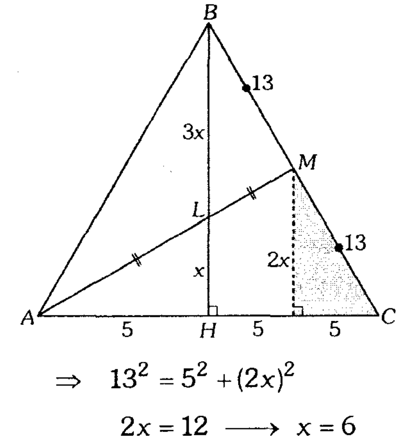
PROBLEMA 55

En un triángulo ABC, la altura BH y la mediana AM se intersecan en L. Si $AL=LM$; $AH=5$ y $BM=13$. Calcule BL.

a) 6　　b) 10　　c) 14
d) 18　　e) 22

Resolución:

Del enunciado:



$$\Rightarrow\quad 13^2=5^2+(2x)^2$$

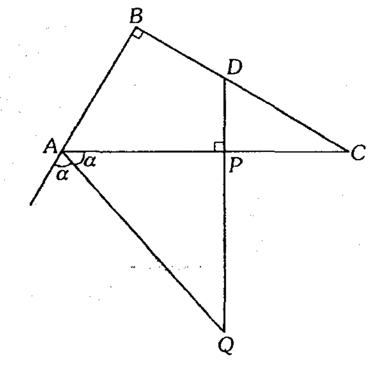
$$2x=12 \longrightarrow x=6$$

Luego: $BL=3(6)=18$

Clave: d

PROBLEMA 56

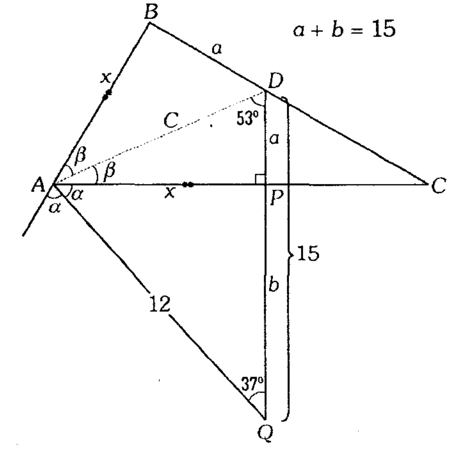
En el gráfico, $AQ=12$; $BD+PQ=15$ y $AB=AP$. Calcule AB.



a) 10　　b) 8　　c) 7,5
d) 7,2　　e) 6

Resolución:

Aplicando el teorema de la bisectriz.



Como: $2\alpha+2\beta=180°$

$$\alpha+\beta=90°$$

$\Rightarrow \Delta DAQ$: ⊿37° – 53°

$\frac{x}{12} = \frac{3}{5}$

$x = 7{,}2$

Clave: d

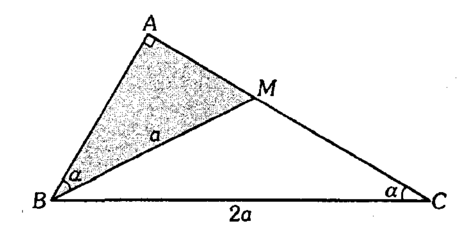
PROBLEMA 57

En un triángulo rectángulo BAC, recto en A se traza la ceviana interior BM tal que $m\measuredangle ABM = m\measuredangle BCA$ y $BC = 2(BM)$. Calcule $m\measuredangle BCA$.

a) $\frac{37°}{2}$ b) $\frac{53°}{2}$ c) 20°
d) 37° e) $\frac{45°}{2}$

Resolución:

Del enunciado:



En el $\triangle BAM$: $tag\,\alpha = \frac{AM}{a}$

En el $\triangle BAC$: $tag\,\alpha = \frac{BA}{2a}$

Luego: $\frac{AM}{a} = \frac{BA}{2a} \Rightarrow \frac{AM}{BA} = \frac{1}{2}$

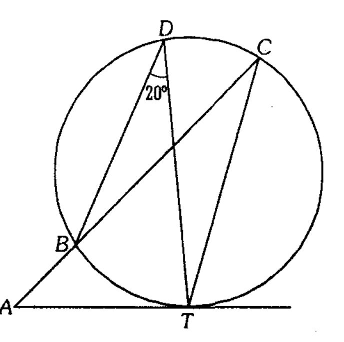
$\therefore \quad \alpha = \frac{53°}{2}$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 58

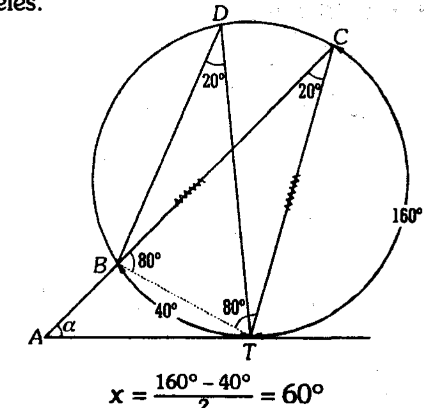
En el gráfico, $BC = CT$ y T es punto de tangencia. Calcule $m\measuredangle BAT$.

a) 40°
b) 30°
c) 50°
d) 378°
e) 60°



Resolución:

Uniendo $\overline{BT}$ para aprovechar el Δ isósceles.

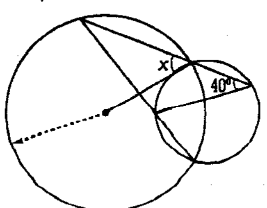


$$x = \frac{160° - 40°}{2} = 60°$$

Clave: e

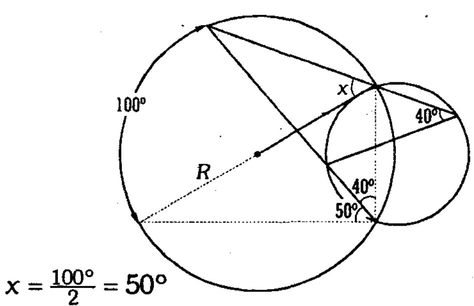
PROBLEMA 59

En el gráfico, calcule x.



a) 50° b) 40° c) 60°
d) 30° e) 20°

Resolución:



$x = \frac{100°}{2} = 50°$

Clave: a

PROBLEMA 60

En el gráfico, $BN = 2(MC)$ y $m\widehat{OM} = 100°$. Calcule $m\widehat{QN}$.

a) 80°

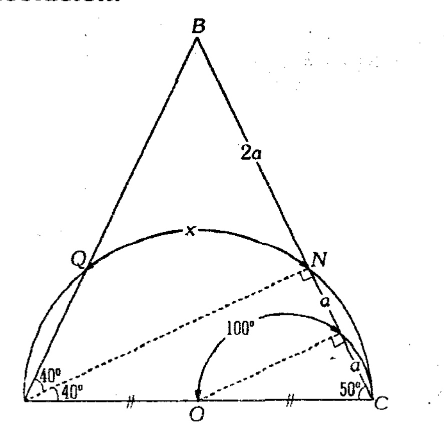
b) 40°

c) 50°

d) 100°

e) 70°

Resolución:

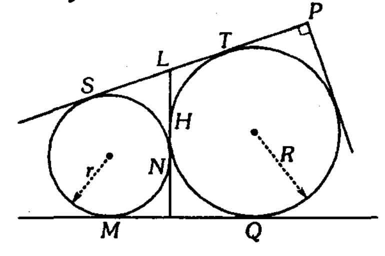


Del gráfico: $x = 2(40°) = 80°$

Clave: a

PROBLEMA 61

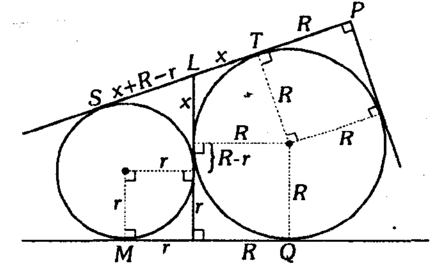
Según el gráfico, M, H, S, N, T y Q son puntos de tangencia. Calcule LP en función de R y r.



a) $R+r$ b) $2(R+r)$ c) $R+2r$

d) $r+2R$ e) $\frac{R+r}{2}$

Resolución:



Como: $SR = MQ$

$$(x + \cancel{R} - r) + x = r + \cancel{R}$$

$$2x = 2r$$

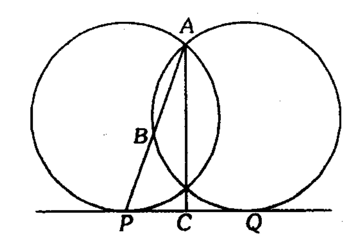
$$x = r$$

$\therefore\ LP = R + r$

$\therefore$ **Clave: a**

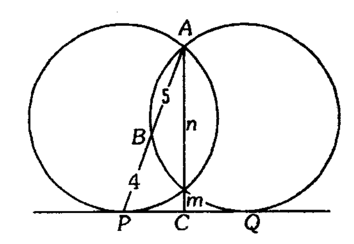
PROBLEMA 62

En el gráfico P y Q son puntos de tangencia. Si $PB = 4$ y $AB = 5$, calcúle CQ.



a) 6 b) 8 c) $6\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$ e) 3

Resolución:



Por propiedad: "*Teorema de la tangente*"

$$\Rightarrow \quad (PC + CQ)^2 = 4(4+5)$$

$$PC + CQ = 6$$

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow \quad PC^2 &= m(m+n) \\ \Rightarrow \quad CQ^2 &= m(m+n) \end{aligned}\right\} PC = CQ$$

Luego:
$$PC + CQ = 6$$
$$CQ + CQ = 6$$
$$CQ = 3$$

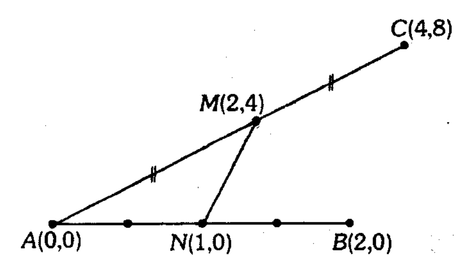
$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 63

Dados los puntos $A(0,0)$, $B(2,0)$ y $C(4,8)$. Hallar la distancia del punto medio del segmento $\overline{AC}$ al punto medio de $\overline{AB}$.

a) 3μ b) 4μ c) $\sqrt{15}\,\mu$
d) $\sqrt{17}\,\mu$ e) $\sqrt{13}\,\mu$

Resolución:



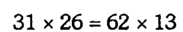
Piden: $d(M,N) = \sqrt{(2-1)^2 + (4-0)^2}$

$= \sqrt{17}\,\mu$

$\therefore$ **Clave: d**

¿Sabías que...?

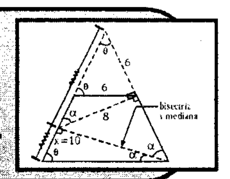
En matemáticas, el orden de los factores no altera el producto. Algunas veces ni siquiera el orden de las cifras altera el producto:


$$31 \times 26 = 62 \times 13$$

¿Puedes encontrar alguna multiplicación similar?.

Raz. Geométrico

Problemas Resueltos

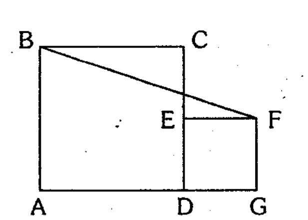


Problema 01.

En el gráfico mostrado halle BF. Si:

$$(AB)^2 + (FG)^2 = 8m^2$$

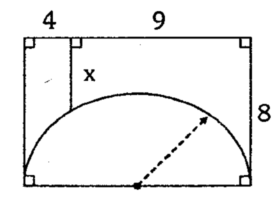
Además: ABCD y EFGD son cuadrados.



a) 4m
b) 5m
c) 6m
d) 7m
e) 8m

Problema 02.

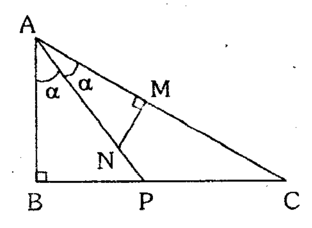
Halle el valor de x.



a) 1/2
b) 1
c) 3/2
d) 2
e) 5/2

Problema 03.

Si AM = MC y PC = 12. Calcule MN.



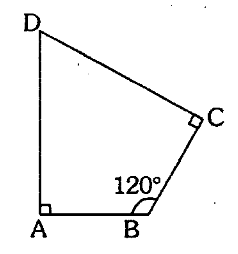
a) 4
b) 6
c) 8
d) 7
e) 2

Problema 04.

En el cuadrilátero mostrado

$$AB = 12\sqrt{3} \quad y \quad BC = 8\sqrt{3}$$

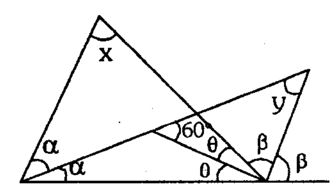
Halle: AD + DC.



a) 20
b) 60
c) 50
d) 40
e) 80

Problema 05.

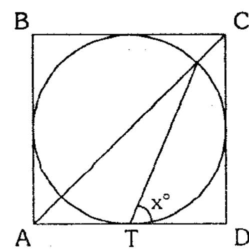
Calcule x – y.



a) 30°
b) 45°
c) 25°
d) 20°
e) 15°

Problema 06.

En el cuadrado circunscrito ABCD, halle la medida del ángulo x (T: punto de tangencia)



a) 65°
b) 64° 30'
c) 67° 30'
d) 64°
e) 60° 30'

Problema 07.

En la figura $ABCD$ es un trapecio.

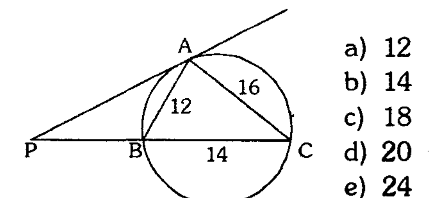
$BC = 6$ cm y $HC = 8$ cm.

Calcule: α y AH.

a) 37° y 10 cm
b) 53° y 10 cm
c) 45° y 10 cm
d) 37° y 12 cm
e) 30° y 10 cm

Problema 08.

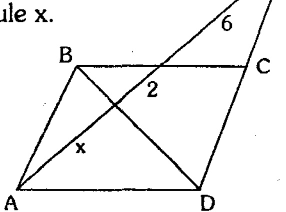
Calcule PA, siendo A punto de tangencia.



a) 12
b) 14
c) 18
d) 20
e) 24

Problema 09.

Si ABCD es un paralelogramo, calcule x.

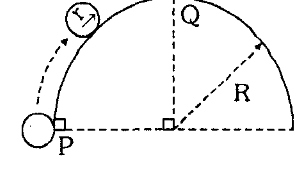


a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 3

Problema 10.

Si R = 9 cm y r = 1 cm ¿Cuántas vueltas de la rueda pequeña para ir del punto *P* al punto Q?

a) 2,25
b) 2,5
c) 5
d) 4
e) 3



Problema 11.

En un triángulo ABC recto en B, se traza la ceviana $\overline{CM}(M \in \overline{AB})$. En el triángulo AMC se traza la mediana. Si AM = 2BM y CM = 18. Calcule MN.

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

Problema 12.

En un triángulo ABC, donde BC = 2AB. se traza la altura $\overline{BH}$ tal que:

$$m\measuredangle HBC = 3m\measuredangle ABH$$

Si $AH = 2$. Calcule HC.

a) 8 b) 9 c) 10
d) 12 e) 16

Problema 13.

Una cartulina tiene la forma de una región rectangular ABCD, dicha cartulina se dobla de tal manera que los vértices A y C coinciden. Si AB = a y BC = B, entonces la longitud del doblez es:

a) $\frac{2ab}{a+b}$ b) $2\sqrt{ab}$ c) $\frac{2b}{a}\sqrt{a^2+b^2}$

d) $\frac{2a}{b}\sqrt{a^2+b^2}$ e) $\frac{a}{b}\sqrt{a^2+b^2}$

Problema 14.

Halle el área máxima de la región sombreada.

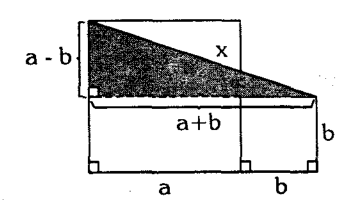
A) $\frac{bh}{8}$ B) $\frac{bh}{4}$
C) $\frac{bh}{3}$ D) $\frac{bh}{2}$
E) $\frac{bh}{6}$

Raz. Geométrico

Solucionario

Resolución 01.

Del enunciado: $a^2 + b^2 = 8$



Aplicando "Pitágoras":

$x^2 = (a^2 - b^2) + (a + b)^2$

$x^2 = a^2 + b^2 - \cancel{2ab} + a^2 + b^2 + \cancel{2ab}$

$x^2 = 2(a^2 + b^2)$

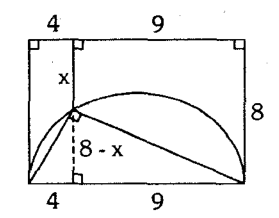
$x^2 = 2(8) = 16$

$\therefore\ x = 4$

∴ Clave a

Resolución 02.

Aplicando relaciones métricas:

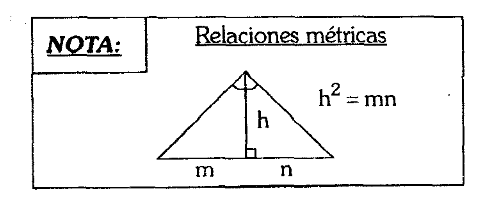


$(8 - x)^2 = 4 \times 9$

$8 - x = 6 \rightarrow\ x = 2$

∴ Clave d

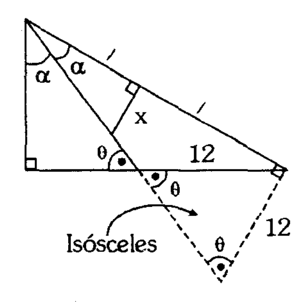
NOTA: Relaciones métricas



$h^2 = mn$

Resolución 03.

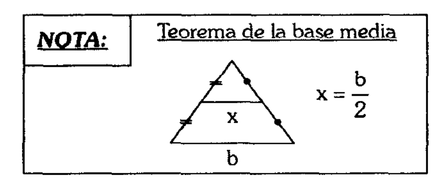
Aplicaremos el teorema de la base media:



$\hookrightarrow\ x = \frac{12}{2} = 6$

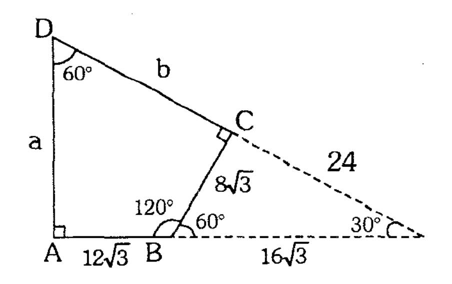
∴ Clave b

NOTA: Teorema de la base media



$x = \frac{b}{2}$

Resolución 04.

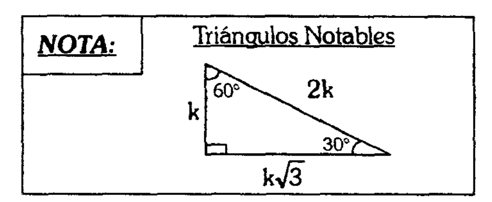


$$\frac{a}{12\sqrt{3}+16\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow a=28$$

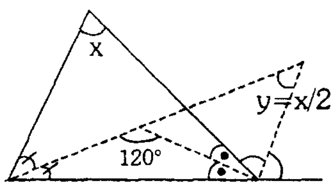
$$\frac{12\sqrt{3}+16\sqrt{3}}{b+24}=\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow b=32$$

$\therefore\ a+b=28+32=60$

∴



Resolución 05.



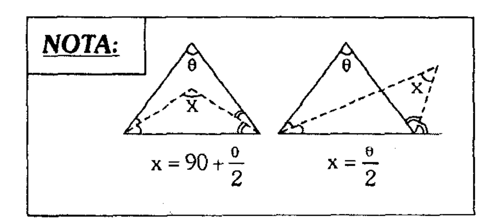
$$\hookrightarrow 120° = 90° + x/2$$

$$x = 60°$$

$$y=\frac{60}{2}=30°$$

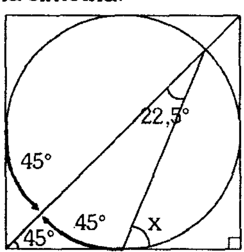
Piden: $x - y = 60 - 30 = 30°$

∴ Clave a



Resolución 06.

Utilizando la simetría:



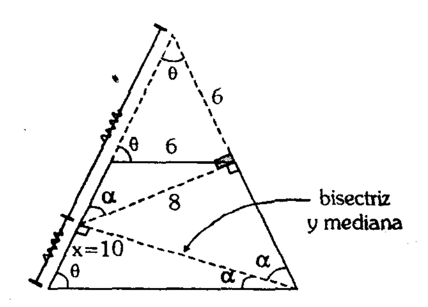
$$x = 45° + 22{,}5° = 67{,}5°$$

$$x = 67°\ 30'$$

∴ Clave c

Resolución 07.

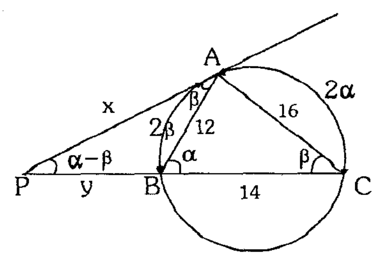
Formando el triángulo isósceles APD:



Del gráfico: $\alpha = 37°$

∴ Clave a

Resolución 08.



Del gráfico: $\Delta PAB \sim \Delta PCA$

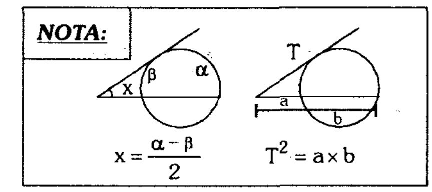
$$\frac{12}{y} = \frac{16}{x} \Rightarrow \begin{matrix} y = 3k \\ x = 4k \end{matrix}$$

Además: $x^2 = y(y+14)$

$$(4k)^2 = 3k(3k+14)$$

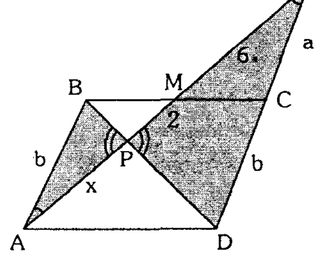
$$k = 6 \Rightarrow x = 24$$

$\therefore$ Clave e



Resolución 09.

Del gráfico:



$\frac{a}{b} = \frac{6}{2+x}$ ....(1)

Como: $\Delta ABP \sim \Delta PND$

$$\frac{b}{x} = \frac{a+b}{8}$$

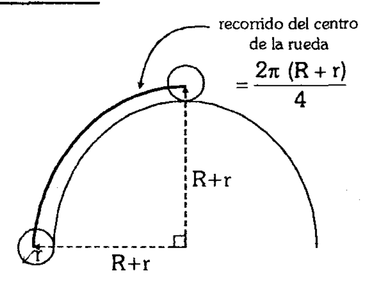
$$\hookrightarrow - \frac{a+b}{b} = \frac{8}{x} -$$

$$\hookrightarrow \frac{a}{x} = \frac{8-x}{x}$$

Igualando (1) y (2) → $x = 4$

$\therefore$ Clave a

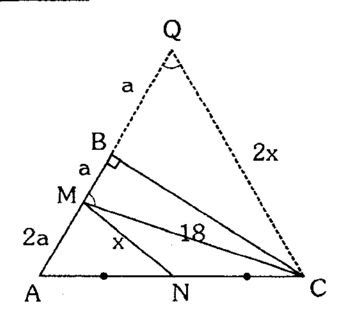
Resolución 10.



$$\# \text{ de vueltas} = \frac{\frac{2\pi(R+r)}{4}}{2\pi(r)} = \frac{\frac{(9+1)}{4}}{1}$$

$= 2{,}5$ $\therefore$ Clave b

Resolución 11.



Se prolonga $\overline{AB}$ hasta Q, de modo que MB = BQ = a

Δ AQC : $\overline{MN}$ es base media

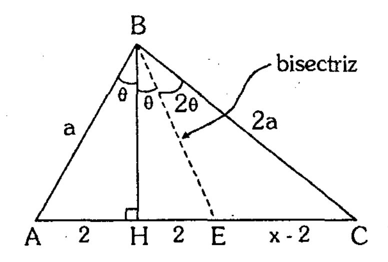
↳ QC = 2x

Como Δ MQC es isósceles.

$$2x = 18$$
$$x = 9$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 12.



Δ ABE : isósceles

$$AH = HE = 2$$

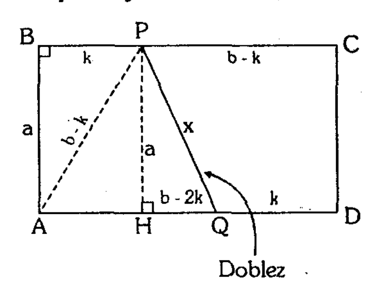
Por el teorema de la bisectriz

$$\frac{a}{4} = \frac{2a}{x-2} \rightarrow x = 10$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 13.

Para que A y C coincidan: AP = PC



$\triangle ABP : a^2 + k^2 = (b-k)^2$

$$a^2 + \cancel{k^2} = b^2 + \cancel{k^2} - 2bk$$

$$2k = \frac{b^2 - a^2}{b}$$

$\triangle PHQ : \quad a^2 + (b-2k)^2 = x^2$

$$a^2 + \left(b - \frac{b^2 - a^2}{b}\right)^2 = x^2$$

$$a^2 + \left(\frac{a^2}{b}\right)^2 = x^2$$

$$x^2 = a^2 + \frac{a^4}{b^2} = \frac{a^2}{b^2}(b^2 + a^2)$$

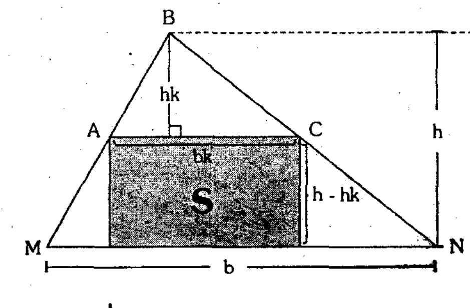
$$x = \frac{a}{b}\sqrt{a^2 + b^2}$$

$\therefore$ Clave e

Resolución 14.

Como $\Delta ABC \sim \Delta MEN$

Del gráfico:



$\rightarrow$ S = (h - hk) bk

S = hb (1 - k) k

Como suman 1 para que el área sea máxima deben ser iguales

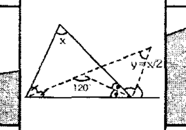
$$S\,max = hb \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$S\,max = \frac{b\,h}{4}$$

$\therefore$ Clave b

Primera Práctica

Raz. Geométrico



01 Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tal que:

$$2(AB) = 3(BC) = 4(CD) = 5(DE),$$

y AE + BD = 56. Hallar AB

a) 16 b) 20 c) 15
d) 10 e) 18

02 Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D, E y F de modo que: 3AF = 7BE = 10CD y AC + BD + CE + DF = 50.
Calcular CD.

a) 4,5 b) 9,5 c) 12,5
d) 10,5 e) 7,5

03 Los lados de un triángulo miden 12, 2x + 5, x – 2; encontrar su perímetro, si "x" es un número entero.

a) 22 b) 24 c) 26
d) 27 e) 13

04 Dos lados de un triángulo miden 5 y 6, la longitud del tercer lado es el doble de uno de estos dos lados. Determinar su perímetro.

a) 20 b) 21 c) 22
d) 25 e) 26

05 Hallar la ecuación del lado recto de la parábola con vértice en (2;2) y foco en (5;6).

a) $4y + 3x - 39 = 0$
b) $4y - 2x - 15 = 0$
c) $3y - 4x - 12 = 0$
d) $3y + 4x - 37 = 0$
e) $2y - 3x - 11 = 0$

06 Determinar la ecuación de una parábola cuyo eje es paralelo al eje "x" y de vértice (1;3) y cuyo foco esta sobre la recta definida por:

$$2x + 3y - 6 = 0$$

a) $y^2 + 6y + 10x - 1 = 0$
b) $y^2 - 6y + 10x - 1 = 0$
c) $y^2 - 4y + 10x - 1 = 0$
d) $y^2 - 8y + 20x - 1 = 0$
e) $y^2 - 6y - 10x - 1 = 0$

07 Si al suplemento del suplemento de un ángulo se le aumenta el complemento de un ángulo cuya medida es la mitad de la medida del primero; ello resùlta igual a la tercera parte del suplemento de dicho ángulo aumentado en 60°. Calcule la medida de dicho ángulo.

a) 18° b) 72° c) 36°
d) 54° e) 45°

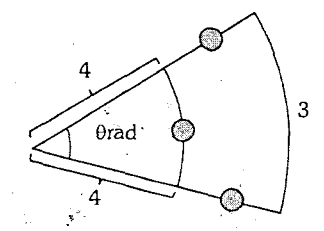
08 Se tienen los consecutivos AOB, BOC y COD, de tal manera que:

$$mAOD = 100° \text{ y } mBOC = 40°$$

Calcular la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

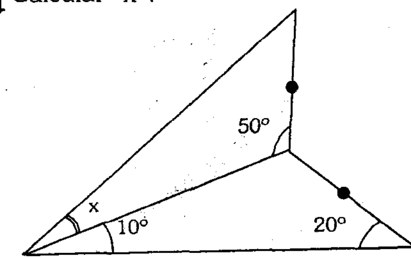
a) 50° b) 60° c) 70°
d) 80° e) 90°

09 En el sector circular mostrado. Calcular: "θ"



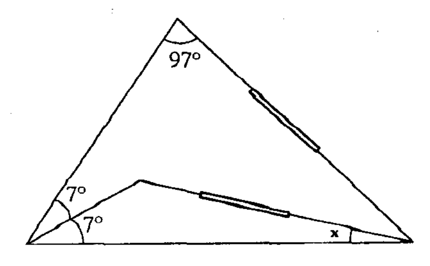
a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{3}{4}$
d) 1
e) $\frac{4}{3}$

10 Calcular "x".



a) 20° b) 10° c) 30°
d) 60° e) 40°

11 Calcular "x".



a) 20° b) 21° c) 22°
d) 23° e) 24°

12 En la región interior de un triángulo rectángulo ABC recto en A se ubica el punto P. Calcule m∡PBC, si: m∡PBA = m∡PAC
m∡BPC = 135° y AB = AC

a) 16° b) 14° c) 26°30′
d) 15° e) 18°30′

13 Un jardinero quiere construir y cercar un campo que tenga la forma de un sector circular con un alambre de 20m de longitud. Calcular el radio de dicho sector para que el área del campo sea la mayor posible.

a) 5m b) $\sqrt{5}$ m c) $\sqrt{3}$ m
d) 3m e) 2,5 m

14 En el triángulo rectángulo ABC recto en B, la altura $\overline{BH}$ y la bisectriz interior $\overline{AF}$ se cortan en el punto E. Hallar BE, si BF = 5.

a) 2 b) 1 c) 4
d) 5 e) 6

15 Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (2;1), (9;6) y cuyo centro esta en la recta: 7x – 3y = 0.

a) $x^2+y^2-8x+9y-7=0$
b) $x^2+y^2-6x-14y+21=0$
c) $x^2+y^2-12x-4y+15=0$

d) $x^2+y^2-15x+3y-18=0$

e) $x^2+y^2-12x-9y+20=0$

16 Hallar la ecuación de la directriz de la parábola: $3y^2+4x+12y+6=0$

a) $6x+11=0$　b) $6x-11=0$
c) $4x-11=0$　d) $4x+11=0$
e) $5x-11=0$

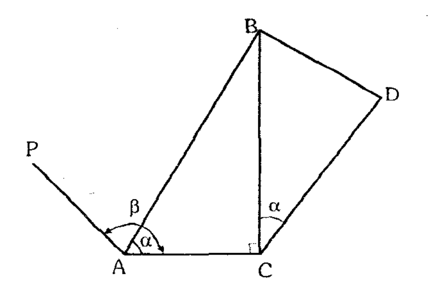
17 En un triángulo ABC, AB = 5, BC = 9, se traza su bisectriz interior BD. Calcular AD. $m\measuredangle A=2m\measuredangle C$.

a) 1　b) 2　C) 3
d) 4　e) 6

18 La medida del ángulo exterior en A de un triángulo ABC es igual a tres veces la medida del ángulo interior en C, si el lado AB mide 8, calcular el mayor valor entero de la medida del lado AC.

a) 12　b) 13　c) 14
d) 15　e) 16

19 En la figura calcular la distancia de D a $\overline{AC}$ si BC = CD; α y β son suplementos y C dista 3m de $\overline{AP}$.



a) 3m　b) 6m　c) 1,5 m
d) 4m　e) 5m

20 Determinar la ecuación de la recta que pasa (0;1) y forma un ángulo de 45° con la recta: $3x+2y-1=0$.

a) $5x-3y-5=0$
b) $5y-3x-10=0$
c) $5y-2x-15=0$
d) $5x-y+10=0$
e) $5y+x-5=0$

21 Halle las coordenadas del circuncentro de un triángulo ABC, sabiendo que las coordenadas de sus vértices son: A(-3;4), B(4;5) y C(1;-4).

a) (2;1)　b) (2;2)　c) (1;1)
d) (1;3)　e) (4;4)

22 Hacia un mismo lado del segmento $\overline{AC}$ se trazan los triángulos rectángulos ABC y APC de hipotenusa $\overline{AC}$ calcular BP si AC= 8m; $\overline{AP}$ y $\overline{BC}$ determinan un ángulo cuya medida es 45°.

a) 8m　b) 4m　c) $4\sqrt{2}$ m
d) $4\sqrt{3}$ m　e) $3\sqrt{2}$ m

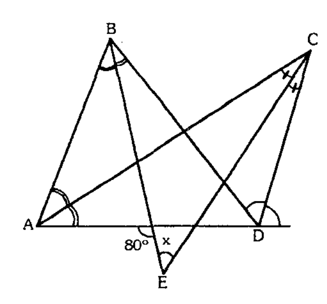
23 En un triángulo ABC recto en B, se traza la bisectriz interior BD. Hallar la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos BAC y BDC.

a) 25°　b) 15°　c) 22°30′
d) 45°　e) 60°

24 La diferencia de las medidas de los ángulos interiores A y C de un triángulo ABC es 36°, se traza la altura BH y la bisectriz interior BD. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos BHC y BDC.

a) 5° b) 15° c) 22°
d) 4° e) 9°

25 Encontrar el valor de "x" en:

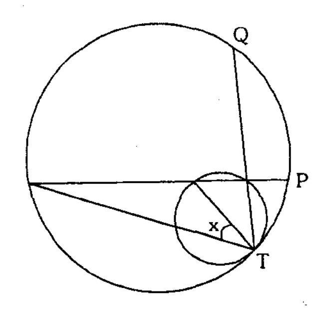


a) 25° b) 15° c) 25°
d) 45° e) 40°

26 En la región interior de un triángulo ABC se ubica el punto P; calcular:
m∡ PAB si:
m∡ PBA = 20° ; 6(BC) = 5(AB);
m∡ PBC = 73° y m∡ BPC = 70°

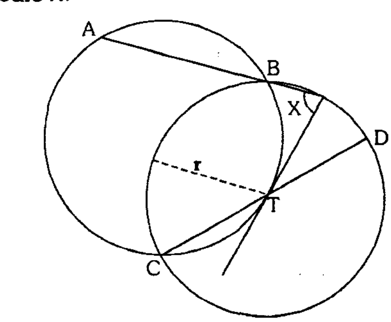
a) 25° b) 20° c) 50°
d) 30° e) 10°

27 Si "T" es un punto de tangencia y $\widehat{PQ} = 40°$. Calcule x.



a) 40° b) 15° c) 20°
d) 25° e) 10°

28 Si T: punto de tangencia, AB = r. Calcule *x*:



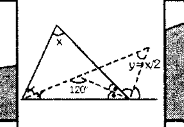
a) 60° b) 50° c) 55°
d) 72° e) 64°

29 En la región interior de un triángulo ABC se ubica el punto P, tal que: AP = BC; m∡ BAC = m∡ PCA y los ángulos ABP y BPC son suplementarios. Calcular m∡ PCA

a) 45° b) 30° c) 40°
d) 53° e) 50°

Segunda Práctica

Raz. Geométrico



01 Los puntos M(6;3), N(10;6) y P(-6;8) son vértices de un triángulo. Halle la ecuación de la recta que es perpendicular a la bisectriz del ángulo NMP y contiene al punto P.

a) $x - 8y + 35 = 0$
b) $x - 8y - 70 = 0$
c) $x - 8y + 70 = 0$
d) $x - 8y - 30 = 0$
e) $x - 8y + 30 = 0$

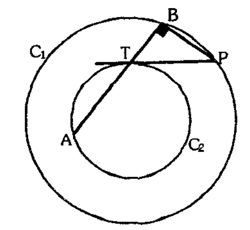
02 Desde un punto de una circunferencia se trazan dos cuerdas y el diámetro. Las cuerdas miden 5u y 13u, y la diferencia de las proyecciones sobre el diámetro mide 4u. Calcular la longitud del diámetro.

a) 9 b) 12 c) 18
d) 36 e) 45

03 Según el gráfico. C1 y C2 son circunferencias concéntricas y T es punto de tangencia. Calcular BP si:

(AT)(TB) = 16

a) 4
b) 2
c) 6
d) 8
e) 4



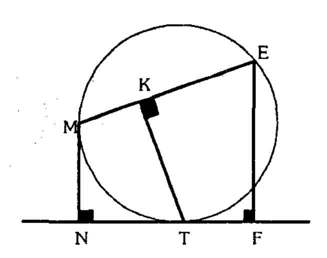
04 Calcular la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si un cateto es mayor que el otro cateto en 7u y éste menor que la hipotenusa en 1.

a) 8 b) 11 c) 12
d) 13 e) 15

05 Se da la recta: $2x + 3y + 4 = 0$.
Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto M(2;1) y es perpendicular a la recta dada.

a) $3x - 2y - 4 = 0$
b) $3x + 2y - 8 = 0$
c) $2x + 3y - 7 = 0$
d) $4x - 3y + 6 = 0$
e) $2x - 3y + 5 = 0$

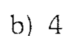
06 Del grafico mostrado, calcular TK, sabiendo que MN = 4 y EF = 9



a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

07 En la figura mostrada se sabe que: BH = 2 y AC = 18, calcular MN.

a) 2

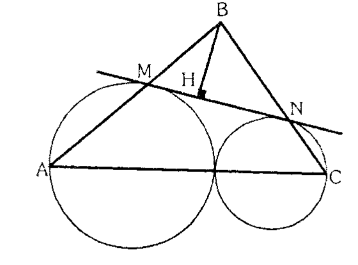


b) 4

c) 6

d) 9

e) 12



08 Sobre el menor arco AB de una circunferencia se toma el punto P, distantes 4 y 9 unidades, de las tangentes trazadas por A y B, respectivamente. Hallar la distancia de P a AB.

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

09 Para un trapecio isósceles de bases 4 y 6, circunscrito a una circunferencia, hallar la longitud del segmento que une a los puntos de tangencia de la circunferencia inscrita, con los lados no paralelos.

a) $\frac{24}{5}$ b) $\frac{18}{7}$ c) $\frac{17}{5}$
d) $\frac{19}{5}$ e) 4

10 Siendo: AB = 6, BC = 8, AC = 12 y GE//AB. Calcular: ED

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{7}{2}$

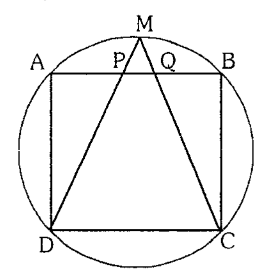
d) $\frac{9}{2}$

e) $\frac{11}{2}$

11 En un triangulo ABC, se trazan las bisectrices interior BM y exterior BN; Si: AB = 2BC y AN = 6. Calcular MN.

a) 3 b) 4 c) 8
d) 7 e) 9

12 Calcular el lado del cuadrado ABCD, sabiendo que:
AQ = 5 y PB = 12



a) 10 b) 15 c) 20
d) 25 e) 28

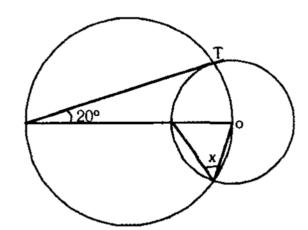
13 En un triángulo. Rectángulo de catetos 12 y 16. Calcule la longitud del radio de la circunferencia ex inscrita relativa al cateto de longitud 12.

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

14 En un romboide ABCD se tiene que BC = 2AB. La bisectriz del ángulo B intersecta a la prolongación de CD en el punto Q y la bisectriz del ángulo A intersecta a BD en M y a BC en P. Hallar MD si MB = 2 cm y PQ = 6cm.

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

15 Del gráfico: T punto de tangencia. O centro. Calcular "x"

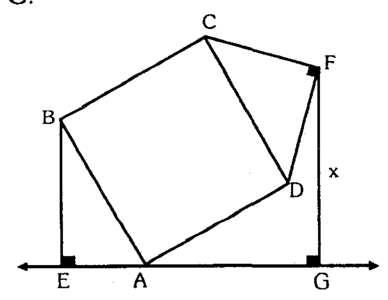


a) 50° b) 55° c) 60°
d) 65° e) 70°

16 En un trapecio rectángulo ABCD, se tiene que los ángulos PAB y QBC miden 21° y 37° respectivamente y BQ = 4 cm. Siendo Q el punto medio del lado oblicuo CD y P el punto común entre AC y BQ. Hallar AP si AD es la base mayor.

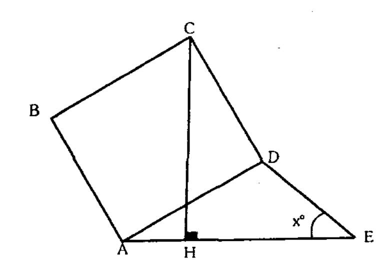
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

17 En la figura ABCD es un cuadrado CF = FD; BE = 27 y EA = 11. Hallar FG.



a) 19 b) 20 c) 32
d) 28 e) 30

18 Del Gráfico ABCD es un cuadrado Además: CH = AE. Calcular x°.



a) 45° b) 60° c) 30°
d) 37° e) 53°

19 En un cuadrilátero *ABCD* se conoce que:

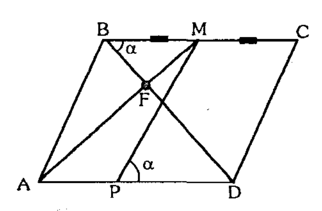
$$m\measuredangle BAD = 45°$$

$$m\measuredangle ABC = m\measuredangle ADC = 90°$$

Hallar *BD* si los vértices *A* y *C* distan de *BD*, 43cm. y 11cm. respectivamente

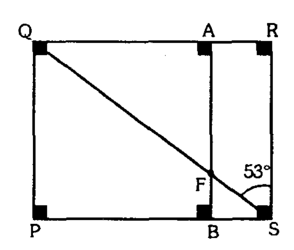
a) 32u b) 27u c) 24u
d) 18u e) 16u

20 Hallar "PM" si BF = 2 y ABCD es un romboide.



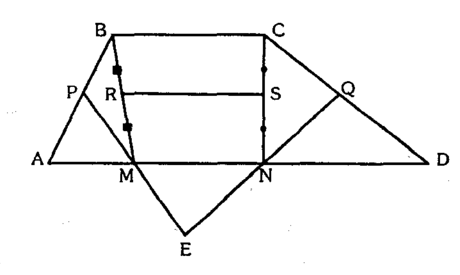
a) 7 b) $\frac{5}{2}$ c) 5
d) 6 e) 4

21 PQRS es un rectángulo PQAB es un cuadrado. Si QF = 15. Hallar SP.



a) 16 b) 18 c) 20
d) 25 e) 15

22 Del Grafico calcular RS si ABCD es un trapecio, P, Q, M, N, son puntos medios de AB, CD, PE y EQ respectivamente. Además BC = 8 y AD = 12.

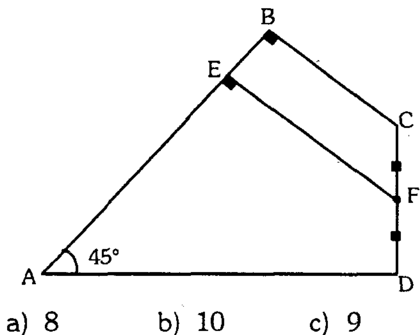


a) 7 b) 6,5 c) 6
d) 5,5° e) 5

23 En un trapecio la mediana y el segmento que une los puntos medios de las diagonales están en relación de cuatro a tres. Hallar en que relación están las bases.

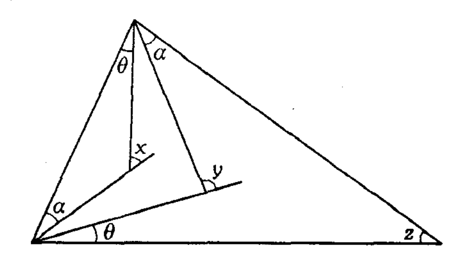
a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{7}$
d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{1}{8}$

24 En la figura, Calcular EF, si EB = 4, BC = 7 y AB = 17 (CF = FD).



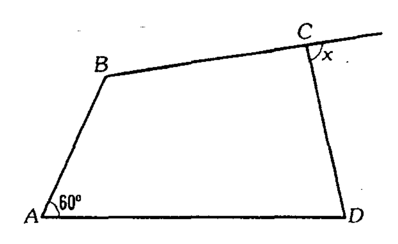
a) 8 b) 10 c) 9
d) 6 e) 7

25 Calcule: $x + y + z$.



a) 180° b) 120° c) 90°
d) 270° e) 360°

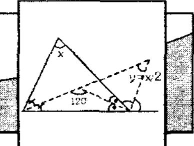
26 Si: $AD = AB + CD$ y $AB = BC$
Calcule x.



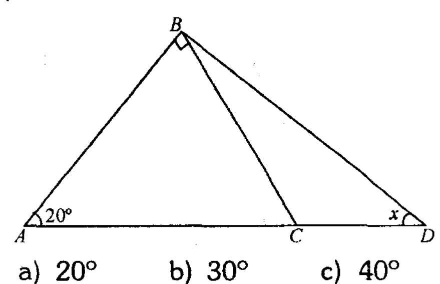
a) 30° b) 60° c) 40°
d) 45° e) 70°

Tercera Práctica

Raz. Geométrico

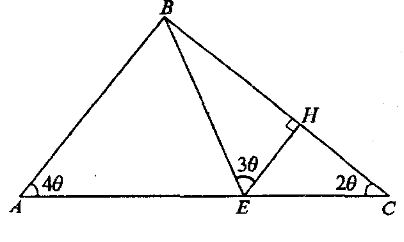


01 Halle el valor de x. Si : 2 (BD) = AC



a) 20° b) 30° c) 40°
d) 45° e) 37°

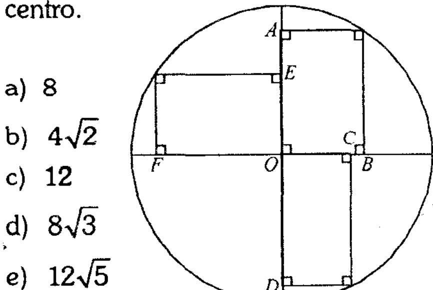
02 Si: $BC - AB = 3$ calcule AE.



a) 2 b) 3 c) 6
d) 1,5 e) 5

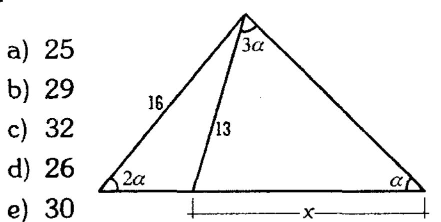
03 Calcule AB + FE + CD, si el radio de la circunferencia mide 4; además O es centro.

a) 8
b) $4\sqrt{2}$
c) 12
d) $8\sqrt{3}$
e) $12\sqrt{5}$

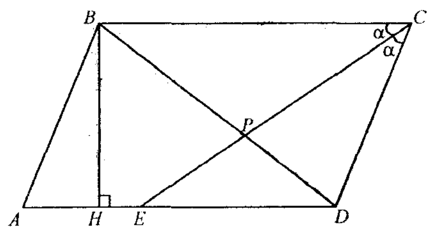


04 Calcule x.

a) 25
b) 29
c) 32
d) 26
e) 30

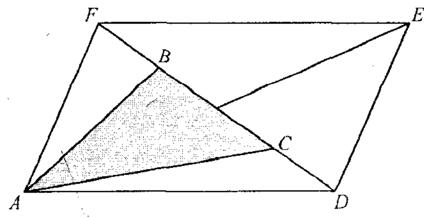


05 Si ABCD es un paralelogramo, donde 5(BP) = 12 (PD) ; HE = 6 cm ; AB = 10 cm. Calcule BH.



a) 6 cm b) 2 cm c) 8 cm
d) 4 cm e) 5 cm

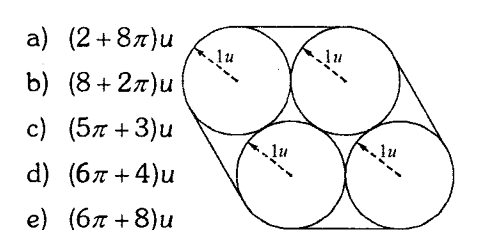
06 En el paralelogramo ADEF: FB = BC = CD; AE = 30cm ; AF = 20 cm; AD = 24 cm. Calcule la suma de las 3 medianas del triángulo ABC.



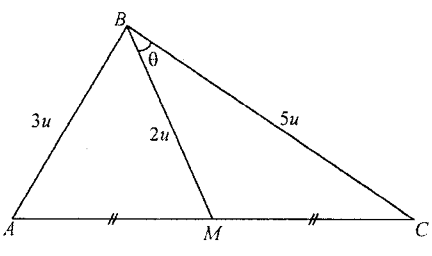
a) 32 cm b) 35 cm c) 37 cm
d) 39 cm e) 41 cm

07 Calcule la longitud total del hilo que envuelve a las 4 circunferencias de la figura.

a) $(2+8\pi)u$
b) $(8+2\pi)u$
c) $(5\pi+3)u$
d) $(6\pi+4)u$
e) $(6\pi+8)u$

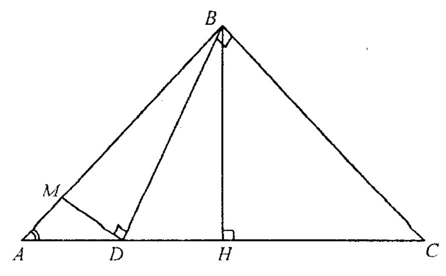


08 Calcule θ en :



a) 53° b) 37° c) 74°
d) 30° e) 60°

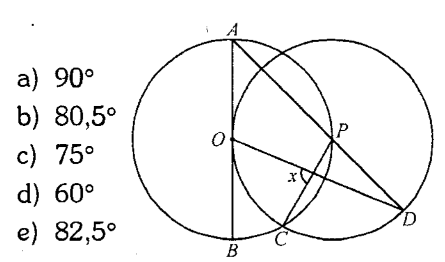
09 En la figura, el triángulo ABC es isósceles, $\overline{DM} // \overline{BC}$. Si $3(AB)=8(AM)$ y $BH = 4\sqrt{5}\ cm$. Calcule MD.



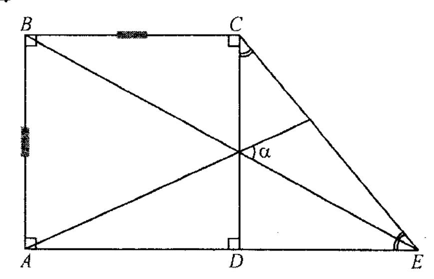
a) 7,5 cm b) 3,5 cm c) 6,5 cm
d) 5,5 cm e) 4,5 cm

10 En la figura, O y P son centro de las circunferencias, además O es punto de tangencia. Halle x.

a) 90°
b) 80,5°
c) 75°
d) 60°
e) 82,5°

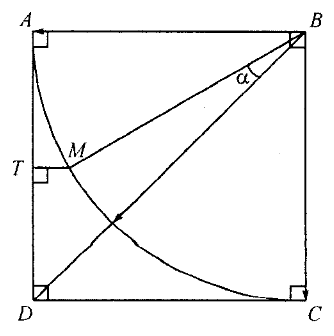


11 Halle α:



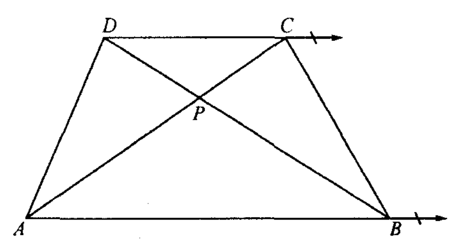
a) 53° b) 37° c) 72°
d) 36° e) 28°

12 En el gráfico, T punto medio de $\overline{AD}$. Halle la medida del ángulo α.



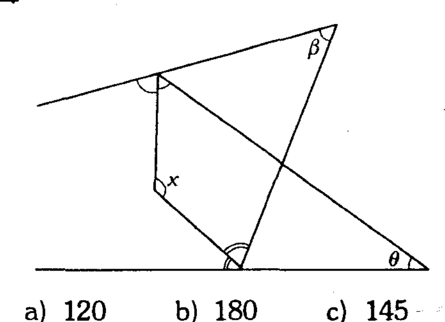
a) 20° b) 25° c) 15°
d) 27° e) 18°

13 Si $ABCD$ es un trapecio; $AP + PB = 30$ cm y $3(AB) = 5(CD)$, calcule $CP + PD$.



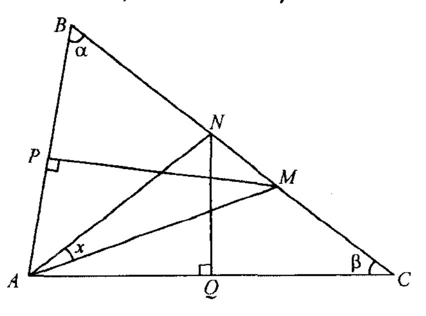
a) 24 cm. b) 15 cm. c) 18 cm.
d) 25 cm. e) 36 cm.

14 Calcule x, si $\beta + \theta = 70°$



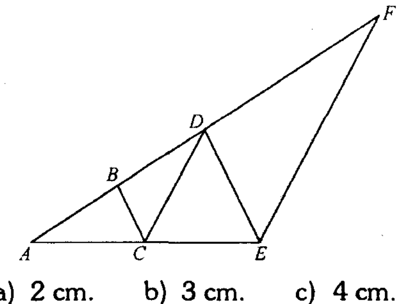
a) 120 b) 180 c) 145
d) 130 e) 155

15 En la figura, calcule x. P y Q son puntos medios, además $\alpha + \beta = 110°$



a) 25° b) 30° c) 40°
d) 60° e) 45°

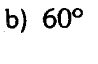
16 Si $\overline{BC} // \overline{DE}$ y $\overline{CD} // \overline{EF}$; $AB = 2$ cm y $BF = 6$ cm. Calcule BD.



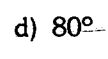
a) 2 cm. b) 3 cm. c) 4 cm.
d) 1 cm. e) 5 cm.

17 Calcule x:

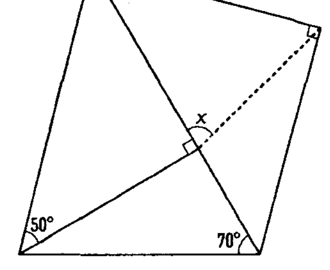
a) 50°


b) 60°

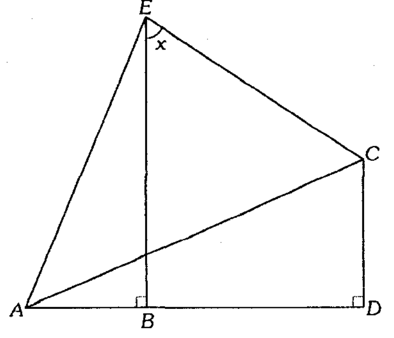
c) 70°


d) 80°

e) 90°

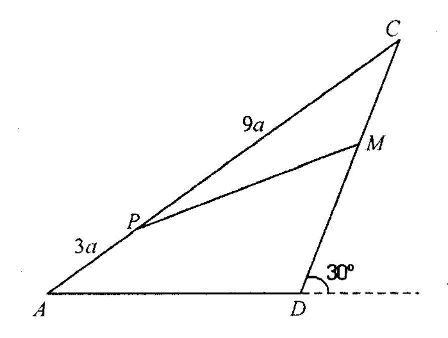


18 Si $AE = AC$ y $AB = CD$. Calcule x



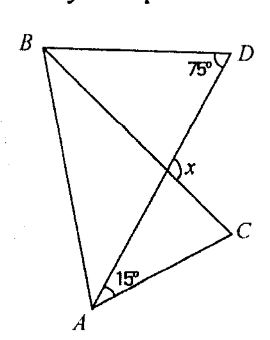
a) 30° b) 60° c) 45°
d) 15° e) 53°/2

19 Calcule la longitud de la perpendicular trazada desde P hacia $\overline{AD}$, si $CD = 8\ cm.$ y M es punto medio de $\overline{DC}$.



a) 1 cm. b) 2 cm. c) 1,5 cm.
d) 2,5 cm. e) 0,5 cm.

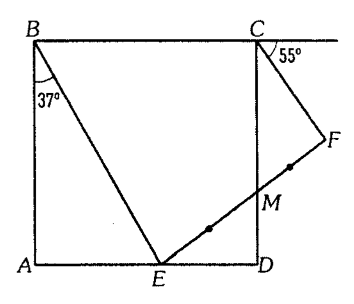
20 En la figura calcule el valor del ángulo x, si AD y BC son bisectrices de los ángulos A y B respectivamente.



a) 125° b) 120° c) 130°
d) 160° e) 100°

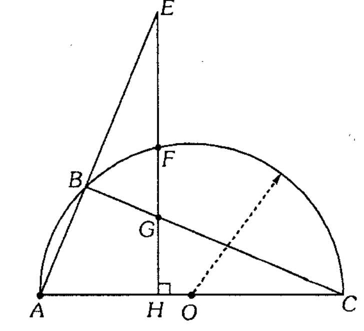
21 En la figura $ABCD$ es un cuadrado; $BE + CF = 10$.

Calcule MD.



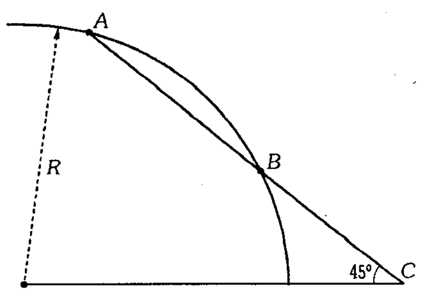
a) 1
b) 2
c) 3
d) 1,3
e) 5

22 Si $\overline{AC}$ es diámetro, $EF = 3$ y $FG = 2$. Calcule GH



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

23 Calcule R; si $AB = BC = 2$.



a) 3 b) $\sqrt{10}$ c) $\sqrt{7}$
d) $2\sqrt{2}$ e) 4

CLAVES
RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO

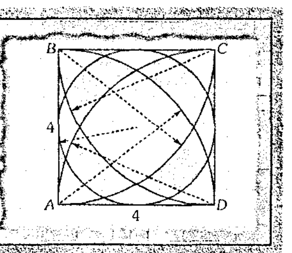
PRIMERA PRÁCTICA				
01. c	02. d	03. d	04. b	05. a
06. b	07. c	08. c	09. a	10. c
11. d	12. c	13. a	14. d	15. b
16. b	17. d	18. d	19. a	20. e
21. c	22. c	23. c	24. e	25. e
26. b	27. c	28. d	29. a	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. c	02. d	03. a	04. d	05. a
06. c	07. c	08. c	09. a	10. c
11. b	12. b	13. c	14. b	15. b
16. d	17. e	18. a	19. b	20. d
21. a	22. b	23. d	24. a	25. a
26. b				

TERCERA PRÁCTICA				
01. c	02. b	03. c	04. b	05. a
06. c	07. b	08. b	09. a	10. e
11. a	12. c	13. c	14. c	15. c
16. a	17. c	18. c	19. a	20. b
21. b	22. d	23. b		

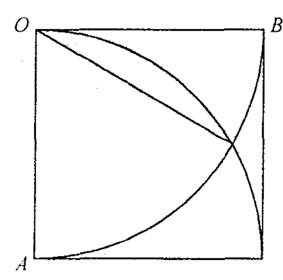
Capítulo 19

PERÍMETROS Y ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS



PROBLEMA 01

Calcule el área de la región sombreada. Si $AO = OB = 6$cm. y "A" y "O" son centros.

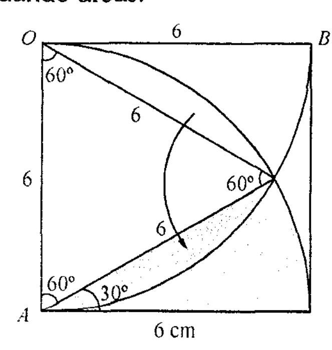


a) $\pi\ cm^2$ b) $2\pi\ cm^2$ c) $4\pi\ cm^2$

d) $5\pi\ cm^2$ e) $3\pi\ cm^2$

Resolución:

Trasladando áreas:



$$\therefore \quad A_{somb} = \frac{1}{12}(\pi \times 6^2) = 3\pi\ \text{cm}^2$$

∴ **Clave: *e***

PROBLEMA 02

Calcule el área de la región sombreada.

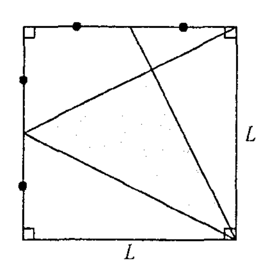
a) $\frac{5}{12}L^2$

b) $\frac{3}{10}L^2$

c) $\frac{1}{5}L^2$

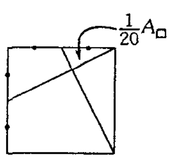
d) $\frac{2}{5}L^2$

e) $\frac{1}{6}L^2$

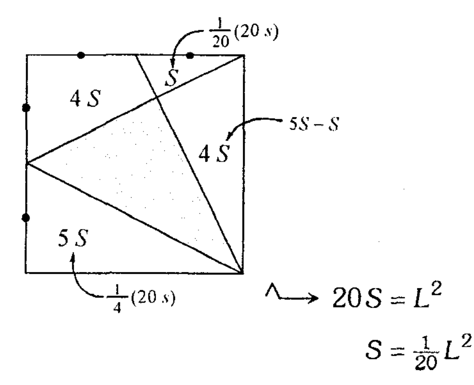


Resolución:

Debemos recordar:



Asumiendo el área del cuadrado: 20 S



$$A \longrightarrow 20S = L^2$$

$$S = \frac{1}{20}L^2$$

$$\therefore \quad A_{somb} = 20\,S - (4S + S + 4S + 5S)$$

$$= 6S = 6\left(\frac{1}{20}L^2\right) = \frac{3}{10}L^2$$

∴ **Clave: *b***

PROBLEMA 03

Calcule el área de la región sombreada.

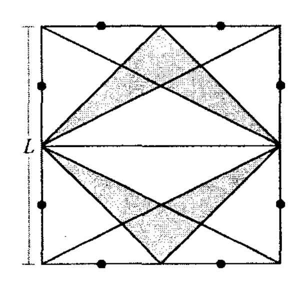
a) $\frac{L^2}{4}$

b) $\frac{3L^2}{8}$

c) $\frac{L^2}{8}$

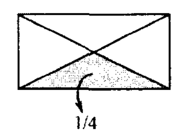
d) $\frac{5L^2}{12}$

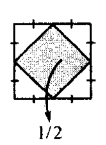
e) $\frac{L^2}{3}$



Resolución:

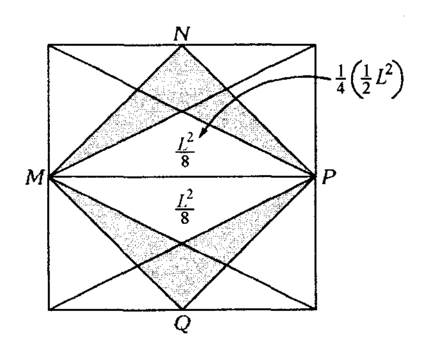
Sabemos que:





En el problema:

$$A_{\square MNPQ} = \frac{1}{2}L^2$$



$$A_{somb} = \frac{1}{2}L^2 - \frac{L^2}{8} - \frac{L^2}{8} = \frac{L^2}{4}$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 04

Si: $S_{ABQ} = 12m^2$;

$AC = 4AQ, BC = 6\ RC$

$BQ = 3\ BP$

Halle el área de la región sombreada.

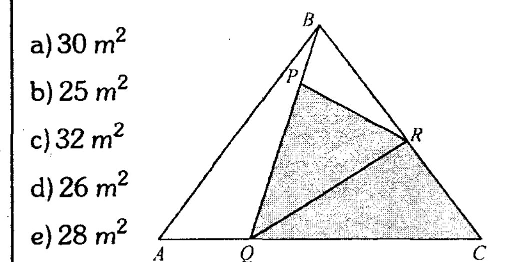
a) $30\ m^2$

b) $25\ m^2$

c) $32\ m^2$

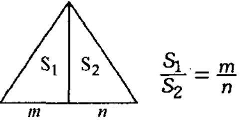
d) $26\ m^2$

e) $28\ m^2$



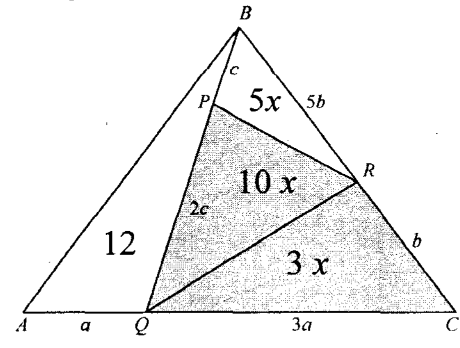
Resolución:

Recuerde que:



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$

En el problema:



Hacemos: $S_{RPB} = 5x$

$\Rightarrow S_{RPQ} = 10x$

$\Rightarrow S_{CQR} = \frac{1}{5}(15x) = 3x$

Además: $\frac{12}{18x} = \frac{a}{3a}$

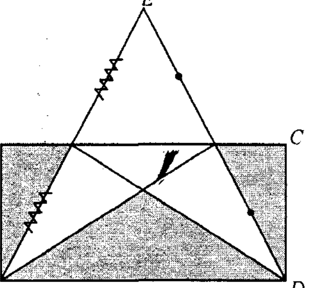
$$x = 2$$

$$A_{somb} = 13(2) = 26\ m^2$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 05

Si $ABCD$ es un rectángulo de área 36 m^2. Calcule el área de la región sombreada.



a) 17 m^2

b) 19 m^2

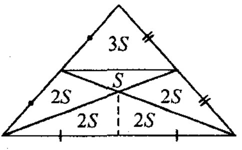
c) 21 m^2

d) 25 m^2

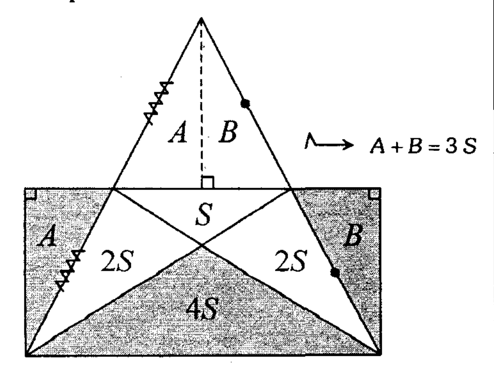
e) 20 m^2

Resolución:

Sabemos que:



En el problema:



Como el área del rectángulo es 36 m^2

$$\underbrace{A + B}_{3S} + (2S + S + 2S + 4S) = 36$$

$$3S + 9S = 36$$

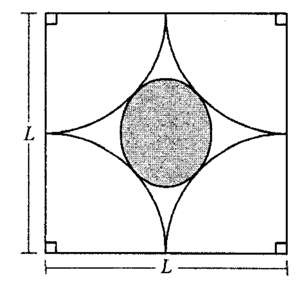
$$S = 3$$

$$\therefore A_{somb} = A + B + 4S = 7S = 7(3) = 21m^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 06

Calcule el área de la región sombreada.



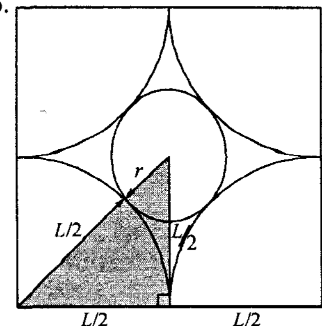
a) $\frac{L^2}{4}(3+2\sqrt{2})\,\pi$ b) $\frac{L^2}{3}(3-2\sqrt{2})\,\pi$

c) $\frac{L^2}{4}(3-2\sqrt{2})\,\pi$ d) $\frac{L^2}{3}(3+2\sqrt{2})\,\pi$

e) $\frac{L^2}{4}(8+3\sqrt{2})\,\pi$

Resolución:

Debemos hallar el radio del círculo sombreado.



Del gráfico: $\frac{L}{2}+r=\frac{L}{2}\sqrt{2}$

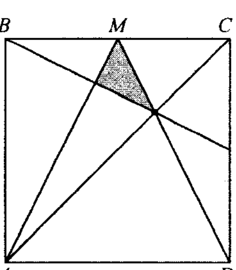
$$r=\frac{L}{2}(\sqrt{2}-1)$$

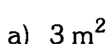
$$A_{somb}:\pi\left(\frac{L}{2}(\sqrt{2}-1)\right)^2=\frac{L^2}{4}(3-2\sqrt{2})\,\pi$$

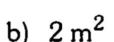
∴ **Clave: c**

PROBLEMA 07

El cuadrado $ABCD$ tiene de área 60 m². Si M es punto medio. Halle el área de la región sombreada.




a) 3 m^2


b) 2 m^2

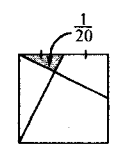
c) 5 m^2

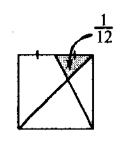
d) $2{,}5\text{ m}^2$

e) $3{,}5\text{ m}^2$

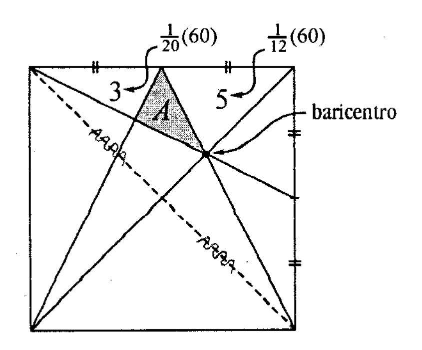
Resolución:

Recuerde siempre que:





En el problema:



$\leadsto\ 3+A=5$

$$A=2\text{ m}^2$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 08

Si el área del cuadrado $ABCD$ es 14 cm². El área de la región sombreada es:

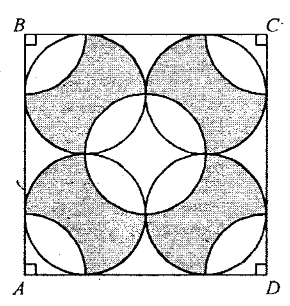
a) 5 cm^2

b) 6 cm^2

c) 7 cm^2

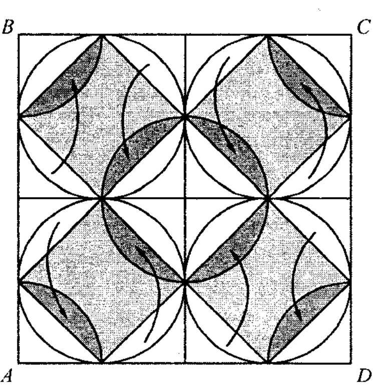
d) 8 cm^2

e) $3{,}5\text{ cm}^2$



Resolución:

Trasladando áreas tenemos:



Se observa que está sombreado la mitad del total.

$$\therefore A_{somb}=\frac{1}{2}(14\text{ cm}^2)=7\text{ cm}^2$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 09

El triángulo ABC es equilátero de lado $6\,m$ y "0" circuncentro. Calcule el área de la región sombreada, si A y C son centros.

a) $3(\pi - \sqrt{3})\,\text{m}^2$

b) $(2\pi - 3\sqrt{3})\,\text{m}^2$

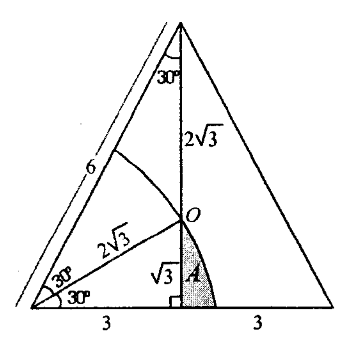
c) $(2\pi + 3\sqrt{3})\,\text{m}^2$

d) $3(\pi + \sqrt{3})\,\text{m}^2$

e) $(3\pi - 2\sqrt{3})\,\text{m}^2$

Resolución:

Como "O" es circuncentro tenemos:



Luego:

$$A = \text{(sector de radio } 2\sqrt{3}, 30°) - \text{(triángulo rectángulo de catetos } 3 \text{ y } \sqrt{3})$$

$$A = \frac{1}{12}\left(\pi(2\sqrt{3})^2\right) - \frac{3\times\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{somb} = 2A = (2\pi - 3\sqrt{3})m^2$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 10

Calcule el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado es $2a$.

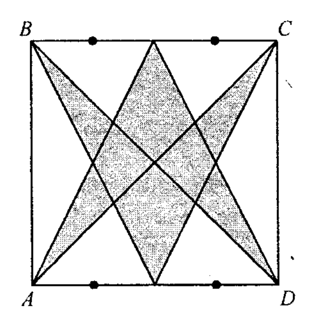
a) $\frac{a^2}{24}$

b) $\frac{8a^2}{3}$

c) $\frac{5a^2}{3}$

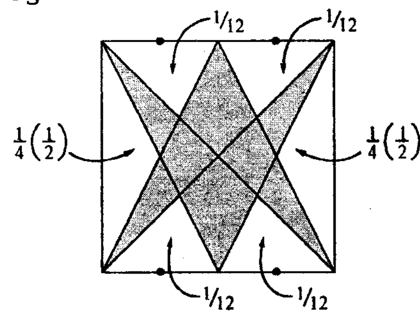
d) $\frac{10a^2}{9}$

e) $\frac{10a^2}{13}$



Resolución:

Del gráfico:



$$f_{somb} = 1 - \left(4\,(1/12) + 2\left(\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)\right)\right)$$

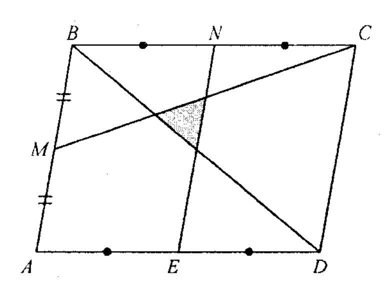
$$= \frac{5}{12}$$

$$\therefore\ A_{somb} = \frac{5}{12}(2a)^2 = \frac{5}{3}a^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 11

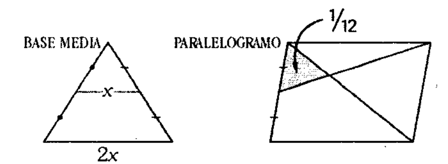
En la figura adjunta, se sabe que el área del paralelogramo $ABCD$ es $96\ \text{cm}^2$. Halle el área de la región sombreada.



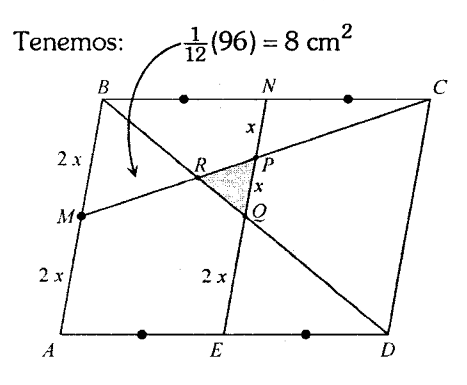
a) 1 cm² b) 2 cm² c) 3 cm²
d) 4 cm² e) 5 cm²

Resolución:

Recordando que:



Tenemos: $\frac{1}{12}(96) = 8 \text{ cm}^2$



Como: $\Delta MBR \sim \Delta RPQ$

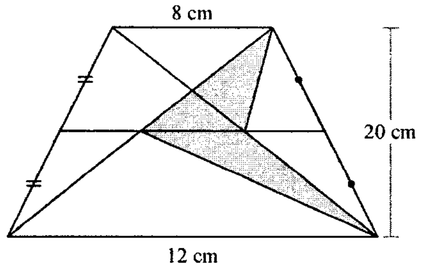
$$\frac{A_{\Delta MBR}}{A_{\Delta RPQ}} = \frac{(2x)^2}{(x)^2}$$

$$\frac{8}{A_{\Delta RPQ}} = \frac{4x^2}{x^2} \Rightarrow A_{\Delta RPQ} = 2 \text{ cm}^2$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 12

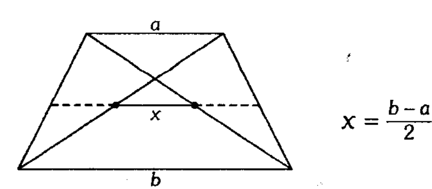
Halle el área de la región sombreada, si la figura es un trapecio.



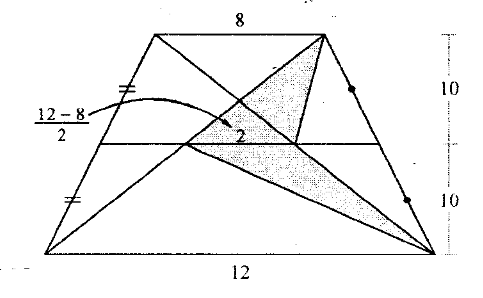
a) 15 cm² b) 16 cm² c) 18 cm²
d) 19 cm² e) 20 cm²

Resolución:

Recordando que:



En el problema:

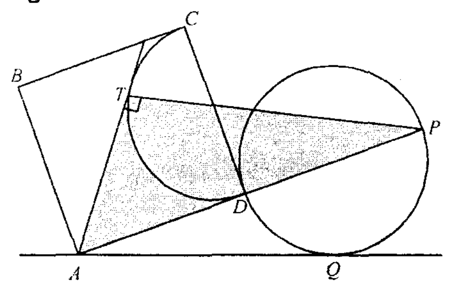


$$\therefore \quad A_{somb} = \frac{2 \times 10}{2} + \frac{2 \times 10}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 13

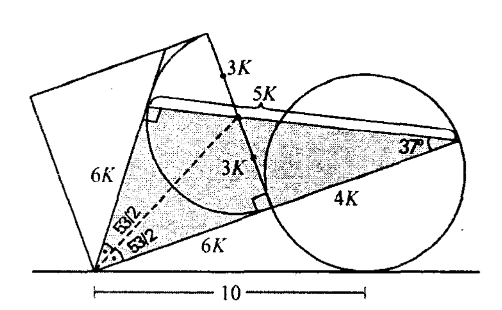
De la figura, halle el área de la región sombreada. Además: $AQ = 10$ cm. $ABCD$ es un cuadrado T y Q: puntos de tangencia.



a) 35 cm² b) 40 cm² c) 42 cm²
d) 56 cm² e) 36 cm²

Resolución:

Recuerde que: $x^2 = ab$



$$\rightarrow \quad 10^2 = (6K)(10K)$$

$$K^2 = \frac{10}{6}$$

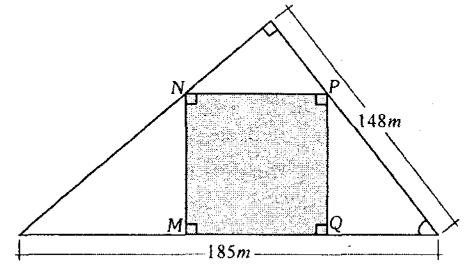
$$A_{somb} = \frac{6K \times 8K}{2} = 24K^2 = 24\left(\frac{10}{6}\right)$$

$$= 40 \text{ cm}^2$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 14

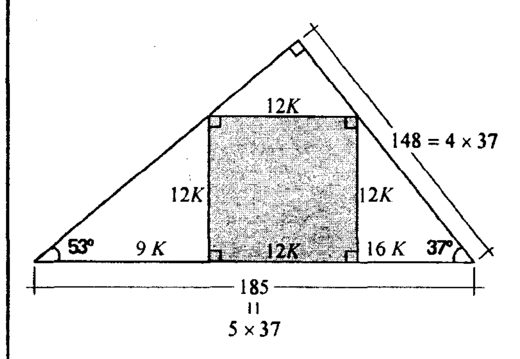
En la figura adjunta, calcule el área de la región cuadrada $MNPQ$.



a) 3000 m² b) 2600 m² c) 3400 m²
d) 3600 m² e) 3500 m²

Resolución:

El triángulo rectángulo dado es notable de 37° y 53°. Haciendo el lado del cuadrado = $12k$.



$$\rightarrow \quad 9K + 12K + 16K = 185$$

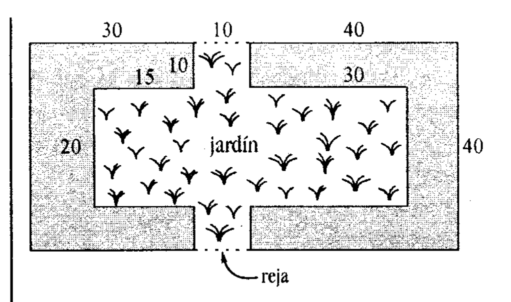
$$K = 5$$

$$\therefore \quad A_{somb} = (12 \times 5)^2 = 3600 \; m^2$$

∴ **Clave: d**

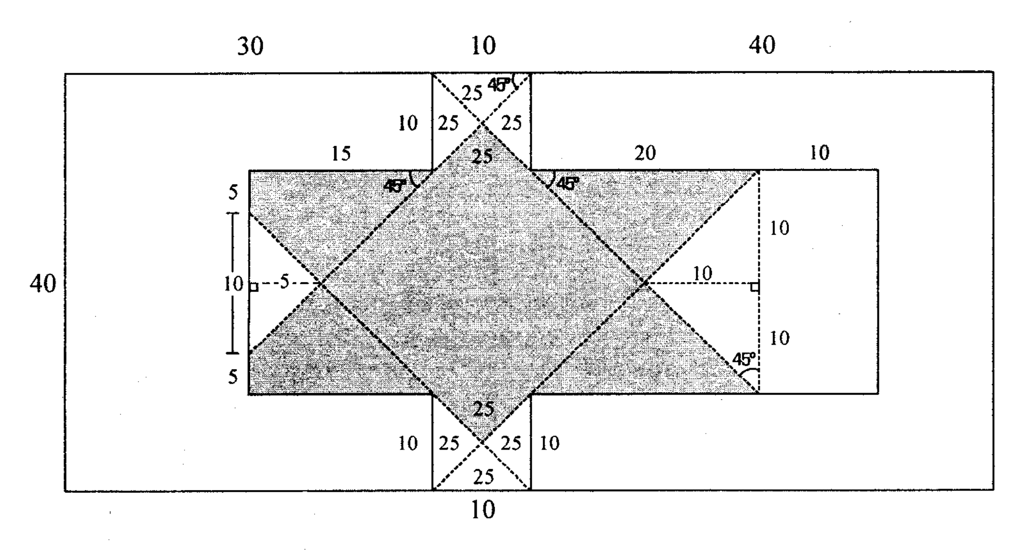
PROBLEMA 15

El diagrama muestra el plano de un edificio que tiene un jardín con dos entradas, los transeúntes pueden mirar a través de las rejas, pero no pueden entrar. Las dimensiones del edificio están dadas en metros, y todas las esquinas son de ángulo recto ¿Cuál es el área de la región que pueden ver los transeúntes?



a) $850\ m^2$ b) $950\ m^2$ c) $825\ m^2$
d) $800\ m^2$ e) $820m^2$

Resolución:



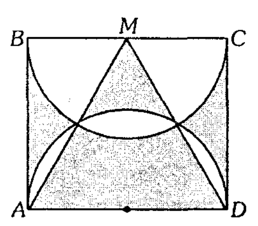
$\therefore \quad A_{somb} = $ [figura] $-$ ▷ $-$ ◁

$$= (20\times 45+25+25)-\frac{10\times 5}{2}-\frac{10\times 20}{2}=825\ m^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 16

Calcule el perímetro de la región sombreada, si AMD es un triángulo equilátero de lado $10cm$.



a) $10(3+\pi+\sqrt{3})cm.$

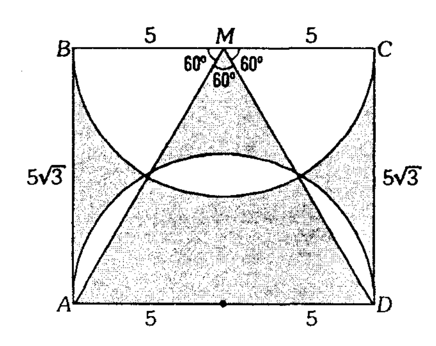
b) $3(10+\pi+3\sqrt{3})cm$

c) $10(\pi+\sqrt{3})cm.$

d) $10(3+\sqrt{3}+3\pi)cm.$

e) $3(1+\sqrt{3}+\pi)cm.$

Resolución:



Perímetro: $2(\text{semicircunferencia de radio } 5) + \text{triángulo } (10, 10, 10) + 2(5\sqrt{3})$

$= 2(5\pi) + 30 + 10\sqrt{3}$

$= 10(3+\pi+\sqrt{3})$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 17

$ABCD$ es un cuadrado cuyo lado mide $2\sqrt{6}\,m$. Hallar el área de la parte sombreada.

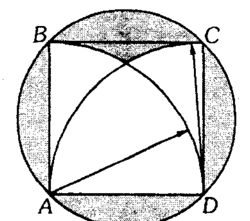
a) $8\pi+6\sqrt{3}$

b) $7\pi+18-7\sqrt{3}$

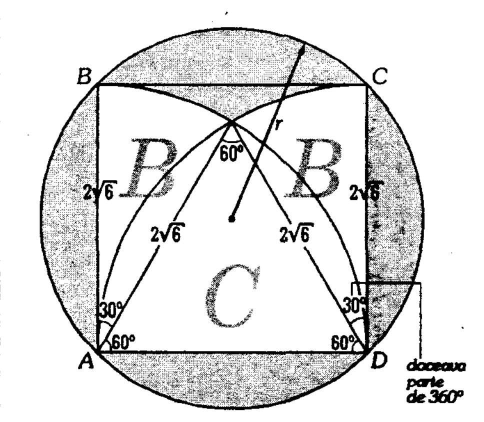
c) $18-6\sqrt{3}-\pi$

d) $24-6\sqrt{3}+\pi$

e) $8\pi-6\sqrt{3}$



Resolución:



$$C = (2\sqrt{6})^2\frac{\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$$

$$B = \frac{\pi(2\sqrt{6})^2}{12} = 2\pi$$

Entonces:

$$A_{somb} = (\text{círculo de radio } r) - 2B - C$$

donde: $2r = (2\sqrt{6})\sqrt{2}$

$r = 2\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \quad A_{somb} = \pi(2\sqrt{3})^2 - 4\pi - 6\sqrt{3}$$
$$= 8\pi - 6\sqrt{3}$$

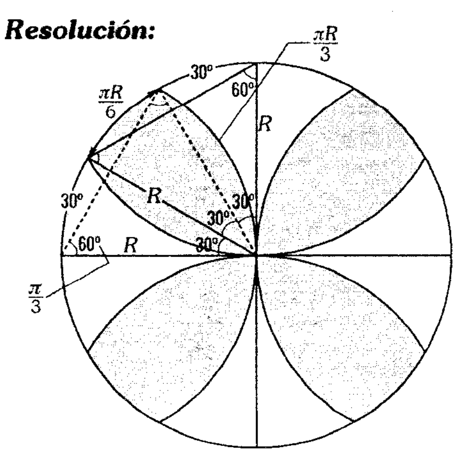
$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 18

En la figura se muestra una circunferencia de radio R y dos diámetros perpendiculares. Con centro en los extremos de estos diámetros se trazan arcos de circunferencia de radio R. Hallar el perímetro de la región sombreada.

a) $4\pi R$
b) $\frac{8}{3}\pi R$
c) $3\pi R$
d) $\frac{10}{3}\pi R$
e) $\frac{11}{3}\pi R$

Resolución:



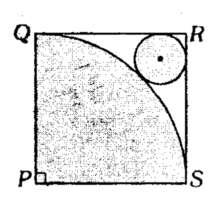
Perímetro: $4\left(\frac{\pi R}{6} + \frac{\pi R}{3} + \frac{\pi R}{3}\right)$
$= \frac{10}{3}\pi R$

$\therefore$ **Clave: d**

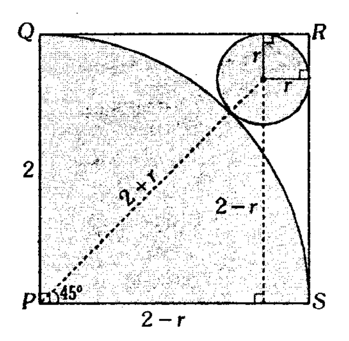
PROBLEMA 19

Halle el perímetro de la región sombreada, si el lado del cuadrado mide 2.

a) $4 + (13 + 8\sqrt{2})\pi$
b) $4 + (13 - 8\sqrt{2})\pi$
c) $4 + (11 - 4\sqrt{2})\pi$
d) $4 + (11 + 4\sqrt{2})\pi$
e) $4 + (12 + 8\sqrt{2})\pi$



Resolución:



Luego: $2 + r = (2 - r)\sqrt{2}$
$r = 6 - 4\sqrt{2}$

Perímetro: (cuarto de círculo de radio 2) + (circunferencia de radio r) + 4
$= \frac{2\pi(2)}{4} + 2\pi(6 - 4\sqrt{2}) + 4$
$= 4 + (13 - 8\sqrt{2})\pi$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 20

Hallar el área de la región sombreada:

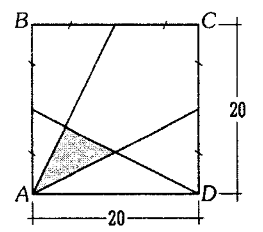
a) 15

b) 20

c) 25

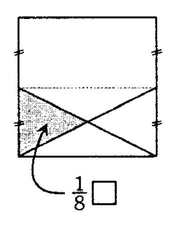
d) 30

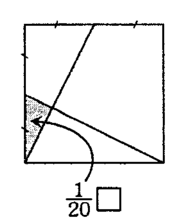
e) 40



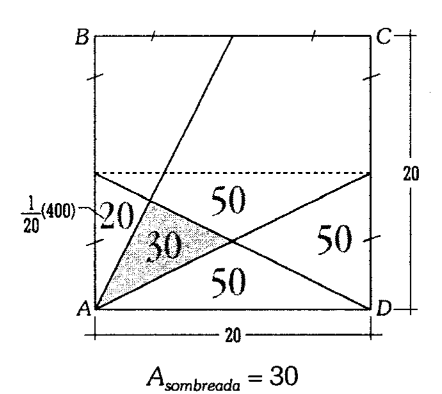
Resolución:

Recuerda:





$$A_{\square ABCD} = 20^2 = 400$$



$$A_{sombreada} = 30$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 21

Sobre un lado AB del triángulo ABC, se toman "n" puntos que determinan $(n+1)$ segmentos congruentes y por cada uno de ellos se trazan paralelas a AC. Luego por cada punto de intersección con BC se trazan paralelas a AB. Siendo "s" el área de la región sombreada. ¿Cuánto es el área del triángulo ABC?

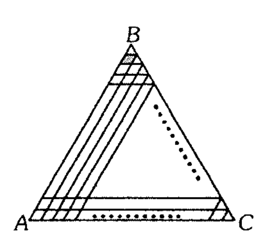
a) $\frac{n^2 s}{2}$

b) $\frac{(n+1)^2 s}{2}$

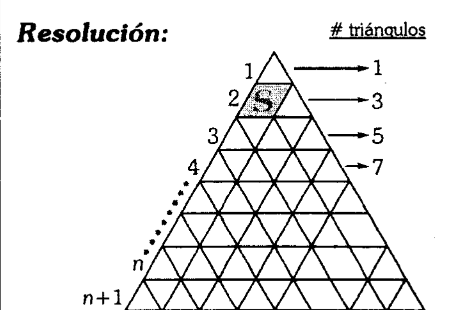
c) $\frac{(n^2+1)s}{2}$

d) $\frac{(2n^2+1)s}{2}$

e) $\frac{ns}{2}$



Resolución:



Total: $T = \underbrace{1+3+5+7+\ldots\ldots}_{n+1\ sum}$ ← Suma de impares

$$T = (n+1)^2$$

Como hay $(n+1)^2$ triángulos pequeños y cada uno tiene $\frac{s}{2}$ de área.

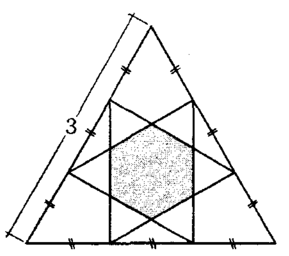
$$A_{\Delta ABC} = \frac{(n+1)^2 S}{2}$$

$\therefore$ **Clave: b**

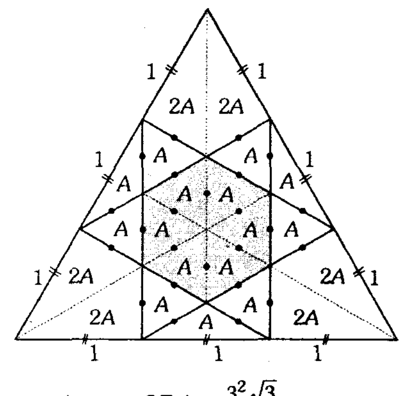
PROBLEMA 22

Hallar el área de la región sombreada:

a) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
b) $1+\sqrt{3}$
c) $\sqrt{3}-1$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $\frac{7\sqrt{3}}{4}$



Resolución:



$$A_{total} = 27A = \frac{3^2\sqrt{3}}{4}$$

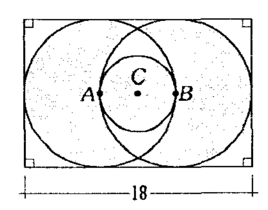
$$A = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$\therefore\ A_{sombreada} : 6\left(\frac{\sqrt{3}}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore$ **Clave: d**

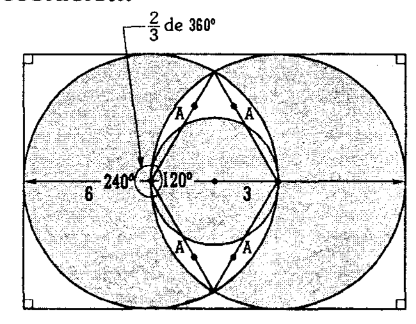
PROBLEMA 23

Halle el área de la región sombreada (A, B y C son centros de las circunferencias).



a) $36\pi+33\sqrt{3}$
b) $33\pi+36\sqrt{3}$
c) $27\pi+26\sqrt{3}$
d) $24\pi+15\sqrt{3}$
e) $15\pi+36\sqrt{3}$

Resolución:



$$A_{somb} = 2\left(\tfrac{2}{3}\,(\text{círculo de radio } 6) - 2A\right) + (\text{círculo de radio } 3)$$

donde: $A = (\text{sector } 60°,\ \text{radio } 6) - (\text{triángulo equilátero de lado } 6)$

$$= \frac{\pi\times 6^2}{6} - \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 6\pi - 9\sqrt{3}$$

$$A_{somb} = 2\left(\tfrac{2}{3}(\pi\times 6^2) - 2(6\pi - 9\sqrt{3})\right) + \pi\times 3^2$$

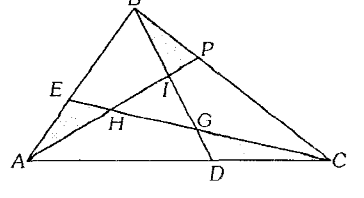
$$= 33\pi + 36\sqrt{3}$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 24

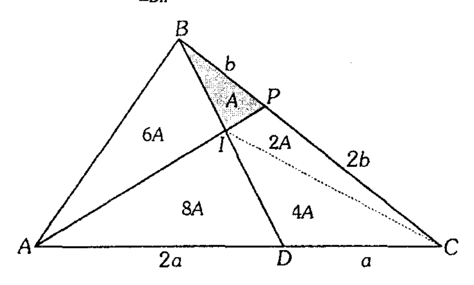
Calcular el área del triángulo GHI, si el área de la región sombreada es $20m^2$, además: $AD = 2DC$; $CP = 2PB$; $BE = 2AE$.

a) $10cm^2$
b) $25cm^2$
c) $20cm^2$
d) $40cm^2$
e) $30cm^2$

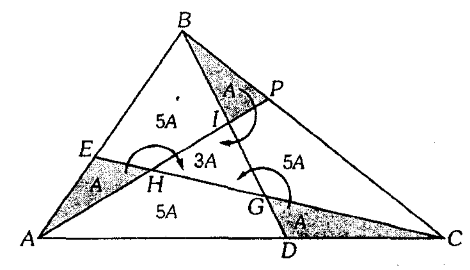


Resolución:

Hallemos $A_{\Delta BIP}$



En el problema:



Se observa que:

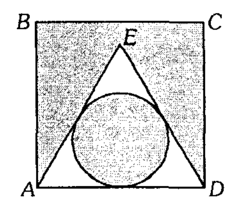
$$A_{sombreada} = A_{\Delta HIG} = 20\,cm^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

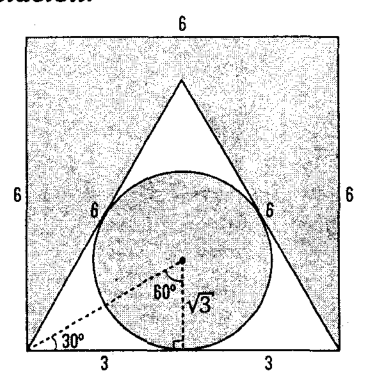
PROBLEMA 25

El cuadrado *ABCD* de la figura tiene 6 metros de lado y el triángulo *AED* es equilátero. Calcular el área de la región sombreada. (Hacer $\pi = 3$).

a) $5(9-\sqrt{3})$
b) $9(5-\sqrt{3})$
c) $3(15-\sqrt{3})$
d) $15(3\sqrt{3})$
e) $9(4-\sqrt{3})$



Resolución:



$$A_{somb} = \square_6 - \triangle_6 + \bigcirc_{\sqrt{3}}$$

$$= 6^2 - \frac{6^2\sqrt{3}}{4} + \pi\sqrt{3}^2$$

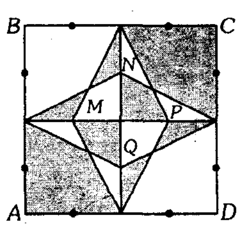
$$= 9(5-\sqrt{3})$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 26

ABCD es un cuadrado y el área de la región sombreada es $128\mu^2$. *M, N, P* y *Q* son puntos medios. Calcular el perímetro de la región sombreada.

a) $32(\sqrt{5}+3)\mu$
b) $24(\sqrt{3}+5)\mu$
c) $32(3-\sqrt{5})\mu$
d) $32(2+\sqrt{5})\mu$
e) $(64+12\sqrt{5})\mu$

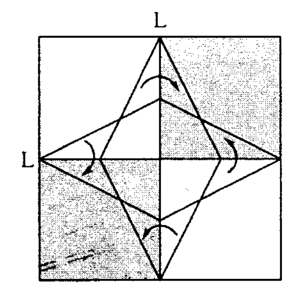


Resolución:

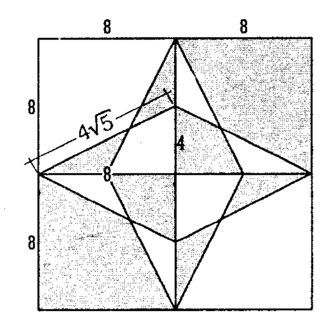
Trasladando áreas:

$\frac{L^2}{2}=128$

$L=16$



Ahora hallemos el perímetro:



$\text{Perímetro} = 8(4\sqrt{5})+8(8)$

$= 32(2+\sqrt{5})$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 27

En la siguiente figura, ¿qué parte del área total se encuentra sombreada?

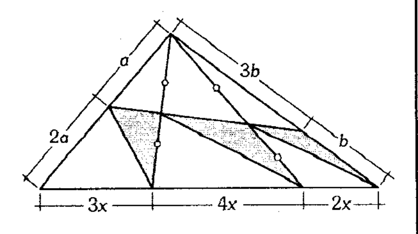
a) $\frac{2}{9}$

b) $\frac{7}{8}$

c) $\frac{1}{6}$

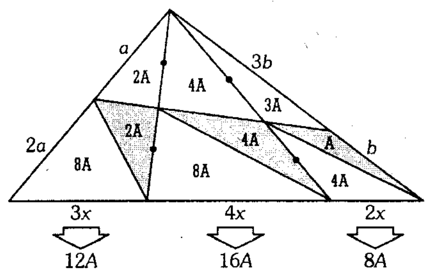
d) $\frac{7}{36}$

e) $\frac{5}{36}$



Resolución:

Empezando en la región sombreada más pequeña, tendremos:



Piden: $\frac{A_{somb.}}{A_{total}}=\frac{7A}{12A+16A+8A}=\frac{7}{36}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 28

Hallar el área de la región sombreada.

Si ΔABC: equilátero

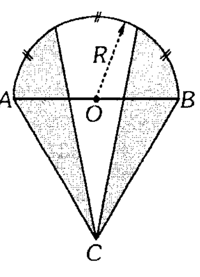
a) $\frac{R^2}{2}$

b) $R^2(2\pi-\sqrt{3})$

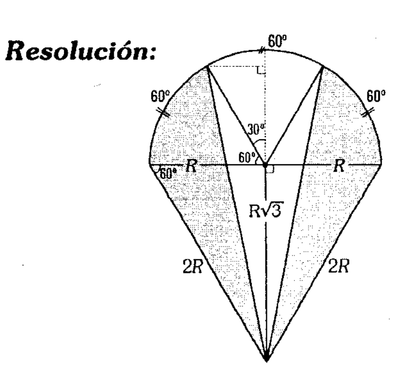
c) $\frac{R^2}{6}(2\pi+3\sqrt{3})$

d) $4R^2-\sqrt{3}$

e) $\frac{R^2}{6}(3\pi+2\sqrt{3})$



Resolución:



$$A_{somb} = 2\left(\text{(sector } 60°, R) + \text{(triangle } R, R\sqrt{3}) - \text{(triangle } R/2, R\sqrt{3}) \right)$$

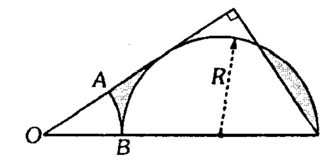
$$= 2\left(\frac{\pi R^2}{6} + \frac{R \cdot R\sqrt{3}}{2} - \frac{R\sqrt{3}\cdot\frac{R}{2}}{2}\right)$$

$$= \frac{R^2}{6}(2\pi + 3\sqrt{3})$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 29

Si AOB es un sector circular y $m\measuredangle AOB = 30°$. Halle el perímetro de la región sombreada.

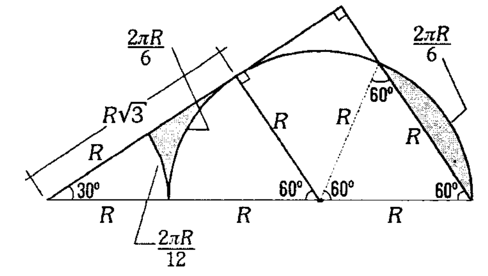


a) $R\left(\frac{5\pi}{6}+2\right)$ b) $R\left(\frac{R\pi}{6}+3\right)$

c) $R\left(\frac{R\pi}{3}+\sqrt{3}\right)$ d) $R\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{3}\right)$

e) $R(\pi+3)$

Resolución:



Perímetro:

$$\left(\frac{2\pi R}{12} + \frac{2\pi R}{6} + R\sqrt{3} - R\right) + \left(\frac{2\pi R}{6} + R\right)$$

$$= R\left(\frac{5\pi}{6} + \sqrt{3}\right)$$

∴ **Clave: b**

PROBLEMA 30

Calcular el área de la región sombreada, si el área del cuadrado $ABCD$ es $18m^2$.

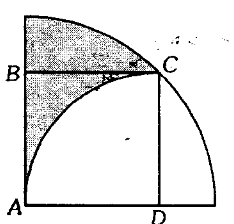
a) $5\sqrt{2}\,m^2$

b) $5\,m^2$

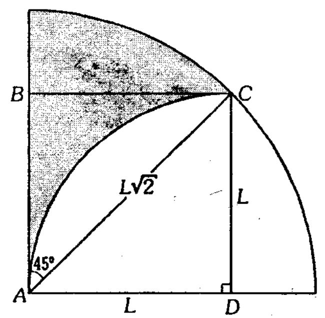
c) $9\,m^2$

d) $9\sqrt{2}\,m^2$

e) $8\sqrt{2}\,m^2$



Resolución:



$$A_{somb} = \text{(sector } 45°, L\sqrt{2}) - \left[\text{(quarter circle } L) - \text{(triangle } L, L)\right]$$

$$= \frac{\pi(L\sqrt{2})^2}{8} - \left(\frac{\pi L^2}{4} - \frac{L^2}{2}\right)$$

$$= \frac{L^2}{2} = \frac{A_{\square ABCD}}{2} = \frac{18}{2}$$

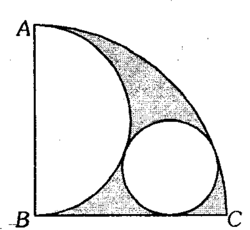
$$= 9m^2$$

∴ **Clave: c**

PROBLEMA 31

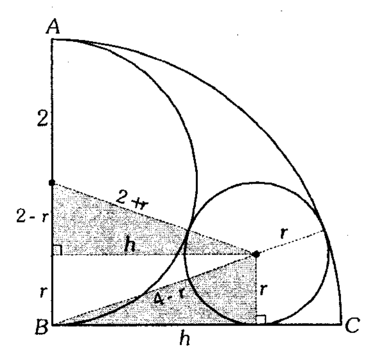
En la figura que se muestra a continuación ABC es un cuadrante de radio igual a $4cm$. Determine el área de la superficie sombreada.

a) $\frac{\pi}{2}cm^2$
b) $\pi\ cm^2$
c) $2\pi\ cm^2$
d) $\frac{3\pi}{2}cm^2$
e) $4\pi\ cm^2$



Resolución:

Hallemos el radio r.



$$h^2 = (2+r)^2 - (2-r)^2 = (4-r)^2 - r^2$$

$$8r = 16 - 8r$$

$$r = 1$$

Luego:

$A_{somb} = $ (cuadrante de radio 4) − (semicírculo de radio 2) − (círculo de radio 1)

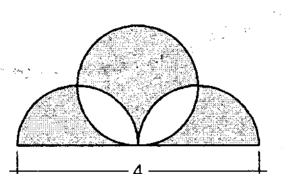
$$= \frac{\pi \times 4^2}{4} - \frac{\pi \times 2^2}{2} - \pi \times 1^2 = \pi cm^2$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 32

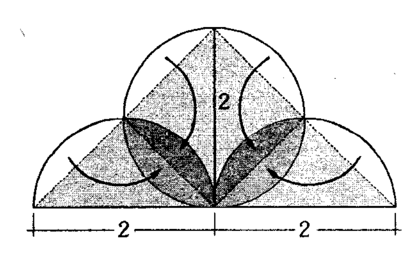
En la figura, los círculos son iguales. Calcular el área de la región sombreada.

a) $4\pi\sqrt{2}\,m^2$
b) $4\sqrt{2}\,m^2$
c) $8m^2$
d) $6\sqrt{2}\,m^2$
e) $4m^2$



Resolución:

Trasladando áreas:



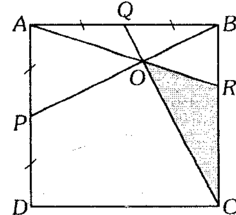
$$A_{somb} = \frac{4 \times 2}{2} = 4m^2$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 33

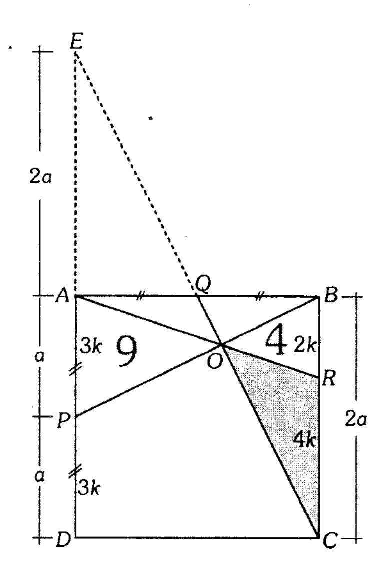
$ABCD$ es un cuadrado, el área del triángulo APO es $9m^2$. Calcular el área de la región sombreada.

a) $4m^2$
b) $6m^2$
c) $7m^2$
d) $8m^2$
e) $9m^2$



Resolución:

Prolongando $\overline{CQ}$.



Como $\Delta PEO \sim \Delta OBC$

$$\Rightarrow \quad \frac{OB}{PO} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{A_{\Delta APO}}{A_{\Delta OBR}} = \frac{3^2}{2^2}$$

$$\frac{9}{A_{\Delta OBR}} = \frac{9}{4} \Rightarrow A_{\Delta OBR} = 4$$

Como: $\Delta APO \sim \Delta OBR$

$$\frac{BR}{AP} = \frac{OB}{PO} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad BR = 2k$$

$$AP = 3k$$

$$RC = 4k$$

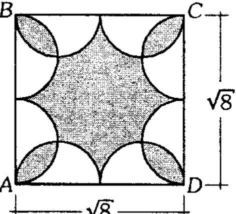
$\therefore \quad A_{somb} = 2(4) = 8m^2$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 34

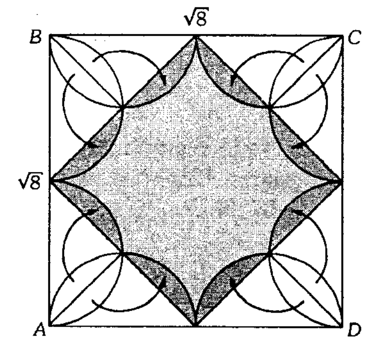
Hallar el área de la región sombreada, si todos son semicírculos. *ABCD* es un cuadrado.

a) $2\sqrt{2}$
b) 4
c) $6-\pi$
d) 2π
e) $\frac{3\pi}{4}$



Resolución:

Trasladando áreas.



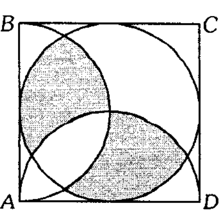
$$A_{somb} = \tfrac{1}{2}A_{\square ABCD} = \tfrac{1}{2}(\sqrt{8})^2 = 4$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 35

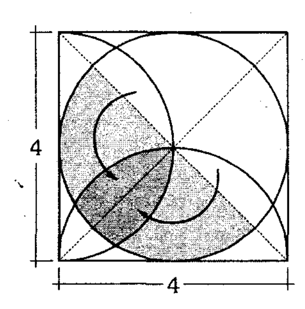
En el siguiente cuadrado *ABCD* cuyo lado mide 4*cm*. determine la área de la región sombreada.

a) πcm^2
b) $2\pi cm^2$
c) $3\pi cm^2$
d) $(\pi+2)cm^2$
e) $(\pi+1)cm^2$



Resolución:

Trasladando áreas.



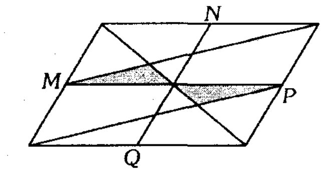
$$A_{somb} = \frac{1}{2}\left(\bigcirc_{2}\right) = \frac{1}{2}(\pi \cdot 2^2) = 2\pi cm^2$$

$\therefore$ **Clave: b**

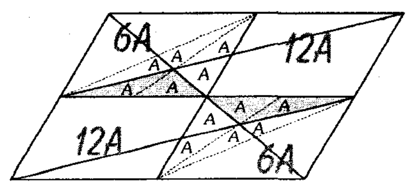
PROBLEMA 36

Calcular el área de la región sombreada, si el paralelogramo tiene un área de $120m^2$; además M, N, P y Q son puntos medios.

a) $10m^2$
b) $4m^2$
c) $6m^2$
d) $8m^2$
e) $12m^2$



Resolución:



Como el área del paralelogramo es $120m^2$.

$$4(12A) = 120$$

$$A = 2,5$$

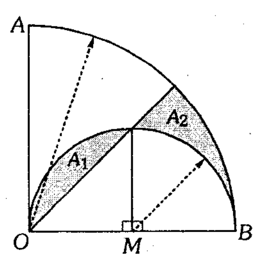
$$\therefore\ A_{sombreada} = 4(2,5) = 10m^2$$

$\therefore$ **Clave: a**

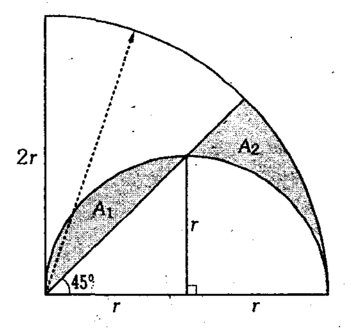
PROBLEMA 37

De la figura, calcule el área de la región sombreada "A_1", si el área de la región sombreada "A_2" es de $4cm^2$.

a) $2\ cm^2$
b) $3\ cm^2$
c) $1\ cm^2$
d) $4\ cm^2$
e) $8\ cm^2$



Resolución:



$$A_1 = (\text{cuadrante de radio } r) - (\text{triángulo de catetos } r)$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}$$

$$A_2 = (\text{sector de } 45° \text{ y radio } 2r) - (\text{triángulo de catetos } r) - (\text{cuadrante de radio } r)$$

$$= \frac{\pi(2r)^2}{8} - \frac{r^2}{2} - \frac{\pi r^2}{4}$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}$$

Luego: $A_1 = A_2 = 4\,cm^2$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 38

En el siguiente cuadrante, calcular el área de la región sombreada.

a) $\frac{a^2(\pi+3-3\sqrt{3})}{24}$

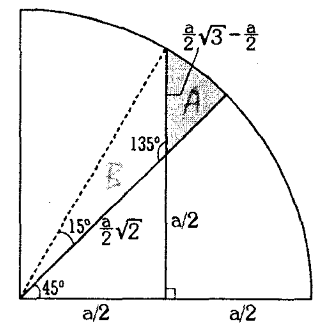
b) $\frac{a^2(10\pi-\sqrt{3}-3)}{24}$

c) $\frac{a^2(\pi-3\sqrt{3}-3)}{24}$

d) $\frac{a^2(5\pi-\sqrt{3}-1)}{12}$

e) N.A.

Resolución:



$\Rightarrow\ A+B=\pi\times a^2\times\frac{15°}{360°}=\frac{\pi a^2}{24}$

$\Rightarrow\ B=\frac{1}{2}\left[\frac{a}{2}\sqrt{2}\times\left(\frac{a}{2}\sqrt{3}-\frac{a}{2}\right)sen135°\right]$

$=\frac{a^2}{8}\sqrt{3}-\frac{a^2}{8}$

$\therefore\ A=\frac{\pi a^2}{2a}-\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{8}-\frac{a^2}{8}\right)$

$=\frac{a^2(\pi+3-3\sqrt{3})}{24}$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 39

Calcule el área de la región sombreada:

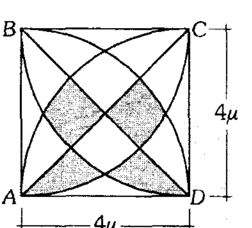
a) $2(\pi-4)\mu^2$

b) $3(2\pi-1)\mu^2$

c) $6(\pi-2)\mu^2$

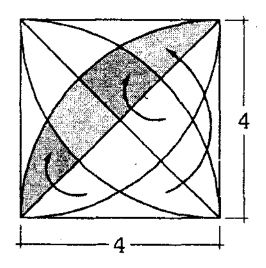
d) $4(\pi-2)\mu^2$

e) $(\pi-4)\mu^2$



Resolución:

Trasladando áreas.



A_{somb} = (cuadrante de radio 4) − (triángulo de catetos 4 y 4)

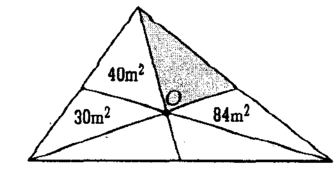
$=\frac{\pi\times4^2}{4}-\frac{4\times4}{2}=4(\pi-2)$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 40

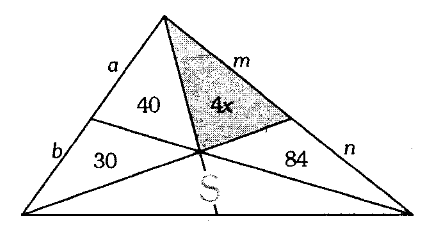
Hallar (en m^2) el área de la región sombreada, si "O" es centro del triángulo.

a) 36
b) 56
c) 62
d) 72
e) 87



Resolución:

Sea el área de la región sombreada: 4x



Del gráfico: $\frac{a}{b}=\frac{40}{30}=\frac{4x+84}{s}$

$S=63+3x$

Además: $\frac{m}{n}=\frac{4x}{84}=\frac{30+40}{s}$

$\frac{4x}{84}=\frac{30+40}{63+3x}$

$\frac{4x}{84}=\frac{70}{63+3x}$

$\frac{x}{7}=\frac{70}{21+x}$

$x(x+21)=14\times 35$

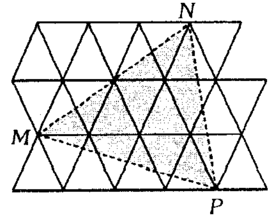
$x=14$

$\therefore\ A_{sombreado}=4(14)=56m^2$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 41

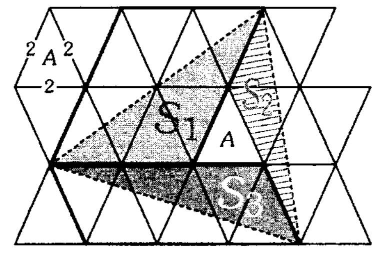
En el gráfico se tiene una reja formada por triángulos equiláteros, de perímetro 6*u*. Calcule el área de la región triangular *MNP*.



a) $20u^2$ b) $16u^2$ c) $11{,}5\sqrt{3}\,u^2$

d) $12\sqrt{3}\,u^2$ e) $10\sqrt{3}\,u^2$

Resolución:



$S_1=\frac{1}{2}(8A)=4A$

$S_3=\frac{1}{2}(6A)=3A$

$S_2=\frac{1}{2}(4A)=2A$

donde: $A=\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$

$\therefore\ A_{somb}=4A+3A+2A+A$

$=10A=10\sqrt{3}$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 42

En el gráfico *ABC* es un triángulo equilátero. Si $AD=2\sqrt{3}$, calcule el área de la región triangular *BCD*.

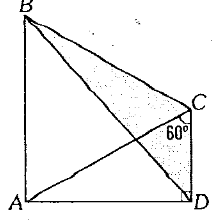
a) $2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{3}$

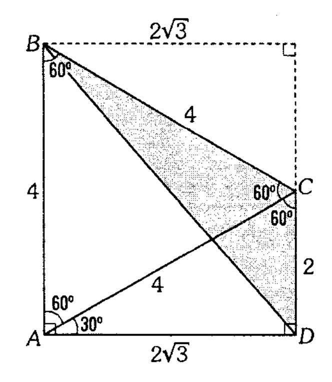
c) 3

d) 6

e) 4



Resolución:



$$A_{somb} = \frac{2\times 2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 43

Del gráfico, $3(AB) = 2(BC)$ y el área de la región triangular AHP es $8u^2$. Calcule el área de la región triangular HPC.

a) $20u^2$

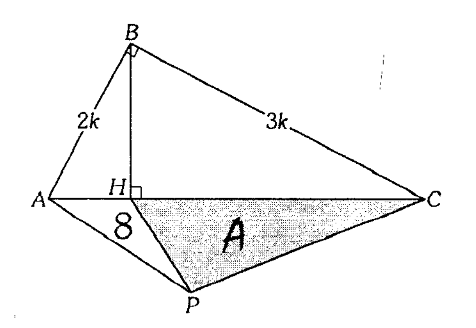
b) $16u^2$

c) $18u^2$

d) $15u^2$

e) $24u^2$

Resolución:



Aplicando relaciones métricas:

$$(2k)^2 = (AH)(AC)$$

$$(3k)^2 = (HC)(AC)$$

Dividiendo: $\frac{AH}{HC} = \frac{4}{9}$

Como: $\frac{A_{\Delta AHP}}{A_{\Delta HCP}} = \frac{AH}{HC}$

$$\frac{8}{A} = \frac{4}{9}$$

$$A = 18u^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

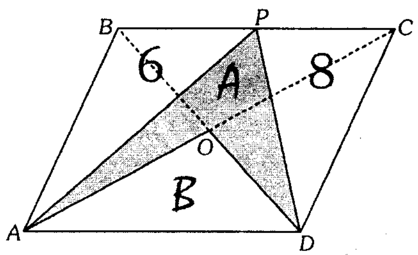
PROBLEMA 44

En un paralelogramo $ABCD$ de centro O, en $\overline{BC}$ se ubica el punto P. Si las áreas de las regiones triangulares APB y CPD son $6m^2$ y $8m^2$ respectivamente. Calcule el área de la región cuadrangular $APDO$.

a) $3m^2$ b) $3{,}5m^2$ c) $4m^2$

d) $7m^2$ e) $14m^2$

Resolución:



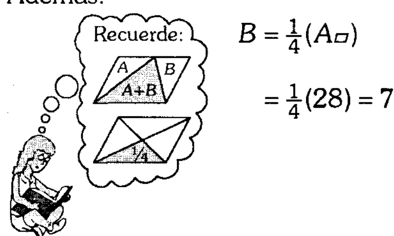
Por propiedad:

$$\frac{1}{2}A_{\square} = 6 + 8 = A + B$$

$$\Rightarrow \quad A + B = 14$$

$$\Rightarrow \quad A_{\square} = 28$$

Además:



$B = \frac{1}{4}(A_{\square})$

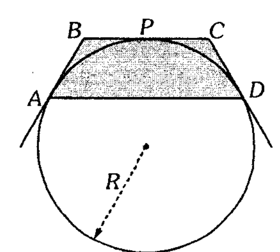
$= \frac{1}{4}(28) = 7$

Luego: $A = 14 - 7 = 7m^2$

$\therefore$ **Clave: d**

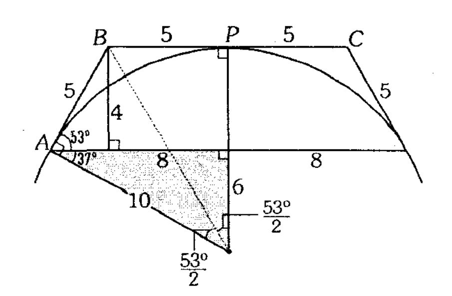
PROBLEMA 45

En el gráfico, A, P y D son puntos de tangencia. Si $\overline{BC} // \overline{AD}$; $AB = 5$ y $R = 10$, calcule el área de la región cuadrangular $ABCD$.



a) 36 b) 48 c) 52
d) 40 e) 64

Resolución:



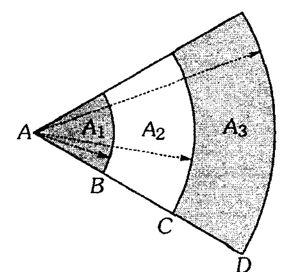
$\therefore \quad A_{ABCD} = \left(\frac{10+16}{2}\right) \times 4 = 52$

$\therefore$ **Clave: c**

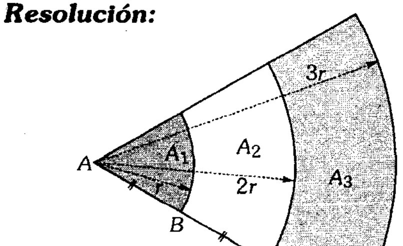
PROBLEMA 46

Del gráfico, A_1; A_2 y A_3 son áreas de las regiones respectivas. Si $AB = BC = CD$, calcule $\frac{A_1 + A_3}{A_2}$.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



Resolución:



$$\frac{A_1}{r^2} = \frac{A_1 + A_2}{(2r)^2} = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{(3r)^2}$$

Tomando: $A_1 = r^2$

$\Rightarrow A_2 = 3r^2$

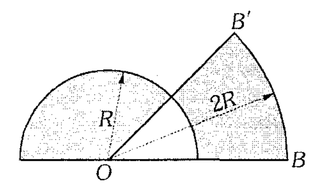
$\Rightarrow A_3 = 5r^2$

Piden: $\frac{A_1 + A_3}{A_2} = \frac{r^2 + 5r^2}{3r^2} = 2$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 47

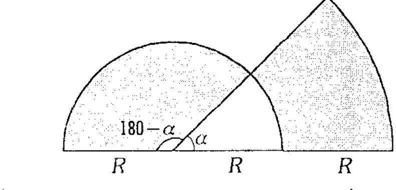
Las áreas de las regiones sombreadas son iguales. Entonces la mediada del ángulo BOB' es igual a:



a) 30° b) 45° c) 60°
d) 37° e) 53°

Resolución:

Calculemos las áreas e igualemos:



$$\frac{\pi R^2}{360} \times (180-\alpha) = \frac{\pi (2R)^2}{360} \times \alpha - \frac{\pi R^2}{360} \times \alpha$$

$$R^2(180-\alpha) = 4R^2\alpha - R^2\alpha$$

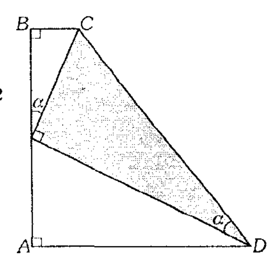
$$180-\alpha = 3\alpha$$

$$\alpha = 45°$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 48

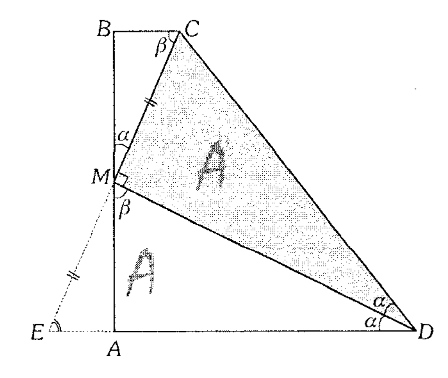
Según el gráfico $(AB)(CD)=36$. Calcule el área de la región sombreada.

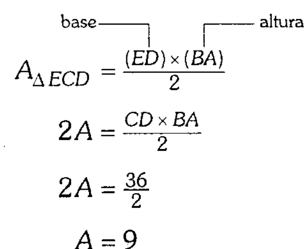


a) 18 b) 12 c) 15
d) 6 e) 9

Resolución:

Dato: $AB \times CD = 36$





$$A_{\Delta ECD} = \frac{(ED)\times(BA)}{2}$$

$$2A = \frac{CD \times BA}{2}$$

$$2A = \frac{36}{2}$$

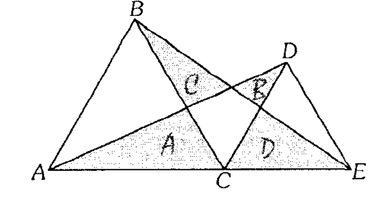
$$A = 9$$

$\therefore$ **Clave: e**

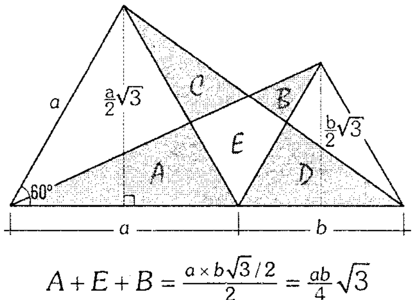
PROBLEMA 49

En el gráfico, los triángulos ABC y CDE son equiláteros. Calcule $\frac{A+B}{C+D}$.

a) 1
b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{4}{3}$
e) 2



Resolución:



$$A+E+B=\frac{a\times b\sqrt{3}/2}{2}=\frac{ab}{4}\sqrt{3}$$

$$D+E+C=\frac{b\times a\sqrt{3}/2}{2}=\frac{ab}{4}\sqrt{3}$$

Luego: $A+\not{E}+B=D+\not{E}+C$

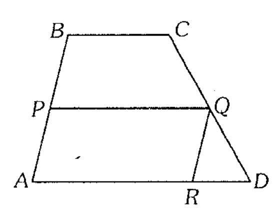
$A+B=D+C$

Piden: $\frac{A+B}{C+D}=\frac{D+C}{C+D}=1$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 50

En el gráfico, calcule la razón entre las áreas de la región trapecial $ABCD$ y romboidal $APQR$, si $CQ=QD$.

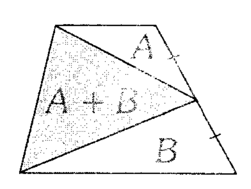


a) 1 b) 3 c) 2

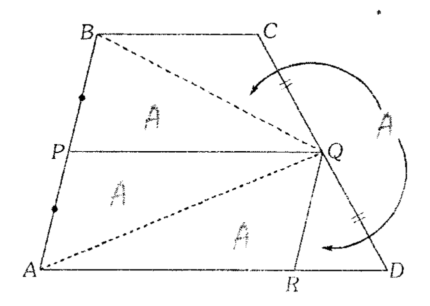
d) 4 e) $\frac{3}{2}$

Resolución:

Sabemos que:



En el problema:

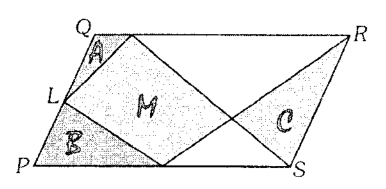


Piden: $\frac{A_{\triangle ABCD}}{A_{\square APQR}}=\frac{4A}{2A}=2$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 51

En el gráfico A, B, C y M son áreas de las regiones sombreadas. Si $PQRS$ es un romboide y $PL=LQ$, indique la relación correcta.



a) $M=2A+2C-B$

b) $M=A+B+C$

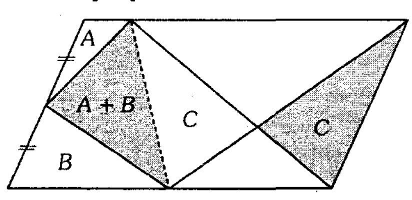
c) $M=A+2B+C$

d) $M=A+B+2C$

e) $M=A+B+C$

Resolución:

Aplicando propiedades:



$$M = A + B + C$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 52

En el gráfico el lado del cuadrado *ABCD* mide 4*cm*., calcule el perímetro de la región no sombreada.

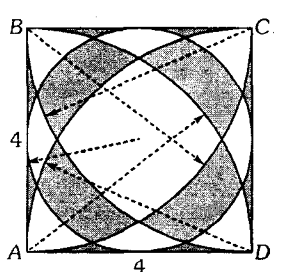
a) $12\pi + 12$

b) 6π

c) 8π

d) 10π

e) 12π



Resolución:

En el gráfico se observa.

$$\text{Perímetro} = 4(\text{cuadrante de radio } 4) + (\text{circunferencia de radio } 2)$$

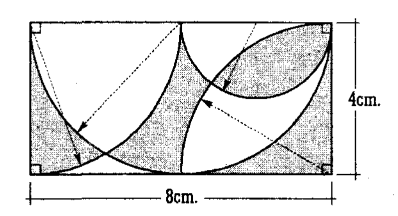
$$= 4\left(\frac{2\pi(4)}{4}\right) + 2\pi(2)$$

$$= 12\pi$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 52

En el gráfico, calcule el perímetro de la región sombreada.



a) $14\pi\,cm$

b) $(10\pi + 12)cm$

c) $12\pi\,cm$

d) $10\pi\,cm$

e) $16\pi\,cm$

Resolución:

Del gráfico:

$$\text{Perímetro}: 2\left[\text{cuadrante de radio } 4\right] + (\text{semicircunferencia de radio } 4) + (\text{semicircunferencia de radio } 2) + 3(4)$$

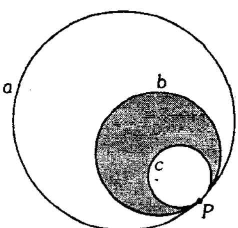
$$= 2\left(\frac{2\pi(4)}{4}\right) + \frac{2\pi(4)}{2} + \frac{2\pi(2)}{2} + 12$$

$$= 10\pi + 12$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 53 (Olimpiadas Perú 2005)

Tres circunferencias *a*, *b* y *c* son tangentes entre sí en el punto *P*, como se muestra en la siguiente figura.

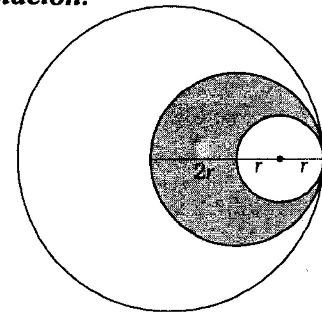


El centro de *b* se encuentra sobre *c* y el centro de *a* se encuentra sobre *b*. ¿Cuál es la razón entre el área de la región sombreada y el área total de las regiones no sombreadas limitadas por las circunferencias?

a) $\frac{4}{13}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{16}$

d) $\frac{3}{13}$ e) $\frac{1}{8}$

Resolución:



$$A_{somb} = \circledcirc_{2r} - \circledcirc_{r}$$

$$= \pi(2r)^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$A_{no\ somb} = \circledcirc_{4r} - \circledcirc_{2r} + \circledcirc_{r}$$

$$= \pi(4r)^2 - \pi(2r)^2 + \pi r^2$$

$$= 13\pi r^2$$

Piden: $\frac{3\pi r^2}{13\pi r^2} = \frac{3}{13}$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 54 (Olimpiadas Perú 2005)

Una bandera consiste de una cruz blanca sobre un fondo negro. Tanto la franja vertical como la franja horizontal son del mismo ancho, las medidas de la bandera son $48cm. \times 24cm.$ Si el área de la cruz blanca es igual al área de la parte negra de la bandera. ¿Cuál es el ancho de la cruz?

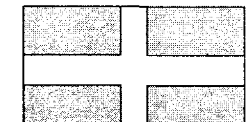
a) $4cm.$

b) $8cm.$

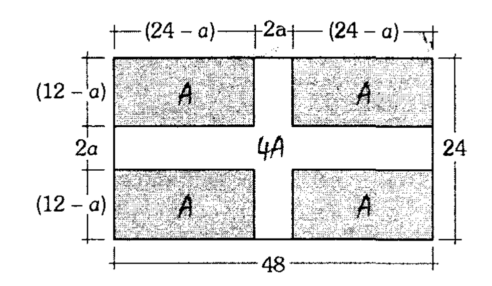
c) $(36 - 12\sqrt{5})cm.$

d) $(18 - 6\sqrt{5})cm.$

e) $(9 - 3\sqrt{5})cm.$



Resolución:



Del gráfico: $8A = 48 \times 24$

$$A = 144$$

Además: $A = (12 - a)(24 - a)$

Luego: $(12 - a)(24 - a) = 144$

$$1a^2 - 36a + 144 = 0$$

$$a = \frac{36 - \sqrt{36^2 - 4(144)(1)}}{2(1)}$$

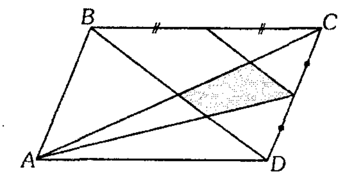
$$a = 18 - 6\sqrt{5}$$

$\therefore$ **Clave: d**

PROBLEMA 55

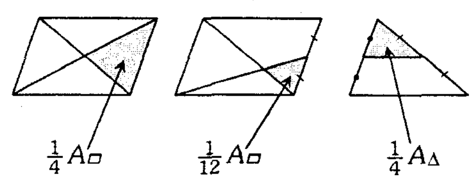
Halle el área de la región sombreada si el área del paralelogramo $ABCD$ mide $88m^2$.

a) $4\ m^2$
b) $4{,}5\ m^2$
c) $5\ m^2$
d) $6\ m^2$
e) $7\ m^2$

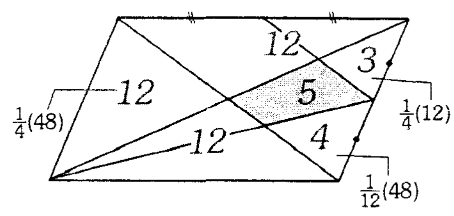


Resolución:

Recuerde:



En el problema:



$$A_{sombreada} = 5m^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 56

En la figura calcule el área de la región sombreada.

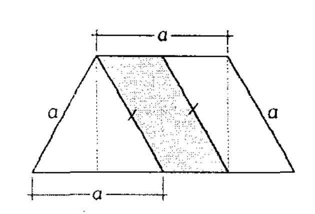
a) $\frac{3}{2}a^2$

b) $\frac{\sqrt{3}\,a}{4}$

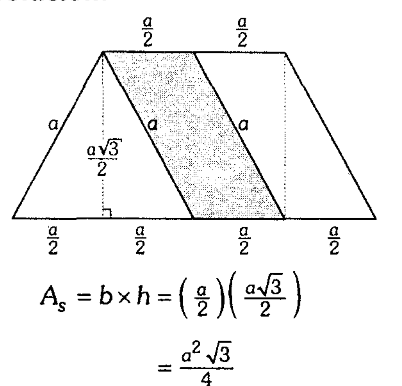
c) $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{2}$

d) $4\sqrt{3}\,a$

e) $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{4}$



Resolución:



$$A_s = b \times h = \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$\therefore$ **Clave: e**

PROBLEMA 57

En la figura *ABCDEF* es un hexágono de lado "*a*" y *EFGH* es un cuadrado. Halle el área de la región sombreada.

a) $\frac{3}{2}a^2$

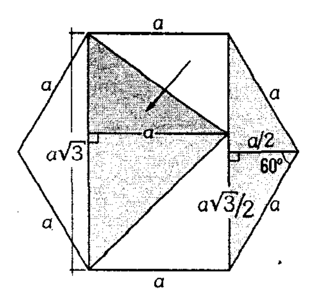
b) $\frac{3}{4}a^2\sqrt{3}$

c) $\frac{3}{7}a^2\sqrt{3}$

d) $\frac{2}{3}a^2\sqrt{3}$

e) $2a^2$

Resolución:



$$A_{somb} = \frac{a\sqrt{3} \times a}{2} + \frac{a\sqrt{3} \times a/2}{2}$$

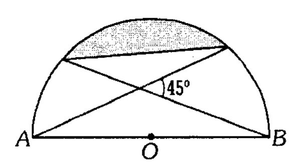
$$= \frac{3}{4}a^2\sqrt{3}$$

$\therefore$ **Clave: b**

PROBLEMA 58

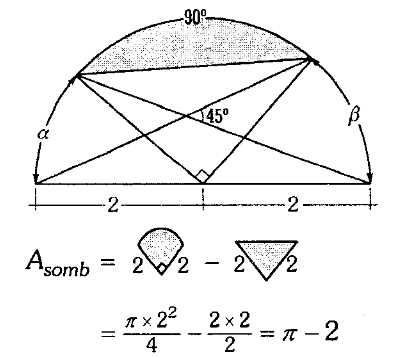
Halle le área de la región sombreada, siendo O centro de la semicircunferencia de radio 2.

a) $3-\pi$
b) $\pi-6$
c) 3
d) $\pi-2$
e) $1-2\pi$



Resolución:

Como: $\frac{\alpha+\beta}{2} = 45° \longrightarrow \alpha+\beta = 90°$



A_{somb} = (sector 2, 2) − (triángulo 2, 2)

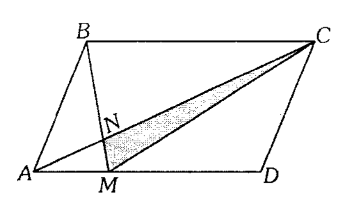
$$= \frac{\pi \times 2^2}{4} - \frac{2 \times 2}{2} = \pi - 2$$

$\therefore$ **Clave: d**

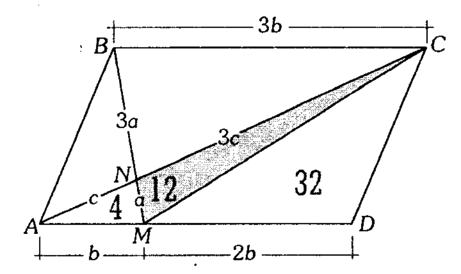
PROBLEMA 59

$ABCD$ es un paralelogramo. El área de la región sombreada es $12u^2$. Halle el área del triángulo MDC, si $BN = 3(MN)$.

a) $32u^2$
b) $30u^2$
c) $28u^2$
d) $40u^2$
e) $36u^2$



Resolución:



Como: $\Delta ANM \sim \Delta BNC$

$$\frac{BC}{AM} = \frac{BN}{NM} = \frac{NC}{AN} = \frac{3}{1}$$

Luego: $\frac{A_{\Delta NCM}}{A_{\Delta ANM}} = \frac{3}{1}$

$$\Rightarrow A_{\Delta ANM} = 4$$

Además $\frac{A_{\Delta ACM}}{A_{\Delta MCD}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{16}{A_{\Delta MCD}} = \frac{1}{2}$$

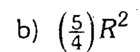
$\therefore A_{\Delta MCD} = 32u^2$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 60

Del gráfico calcula el área de la región sombreada, si $\overset{\frown}{BF} = 45°$ y $\overset{\frown}{EF} = 30°$.

a) $\frac{R^2}{2}$

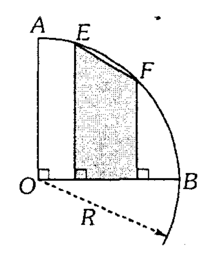


b) $\left(\frac{5}{4}\right)R^2$

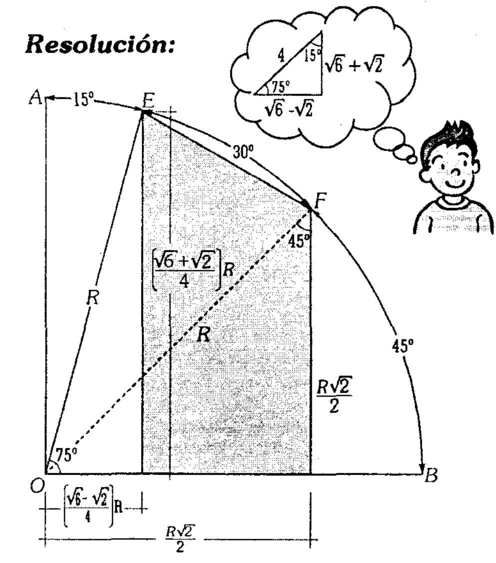
c) $\left(\frac{3}{8}\right)R^2$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)R^2$

e) $\frac{R^2}{4}$



Resolución:



$$A_{somb} = \left(\frac{b+B}{2}\right)h$$

$$= \frac{\left[\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}R + \frac{\sqrt{2}}{2}R\right]}{2} \times \left(\frac{R\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)R\right)$$

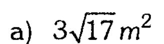
$$= \frac{(\sqrt{6}+3\sqrt{2})}{8}\frac{(3\sqrt{2}-\sqrt{6})}{4}R^2$$

$$= \frac{12}{32}R^2 = \frac{3}{8}R^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 61

La figura muestra un prisma recto de base rectangular. Si $AB = BC = 4\,m$ y $AF = 3\,m$, calcule el área de la región sombreada CGE.



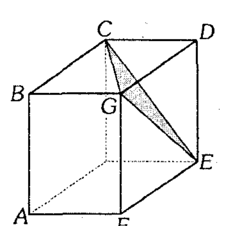
a) $3\sqrt{17}\,m^2$

b) $12\,m^2$

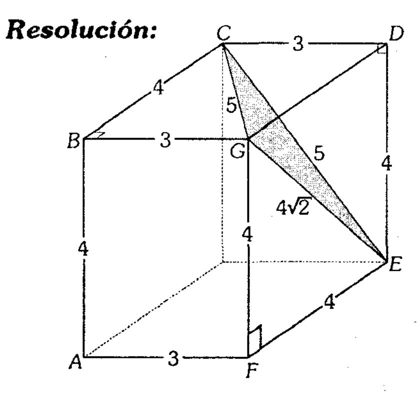
c) $2\sqrt{34}\,m^2$

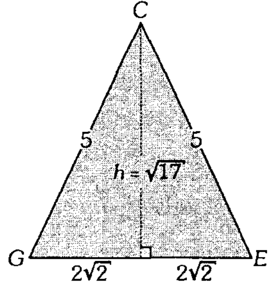
d) $18\,m^2$

e) $\sqrt{17}\,m^2$



Resolución:





Por Pitágoras: $h^2 = 5^2 - (2\sqrt{2})^2$

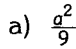
$$h = \sqrt{17}$$

$$\therefore\ A_{\Delta CGE} = \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{17}}{2} = 2\sqrt{34}\,m^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 62

En la figura se tiene un cuadrado de lado "a", calcule el área de la región sombreada.



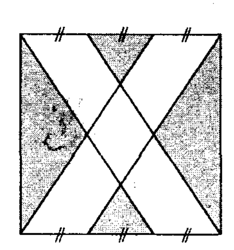
a) $\frac{a^2}{9}$

b) $\frac{4a^2}{13}$

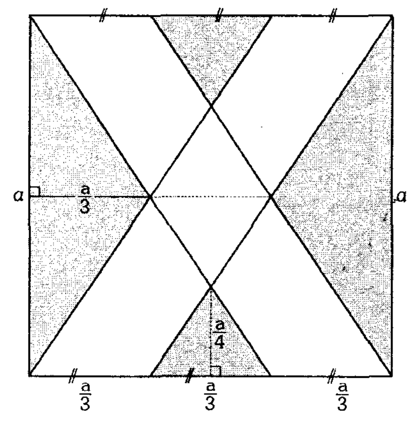
c) $\frac{5a^2}{12}$

d) $\frac{a^2}{4}$

e) $\frac{a^2}{3}$



Resolución:



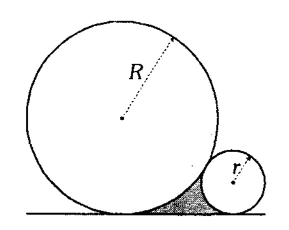
$$A_{somb} = 2\left(\frac{a \times \frac{a}{3}}{2}\right) + 2\left(\frac{\frac{a}{3} \times \frac{a}{4}}{2}\right)$$

$$= \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{12} = \frac{5a^2}{12}$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 63

Calcule el área de la región sombreada si $R = 18\,cm.$ y $r = 6\,cm.$



a) $144\sqrt{3} - 66\pi$

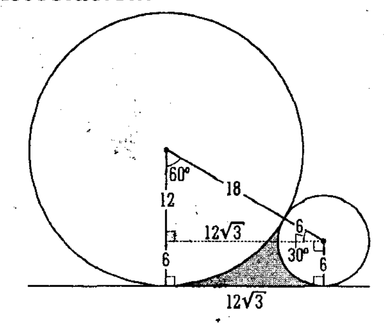
b) $133\sqrt{3} - 55\pi$

c) $13\sqrt{3} - 2\pi$

d) $143\sqrt{3} - 12\pi$

e) $15\sqrt{3} - 12\pi$

Resolución:



A_{somb} = [trapecio: 18, 6, $12\sqrt{3}$] − [sector: 18, 60°, 18] − [sector: 6, 120°, 6]

$$= \left(\frac{6+18}{2}\right)12\sqrt{3} - \frac{\pi \times 18^2}{6} - \frac{\pi \times 6^2}{3}$$

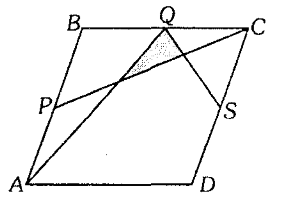
$$= 144\sqrt{3} - 66\pi$$

$\therefore$ **Clave: a**

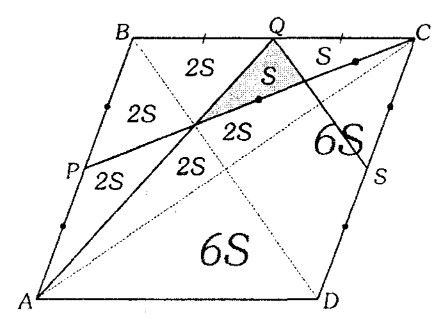
PROBLEMA 64

Calcule el área de la región sombreada, siendo P, Q y S puntos medios de los lados del romboide $ABCD$ de área $24cm^2$.

a) $1cm^2$
b) $2cm^2$
c) $3cm^2$
d) $4cm^2$
e) $5cm^2$



Resolución:



$$A_{total} = 24s = 24\,cm^2$$

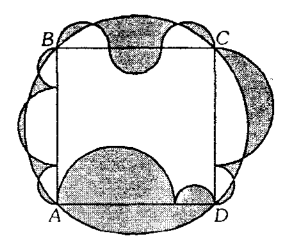
$$s = 1cm^2$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 65

Calcule el perímetro de la región sombreada, si $ABCD$ es un cuadrado de lado igual a $4cm$.

a) $8\pi + 4\sqrt{2}\,\pi$
b) $6\pi + 4\sqrt{2}\,\pi$
c) $8\pi + 2\sqrt{2}\,\pi$
d) $6\pi + 2\sqrt{2}\,\pi$
e) $6\pi + \sqrt{2}\,\pi$



Resolución:

Se observa que:

Perímetro $= 4\left[\ \ \right] + $ (circunferencia de radio $\sqrt{2}$), con base 4

$$= 4\left(\frac{4\pi}{2}\right) + 2\pi(2\sqrt{2})$$

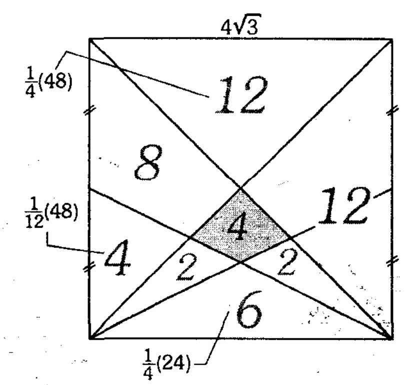
$$= 8\pi + 4\sqrt{2}\,\pi$$

$\therefore$ **Clave: a**

PROBLEMA 66

$ABCD$ es un cuadrado de lado $4\sqrt{3}\,u$. Calcule el área de la región sombreada.

a) $3u^2$
b) $2u^2$
c) $4u^2$
d) $6u^2$
e) $8u^2$



Resolución:

$$A_{total} = (4\sqrt{3})^2 = 48$$

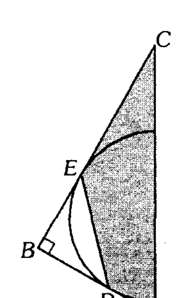
$$\therefore\ A_{sombreada} = 4u^2$$

$\therefore$ **Clave: c**

PROBLEMA 67

Según la figura calcule el área de la región sombreada si $AD = 4cm$ y $EC = 9$. Además D y E son puntos de tangencia.

a) 57 cm²
b) 55 cm²
c) 54 cm²
d) 56 cm²
e) 52 cm²

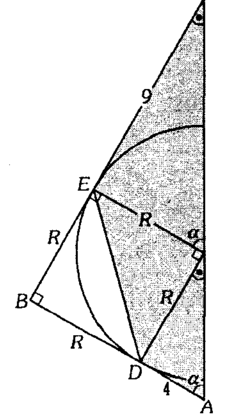


Resolución:

Aplicando semejanza:

$\frac{9}{R} = \frac{R}{4}$

$R = 6$



Luego:

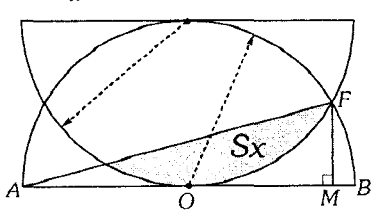
$$A_{somb} = \frac{10 \times 15}{2} - \frac{6 \times 6}{2}$$

$$= 57\,cm^2$$

∴ **Clave: a**

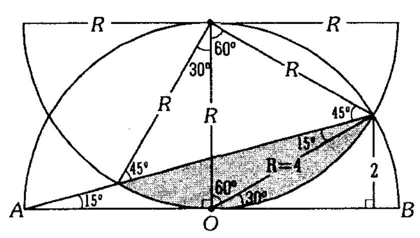
PROBLEMA 68

Calcule S_x si $AO = OB$ y $FM = 2$.



a) $4(\pi - 2)$ b) $\frac{9(\pi-2)}{2}$ c) $\frac{9(\pi-3)}{4}$
d) $\frac{9(\pi-6)}{4}$ e) $\frac{3(\pi-2)}{4}$

Resolución:



$$A_{somb} = \frac{\pi \times 4^2}{4} - \frac{4 \times 4}{2} = 4\pi - 8$$

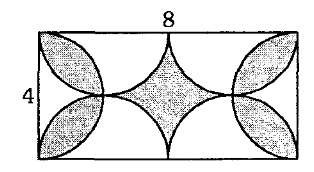
$$= 4(\pi - 2)$$

∴ **Clave: a**

PROBLEMA 69

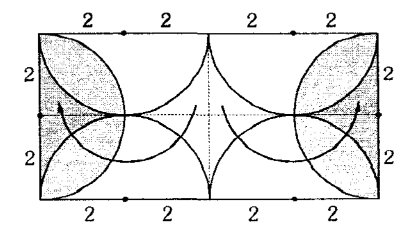
Halle el área de la región no sombreada.

a) $32 - 4\pi$
b) $\pi - 2$
c) $16 - 2\pi$
d) $3\pi - 3$
e) 5π



Resolución:

Trasladando áreas:



$A_{no\ somb.} = 4\,\square_{8} - \bigcirc_{2}$

$= 4\times 8 - \pi(2)^2$

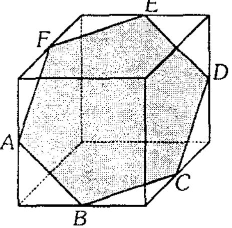
$= 32 - 4\pi$

$\therefore$ **Clave: a**

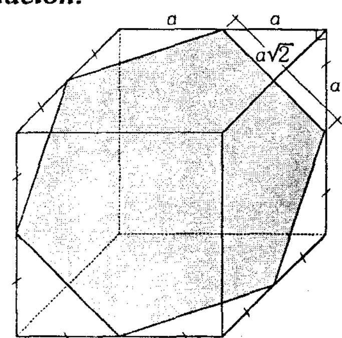
PROBLEMA 70

En el hexaedro regular mostrado, el área del hexágono $ABCDEF$ es $3\sqrt{3}\,m^2$. Hallar la longitud de la arista del hexaedro.

a) 4 m.
b) 3 m.
c) 2 m.
d) 6 m.
e) 8 m.



Resolución:



$$A_{\bigcirc} = 6\left(\frac{(a\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4}\right) = 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3}\,a^2 = 3\sqrt{3}$$

$$a = 1$$

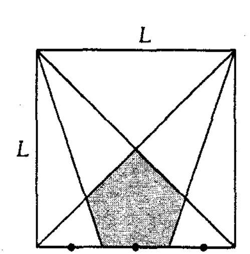
$\therefore\ \ell_{arista} = 2(1) = 2m$

$\therefore$ **Clave: c**

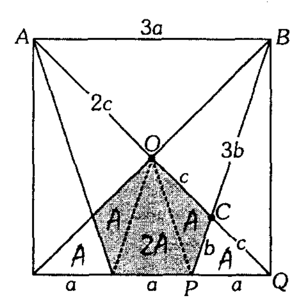
PROBLEMA 71

En el cuadrado calcule el área de la región sombreada.

a) $\frac{L^2}{4}$
b) $\frac{L^2}{3}$
c) $\frac{L^2}{6}$
d) L^2
e) $2L^2 2$



Resolución:



Como: $\Delta ABC \sim \Delta PCQ$

$\Rightarrow\ \frac{CQ}{CA} = \frac{1}{3}$

Además: $AO = OQ$

Entonces: $OC = CQ$

Del gráfico: $6A = \frac{L^2}{4}$

$A = \frac{L^2}{24}$

$\therefore\ A_{sombreada} = 4\left(\frac{L^2}{24}\right) = \frac{L^2}{6}$

$\therefore$ **Clave: c**

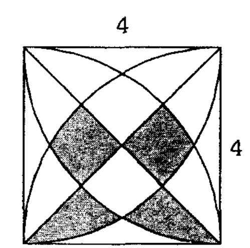
Capítulo: 19

Áreas de Regiones Sombreadas

Problemas Resueltos

Problema 01.

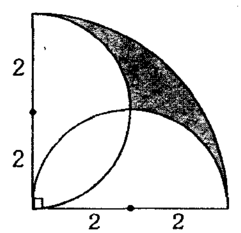
Calcule el área de la región sombreada:



a) $2(\pi-4)$
b) $3(2\pi-1)$
c) $6(\pi-2)$
d) $4(\pi-2)$
e) $\pi-4$

Problema 02.

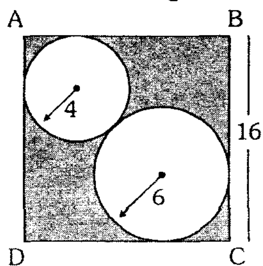
Halle el área de la región sombreada.



a) $2(\pi-2)$
b) $2(\pi+2)$
c) $3(\pi-2)$
d) $2(\pi-1)$
e) $4(\pi+1)$

Problema 03.

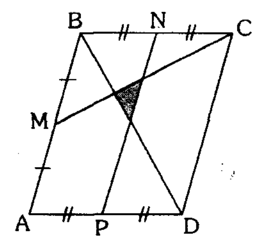
Calcule el área de la región sombreada:



a) $4(72+13\pi)$
b) $4(72-10\pi)$
c) $4(72+10\pi)$
d) $3(72-13\pi)$
e) $4(72-13\pi)$

Problema 04.

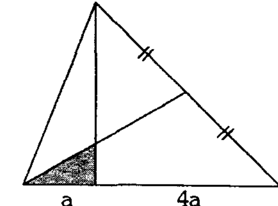
El área del paralelogramo ABCD es $960u^2$. Halle el área de la región sombreada.



a) $10\ u^2$
b) $15\ u^2$
c) $20\ u^2$
d) $25\ u^2$
e) $30\ u^2$

Problema 05.

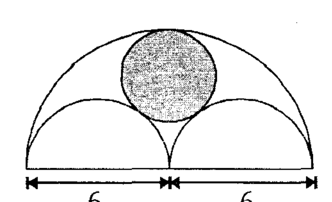
Halle el área de la región sombreada. Si el área de la región triangular ABC es $90u^2$.



a) $2\ u^2$
b) $3\ u^2$
c) $4\ u^2$
d) $5\ u^2$
e) $6\ u^2$

Problema 06.

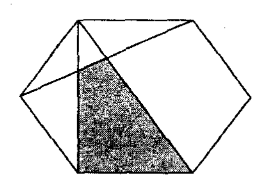
Hallar el área de la región sombreada.



a) 3
b) 5
c) 7
d) 11
e) 4

Problema 07.

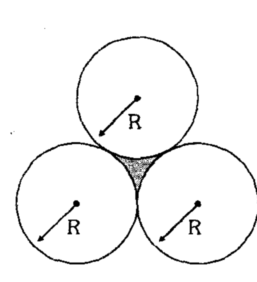
Calcular el área de la región sombreada en el hexágono regular de área igual a 36



a) 10
b) 11
c) 12
d) 8
e) 22

Problema 08.

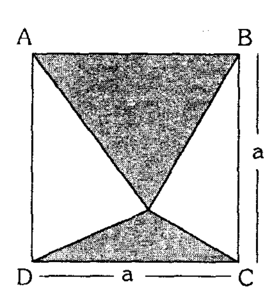
Calcular el área de la región sombreada.



a) $R^2(\sqrt{3}-\pi)$
b) $(\pi-\sqrt{2})R^2$
c) $R^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$
d) $R^2\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{2}\right)$
e) $R^2\left(\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}\right)$

Problema 09.

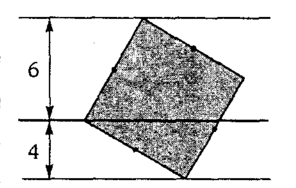
Calcular el área de la región sombreada. Si: ABCD es un cuadrado.



a) $\frac{a^2}{3}$
b) $\frac{a^2}{4}$
c) $\frac{a^2}{5}$
d) $\frac{a^2}{2}$
e) a^2

Problema 10.

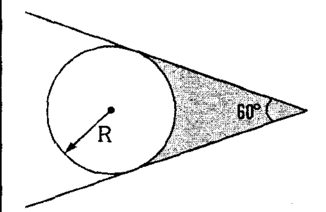
El área de la región sombreada, es:



a) 44
b) 36
c) 16
d) 52
e) 80

Problema 11.

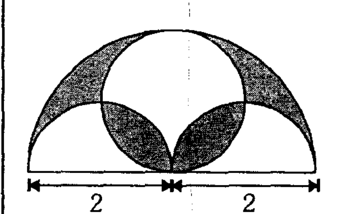
El área de la región sombreada es aproximadamente:



a) 0,68 R^2
b) 0,535R^2
c) 0,45 R^2
d) 0,21 R^2
e) R^2

Problema 12.

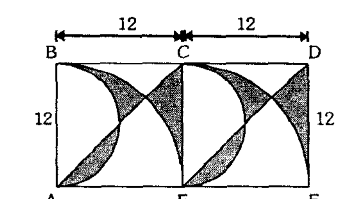
Hallar el área de la región sombreada (semicircunferencia)



a) 1,14 u^2
b) 2,28 u^2
c) 3,62 u^2
d) 2,72 u^2
e) 3,02 u^2

Problema 13.

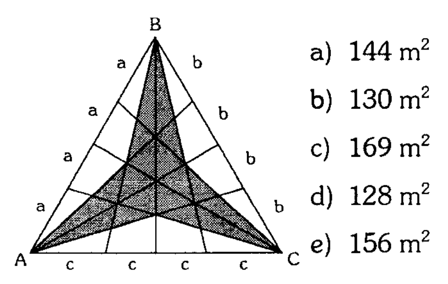
El área de la región sombreada:



a) 48 u^2
b) 84 u^2
c) 72 u^2
d) 96 u^2
e) 42 u^2

Problema 14.

Si el área del triángulo ABC mide $224m^2$, entonces el área de la parte sombreada es:



a) $144\ m^2$

b) $130\ m^2$

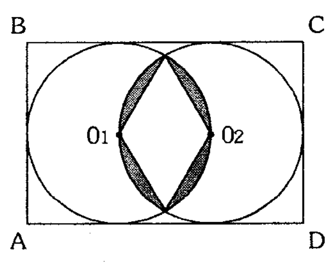
c) $169\ m^2$

d) $128\ m^2$

e) $156\ m^2$

Problema 15.

En el gráfico ABCD es un rectángulo y AB = 12cm, además 0_1 y 0_2 son centros de los círculos. Hallar el área de la región sombreada.



a) $12(\pi+\sqrt{3})cm^2$

b) $3(2\pi-3\sqrt{3})cm^2$

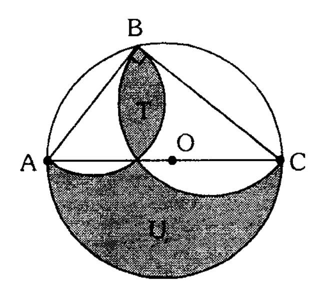
c) $9(\pi+\sqrt{3})cm^2$

d) $12(2\pi-3\sqrt{3})cm^2$

e) $6(2\pi+\sqrt{3})cm^2$

Problema 16.

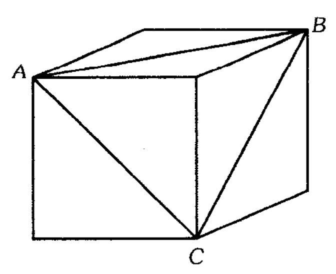
Calcule el área del triángulo ABC, si: U = 10 cm^2, T = 2,5 cm^2, O: centro.



a) 7,3 cm^2 b) 7,5 cm^2 c) 7 cm^2
d) 6,7 cm^2 e) 6,5 cm^2

PROBLEMA (San Marcos 2010)

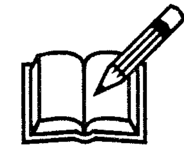
En la figura se tiene un cubo. Si el área del triángulo *ABC* es $32\sqrt{3}\,m^2$. Halle el volumen del cubo.



a) $512\sqrt{3}\ m^3$ b) $512\ m^3$
c) $353\ m^3$ d) $216\ m^3$
e) $353\sqrt{3}\ m^3$

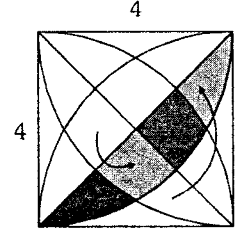
Áreas de Regiones Sombreadas

Solucionario



Resolución 01.

Trasladando áreas:



$A_{SOMB} = $ (cuarto de círculo de radio 4) − (triángulo de catetos 4 y 4)

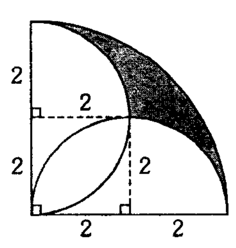
$$= \frac{\pi(4)^2}{4} - \frac{4\times 4}{2} = 4\pi - 8$$

$$= 4(\pi - 2)$$

∴ Clave d

Resolución 02.

Por suma y diferencia de Áreas:



$A_S = $ (cuarto de círculo de radio 4) − (cuadrado de lado 2 + 2(cuarto de círculo de radio 2))

$$A_S = \frac{\pi(4)^2}{4} - \left(2^2 + 2\left(\frac{\pi\times 2^2}{4}\right)\right)$$

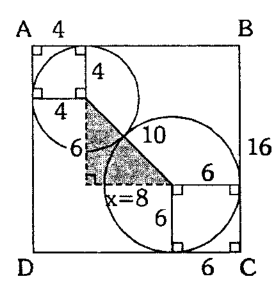
$$= 4\pi - (4 + 2\pi) = 2\pi - 4$$

$$A_S = 2(\pi - 2)$$

∴ Clave a

Resolución 03.

Calculemos AB.



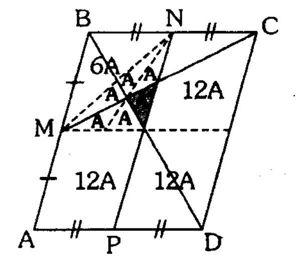
Del gráfico: AB = 4 + 8 + 6 = 18

Luego: $A_S = 18\times 16 - \pi\times 4^2 - \pi\times 6^2$

$$= 4(72 - 13\pi)$$

∴ Clave e

Resolución 04.

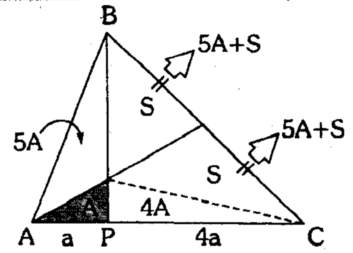


$48A = 960$

$A = 20$

∴ Clave c

Resolución 05.



Como: $A \Delta PBC = 4(A \Delta ABP)$

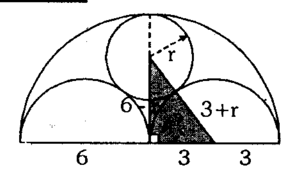
$$4A + 2S = 4\,(5A + A)$$
$$4A + 2S = 24A$$
$$S = 10A$$

Luego: $A \Delta ABC = 90$

$$10A + 2S = 90$$
$$10A + 20A = 90$$
$$A = 3$$

∴ Clave b

Resolución 06.



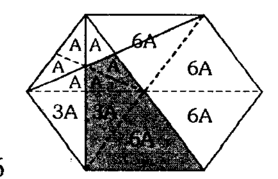
Aplicando Pitágoras:

$$(6-r)^2 + 3^2 = (3+r)^2$$

$$36 + r^2 - 12r + 9 = 9 + r^2 + 6r$$
$$36 = 18r$$
$$r = 2$$

$A_{\bullet} = \pi \times 2^2 = 4\pi$ ∴ Clave e

Resolución 07.



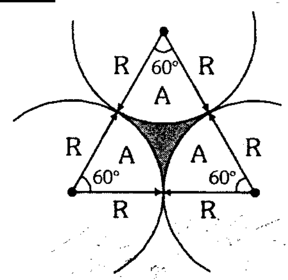
A_{TOTAL} : $36\,A = 36$

$A = 1$

$A_{SOMB} = 11A = 11(1) = 11$

∴ Clave b

Resolución 08.



$$A_S = \text{(triángulo de lados } 2R, 2R, 2R) - \text{(semicírculo de radio } R)$$

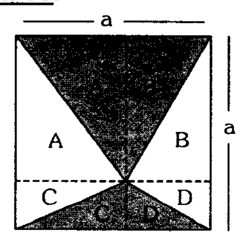
$$= \frac{(2R)^2\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi R^2}{2}$$

$$= R^2\sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{2}$$

$$A_S = R^2(\sqrt{3} - \pi/2)$$

∴ Clave c

Resolución 09.

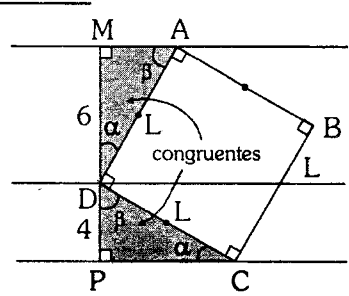


$$A_{SOMB} = A + B + C + D$$

$$A_{TOTAL} = 2A + 2B + 2C + 2D = a^2$$
$$2\,(A + B + C + D) = a^2$$
$$\therefore \quad A + B + C + D = \frac{a^2}{2}$$

∴ Clave d

Resolución 10.



Del Gráfico $MA = DP = 4$

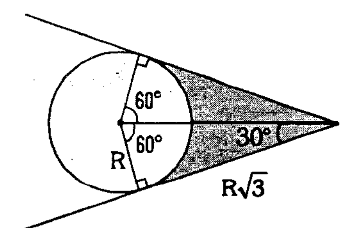
Aplicando Pitágoras: $L^2 = 6^2 + 4^2$

$L^2 = 52$

$\therefore \quad A\square = 52$

$\therefore$ Clave d

Resolución 11.



$A_S = 2\,($ R, R√3 $-$ R, R $)$

$$A_S = 2\left(\frac{R\times R\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi R^2}{6}\right)$$

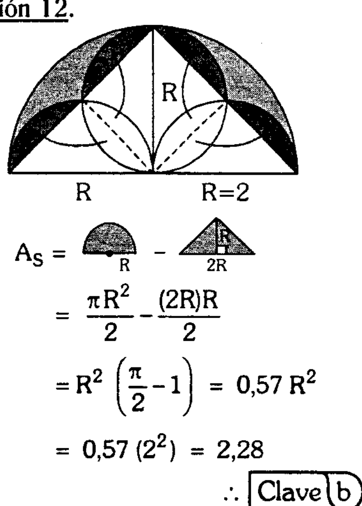
$$A_S = R^2\sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{3}$$

$$A_S = R^2(\sqrt{3} - \pi/3)$$

$$A_S = R^2\ (1{,}73 - 3{,}14/3) = 0{,}68\,R^2$$

$\therefore$ Clave a

Resolución 12.



$A_S =$ R $-$ R, 2R

$$= \frac{\pi R^2}{2} - \frac{(2R)R}{2}$$

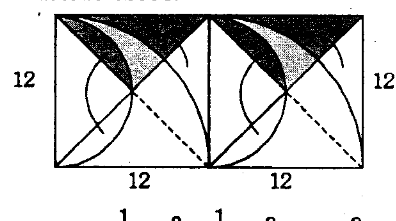
$$= R^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = 0{,}57\,R^2$$

$$= 0{,}57\,(2^2) = 2{,}28$$

$\therefore$ Clave b

Resolución 13.

Trasladando áreas:



$$A_S = \frac{1}{4}(12^2) + \frac{1}{4}(12^2) = 72\ u^2$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 14.

Calculemos "A" en:

B
A+4S
A
4S
A
A+4S
S
3S
A c 3c C

Del gráfico: $4S + 3S = 3(2A + S)$

$$7S = 6A + 3S$$

$$S = \frac{3}{2}A$$

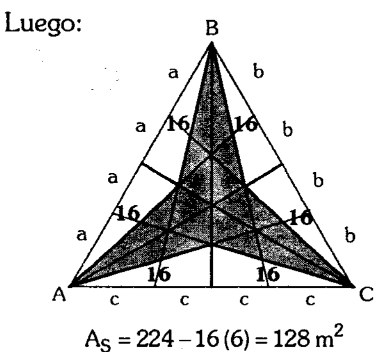
Como $A\,\Delta\,ABC = 224$

$$2A + 8S = 224$$

$$2A + 8\left(\frac{3}{2}A\right) = 224$$

$$A = 16$$

Luego:

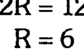


$$A_S = 224 - 16(6) = 128\ m^2$$

∴ Clave d

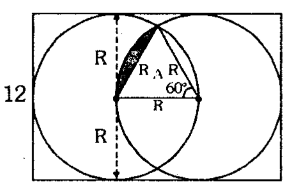
Resolución 15.

Del gráfico:



$2R = 12$

$R = 6$



$$A = \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

$$A + S = \frac{\pi R^2}{6} = \frac{\pi \times 6^2}{6} = 6\pi$$

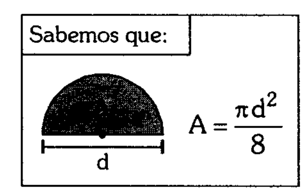
$$\therefore\ S = 6\pi - 9\sqrt{3} = 3(2\pi - 3\sqrt{3})$$

$$A_{somb} = 4S = 12(2\pi - 3\sqrt{3})$$

∴ Clave d

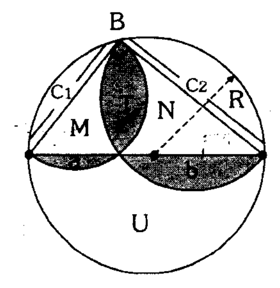
Resolución 16.

Calculemos "A" en:



$$A = \frac{\pi d^2}{8}$$

Luego:



Del gráfico:

$$M + T + a = \frac{\pi C_1^2}{8}\ +$$

$$N + T + b = \frac{\pi C_2^2}{8}$$

$$(M + N + T) + (a + b + T) = \frac{\pi}{8}(C_1^2 + C_2^2)$$

$$(M + N + T) + (a + b + T) = \frac{\pi}{8}(2R)^2$$

$$M + N + T + (a + b + T) = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$(M + N + T) + \cancel{a} + \cancel{b} + T = \cancel{a} + \cancel{b} + U$$

$$M + N + T = U - T$$

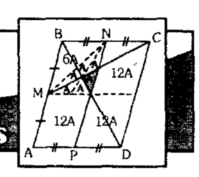
$$M + N + T = 10 - 2{,}5$$

$$= 7{,}5\ cm^2$$

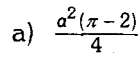
∴ Clave b

Primera Práctica

Áreas de Regiones Sombreadas



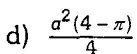
01 Hallar el área sombreada.



a) $\frac{a^2(\pi-2)}{4}$

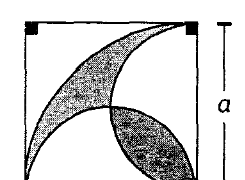
b) $\frac{a^2(2-\pi)}{4}$

c) $\frac{a^2(6-\pi)}{4}$

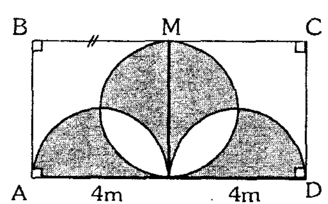


d) $\frac{a^2(4-\pi)}{4}$

e) $\frac{a^2\pi}{4}$



02 Hallar el área sombreada.

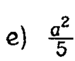


a) $12m^2$ b) $16m^2$ c) $14m^2$
d) $13m^2$ e) $11m^2$

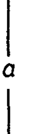
03 Calcular el área de la región sombreada.

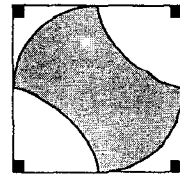
a) $\frac{a^2}{2}$ b) $\frac{a^2}{4}$

c) $\frac{a^2}{3}$ d) $\frac{3a^2}{4}$



e) $\frac{a^2}{5}$





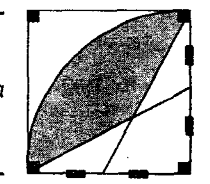
04 Hallar el área sombreada.

a) $\frac{a^2}{12}(3\pi-4)$

b) $\frac{a^2}{12}(\pi-4)$

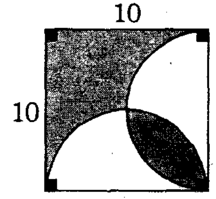
c) $\frac{a^2}{8}(3\pi-1)$

d) $\frac{a^2}{6}(3\pi-4)$ e) $\frac{a^2}{12}(3\pi-4)$

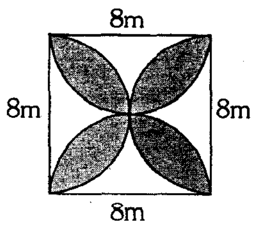


05 Hallar el área de la región sombreada

a) 40
b) 60
c) 50
d) 35
e) 70



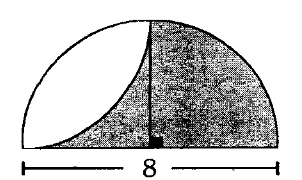
06 Hallar el área de la región sombreada.



a) $32(\pi-2)$ b) $16(\pi-3)$
c) $8(\pi+4)$ d) $24(\pi-1)$
e) $64(\pi+4)$

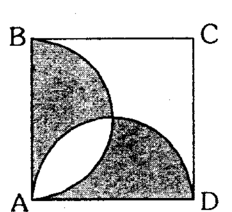
07 En la figura calcular el área de la región sombreada.

a) 16π
b) $8+4\pi$
c) 8π
d) 6π
e) 16



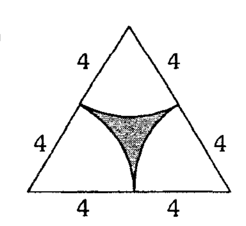
08 En la figura ABCD es un cuadrado cuyo lado mide "a" cm. Hallar el área de la parte sombreada.

a) $\frac{a^2}{2}cm^2$
b) $a^2\,cm^2$
c) $\frac{a^2}{3}cm^2$
d) $\frac{a^2}{4}cm^2$
e) $\frac{a^2}{6}cm^2$



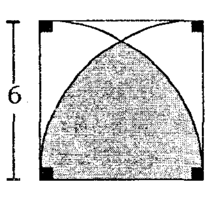
09 Hallar el área de la región sombreada.

a) $8(3\sqrt{3}-2\pi)$
b) $2(8\sqrt{3}-\pi)$
c) $8(\pi-\sqrt{3})$
d) $4(2\sqrt{3}-\pi)$
e) $8(2\sqrt{3}-\pi)$

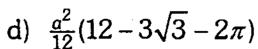
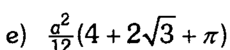


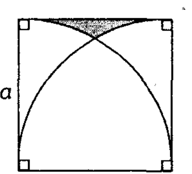
10 Hallar el área sombreada.

a) $3(4\pi-3\sqrt{3})$
b) $4(3\pi-\sqrt{3})$
c) $7\pi-2\sqrt{3}$
d) $7\sqrt{3}-2\pi$
e) $7\pi+2\sqrt{3}$



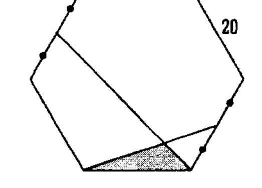
11 Hallar el área de la región sombreada

a) $\frac{a^2}{12}(3\sqrt{3}+\pi)$
b) $\frac{a^2}{12}(3+\sqrt{3}+\pi)$
c) $\frac{a^4}{6}(\sqrt{3}+2\pi)$
d)  $\frac{a^2}{12}(12-3\sqrt{3}-2\pi)$
e)  $\frac{a^2}{12}(4+2\sqrt{3}+\pi)$



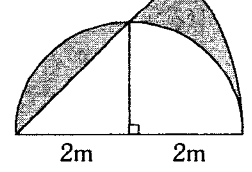
12 Calcule el área de la región sombreada en el hexágono regular.

a) $20\sqrt{3}$
b) $10\sqrt{3}$
c) $15\sqrt{3}$
d) $25\sqrt{3}$
e) $30\sqrt{3}$



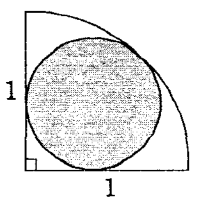
13 Hallar el área sombreada.

a) $4(\pi-3)$
b) $3(\pi-1)$
c) $(\pi+3)$
d) $(\pi+2)$
e) $2(\pi-2)$

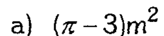


14 Hallar el área de la región sombreada.

a) $(3+2\sqrt{2})\pi$
b) $(\sqrt{2}+1)\pi$
c) $(\sqrt{2}-1)\pi$
d) $(\sqrt{3}-1)\pi$
e) $(3-2\sqrt{2})\pi$



15 En un círculo de radio 1m se trazan dos diámetros perpendiculares, tomando como diámetro los radios se construyen cuatro círculos. El área de la región sombreada es:



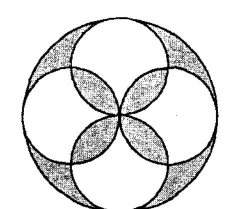
a) $(\pi-3)m^2$

b) $(2\pi-5)m^2$

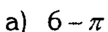
c) $2\pi m^2$

d) $(2\pi-7)m^2$

e) $(\pi-2)m^2$



16 Hallar el área de la región sombreada



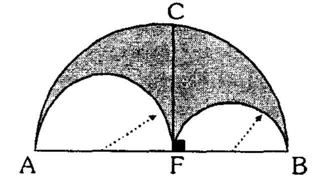
a) $6-\pi$
b) $16-\pi$
c) $10-\pi$
d) $8+\pi$
e) $8-\pi$

4

4

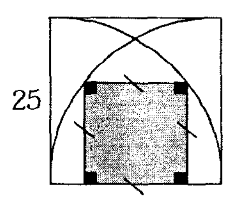
17 Hallar el área de la región sombreada, si CF = 6.

a) 9π
b) 18π
c) 12π
d) 14π
e) 10π



18 Hallar el área de la región sombreada.

a) $200m^2$
b) $300m^2$
c) $225m^2$
d) $250m^2$
e) $180m^2$

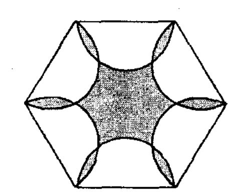


19 Hallar el área de la región sombreada, sabiendo que los lados del hexágono regular son diámetros.

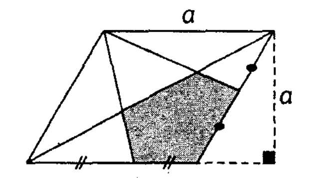
a) $\frac{3\pi a^2}{2}$ b) πa^2

c) $\frac{\pi a^2}{2}$ d) $\frac{\pi a^2}{4}$

e) $\frac{\pi a^2}{8}$



20 Hallar el área de la región sombreada:



a) $\frac{a^2}{4}$ b) $\frac{a^2}{2}$ c) $\frac{a^2}{3}$

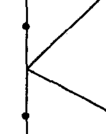
d) $\frac{a^2}{5}$ e) $3\frac{a^2}{5}$

21 Hallar el área sombreada.

a) $\frac{a^2}{9}$ b) $\frac{3a^2}{8}$

c) $\frac{a^2}{24}$ d) $\frac{a^2}{6}$

e) $\frac{a^2}{12}$

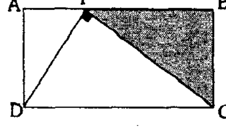


22 En el rectángulo ABCD, AD = 3 y AF = 1. El área de la región sombreada es igual a:

a) $\frac{57}{2}$ b) $\frac{47}{2}$

c) $\frac{37}{2}$ d) $\frac{27}{2}$

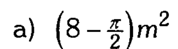
e) $\frac{17}{2}$



Segunda Práctica

Áreas de Regiones Sombreadas

01 El área sombreada de la figura es igual a:

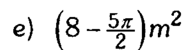


a) $\left(8-\frac{\pi}{2}\right)m^2$

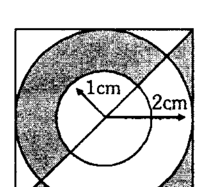
b) $\left(16+\frac{\pi}{2}\right)m^2$

c) $\left(8+\frac{\pi}{2}\right)m^2$

d) $\left(16-\frac{5\pi}{2}\right)m^2$



e) $\left(8-\frac{5\pi}{2}\right)m^2$



02 Si el área del círculo es $9\pi cm^2$,¿Cuál es la suma de las áreas de los cuadrados I y II?

a) $48m^2$

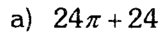
b) $42m^2$

c) $36m^2$

d) $45m^2$

e) $39m^2$

03 Halle el perímetro de la región sombreada:



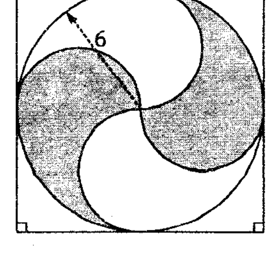
a) $24\pi+24$

b) $16\pi+8$

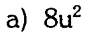
c) $18\pi+24$

d) $20\pi+24$

e) $30\pi+12$



04 En la figura: $3u^2$, $4u^2$, $6u^2$ y S son las áreas de las regiones mostradas. Hallar S



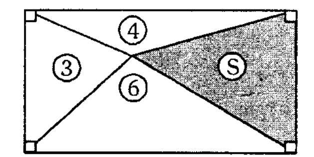
a) $8u^2$

b) $10u^2$

c) $9u^2$

d) $6u^2$

e) $7u^2$



05 Hallar el área sombreada.

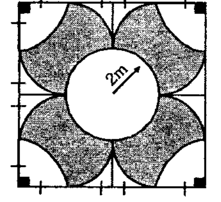
a) $64m^2$

b) $24m^2$

c) $32m^2$

d) $36m^2$

e) $18m^2$



06 Calcular el área de la región sombreada de la siguiente figura, sabiendo que el triángulo ABC es equilátero y su lado mide 12 cm. Además M, N y P son puntos medios de los lados del triángulo.

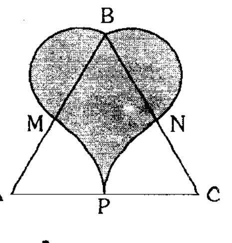
a) $3(2\sqrt{2}-\pi)$

b) $3(12\sqrt{3}-\pi)$

c) $3(\sqrt{3}-\pi)$

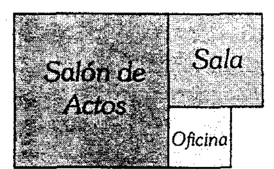
d) $5(4\sqrt{2}-\pi)$

e) $4(5\sqrt{3}-\pi)$



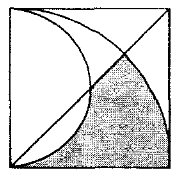
07 Si el área de la sala es $27m^2$, el área de la oficina es $12m^2$ y todas las habitaciones son cuadrados. ¿Cuál es el área del salón de actos?

a) $54m^2$
b) $64m^2$
c) $75m^2$
d) $50m^2$
e) $84m^2$



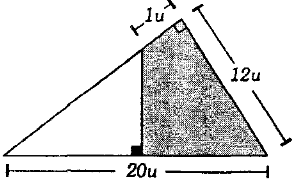
08 La gráfica adjunta es un cuadrado cuyo lado mide 2m. El área sombreada es:

a) $\frac{(\pi+2)}{4}$ b) $\frac{(\pi-2)}{4}$
c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{2}$
e) $\frac{(\pi+2)}{2}$

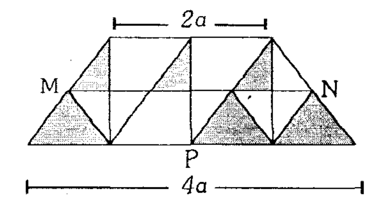


09 En la figura adjunta calcular el área de la figura sombreada.

a) $42u^2$
b) $38u^2$
c) $40u^2$
d) $44u^2$
e) $46u^2$

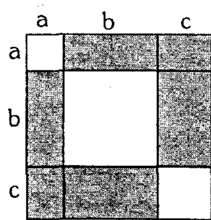


10 La figura es un trapecio isósceles de mediana MN y de altura "a", P es punto medio de la base mayor. Hallar el área total de las regiones sombreadas.



A) $\frac{8a^2}{7}$ B) $\frac{7a^2}{8}$ C) $\frac{8a^2}{9}$
D) $\frac{7a^2}{9}$ E) $\frac{9a^2}{8}$

11 El área de la parte sombreada corresponde al desarrollo de:



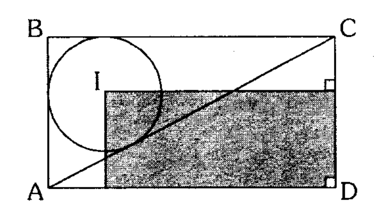
a) $(a+b+c)^2-(a-b+c)^2$
b) $(a-b+c)^2-a^2-b^2-c^2$
c) $(a+b-c)^2-a^2-b^2-c^2$
d) $a^2+b^2+c^2-(a+b+c)^2$
e) $(a+b+c)^2-a^2-b^2-c^2$

12 Hallar el área de la parte sombreada sabiendo que la figura exterior es un cuadrado de 6 cm de lado.

a) $10\ cm^2$
b) $12\ cm^2$
c) $14\ cm^2$
d) $11\ cm^2$
e) $11{,}5\ cm^2$

1cm
1cm
1cm

13 En la siguiente figura: ABCD es un rectángulo de área 20. El punto "I" es el incentro del triángulo ABC. Hallar el área sombreada.



a) $12\ m^2$ b) $10\ m^2$ c) $8\ m^2$
d) $15\ m^2$ e) $14\ m^2$

14 Hallar el área de la región sombreada.

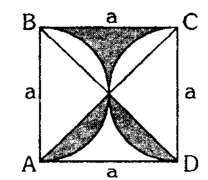
a) $2\ m^2$
b) $4,5\ m^2$
c) $6\ m^2$
d) $5\ m^2$
e) $8\ m^2$

15 Hallar el área de la región sombreada.

a) $8(\sqrt{3}-1)$
b) $4(\sqrt{3}+1)$
c) $4(\sqrt{3}-1)$
d) $8(\sqrt{3}+1)$
e) $16(\sqrt{3}-1)$

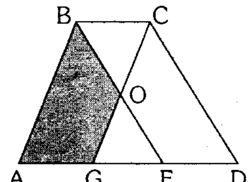
16 Hallar el área de la región sombreada.

a) $\frac{a^2}{2}$ b) $\frac{a^2}{16}$
c) $\frac{3a^2}{8}$ d) $\frac{a^2}{8}$
e) $\frac{a^2}{4}$



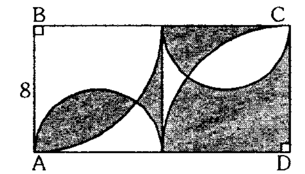
17 En la figura. Si: $\overline{BC}//\overline{AD}$, $\overline{AB}//\overline{GC}$, $\overline{CD}//\overline{BF}$ y las áreas de los triángulos BOC y GFO son $9m^2$ y $4m^2$ respectivamente. Hallar el área de la región sombreada.

a) $20\ m^2$
b) $19\ m^2$
c) $24\ m^2$
d) $21\ m^2$
e) $18\ m^2$



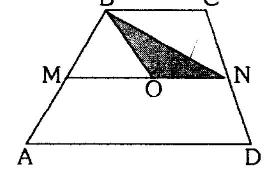
18 Hallar el área de la región sombreada.

a) $32\ m^2$
b) $48\ m^2$
c) $64\ m^2$
d) $96\ m^2$
e) $36\ m^2$



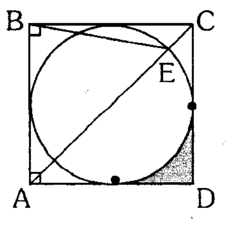
19 Si el área del trapecio es $96m^2$; $\overline{MN}$ es su mediana, "O" es punto medio. Hallar el área de la región sombreada.

a) $12\ m^2$
b) $8\ m^2$
c) $15\ m^2$
d) $18\ m^2$
e) $5\ m^2$

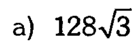


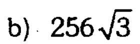
20 Hallar el área de la región sombreada. Si $\overline{BE}=\sqrt{3}\,m$.

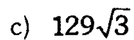
a) $\frac{(4-\pi)}{4}$
b) $\frac{(4-\pi)}{8}$
c) $\frac{(6-\pi)}{2}$
d) $2(\pi-2)$
e) $\frac{(2\pi-3)}{2}$



21 En la figura se tiene un rombo cuyos lados son dos radios y dos cuerdas de una circunferencia de 16 m de radio. Hallar el área de la región sombreada.

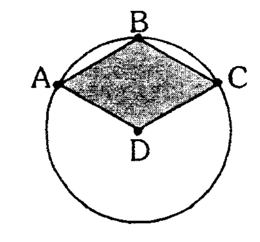

a) $128\sqrt{3}$


b) $256\sqrt{3}$


c) $129\sqrt{3}$

d) $139\sqrt{3}$

e) $189\sqrt{3}$



22 Calcule el área de la región sombreada. Si $AR = RQ$; $BP = PR$; $PQ = QC$ y el área del triángulo ABC es $28u^2$.

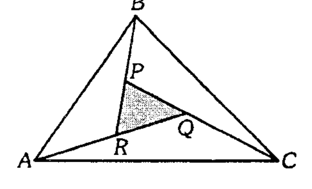
a) $24u^2$

b) $3u^2$

c) $4u^2$

d) $7u^2$

e) $\frac{28}{3}u^2$



23 Calcule el área de la región sombreada en el cuadrado de lado L.

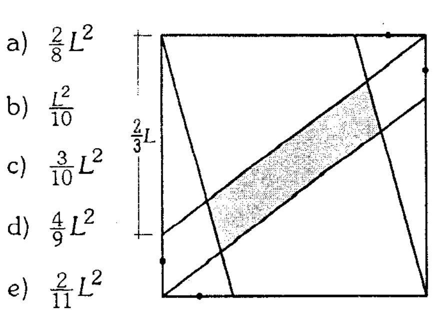
a) $\frac{2}{8}L^2$

b) $\frac{L^2}{10}$

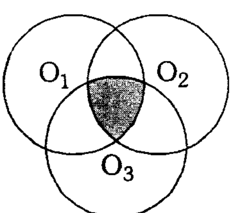
c) $\frac{3}{10}L^2$

d) $\frac{4}{9}L^2$

e) $\frac{2}{11}L^2$



24 Hallar el área de la región sombreada. Si O_1 son O_2 y O_3 centros de los círculos iguales y el radio es igual a 4m.



a) $8(\pi - \sqrt{3})$

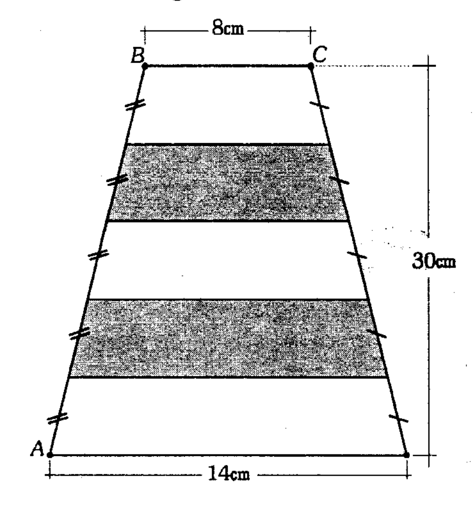
b) $16(\pi - \sqrt{3})$

c) $4(\pi - \sqrt{3})$

d) $4\pi - 5$

e) $4\sqrt{3} + \pi$

25 Si $ABCD$ es un trapecio. Calcule el área de la región sombreada.



a) $132cm^2$

b) $66cm^2$

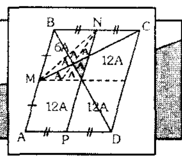
c) $174cm^2$

d) $87cm^2$

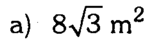
e) $155cm^2$

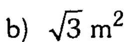
Tercera Práctica

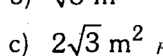
Áreas de Regiones Sombreadas



01 Si el lado del hexágono regular *ABCDEF* mide $\sqrt{8}$ m, calcule el área de la región sombreada.

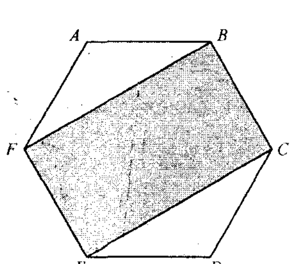

a) $8\sqrt{3}$ m^2


b) $\sqrt{3}$ m^2

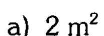

c) $2\sqrt{3}$ m^2

d) $4\sqrt{3}$ m^2

e) $6\sqrt{3}$ m^2



02 Hallar el área de la región sombreada. Si *ABCD* es un paralelogramo.

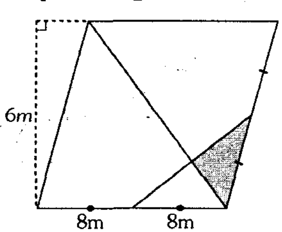

a) 2 m^2

b) 3 m^2

c) 4 m^2

d) 8 m^2

e) 6 m^2



03 Dado el cuadrado de la figura, sabiendo que $CF = AD/4$; determine la razón entre el área de la región sombreada y el área de la región no sombreada.

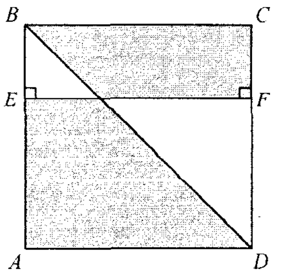
a) $\frac{13}{6}$

b) $\frac{12}{7}$

c) $\frac{16}{13}$

d) $\frac{11}{5}$

e) $\frac{8}{5}$



04 En la figura el perímetro del triángulo *PQM* es 14 m. los puntos *A* y *B* son de tangencia y el segmento *PM* es tangente a la circunferencia. Calcule el área del círculo sombreado.

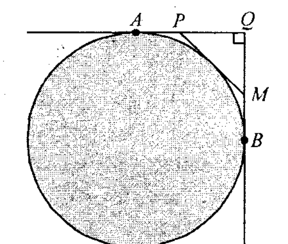
a) 49 π m^2

b) 36 π m^2

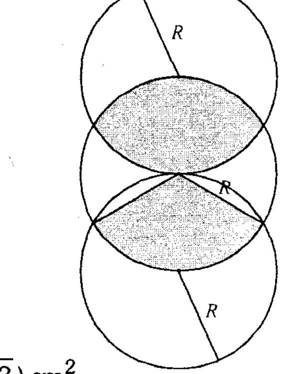
c) 64 π m^2

d) 50 π m^2

e) 56 π m^2



05 Las tres circunferencias tienen radio $R = \sqrt{6}$ cm. Halle el área de la región sombreada.



a) $(2\pi + \sqrt{3})$ cm^2

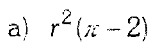
b) $3\,(2\pi + 2\sqrt{3})$ cm^2

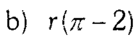
c) $3\,(2\pi - \sqrt{3})$ cm^2

d) $3\,(3\pi - 2\sqrt{3})$ cm^2

e) $2\,(2\pi + 3\sqrt{3})$ cm^2

06 Calcular el área de la región sombreada donde el cuadrado está inscrito en el círculo de radio r.

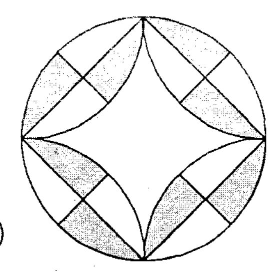

a) $r^2(\pi-2)$


b) $r(\pi-2)$

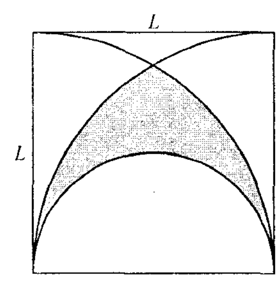
c) $r^2(\pi-1)$

d) $r^2\pi$

e) $2r^2(\pi-2)$



07 Calcule el área de la región sombreada.

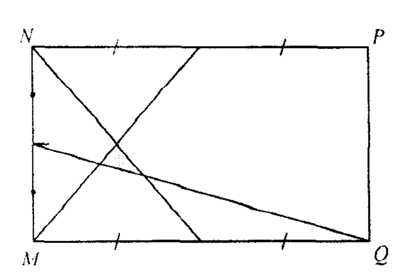


a) $\frac{1^2}{12}(3\pi-5\sqrt{3})$ b) $\frac{L^2}{24}(5\pi-6\sqrt{3})$

c) $\frac{L^2}{48}(4\pi-5\sqrt{3})$ d) $\frac{L^2}{24}(5\pi-2\sqrt{3})$

e) $\frac{L^2}{12}(6\pi-5\sqrt{3})$

08 Calcule el área de la región sombreada, si el área del rectángulo *MNPQ* es 240 u^2



a) $1\,u^2$ b) $2\,u^2$ c) $3\,u^2$

d) $4\,u^2$ e) $5\,u^2$

09 Calcule el área de la región sombreada.

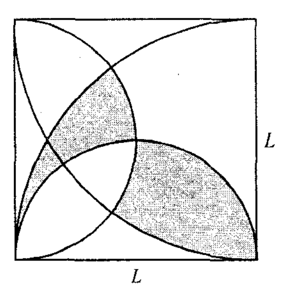
a) $L^2(\pi-2)$

b) $\frac{L^2}{4}(\pi-1)$

c) $\frac{L^2}{4}(\pi+2)$

d) $\frac{L^2}{4}(\pi-2)$

e) $\frac{L^2}{2}(\pi-2)$



10 Calcule el área de la región sombreada.

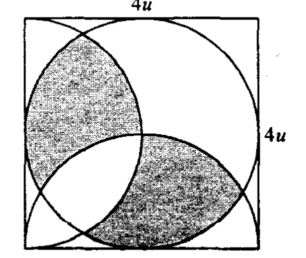
a) πu^2

b) $2\pi u^2$

c) $3\pi u^2$

d) $4\pi u^2$

e) $5\pi u^2$



11 Calcule el lado del cuadrado si el área de la región sombreada es 4m^2

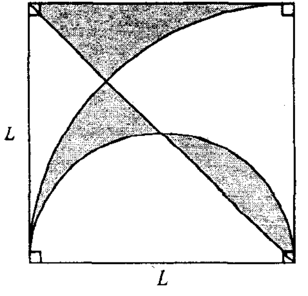
a) 2 m

b) 4 m

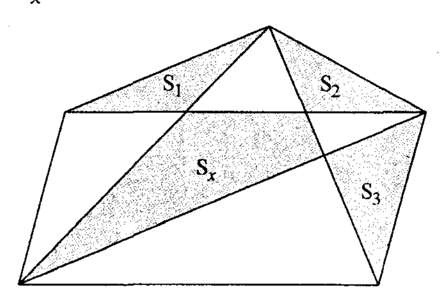
c) 8 m

d) 3 m

e) 5 m



12 En la figura $ABCD$ es un paralelogramo y $S_1 + S_2 + S_3 = 48\ m^2$. Calcule S_x.



a) $42\ m^2$ b) $24\ m^2$ c) $48\ m^2$
d) $32\ m^2$ e) $36\ m^2$

13 Calcule el área del círculo sombreado.

a) $16\ cm^2$
b) $9\ cm^2$
c) $4\ cm^2$
d) $25\ cm^2$
e) $36\ cm^2$

18 cm
18 cm

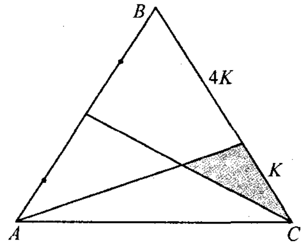
14 Si $m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = 60°$. Halle El área de la región sombreada.

a) $2\pi\ u^2$
b) $\pi\ u^2$
c) $\frac{\pi}{2} u^2$
d) $\frac{3\pi}{2} u^2$
e) $3\pi\ u^2$

B C A D $\sqrt{6}$

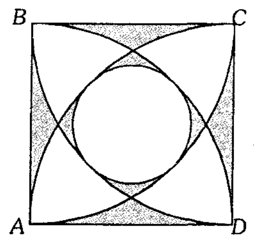
15 Halle el área del triángulo ABC, si el área de la región sombreada es $3m^2$?

a) $90m^2$
b) $80m^2$
c) $120m^2$
d) $100m^2$
e) $150m^2$

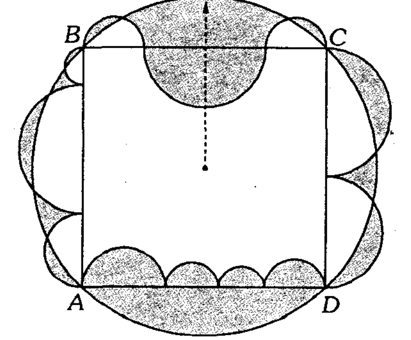


16 Si $ABCD$ es un cuadrado de lado 2 cm. Halle el perímetro de la región sombreada.

a) $2\pi(4-\sqrt{2})+8$
b) $\pi(4-\sqrt{2})+8$
c) $2\pi\sqrt{2}+4$
d) $4+5\pi\sqrt{2}$
e) $\pi(2-\sqrt{2})+8$

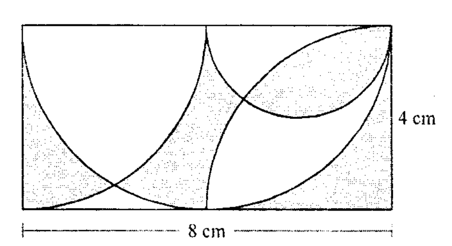


17 Halle el perímetro de la región sombreada, si el lado del cuadrado $ABCD$ es 4.



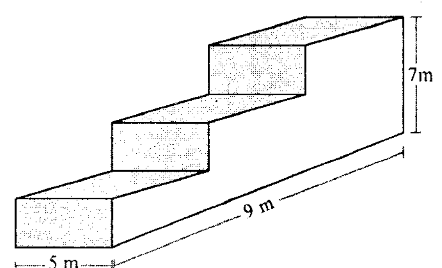
a) $8\pi + 4\sqrt{2}\pi$ b) $6\pi + 4\sqrt{2}\pi$
c) $8\pi + 2\sqrt{2}\pi$ d) $6\pi + 2\sqrt{2}\pi$
e) $8\pi + \sqrt{2}\pi$

18 Calcule el perímetro de la región sombreada.



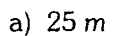
a) $(14\pi + 12)cm$ b) $(10\pi + 16)cm$
c) $(10\pi + 12)cm$ d) $(8\pi + 12)cm$
e) $(11\pi + 12)cm$

19 Calcule el perímetro de la región sombreada.



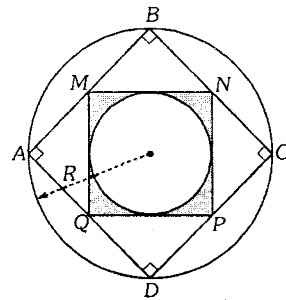
a) $21\ m$ b) $42\ m$ c) $40\ m$
d) $36\ m$ e) $45\ m$

20 El área de la cruz de la figura formada por cuadrados iguales es $80m^2$ ¿cuál es el perímetro de la cruz?



a) $25\ m$
b) $12\ m$
c) $18\ m$
d) $48\ m$
e) $36\ m$

21 Calcule el área de la región sombreada. Si $ABCD$ y $MNPQ$ son cuadrados.



a) $\frac{\pi R^2}{4}$ b) $\left(1-\frac{\pi}{4}\right)R^2$
c) $\frac{2\pi R^2}{4}$ d) $\left(4-\frac{\pi}{4}\right)R^2$
e) $\left(2-\frac{\pi}{4}\right)R^2$

22 Si el lado de un hexágono regular mide de $4m$. Si los lados del hexágono se prolongan en el mismo sentido y una longitud igual al lado. ¿Cual es el área del nuevo hexágono que se obtiene al unir los extremos de las prolongaciones?

a) $68\sqrt{3}\,m^2$ b) $72\sqrt{3}\,m^2$
c) $124m^2$ d) $120m^2$
e) $64\sqrt{3}\,m^2$

CLAVES
PERÍMETROS Y ÁREAS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. a	02. b	03. a	04. a	05. c
06. a	07. e	08. a	09. e	10. a
11. d	12. e	13. e	14. e	15. e
16. e	17. a	18. c	19. d	20. c
21. c	22. d			

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. a	02. d	03. a	04. e	05. c
06. b	07. c	08. a	09. a	10. e
11. e	12. d	13. b	14. d	15. e
16. e	17. d	18. c	19. a	20. a
21. a	22. c	23. e	24. a	25. a

TERCERA PRÁCTICA				
01. a	02. e	03. d	04. a	05. c
06. a	07. b	08. b	09. d	10. b
11. b	12. c	13. a	14. b	15. a
16. a	17. a	18. c	19. b	20. d
21. b	22. b			

Capítulo 20

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

$$ax^2+bx+c=0$$
$$x_{(1,2)}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta=b^2-4ac$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Una ecuación cuadrática es de la forma:

$$ax^2+bx+c=0 \quad ; \quad a\neq 0$$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

I.- MEDIANTE ASPA SIMPLE

Ejemplo 01

Halle el valor de x en:

$$3x^2+x-10=0$$

a) $\{5/3\ ;\ 2\}$ b) $\{5/3\ ;\ -2\}$
c) $\{5/2\ ;\ 3\}$ d) $\{5/2\ ;\ -3\}$
e) $\{5/3\ ;\ -4\}$

Resolución:

Factorizando :

$$3x^2+x\ -10\ =0$$
$$\begin{matrix}3x & & -5\\ x & & 2\end{matrix}$$

$\Rightarrow \quad (3x-5)(x+2)=0$

$$x=\frac{5}{3}\ \vee\ x=-2$$

$$\therefore\ C.S.=\left\{\frac{5}{3};-2\right\}$$

Clave b

Ejemplo 02

Resolver: $2x^2+x-10=0$

a) $\{2\ ;\ -5/2\}$ b) $\{-2\ ;\ 5/2\}$
c) $\{2\ ;\ 5/2\}$ d) $\{-2\ ;\ -5/2\}$
e) $\{3\ ;-5/2\}$

Resolución:

Factorizando:

$$2x^2+x-10=0$$
$$\begin{matrix}2x & & 5\\ x & & -2\end{matrix}$$

$$\Rightarrow (2x+5)(x-2)=0$$
$$x=-5/2\ \vee\ x=2$$

$$\therefore\ C.S.=\{2;-5/2\}$$

II.- MEDIANTE FÓRMULA GENERAL

Sea: $ax^2+bx+c=0 \quad ; \quad a\neq 0$

$$x_{(1,2)}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

donde: $b^2-4ac=\Delta$ (discriminante)

Ejemplo 03

Resuelva: $2x^2-3x-1=0$

a) $\left\{\frac{3+\sqrt{17}}{4};\frac{3-\sqrt{17}}{4}\right\}$

b) $\left\{\frac{4+\sqrt{17}}{4};\frac{4-\sqrt{17}}{4}\right\}$

c) $\left\{\frac{3+\sqrt{15}}{4};\frac{3-\sqrt{17}}{4}\right\}$

d) $\left\{\frac{3+\sqrt{23}}{3};\frac{3-\sqrt{23}}{3}\right\}$

e) $\left\{\frac{3+\sqrt{17}}{2};\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

Resolución:

Identificando: $2x^2-3x-1=0$

$a=2\ ;\ b=-3\ ;\ c=-1$

Reemplazando:

$$x_{(1,2)}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4(2)(-1)}}{2(2)}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$$

$$\Rightarrow\ x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{4}\ ;\quad x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{4}$$

$$\therefore\quad C.S.=\left\{\frac{3+\sqrt{17}}{4}\ ;\ \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right\}$$

Clave (a)

NATURALEZA DE LAS RAÍCES

Sea: $ax^2+bx+c=0\ ;\ a\neq 0$

$a,b,c\in\mathbb{R}\ ;\ \Delta=b^2-4ac$

$\Delta>0\ \Leftrightarrow$ raíces reales diferentes

$\Delta=0\ \Leftrightarrow$ raíces reales iguales (una única solución)

$\Delta<0\ \Leftrightarrow$ raíces imaginarias conjugadas

NOTA

Si α y β son las raíces de una ecuación cuadrática; entonces la ecuación es:

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$$

Ejemplo 04

Halle la ecuación cuadrática cuyas raíces son -4 y 5

a) $x^2+9x+20=0$ b) $x^2+x-20=0$

c) $x^2-x+20=0$ d) $x^2-x-20=0$

e) $x^2-3x+9=0$

Resolución:

Reconstruyendo la ecuación:

$$x^2-(-4+5)x+(-4)(5)=0$$

$$x^2-x-20=0$$

Clave (d)

PROPIEDADES

Sea: $ax^2+bx+c=0\ ;\ a\neq 0$ de raíces x_1 y x_2

- **SUMA DE RAÍCES**

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$

- **PRODUCTO DE RAÍCES**

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

- **DIFERENCIA DE RAÍCES**

$$(x_1-x_2)^2=\frac{b^2-4ac}{a^2}$$

- **RAÍCES SIMÉTRICAS**

$$\Rightarrow \quad x_1 + x_2 = 0$$

- **RAÍCES RECÍPROCAS**

$$\Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = 1$$

TEOREMA

Sean las ecuaciones:

$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \; C.S = \{\alpha\,;\beta\}$

$mx^2 + nx + p = 0 \quad ; \; C.S = \{\alpha\,;\beta\}$

es decir, si las ecuaciones poseen el mismo conjunto solución se cumple:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

Ejemplo

Si α y β son raíces de la ecuación:

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b-x} + \frac{1}{x}$$

calcule: $A = \alpha^2 + \beta^2$

a) ab b) $a+b$ c) a^2+b^2
d) a^2-b^2 e) $2ab$

Resolución:

Como: $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b-x} + \frac{1}{x}$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{\not{x} + a + b - \not{x}}{(a+b-x)x}$$

$$ab = (a+b)x - x^2$$

$$x^2 - (a+b)x + ab = 0$$

$\Rightarrow$ Suma de raíces:

$\alpha + \beta = a + b$ .... (1)

$\Rightarrow$ Producto de raíces:

$\alpha\beta = ab$ .... (2)

De (1) y (2): $\alpha = a$
$\beta = b$

Nos piden: $A = \alpha^2 + \beta^2 = a^2 + b^2$

Clave C

¡ LA FIJA !

Si las ecuaciones:

$$8x^2 - (4p+2)x + 2 = 0$$

$$(7q-1)x^2 - (5q-3)x + 1 = 0$$

tienen las mismas raíces, hallar $p \, . \, q$

a) $-\frac{15}{98}$ b) $-\frac{98}{15}$ c) -15
d) -98 e) $-\frac{5}{98}$

Problemas Resueltos
ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

PROBLEMA 01

Halle la ecuación cuadrática cuyas raíces son la suma y el producto de las raíces de la siguiente ecuación:

$$2x^2 - 3x + 5 = 0$$

a) $4x^2 - 16x + 15 = 0$
b) $4x^2 + 16x + 15 = 0$
c) $2x^2 - 8x + 15 = 0$
d) $4x^2 - 16x - 15 = 0$
e) $2x^2 + 8x - 15 = 0$

Resolución:

Como la ecuación: $2x^2 - 3x + 5 = 0$

Suma de raíces $= -\frac{(-3)}{2} = \frac{3}{2}$

Producto de raíces $= \frac{5}{2}$

Luego la ecuación pedida es:

$$(x - 3/2)(x - 5/2) = 0$$

$$x^2 - 4x + \frac{15}{4} = 0$$

$$4x^2 - 16x + 15 = 0$$

Clave a

PROBLEMA 02

¿Para qué valores de "m" la ecuación:

$$x^2 - 2(3m+1)x + 7(2m+3) = 0$$

tendrá raíces iguales?

a) $m = 1 \lor m = 1/2$
b) $m = 2 \lor m = -2$
c) $m = -2 \lor m = -4$
d) $m = 2 \lor m = -10/9$
e) $m = -2 \lor m = 10/9$

Resolución:

Para que la ecuación tenga raíces iguales:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{2(3m+1)}_{b} + \underbrace{7(2m+3)}_{c} = 0$$

$$(-2(3m+1))^2 - 4(1)(7(2m+3)) = 0$$

$$\not{4}(3m+1)^2 = \not{4} \times 7 \times (2m+3)$$

$$9m^2 + 6m + 1 = 14m + 21$$

$$9m^2 - 8m - 20 = 0$$

$$9m \quad +10 \Rightarrow m = -10/9$$

$$m \quad -2 \Rightarrow m = 2$$

$\therefore$ La ecuación tendrá raíces iguales cuando:

$$m = 2 \lor m = -10/9$$

Clave d

PROBLEMA 03

Halle el valor de "n" en la ecuación:

$$x^2 - nx + 10 = 0$$

sabiendo que sus raíces x_1, x_2 verifican:

$$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{8}{5}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Resolución:

Como la ecuación es:

$$x^2-nx+10=0$$

$$\Rightarrow \quad x_1+x_2=-\frac{(-n)}{1}=n$$

$$\Rightarrow \quad x_1\cdot x_2=\frac{10}{1}=10$$

Además:

$$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{(x_1+x_2)^2-2(x_1x_2)}{x_1x_2}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{n^2-2(10)}{10}=\frac{8}{5}$$

$$n^2-20=16$$

$$n^2=36$$

$$\therefore \quad n=6$$

Clave e

PROBLEMA 04

Dada la ecuación

$$(3n-2)x^2-(6n-3)x+(n-6)=0$$

Halle "n" para que las raíces sean recíprocas.

a) 2 b) –2 c) 4
d) –1 e) –3

Resolución:

Si las raíces son recíprocas

Prod. raíces = 1

De la ecuación

$$\underbrace{(3n-2)}_{a}x^2-\underbrace{(6n-3)}_{b}x+\underbrace{(n-6)}_{c}=0$$

Prod. raíces: $\frac{c}{a}=1 \Rightarrow c=a$

$$n-6=3n-2$$

$$\therefore \quad n=-2$$

Clave b

PROBLEMA 05

Dada la ecuación polinomial.

$$3x^2-2bx+b=0$$

Halle b para que una de las raíces sea el triple de la otra.

a) 1 b) $^1/_3$ c) $^2/_3$
d) $^{-2}/_3$ e) 4

Resolución:

Como una raíz es el triple de la otra; sean: α y 3α las raíces de la ecuación

$$3x^2-2bx+b=0$$

$$\Rightarrow \quad \alpha+3\alpha=-\frac{(-2b)}{3}=\frac{2b}{3} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\Rightarrow \quad \alpha\cdot 3\alpha=\frac{b}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

De (1) : $\alpha=\frac{b}{6}$

De (2) : $\alpha^2=\frac{b}{9}$

Luego: $\left(\frac{b}{6}\right)^2 = \frac{b}{9}$

$$\frac{b^2}{36} = \frac{b}{9}$$

$$\therefore \quad b = 4$$

Clave e

PROBLEMA 06

Si los cuadrados de las dos raíces reales de la ecuación

$$2x^2 - cx + 2(c-1) = 0$$

suman 23, entonces el valor de "c" es:

a) –6 b) 6 c) 4
d) –4 e) 5

Resolución:

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación:

$$2x^2 - cx + 2(c-1) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 + x_2 = \frac{2(c-1)}{2} = c - 1$$

por dato: $x_1^2 + x_2^2 = 23$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 x_2) = 23$$

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 - 2(c-1) = 23$$

$$\frac{c}{4}^2 - 2c + 2 = 23$$

$$c^2 - 8c - 84 = 0$$

$$c \quad -14 \Rightarrow c = 14$$

$$c \quad +6 \Rightarrow c = -6$$

$\therefore$ De las alternativas: $c = -6$

Clave a

PROBLEMA 07

Halle el valor de "k" sabiendo que una raíz excede a la otra en 3 unidades.

$$x^2 + (2k+5)x + k = 0$$

a) 2 b) 3 c) 1
d) –2 e) –3

Resolución:

Sabemos que:

$$\begin{pmatrix}\text{Diferencia} \\ \text{de raíces}\end{pmatrix}^2 = \frac{b^2 - 4ac}{a^2}$$

identificando:

$$\underbrace{1}_{a} x^2 + \underbrace{(2k+5)}_{b} x + \underbrace{k}_{c} = 0$$

luego:

$$3^2 = \frac{(2k+5)^2 - 4(1)(k)}{1^2}$$

$$9 = 4k^2 + 20k + 25 - 4k$$

$$4k^2 + 16k + 16 = 0$$

$$k^2 + 4k + 4 = 0$$

$$k \quad -2 \Rightarrow k = 2$$

$$k \quad -2 \Rightarrow k = 2$$

$$\therefore \quad k = 2$$

Clave a

PROBLEMA 08

Si las raíces de la ecuación de segundo grado:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad a \neq 0$$

son "r" y "s" construya la ecuación cuyas raíces sean $(ar + b)$ y $(as + b)$.

a) $x^2 - bx + ac = 0$
b) $x^2 - bx - ac = 0$
c) $x^2 + bx + ac = 0$
d) $x^2 + bx + ac = 0$
e) $x^2 - ax + bc = 0$

Resolución:

Como "r" y "s" son raíces de:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow \quad r + s = \frac{-b}{a}$$

$$\Rightarrow \quad rs = \frac{c}{a}$$

Ecuación pedida:

$$\left(x - (ar+b)\right)\left(x - (as+b)\right) = 0$$

$$x^2 - \left(a(r+s) + 2b\right)x + (ar+b)(as+b) = 0$$

$$x^2 - \left(a\left(\frac{-b}{a}\right) + 2b\right)x + a^2(rs) + ab(r+s) + b^2 = 0$$

$$x^2 - bx + a^2\left(\frac{c}{a}\right) + ab\left(\frac{-b}{a}\right) + b^2 = 0$$

$$x^2 - bx + ac - b^2 + b^2 = 0$$

$$x^2 - bx + ac = 0$$

Clave (a)

PROBLEMA 09

Si las siguientes ecuaciones son equivalentes:

$$(2a+3)x^2 - (a-2)x + 1 = 0$$

$$(2b+5)x^2 - \quad 5x \quad + 5 = 0$$

Calcule: $a + b$

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

Resolución:

Como las ecuaciones son equivalentes

$$(2a+3)x^2 - (a-2)x + 1 = 0$$

$$(2b+5)x^2 - \quad 5x \quad + 5 = 0$$

Entonces: $\frac{2a+3}{2b+5} = \underbrace{\frac{a-2}{5} = \frac{1}{5}}_{a=3}$

Reemplazando:

$$\frac{2(3)+3}{2b+5} = \frac{1}{5}$$

$$b = 20$$

Piden: $a + b = 3 + 20 = 23$

Clave (d)

PROBLEMA 10

Calcule la diferencia de las raíces de la siguiente ecuación:

$$5x^2 - 2(5m+3)x + 5m^2 + 6m + 1 = 0$$

a) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ b) 4/5 c) $4\sqrt{5}$
d) 1/5 e) $7\sqrt{5}$

Resolución:

De la ecuación dada:

$$5x^2 - 2(5m+3)x + 5m^2 + 6m + 1 = 0$$

$$5x^2 - 2(5m+3)x + (5m+1)(m+1) = 0$$

$$\begin{array}{lcl} 5x & \times & -(5m+1) \\ x & & -(m+1) \end{array}$$

$$5x = 5m + 1 \lor x = m + 1$$

$x = m + \frac{1}{5}$

Piden: $(m+1) - (m + {}^1/_5) = {}^4/_5$

PROBLEMA 11

Dada la ecuación:

$$z^2 - 3z + 1 = 0$$

cuyas raíces son z_1 y z_2, forme otra ecuación en x cuyas raíces sean

$$x_1 = z_1^4 - 1$$
$$x_2 = z_2^4 - 1$$

a) $x^2 - 9x - 45 = 0$
b) $x^2 + 45x - 45 = 0$
c) $x^2 - 45x + 45 = 0$
d) $x^2 + 45x + 45 = 0$
e) $x^2 - 45x - 45 = 0$

Resolución:

Como z_1 y z_2 son raíces de:

$$z^2 - 3z + 1 = 0$$

$\Rightarrow\ z_1 + z_2 = 3$ .... (1)

$\Rightarrow\ z_1 z_2 = 1$ .... (2)

Ecuación pedida:

$$(x-(z_1^4-1))(x-(z_2^4-1)) = 0$$

$$x^2-(z_1^4+z_2^4-2)x+(z_1^4-1)(z_2^4-1)=0$$

$$x^2-(z_1^4+z_2^4-2)x+((z_1z_2)^4-(z_1^4+z_2^4)+1)=0$$

e) $x^2 - 45x - 45 = 0$

Resolución:

Como z_1 y z_2 son raíces de:

De (1):

$$(z_1+z_2)^2 = 3^2$$

$$z_1^2 + z_2^2 + 2(z_1z_2) = 9$$

$$z_1^2 + z_2^2 + 2(1) = 9$$

$$z_1^2 + z_2^2 = 7$$

$$(z_1^2 + z_2^2)^2 = 7^2$$

$$z_1^4 + z_2^4 + 2(z_1z_2)^2 = 49$$

$$z_1^4 + z_2^4 + 2 = 49$$

$$z_1^4 + z_2^4 = 47$$

Reemplazando en la ecuación pedida:

$$x^2 - (47-2)x + (1^4 - 47 + 1) = 0$$

$$x^2 - 45x - 45 = 0$$

PROBLEMA 12

Determine la ecuación de segundo grado que tiene por raíces:

$$(2+\sqrt{3}) \ \text{y} \ (2-\sqrt{3})$$

a) $x^2 - 4x + 2 = 0$
b) $x^2 + 4x - 1 = 0$
c) $x^2 - 4x + 1 = 0$
d) $2x^2 - 4x + 3 = 0$
e) $x^2 - 4x - 1 = 0$

Resolución:

PROBLEMA 12

Determine la ecuación de segundo grado

$$(x-(2+\sqrt{3}))(x-(2-\sqrt{3}))=0$$

$$x^2-(2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3})x+(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=0$$

$$x^2-4x+4-3=0$$

$$x^2-4x+1=0$$

Clave c

PROBLEMA 13

Una persona deja una herencia de $2(a+b)(a-b)$ soles a cierto número de parientes, pero $(a+b)$ de estos renuncian a su parte y entonces cada uno de los restantes quedan beneficiado en $(a-b)$ soles más ¿cuántos son los parientes?

a) $2a+b$ b) $2(a+b)$ c) $2a+3b$
d) $a+b$ e) $a+2b$

Resolución:

Sea x el # de parientes

	inicio	después
# de parientes	x	$x-(a+b)$
c/u recibe	$\frac{2(a+b)(a-b)}{x}$	$\frac{2(a+b)(a-b)}{x-(a+b)}$

como cada uno de los restantes quedó beneficiado con $(a-b)$ soles

$$\frac{2(a+b)\cancel{(a-b)}}{x-(a+b)}-\frac{2(a+b)\cancel{(a-b)}}{x}=\cancel{(a-b)}$$

$$\frac{2(a+b)}{x-(a+b)}-\frac{2(a+b)}{x}=1$$

$$2(a+b)^2=x(x-(a+b))$$

$$x^2-(a+b)x-2(a+b)^2=0$$

x ⟶ $-2(a+b)$
x ⟶ $+(a+b)$

$$\Rightarrow x=2(a+b)$$

$\therefore$ los parientes son $2(a+b)$

Clave b

PROBLEMA 14

Dada la ecuación cuadrática

$$x^2+px+q=0$$

¿qué valores debe tomar p y q para que las raíces sean precisamente "p" y "q"?

Dé como respuesta: $\frac{p^3+q^3}{pq}$

a) 7/3 b) 7/4 c) 7/2
d) 9/8 e) 7/5

Resolución:

Como las raíces de: $x^2+px+q=0$ son p y q:

$\Rightarrow p+q = \frac{-p}{1}=-p$ .... (1)

$\Rightarrow pq = \frac{q}{1}=q$ .... (2)

$p=1$; $q=-2$

Piden: $\frac{1^3+(-2)^3}{(1)(-2)}=\frac{7}{2}$

Clave c

PROBLEMA 15

Halle el valor de n para que las raíces de la ecuación de segundo grado

$$\frac{x^2+3x}{n-1}=\frac{5x+2}{n+1}$$

sean simétricas

a) 10 b) 3 c) –4
d) –5 e) 4

Resolución:

Si las raíces son simétricas:

$$\text{Suma de raíces}=\frac{-b}{a}=0 \quad \Rightarrow \quad b=0$$

De la ecuación dada:

$$\frac{x^2+3x}{n-1}=\frac{5x+2}{n+1}$$

$$(n+1)(x^2+3x)=(n-1)(5x+2)$$

$$(n+1)x^2+(3n+3)x=(5n-5)x+2n-2$$

$$(\underbrace{n+1}_{a})x^2+(\underbrace{8-2n}_{b})x+(\underbrace{2-2n}_{c})=0$$

luego: $8-2n=0$
$n=4$

Clave e

PROBLEMA 16

Si una raíz de la ecuación $x^2-(\alpha+1)x=5$ es 2. Halla la otra raíz.

a) $-^5/_2$ b) $^5/_2$ c) 5
d) –5 e) $-^1/_2$

Resolución:

Si 2 es una raíz debe satisfacer la ecuación:

$$\Rightarrow \quad 2^2-(\alpha+1)\cdot 2 = 5$$

$$\alpha = \frac{-3}{2}$$

Luego la ecuación queda:

$$x^2-\left(\frac{-3}{2}+1\right)x=5$$

$$2x^2+x-10=0$$

$$\begin{matrix} 2x & 5 \\ x & -2 \end{matrix}$$

De donde la otra raíz es $-\frac{5}{2}$

Clave a

PROBLEMA 17

Si x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación $3x^2+2x-4=0$

Halle: $(x_1+5)(x_2+5)$

a) $^{61}/_8$ b) $^{61}/_3$ c) $^{57}/_5$
d) $^{51}/_3$ e) $^{71}/_3$

Resolución:

De la ecuación:

$$3x^2+2x-4=0$$

$$\rightarrow \; x_1+x_2=-\frac{2}{3} \;;\; x_1\cdot x_2=-\frac{4}{3}$$

Se pide: $(x_1+5)(x_2+5)$

$$= \quad x_1\cdot x_2+5(x_1+x_2)+25$$

$$= -\frac{4}{3}+5\left(-\frac{2}{3}\right)+25$$
$$= -\frac{14}{3}+25$$
$$= \frac{61}{3}$$

Clave b

PROBLEMA 18

Si r y s son las raíces de:

$$x^2+px+36=0$$

tal que: $\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=\frac{5}{12}$

Halle el valor de P.

a) 15 b) 13 c) –13
d) –15 e) –12

Resolución:

De la ecuación:

$$r+s=-p \quad ; \quad r\cdot s=36$$

De la condición:

$$\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=\frac{5}{12}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{r+s}{rs}=\frac{5}{12}$$
$$\frac{-p}{36}=\frac{5}{12}$$
$$P=-15$$

Clave d

PROBLEMA 19

Halle el valor de p, si el C.S de la ecuación.

$$x^2-(p+3)x+\left(\frac{p}{2}\right)^2+1=0$$

es $\{\alpha\,;\,\alpha+1\}$

a) $^2/_3$ b) $-^2/_3$ c) $^2/_5$
d) $-^2/_5$ e) $-^1/_3$

Resolución:

De la ecuación

$$x_1+x_2=p+3$$
$$x_1\cdot x_2=\left(\frac{p}{2}\right)^2+1$$

Del C.S. : $x_1-x_2=1$

Como :

$$(x_2+x_1)^2-(x_2-x_1)^2=4x_1x_2$$
$$(p+3)^2-1^2=4\left(\frac{p^2}{4}+1\right)$$
$$\cancel{p^2}+6p+9-1=\cancel{p^2}+4$$
$$\therefore \qquad p=-\frac{2}{3}$$

PROBLEMA 20

Halle el mayor valor de a en:

$$x^2-(2a+4)\,x+a^2+8=0$$

si una ecuación es 2 veces mayor que la otra.

a) 2 b) 10 c) –10
d) –2 e) 20

Resolución:

Sean las raíces : K ; 3K

Suma de raíces : $K+3k=\frac{2a+4}{1}$

$$K=\frac{a}{2}+1$$

Producto de raíces:

$$K \cdot 3K = \frac{a^2+8}{1}$$

$$3K^2 = a^2 + 8$$

$$3\left(\frac{a}{2}+1\right)^2 = a^2 + 8$$

$$3\left(\frac{a^2}{4}+a+1\right) = a^2 + 8$$

$$\frac{3a^2}{4} + 3a + 3 = a^2 + 8$$

$$a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$\begin{matrix} a & -10 \\ a & -2 \end{matrix}$$

$$(a-10)(a-2) = 0$$

$$a = 10 \quad ; \quad a = 2$$

$$\therefore \quad a_{mayor} = 10$$

Clave b

PROBLEMA 21

Si a y b son raíces de la ecuación:

$$4x^2 - 2x + 3 = 0$$

Halle otra ecuación cuadrática cuyas raíces sean:

$$(2a-1) \quad \text{y} \quad (2b-1)$$

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$ b) $x^2 - 2x + 3 = 0$
c) $x^2 - x - 3 = 0$ d) $x^2 + x + 3 = 0$
e) $x^2 - x + 3 = 0$

Resolución:

De la ecuación dada:

$$4x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a \cdot b = \frac{3}{4}$$

la ecuación pedida es:

$$x^2 - (2a-1+2b-1)x + (2a-1)(2b-1) = 0$$

$$x^2 - \big(2(a+b)-2\big)x + 4ab - 2(a+b) + 1 = 0$$

$$x^2 - \big(2(1/2)-2\big)x + 4(3/4) - 2(1/2) + 1 = 0$$

$$x^2 + x + 3 = 0$$

Clave d

PROBLEMA 22

Si a, b, c son soluciones de:

$$x^3 = 2x - 5$$

Halle el valor de: $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^3+b^3+c^3}$

a) $-^1/_{15}$ b) $-^4/_{15}$ c) $-^1/_5$
d) $-^1/_3$ e) $-^4/_{13}$

Resolución:

De la ecuación: $1x^3 + 0x^2 - 2x + 5 = 0$

Por propiedad:

$$a + b + c = -\frac{0}{1} = 0$$

$$ab + bc + ac = -\frac{2}{1} = -2$$

$$abc = -\frac{5}{1} = -5$$

como $a+b+c=0$, se cumple:

$$\Rightarrow \quad a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$$

$$= -2(-2) = 4$$

$$\Rightarrow \quad a^3+b^3+c^3=3abc$$
$$=3(-5)=-15$$

$$\therefore \quad \frac{a^2+b^2+c^2}{a^3+b^3+c^3}=\frac{4}{-15}=\frac{-4}{15}$$

Clave b

PROBLEMA 23

Si una de las raíces de:

$$x^3-(2K-1)x+3K=0$$

es 2. Halle el producto de las otras dos.

a) 15 b) 12 c) 10
d) −12 e) −15

Resolución:

Como una de las raíces es 2

$$2^3-(2K-1)\cdot 2+3K=0$$
$$8-4K+2+3K=0$$
$$K=10$$

En la ecuación: $1x^3-19x+30=0$

Producto de raíces:

$$(2)\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{30}{1}$$
$$x_2\cdot x_3=-15$$

Clave e

PROBLEMA 24

Resolver:

$$\frac{x+a}{ab+a+1}+\frac{x+b}{ab+b+1}=\frac{x-a}{ab-a+1}+\frac{x-b}{ab-b+1}$$

a) $ab-1$ b) $ab+1$ c) $a+1$
d) $b+1$ e) $ab-2$

Resolución:

Restando 1 a cada bloque:

$$\frac{x+a}{ab+a+1}-1+\frac{x+b}{ab+b+1}-1=\frac{x-a}{ab-a+1}-1$$
$$+\frac{x-b}{ab-b+1}-1$$

efectuando:

$$\frac{x-ab-1}{ab+a+1}+\frac{x-ab-1}{ab+b+1}=\frac{x-ab-1}{ab-a+1}+\frac{x-ab-1}{ab-b+1}$$

se cumplirá la igualdad cuando

$$x-ab-1=0$$
$$x=ab+1$$

Clave b

PROBLEMA 25

Resuelva:

$$\frac{x+1}{x+a+b}+\frac{a-b+1}{x+a-b}=1$$

a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{-a}{b+1}$ c) $\frac{a}{b+1}$
d) $\frac{a}{b-1}$ e) $\frac{a-1}{b}$

Resolución:

De la ecuación

$$\frac{x+1}{x+a+b}+\frac{a-b+1}{x+a-b}-1=0$$
$$\frac{x+1}{x+a+b}+\frac{1-x}{x+a-b}=0$$
$$\frac{x+1}{x+a+b}=\frac{x-1}{x+a-b}$$

$$x(x+a-b)+x+a-\not{b}=x(x+a+b)$$
$$-x-a-\not{b}$$
$$2x+2a=x(2b)$$
$$x+a=xb$$
$$x=\frac{a}{b-1}$$

Clave d

PROBLEMA 26

Halle la ecuación polinomial de menor grado y coeficientes racionales donde una de sus raíces es: $\sqrt[3]{3}+3$.

a) $x^3+9x^2-27x-30=0$
b) $x^3-9x^2+27x-30=0$
c) $x^3-9x^2-27x+30=0$
d) $x^3-8x^2-27x-30=0$
e) $x^3-9x^2-28x+30=0$

Resolución:

Si: $x=\sqrt[3]{3}+3$

hallar una ecuación de coeficientes racionales implica eliminar los radicales.

$$x-3=\sqrt[3]{3}$$
$$(x-3)^3=\sqrt[3]{3}^{\,3}$$
$$x^3-3x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 9-27=3$$
$$x^3-9x^2+27x-30=0$$

Clave b

PROBLEMA 27

Si α es una raíz de la ecuación $x^3-x-3=0$

Halle el valor de: $M=\frac{2\alpha^3-5}{2\alpha+1}$

a) 1/2 b) 2/3 c) –3/5
d) –4 e) 1

Resolución:

Como α es una raíz satisface la ecuación; es decir: $\alpha^3=\alpha+3$

Reemplazando en M: $M=\frac{2(\alpha+3)-5}{2\alpha+1}$

$$M=\frac{2\alpha+1}{2\alpha+1}=1$$

Clave e

PROBLEMA 28

Las raíces de la ecuación cuadrática:

$$x^2-ax+b=0$$

Verifican el sistema: $5x_1+x_2=3$
$x_1+5x_2=9$

Halle el valor de a

a) 2 b) 3 c) 4
d) –2 e) 5

Resolución:

De la ecuación: $x^2-ax+b=0$
$\Rightarrow \quad x_1+x_2=a$

Además:
$$5x_1+x_2=3$$
$$x_1+5x_2=9 \quad (+)$$
$$6x_1+6x_2=12$$
$$x_1+x_2=2$$
$$\therefore \quad a=2$$

Clave a

PROBLEMA 29

Calcule el mayor valor que tiene "m" para que la ecuación

$$x^2 + m = (m+1)x - 1$$

tenga raíces iguales.

a) 1 b) 5 c) 3
d) −1 e) −3

Resolución:

De la ecuación:

$$x^2 - (m+1)x + (m+1) = 0$$

para que tenga raíces iguales

$$\Delta = 0$$

$$(m+1)^2 - 4(1)(m+1) = 0$$

$$m^2 + 2m + 1 - 4m - 4 = 0$$

$$m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\begin{matrix} m & -3 \\ m & +1 \end{matrix}$$

$$(m-3)(m+1) = 0$$

$$m = 3 \quad \vee \quad m = -1$$

$$\therefore \ m_{mayor} = 3$$

PROBLEMA 30

Dada la ecuación: $ax^2 + bx + c = 0$
halle la relación entre los coeficientes, si una raíz es la mitad de la otra.

a) $ab^2 = 9a^2c$ b) $2b^2 = 9ac$
c) $3b = 2c$ d) $5b = 7c$
e) $7b = 4a$

Resolución:

Sean las raíces: α y 2α

De la ecuación: $ax^2 + bx + c = 0$

$$\alpha + 2\alpha = \frac{-b}{a} \quad \ldots\ldots \ (1)$$

$$\alpha \cdot 2\alpha = \frac{c}{a} \quad \ldots\ldots \ (2)$$

De (1) y (2)

$$\alpha^2 = \frac{b^2}{9a^2} = \frac{c}{2a}$$

$$2b^2 = 9ac$$

Clave b

PROBLEMA 31

Si una raíz del polinomio $P(x)$ es 2 tal que:

$$P(x) = yx^2 - yx - 6$$

Halle el valor de la otra raíz.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) −1

Resolución:

Del enunciado $P(2) = 0$

$$y \cdot 2^2 - y \cdot 2 - 6 = 0$$

$$4y - 2y - 6 = 0$$

$$y = 3$$

luego: $P(x) = 3x^2 - 3x - 6$

$$P(x) = 3(x^2 - x - 2)$$

$$P(x) = 3\underline{(x+1)}(x-2)$$

$\therefore$ la otra raíz es $x = -1$

PROBLEMA 32

Si las raíces de la ecuación:

$$x^2 + 3x + K = 0 \quad \text{son "}u\text{" y "}v\text{"}$$

Además: $u^3 + v^3 = 6K$

Calcule el valor de K

a) 1 b) –1 c) 2
d) –2 e) 9

Resolución:

De la ecuación: $x^2 + 3x + K = 0$

$$\Rightarrow \; u + v = -3$$
$$\Rightarrow \; u \cdot v = K$$

como:

$$u^3 + v^3 = 6K$$
$$(u+v)(u^2 - uv + v^2) = 6K$$
$$(-3)\left((u+v)^2 - 3uv\right) = 6K$$
$$(-3)(9 - 3K) = 6K$$
$$9 - 3K = -2K$$
$$K = 9$$

PROBLEMA 33

Si las ecuaciones:

$$3nx^2 - 2nx + 1 = 0 \; ; \; n \neq 0$$
$$\frac{x+m+n+pq}{n-m+q} + \frac{x+n+q+m}{n+m+q} = (m+n+q)^q$$

son equivalentes. Halle el valor de n.

a) 0 b) 3 c) 1
d) 2 e) –1

Resolución:

Como la segunda ecuación es de primer grado, sólo tiene una solución y ya que es equivalente a la primera; ésta debe tener raíces iguales.

Luego:

$$3nx^2 - 2nx + 1 = 0$$
$$\Rightarrow \; \Delta = 0$$
$$(2n)^2 - 4(3n)(1) = 0$$
$$4n^2 = 12n$$
$$n = 3$$

Clave b

PROBLEMA 34

Dos alumnos al resolver la misma ecuación cuadrática hicieron lo siguiente:

- El primero se equivocó en el término independiente y obtuvo como soluciones a 8 y 2.
- El segundo se equivocó en el coeficiente del término lineal y obtuvo como soluciones –9 y –1.

¿Cuál fue la ecuación correcta?

a) $x^2 + 10x - 9 = 0$
b) $x^2 + 10x + 16 = 0$
c) $x^2 - 10x + 9 = 0$
d) $x^2 - 10x + 16 = 0$
e) $x^2 - 11x - 9 = 0$

Resolución:

Si el primero obtuvo como soluciones 8 y 2 la ecuación que resolvió fue:

$$x^2 - \underbrace{(8+2)}_{\text{correcto}}x + \underbrace{8 \cdot 2}_{\text{error}} = 0$$

Si el primero obtuvo como soluciones –9 y –1, la ecuación que resolvió fue:

$$x^2 - \underbrace{(-9-1)}_{\text{error}}x + \underbrace{(-9)(-1)}_{\text{correcto}} = 0$$

$\therefore$ la ecuación correcta fue:

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

Clave c

PROBLEMA 35

Si las ecuaciones

$$x^2 + x + m = 0$$

$$x^2 + 2x + n = 0$$

tienen una raíz común calcule:

$$M = \frac{(m-n)^2}{n-2m}$$

a) 1 b) –1 c) 2
d) –2 e) 0

Resolución:

Sea α la solución común; entonces obedece ambas ecuaciones:

$$\alpha^2 + \alpha + m = 0 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$\alpha^2 + 2\alpha + n = 0 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$\alpha + n - m = 0$$

$$\alpha = m - n$$

Reemplazando en (2)

$$(m-n)^2 + 2(m-n) + n = 0$$

$$(m-n)^2 = n - 2m$$

Piden: $M = \frac{(m-n)^2}{n-2m} = \frac{n-2m}{n-2m} = 1$

Clave a

PROBLEMA 36

Resuelva la ecuación:

$$x^2 + 6px - 2K = 0$$

Si: $3x^2 + (K+a)x + 5 - K = 0$
tiene raíces recíprocas y

$$6x^2 + (2p-1)x + 8 = 0$$

tiene raíces simétricas.

a) 4 ; –1 b) –4 ; 1 c) 3 ; –3
d) 2 ; 4 e) –8 ; 2

Resolución:

Como las raíces de:

$$3x^2 + (K+a)x + 5 - K = 0$$

son recíprocas

$$x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$\frac{5-K}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \quad K = 2$$

como las raíces de:

$$6x^2 + (2p-1)x + 8 = 0$$

Son simétricas.

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$-\frac{(2p-1)}{6} = 0$$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{1}{2}$$

En la ecuación a resolver:

$$x^2+6(1/2)x-2(2)=0$$

$$x^2+3x-4=0$$

$$\begin{array}{ll} x & +4 \\ x & -1 \end{array}$$

$$(x+4)(x-1)=0$$

$$x=-4 \quad \vee \quad x=1$$

Clave (b)

PROBLEMA 37

Indique una ecuación cuadrática de raíces m y n. Si las ecuaciones:

$$6x^2+(2m+1)x+4n+2=0$$

$$2x^2+\quad 5x\quad +\quad 6\quad =0$$

son equivalentes

a) $x^2-5x+6=0$
b) $x^2-11x+28=0$
c) $x^2-3x+4=0$
d) $x^2-x-2=0$
e) $x^2-5x-10=0$

***Resolución*:**

Como las ecuaciones son equivalentes se cumple:

$$\frac{6}{2}=\frac{2m+1}{5}=\frac{4n+2}{6}$$

Resolviendo:

$$\frac{6}{2}=\frac{2m+1}{5} \quad \Rightarrow \quad m=7$$

$$\frac{6}{2}=\frac{4n+2}{6} \quad \Rightarrow \quad n=4$$

Ecuación pedida:

$$x^2-(7+4)x+7\cdot 4=0$$

$$x^2-11x+28=0$$

Clave (b)

PROBLEMA 38

La ecuación fraccionaria

$$\frac{x-1}{2x-1}+\frac{2x+1}{x-1}=a$$

Se transforma en una ecuación lineal. Dé como respuesta la suma del valor de ***a*** con la solución de la ecuación resultante.

a) $\frac{23}{22}$ b) $\frac{61}{22}$ c) $\frac{65}{22}$
d) $\frac{47}{22}$ e) $\frac{22}{65}$

***Resolución*:**

De la ecuación dada:

$$\frac{x-1}{2x-1}+\frac{2x+1}{x-1}=a$$

$$\frac{(x-1)^2+(2x+1)(2x-1)}{(2x-1)(x-1)}=a$$

$$\frac{x^2-2x+1+4x^2-1}{2x^2-3x+1}=a$$

$$5x^2-2x=2ax^2-3ax+a$$

$$(5-2a)x^2-(2-3a)x-a=0$$

Para que se transforme en una ecuación lineal

$$5-2a=0$$

$$a=5/2$$

En la ecuación:

$$\left(5-2\left(\frac{5}{2}\right)\right)x^2-\left(2-3\left(\frac{5}{2}\right)\right)x-\frac{5}{2}=0$$

$$\frac{11}{2}x-\frac{5}{2}=0$$

$$x=\frac{5}{11}$$

Piden: $\frac{5}{2}+\frac{5}{11}=\frac{65}{22}$

Clave c

PROBLEMA 39

Dar un valor de "m" para el cual la suma de las cuartas potencias de las raíces de la ecuación:

$$x^2-mx+1=0$$

sea mínimo.

a) $\sqrt{2}$ b) 1 c) $\sqrt{3}$
d) -1 e) $-\sqrt{3}$

Resolución:

De la ecuación: $x^2-mx+1=0$

$$\Rightarrow \quad x_1+x_2=m \qquad x_1\cdot x_2=1$$

Luego: $x_1^4+x_2^4=\left[x_1^2+x_2^2\right]^2-2x_1^2x_2^2$

$$=\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]^2-2(x_1x_2)^2$$

$$=\left[m^2-2(1)\right]^2-2(1)^2$$

$$=(m^2-2)^2-2$$

Para que esta expresión tome su mínimo valor

$$m^2-2=0$$

$$m=\sqrt{2}$$

Clave a

PROBLEMA 40

Para que valores de K la diferencia de raíces de:

$$4x^2-10(2k+1)x+14K+5=0$$

es mínima.

a) 0 b) 1 c) $-\frac{11}{50}$
d) $-\frac{44}{60}$ e) $\frac{11}{100}$

Resolución:

De la ecuación dada:

$$4x^2-10(2k+1)x+(14k+5)=0$$

$$(x_1-x_2)^2=\frac{(10(2k+1))^2-4(4)(14K+5)}{4^2}$$

$$=\frac{100(4k^2+4k+1)-16(14k+5)}{16}$$

$$=\frac{25(4k^2+4k+1)-4(14k+5)}{4}$$

$$=\frac{100k^2+100k+25-56k-20}{4}$$

$$=\frac{100k^2+44k+5}{4}$$

$$=\frac{\left(10K+\frac{22}{10}\right)^2-\left(\frac{22}{10}\right)^2+5}{4}$$

Para que la diferencia de raíces sea lo mínimo.

$$10K+\frac{22}{10}=0$$

$$K=\frac{-22}{100}=\frac{-11}{50}$$

Clave c

PROBLEMAS PROPUESTOS

01 Las raíces de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0$$

son ***r*** y ***s*** ; para que las raíces de la ecuación: $x^2 + px + q = 0$

sean r^2 y s^2. Halle el valor de **p**.

a) $\frac{b^2 - 4ac}{a^2}$ b) $\frac{b^2 - 2ac}{a^2}$ c) $\frac{2ac - b^2}{a^2}$

d) $2c - b^2$ e) $2c - b^2$

02 Forme la ecuación de segundo grado, cuyas raíces x_1 y x_2 verifiquen las siguientes relaciones:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) = 1$$

$$(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = -2$$

a) $10x^2 + 9x - 12 = 0$
b) $10x^2 - 9x + 12 = 0$
c) $10x^2 + 9x + 12 = 0$
d) $10x^2 - 9x - 12 = 0$
e) $9x^2 - 10x - 12 = 0$

03 Indique para qué valor de ***n***, las raíces de la ecuación difieren en 2 unidades.

$$x^2 - (2n + 4)x + 8n = 0$$

a) 2 ó 5 b) 1 ó 3 c) –3 ó 5
d) –1 ó 2 e) 10 ó 3

04 Si la ecuación:

$$(m + 4)x^2 - (3m^2 + 1)x + 3m = 0$$

tiene sus raíces recíprocas. Halle el valor de ***m*** y las raíces de la ecuación.

a) $m = 1$; $x_1 = 2/3$; $x_2 = 3/2$
b) $m = 1$; $x_1 = 1/3$; $x_2 = 3$
c) $m = 2$; $x_1 = 2/3$; $x_2 = 3/2$
d) $m = 2$; $x_1 = 2/5$; $x_2 = 5/2$
e) $m = 3$; $x_1 = 1/2$; $x_2 = 2$

05 Se define:

$$a \heartsuit b = \sqrt{a^2 + b^2}$$

resolver:

$$\sqrt{x+2} \heartsuit (x - 4) = (\sqrt{2}x) \heartsuit \sqrt{11 - x}$$

a) –1 b) 1 c) 0
d) –2 e) –4

06 Dada la ecuación:

$$(3a - 2)z^2 - (6a - 3)z + a = 6$$

Halle "a" para que las raíces sean recíprocas y de signo contrario.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

07 Si los cuadrados de las dos raíces reales de la ecuación:

$$x^2 + x + c = 0$$

suman ***g***. Halle el valor de ***c***.

a) $1 + g$ b) $g - 2$ c) $3g + 5$

d) $\frac{5g+1}{2}$ e) $\frac{1-g}{2}$

08 La ecuación:

$$x^2+kx+k^2=0$$

¿para qué valores reales de **k** distintos de cero, tiene raíces iguales?

a) $k=0$ b) $k>1$ c) $k\geq 1$
d) todos los valores de k
e) ningún valor de k

09 Si la ecuación

$$2x^2+rx+s=0$$

donde **r** y $s\in\mathbb{R}$ tiene por raíz a $(2i+3)$. Halle el valor de s.

a) 4 b) 5 c) 6
d) –13 e) 26

10 Halle el semiproducto de las raíces reales de la ecuación:

$$(x^2+3x+11)^{1/2}-x^2-3x-5=0$$

a) 1 b) –1 c) 2
d) –2 e) 5

11 Se tiene la ecuación:

$$3x^2-4x+k=0$$

con raíces reales, ¿cuál es el valor de **k** para que el producto de las raíces de la ecuación sea máximo?

a) $^5/_3$ b) 1 c) $^4/_3$
d) $-^4/_3$ e) $^2/_3$

12 Si ***m*** y ***n*** son las raíces de la ecuación:

$$3x^2+5x-6=0$$

Halle el valor de: $\dfrac{m^2-2}{m}+\dfrac{n^2-2}{n}$

a) 0 b) 1 c) $\frac{10}{3}$
d) $\frac{-10}{3}$ e) $\frac{-5}{3}$

13 Si "m" y "n" son raíces de la ecuación

$$acx^2+bx-bc=0$$

forme la ecuación cuyas raíces son:

$^1/_m$ y $^1/_n$

a) $bcx^2-bx-ac=0$
b) $acx^2-bcx-a=0$
c) $abx^2-acx+b=0$
d) $bx^2-abcx+1=0$
e) $x^2-abcx+1=0$

14 Calcular "a" sabiendo que las raíces de la ecuación:

$$3x^2-(a+6)x+2a+3=0$$

son iguales tanto en magnitud como en signo. Además $a\neq 0$

a) 18 b) 20 c) 25
d) 36 e) 12

15 Calcule "n" sabiendo que en la ecuación:

$$x^2-nx+n=-4$$

se cumple que una raíz es dos veces mayor que la otra. Además $n>0$

a) 8 b) 6 c) 12
d) 15 e) 24

16 Hallar el valor de "q" para la cual la ecuación:

$$x^2 - 2qx - 3x = -5q - 1$$

tiene la suma de raíces igual al producto de las mismas.

a) –2/3 b) 5/4 c) 2/3
d) 3/2 e) 4/5

17 En la ecuación:

$$(n+1)x^2 + 2nx + n - 3 = 0$$

¿cuál es el menor valor entero que puede tomar n para que la ecuación tenga raíces reales?

a) –2 b) 2 c) –1
d) 0 e) 1

18 Dada la siguiente ecuación:

$$x^2 + 2px + q = 0$$

cuyas raíces son x_1 y x_2. Halle $\boldsymbol{q}$ en función de "p" sabiendo que

$$3x_1 + 5x_2 = 8p - 2$$

a) $-63p^2 - 16p + 1$
b) $-63p^2 + 16p - 1$
c) $-63p^2 + 16p - 1$
d) $-63p^2 + 16p - 1$
e) $-63p^2 + 16p + 1$

19 Indique el valor de $\boldsymbol{n}$ en la ecuación:

$$x^2 - (n+3)x + \frac{n^2}{4} + 1 = 0$$

si sus raíces son a^3 y $(a^3 + 2)$

a) 1/6 b) 2/3 c) –1/6
d) 2 e) –2/3

20 Halle "$m + n$" si las ecuaciones:

$$(5m - 52)x^2 - (m-4)x = -4$$

$$(2n-1)x^2 - 5nx + 20 = 0$$

tienen el mismo conjunto solución.

a) $\frac{410}{23}$ b) $\frac{23}{410}$ c) $\frac{375}{12}$
d) $\frac{410}{17}$ e) $\frac{410}{11}$

21 Sea la ecuación:

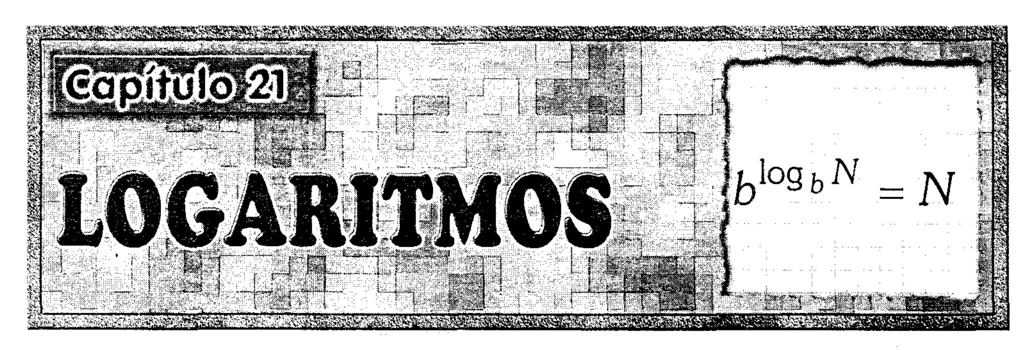
$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

donde x_1, x_2, x_3, x_4 son sus raíces. Calcular:

$$\frac{x_3(x_1x_2 + x_1x_4 + x_2x_4) + x_4(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)}{x_1x_3(x_1 + x_3)}$$

a) 1 b) 0 c) –1
d) 2 e) –2

CLAVES				
01. c	02. d	03. b	04. c	05. b
06. b	07. e	08. e	09. e	10. b
11. c	12. e	13. a	14. e	15. a
16. c	17. c	18. c	19. c	20. a
21. c				



DEFINICIÓN DE LOGARITMO

Dado un número real $a > 0$ y $a \neq 1$, el logaritmo de un número $x > 0$ en la base a, es el exponente y al que debe elevarse a, de manera que se cumpla que $a^y = x$. Es decir:

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

logaritmo de x en base a

EJEMPLOS

$\log_4 16 = 2$; porque $4^2 = 16$

$\log_3 81 = 4$; porque $3^4 = 81$

$\log_2 8 = 3$; porque $2^3 = 8$

$\log_{20} 1 = 0$; porque $20^0 = 1$

$\log_{15} 15 = 1$; porque $15^1 = 15$

PROPIEDADES SOBRE LOGARITMOS

I) **Identidad Fundamental**

$$b^{\log_b N} = N$$

II) **Logaritmo de 1 en cualquier base es 0.**

$$\log_b 1 = 0 \quad ; \quad b > 0 \ ; \ b \neq 1$$

III) **El logaritmo de la base es igual a 1.**

$$\log_b b = 1 \quad ; \quad b > 0 \ ; \ b \neq 1$$

IV) **Suma de logaritmos en la misma base.**

$$\log_b m + \log_b n = \log_b (mn)$$

***Ejemplo*:**

$\log_4 2 + \log_4 8 = \log_4 16 = 2$

V) **Diferencia de logaritmo en la misma base.**

$$\log_b m - \log_b n = \log_b (m/n)$$

Ejemplo:

$\log_{10} 200 - \log_{10} 2 = \log_{10} 100 = 2$

VI) **Propiedad del sombrero:**

$$\log_b a^n = n \log_b a$$

Ejemplo:

$$\log_3 \sqrt{3} = \log_3 3^{(1/2)} = \frac{1}{2}\log_3 3 = \frac{1}{2}$$

$$\log_{b^m} a = \frac{1}{m}\log_b a$$

Ejemplo:

$$\log_{27} 3 = \log_{3^3} 3 = \frac{1}{3}\log_3 3 = \frac{1}{3}$$

$$\log_{b^m} a^n = \frac{n}{m}\log_b a$$

Ejemplo:

$$\log_{32} 16 = \log_{2^5} 2^4 = \frac{4}{5}\log_2 2 = \frac{4}{5}$$

VII) **Cambio de base:**

$$\log_y x = \frac{\log_b x}{\log_b y}$$

Ejemplo: $\log_2 7 = \frac{\log_{10} 7}{\log_{10} 2}$

VIII) **Regla de la cadena**

$$\log_a x \cdot \log_y a \cdot \log_b y = \log_b x$$

Ejemplo:

$$\log_2 8 \times \log_3 2 \times \log_4 3 \times \log_2 4 = \log_2 8$$
$$= 3$$

IX) **Regla del intercambio**

$$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

Ejemplo: $3^{\log_5 4} = 4^{\log_5 3}$

X) $\log_b a = \log_{\sqrt[n]{b}} \sqrt[n]{a} = \log_{b^n} a^n$

Ejemplo:

$$\log_{25} 16 = \log_{\sqrt{25}} \sqrt{16} = \log_5 4$$

XI) **Cologaritmo**

$$\text{Colog}_b\, n = -\log_b n$$

Ejemplo: $\text{Colog}_2 8 = -\log_2 8 = -3$

XII) **Antilogaritmo**

$$\text{Antilog}_b\, n = b^n$$

Ejemplo: $\text{Antilog}_3 2 = 3^2 = 9$

XIII) **Logaritmo decimal**

$$\log_{10} a = \log a$$

Ejemplo: $\log_{10} 7 = \log 7$

XIV) **Logaritmo Neperiano**

$$\log_e a = Ln\, a$$

donde: $e = 2,7182\ldots$

Ejemplo: $\log_e 7 = Ln\, 7$

Ejemplo 01

Calcular:

$$M = \log_7 343 + \log_{343} 7 + \log_8 4$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 1/3

Resolución:

Como $343 = 7^3$ tenemos:

$$M = \log_7 7^{③} + \log_{7^{③}} 7 + \log_{2^{③}} 2^{②}$$

$$M = 3\log_7 7 + \tfrac{1}{3}\log_7 7 + \tfrac{2}{3}\log_2 2$$

$$M = 3 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{2}{3} = 4$$

Clave (d)

Ejemplo 02

Calcular:

$$M = \log 10000 - \log 0{,}001 + \log_{100} \sqrt[5]{1000}$$

a) 7,2 b) 7,3 c) 3.3
d) 6,3 e) 8,3

Resolución:

Expresando como potencias:

$$M = \log 10^{④} - \log 10^{(-3)} + \log_{10^2} 10^{(3/5)}$$

$$M = 4\log 10 + 3\log 10 + \tfrac{3/5}{2}\log_{10} 10$$

$$M = 4 + 3 + \tfrac{3}{10} = \tfrac{73}{10} = 7{,}3$$

Clave (b)

Ejemplo 03

Hallar el valor de ***x*** en:

$$\log_{\sqrt{2}}\left[\log_5(3x^2 - 2x + 4)\right] = 2$$

a) 1 b) 2 c) –3
d) 3 e) –2

Resolución:

De la definición del logaritmo:

$$\log_{(\sqrt{2})}\left[\log_5(3x^2 - 2x + 4)\right] = 2$$

$$\log_5(3x^2 - 2x + 4) = \sqrt{2}^{\,2}$$

$$\log_{⑤}(3x^2 - 2x + 4) = 2$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 5^2$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 25$$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0$$

$$\begin{array}{ll} 3x & +7 \\ x & -3 \end{array} \Rightarrow x = 3$$

Clave (d)

Ejemplo 04

Resolver: $3^{2x} + 50 = 5(3^{x+1})$

Dé como respuesta la diferencia de soluciones.

a) $\log_3 2$ b) $\log_3 5$ c) $\log_3 50$
d) $\log_5 2$ e) $\log_3 7$

Resolución:

Dando forma a la ecuación:

$$3^{2x} + 50 = 5(3^x \cdot 3^1)$$

$$(3^x)^2 + 50 = 15(3^x)$$

$$(3^x)^2 - 15(3^x) + 50 = 0$$

$$\begin{array}{ll} (3^x) & -10 \\ (3^x) & -5 \end{array}$$

$3^x = 10 \quad \vee \quad 3^x = 5$
$x = \log_3 10 \quad \vee \quad x = \log_3 5$

Piden: $\log_3 10 - \log_3 5 = \log_3 2$

Clave (a)

Ejemplo 05

Resolver:

$$\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = 10^{\log(1/3)}$$

a) $\log 2$ b) $\log\sqrt{3}$ c) $\log\sqrt{2}$
d) $\log(1/2)$ e) $\log\sqrt[3]{2}$

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \cancel{10}^{\log_{\cancel{10}}(1/3)}$$

$$\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{10^x - \frac{1}{10^x}}{10^x + \frac{1}{10^x}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{10^{2x} - 1}{10^{2x} + 1} = \frac{1}{3}$$

$$3(10^{2x}) - 3 = 10^{2x} + 1$$

$$2(10^{2x}) = 4$$

$$10^{2x} = 2$$

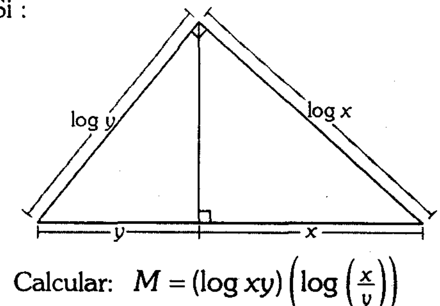
$$2x = \log 2$$

$$x = \frac{1}{2}\log 2 = \log\sqrt{2}$$

Clave (c)

Ejemplo 06

Si :



Calcular: $M = (\log xy)\left(\log\left(\frac{x}{y}\right)\right)$

a) $x^2 + y^2$ b) $x^2 - y^2$ c) xy
d) xy^2 e) x^2y

Resolución:

Aplicando relaciones métricas:

$$(\log x)^2 = x(x+y)$$
$$(\log y)^2 = y(y+x) \quad (-)$$

$$(\log x)^2 - (\log y)^2 = x^2 + \cancel{xy} - y^2 - \cancel{xy}$$

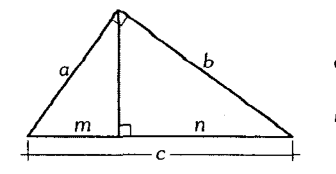
$$(\log x + \log y)(\log x - \log y) = x^2 - y^2$$

$$(\log xy)\left(\log\left(\frac{x}{y}\right)\right) = x^2 - y^2$$

Clave (b)

NOTA:

En un triángulo rectángulo se cumple:



$a^2 = mc$

$b^2 = nc$

Problemas Resueltos

LOGARITMOS

PROBLEMA 01

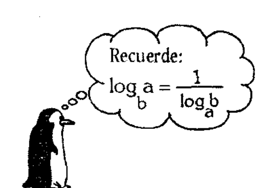
Resolver:

$$\log_2 x = \log_x 2$$

Dé como respuesta la suma de soluciones:

a) $^5/_2$ b) 2 c) $^3/_2$
d) $^3/_4$ e) $^2/_3$

Resolución:



como:

$$\log_2 x = \log_x 2$$

$$\log_2 x = \frac{1}{\log_2 x}$$

$$(\log_2 x)^2 = 1$$

$$\log_2 x = 1 \quad \vee \quad \log_2 x = -1$$

$$x = 2^1 \quad \vee \quad x = 2^{-1}$$

$$x = 2 \quad \vee \quad x = 1/2$$

Piden: $2 + 1/2 = 5/2$

Clave (a)

PROBLEMA 02

En la ecuación:

$$\log 25 + \log(x+9) = \tfrac{1}{2}\log(3x-8) + 2$$

halle la suma de sus raíces.

a) 32 b) 30 c) 40
d) 50 e) 28

Resolución:

De la ecuación:

$$\log 25 + \log(x+9) = \tfrac{1}{2}\log(3x-8) + 2$$

$$\log(25(x+9)) - \log\sqrt{3x-8} = 2$$

$$\log\left(\frac{25(x+9)}{\sqrt{3x-8}}\right) = 2$$

$$\frac{25(x+9)}{\sqrt{3x-8}} = 10^2$$

$$(x+9)^2 = (4\sqrt{3-8})^2$$

$$x^2 + 18x + 81 = 48x - 128$$

$$x^2 - 30x + 209 = 0$$

Como: $\text{Suma de raíces} = \frac{-b}{a}$

Identificando:

$$1x^2 - 30x + 209 = 0$$

$\downarrow$ a $\quad$ $\downarrow$ b $\quad$ $\downarrow$ c

$$\text{Suma de raíces} = \frac{-(-30)}{1} = 30$$

Clave (b)

PROBLEMA 03

Sabiendo que: $\log 2 = a$
$\log 3 = b$

Calcule: $\log\sqrt[3]{450}$

a) $\frac{a+b-2}{3}$ b) $\frac{b+3-a}{2}$ c) $\frac{a+b-3}{2}$
d) $\frac{a+b-3}{3}$ e) $\frac{2b-a+2}{3}$

Resolución:

Dando forma a lo que nos piden:

$$M=\log\sqrt[3]{450}=\tfrac{1}{3}\log 450$$
$$=\tfrac{1}{3}\log\left(3^2\times 5\times 10\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\log\left(\frac{3^2\times 10^2}{2}\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\left(\log 3^2+\log 10^2-\log 2\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\left(2\log 3+2\log 10-\log 2\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\left(2b+2(1)-a\right)$$
$$=\frac{2b-a+2}{3}$$

Clave (e)

PROBLEMA 04

Calcular: $R=\sqrt{\dfrac{2^{2+\log_7 5}+5^{\log_7 14}}{5^{\log_7 2}}}$

a) 4 b) 6 c) 7
d) 3 e) 9

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$R=\sqrt{\frac{2^{2+\log_7 5}+5^{\log_7 14}}{5^{\log_7 2}}}$$
$$R=\sqrt{\frac{2^2\cdot 2^{\log_7 5}+5^{\log_7 7+\log_7 2}}{5^{\log_7 2}}}$$
$$R=\sqrt{\frac{4\cdot (2)^{\log_7 (5)}+5^1\cdot 5^{\log_7 2}}{5^{\log_7 2}}}$$
$$R=\sqrt{\frac{4\cdot 5^{\log_7 2}+5\cdot 5^{\log_7 2}}{5^{\log_7 2}}}$$
$$R=\sqrt{\frac{4+5}{1}}=3$$

Clave (d)

PROBLEMA 05

Calcule "x" al resolver: $\dfrac{\log_m x+1}{\log_x m+1}=m$

a) m b) $\sqrt{m}$ c) m^m
d) m^2 e) $2\,m$

Resolución:

De la ecuación dada:

$$\frac{\log_m x+1}{\log_x m+1}=m$$
$$\frac{\log_m x+1}{\frac{1}{\log_m x}+1}=m$$
$$\frac{\log_m x+1}{\frac{1+\log_m x}{\log_m x}}=m$$
$$\frac{\log_m x\,(\log_m x+1)}{(1+\log_m x)}=m$$
$$\log_m x=m$$
$$\therefore\quad x=m^m$$

Clave (c)

PROBLEMA 06

Calcular $\log 27$ si:

$\log 28=a$ $\log 21=b$
$\log 25=c$

a) $3(b-a+c-2)$ b) $3(b-a-c-2)$
c) $3(b-a+c+2)$ d) $3(b-a-c+2)$
e) $3(a+b+c-2)$

Resolución:

De los datos:

$$a = \log(2^2 \times 7)$$
$$c = \log(5^2)$$
$$b = \log(7 \times 3)$$

Entonces:

$$a + c = \log\left(2^2 \times 7 \times 5^2\right)$$
$$= \log\left(10^2 \times 7\right)$$
$$= \log 10^2 + \log 7$$
$$= 2 + \log 7$$

$$\Rightarrow \quad a + c - b = 2 + \log 7 - \log(7 \times 3)$$
$$= 2 + \cancel{\log 7} - \cancel{\log 7} - \log 3$$
$$a + c - b = 2 - \log 3$$
$$\log 3 = b - a - c + 2$$

Piden: $\log 27 = \log 3^3 = 3\log 3$

$$= 3(b - a - c + 2)$$

Clave d

PROBLEMA 07

Resolver la ecuación:

$$\sqrt{3}^{\log_2(x+1)} = (x-29)^{\log_2 3}$$

a) 42 b) 24 c) 26
d) 35 e) 45

Resolución:

Como: $a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$

luego:

$$\sqrt{3}^{\log_2(x+1)} = (x-29)^{\log_2 3}$$
$$\sqrt{3}^{\log_2(x+1)} = 3^{\log_2(x-29)}$$
$$3^{\frac{1}{2}\log_2(x+1)} = 3^{\log_2(x-29)}$$
$$\tfrac{1}{2}\log_2(x+1) = \log_2(x-29)$$
$$\log_2\sqrt{x+1} = \log_2(x-29)$$
$$\sqrt{x+1} = x - 29$$
$$x + 1 = (x-29)^2$$
$$x + 1 = x^2 - 58x + 841$$

$$x^2 - 59x + 840 = 0$$
$$x \qquad -35 \Rightarrow x = 35 \checkmark$$
$$x \qquad -24 \Rightarrow x = 24 \times$$

Clave d

PROBLEMA 08

Resolver:

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

Indicar la suma de valores

a) 2 b) 4 c) 3
d) 5 e) 6

Resolución:

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$
$$\log_2(9^{x-1} + 7) - \log_2(3^{x-1} + 1) = 2$$
$$\log_2\left[\frac{9^{x-1}+7}{3^{x-1}+1}\right] = 2$$

$$\frac{9^{x-1}+7}{3^{x-1}+1}=2^2=4$$

$$\frac{(3^{x-1})^2+7}{3^{x-1}+1}=4$$

$$(3^{x-1})^2+7=4(3^{x-1})+4$$

$$(3^{x-1})^2-4(3^{x-1})+3=0$$

$$3^{x-1} \quad -3$$
$$3^{x-1} \quad -1$$

$$3^{x-1}=3 \quad \vee \quad 3^{x-1}=1=3^0$$
$$x=2 \quad \vee \quad x=1$$

Piden: $2+1=3$

Clave c

PROBLEMA 09

Resolver: $\frac{1}{\log_{(\sqrt{x}+1)}3}+\frac{1}{\log_{(\sqrt{x}-1)}3}=\frac{1}{\log_{25}9}$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:

Como: $\frac{1}{\log_b a}=\log_a b$

En el problema:

$$\frac{1}{\log_{(\sqrt{x}+1)}3}+\frac{1}{\log_{(\sqrt{x}-1)}3}=\frac{1}{\log_{25}9}$$

$$\log_3(\sqrt{x}+1)+\log_3(\sqrt{x}-1)=\log_9 25$$

$$\log_3\left[(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)\right]=\log_{\sqrt{9}}\sqrt{25}$$

$$\cancel{\log_3}(x-1)=\cancel{\log_3}5$$

$$x-1=5 \Rightarrow x=6$$

Clave d

PROBLEMA 10

Halle el valor de E en:

$$E=\frac{1+\log_2 3}{1-\log_2 3}+\frac{1+\log_3 2}{1-\log_3 2}$$

a) –3 b) ½ c) 2
d) 1 e) 0

Resolución:

$$E=\frac{1+\log_2 3}{1-\log_2 3}+\frac{1+\log_3 2}{1-\log_3 2}$$

$$E=\frac{1+\frac{1}{\log_3 2}}{1-\frac{1}{\log_3 2}}+\frac{1+\log_3 2}{1-\log_3 2}$$

$$E=\frac{\frac{\log_3 2+1}{\cancel{\log_3 2}}}{\frac{\log_3 2-1}{\cancel{\log_3 2}}}+\frac{1+\log_3 2}{1-\log_3 2}$$

$$E=-\frac{1+\log_3 2}{1-\log_3 2}+\frac{1+\log_3 2}{1-\log_3 2}$$

$$E=0$$

Clave e

PROBLEMA 11

Hallar el valor de N en:

$$\sqrt[N]{\sqrt[N]{(100)^{\log N}}}=N^N$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{3}$ c) 3
d) $^1/_3$ e) $^1/_9$

Resolución:

Recuerde que:

$$b^{\log_b N}=N$$

En el problema:

$$\sqrt[N]{\sqrt[N]{(1000)^{\log N}}} = N^N$$

$$\sqrt[N^2]{(10^3)^{\log N}} = N^N$$

$$\sqrt[N^2]{(10^{\log N})^3} = N^N$$

$$\sqrt[N^2]{(N)^3} = N^N$$

$$N^3 = \left(N^N\right)^{N^2}$$

$$N^3 = N^{N^3}$$

$$3 = N^3 \Rightarrow N = \sqrt[3]{3}$$

PROBLEMA 12

Hallar el valor de x en:

$$\log_x 12 - 3\log_{x^2} 4 + \log_x 6 = 4$$

a) 2　　b) 3　　c) $\sqrt{2}$
d) 4　　e) $\sqrt{3}$

Resolución:

Recuerde:

$$\log_b a = \log_{\sqrt{b}} \sqrt{a}$$

En el problema:

$$\log_x 12 - 3\log_{x^2} 4 + \log_x 6 = 4$$

$$\log_x 12 - 3\log_x 2 + \log_x 6 = 4$$

$$\log_x 12 - \log_x 2^3 + \log_x 6 = 4$$

$$\log_x\left(\frac{12\times 6}{2^3}\right) = 4$$

$$\log_x 9 = 4$$

$$9 = x^4$$

$$x = \sqrt[4]{9}$$

$$\therefore \quad x = \sqrt{3}$$

Clave e

PROBLEMA 13

Si: $\log_x\left(\frac{1}{9}\right) = 2$

$\log_{64} 2 = z$

Hallar: $\log_2\left(\frac{x}{z}\right)$

a) 1　　b) 0　　c) 3
d) 16　　e) 4

Resolución:

Como : $\log_x\left(\frac{1}{9}\right) = 2$

$$\frac{1}{9} = x^2 \Rightarrow x = 1/3$$

Además : $\log_{64} 2 = z$

$$\log_{2^6} 2^1 = \frac{1}{6}\log_2 2 = z$$

$$\Rightarrow \quad z = 1/6$$

Piden: $\log_2\left(\frac{1/3}{1/6}\right) = \log_2 2 = 1$

Clave a

PROBLEMA 14

Hallar el valor de x en:

$$2^{\log_x 2 \cdot \log_2 y \cdot \log_y x^2} = x^{\log_x (2^x)}$$

a) 2 b) 1 c) 3
d) 6 e) 4

Resolución:

Recuerde que:

$$\log_a b\ \log_b c\ \log_c d = \log_a d$$

En el problema:

$$2^{\log_x 2 \cdot \log_2 y \cdot \log_y x^2} = x^{\log_x 2^x}$$

$$2^{\log_x x^2} = x^{x \log_x 2}$$

$$2^2 = \left(x^{\log_x 2}\right)^x$$

$$2^2 = 2^x$$

$$x = 2$$

Clave a

PROBLEMA 15

Si: $x - y = \log x$

$10^x - 10^y = x - 1$

Calcule: $10^x + 10^y$

a) $x-1$ b) $x+1$ c) x
d) y e) $x+y$

Resolución:

Como: $x - y = \log x$

$$10^{x-y} = x$$

$$\frac{10^x}{10^y} = \frac{x}{1}$$

Por propiedad: $\dfrac{10^x + 10^y}{10^x - 10^y} = \dfrac{x+1}{x-1}$

$$\frac{10^x + 10^y}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\Rightarrow \quad 10^x + 10^y = x + 1$$

Clave b

NOTA:

Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

PROBLEMA 16

Si: $\dfrac{1+\log_3 x}{1+\log_x 3} = \dfrac{1}{3}$. Calcule: x

a) $\sqrt{3}$ b) 3 c) $^1/_3$
d) 9 e) $\sqrt[3]{3}$

Resolución:

Como: $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b}$

tenemos

$$\frac{1+\log_3 x}{1+\frac{1}{\log_3 x}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{(1+\log_3 x)}{\left(\frac{\log_3 x + 1}{\log_3 x}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{3}$$

$$x = 3^{1/3} = \sqrt[3]{3}$$

Clave e

PROBLEMA 17

Hallar x en: $3^x + 9^x = 27^x$

a) $\log_3 \sqrt{5}$ b) $\log_3\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

c) $\log_{\sqrt{5}} 3$ d) $\log_3\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

e) $\log_8 \sqrt{5}$

Resolución:

Dando forma:

$$3^x + 9^x = 27^x$$

$$3^x + (3^2)^x = (3^3)^x$$

$$3^x + (3^x)^2 = (3^x)^3$$

Dividiendo entre 3^x

$$1 + (3^x) = (3^x)^2$$

$$1(3^x)^2 - 1(3^x) - 1 = 0$$

por fórmula:

$$3^x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

como: $3^x > 0$

$$3^x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \log_3\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

Clave d

NOTA

Dada la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0 \ ; \ a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

PROBLEMA 18

Calcule el logaritmo de $27\sqrt{3}$ en base $\sqrt[5]{9}$.

a) 34/5 b) 35/4 c) 7/5
d) 7/4 e) 5/4

Resolución:

Como: $27\sqrt{3} = 3^3 \cdot 3^{1/2} = 3^{7/2}$

$$\sqrt[5]{9} = 3^{2/5}$$

Tenemos:

$$\log_{\sqrt[5]{9}}\left(27\sqrt{3}\right) = \log_{3^{(2/5)}} 3^{(7/2)} = \frac{7/2}{2/5}\log_3 3$$

$$= \frac{35}{4}$$

Clave b

PROBLEMA 19

Calcule:

$$\log_{0,\hat{6}}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{12}}\right)^{-1} + \log_{\left(\frac{3}{5}\right)} \sqrt[3]{\frac{9}{25}} + \log_{0,5} \sqrt{\frac{2}{\sqrt[3]{4}}}$$

a) $-^1/_2$ b) $^1/_2$ c) $^2/_3$
d) 0 e) $-^1/_4$

Resolución:

De lo pedido:

$$\log_{(6/9)}\left(\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right) + \log_{\left(\frac{3}{5}\right)} (3/5)^{(2/3)} + \log_{1/2} \sqrt[6]{\frac{8}{4}}$$

$$= \log_{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}} (3/2)^{1/2} + \frac{2}{3} + \log_{2^{-1}} 2^{1/6}$$

$$= \frac{1/2}{-1} + \frac{2}{3} + \frac{1/6}{-1}$$

$$= \frac{-1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = 0$$

Clave d

PROBLEMA 20

Si el logaritmo de $3\sqrt[5]{9}$ en base $\sqrt[15]{27}$ es igual a

$$\sqrt{47+\sqrt[4]{14+\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{x}}}}$$

Calcule x .

a) 3 b) 9 c) 4
d) 27 e) 2

Resolución:

Primero calculemos:

$$\log_{\sqrt[15]{27}} 3\sqrt[5]{9} = \log_{3^{3/15}} 3\cdot 3^{2/5}$$

$$= \log_{3^{1/5}} 3^{7/5}$$

$$= \frac{7/5}{1/5}\log_3 3$$

$$= 7$$

luego:

$$\sqrt{47+\sqrt[4]{14+\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{x}}}} = 7$$

$$47+\sqrt[4]{14+\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{x}}} = 49$$

$$\sqrt[4]{14+\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{x}}} = 2$$

$$14+\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{x}} = 16$$

$$\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{x}} = 2$$

$$29+\sqrt[3]{x} = 32$$

$$\sqrt[3]{x} = 3$$

$$x = 27$$

Clave d

PROBLEMA 21

Halle:

$$(\log_9 3)(\log_{\sqrt[3]{2}} 3)(\log_{27} 5)(\log_{25} 4)$$

a) 2 b) 1/2 c) 3
d) 1/4 e) 5

Resolución:

De la expresión pedida:

$$(\log_{3^2} 3)(\log_{2^{1/3}} 3)(\log_{3^3} 5)(\log_{\sqrt{25}} \sqrt{4})$$

$$=\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(3\log_2 3\right)\left(\tfrac{1}{3}\log_3 5\right)\log_5 2$$

$$=\tfrac{1}{2}\left(\log_2 3\cdot\log_3 5\cdot\log_5 2\right)$$

$$=\tfrac{1}{2}\log_2 2=\tfrac{1}{2}$$

Clave b

PROBLEMA 22

Si: $\log_x(1/2)=\sqrt{2}$

$\log_{1/2} y=\sqrt{8}$

Calcule: $\log_y x$

a) $\sqrt{32}$ b) 4 c) $\sqrt{8}$
d) 1/2 e) 1/4

Resolución:

Como: $\log_x(1/2)=\sqrt{2}$

$$\tfrac{1}{2}=x^{\sqrt{2}}$$

$$x=\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}=2^{\frac{-1}{\sqrt{2}}}$$

Además: $\log_{1/2} y = \sqrt{8}$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{8}} = 2^{-\sqrt{8}}$$

Piden:

$$\log_{2^{-\sqrt{8}}} 2^{-1/\sqrt{2}} = \frac{-1/\sqrt{2}}{-\sqrt{8}} \log_2 2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

Clave (e)

PROBLEMA 23

Si: $x = 2^{\log_3 a}$

determine el valor de:

$$\{3^{\log_a x} + x^{\log_a 3}\}^{0,5}$$

a) 5 b) 2 c) 8
d) –2 e) 6

Resolución:

Reemplazando el dato en lo que nos piden:

$$\left\{ 3^{\log_a 2^{\log_3 a}} + \left(2^{\log_3 a}\right)^{\log_a 3} \right\}^{0,5}$$

$$= \left\{ 3^{\log_3 a \cdot \log_a 2} + 2^{\log_3 a \cdot \log_a 3} \right\}^{0,5}$$

$$= \left\{ 3^{\log_3 2} + 2^1 \right\}$$

$$= \sqrt{2+2} = 2$$

Clave (b)

PROBLEMA 24

Reduzca:

$$-\text{colog}_4 \left\{ \text{anti}\log_2 \left[\log_2 \left(\log_2 \left(\text{antilog}_{1/2} \left(\log_{1/5} 625 \right) \right) \right) \right] \right\}$$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 5

Resolución:

Hallemos:

$$\log_{1/5} 625 = \log_{5^{-1}} 5^4 = \frac{4}{-1} \log_5 5 = -4$$

Ahora:

$$\log_2 \left(\text{antilog}_{1/2} (\log_{1/5} 625) \right)$$

$$= \log_2 \left(\text{anti}\log_{1/2} (-4) \right)$$

$$= \log_2 (1/2)^{(-4)}$$

$$= \log_2 2^4$$

$$= 4$$

Finalmente:

$$-\text{colog}_4 \{\text{antilog}_2 (\log_2 4)\}$$

$$= -\text{co}\log_4 \{2^{\log_2 4}\} = -\text{co}\log_4 (4)$$

$$= -(-\log_4 4) = 1$$

Clave (d)

PROBLEMA 25

El equivalente de:

$$\text{Colog}_6 \text{ antilog}_8 (\log_2 3 + 1) \text{ ; es:}$$

a) –8 b) –2 c) –6
d) –3 e) 3

Resolución:

De lo que piden:

$$\text{colog}_6\, \text{antilog}_8 (\log_2 3 + 1)$$

$$= \text{colog}_6\, \text{antilog}_8 (\log_2 3 + \log_2 2)$$

$$= \text{colog}_6\, \text{antilog}_8 \log_2 6 = \text{colog}_6 8^{\log_2 6}$$

$$= -\log_6 8^{\log_2 6} = -\log_2 6 \cdot \log_6 8$$

$$= -\log_2 8 = -3$$

Clave d

PROBLEMA 26

Reduzca: $M = b^{a^{\left(\frac{\log \log_b a}{\log a}\right)}}$

a) ab b) b c) a
d) b^2 e) a^2

Resolución:

Como: $\dfrac{\log_x a}{\log_x b} = \log_b a$

tenemos: $\dfrac{\log_{10} \log_b a}{\log_{10} a} = \log_a \log_b a$

En la expresión:

$$M = b^{a^{\log_a \log_b a}} = b^{\log_b a}$$

$$M = a$$

Clave c

PROBLEMA 27

Resuelva:

$$31 \log x + 71 \log y = 20$$

$$29 \log x + 11\, \text{colog}\, y = 40$$

e indique xy.

a) 20 b) 10 c) 1
d) 40 e) 6

Resolución:

Sumando las ecuaciones:

$$31 \log x + 71 \log y = 20$$

$$29 \log x - 11 \log y = 40$$

$$50 \log x + 60 \log y = 60$$

$$\log x + \log y = 1$$

$$\log (x) = 1$$

$$xy = 10$$

Clave b

PROBLEMA 28

Si x_1 y x_2 son soluciones de la ecuación

$$25^{\log_x 3} = (x^2 - 5x + 15)^{\log_x 5}$$

indique:

$$\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2 + 1}$$

a) 3 b) 2 c) 1
d) 4 e) 6

Resolución:

Tomando $\log_x$:

$$\log_x 25^{\log_x 3} = \log_x (x^2-5x+15)^{\log_x 5}$$

$$\log_x 3 \cdot \log_x 25 = \log_x 5 \log_x (x^2-5x+15)$$

$$\log_x 3 \cdot \log_x 5^2 = \log_x 5 \log_x (x^2-5x+15)$$

$$2\log_x 3 \cdot \log_x 5 = \log_x 5 \log_x (x^2-5x+15)$$

$$\log_x 3^2 = \log_x (x^2-5x+15)$$

$$9 = x^2-5x+15$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$x \quad -3 \rightarrow x_1=3$$
$$x \quad -2 \rightarrow x_2=2$$

Piden:

$$\frac{3\cdot 2}{3+2+1}=1$$

Clave C

PROBLEMA 29

Resuelva:

$$3\log x = 2\log\tfrac{x}{2} + \log 32$$

e indique $\log_2 x$

a) 2 b) 4 c) 3
d) 8 e) 10

Resolución:

De la ecuación:

$$3\log x = 2\log\left(\tfrac{x}{2}\right) + \log 32$$

$$3\log x = 2\log x - 2\log 2 + \log 2^5$$

$$\log x = -2\log 2 + 5\log 2$$

$$\log x = 3\log 2$$

$$\log x = \log 2^3$$

$$\therefore\ x = 2^3 = 8$$

Piden: $\log_2 8 = 3$

Clave C

PROBLEMA 30

Resuelva:

$$x + \log(1+2^x) = \log 5^x + \log 72$$

a) 3 b) 1 c) 0
d) 2 e) 4

Resolución:

$$x + \log(1+2^x) = \log 5^x + \log 72$$

$$\log(1+2^x) - \log 72 = \log 5^x - x$$

$$\log\left(\tfrac{1+2^x}{72}\right) = \log 5^x - \log 10^x$$

$$\log\left(\frac{1+2^x}{72}\right) = \log\left(\frac{5^x}{10^x}\right)$$

$$\frac{1+2^x}{72} = \frac{5^x}{2^x\cdot 5^x}$$

$$\frac{1+2^x}{72} = \frac{1}{2^x}$$

$$(1+2^x)(2^x) = 72$$

$$(1+2^x)(2^x)=9\times 8$$

$$\hookrightarrow\ 2^x=8$$

$$\therefore\quad x=3$$

Clave a

PROBLEMA 31

Resuelva:

$$\log_3 x+\log_{1/3} x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_9 x=10$$

a) 64 b) 27 c) 9
d) 81 e) 125

Resolución:

De la ecuación:

$$\log_3 x+\log_{3^{-1}} x+\log_{3^{1/2}} x+\log_{3^2} x=10$$

$$\cancel{\log_3 x}-\cancel{\log_3 x}+2\log_3 x+\tfrac{1}{2}\log_3 x=10$$

$$\tfrac{5}{2}\log_3 x=10$$

$$\log_3 x=4$$

$$\therefore\quad x=3^4=81$$

PROBLEMA 32

Resuelva: $\log_5(x^{\log_5 x})=4$

e indique la mayor solución.

a) 16 b) 20 c) 25
d) 28 e) 30

Resolución:

$$\log_5 x^{\log_5 x}=4$$

$$\log_5 x\cdot\log_5 x=4$$

$$(\log_5 x)^2=4$$

$$\log_5 x=2 \quad\vee\quad \log_5 x=-2$$

$$x=5^2 \qquad\qquad x=5^{-2}$$

$$x=25 \qquad\qquad x=1/25$$

$$\therefore\ \text{Mayor solución:}\quad x=25$$

Clave c

PROBLEMA 33

Si:

$$2\log^2 x+\log^2 y+\log_{xy} xy=2\log x\log y+2\log x$$

halle: $\sqrt[10]{\log x^{\log y}}$

a) 2 b) 1 c) 4
d) 5 e) 6

Resolución:

De la ecuación:

$$2\log^2 x+\log^2 y+1=2\log x\log y+2\log x$$

$$\underbrace{\log^2 x+\log^2 y-2\log x\log y}_{(\log x-\log y)^2}+\underbrace{\log^2 x+1^2-2\log x}_{(\log x-1)^2}=0$$

$$(\log x-\log y)^2+(\log x-1)^2=0$$

$$\Rightarrow\quad \log x=\log y \quad\wedge\quad \log x=1$$

$$x=y \quad\wedge\quad x=10$$

Piden: $\sqrt[10]{\log 10^{\log 10}}=\sqrt[10]{1^1}=1$

PROBLEMA 34

Halle la suma de elementos del conjunto solución de:

$$6e^{3x}+32e^x=25e^{2x}+12$$

a) $\ln 2$ b) $2\ln 3$ c) $3\ln 2$
d) $\ln 3$ e) 1

Resolución:

Aplicando: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Prod. de raíces: $x_1 x_2 x_3 = \frac{-d}{a}$

Dando forma:

$$6e^{3x} + 32e^x = 25e^{2x} + 12$$

$$6e^{3x} - 25e^{2x} + 32e^x - 12 = 0$$

$$6(e^x)^3 - 25(e^x) + 32(e^x) - 12 = 0$$

$$\Rightarrow \quad e^{x_1} \cdot e^{x_1} \cdot e^{x_3} = -\frac{(-12)}{6}$$

$$e^{x_1 + x_2 + x_3} = 2$$

$$\therefore \quad x_1 + x_2 + x_3 = \ln 2$$

Clave (a)

PROBLEMA 35

Halle la menor solución de:

$$1 + 2\log|x| = \log(x+2)$$

a) 1/2 b) −2/5 c) 1/10
d) −1/2 e) 2/5

Resolución:

$$1 = \log(x \quad 2) - 2\log|x|$$

$$1 = \log(x+2) - \log|x|^2$$

[illegible] g(x 2) l[illegible] x^2

[illegible] g $\left(\frac{(x+2)}{x^2}\right)$

[illegible] 0

$$x + 2 = 10x^2$$

$$10x^2 - x - 2 = 0$$

$5x$ ⟍⟋ $+2 \Rightarrow x = -2/5$
$2x$ ⟋⟍ $-1 \Rightarrow x = 1/2$

$\therefore$ Menor solución: $x = -2/5$

Clave (b)

PROBLEMA 36

Resuelva:

$$\log_5(5^{1/x} + 125) = \log_5 30 + \frac{1}{2x}$$

indique el valor de la suma de soluciones.

a) $^1/_2$ b) $^2/_3$ c) $^3/_4$
d) 1 e) 0

Resolución:

De la ecuación dada:

$$\log_5\left(5^{1/x} + 125\right) - \log_5 30 = \frac{1}{2x}$$

$$\log_5\left(\frac{5^{1/x} + 125}{30}\right) = \frac{1}{2x}$$

$$\frac{5^{1/x} + 125}{30} = 5^{1/2x}$$

$$5^{1/x} + 125 = 30 \cdot 5^{1/2x}$$

$$5^{1/x} - 30 \cdot 5^{1/2x} + 125 = 0$$

$5^{1/2x}$ ⟍⟋ -25
$5^{1/2x}$ ⟋⟍ -5

$5^{1/2x} = 25 \quad \vee \quad 5^{1/2x} = 5^1$

$\frac{1}{2x} = 2 \qquad \frac{1}{2x} = 1$

$x_1 = 1/4 \qquad x_2 = 1/2$

Piden: $1/4 + 1/2 = 3/4$

Clave (c)

PROBLEMA 37

Si : $\log_x\left(\dfrac{x^{4x-6}+4^{10}}{2^{11}}\right)=2x-3$

calcule : $(4/x)^{(4/x)}$

a) 2^{10} b) 2^8 c) 2^2
d) 2^4 e) 2^0

Resolución:

Como:

$$\log_x\left(\frac{x^{4x-6}+4^{10}}{2^{11}}\right)=2x-3$$

$$\frac{x^{4x-6}+4^{10}}{2^{11}}=x^{2x-3}$$

$$x^{4x-6}+4^{10}=2^{11}x^{2x-3}$$

$$x^{4x-6}-2^{11}x^{2x-3}+4^{10}=0$$

$$\begin{matrix} x^{2x-3} & \quad & -2^{10} \\ x^{2x-3} & \quad & -2^{10} \end{matrix}$$

$$x^{2x-3} = 2^{10}$$

$$x^{2x-3} = 4^5$$

$$x^{2x-3} = 4^{2(4)-3}$$

$$\therefore \quad x = 4$$

Piden: $\left(\frac{4}{4}\right)^{(4/4)}=1=2^0$

Clave e

PROBLEMA 38

Dada la ecuación:

$$\ln x^{\ln x}+\ln\sqrt[3]{e^4}=\ln x^{2e}$$

indique el producto de soluciones

a) e^{2e} b) e^{-e} c) e^e
d) $2e$ e) $6e$

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$\ln x^{\ln x}+\ln e^{4/3}=\ln x^{2e}$$

$$\ln x\cdot\ln x+\tfrac{4}{3}\ln e=2\,e\ln x$$

$$(\ln x)^2+\tfrac{4}{3}=2\,e\ln x$$

$$1(\ln x)^2-2e\ln x+\tfrac{4}{3}=0$$

si x_1 y x_2 son soluciones:

suma de raíces $\Rightarrow \ln x_1+\ln x_2=-\frac{(-2e)}{1}$

$$\ln(x_1x_2)=2e$$

$$x_1x_2=e^{2e}$$

Clave a

PROBLEMA 39

Resuelva el sistema y dé el valor de x.

$$\log x + 3\log y=5$$

$$\log\frac{x^2}{y}=3$$

a) 10 b) 50 c) 100
d) 200 e) 1

Resolución:

De las ecuaciones:

$$\log x + 3\log y=5$$

$$2\log x - \log y=3$$

$$\begin{aligned} \log x + 3\log y &= 5 \\ 6\log x^2 - 3\log y &= 9 \end{aligned} \quad +$$

$$7\log x = 14$$

$$\log x = 2$$

$$x = 10^2 = 100$$

Clave c

PROBLEMA 40

Resuelva el sistema:

$$x^{x+y} = y^{x-y}$$

$$\log_{xy}(x/y) = \log_{x^3y^3}(1/x^6)$$

indique el valor de y

a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}/4$ e) $\sqrt{2}/2$

Resolución:

Como:

$$\log_{xy}(x/y) = \log_{x^3y^3}(1/x^6)$$

$$\log_{xy}(x/y) = \log_{\sqrt[3]{x^3y^3}} \sqrt[3]{1/x^6}$$

$$\log_{xy}(x/y) = \log_{xy}(1/x^2)$$

$$x/y = 1/x^2$$

$$y = x^3$$

Reemplazando en:

$$x^{x+y} = y^{x-y}$$

$$x^{x+x^3} = (x^3)^{x-x^3}$$

$$x + x^3 = 3x - 3x^3$$

$$4x^3 = 2x$$

$$2x^2 = 1$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \quad y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Clave d

PROBLEMA 41

Resuelva $\sqrt[x]{x+y} = 2$

$$(x+y)\cdot 3^{x-1} = 93312$$

indique el valor de $x - y$

a) −11 b) 111 c) 97
d) −114 e) −112

Resolución:

De la primera ecuación

$$x + y = 2^x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

De la segunda

$$(x+y)\cdot 3^{x-1} = 6^6 \times 2$$

$$(x+y)\cdot 3^x = 6^7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

De (1) y (2)

$$(x+y)\cdot 3^x = 2^x \cdot 3^x = 6^7$$

$$6^x = 6^7$$

$$x = 7$$

Reemplazando en (1)

$$7 + y = 2^7$$

$$y = 121$$

Piden: $7-121=-114$

Clave (d)

PROBLEMA 42

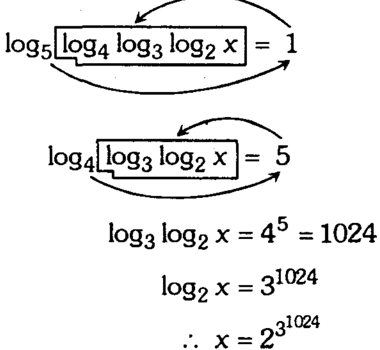
Si: $\log_5 \log_4 \log_3 \log_2 x = 1$

Halle el valor de x.

a) 2^{512} b) 5^{49} c) 3^{512}
d) $2^{3^{1024}}$ e) $5^{3^{1024}}$

Resolución:

Como:



$$\log_3 \log_2 x = 4^5 = 1024$$

$$\log_2 x = 3^{1024}$$

$$\therefore\ x = 2^{3^{1024}}$$

Clave (d)

PROBLEMA 43

Halle el valor del producto en:

$$M = \log_x 100 \cdot \log_{x+1} x \cdot \log(x+1)$$

a) 2 b) 10 c) 1
d) 5 e) 8

Resolución:

Aplicando regla de la cadena:

$$M = \log_{\cancel{x}} 100 \cdot \log_{\cancel{x+1}} \cancel{x} \cdot \log_{10}(\cancel{x+1})$$

$$M = \log_{10} 100 = 2$$

Clave (a)

PROBLEMA 44

Halle el valor de x que verifica la siguiente ecuación:

$$x\log 2 + \log\log\sqrt{2} = \log\log 16$$

a) 3 b) 2 c) 4
d) log 2 e) 2 log 2

Resolución:

Aplicando propiedades

$$x\log 2 + \log\log\sqrt{2} = \log\log 16$$

$$x\log 2 = \log\log 16 - \log\log\sqrt{2}$$

$$x\log 2 = \log\left(\frac{\log 16}{\log\sqrt{2}}\right)$$

$$x\log 2 = \log\left(\log_{\sqrt{2}} 16\right)$$

$$x\log 2 = \log\left(\log_{2^{1/2}} 2^4\right)$$

$$x\log 2 = \log\left(\frac{4}{1/2}\log_2 2\right)$$

$$x\log 2 = \log 8$$

$$x\log 2 = \log 2^{③}$$

$$x\cancel{\log 2} = 3\cancel{\log 2}$$

$$\therefore\ x = 3$$

Clave (a)

PROBLEMA 45

Resolver:

$$\log[3 + 2\log(1+x)] = \text{antilog colog}\,10 - \frac{1}{10}$$

a) 1/10 b) –1/10 c) –9/10
d) 9/10 e) 1/100

Resolución:

De la ecuación:

$$\log\left[3+2\log(1+x)\right]=\text{antilog}(-1)-\tfrac{1}{10}$$

$$\log\left[3+2\log(1+x)\right]=10^{-1}-\tfrac{1}{10}$$

$$\log\left[3+2\log(1+x)\right]=0$$

$$3+2(\log(1+x))=1$$

$$2\left(\log(1+x)\right)=-2$$

$$\log(1+x)=-1$$

$$1+x=10^{-1}$$

$$\therefore\quad x=-9/10$$

Clave (c)

PROBLEMA 46

Hallar la suma de las soluciones de la ecuación:

$$1+\log_x(x+1)-\log_x(x+4)=0$$

a) −2 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

Resolución:

De la ecuación dada:

$$1+\log_x(x+1)-\log_x(x+4)=0$$

$$1=\log_x(x+4)-\log_x(x+1)$$

$$1=\log_x\left(\frac{x+4}{x+1}\right)$$

$$x=\frac{x+4}{x+1}$$

$$x^2+x=x+4$$

$$x^2=4$$

$$x=2\quad\vee\quad x=-2$$

Pero ¡cuidado! la base no puede ser negativa

$$\therefore\quad x=2$$

Clave (b)

PROBLEMA 47

Si : $\log_a b+\log_b a=3$

Calcule : $E=\sqrt{\dfrac{\left(\log_a^3 b+\log_a^2 b\right)\left(\log_a^5 b+1\right)}{\log_a^5 b}}$

a) 5 b) 7 c) 9
d) 11 e) 13

Resolución:

Aplicando propiedades en lo que nos piden:

$$E=\sqrt{(\log_a^3 b+\log_a^2 b)\,(\log_a^5 b+1)\,\log_b^5 a}$$

$$E=\sqrt{(\log_a^3 b+\log_a^2 b)\,(1+\log_b^5 a)}$$

$$E=\sqrt{\log_a^3 b+\log_a^3 b\cdot\log_b^5 a+\log_a^2 b+\log_a^2 b\cdot\log_b^5 a}$$

$$E=\sqrt{\log_a^3 b+\log_b^2 a+\log_a^2 b+\log_b^3 a}$$

$$E=\sqrt{\log_a^3 b+\log_b^3 a+\log_a^2 b+\log_b^2 a}$$

Como:

$$\log_a b+\log_b a=3$$

$$\left(\log_a b+\log_b a\right)^2=3^2$$

$$\log_a^2 b+\log_b^2 a+2=9$$

$$\log_a^2 b+\log_b^2 a=7$$

Además:

$$\log_a^3 b + \log_b^3 a =$$

$$(\log_a b + \log_b a)(\log_a^2 b - 1 + \log_b^2 a)$$

$$= (3)(7-1) = 18$$

Reemplazando:

$$E = \sqrt{18+7} = \sqrt{25} = 5$$

Clave a

PROBLEMA 48

Reducir:

$$E = \log_{xy} x \cdot \log_{xy} y \left[\log_x y + \log_y x + 2\right]$$

a) 1/2 b) 1 c) −1
d) 2 e) −1/2

Resolución:

Aplicando : $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

Tenemos :

$$E = \frac{\log_x y + \log_y x + 2}{\log_x xy \cdot \log_y xy}$$

$$E = \frac{\log_x y + \log_y x + 2}{(\log_x x + \log_x y)(\log_y x + \log_y y)}$$

$$E = \frac{\log_x y + \log_y x + 2}{(1 + \log_x y)(\log_y x + 1)}$$

$$E = \frac{\log_x y + \log_y x + 2}{\log_y x + 1 + \log_x y \cdot \log_y x + \log_x y}$$

$$E = \frac{\log_x y + \log_y x + 2}{\log_y x + 1 + 1 + \log_x y}$$

$$E = \frac{\log_x y + \log_y x + 2}{\log_y x + \log_x y + 2} = 1$$

Clave b

PROBLEMA 49

Si : $\log_{15} 45 = n$

Halle : $E = \log_{25} 81$

a) $\frac{n-1}{n-2}$ b) $\frac{n-2}{1-n}$ c) $\frac{2-n}{n}$
d) $\frac{2(n-1)}{n-2}$ e) $\frac{2(n-1)}{n-2}$

Resolución:

Como:

$$\log_{15} 45 = n$$

$$\log_{15} 3 + \log_{15} 15 = n$$

$$\log_{15} 3 + 1 = n$$

$$\log_{15} 3 = n - 1$$

$$\log_3 15 = \frac{1}{n-1}$$

$$\log_3 3 + \log_3 5 = \frac{1}{n-1}$$

$$1 + \log_3 5 = \frac{1}{n-1}$$

$$\log_3 5 = \frac{2-n}{n-1}$$

$$\log_5 3 = \frac{n-1}{2-n}$$

Piden: $\log_{25} 81 = \log_{5^2} 3^4 = \frac{4}{2}\log_5^3$

$$= 2\log_5^3 = 2\left(\frac{n-1}{2-n}\right)$$

Clave d

PROBLEMA 50

Halle m/n si:

$$\log_3 n = \log_6 m = \log_{12}(m+n)$$

a) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ b) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ c) $\sqrt{5}$
d) $1-\sqrt{5}$ e) $1+\sqrt{5}$

Resolución:

Como:

$$\log_3 n = \log_6 m = \log_{12}(m+n) = x$$

$$n = 3^x \qquad m = 6^x \qquad m+n = 12^x$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{m}{n} = \frac{m+n}{m} = 2^x$$

$$\frac{m}{n} = 1 + \frac{n}{m}$$

$$\left(\frac{m}{n}\right) = 1 + \left(\frac{m}{n}\right)^{-1}$$

multiplicando por m/n :

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = \left(\frac{m}{n}\right) + 1$$

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 - \left(\frac{m}{n}\right) - 1 = 0$$

Por fórmula general :

$$\frac{m}{n} = \frac{1+\sqrt{(-1)^2-4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Clave (b)

PROBLEMA 51

La ecuación en x

$$x^2 - 6x + n^2 = 0$$

tiene dos raíces reales a y b. Calcule el valor de la expresión E, donde:

$$E = \log_n a^a + \log_n a^b + \log_n b^a + \log_n b^b$$

a) 4 b) 6 c) 12
d) 9 e) 36

Resolución:

De la ecuación: $x^2 - 6x + n^2 = 0$ X

$$\Rightarrow \qquad a+b = -\frac{(-6)}{1} = 6$$

$$\Rightarrow \qquad a \cdot b = \frac{n^2}{1} = n^2$$

Luego:

$$E = \log_n a^{a} + \log_n a^{b} + \log_n b^{a} + \log_n b^{b}$$

$$= a\log_n a + b\log_n a + a\log_n b + b\log_n b$$

$$= (a+b)\log_n a + (a+b)\log_n b$$

$$= (a+b)(\log_n a + \log_n b)$$

$$= (a+b)\log_n (ab)$$

$$= 6\log_n n^2 = 6(2) = 12$$

Clave (c)

PROBLEMA 52

Luego de resolver la ecuación:

$$\log_n 25 = \log 10 + x^{\log_x 5}$$

tal que: $n = \sqrt[3]{\dfrac{3}{\log_{32} x}}$

Halle el valor de $x+3$.

a) 8 b) 9 c) 11
d) 13 e) 14

Resolución:

De la primera ecuación:

$$\log_n 25 = \log 10 + x^{\log_x 5}$$

$$\log_n 25 = 1 + 5$$

$$\log_n 5^2 = 6$$

$$2\log_n 5 = 6$$

$$\log_n 5 = 3 \ \Rightarrow \ 5 = n^3$$

Además como:

$$n = \sqrt[3]{\frac{3}{\log_{32} x}}$$

$$n^3 = \frac{3}{\log_{32} x}$$

$$5 = \frac{3}{\log_{32} x}$$

$$5 = \frac{3}{\frac{1}{5}\log_2 x}$$

$$\log_2 x = 3 \longrightarrow x = 8$$

Piden: $8 + 3 = 11$

Clave c

PROBLEMA 53

Sea: $f(x) = \log\left(\frac{20x + 2\sqrt{10}}{2x + 2\sqrt{10}}\right)$

Calcule el valor de:

$f(2) + f(3) + f(4) + \ldots\ldots + f(20) +$
$f(1/2) + f(1/3) + f(1/4) + \ldots\ldots + f(1/20)$

a) 19 b) 20 c) 40
d) 60 e) 80

Resolución:

Se observa que:

$$f(x) = \log\left(\frac{10x + \sqrt{10}}{x + \sqrt{10}}\right)$$

$$f(1/x) = \log\left(\frac{\frac{10}{x} + \sqrt{10}}{\frac{1}{x} + \sqrt{10}}\right)$$

$$= \log\left(\frac{10 + \sqrt{10}x}{1 + \sqrt{10}x}\right)$$

$$= \log\left(\frac{\sqrt{10}\left(\sqrt{10} + x\right)}{\frac{1}{\sqrt{10}}\left(\sqrt{10} + 10x\right)}\right)$$

$$= \log\left(\frac{10\left(x + \sqrt{10}\right)}{\left(10x + \sqrt{10}\right)}\right)$$

entonces

$$f(x) + f(1/x) = \log\left(\frac{(10x+\sqrt{10})}{(x+\sqrt{10})} \times 10\frac{(x+\sqrt{10})}{(10x+\sqrt{10})}\right)$$

$$= \log 10 = 1$$

luego:

$$f(2) + f(3) + f(4) + \ldots + f(20) +$$
$$f(1/2) + f(1/3) + f(1/4) + \ldots + f(1/20)$$

$$= \underbrace{1 + 1 + 1 + \ldots + 1}_{19 \text{ veces}} = 19$$

Clave a

PROBLEMA 54

Para fabricar una pelota de fútbol se necesita lo siguiente:

- Cantidad de cuero : $S = 4\pi r^2$
- Cantidad de aire : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

donde r es el radio de la pelota y se cumple:

$$\log S = \square \log v + \square \log \pi + \square \log 6$$

determine las constantes en los espacios en blanco (en ese orden)

a) $^1/_3$, $^2/_3$, $^2/_3$ b) $^1/_3$, $^1/_3$, $^2/_3$
c) $^2/_3$, $^2/_3$, $^1/_3$ d) $^2/_3$, $^1/_3$, $^2/_3$
e) $^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_3$

Resolución:

Como:

$$S = 4\pi r^2$$

$$\log S = \log(4\pi r^2)$$

$$\log S = \log r^2 + \log \pi + \log 2^2$$

$$\log S = 2\log r + \log \pi + 2\log 2 \ldots\ldots\ldots(1)$$

Además: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\log v = 3\log r + \log \pi + 2\log 2 - \log 3 \ldots(2)$

De (1) y (2)

$$3\log S = 6\log r + 3\log\pi + 6\log 2$$
$$-\ 2\log v = 6\log r + 2\log\pi + 4\log 2 - 2\log 3$$

$3\log S - 2\log v = \log\pi + 2\log 2 + 2\log 3$

$$3\log S = 2\log v + \log\pi + 2\log 6$$

$$\log S = \tfrac{2}{3}\log v + \tfrac{1}{3}\log\pi + \tfrac{2}{3}\log 6$$

$\therefore$ las constantes son $^2/_3$, $^1/_3$ y $^2/_3$

Clave d

PROBLEMA 55

Dada la ecuación:

$$\log_3(3^x - 1)\log_3(3^{x+1} - 3) = 6$$

determine la suma de sus raíces

a) $\log 280$ b) $\log_3 280$ c) -2
d) $\log_3 280 - 3$ e) 0

Resolución:

Como:

$$\log_3(3^x-1)\cdot\log_3(3^{x+1}-3) = 6$$

$$\log_3(3^x-1)\cdot\log_3(3\cdot(3^x-1)) = 6$$

$$\log_3(3^x-1)\cdot\left[\log_3 3 + \log_3(3^x-1)\right] = 6$$

$$\log_3(3^x-1)\cdot\left[1 + \log_3(3^x-1)\right] = 6$$

$$\log_3^2(3^x-1) + \log_3(3^x-1) - 6 = 0$$

$\log_3(3^x-1)$ $+3$
$\log_3(3^x-1)$ -2

$\log_3(3^x-1) = -3 \quad \vee \quad \log_3(3^x-1) = 2$

$3^x - 1 = 3^{-3} \quad \vee \quad 3^x - 1 = 3^2$

$3^x = \frac{28}{27} \quad \vee \quad 3^x = 10$

$x_1 = \log_3\left(\frac{28}{27}\right) \quad \vee \quad x_2 = \log_3 10$

Piden:

$$x_1 + x_2 = \log_3\left(\tfrac{28}{27}\times 10\right) = \log_3\left(\tfrac{280}{27}\right)$$
$$= \log_3 280 - \log_3 27$$
$$= \log_3 280 - 3$$

Clave d

PROBLEMA 56

Hallar el producto de soluciones al resolver:

$$6 + 5\log_2 z = \frac{1}{\log_z^2 2}$$

a) 4 b) 16 c) 32
d) 8 e) 64

Resolución:

De la ecuación dada:

$$6 + 5\log_2 z = \frac{1}{\log_z^2 2}$$

$$6 + 5\log_2 z = \log_2^2 z$$

$$\log_2^2 z - 5\log_2 z - 6 = 0$$

$\log_2 z$ -6
$\log_2 z$ $+1$

$\log_2 z = 6 \qquad \log_2 z = -1$

$z_1 = 2^6 = 64 \qquad z_2 = 2^{-1} = 1/2$

Piden: $z_1 \cdot z_2 = 64 \times 1/2 = 32$

Clave (c)

PROBLEMA 57

Resolver: $(0,1)^{\log x} = 10^{\log^2 x}$

e indicar el producto de soluciones.

a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3
d) 0,4 e) 0,5

Resolución:

Como:

$$(0,1)^{\log x} = 10^{\log^2 x}$$

$$(10^{-1})^{\log x} = 10^{\log^2 x}$$

$$10^{-\log x} = 10^{\log^2 x}$$

$$-\log x = \log^2 x$$

$$\log^2 x + \log x = 0$$

$$\log x\,(\log x + 1) = 0$$

$$\log x = 0 \quad \vee \quad \log x = -1$$

$$x = 1 \qquad x = 10^{-1} = 0,1$$

Piden: $1 \times 0,1 = 0,1$

PROBLEMA 58

Halle $\log_{64} x^2$ luego de resolver la siguiente ecuación:

$$\log_x(5-x) + \frac{1}{\log_{x+2} x} = \log_x 6$$

a) 0 b) 2/3 c) 1/2
d) 1/4 e) 1/3

Resolución:

De la ecuación:

$$\log_x(5-x) + \frac{1}{\log_{x+2} x} = \log_x 6$$

$$\log_x(5-x) + \log_x(x+2) = \log_x 6$$

$$\log_x\left[(5-x)(x+2)\right] = \log_x 6$$

$$(5-x)(x+2) = 6$$

$$(5-x)(x+2) = 6 \times 1$$

$$\therefore \ x = 4$$

Piden: $\log_{64} 4^2 = \log_{4^3} 4^2 = \frac{2}{3}$

PROBLEMA 59

Luego de resolver:

$$\begin{cases} \log x + \log y = 8 \\ x^{\log y} = 10^7 \end{cases}$$

calcular: $\log \sqrt[8]{xy}$

a) 1 b) 7 c) 4
d) 8 e) 0

Resolución:

Como :

$$x^{\log y} = 10^7$$

$$\log x^{\log y} = \log 10^7$$

$$\Rightarrow \ \log y \log x = 7$$

Además : $\log x + \log y = 8$

entonces : $\log x = 7 \qquad \log y = 1$

$$x = 10^7 \qquad y = 10^1$$

Piden: $\log\sqrt[8]{10^7 \cdot 10^1} = \log 10 = 1$

Clave a

PROBLEMA 60

Luego de efectuar:

$\text{colog}_{\sqrt{2}}\sqrt[4]{0,\hat{3}} \cdot \log_9 4^{32} + \text{antilog}_5(\log_5 9) \cdot 4^{\log_2 3}$

se obtiene:

a) 97 b) 16 c) 25
d) 27 e) 10

Resolución:

De la expresión dada:

$\text{colog}_{2^{1/2}}(1/3)^{1/4} \cdot \log_{3^2} 2^{64} + \text{antilog}_5(\log_5 9) \cdot 4^{\log_2 3}$

$= \frac{-1/4}{1/2}\log_2(3^{-1}) \cdot \frac{64}{2}\log_3 2 + 5^{\log_5 9} \cdot \left(2^{\log_2 3}\right)^2$

$= \frac{1}{2}\log_2 3 \cdot 32\log_3 2 + 9 \cdot 3^2$

$= 16 + 9 \cdot 3^2$

$= 16 + 81 = 97$

Clave a

PROBLEMA 61

Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^y = y^x \\ a^x = b^y \end{cases}$$

si: $\log_a b = \sqrt[\log_d a]{\sqrt[\log_b d]{\sqrt[\log_a b]{n^{\log_n 5}}}}$

y dar el valor de x.

a) $5^{3/2}$ b) 5^4 c) 5^5
d) $5^{5/4}$ e) $5^{6/5}$

Resolución:

Como:

$\log_a b = \sqrt[\log_{d} a \times \log_{b} d \times \log_a b]{n^{\log_n 5}}$

$\log_a b = \sqrt[\log_a a]{5}$

$\log_a b = \sqrt[1]{5}$

$\log_a b = 5$

$b = a^5$

En la ecuación:

$a^x = b^y$

$a^x = (a^5)^y$

$a^x = a^{5y}$

$\Rightarrow x = 5y \Rightarrow y = x/5$

Reemplazando en:

$x^y = y^x$

$x^{x/5} = \left(\frac{x}{5}\right)^x$

$x^{x/5} = \frac{x^x}{5^x}$

$5^x = x^{x-\frac{x}{5}}$

$5^x = x^{\frac{4}{5}x}$

$5 = x^{4/5}$

$x = 5^{5/4}$

Clave d

PROBLEMA 62

Reducir: $R = \left(1 + \frac{2}{\log_b a - 1}\right)\left(1 - \frac{2}{\log_a b + 1}\right)$

a) 1 b) −1 c) 2
d) −2 e) ab

Resolución:

Aplicando : $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Tenemos:

$$R = \left(1 + \frac{2}{\log_b a - 1}\right)\left(1 - \frac{2}{\frac{1}{\log_b a} + 1}\right)$$

$$R = \left(1 + \frac{2}{\log_b a - 1}\right)\left(1 - \frac{2\log_b a}{1 + \log_b a}\right)$$

$$R = \left(\frac{\log_a b + 1}{\log_b a - 1}\right)\left(\frac{1 - \log_b a}{1 + \log_b a}\right)$$

$$R = \frac{-(\log_b a - 1)}{\log_b a - 1} = -1$$

Clave b

PROBLEMA 63

Resolver:

$$\sqrt[3]{10}^{\,x + \log x^x} = \sqrt[5]{6}$$

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{2}{5}$

Resolución:

Tomando logaritmo:

$$\log\left(\sqrt[3]{10}^{\,x + \log x^x}\right) = \log\left(\sqrt[5]{6}\right)$$

$$(x + \log x^x)\log\sqrt[3]{10} = \log 6^{1/5}$$

$$(x + x\log x)\log 10^{1/3} = \frac{1}{5}\log 6$$

$$\frac{x(1 + \log x)}{3} = \frac{1}{5}\log 6$$

$$x(\log 10 + \log x) = \frac{3}{5}\log 6$$

$$x\log 10x = \log 6^{3/5}$$

$$\log(10x)^x = \log 6^{3/5}$$

$$(10x)^x = 6^{3/5}$$

$$(10x)^x = \left(10\left(\tfrac{3}{5}\right)\right)^{3/5}$$

$$\therefore \quad x = \frac{3}{5}$$

Clave a

PROBLEMA 64

Resuelva la ecuación:

$$\log_5 a^{\log_5 a} = 2\log_5 a - 1$$

a) 1/5 b) 1 c) 5
d) 25 e) 125

Resolución:

Aplicando propiedades:

$$\log_5 a^{\log_5 a} = 2\log_5 a - 1$$

$$\log_5 a \cdot \log_5 a = 2\log_5 a - 1$$

$$(\log_5 a)^2 - 2\log_5 a + 1 = 0$$

$$(\log_5 a - 1)^2 = 0$$

$$\log_5 a = 1 \Rightarrow a = 5$$

Clave c

PROBLEMA 65

Reduzca:

$$M = \frac{1 - \log_9 4(2 + \log_2 3)}{\log_{81} 16}$$

a) –5 b) –4 c) –2
d) 0 e) 2

Resolución:

De la expresión dada:

$$M=\frac{1-\log_9 4(2+\log_2 3)}{\log_9 4}$$

$$M=\frac{1}{\log_9 4}-(2+\log_2 3)$$

$$M=\log_4 9-2-\log_2 3$$

$$M=\cancel{\log_2 3}-2-\cancel{\log_2 3}=-2$$

Clave c

PROBLEMA 66

Para que valor de x, las expresiones:

$$\log 2\ ;\ \log(2^x-1)\ \text{y}\ \log(2^x+3)$$

forman una P.A.

a) $\log 5$ b) $\log 2$ c) $\log_2 5$
d) $\log_5 2$ e) 2^5

Resolución:

Para que formen una P.A. debe cumplirse:

$$2\log(2^x-1)=\log 2+\log(2^x+3)$$

$$\log(2^x-1)^2=\log(2(2^x+3))$$

$$(2^x)^2-2(2^x)+1=2(2^x)+6$$

$$(2^x)^2-4(2^x)-5=0$$

$$\begin{matrix}2^x & -5\\ 2^x & +1\end{matrix}$$

$$\Rightarrow\quad 2^x=5$$

$$x=\log_2 5$$

Clave c

PROBLEMA 67

Calcule:

$$R=\text{antilog}_{64}\,\text{colog}_8 2+\text{colog}_{16} 2$$

a) 0 b) 4 c) 1/4
d) –2 e) 1/2

Resolución:

Como:

$$\text{co}\log_8 2=-\log_8 2=-\log_{2^3} 2$$

$$=-\tfrac{1}{3}\log_2 2=-\tfrac{1}{3}$$

$$\text{co}\log_{16} 2=-\log_{16} 2=-\log_{2^4} 2$$

$$=-\tfrac{1}{4}\log_2 2=-\tfrac{1}{4}$$

Reemplazando:

$$R=\text{anti}\log_{64}(-1/3)-1/4$$

$$=64^{-1/3}-1/4$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{64}}-1/4$$

$$=\tfrac{1}{4}-\tfrac{1}{4}=0$$

Clave a

PROBLEMA 68

Halle la suma límite:

$$S=\log_2 3+\log_4 3+\log_{16} 3+\log_{256} 3+\ldots$$

a) 1 b) $\log 3$ c) $\log_2 9$
d) $\log_9 2$ e) $\log\log 3$

Resolución:

De la serie dada:

$$S = \log_2 3 + \log_{2^2} 3 + \log_{2^4} 3 + \log_{2^8} 3 + \ldots$$

$$S = \log_2 3 + \tfrac{1}{2}\log_2 3 + \tfrac{1}{4}\log_2 3 + \tfrac{1}{8}\log_2 3$$

$$S = \left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8} + \ldots\right)\log_2 3$$

$\times 1/2 \quad \times 1/2 \quad \times 1/2$

$$S = \left(\frac{1}{1-1/2}\right)\log_2 3$$

$$S = 2\log_2 3 = \log_2 3^2$$

$$S = \log_2 9$$

Clave (c)

PROBLEMA 69

Reducir: $M = 49^{\log_7 27^{\log_9 5}}$

a) 343 b) 125 c) 3
d) 81 e) 27

Resolución:

Primero hallemos:

$$27^{\log_9 5} = (3^3)^{\log_{3^2} 5} = (3^3)^{\frac{1}{2}\log_3 5}$$

$$= \left(3^{\log_3 5}\right)^{\frac{3}{2}} = (5)^{3/2}$$

Reemplazando:

$$M = 49^{\log_7 5^{(3/2)}} = (7^2)^{\frac{3}{2}\log_7 5}$$

$$= 7^{3\log_7 5} = \left(7^{\log_7 5}\right)^3$$

$$= (5)^3 = 125$$

Clave (b)

PROBLEMA 70

Sea "x" e "y" dos números enteros positivos, consecutivos, además:

$$\log_x 6 + \log_y 6 = \log_x 6 \cdot \log_y 6$$

Halle el valor de $x + y$.

a) 4 b) 3 c) 2
d) 6 e) 5

Resolución:

Cambiando de base:

$$\frac{1}{\log_6 x} + \frac{1}{\log_6 y} = \frac{1}{\log_6 x}\cdot\frac{1}{\log_6 y}$$

$$\frac{\log_6 y + \log_6 x}{\log_6 x \cdot \log_6 y} = \frac{1}{\log_6 x \cdot \log_6 y}$$

$$\log_6 y + \log_6 x = 1$$

$$\log_6 xy = 1$$

$$xy = 6$$

Como x e y son consecutivos:

$$x\,y = 2 \times 3$$

$$x = 2 \quad ; \quad y = 3$$

Piden: $2 + 3 = 5$

Clave (e)

PROBLEMA 71

Calcular el logaritmo en base 16 del logaritmo de $2\sqrt{2}$ en base 8

a) $-1/4$ b) 4 c) -4
d) $1/2$ e) 8

Resolución:

Piden:

$$\log_{16}\log_8 2\sqrt{2} = \log_{16}\log_{8^2}(2\sqrt{2})^2$$

$$= \log_{16}\log_{8^2} 8 = \log_{16}(1/2\log_8 8)$$

$$= \log_{16} 1/2 = \log_{2^4} 2^{-1}$$

$$= \frac{-1}{4}\log_2 2 = \frac{-1}{4}$$

Clave (a)

PROBLEMA 72

Si $a^3b^3 = a+b$; $ab \neq 1$
$a+b>0$

Halle x en: $(a+b)^{\log_{ab} x} = 64$

a) 1/2 b) 2 c) 8
d) 4 e) 6

Resolución:

Como: $a+b = a^3b^3 = (ab)^3$

Reemplazamos en:

$$(a+b)^{\log_{ab} x} = 64$$

$$((ab)^3)^{\log_{ab} x} = 64$$

$$[(ab)^{\log_{ab} x}]^3 = 64$$

$$x^3 = 64$$

$$x = 4$$

Clave (d)

PROBLEMA 73

Si: $a \otimes b = (\log_3 a)(\log_3 b)$; $a>0$
$b>0$

Halle: $E = 3^{5\otimes 9}$

a) 27 b) 45 c) 15
d) 25 e) 9

Resolución:

Como: $a \otimes b = (\log_3 a)(\log_3 b)$

$$5\otimes 9 = (\log_3 5)(\log_3 9)$$

$$= (\log_3 5)(2)$$

$$= 2\log_3 5$$

Piden: $E = 3^{2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^2$

$E = 5^2 = 25$

Clave (d)

PROBLEMA 74

Resolver: $\dfrac{\log_7(x^2+9x-5)}{\log_7 \sqrt[5]{x+4}} = 10$

a) 9 b) 13 c) 21
d) 11 e) 15

Resolución:

Aplicando: $\dfrac{\log_x a}{\log_x b} = \log_b a$

Tenemos: $\dfrac{\log_7(x^2+9x-5)}{\log_7 \sqrt[5]{x+4}} = 10$

$$\log_{\sqrt[5]{x+4}}(x^2+9x-5) = 10$$

$$\sqrt[5]{x+4}^{\,10} = x^2+9x-5$$

$$(x+4)^2 = x^2+9x-5$$

$$\cancel{x^2}+8x+16 = \cancel{x^2}+9x-5$$

$$x = 21$$

Clave (c)

PROBLEMA 75

Resolver: $3\log(2x) + 2\log x = \log(1/4)$

a) 0,5 b) 1 c) –5
d) 2 e) $-^1/_2$

Resolución:

Aplicando suma de logaritmos:

$$3\log(2x) + 2\log x = \log(1/4)$$
$$3\log 2 + 3\log x + 2\log x = \log(1/4)$$
$$5\log x = \log(1/4) - 3\log 2$$
$$5\log x = \log(1/4) - \log 2^3$$
$$\cancel{\log} x^5 = \cancel{\log}\left(\tfrac{1}{32}\right)$$
$$x^5 = \tfrac{1}{32}$$
$$x = \tfrac{1}{2} = 0{,}5$$

Clave a

PROBLEMA 76

Si $a > b > c > 1$, reducir:

$$E = \frac{\log_c a + 1}{\log_c b \cdot \log_b a^2c^2}$$

a) $^1/_2$ b) $^{ac}/_b$ c) abc
d) 1 e) 2

Resolución:

Del enunciado:

$$E = \frac{\log_c a + 1}{\log_c \cancel{b} \cdot \log_{\cancel{b}} a^2c^2}$$
$$= \frac{\log_c a + \log_c c}{\log_c a^2c^2}$$
$$= \frac{\cancel{\log_c ac}}{2\cancel{\log_c ac}} = \frac{1}{2}$$

Clave a

PROBLEMA 77

Si $\log 2 = a$
$\log 3 = b$

Halle: $\log_6 5$

a) 1 b) $\frac{a+b}{a-b}$ c) $\frac{a+b}{ab}$
d) $\frac{1-a}{a+b}$ e) $\frac{a-1}{a+b}$

Resolución:

Como:

$$\log_6 5 = \frac{\log 5}{\log 6} = \frac{\log\left(\frac{10}{2}\right)}{\log(2\cdot 3)}$$
$$= \frac{\log_{10} - \log 2}{\log 2 + \log 3} = \frac{1-a}{a+b}$$

Clave d

PROBLEMA 78

Si : $10^a = 27$
$10^b = 15$

Halle : $\log 2$

a) $\frac{1}{3}(a+3b-3)$ b) $\frac{1}{3}(a-3b+3)$
c) $\frac{1}{3}(3b-a-3)$ d) $\frac{1}{3}(3b-a+3)$
e) $\frac{1}{3}(a+3b+3)$

Resolución:

Como:

$$10^a = 27$$
$$a = \log 27 = \log 3^3 = 3\log 3$$
$$\Rightarrow \quad \log 3 = a/3$$

Además: $10^b = 15$

$b = \log 15$

$b = \log 3 + \log 5$

$b = \log 3 + \log\left(\frac{10}{2}\right)$

$b = \log 3 + \log 10 - \log 2$

$\log 2 = \log 3 + 1 - b$

$= \frac{a}{3} + 1 - b$

$\log 2 = \frac{1}{3}(a - 3b + 3)$

Clave b

PROBLEMA 79

Calcule $\sqrt[x]{x}$, si:

$$\log_7 5^{\log 7^{\log_5 x}} = \log\log_5 x$$

a) 5 b) 7 c) $\sqrt[5]{7}$

d) $\sqrt{5}$ e) $\sqrt[5]{5}$

Resolución:

Aplicando propiedad del sombrero:

$$\log_7 5^{\log 7^{\boxed{\log_5 x}}} = \log\log_5 x$$

$$\log_7 5^{\boxed{\log_5 x \cdot \log 7}} = \log\log_5 x$$

$$\log_5 x \cdot \log 7 \cdot \log_7 5 = \log\log_5 x$$

$$\log x = \log\log_5 x$$

$$x = \log_5 x$$

$$x = 5^x$$

$$\sqrt[x]{x} = 5$$

Clave a

PROBLEMA 80

Calcule:

$$M = \text{colog}_6\, \text{Antilog}_3(\log_3 12 + 1)$$

a) $1/2$ b) 2 c) -2

d) $1/4$ e) $-1/2$

Resolución:

Recuerde que: $\text{Antilog}_b(\log_b a) = a$

Luego:

$$M = \text{colog}_6\, \text{Antilog}_3(\log_3 12 + \log_3 3)$$

$$M = \text{colog}_6\, \text{Antilog}_3(\log_3 36)$$

$$M = \text{colog}_6\, 36 = -\log_6 36$$

$$M = -2$$

Clave c

PROBLEMA 81

Si : $\text{Antilog}_c\, \text{Antilog}_a\, b = ab$

donde : $a, b, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

Reducir : $E = \text{colog}_c\, a + \text{colog}_c\, b$

a) 0 b) ab c) a^b

d) $-ab$ e) $-a^b$

Resolución:

Piden:

$$E = \text{colog}_c\, a + \text{colog}_c\, b$$

$$E = -\log_c a - \log_c b$$

$$E = -\log_c ab$$

Como:

$$\text{Antilog}_c\, \text{Antilog}_a\, b = ab$$

$$\text{Antilog}_c\, a^b = ab$$

$$c^{a^b} = ab$$

Reemplazando:

$$E = -\log_c c^{a^b} = -a^b \log_c c$$

$$E = -a^b$$

Clave e

PROBLEMA 82

Calcule: $E = \left(\frac{1}{2+\log_3 5}\right)\left(\frac{1}{1-\log_{45} 9}\right)\left(\frac{\ln 25}{\ln 3}\right)$

a) 2 b) 5 c) $^1/_2$
d) $^1/_5$ e) $^1/_{10}$

Resolución:

$$E = \left(\frac{1}{\log_3 9 + \log_3 5}\right)\cdot\left(\frac{1}{\log_{45} 45 - \log_{45} 9}\right)\cdot \log_3 25$$

$$E = \frac{1}{\log_3 45}\cdot\frac{1}{\log_{45} 5}\cdot \log_3 25$$

$$E = \frac{1}{\log_3 5}\cdot \log_3 25$$

$$E = \frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2$$

Clave a

PROBLEMA 83

En el sistema:

$$\log x - \log y = \log 2$$

$$2^{x+y} = 64$$

Calcular el valor de "x"

a) 4 b) 8 c) 6
d) 2 e) 1/4

Resolución:

Como: $\log x - \log y = \log 2$

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log 2$$

$$\frac{x}{y} = 2 \rightarrow x = 2y$$

Además: $2^{x+y} = 64 = 2^6$

$$x + y = 6$$

Reemplazando:

$$2y + y = 6$$

$$y = 2 \rightarrow x = 2(2) = 4$$

Clave a

PROBLEMA 84

Resuelva: $\log_{\sqrt[b]{2}} x^a + \log_8 x^{ab} = 4b$

a) $\sqrt[b]{2}$ b) $\sqrt[ab]{2}$ c) $\sqrt[a]{8}$
d) $\sqrt[b]{8}$ e) $\sqrt[ab]{8}$

Resolución:

De la ecuación dada:

$$\log_{2^{1/b}} x^a + \log_{2^3} x^{ab} = 4b$$

$$\frac{a}{1/b}\log_2 x + \frac{ab}{3}\log_2 x = 4b$$

$$ab\log_2 x + \frac{ab}{3}\log_2 x = 4b$$

$$\frac{4}{3}ab \log_2 x = 4b$$

$$\log_2 x = \frac{3}{a}$$

$$x = 2^{3/a} = \sqrt[a]{8}$$

Clave c

PROBLEMA 85

Si: $6^{\log_2 3} + 10^{\log x} = 3^{\log_2 6} + \log_{\sqrt{x}} x$

calcule el valor de x

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Aplicando: $a^{\log_b m} = m^{\log_b a}$

tenemos:

$$6^{\log_2 3} + 10^{\log x} = 3^{\log_2 6} + \log_{\sqrt{x}} x$$

$$3^{\log_2 6} + 10^{\log_{10} x} = 3^{\log_2 6} + \log_x x^2$$

$$x = 2$$

Clave (b)

PROBLEMA 86

Indicar la suma de los 999 primeros términos de la sucesión:

$$\log(1+1)\,;\ \log\left(1+\tfrac{1}{2}\right);\ \log\left(1+\tfrac{1}{3}\right), \ldots$$

a) 1/2 b) 7 c) 3/2
d) 5 e) 3

Resolución:

Piden:

$$S = \log\left(1+\tfrac{1}{1}\right) + \log\left(1+\tfrac{1}{2}\right) + \log\left(1+\tfrac{1}{3}\right) + \ldots + \log\left(1+\tfrac{1}{999}\right)$$

$$S = \log\left(\tfrac{2}{1}\right) + \log\left(\tfrac{3}{2}\right) + \log\left(\tfrac{4}{3}\right) + \ldots + \log\left(\tfrac{1000}{999}\right)$$

$$S = \log\left(\tfrac{2}{1} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{4}{3} \times \ldots \times \tfrac{1000}{999}\right)$$

$$S = \log 1000 = 3$$

Clave (e)

PROBLEMA 87

Resolver:

$$(\log x)^{\frac{\text{co}\log \text{Anti}\log x}{\log\log x}} = \mathbf{10^{-2}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

Resolución:

Tomando log:

$$\log\left[(\log x)^{\frac{\text{co}\log \text{Anti}\log x}{\log\log x}}\right] = \log 10^{-2}$$

$$\frac{\text{colog Antilog } x}{\log\log x} \cdot \log(\log x) = -2$$

$$\text{colog antilog } x = -2$$

$$-\log(10^x) = -2$$

$$x = 2$$

PROBLEMA 88

Al sumar el número de cifras del resultado de efectuar $(324)^{50}$ con el número de ceros que presenta entre la coma decimal y la primera cifra significativa del resultado de efectuar $(0{,}02)^{100}$ se obtiene:

a) 293 b) 294 c) 295
d) 296 e) 297

Resolución:

- $M = 324^{50}$

$$\log M = \log 324 = 50\log(2^2 \times 3^2)$$

$$\log M = 100\log 2 + 200\log 3$$

$$\log M = 100(0,301) + 200(0,477)$$
$$\log M = 125,25$$
$$M = 10^{125,5}$$
$$\# \text{ cifras} = 125 + 1 = 126$$

- $N = 0,02^{100}$

$$\log N = 100 \log 0,02$$
$$\log N = 100 \log (2 \times 10^{-2})$$
$$\log N = 100 \log 2 - 200$$
$$\log N = 100(0,301) - 200 = -169,9$$
$$N = 10^{-169,9}$$
$$\# \textit{ceros} = 169$$

Piden: $126 + 169 = 295$

Clave c

PROBLEMA 89

Resolver: $x + \log(1 + 2^x) = x \log 5 + \log 6$

Hallar: $\sqrt[x+1]{x-1}$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 8

Resolución:

De la ecuación:

$$x - x\log 5 = \log 6 - \log(1 + 2^x)$$
$$x(1 - \log 5) = \log 6 - \log(1 + 2^x)$$
$$x(\log 10 - \log 5) = \log 6 - \log(1 + 2^x)$$
$$x \log 2 = \log\left(\frac{6}{1+2^x}\right)$$
$$\log 2^x = \log\left(\frac{6}{1+2^x}\right)$$
$$2^x = \frac{6}{1+2^x}$$
$$2^x + (2^x)^2 = 6$$
$$(2^x)^2 + 2^x - 6 = 0$$

$2^x \quad +3$
$2^x \quad -2 \Rightarrow 2^x = 2$
$\Rightarrow x = 1$

Piden: $\sqrt[1+1]{1-1} = 0$

Clave a

PROBLEMA 90

Indicar el producto de todas las soluciones de:

$$1 + \log_{(2x)}(x/2) = \log_2 x^{\log_2 x}$$

a) 1/2 b) 3/2 c) 2
d) 4 e) 1/4

Resolución:

$$1 + \log_{2x}(x/2) = \log_2 x^{\log_2 x}$$
$$\log_{2x} 2x + \log_{2x}(x/2) = \log_2 x \cdot \log_2 x$$
$$\log_{2x}(2x \cdot x/2) = (\log_2 x)^2$$
$$\log_{2x} x^2 = (\log_2 x)^2$$
$$2\log_{2x} x = (\log_2 x)^2$$
$$\frac{2}{\log_x 2x} = (\log_2 x)^2$$
$$\frac{2}{\log_x 2 + \log_x x} = (\log_2 x)^2$$

$$\frac{2}{\frac{1}{\log_2 x}+1}=(\log_2 x)^2$$

$$\frac{2\log_2 x}{1+\log_2 x}=(\log_2 x)^2$$

$$2\log_2 x=(\log_2 x)^2+(\log_2 x)^3$$

$$1(\log_2 x)^3+1(\log_2 x)^2-2\log_2 x=0$$

Si : x_1 , x_2 y x_3 son soluciones

$$\log_2 x_1+\log_2 x_2+\log_2 x_3=\frac{-1}{1}$$

$$\log_2(x_1x_2x_3)=-1$$

$$x_1x_2x_3=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

Clave a

PROBLEMA 91

Evaluar: $E={}^{\log_9 25}\sqrt{5^{\log_3 2}}$

a) 25 b) 5 c) 3
d) 9 e) 2

Resolución:

De los que nos piden:

$$E={}^{\log_9 25}\sqrt{5^{\log_3 2}}=5^{\frac{\log_3 2}{\log_9 25}}$$

$$E=5^{\frac{\log_3 2}{\log_{\sqrt{9}}\sqrt{25}}}=5^{\frac{\log_3 2}{\log_3 5}}=5^{\log_5 2}$$

$$E=2$$

Clave e

PROBLEMA 92

Calcular:

$$M=\frac{1}{\log_2 N}+\frac{1}{\log_3 N}+\frac{1}{\log_4 N}+\ldots+\frac{1}{\log_{999} N}$$

donde: $N=(999!)^4$

a) ½ b) 2 c) 10
d) 1 e) ¼

Resolución:

$$M=\frac{1}{\log_2 N}+\frac{1}{\log_3 N}+\frac{1}{\log_4 N}+\ldots+\frac{1}{\log_{999} N}$$

$$M=\log_N 2+\log_N 3+\log_N 4+\ldots+\log_N 999$$

$$M=\log_N[2\times3\times4\times\ldots\times999]$$

$$M=\log_{(999!)^4}(999!)=\frac{1}{4}\log_{999!}(999!)$$

$$M=\frac{1}{4}$$

Clave e

PROBLEMA 93

Calcular:

$$M=\sqrt{\frac{3^{3+\log_5 2}-2^{\log_5 15}}{2^{\log_5 3}}}$$

a) 2 b) 3 c) 5
d) 4 e) 8

Resolución:

De la expresión:

$$M=\sqrt{\frac{3^3\cdot3^{\log_5 2}-2^1\cdot2^{\log_5 3}}{2^{\log_5 3}}}$$

$$M=\sqrt{\frac{27\cdot\cancel{2^{\log_5 3}}-2^1\cdot\cancel{2^{\log_5 3}}}{\cancel{2^{\log_5 3}}}}$$

$$M=\sqrt{\frac{27-2}{1}}=5$$

Clave c

PROBLEMA 94

Calcular:

$$M=2^{\log 3}\cdot3^{\log 0,5}+2^{\log 25}\cdot5^{\log 0,25}$$

a) 1 b) −1 c) 2
d) −2 e) 3

Resolución:

De lo que nos piden:

$$M = 2^{\log 3} \cdot 3^{\log 1/2} + 2^{\log 25} \cdot 5^{\log 1/4}$$

$$M = \frac{2^{\log 3}}{3^{\log 2}} + \frac{2^{\log 25}}{5^{\log 4}}$$

$$M = \frac{3^{\log 2}}{3^{\log 2}} + \frac{25^{\log 2}}{5^{\log 2^2}}$$

$$M = 1 + \frac{25^{\log 2}}{5^{2\log 2}}$$

$$M = 1 + \frac{25^{\log 2}}{25^{\log 2}} = 1 + 1 = 2$$

PROBLEMA 95

Calcule:

$$M = \log_2 6 \cdot \log_3 6 - \log_3 2 - \log_2 3$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 6 e) $^2/_3$

Resolución:

$$M = (\log_2 2 + \log_2 3)(\log_3 2 + \log_3 3)$$
$$- \log_3 2 - \log_2 3$$

$$M = (1 + \log_2 3)(\log_3 2 + 1) - \log_3 2 - \log_2 3$$

$$M = \cancel{\log_3 2} + 1 + \log_2 \cancel{3} \cdot \log_{\cancel{3}} 2 + \cancel{\log_2 3}$$
$$- \cancel{\log_3 2} - \cancel{\log_2 3}$$

$$M = 1 + \log_2 2 = 1 + 1 = 2$$

Clave b

PROBLEMA 96

Dado: $\log_{30} 3 = a$

$\log_{30} 5 = b$

Determine $\log_{30} 8$ en términos de "a" y "b".

a) $3(1 - a - b)$ b) $3a + b$
c) $3a - b$ d) $a - b + 1$
e) $3(a + b)$

Resolución:

Como:

$$\log_{30} 5 = b$$

$$\log_{30}\left(\frac{30}{6}\right) = b$$

$$1 - \log_{30} 6 = b$$

$$1 - \log_{30} 2 - \log_{30} 3 = b$$

$$1 - \log_{30} 2 - a = b$$

$$\log_{30} 2 = 1 - a - b$$

$$\Rightarrow \log_{30} 8 = 3\log_{30} 2 = 3(1 - a - b)$$

Clave a

PROBLEMA 97

Simplifique:

$$M = \frac{2^{\log_3 4} + 3^{\log_4 5} + 4^{\log_5 6} + \ldots + 7^{\log_8 9}}{4^{\log_3 2} + 5^{\log_4 3} + 6^{\log_5 4} + \ldots + 9^{\log_8 7}}$$

a) 1 b) 1/2 c) 9
d) 91 e) 1/91

Resolución:

Aplicando: $a^{\log_b m} = m^{\log_b a}$

tenemos:

$$M=\frac{4^{\log_3 2}+5^{\log_4 3}+6^{\log_5 4}+\ldots+9^{\log_8 7}}{4^{\log_3 2}+5^{\log_4 3}+6^{\log_5 4}+\ldots+9^{\log_8 7}}$$

$$M=1$$

Clave (a)

PROBLEMA 98

Un equivalente de:

$$M=\frac{\log_a x}{\log_{ab} x} \quad \text{es:}$$

a) $1+\log_{ab} x$ b) $1+\log_a b$
c) $1+\log_b a$ d) $\log_{ab}(a+b)$
e) $\log_a(1+b)$

Resolución:

Como:

$$M=\frac{\log_a x}{\log_{ab} x}=\frac{\log_x ab}{\log_x a}=\log_a ab$$

$$M=\log_a a+\log_a b=1+\log_a b$$

Clave (b)

PROBLEMA 99

Si se cumple : $\log_b^{-1} a+\log_b^{-1} c=x$

Calcule : $M=C^{\log_b(a^x/b)}$

a) a b) $1/a$ c) $^1/_{(a+1)}$
d) $a-1$ e) $^a/_{(a+1)}$

Resolución:

Como:

$$x=\log_b^{-1} a+\log_b^{-1} c$$

$$x=\log_a b+\log_c b$$

Piden: $M=C^{\log_b a^x}-\log_b b$

$$M=C^{x\log_b a-1}$$

$$M=C^{(\log_a b+\log_c b)\log_b a-1}$$

$$M=C^{1+\log_c b\cdot\log_b a-1}$$

$$M=C^{\not{1}+\log_c \not{b}\cdot\log_{\not{b}} a-\not{1}}$$

$$M=C^{\log_c a}=a$$

Clave (a)

PROBLEMA 100

Hallar la suma de valores de x que satisfacen:

$$\sqrt{\frac{e^{4x}-6}{5}}=e^x$$

a) $\ln 5$ b) 1 c) $\ln\sqrt{3}$
d) $\ln\sqrt{5}$ e) $\ln\sqrt{6}$

Resolución:

Como: $\sqrt{\frac{e^{4x}-6}{5}}=e^x$

$$\frac{e^{4x}-6}{5}=e^{2x}$$

$$e^{4x}-6=5e^{2x}$$

$$e^{4x}-5e^{2x}-6=0$$

e^{2x} ⟍⟋ $-6\Rightarrow e^{2x}=6$
e^{2x} ⟋⟍ $+1\Rightarrow e^{2x}=-1$

$\Rightarrow$ $e^{2x}=6$

$$e^x=\sqrt{6}$$

$$x=\ln\sqrt{6}$$

Clave (e)

Logaritmación

Propiedad Fundamental

$$a^{\log_a N} = N$$

Problemas Resueltos

Problema 01.

Calcule la suma de raíces de:

$$x^{2\log_x(x+1)} = 5x-1$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 1 e) 5

Problema 02.

Resolver:

$$\log_{1/2}x + \log_{1/4}x + \log_{1/8}x = 11$$

a) 2^{-3} b) 2^{-2} c) 2^{-4}
d) 2^{-5} e) 2^{-6}

Problema 03.

Calcule x.

$$\log_4(x+2) . \log 2 = 1$$

a) 98 b) 88 c) 112
d) 110 e) 96

Problema 04.

Halle la suma de soluciones en:

$$\log^3 x = \log x$$

a) 10,1 b) 11 c) 11,1
d) 0,1 e) 12,1

Problema 05.

Halle los valores de x que satisfacen la siguiente ecuación:

$$2^{x+1} + 4^x = 80$$

a) 3y 1/log 2 b) sólo 3
c) sólo 1/log 2 d) –3y –1/log2
e) sólo – 3

Problema 06.

Si se cumple: $2^{3x-2} = 3^{x+1}$

Además: $\log_3 4 = a$

Halle x en términos de a.

a) $\frac{2a+2}{3a-2}$ b) $\frac{a+1}{a-1}$ c) $\frac{2a+1}{3a-1}$
d) $\frac{3a-2}{2a+2}$ e) $\frac{a-2}{a+2}$

Problema 07.

Sabiendo que: $\log_b a = 2$
$\log_c b = 3$

Calcule: $\log_{bc} ab$

a) 1/4 b) 2/3 c) 9/4
d) 4/9 e) 2/9

Problema 08.

Calcule x en:

$$\log_3(\log_{27}x) + \log_{27}(\log_3 x) = 3$$

a) 1 b) 27 c) 13
d) 3^{27} e) 3^{100}

Problema 09.

Resolver: $x^{\log_5 x - 2} = 125$

e indicar una raíz.

a) 0,4 b) 0,125 c) 0,2
d) 1 e) 1,5

Problema 10.

Simplificar:

$$E = \left[\frac{\sqrt[3]{\log 2} + \sqrt[3]{\log 3} + \sqrt[3]{\log 4} + \ldots + \sqrt[3]{\log 100}}{\sqrt[3]{\log_5 2} + \sqrt[3]{\log_5 3} + \sqrt[3]{\log_5 4} + \ldots + \sqrt[3]{\log_5 100}} \right]^3$$

a) log 1 b) log 2 c) log 3
d) log 5 e) log 10

Problema 11.

El equivalente de:

$$E = \frac{1}{1 + \log_3(10e)} + \frac{1}{1 + \ln 30} + \frac{1}{1 + \log 3e}$$

es:

a) 1 b) log 3 c) ln 10
d) log (3e) e) ln 30

Problema 12.

Si: $\log(\log(\log x)) = 0$

Entonces el valor de:

$$E = \log(x \log(x \log x)) - \log 11$$

a) 0 b) 8 c) 10
d) 11 e) 20

Problema 13.

Reducir:

$$M = \log 2 + 2\log\sqrt{\frac{3}{2}} + 3\log\sqrt[3]{\frac{4}{3}} + 4\log\sqrt[4]{\frac{5}{4}} + \ldots + 9\log\sqrt[9]{\frac{10}{9}}$$

a) 2 b) −1 c) 1
d) 3 e) 0

Problema 14.

Hallar la suma de todos los valores de "n" que satisfacen la ecuación:

$$\log n^2 = (\log n)^2$$

a) 101 b) 10 c) 0
d) 1 e) 100

Problema 15.

Halle el valor de "x" en la ecuación:

$$\log(x + 4) - \log(x + 2) = \log x$$

a) $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ b) $\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$
c) $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$ d) $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$
e) $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

Problema 16

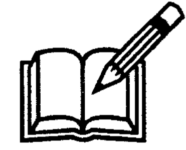
Resolver:

$$\log_3^{-1}(x-1) = 2 + \log_3(x-1)^{-1}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 7 e) 8

Logaritmación

Solucionario



Resolución 01.

Aplicando propiedades:

$$x^{2\log_x(x+1)} = 5x-1$$

$$\left(x^{\log_x(x+1)}\right)^2 = 5x-1$$

$$(x+1)^2 = 5x-1$$

$$x^2+2x+1 = 5x-1$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$x \quad -2 \rightarrow x=2 \checkmark$$

$$x \quad -1 \rightarrow x=1 \times$$

Como la base del logaritmo es siempre diferente de 1. $x=2$

$\therefore$ Clave a

> **NOTA:** Propiedad Fundamental
>
> $$a^{\log_a N} = N$$

Resolución 02.

$$\log_{1/2}x + \log_{1/4}x + \log_{1/8}x = 11$$

$$\log_{2^{-1}}x + \log_{2^{-2}}x + \log_{2^{-3}}x = 11$$

$$\frac{1}{-1}\log_2 x + \frac{1}{-2}\log_2 x + \frac{1}{-3}\log_2 x = 11$$

$$\left(-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\log_2 x = 11$$

$$-\frac{11}{6}\log_2 x = 11$$

$$\log_2 x = -6$$

$$x = 2^{-6}$$

$\therefore$ Clave e

> **NOTA:**
>
> $$\log_{b^n} a = \frac{1}{n}\log_b a$$

Resolución 03.

$$\log_4(x+2).\log 2 = 1$$

$$\log_{2^2}(x+2).\log 2 = 1$$

$$\frac{1}{2}\log_2(x+2).\log 2 = 1$$

$$\frac{1}{2}\log(x+2) = 1$$

$$\log(x+2) = 2$$

$$x+2 = 10^2$$

$$x = 98$$

$\therefore$ Clave a

> **NOTA:** Regla de la Cadena
>
> $$\log_b a \times \log_c b = \log_c a$$

Resolución 04.

$$\log^3 x = \log x$$

$$\log^3 x - \log x = 0$$

$$(\log^2 x - 1)\log x = 0$$

$$(\log x - 1)(\log x + 1)\log x = 0$$

Luego:

$$\log x = 1 \quad \rightarrow \quad x = 10$$

$$\log x = -1 \quad \rightarrow \quad x = 10^{-1} \quad \rightarrow \quad x = 0,1$$

$$\log x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 10^{\circ} = 1$$

Piden: 10 + 0,1 + 1 = 11,1

∴ Clave c

Resolución 05.

$$2^{x+1}+4^{x}=80$$
$$2^{x}\cdot 2+(2^{x})^{2}=80$$
$$(2^{x})^{2}+2(2^{x})-80=0$$

$2^x \quad -8$

$2^x \quad +10$

$\hookrightarrow 2^x=8$ ✓ $\qquad \hookrightarrow 2^x=-10$ ✗

$x=3$ (no existe solución)

∴ Clave b

Resolución 06.

Como: $\log_3 4 = a$

$$4 = 3^{a}$$
$$2 = 3^{a/2}$$

Reemplazando en: $2^{3x-2}=3^{x+1}$

$$(3^{a/2})^{3x-2}=3^{x+1}$$

Igualando exponentes: $\frac{a}{2}(3x-2)=x+1$

$$3ax-2a=2x+2$$

Despejando x: $3ax-2x=2a+2$

$$x(3a-2)=2a+2$$
$$x=\frac{2a+2}{3a-2}$$

∴ Clave a

NOTA:	$\log_b a = x \leftrightarrow a=b^{x}$

Resolución 07.

Como:

$$\log_b a = 2 \rightarrow a=b^{2}\ldots(1)$$
$$\log_c b = 3 \rightarrow b=c^{3}\ldots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$a=(c^{3})^{2}=c^{6}$$

Reemplazando en:

$$\log_{bc}ab=\log_{c^{3}.c}c^{6}.c^{3}=\log_{c^{4}}c^{9}$$
$$=\frac{9}{4}$$

∴ Clave c

Resolución 08.

$$\log_3(\log_{27}x)+\log_{27}(\log_3 x)=3$$
$$\log_3(\log_{27}x)+\frac{1}{3}\log_3(\log_3 x)=3$$
$$3\log_3(\log_{27}x)+\log_3(\log_3 x)=9$$
$$\log_3(\log_{27}x)^{3}+\log_3(\log_3 x)=9$$
$$\log_3\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{3}.(\log_3 x)^{3}.\log_3 x\right]=9$$
$$\frac{1}{3^{3}}.(\log_3 x)^{4}=3^{9}$$
$$(\log_3 x)^{4}=3^{12}$$
$$\log_3 x=3^{3}$$
$$x=3^{27}$$

∴ Clave d

Resolución 09.

Tomando $\log_5$:

$$x^{\log_5 x - 2} = 5^3$$

$$\log_5(x^{\log_5 x-2}) = \log_5 5^3$$

$$(\log_5 x - 2)\log_5 x = 3$$

$$(\log_5 x)^2 - 2\log_5 x = 3$$

$$(\log_5 x)^2 - 2\log_5 x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{lcr} \log_5 x & \diagdown\!\!\!\diagup & -3 \\ \log_5 x & & +1 \end{array}$$

$\log_5 x = 3$ $\qquad$ $\log_5 x = -1$

$x = 5^3 = 125$ $\qquad$ $x = 5^{-1} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$

$\therefore$ Clave c

Resolución 10.

$$E = \left[\frac{\sqrt[3]{\log_5 2 . \log 5} + \sqrt[3]{\log_5 3 . \log 5} + ... + \sqrt[3]{\log_5 100 . \log 5}}{\sqrt[3]{\log_5 2} + \sqrt[3]{\log_5 3} + ... + \sqrt[3]{\log_5 100}}\right]^3$$

$$E = \left[\frac{\sqrt[3]{\log 5}(\sqrt[3]{\log_5 2} + \sqrt[3]{\log_5 3} + ... + \sqrt[3]{\log_5 100})}{\sqrt[3]{\log_5 2} + \sqrt[3]{\log_5 3} + ... + \sqrt[3]{\log_5 100}}\right]^3$$

$$E = (\sqrt[3]{\log 5})^3 = \log 5$$

$\therefore$ Clave d

Resolución 11.

$$E = \frac{1}{\log_3 3 + \log_3(10e)} + \frac{1}{\ln e + \ln 30} + \frac{1}{\log 10 + \log 3e}$$

$$E = \frac{1}{\log_3(30e)} + \frac{1}{\ln 30\, e} + \frac{1}{\log 30\, e}$$

$$E = \log_{30\,e} 3 + \log_{30\,e} e + \log_{30\,e} 10$$

$$E = \log_{30\,e} 30\, e = 1$$

$\therefore$ Clave a

NOTA:	Inversa de un logaritmo
	$\dfrac{1}{\log_b a} = \log_a b$

Resolución 12.

$$\log(\log(\log x)) = 0$$

$$\log(\log x) = 1 \rightarrow \log x = 10$$

$$x = 10^{10}$$

Reemplazando:

$$E = \log(10^{10} . \log(10^{10} . \log 10^{10})) - \log 11$$

$$= \log(10^{10} . \log(10^{10} . \ 10)) - \log 11$$

$$= \log(10^{10} . \log 10^{11}) - \log 11$$

$$= \log(10^{10} . \ 11) - \log 11$$

$$= \log\left(\frac{10^{10} . \ 11}{11}\right) = \log 10^{10}$$

$$E = 10$$

$\therefore$ Clave c

Resolución 13.

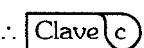
Aplicando la propiedad del sombrero:

$$M = \log 2 + \log\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \log\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right)^3 + \log\left(\sqrt[4]{\frac{5}{4}}\right)^4 + ... + \log\left(\sqrt[9]{\frac{10}{9}}\right)^9$$

$$M = \log 2 + \log\frac{3}{2} + \log\frac{4}{3} + \log\frac{5}{4} + ... + \log\frac{10}{9}$$

$$M = \log\left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times ... \times \frac{10}{9}\right)$$

$$M = \log 10 = 1$$

$\therefore$ 

Resolución 14.

De la ecuación:

$$\overset{\curvearrowleft}{\log n^2} = (\log n)^2$$

$$2\log n = (\log n)^2$$

$$0 = (\log n)^2 - 2(\log n)$$

$$0 = (\log n)(\log n - 2)$$

$\log n = 0 \quad \vee \quad \log n - 2 = 0$

$n = 1 \qquad\qquad \log n = 2$

$n = 100$

Piden: $1 + 100 = 101$

$\therefore$ Clave a

Resolución 15.

Como:

$$\log(x+4) - \log(x+2) = \log x$$

$$\log\left(\frac{x+4}{x+2}\right) = \log x$$

$$\frac{x+4}{x+2} = x$$

$$x + 4 = x^2 + 2x$$

$$\underset{\mathbf{a}}{1}x^2 + \underset{\mathbf{b}}{1}x \underset{\mathbf{c}}{- 4} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Para que el logaritmo exista:

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \text{ (positivo)}$$

$\therefore$ Clave a

Resolución 16.

Transformando:

$$\frac{1}{\log_3(x-1)} = 2 - \log_3(x-1)$$

$$1 = 2\log_3(x-1) - \log_3^2(x-1)$$

$$\log_3^2(x-1) - 2\log_3(x-1) + 1 = 0$$

$$(\log_3(x-1) - 1)^2 = 0$$

$$\log_3(x-1) = 1$$

$$x - 1 = 3^1$$

$$\therefore \quad x = 4$$

$\therefore$ Clave b

> ***Nota:***
>
> $$\log_b^{-1} a = \frac{1}{\log_b^a}$$

Problema Propuesto

Calcule el menor valor de "x" en:

$$\log_3 9x^2 = 6\left(\log_3 \tfrac{x}{3}\right)^2$$

a) $\frac{1}{9}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{1}{3}$

d) $\sqrt[3]{9}$ e) $\sqrt[3]{3}$

Primera Práctica

Logaritmación

$$a^{\log_a n} = n$$

01 Calcular:

$$E = \log_2 32 - \log_{\frac{1}{2}} 64 + \log_{\sqrt{2}} 8$$

a) 17 b) 16 c) 15
d) 14 e) Más de 17

02 Calcular el valor de "x":

$$\log_2(3x-7) - 5 = 0$$

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

03 En: $\log(x+9) - \frac{1}{2}\log(3x-8) = 2 - 2\log 5$

Un valor de "x" es:

a) 15 b) 10 c) 11
d) 12 e) 9

04 Si: $10^x = 18$
$10^y = 12$

El valor de $\log_{10} 6$ es:

a) $\frac{2y-x}{3}$ b) $\frac{x-y}{3}$ c) $\frac{y-x}{3}$
d) $\frac{2x-y}{2}$ e) $\frac{x+y}{3}$

05 Calcule la suma de soluciones en:

$$x^{2x^2} - x^x = 0$$

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1
d) $\frac{5}{2}$ e) $\frac{-3}{2}$

06 Hallar el valor de x:

$$\text{Log}_{2\sqrt[x]{16}} \text{Antilog}_{\left(\frac{1}{2}\right)} \text{Log}_4 \text{Antilog}_2 6 = -1$$

a) −1 b) 2 c) 3
d) −7 e) $\frac{2}{3}$

07 Halle: $\frac{x+y}{2}$ en:

$$\log_y x + \log_x y = \frac{10}{3} \quad ; \quad xy = 256$$

a) 30 b) 32 c) 34
d) 36 e) 38

08 Calcular el valor de "x" en:

$$\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \frac{2}{3}$$

a) Log2 + 1 b) $\frac{1 + Log2}{2}$ c) $\frac{1 - Log2}{2}$
d) Log2 − 1 e) 2

09 Si: $Log_4 y = 2$; $Log_4 \frac{x^2y^2}{16} = 5$

El valor de $|x|$ es:

a) 1 b) 2^3 c) $\frac{1}{2}$
d) 4 e) $\sqrt{2}$

10 El valor de:

$\log(2\times4\times6\times\ldots\times20)-\log(9!)$ es:

a) $10+10\log(2)$ b) $1+10\log(2)$
c) $10\log(2)$ d) $\log(2)$
e) $\log(10!)$

11 Calcular: $\log_4(\text{antilog}_2 7)$

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{5}{2}$ e) $\frac{7}{2}$

12 El producto de las raíces de la ecuación: $\log_4^2 x-3\log_8 x=8$; es:

a) 1 b) 8 c) 16
d) 32 e) 2

13 Si: $\text{Log}\left\{2+\text{Log}_2\left[\text{Log}_4(x-4)-\frac{3}{2}\right]\right\}=0$

Calcular el valor de "x"

a) 12 b) 16 c) 20
d) 25 e) 8

14 Resolver:

$$\text{Ln}\,12-\text{Ln}(x-1)=\text{Ln}(x-2)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

15 Calcular "x" si: $\log x=m-\log n$

a) $\frac{10^n}{m}$ b) 10^{m-n} c) $\frac{10^m}{n}$
d) $10^{m\cdot n}$ e) $10^{\frac{m}{n}}$

16 Resolver:

$$2\log x=\log(2x-3)+\log 3$$

a) 6 b) 2 c) 4
d) 3 e) 5

17 Hallar el valor de "x"

$$5(4^x)+4(10^x)=25^x$$

a) Log 2 b) $\frac{-Log5}{Log2-Log5}$
c) 2 d) $\frac{Log2-10}{2Log2-1}$
e) Log 10

18 Resolver:

$$5^{2\log_5 x}+3^{2\log_3 2}=7^{\log_7 4x}$$

a) 2 b) 10 c) 11
d) 15 e) 20

19 Calcular el logaritmo en base $a^m\sqrt[n]{a}$ de $a^n\sqrt[m]{a}$,(a ; m ; $n\neq0$; $a\neq1$)

a) $\frac{m}{n}$ b) $\frac{n}{m}$ c) $m\cdot n$
d) m e) n

20 Calcular:

$$S=\sqrt[3]{\text{colog}_5 0{,}04+\text{antilog}_5 2}$$

a) 2 b) 4 c) 5
d) 1 e) 3

21 Hallar el valor de "x" en:

$$\sqrt[x]{\sqrt[x]{1000^{\log x}}}=x^x$$

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt[3]{3}$ c) 3
d) 9 e) 1

22 Resolver: $\text{Ln}\,(\text{Ln}\,(\text{Ln}\,x)) = 0$

a) e b) e^e c) 1
d) 0 e) $\sqrt{e}$

23 Para que valor de a la ecuación:

$$\log(x^2+2ax)-\log(8x-6a-3)=0$$

ofrecerá solución real única

a) –2 b) –1 c) 1
d) 2 e) 3

24 Si: $\dfrac{\log(x-3)+\log(x+2)}{\log(x-1)}=2$

Calcular: $\log_{(x-3)}(x+1)$

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 2
d) $\frac{1}{2}$ e) 3

25 Indique el producto de soluciones:

$$\log_z 2^{-2} = 6+\log_2 z$$

a) 4 b) 16 c) 2
d) 8 e) 64

26 Si: $\log_{12} 27 = a$

Calcular: $\log_6 16$

a) $\dfrac{12-4a}{2+3a}$ b) $\dfrac{12-4a}{3+2a}$ c) $\dfrac{3-a}{a+2}$
d) $\dfrac{12-4a}{3+a}$ e) $\dfrac{12+4a}{3-a}$

27 Resolver:

$$x^{\log_5 x-2}=125$$

e indicar una raíz:

a) 0,4 b) 0,125 c) 0,20
d) 1 e) 1,5

28 Calcular:

$$E=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}+\frac{1}{z+1}$$

Si $x=\log_a bc$; $y=\log_b ac$;
$z=\log_c ab$

a) $\frac{1}{3}$ b) 3 c) 1
d) –3 e) $-\frac{1}{3}$

29 Si: $\log_a b = 3$
$\log_b 4a = 2$

Calcular el valor de "b":

a) $2\sqrt[3]{2}$ b) 2 c) $4\sqrt[3]{2}$
d) $2\sqrt[5]{2}$ e) $2\sqrt[5]{8}$

30 Resolver: $\dfrac{\log\sqrt{x^2+2x-3}}{\log\sqrt[3]{x^3-1}}=\frac{3}{2}$

a) $-\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) $-\sqrt{3}$ e) 2

31 Calcular "x" si:

$$\log_{100} x = 1{,}5$$

a) 10　　b) 100　　c) 1000
d) $\frac{1}{10}$　　e) $\sqrt{10}$

32 Calcular el valor de "x":

$$\sqrt{Log\,x} + Log\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$$

a) 2　　b) 10　　c) 100
d) Carece de solución　　e) 1

33 Indicar una raíz en:

$$\frac{1}{5 - Log_3 x} + \frac{2}{1 + Log_3 x} = 1$$

a) 3　　b) $\frac{1}{3}$　　c) 9
d) 81　　e) –2

34 Si: $n = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$

Calcular:

$$E = \log_n \sqrt{3 + 2\sqrt{3}} - \log_n \sqrt[4]{3}$$

a) 2　　b) –3　　c) 1
d) 5　　e) 7

35 Luego de resolver: $\log x + \log y = 8$
$x^{\log y} = 10^7$

Calcule: $\log \sqrt[8]{xy}$

a) 1　　b) 7　　c) 4
d) 8　　e) 0

36 Calcule:

$$\operatorname{colog}_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{0,\widehat{3}} \cdot \log_9 4^{32} + \operatorname{antilog}_6 (\log 9) \cdot 4^{\log 3}$$

a) 9　　b) 16　　c) 25
d) 27　　e) 10

37 Si: $c = ab$

Calcule: $\sqrt[4]{\dfrac{\log^3 a^3 + \log^3 b^3 + \operatorname{colog}^3 c^3}{\operatorname{colog} a \cdot \operatorname{colog} b \cdot \operatorname{colog} c}}$

a) 3　　b) 10　　c) 11
d) 12　　e) $\sqrt{2}$

38 Simplifique:

$$b^{a^{\left(\frac{\log \log_b (\operatorname{antilog}_c \operatorname{colog}_c N)}{\log a}\right)}}$$

a) $abc\,N$　　b) a　　c) $-N$
d) N　　e) N^{-1}

Segunda Práctica

Logaritmación

$a^{\log_a n} = n$

01 Resolver;

$$\text{Log}_x 10.\text{Log}\,(x^2-2)=1$$

a) 1 b) 2 c) 5
d) 7 e) –3

02 Calcular el valor de "x", en:

$$\frac{Log_{a^2\sqrt{x}}a}{Log_{2x}a}+Log_{ax}a\ .\ Log_{\left(\frac{1}{a}\right)}2x=0$$

a) 1 b) a^2 c) a
d) 2a e) –1

03 Hallar:

$2^{2+\log_2 3}+3^{2+\log_3 4}$ es:

a) 12 b) 27 c) 36
d) 48 e) 63

04 Calcular: $\sqrt{343^{\log_7 81^{\log_{27}2}}}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

05 Si: $4^x-4^{x-1}=24$

Calcule: $T=(2x)^x$

a) $\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{5}$ c) 25
d) 125 e) $25\sqrt{5}$

06 Hallar el valor "x" en:

$$e^{x+y}=18$$
$$e^{x-y}=2$$

a) Ln2 b) Ln3 c) Ln6
d) Ln5 e) 1

07 Resolver:

$$\begin{vmatrix}\log(35-x^3) & \log(5-x)\\ 3 & 1\end{vmatrix}=0$$

dé como respuesta la suma de valores.

a) 0 b) 2 c) 5
d) 6 e) 35

08 Calcular:

$$\frac{1}{\log_x yz+1}+\frac{1}{\log_y xz+1}+\frac{1}{\log_z xy+1}$$

a) 1 b) 0 c) x
d) 3 e) xyz

09 Dada la siguiente ecuación:

$$x\log 4+\log\log 3=\log\log 81$$

El valor de "x" es:

a) 0 b) 1 c) 4
d) 3 e) 2

10 El valor de:

$$S=a^{\log_a(0+1)}+a^{\log_a(1+2)}+a^{\log_a(2+3)}+\ldots+a^{\log_a(99+100)}$$

a) 10000 b) 5050 c) 10100
d) 20000 e) 4950

11 Si:

$$Log_2 4 + \log_2 4^2 + \log_2 4^3 + ... + \log_2 4^x = \log_2 4^6$$

Hallar el valor de "x"

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

12 ¿Cuántos ceros entre la coma decimal y la primera cifra significativa tiene:

$$M = 0{,}006^{60}$$

a) 130 b) 131 c) 132
d) 133 e) 134

13 Si: $\log x^{\log x} + \log x - 6 = 0$

Hallar el producto de las dos soluciones.

a) 1 b) 0,1 c) 0,01
d) 0 e) 0,001

14 Si "z" es una solución de la ecuación:

$$\log_4[\log_3(\log_2 x)] = 0$$

Entonces el valor de: $z^2 + 2z + 1$ es:

a) 70 b) 72 c) 80
d) 81 e) 84

15 Resolver:

$$\left[\frac{b}{\log_x a}\right]^{\log_a x} = b^{2b}$$

a) b^a b) a^b c) $b^{\sqrt{a}}$
d) $a^{\sqrt{b}}$ e) $a^{\sqrt{ab}}$

16 Un valor de "x" en:

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = \log_2 4 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

a) 1 b) –1 c) 0
d) 3 e) 5

17 Resolver:

$$\frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}} = 3$$

a) 2 b) log 3 c) log 2
d) $\log\sqrt{2}$ e) 1

18 Encontrar "x"

$$m^{\log_m(x+7)} = 4x + 1$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

19 Calcular:

$$R = \log_4 25.\log_3 7.\log_5 9.\log_7 4$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 3

20 Sabiendo que: $x = 2^{\log_3 a}$

$$R = \sqrt{3^{\log_a x} + 7x^{\log_a 3}}$$

a) 4 b) 6 c) 8
d) 3 e) 1

21 ¿Cuántas cifras tiene: $M = 5^{200}$?

a) 120 b) 139 c) 140
d) 104 e) 102

22 Hallar la suma de soluciones al resolver:

$$\begin{cases} 10^{2-\log(x-y)} = 25 \\ \log(x-y) + \log(x+y) = 1 + 2\log 2 \end{cases}$$

a) 7 b) 3 c) 4
d) 10 e) 11

23 El logaritmo de N en base 5 es el mismo que el logaritmo de M en base $\sqrt{5}$ Si: $M + N = 3/4$. Hallar: $\frac{M}{N}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) 2
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{6}$

24 Resolver:

$$x + \log(1 + 2^x) = x\log 5 + \log 6$$

y dar el valor de: x^x

a) 16 b) $\frac{1}{16}$ c) 12
d) 1 e) 2

25 Resolver: $\sqrt[\log x]{x^{1-\ln x}} = e^5$

a) $\left(\frac{10}{e^5}\right)^{\log e}$ b) $\left(\frac{10}{e^5}\right)^{5\log e}$

c) e^5 d) $\left(\frac{e}{10}\right)^{\log 5}$

e) $\left(\frac{e}{10}\right)^{5\ln 10}$

26 Resolver:

$$1 + x^{10+\log x^{10+\log x^{10+\cdots}}} = \frac{1}{\log x}$$

a) $\sqrt[9]{10}$ b) $\sqrt[10]{10}$ c) $\sqrt[11]{10}$

d) $\sqrt[10]{0,1}$ e) $\sqrt[11]{0,1}$

27 Calcular "x" en:

$$40,5 + \log_x(\log_9 x) = 0$$

a) $\sqrt[3]{9}$ b) $\sqrt[9]{3}$ c) $\sqrt[9]{9}$
d) $\sqrt[27]{3}$ e) $\sqrt[27]{9}$

28 Resolver:

$$\mathrm{Log}^2 z = \log\left(\frac{1}{x}\right).\log y$$

$$\mathrm{Log}_y x + \log_z y + \log_x z = -4$$

$$\mathrm{Log}_2 x = \log_2 y + 5$$

y dar "z".

a) $2 \vee \frac{1}{2}$ b) $4 \vee \frac{1}{4}$ c) $8 \vee \frac{1}{8}$

d) $2 \vee \frac{1}{4}$ e) $4 \vee \frac{1}{2}$

29 La solución de la ecuación:

$$\frac{1 + \log_2(x-4)}{\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3})} = 1$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

30 Hallar "x" si:

$$2(5)^{\log_a x} + 3x^{\log_a 5} = x^{\log_x 125}$$

a) a b) 2 c) $2a$
d) a^{-2} e) a^2

31 Siendo $\log_{16} 12 = x$

$\log_6 4 = a^{-1}$

Calcule: $E = \log_{12} 48$

a) $\frac{3+2a}{4x}$ b) $\frac{3+a}{4x}$ c) $\frac{3+2a}{4a}$
d) x e) 2^a

32 ¿Cuántas cifras tiene M?

$$M = 7^{12} \times 12^8$$

$$\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0,477$$

$$\log 7 = 0,845$$

a) 17 b) 18 c) 19
d) 20 e) 21

33 Al resolver la ecuación:

$$x^{\log_x} = \frac{100}{x}$$

Hallar el producto de sus raíces.

a) 0.01 b) 1 c) 0.11
d) 0.1 e) 0.2

34 Si: $x - \log_2^x = 2$

Calcule: $x + \log_2^x$

a) 4 b) 6 c) 8
d) 10 e) 12

35 Resolver: $\log_2 x - 8\log_{x^2} 2 = 3$

Determine la suma de raíces:

a) $\frac{17}{3}$ b) 6 c) 8
d) $\frac{33}{2}$ e) $\frac{47}{2}$

36 Dada la siguiente ecuación:

$$(\ln x + 1)^{\ln(e \cdot x^2)} = 2$$

Calcule: $t = ex^4$

a) e^{-2} b) e^{-3} c) e^{-4}
d) e^{-5} e) e^{-6}

37 Resolver:

$$\log_{45}(3x-2) > -2$$

Si el conjunto solución es $\langle a;b\rangle$; calcule: $3a+4b$

a) 11 b) 12 c) 13
d) 15 e) 17

Tercera Práctica

$a^{\log_a n} = n$

Logaritmación

01 Hallar un número, tal que el doble de su logaritmo en base 10 exceda en una unidad al logaritmo en base 10 de dicho número aumentado en $^{11}/_{10}$.

a) 10 b) 12 c) 11
d) 16 e) 19

02 Halle las raíces de: $\sqrt{\log x} = \log\sqrt{x}$

a) $x_1 = 1$; $x_2 = 10^4$
b) $x_1 = 10^{-2}$; $x_2 = 10^2$
c) $x_1 = 10^{-1}$; $x_2 = 10^3$
d) $x_1 = 10^{-1}$; $x_2 = 10^2$
e) $x_1 = 1$; $x_2 = 10^5$

03 Resolver:

$$10000^{\log x} - 4\cdot 100^{\log x} + 4 = 0$$

a) $\sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}$ c) 1
d) 2 e) −2

04 La suma de los cuadrados de dos números es igual a 29 y la suma de sus logaritmos en base 10 es igual a 1, entonces la suma de los números es:

a) 9 b) 3 c) 5
d) 10 e) 7

05 Hallar la suma de soluciones de:

$$(\log_2 x)(\log_2 x - 4) = \log_2 x - 6$$

a) 8 b) 4 c) 5
d) 6 e) 12

06 Hallar x :

$$\log x = \log a - 2\log b + 3\log c$$

a) $\frac{ac}{b}$ b) $\frac{c^2a}{b^3}$ c) $\frac{ac^3}{b^2}$
d) $\sqrt{\frac{ac}{b}}$ e) $\frac{ac^3}{b}$

07 Halle el valor de:

$$\frac{3}{\log_2 45+3} + \frac{2}{\log_3 40+2} + \frac{1}{\log_5 72+1}$$

a) 1 b) 2 c) −1
d) ½ e) $^{-1}/_2$

08 Si: $12^a = 27$
Calcule: $M = \log_6 16$

a) $\frac{12-4a}{2+3a}$ b) $\frac{12-4a}{3+2a}$ c) $\frac{3-a}{a+2}$
d) $\frac{12+4a}{3-a}$ e) $\frac{12-4a}{3+a}$

09 Indique el valor de:

$$S = 1 + \log 5 + \log^2 5 + \log^3 5 + \ldots$$

a) $\log_2 10$ b) $\log_2 5$ c) $\log_{10} 2$
d) $\log 5$ e) $\log_5 2$

10 Sea $a > 0$; $a \neq 1$. Hallar la suma de los valores reales de x que satisfacen la siguiente ecuación:

$$(\log_a x)(\log_2 x) = \log_a 2$$

a) 6 b) 8 c) 1,5
d) 2,5 e) 4

11 Halle x en:

$$\left(\log 3\sqrt{x-1}\right)(\log_5 9)(\log_x 25) = \log_{x^3} 64$$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 2 e) 6

12 Simplificar:

$$\sqrt{\frac{1}{1+\log_2 3} + \frac{1}{1+\log_3 2} + 3}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) $\sqrt{3}$

13 Resolver:

$$\frac{1}{Log_{(\sqrt{x}+1)^3}} + \frac{1}{Log_{(\sqrt{x}-1)^3}} = \frac{1}{Log_{25} 9}$$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

14 Halle la suma límite de:

$$S = Log_2 3 + Log_4 3 + Log_{16} 3 + Log_{256} 3 + \ldots$$

a) 1 b) $Log\,3$ c) $Log_2 9$
d) $Log_9 2$ e) $Log(Log 3)$

15 Resolver:

$$\log_2(9^{x-1}+7) = 2 + \log_2(3^{x-1}+1)$$

Dé como respuesta la suma de soluciones.

a) $^3/_5$ b) $^5/_3$ c) 3
d) 2 e) 6

16 Resolver:

$$3 + \log_x\left(\frac{x^{4x-6}+1}{2}\right) = 2x$$

Indicar una solución:

a) 1 b) 2 c) $^3/_2$
d) $^2/_3$ e) $^3/_4$

17 Halle la suma de raíces de:

$$1 + 2\log x - \log(x+2) = 0$$

a) $^1/_{10}$ b) $^{-1}/_5$ c) $^{-1}/_2$
d) ½ e) 2

18 Halle el valor de: $\log_9(x^4)$

si: $\log_x(\sqrt[3x]{x}) = 3$

a) 4 b) –3 c) –2
d) –4 e) 1

19 Halle "x" en:

$$(\log_n a)\left(\log_a(x^2 - 2\sqrt{n}x + 2n)\right) = 1$$

a) $2n$ b) n^2 c) 4
d) $\sqrt{n}$ e) n

20 Resolver:

$$2\log(\log x) = \log(7 - 2\log x) - \log 5$$

a) 10 b) 100 c) $10^{-7/5}$
d) 1 e) $\sqrt{10}$

21 Efectúe:

$$\log_{2/3}\sqrt[3]{0,\widehat{4}}+\log_{7/3}\sqrt[5]{5,\widehat{4}}$$

a) $\frac{16}{15}$ b) $\frac{13}{12}$ c) $\frac{7}{15}$
d) $\frac{2}{15}$ e) $\frac{3}{7}$

22 Halle el valor de:

$$\frac{1}{\log_2 15+1}+\frac{1}{\log_3 10+1}+\frac{1}{\log_5 6+1}$$

a) 1/2 b) log 3 c) 10
d) log 2 e) 1

23 Si : $x=e^e$
Calcule : $\ln(-\operatorname{colog}_e \operatorname{antilog}_x e)$

a) e^2 b) -1 c) 2
d) 0 e) 1

24 Resuelve e indique la solución entera:

$$\frac{1}{5-4\log(x+2)}+\frac{5}{1+4\log(x+2)}=2$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 7 e) 8

25 Resuelva e indique el producto de soluciones: $Ln\,y^{\ln y}+12=\ln y^7$

a) e^2 b) e^3 c) e^4
d) e^6 e) e^7

26 Resuelva:

$$3\log(x/2)-\log 32=2\log(x/4)$$

a) 4 b) 8 c) 2
d) 16 e) 32

27 Hallar la suma de los elementos del conjunto solución de:

$$\log_5[5^{\frac{1}{x}}+125]=\log_5 30+\frac{1}{2x}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) 1 e) 0

28 Hallar el producto de valores reales de x tal que:

$$(0,4)^{1+\log^2 x}=(6,25)^{2-\log x^3}$$

a) 10^4 b) 10^3 c) 10^5
d) 10^6 e) 10^2

29 Resolver:

$$\log_{0,5}(3x-1)>-2$$

a) $\left\langle \frac{1}{3},\frac{4}{3}\right\rangle$ b) $\left\langle \frac{1}{3},\frac{5}{3}\right\rangle$ c) $\left\langle \frac{1}{3},\infty\right\rangle$
d) $\left\langle \frac{5}{3},\infty\right\rangle$ e) $\varnothing$

30 Resolver:

$$\log(\log x)^{\frac{5\log x}{\log(\log(\log x))}}=-15$$

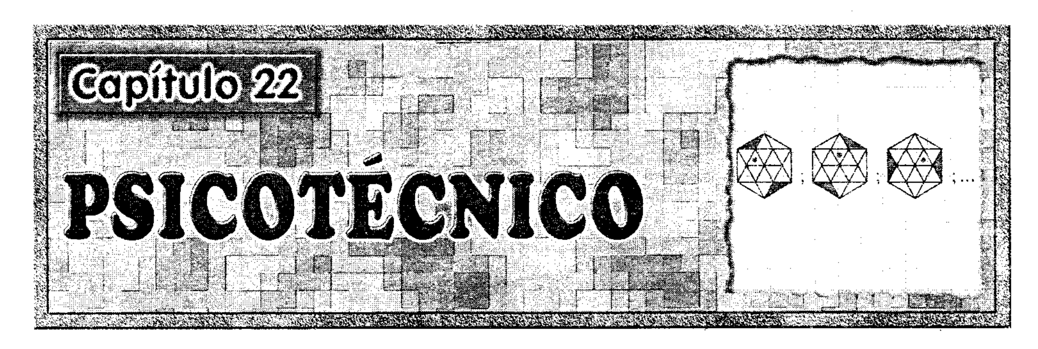
a) 0 b) 1 c) 2
d) $\langle 1,\infty\rangle$ e) $\varnothing$

CLAVES LOGARITMOS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. a	02. b	03. c	04. e	05. a
06. b	07. c	08. c	09. b	10. b
11. e	12. c	13. c	14. e	15. c
16. d	17. b	18. a	19. b	20. e
21. b	22. b	23. c	24. b	25. c
26. d	27. c	28. c	29. d	30. b
31. c	32. d	33. c	34. c	35. a
36. c	37. a	38. e		

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. b	03. d	04. d	05. e
06. c	07. c	08. a	09. b	10. a
11. b	12. d	13. b	14. d	15. b
16. a	17. d	18. b	19. c	20. a
21. c	22. d	23. c	24. d	25. a
26. c	27. e	28. b	29. d	30. e
31. a	32. c	33. d	34. b	35. d
36. a	37. c			

TERCERA PRÁCTICA				
01. c	02. a	03. a	04. e	05. e
06. c	07. a	08. e	09. a	10. d
11. a	12. b	13. d	14. c	15. c
16. c	17. d	18. d	19. d	20. a
21. a	22. e	23. c	24. e	25. e
26. d	27. c	28.d	29. b	30. e



La creatividad está relacionado con el ingenio. En esta parte Ud. tendrá que descubrir relaciones en cuanto a números, letras o figuras utilizando su habilidad. Se recomienda empezar por un criterio de relación lo más simple posible y gradualmente aumentar la complejidad.

SECUENCIAS NUMÉRICAS

En este caso se recomienda empezar por revisar la diferencia en cada pareja de términos consecutivos, si no se encuentra ninguna relación coherente entre las primeras diferencias, quizás las encuentres en las segundas o tal vez en las terceras.

EJEMPLO 01

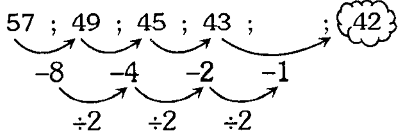
¿Qué número continúa en?

57 ; 49 ; 45 ; 43 ; ......

a) 40 b) 42 c) 38
d) 36 e) 35

Resolución:

Revisando las diferencias:



∴ Continúa el 42

Clave: b

EJEMPLO 02

¿Qué número sigue?

0 ; 10 ; 44 ; 114 ; 232 ...

a) 408 b) 410 c) 412
d) 414 e) 416

Resolución:

Teniendo en cuenta que debemos empezar examinando las diferencias:

0 ; 10 ; 44 ; 114 ; 232 ; 410
+10 +34 +70 +118 +178
+24 +36 +48 +60
+12 +12 +12

∴ Sigue 410

Clave: b

EJEMPLO 03

¿Qué número continua correctamente en la secuencia?

1 ; 5 ; 14 ; 30 ; 55 ...

a) 91 b) 92 c) 81
d) 71 e) 93

***Resolución*:**

Se observa que:

$$1\ ;\ 5\ ;\ 14\ ;\ 30\ ;\ 55\ ;\ \boxed{91}$$

$$+4 \quad +9 \quad +16 \quad +25 \quad +36$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Uparrow$$

$$2^2 \quad 3^2 \quad 4^2 \quad 5^2 \quad 6^2$$

$\therefore$ Continúa 91

EJEMPLO 04

¿Qué número sigue?

5 ; 15 ; 18 ; 16 ; 48 ; 51 ...

a) 46 b) 47 c) 48
d) 49 e) 57

***Resolución*:**

Analizando tenemos:

$$5\ ;\ 15\ ;\ 18\ ;\ 16\ ;\ 48\ ;\ 51\ ;\ \boxed{49}$$

$$\times 3 \quad +3 \quad -2 \quad \times 3 \quad +3 \quad -2$$

$\therefore$ Sigue 49

EJEMPLO 05

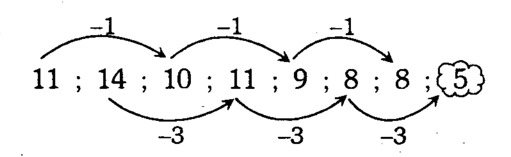
¿Qué número sigue?

11 ; 14 ; 10 ; 11 ; 9 ; 8 ; 8 ; ...

a) 3 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

***Resolución*:**

Revisando los términos alternadamente:



$\therefore$ Continúa 5

Clave: e

EJEMPLO 06

¿Qué número continúa?

2 ; 7 ; 20 ; 61 ; ...

a) 180 b) 181 c) 182
d) 183 e) 184

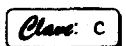
***Resolución*:**

La relación entre cada término es:

$$2\ ;\ 7\ ;\ 20\ ;\ 61\ ;\ \boxed{182}$$

$$\times 3 + 1 \quad \times 3 - 1 \quad \times 3 + 1 \quad \times 3 - 1$$

$\therefore$ Continúa 182



SECUENCIAS LITERALES

Es un conjunto ordenado de letras de acuerdo a un criterio que puede ser:

- Iniciales de palabras conocidas
- Formación de palabras
- Lugar que ocupa la letra en el alfabeto.

A 1	**B** 2	**C** 3	**D** 4	**E** 4	**F** 6	**G** 7
H 8	**I** 9	**J** 10	**K** 11	**L** 12	**M** 13	**N** 14
Ñ 15	**O** 16	**P** 17	**Q** 18	**R** 19	**S** 20	**T** 21
U 22	**V** 23	**W** 24	**X** 25	**Y** 26	**Z** 27	

A no ser que se diga otra cosa, no considere la **CH** ni la **LL**.

EJEMPLO 01

¿Qué letra sigue?

M ; M ; J ; V ; ...

a) M b) N c) X
d) S e) Q

Resolución:

Se trata de los días de la semana.

M ; M ; J ; V ; (S)

Martes ; Miércoles ; Jueves ; Viernes ; Sábado

∴ Sigue la *S*

Clave: d

EJEMPLO 02

¿Qué letra continúa adecuadamente?

A ; R ; U ; G ; I ; ...

a) X b) C c) A
d) P e) F

Resolución:

De derecha a izquierda se lee FIGURA.

A ; R ; U ; G ; I ; (F)
←

∴ Sigue la F

Clave: e

EJEMPLO 03

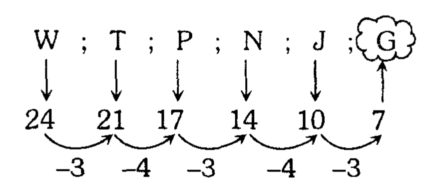
¿Qué letra sigue?

W ; T ; P ; N ; J ; ...

a) F b) G c) H
d) I e) J

Resolución:

Reemplazando cada letra por el lugar que ocupa en el alfabeto.



∴ Sigue la G

Clave: b

EJEMPLO 04

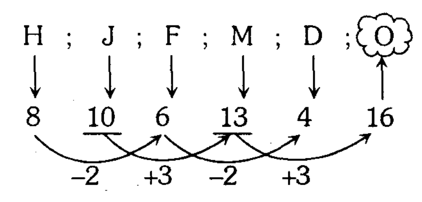
Halle la letra que sigue:

H ; J ; F ; M ; D ; ...

a) O b) P c) Q
d) R e) S

Resolución:

Reemplazando cada letra por su posición en el alfabeto.



∴ Sigue la O

EJEMPLO 05

¿Qué letra completa la secuencia?

M ; A ; ... ; I ; A ; N ; O

a) B b) P c) X
d) Z e) R

Resolución:
Falta la letra R para que se pueda leer MARIANO.

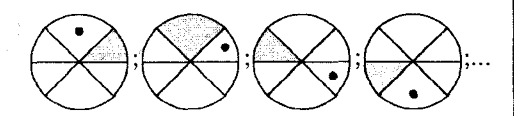
M ; A ; R ; I ; A ; N ; O

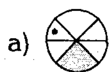
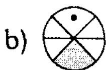
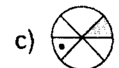
SECUENCIAS GRÁFICAS

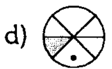
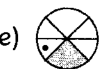
Conjunto ordenado de figuras bajo cierto criterio que puede ser giro horario o antihorario de los elementos.

EJEMPLO 01

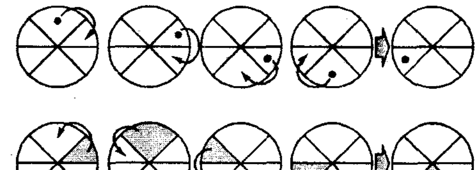
¿Qué figura sigue?



a)  b)  c) 

d)  e) 

Resolución:
Se observa que la sombra avanza una casilla en el sentido antihorario y la bolita avanza una casilla en el sentido horario.



EJEMPLO 02

Señale la figura que continúa

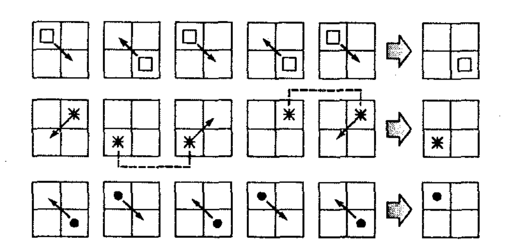
(figuras de cuadrícula; ...)

a) b) c)

d) e)

Resolución:

Se observa que:



∴ Sigue:

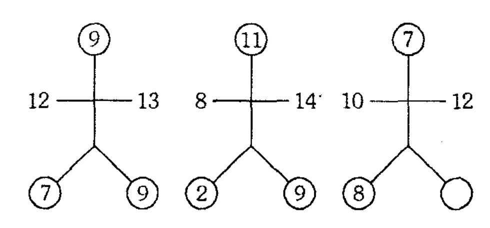
Clave: d

DISTRIBUCIONES

Aquí se buscará alguna relación entre los números o letras dispuestos en una determinada gráfica.

EJEMPLO 01

Halle el número que falta.



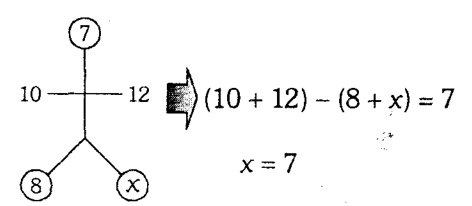
a) 11 b) 2 c) 4
d) 5 e) 7

Resolución:

Se observa que:

$(12+13)-(7+9)=9$

$(8+14)-(2+9)=11$



$(10+12)-(8+x)=7$

$x=7$

∴ Falta el número 7

Clave: e

EJEMPLO 02

Complete adecuadamente la distribución numérica.

5	5	24
15	3	40
12	4	

a) 39 b) 42 c) 45
d) 48 e) 54

Resolución:

Relacionando se tiene:

5	5	24
15	3	40
12	4	

$\Rightarrow 5\times 5-5/5=24$

$\Rightarrow 15\times 3-15/3=40$

$\Rightarrow 12\times 4-12/4=45$

∴ Falta el 45

Clave: c

EJEMPLO 03

Encuentre el número que falta.

7 (23) 3
8 (18) 2
4 (   ) 5

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

Resolución:

Se deduce que:

$7\ (23)\ 3 \Rightarrow 7 \times 3 + 2 = 23$

$8\ (18)\ 2 \Rightarrow 8 \times 2 + 2 = 18$

$4\ (\ \ )\ 5 \Rightarrow 4 \times 5 + 2 = 22$

∴ Falta el 22

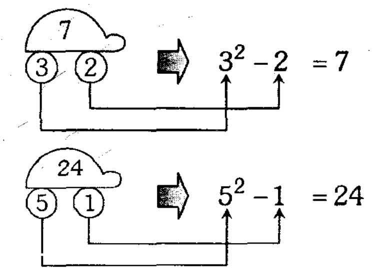
EJEMPLO 04

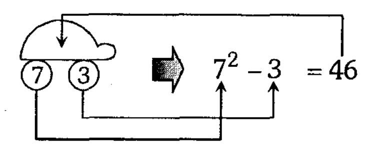
¿Qué número falta?

a) 42 b) 43 c) 44
d) 45 e) 46

Resolución:

Analizando tendremos:





∴ Falta el número 46

Clave: e

EJEMPLO 05

Halle el valor de x en:

23 (40) 44
42 (54) 36
37 (x) 21
71 (88) 65

a) 24 b) 27 c) 30
d) 42 e) 72

Resolución:

Se deduce que:

$23\ (40)\ 44 \Rightarrow (2+3)\ (4+4) = 40$

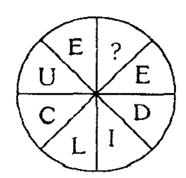
$42\ (54)\ 36 \Rightarrow (4+2)\ (3+6) = 54$

$37\ (x)\ 21 \Rightarrow (3+7)\ (2+1) = x$

$x = 30$

EJEMPLO 06

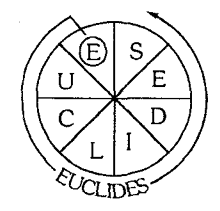
¿Qué letra falta?



a) P b) C c) A
d) R e) S

Resolución:

Analizando se encuentra que hay una palabra oculta.



∴ Falta la letra S

EJEMPLO 07

Calcule el número y la letra que falta en la siguiente distribución:

E (11) F
M (14) A
M (23) J
J (?) ?

a) 11 ; A b) 15 ; B c) 17 ; A
d) 23 ; M e) 7 ; J

Resolución:

Encontremos la letra:

Enero ⟶ E (11) F ⟵ Febrero
Marzo ⟶ M (14) A ⟵ Abril
Mayo ⟶ M (23) J ⟵ Junio
Julio ⟶ J ( ) A ⟵ Agosto

Reemplazando cada letra por su posición en el alfabeto:

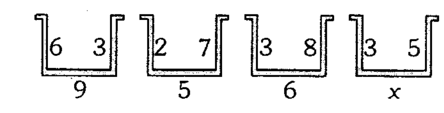
5 (11) 6 ⇐ $11 = 5 + 6$
13 (14) 1 ⇐ $14 = 13 + 1$
13 (23) 10 ⇐ $23 = 13 + 10$
10 (x) 1 ⇐ $x = 10 + 1 = 11$

∴ Faltan 11 y A.

Clave: a

EJEMPLO 08

¿Qué número falta?



a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 6

Resolución:

[6 3] 9 $\Rightarrow 6 \times 3 = 18 \Rightarrow \Sigma_{cifras} = 9$

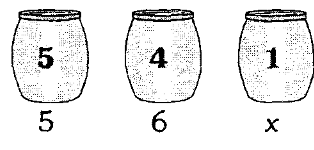
[2 7] 5 $\Rightarrow 2 \times 7 = 14 \Rightarrow \Sigma_{cifras} = 5$

[3 5] x $\Rightarrow 3 \times 5 = 15 \Rightarrow \Sigma_{cifras} = 6$

Clave: e

¡AHORA INTÉNTALO TÚ!

¿Qué número falta?



a) 7 b) 4 c) 5
d) 3 e) 2

PSICOTÉCNICO

Primera Práctica

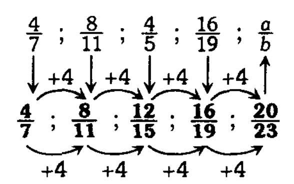
01 Halle $a + b$ en la secuencia:

$$\frac{4}{7}; \frac{8}{11}; \frac{4}{5}; \frac{16}{19}; \frac{a}{b}$$

a) 41 b) 37 c) 43
d) 39 e) 36

Resolución:

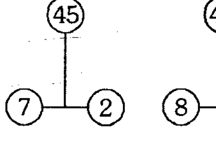
Dando forma a cada término:



$\therefore$ a = 20 ; b = 23

Piden: $20 + 23 = 43$

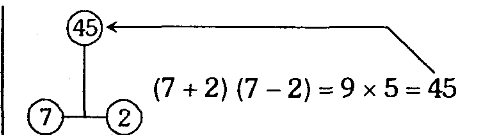
02 Halle x en la distribución numérica

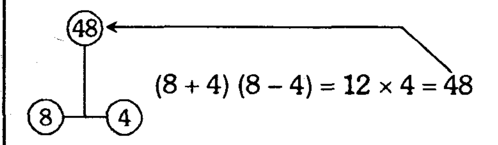


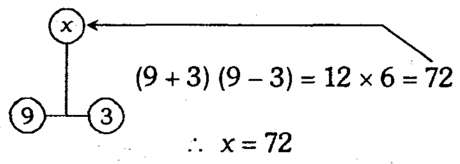
a) 90 b) 92 c) 95
d) 72 e) 102

Resolución:

Se deduce que:







$\therefore\ x = 72$

03 Halle el número que continúa en la sucesión numérica.

7 ; 13 ; 24 ; 45 ; 86 ; 167 ; ...

a) 162 b) 328 c) 482
d) 296 e) 392

Resolución:

Analizando se tiene:

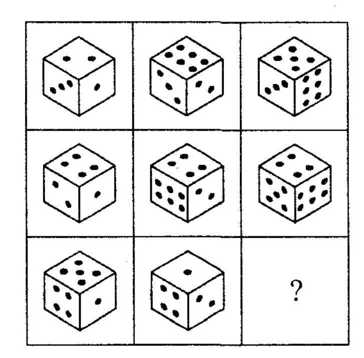
7 ; 13 ; 24 ; 45 ; 86 ; 167 ; 328

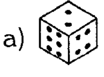
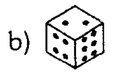
x2–1 x2–2 x2–3 x2–4 x2–5 x2–6

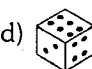
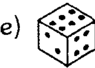
$\therefore$ Continúa 328

Clave b

04 ¿Qué figura completa correctamente el cuadro?

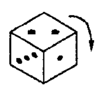
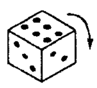
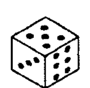


a)  b)  c)

d)  e) 

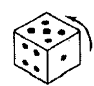
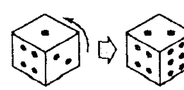
Resolución:

En la primera fila los dados rotan sobre su cara lateral en el sentido horario.

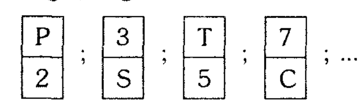
  

Los dados de la segunda fila rotan sobre su base en el sentido antihorario.

Los dados de la tercera fila rotan en el sentido antihorario sobre su cara lateral.

05 ¿Qué figura sigue?

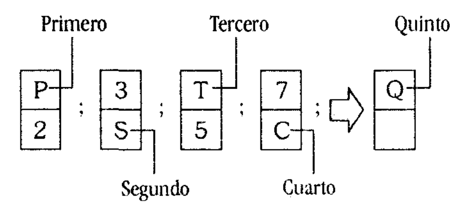


a) S / 11 b) P / 9 c) T / 11

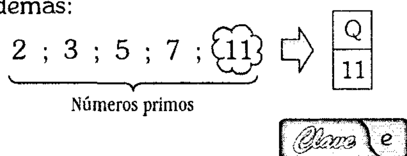
d) Q / 9 e) Q / 11

Resolución:

Se deduce:

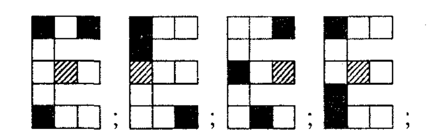


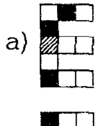
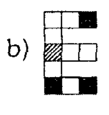
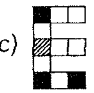
Además:

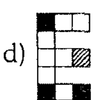
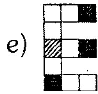


Clave e

06 Indique la figura que continúa

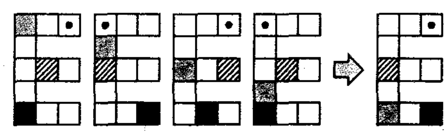


a)  b)  c) 

d)  e) 

Resolución:

Identificando cada sombra



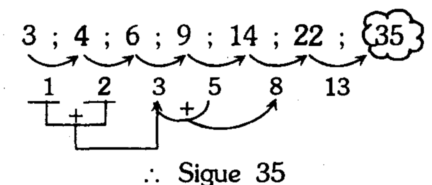
07 ¿Qué número sigue?

3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 14 ; 22 ; ...

a) 32 b) 33 c) 34
d) 35 e) 36

Resolución:

Analizando las diferencias:



∴ Sigue 35

08 ¿Qué número falta?

7 (5) 8
5 (9) 6
9 (9) 2
5 ( ) 5

a) 10 b) 11 c) 12
d) 7 e) 9

Resolución:

Se observa que:

$7(5)8 \Rightarrow 7+5+8=20$

$5(9)6 \Rightarrow 5+9+6=20$

$9(9)2 \Rightarrow 9+9+2=20$

$5(x)5 \Rightarrow 5+x+5=20$

$x=10$

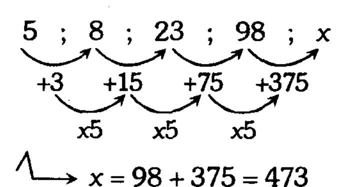
∴ Falta el 10

09 Hallar el valor de x en la siguiente secuencia:

5 ; 8 ; 23 ; 98 ; x ; ...

a) 472 b) 473 c) 474
d) 475 e) 477

Resolución:



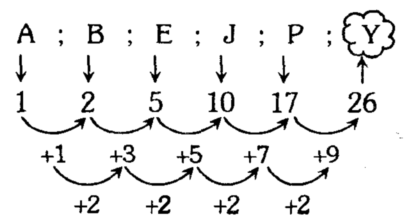
10 ¿Qué letra sigue?

A ; B ; E ; J ; P ; ...

a) H b) Y c) J
d) G e) Z

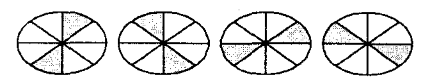
Resolución:

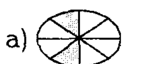
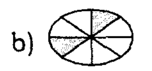
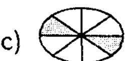
Reemplazando cada letra por su posición en el alfabeto.

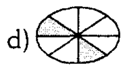
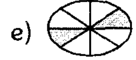


∴ Sigue la Y

11 Determinar la figura que continúa en:

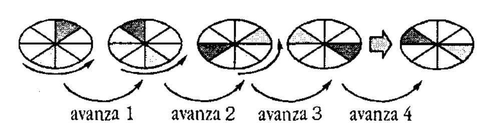


a)  b)  c) 

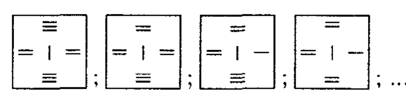
d)  e) 

Resolución:

La sombra de la figura rota una casilla luego dos, tres ... en el sentido antihorario.

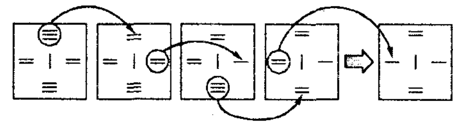


12 ¿Qué figura continua en la sucesión?

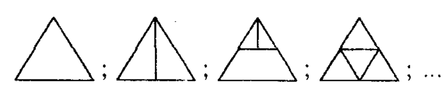


Resolución:

Se quita una raya en el sentido horario empezando en la parte superior de la primera figura

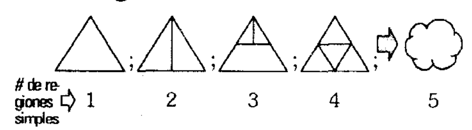


13 ¿Qué figura continúa?

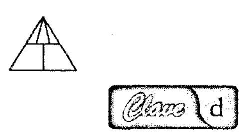


Resolución:

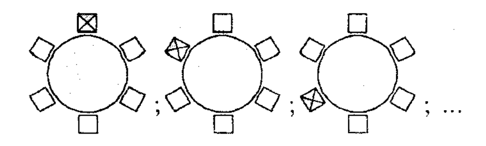
Contando el número de regiones simples en cada figura tenemos:

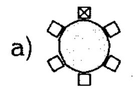
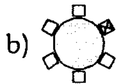


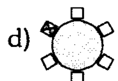
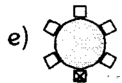
∴ De las alternativas la única que tiene 5 regiones simples es:



14 ¿Qué figura continúa?

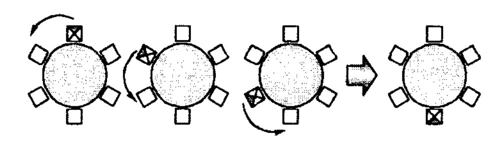


a)  b)  c)

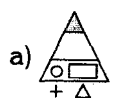
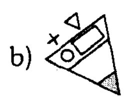
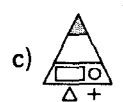
d)  e) 

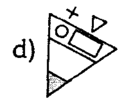
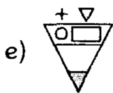
Resolución:

El casillero sombreado rota una posición en el sentido antihorario.



15 ¿Qué figura no tiene relación con los demás?

a)  b)  c) 

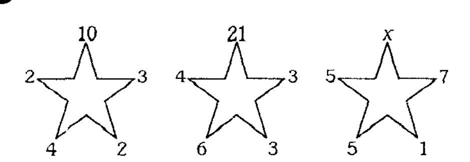
d)  e) 

Resolución:

Todas las figuras coinciden por rotación excepto la A.

Clave a

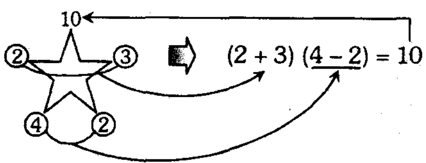
16 Calcular el valor de "x" en:

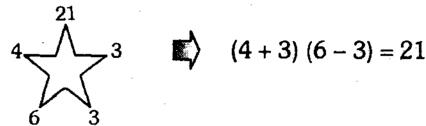


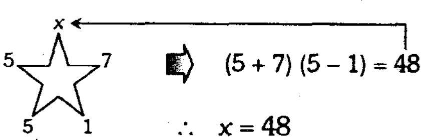
a) 45 b) 48 c) 34
d) 49 e) 70

Resolución:

Se observa que:







$\therefore \; x = 48$

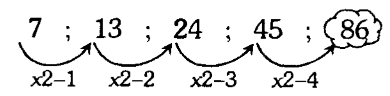
17 ¿Qué número continúa?

7, 13 , 24 , 45 , ...

a) 66 b) 67 c) 86
d) 69 e) 70

Resolución:

Analizando:



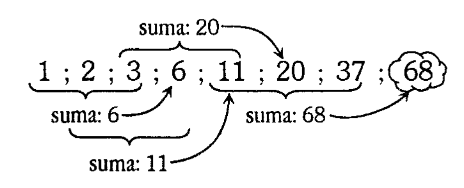
$\therefore$ Sigue 86

18 ¿Qué número continúa?

1 , 2 , 3 , 6 , 11 , 20 , 37 ...

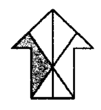
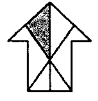
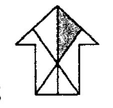
a) 66 b) 67 c) 68
d) 69 e) 70

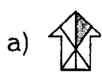
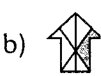
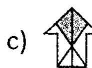
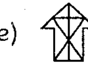
Resolución:
La suma de tres términos consecutivos da el que sigue.



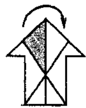
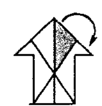
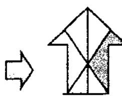
∴ Continúa 68

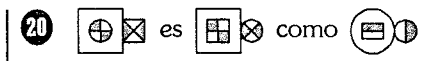
19 Determinar la figura que continúa en

 ;  ;  ; ...

a)  b)  c) 
d) e) 

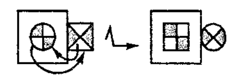
Resolución:
La sombra se desplaza una casilla en el sentido horario.

20 

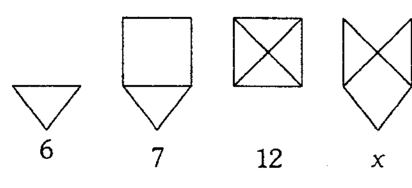
a) b) c)
d) e)

Resolución:
La bolita y el cuadradito se intercambian, sin su sombra.



Luego:

TE RETO:
Halle el número que falta:



a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

PSICOTECNICO

Segunda Práctica

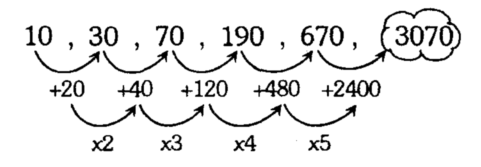
01 ¿Qué número continúa?

10 , 30 , 70 , 190 , 670 , ...

a) 900 b) 425 c) 1000
d) 2400 e) 3070

Resolución:

Analizando la secuencia:



∴ Sigue 3070

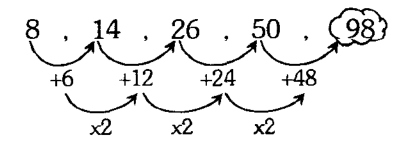
02 ¿Qué número continúa?

8 , 14 , 26 , 50 , ...

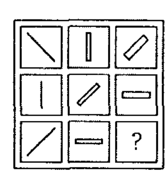
a) 76 b) 98 c) 108
d) 146 e) 128

Resolución:

De la sucesión dada:



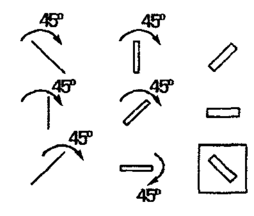
03 ¿Qué figura falta?



a) b) c)
d) e)

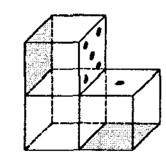
Resolución:

Las figuras rotan 45° en el sentido horario.

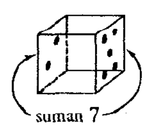


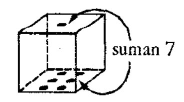
04 Se han colocado 3 dados en la forma que se ilustra. ¿Cuánto suman los puntos de las caras sombreadas?

a) 4 b) 5
c) 6 d) 7
e) 8



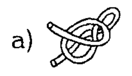
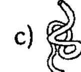
Resolución:





Piden: $2 + 6 = 8$

05 Al jalar los extremos de cada cuerda, sólo una se anuda, ¿cuál es?

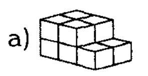
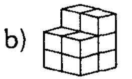
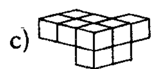
a)  b) c) 

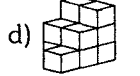
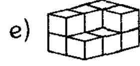
d) e)

Resolución:

La figura (e) es la que se anuda debido a su disposición.

06 ¿En cuál de los siguientes grupos, hay 9 cubitos?

a)  b)  c) 

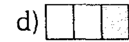
d)  e) 

Resolución:

Contando por simple inspección la figura (c) es la que tiene 9 cubitos.

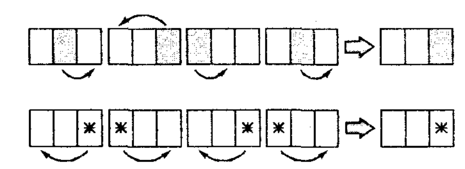
07 ¿Qué figura continúa?

a) b) c)

d)  e)

Resolución:

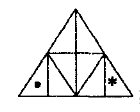
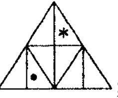
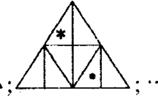
La sombra avanza una casilla de izquierda a derecha.

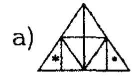
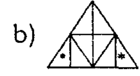
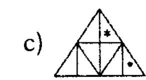


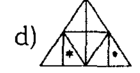
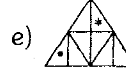
Como la sombra tapa al asterisco

∴ Sigue:

08 ¿Qué figura continúa?

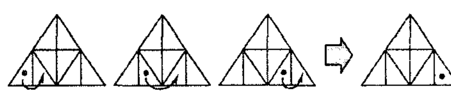
 ;  ;  ; ...

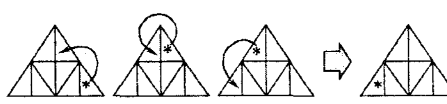
a)  b)  c) 

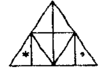
d)  e) 

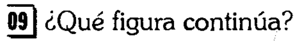
Resolución:

Analizando:

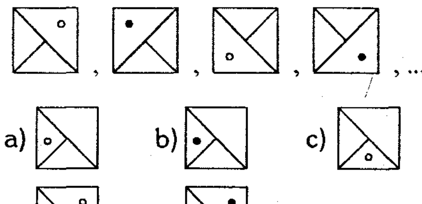




∴ Sigue: 

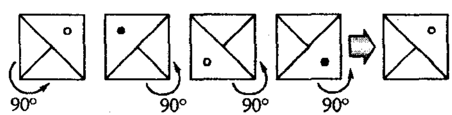


09 ¿Qué figura continúa?



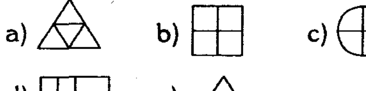
Resolución:

La figura rota 90°



Clave d

10 ¿Qué figura no tiene relación con las demás?

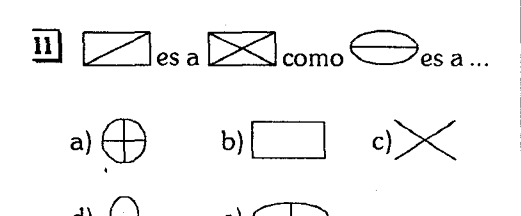


d) e)

Resolución:

Todas las figuras han sido partidas en regiones iguales excepto la ⓔ .

Clave e

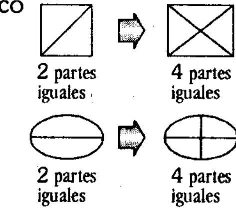


11 es a como es a ...

a) b) c) d) e)

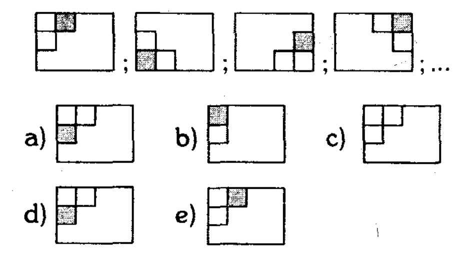
Resolución:

Del gráfico



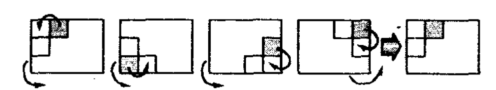
Clave e

12 ¿Qué figura continúa?



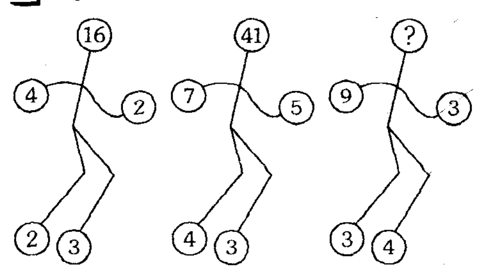
Resolución:

Los tres cuadraditos rotan de esquina a esquina en sentido antihorario.



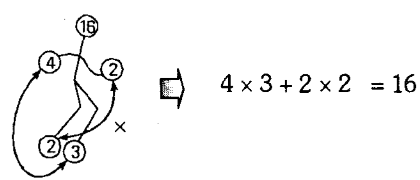
Clave e

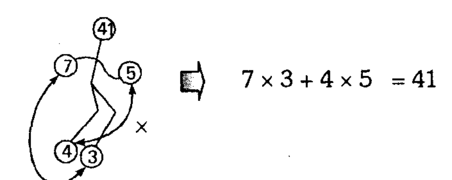
13 ¿Qué número falta?

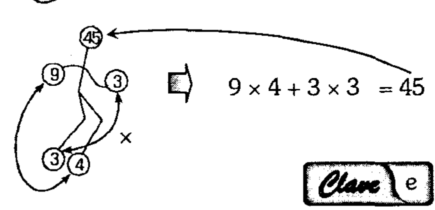


a) 42 b) 48 c) 49
d) 46 e) 45

Resolución:







Clave e

14 ¿Qué número falta?

10 (11) 12
18 (14) 10
13 ( ) 1

a) 7 b) 2 c) 5
d) 3 e) 4

Resolución:

$$10\ (11)\ 12 \Rightarrow \frac{10+12}{2} = 11$$

$$18\ (14)\ 10 \Rightarrow \frac{18+10}{2} = 14$$

$$13\ (7)\ 1 \Rightarrow \frac{13+1}{2} = 7$$

∴ Falta el 7

15 ¿Qué número falta?

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

4	3	24
3	3	18
2	1	

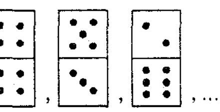
Resolución:

Analizando:

4	3	24	$(4 \times 3) \times 2 = 24$
3	3	18	$(3 \times 3) \times 2 = 18$
2	1	4	$(2 \times 1) \times 2 = 4$

∴ Falta el 4

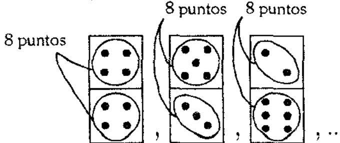
16 ¿Qué figura sigue?



a) b) c)

d) e)

Resolución:



Examinando las alternativas la única que cumple es la ⓔ.

Clave e

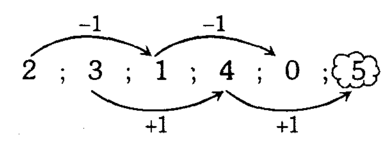
17 ¿Qué número continúa?

2 , 3 , 1 , 4 , 0 , ...

a) 1 b) 5 c) 12
d) –1 e) 3

Resolución:

Analizando la secuencia.



∴ Continúa el 5

Clave b

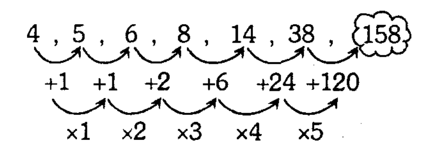
18 ¿Qué número continúa?

4 , 5 , 6 , 8 , 14 , 38 , ...

a) 64 b) 96 c) 100
d) 158 e) 120

Resolución:

Analizando la secuencia



∴ Continúa 158

Clave d

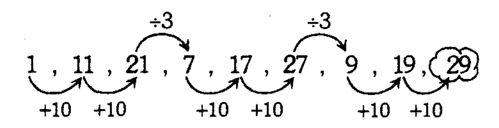
19 ¿Qué número continúa?

1 , 11 , 21 , 7 , 17 , 27 , 9 , 19 ...

a) 39 b) 49 c) 59
d) 29 e) 69

Resolución:

Se observa que:



∴ Continúa 29

Clave d

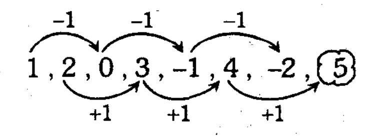
20 ¿Qué número continúa?

1 , 2 , 0 , 3 , –1 , 4 , –2 , ...

a) 3 b) –1 c) 5
d) 7 e) 4

Resolución:

Analizando:

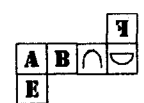


∴ Continúa el 5

PSICOTECNICO

Tercera Práctica

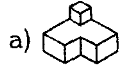
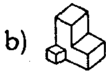
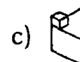
01 ¿Qué sólido corresponde al armado de la siguiente plantilla?

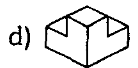


a) b) c)

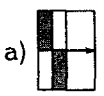
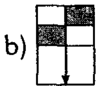
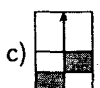
d) e)

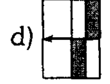
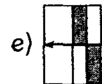
02 ¿Cuál de los siguientes sólidos no corresponde a los demás?

a)  b)  c) 

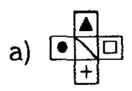
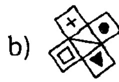
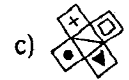
d)  e)

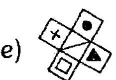
03 ¿Cuál es la figura que no guarda relación con las demás?

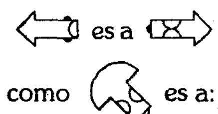
a)  b)  c) 

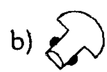
d)  e) 

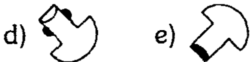
04 ¿Cuál es la figura que no guarda relación con las demás?

a)  b)  c) 

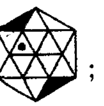
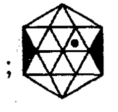
d)  e)

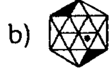
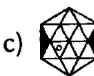
05  es a ... como ... es a:

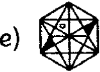
a) b)  c)

d) e) 

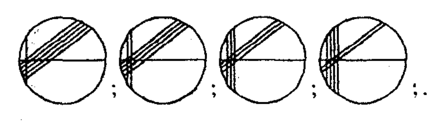
06 ¿Cuál es la figura que continúa?

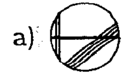
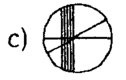
 ; ;  ; ...

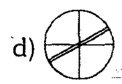
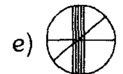
a) b)  c) 

d) e) 

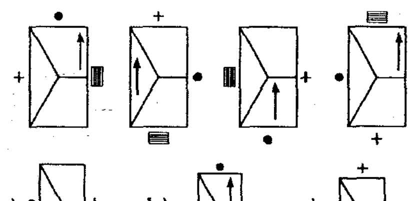
07 ¿Cuál es la figura que continúa?



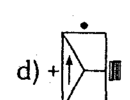
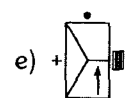
a)  b) c) 

d)  e) 

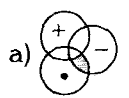
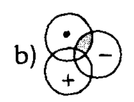
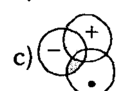
08 ¿Cuál es la figura que continúa?

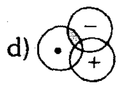
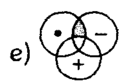


a) b) c)

d)  e) 

09 ¿Cuál es la figura que no guarda relación con las demás?

a)  b)  c) 

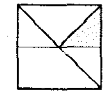
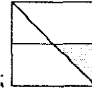
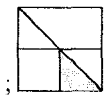
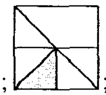
d)  e) 

10 Hallar el valor de "x" en:

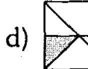
14 (10) 6
125 (70) 15
26 (x) 4

a) 18 b) 34 c) 15
d) 40 e) 71

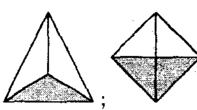
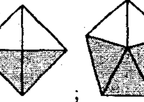
11 ¿Qué figura continúa?

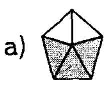
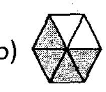
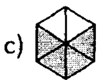
 ;  ;  ;  ;...

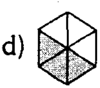
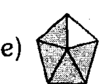
a) b) c)

d)  e)

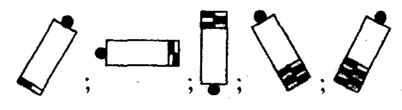
12 ¿Qué figura continúa?

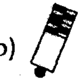
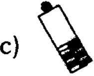
  ;...

a)  b)  c) 

d)  e) 

13 ¿Qué figura continúa?



a) b)  c) 

d) e)

14 Hallar el valor de "x" en:

9	3	15
12	3	18
20	4	x

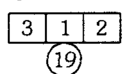
a) 17 b) 28 c) 25
d) 24 e) 31

15 ¿Qué número continúa?

3 , 3 , 6 , 24 , 192 , ...

a) 1152 b) 3072 c) 627
d) 200 e) 445

16 ¿Qué número falta?



2	1	0
	(11)	

4	3	1
	( )	

a) 12 b) 13 c) 4
d) 9 e) 7

17 ¿Qué número sigue?

1 , 11 , 21 , 1211 , 111221 , ...

a) 21221 b) 32111 c) 21321
d) 312211 e) 31221

18 ¿Qué letra continúa?

D ; U ; L ; D ; M ; T ; M ; ...

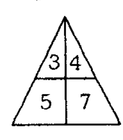
a) C b) S c) J
d) O e) V

19 ¿Qué número falta?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

5 7 ? 6 5 3 6 4

20 ¿Cuál es el valor de x?



7 2 / 1 13

8 3 / 6 x

a) 18 b) 19 c) 20
d) 14 e) 17

21 Indique el término que debe de continuar

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 1 ; 2 ; 4 ; 16 ; ...

a) 32 b) 64 c) 125
d) 512 e) 1024

22 Halle el número que sigue:

3 ; 8 ; 30 ; 132 ; ...

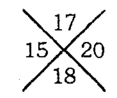
a) 791 b) 650 c) 680
d) 710 e) 504

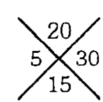
23 Halle el valor de x en la siguiente analogía.

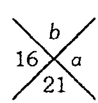
2	(5)	8
–7	(x)	19
18	(7)	–4

a) 13 b) –6 c) 6
d) –7 e) 4

24 Halle $a - b$







a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

25 ¿Qué número sigue?

5 ; 9 ; 15 ; 17 ; 25 ; 25 ; ...

a) 35 b) 32 c) 29
d) 25 e) 31

PSICOTECNICO

Cuarta Práctica

01 ¿Qué término continúa?

81 ; 80 ; 52 ; 42 ; 14 ; ...

a) 16 b) 10 c) 13
d) 9 e) 6

02 ¿Qué término continúa?

1 ; 3 ; 6 ; 11 ; 18 ; 29 ; ...

a) 44 b) 45 c) 51
d) 38 e) 42

03 ¿Qué término continúa?

$\frac{3}{4} ; 1 ; \frac{7}{6} ; \frac{7}{9} ; \ldots$

a) $\frac{11}{8}$ b) $\frac{3}{16}$ c) 2
d) $\frac{8}{9}$ e) $\frac{13}{16}$

04 ¿Qué término continúa?

1,17 ; 1,42 ; 1,72 ; 2,07 ; ...

a) 2,27 b) 2,63 c) 2,47
d) 2,22 e) 2,32

05 ¿Qué par de números continúa?

1–3 ; 4–6 ; 10–12 ; ...

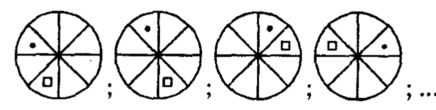
a) 19–18 b) 18–2 c) 22–24
d) 14–21 e) 21–28

06 Determine "x" en:

4 (6) 4
10 (13) 6
31 (x) 10

a) 81 b) 36 c) 23
d) 14 e) 32

07 Hallar la figura que sigue en:

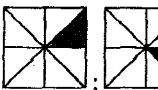
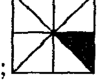
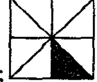
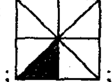


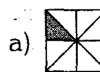
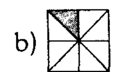
a) b) c)
d) e)

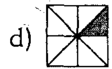
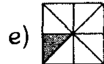
08 Hallar la figura que falta:

a) b) c)
d) e)

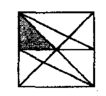
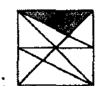
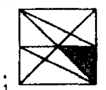
09 Hallar la figura que sigue:

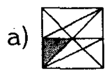
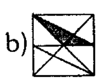
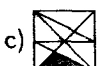





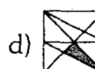
a)  b)  c)

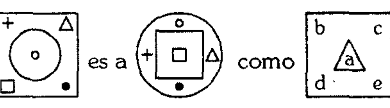
d)  e) 

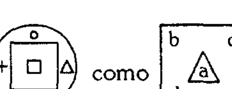
10 Hallar la figura que sigue:

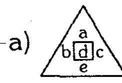
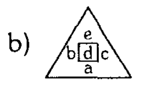
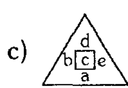
 ;  ;  ; ...

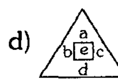
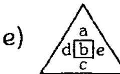
a)  b)  c) 

d)  e)

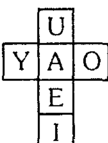
11 

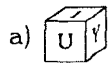
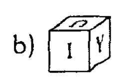


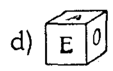
a)  b)  c) 

d)  e) 

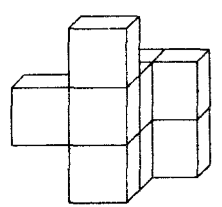
12 Indicar cuál de los 5 cubos al desplegarlo origina la siguiente figura:



a)  b)  c)

d)  e)

13 ¿Cuántos cubos hay en la figura?



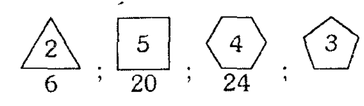
a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 13

14 ¿Qué letra continúa?

A ; C ; I ; R ; ...

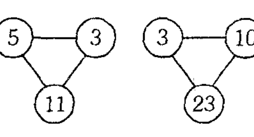
a) G b) H c) Z
d) I e) F

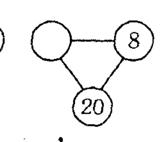
15 ¿Qué número falta?



a) 12 b) 15 c) 18
d) 30 e) 9

16 ¿Qué número debe ir en el lugar vacío?





a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

17 ¿Qué número completa la secuencia?

$7\frac{1}{2}$; $6\frac{3}{4}$; 6 ; $5\frac{1}{4}$; $4\frac{1}{2}$; ...

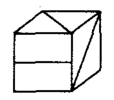
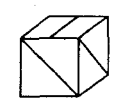
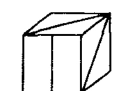
a) $3\frac{1}{4}$ b) $3\frac{1}{2}$ c) $3\frac{3}{4}$
d) $4\frac{1}{4}$ e) $4\frac{3}{4}$

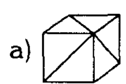
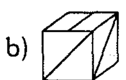
18 ¿Qué número falta?

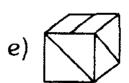
a) 10
b) 2
c) 14
d) 16
e) 20

3 ? 4 8 5 6

19 ¿Qué figura sigue?

 ;  ;  ; ...

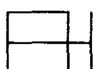
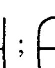
a)  b)  c)

d) e) 

20 ¿Cuántos cubos hay en total?

a) 11
b) 12
c) 13
d) 10
e) 9

21 ¿Qué alternativa, completa de manera adecuada la siguiente secuencia gráfica?

  ; ; ; ; ...

a) b) c)

d) e)

22 Complete la distribución numérica:

14 (33) 8
10 (9) 8
18 (   ) 16

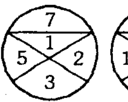
a) 17 b) 37 c) 21
d) 44 e) 23

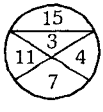
23 El número que continúa

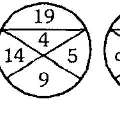
0 , 2 ; 12 ; 36 ; 80 ; 150 ; ... es :

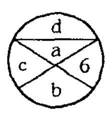
a) 256 b) 252 c) 254
d) 253 e) 266

24 Dado el arreglo:









Halle $a+b+c+d$.

a) 45 b) 36 c) 54
d) 56 e) 63

25 Halle el valor

3		3	2		3
	9			9	
3		2	3		4
5		1	1		4
	5			x	
2		5	5		3

a) 5 b) 15 c) 3
d) 4 e) 6

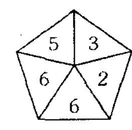
PSICOTECNICO

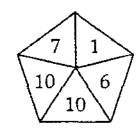
Quinta Práctica

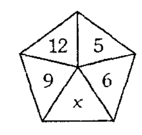
01 Calcular el valor de "x" en:

a) 129
b) 76
c) 32
d) 21
e) 127

02 Calcular el valor de "x" en:







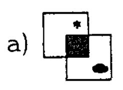
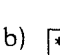
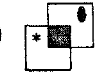
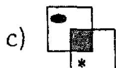
a) 12 b) 6 c) 13
d) 8 e) 10

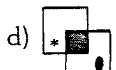
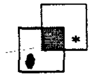
03 Calcular el valor de "x" en:

4 (7) 25
64 (14) 36
49 (x) 81

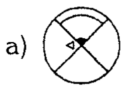
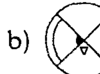
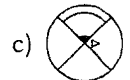
a) 25 b) 21 c) 28
d) 16 e) 17

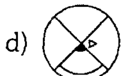
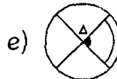
04 ¿Qué figura no se relaciona con las demás?

a)  b)   c) 

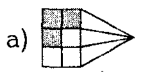
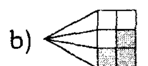
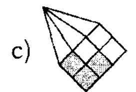
d)  e) 

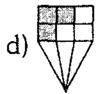
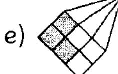
05 ¿Qué figura no se relaciona con las demás?

a)  b)  c) 

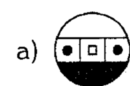
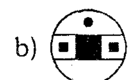
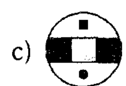
d)  e) 

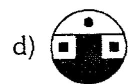
06 ¿Qué figura no se relaciona con las demás?

a)  b)  c) 

d)  e) 

07 es a

a)  b)  c) 

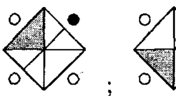
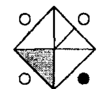
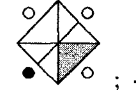
d)  e)

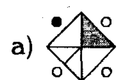
08 Calcular el valor de "x" en:

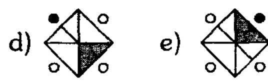
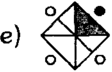
144 (36) 27
25 (5) 1
25 (x) 8

a) 80 b) 6 c) 10
d) 40 e) 7

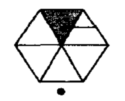
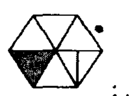
09 Determinar la figura que continúa en:

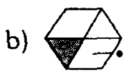
 ;  ;  ; ...

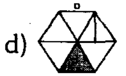
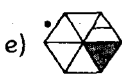
a)  b) c)

d)  e) 

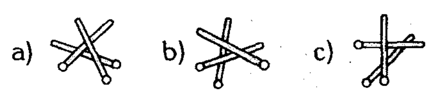
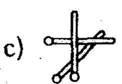
10 Determinar la figura que continúa en:

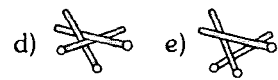
 ; ;  ; ...

a) b)  c)

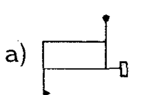
d)  e) 

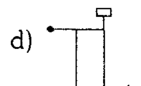
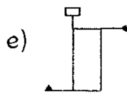
11 ¿Qué figura no se relaciona con las demás?

a)  b) c) 

d)  e)

12 ¿Qué figura no se relaciona con las demás?

a)  b) c)

d)  e) 

13 ¿Qué término continúa?

4 , 4 , 4 , 8 , 24 , 120 , ...

a) 960 b) 4860 c) 720
d) 135 e) 5040

14 ¿Qué término continúa?

1 , 1 , 1 , 3 , 9 , 21 , ...

a) 41 b) 25 c) 30
d) 45 e) 60

15 ¿Qué término continúa?

2 , 5 , 11 , 23 , 47 , ...

a) 91 b) 23 c) 92
d) 95 e) 78

16 ¿Qué término continúa?

$\frac{3}{4}, 1, \frac{9}{8}, \frac{5}{6}, \frac{5}{4}, \ldots$

a) $\frac{7}{9}$ b) 2 c) $\frac{3}{8}$

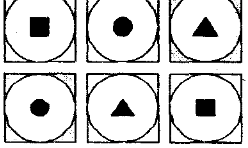
d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{7}{10}$

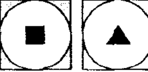
17 ¿Qué término continúa?

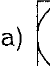
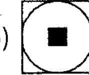
2 , 3 , 7 , 25 , ...

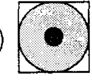
a) 33 b) 243 c) 121
d) 241 e) 349

18 Indicar cuál de las siguientes alternativas completa de manera adecuada la siguiente matriz:

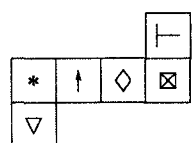


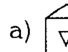
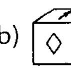


a)  b)  c)

d)  e)

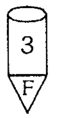
19 ¿Qué sólido le corresponde al armado de la siguiente plantilla?

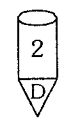


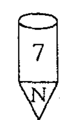
a)  b)  c)

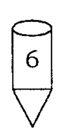
d) e)

20 ¿Qué letra falta?









a) L b) M c) Ñ
d) P e) K

21 En un año de investigación un matemático encontró la siguiente secuencia, según ello determine el número que sigue:

31 ; 29 ; 31 ; 30 ; 31 ; 30 ; 31 ; ...

a) 29 b) 30 c) 31
d) 60 e) No se puede determinar

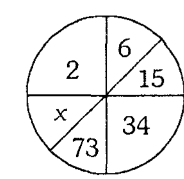
22 ¿Qué alternativa completa mejor la secuencia mostrada?

21 ; 32 ; 43 ; 34 ; 23 ; ...

a) 15 b) 21 c) 12
d) 23 e) 50

23 En el siguiente arreglo calcule x.

a) 178
b) 168
c) 160
d) 151
e) 152

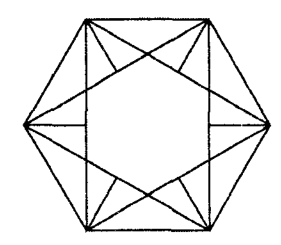


24 Halle x en

7 (24) 5
8 (60) 2
13 (x) 3

a) 172 b) 160 c) 153
d) 93 e) 100

25 Hallar el total de triángulos.



a) 54 b) 56 c) 65
d) 57 e) 58

PSICOTECNICO

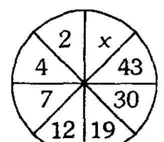
Sexta Práctica

01 Determinar el término que continúa.

8 , 9 , 13 , 9 , 3 , ...

a) 4 b) 6 c) 7
d) 8 e) 3

02 Calcular "x" en:



a) 43
b) 83
c) 60
d) 50
e) 71

03 Hallar la terna que continúa en:

(D;L;10) ; (V;M;14) ; (T;M;19) ; (C;J; 25) ; ...

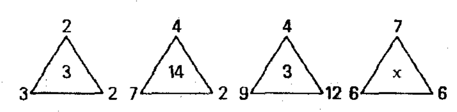
a) (C;L;32) b) (T;D;32) c) (C;5;31)
d) (C;V;32) e) (5;V;34)

04 Indique el número que continúa en:

12 ; 26 ; 81 ; 328 ; ...

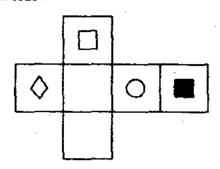
a) 1312 b) 1645 c) 984
d) 1640 e) 1454

05 Calcular "x" en:

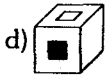


a) 1 b) 2 c) 3
d) 6 e) 7

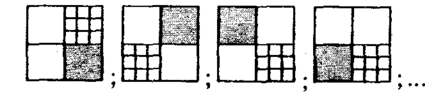
06 ¿Qué sólido se forma al doblar la figura mostrada?



a) b) c)

d)  e)

07 Hallar el término que continúa en:

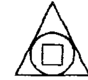


; ; ; ; ...

a) b) c)

d) e)

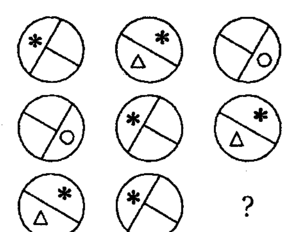
08 Hallar la figura que continúa en:

;  ; ; ...

a) b) c)

d) e)

09 Señale la figura que debe estar en la incógnita



a) b) c)

d) e)

10 Hallar el término que continúa en:

$$A_3 \;,\; E_5 \;,\; I_7 \;,\; M_9 \;; \ldots$$

a) Q_{11} b) P_{10} c) O_{11}

d) P_{11} e) R_{11}

11 Hallar la figura que continúa en:

; ; ; ; ...

a) b) c)

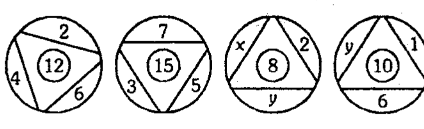
d) e)

12 Hallar la figura que continúa en:

a) b) c)

d) e)

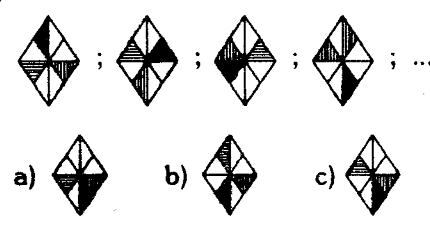
13 Hallar "x" en:



a) 2 b) 3 c) 4

d) 5 e) 6

14 Hallar la figura que continúa en:

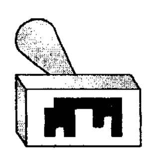


d) e)

15 ¿Cuántas caras tiene el siguiente sólido?

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

16 ¿Qué figura se obtiene al presionar el sello en un papel?



a) b) c)

d) e)

17 ¿Qué término sigue en?

4 , 9 , 25 , 49 , 121 , ...

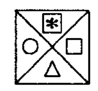
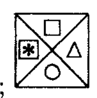
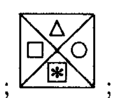
a) 150 b) 144 c) 169
d) 81 e) 225

18 Hallar el término que continúa.

$x^2+8y^7 , 3x^3+6y^5 , 5x^4+4y^3 , \ldots$

a) $x+10y$ b) $3x+2y^2$
c) $7x^5+2y$ d) $5x^4+3y^3$
e) $6x^2+3y^3$

19 ¿Qué figura continúa en la siguiente sucesión?

 ; ;  ;  ; ...

a) b) c)

d) e)

20 Hallar el número que no corresponde en la siguiente sucesión:

2 , 3 , 5 , 8 , 11 , 13 , ...

a) 2 b) 8 c) 5
d) 11 e) 13

21 El número que continúa la sucesión

2 , 2 , 3 , 6 , 12 , 22 , ... es

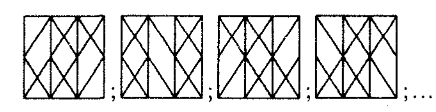
a) 32 b) 30 c) 4
d) 37 e) 45

22 Complete la distribución numérica:

6 (35) 16
10 (29) 12
8 ( ) 18

a) 39 b) 40 c) 24
d) 43 e) 53

23 ¿Qué figura continúa?



a) b) c)

d) e)

24 ¿Qué número sigue?

0 ; 4 ; 4 ; 5 ; 8 ; 6 ; 12 ; ...

a) 15 b) 7 c) 10
d) 19 e) 20

25 ¿Qué letra falta en la sucesión?

A ; A ; B ; C ; C ; F ; D ; J ; ...

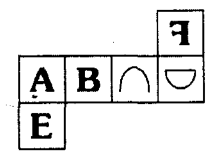
a) B b) E c) C
d) G e) F

Séptima Práctica

Psicotécnico

suman 7

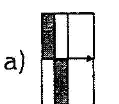
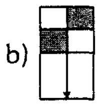
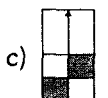
01 ¿Qué sólido corresponde al armado de la siguiente plantilla?

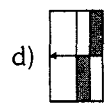
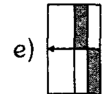


a) b) c)

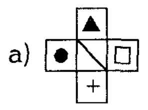
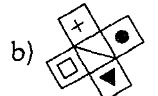
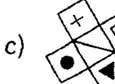
d) e)

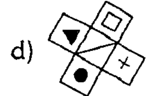
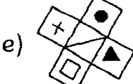
02 ¿Cuál es la figura que no guarda relación con las demás?

a)  b)  c) 

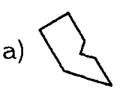
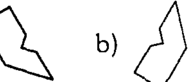
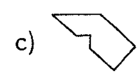
d)  e) 

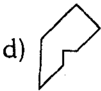
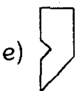
03 ¿Cuál es la figura que no guarda relación con los demás?

a)  b)  c) 

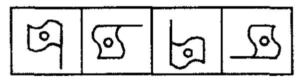
d)  e) 

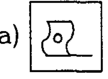
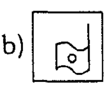
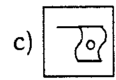
04 Señalar la figura que no tiene relación con las demás.

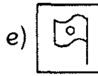
a)  b)  c) 

d)  e) 

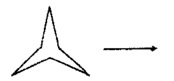
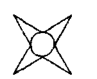
05 Indicar la figura que completa en forma conveniente la serie propuesta.

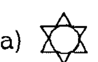
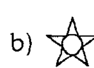


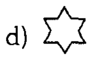
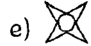
a)  b)  c) 

d) e) 

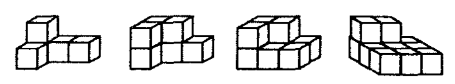
06 Determinar la figura que corresponda a la analogía propuesta:

  :

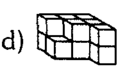
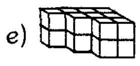
a)  b)  c)

d)  e) 

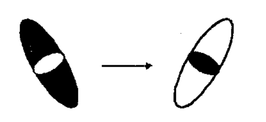
07 Indicar la figura que continúa la secesión gráfica:

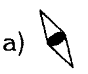
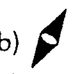


a) b) c)

d)  e) 

08 Determinar la figura que corresponde a la relación propuesta:



a)  b)  c)

d) e)

09 Hallar el número que sigue a la sucesión:

1 6 10 12 17 21 23

a) 24 b) 26 c) 27
d) 28 e) 29

10 Descubra el binomio que continúa con la serie mostrada :

3c + 2d , 4c + 4d , 5c + 6d

a) 5c + 7d b) 5c + 8d
c) 6c + 7d d) 6c + 8d
e) 6c + 10d

11 ¿Cuál de los números continúa la serie?

16 17 19 4 5 7 1 2 4

a) 1/4 b) 1 1/4 c) 3 1/4
d) 6 1/2 e) 13

12 Anote el número que sigue en la secesión:

0 3 8 15 24 35

a) 40 b) 42 c) 44
d) 46 e) 48

13 ¿Qué número es el que sigue a la sucesión?.

42 21 22 11 12 6

a) 2 b) 3 c) 4
d) 7 e) 10

14 ¿que numero sigue en la sucesión?

14 , 20 , 28 , 38 , 50 , 64 , ...

a) 76 b) 72 c) 80
d) 78 e) 74

15 Indique el numero que sigue en la secuencia:

32 , 34 , 36 , 30 , 32 , 34 , 28 , ...

a) 30 b) 32 c) 34
d) 36 e) 38

16 Indique el número que sigue en:

180 , 90 , 100 , 50 , 60 , 30 , ...

a) 32 b) 36 c) 40
d) 20 e) 10

17 Indique el número que sigue en:

7 , 11 , 8 , 12 , 9 , ...

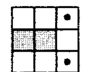
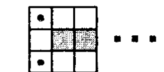
a) 14 b) 13 c) 15
d) 11 e) 16

18 ¿Qué numero sigue en la sucesión?

4 , 12 , 6 , 18 , 9 , ...

a) 12 b) 16 c) 36
d) 24 e) 27

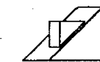
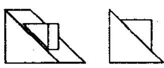
19 Señale la figura que continúa la serie propuesta.

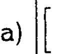



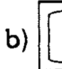
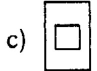
a) b) c)

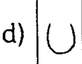
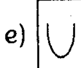
d) e)

20 Señale que figura falta en la secuencia propuesta.

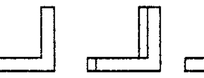
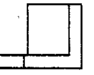

?


a) 

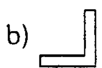
b) 
c) 

d) 
e) 

21 Señale la figura que continúa la serie propuesta.

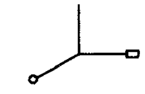



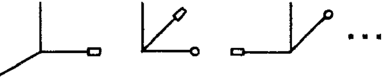
?

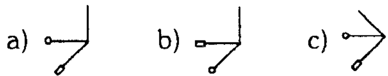
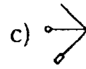
a) 
b)
c)

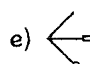
d)
e)

22 Señale la figura que completa la serie:




...

a) b) 
c) 

d) 
e)

23 Dada la siguiente secuencia de números, indicar cuál de las siguientes alternativas continúa correctamente dicha serie:

1 – 3 ; 4 – 6 ; 10 – 12 ; ?

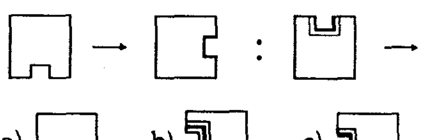
a) 19 - 18 b) 18 - 24 c) 22 - 24
d) 14 - 21 e) 21 - 28

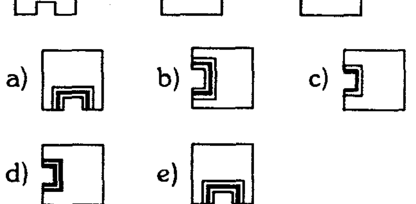
24 Indique el numero que sigue en la secuencia:

3 , 7 , 22 , 89 , ?

a) 484 b) 3 c) 88
d) 446 e) 7

25 Complete la siguiente analogía gráfica:





26 Señale el número que completa la sucesión:

40 , 240 , 60 , 360 , 90 , ...

a) 240 b) 320 c) 720
d) 480 e) 540

27 Indique el número que sigue en:

380 , 190 , 200 , 100 , 110 , 55 , ...

a) 27,5 b) 165 c) 60
d) 65 e) 32,5

28 Indique el número que sigue en:

7 , 13 , 24 , 45 , 86 , ...

a) 162 b) 147 c) 142
d) 167 e) 125

29 Indique el numero que sigue en la secuencia:

9 , 12 , 17 , 24 , 35 , ...

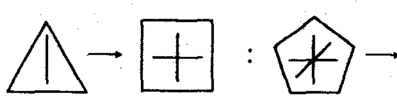
a) 44 b) 52 c) 50
d) 48 e) 56

30 ¿Qué numero sigue en la sucesión?

4 , 12 , 6 , 24 , 8 , ...

a) 48 b) 40 c) 32
d) 5 e) 28

31 Complete la siguiente analogía gráfica:



a) b) c)

d) e)

32 Completar el número faltante:

19	22	25
10	7	?
6	14	20
3	1	4

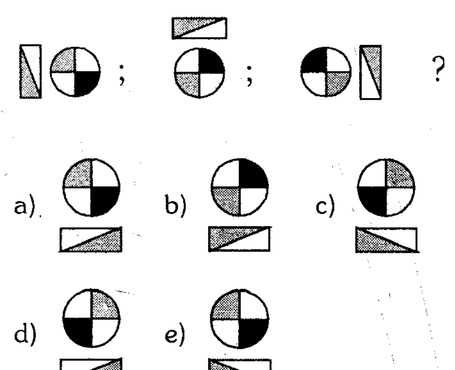
a) 1 b) 16 c) 18
d) 2 e) 3

33 Hallar la figura que completa la serie:

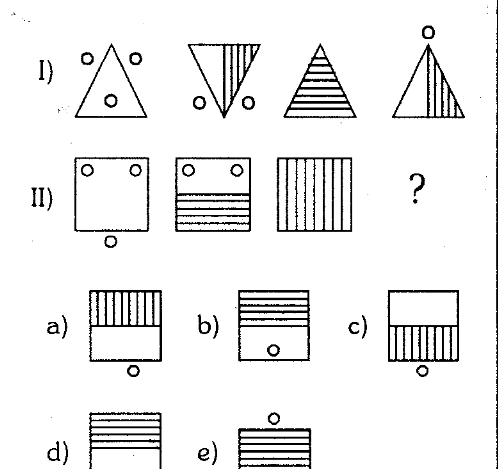
a) b) c)

d) e)

34 Indicar cuál de las alternativas completa adecuadamente la siguiente secuencia gráfica:

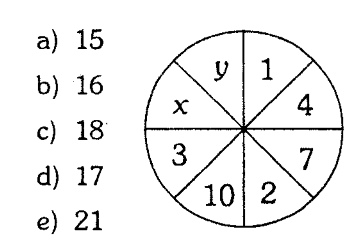


35 Tomando como referencia el grupo I de figuras. Señale la alternativa correcta que completa el grupo II.



36 Encuentre el valor de $x+y$ en la siguiente figura:

a) 15
b) 16
c) 18
d) 17
e) 21



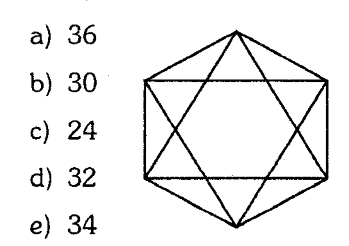
37 ¿Qué número sigue?

53 ; 47 ; 43 ; 41 ; 37 ; ...

a) 35 b) 33 c) 31
d) 29 e) 34

38 ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

a) 36
b) 30
c) 24
d) 32
e) 34



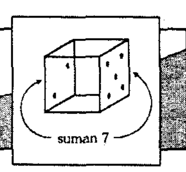
39 Halle $a+b$ en.

2 ; 4 ; 3 ; 6 ; 6 ; 10 ; 11 ; 16 ; a ; b

a) 30 b) 52 c) 42
d) 6420 e) 28

Octava Práctica

Psicotécnico



01 ¿Qué número falta en el arreglo siguiente?

5	6	4	12	3

33	34	32	?	24

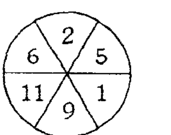
a) 36 b) 84 c) 40
d) 144 e) 96

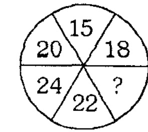
02 Indique entre alternativas la que completa adecuadamente el siguiente cuadro.

1	2	*p*
4	*m*	12
16	32	48
64	*n*	192

a) m = 6 n = 64 p = 4
b) m = 10 n = 128 p = 2
c) m = 6 n = 256 p = 6
d) m = 8 n = 128 p = 3
e) m = 30 n = 64 p = 36

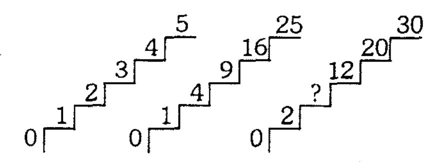
03 Hallar el número que falta:





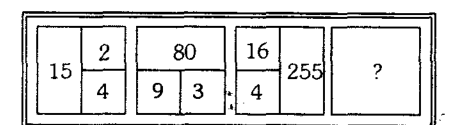
a) 13 b) 23 c) 5
d) 15 e) 4

04 Indique entre las alternativas aquellas que completa adecuadamente el siguiente ordenamiento:



a) 4 b) 5 c) 6
d) 8 e) 10

05 Indicar cuál de las alternativas es la continuación correcta:



a) 1023 | 8 / 64 b) 1295 / 36 | 6 c) 12 / 24 | 623
d) 5 | 25 / 624 e) 999 | 10 / 100

06 Hallar el número que sigue a la sucesión.

1 , 3 , 7 , 15 , 31 , ?

a) 32 b) 46 c) 60
d) 63 e) 72

07 ¿Qué número es el que sigue a la sucesión?.

128 , 96 , 80 , 72 , 68 , ?

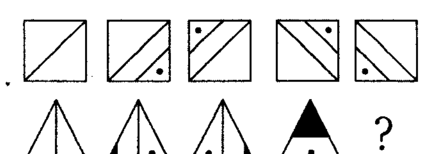
a) 60 b) 62 c) 64
d) 65 e) 66

08 ¿Qué número es el que sigue a la sucesión?

1 , 3 , 10 , 37 , 144 , ?

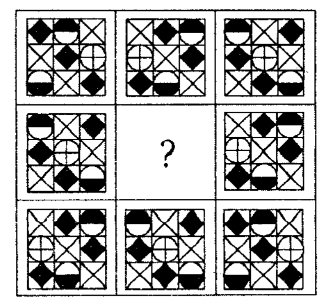
a) 261 b) 333 c) 571
d) 682 e) 967

09 Indicar entre las alternativas la que completa correctamente el gráfico faltante es:



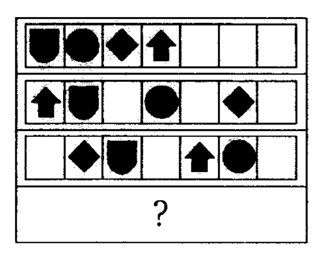
a) b) c)
d) e)

10 ¿que figura falta?



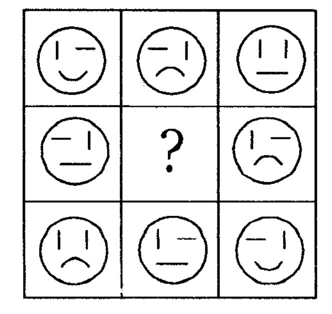
a) b) c)
d) e)

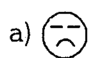
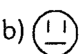
11 Escoja entre las alternativas la figura que falta:

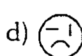


a)
b)
c)
d)
e)

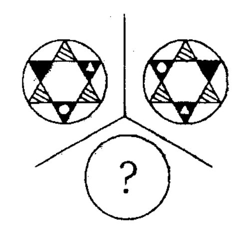
12 ¿Qué carita falta?

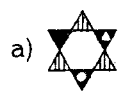
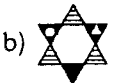


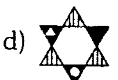
a)  b)  c)

d)  e)

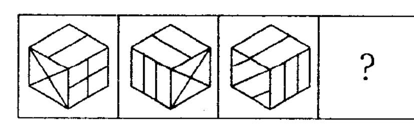
13 Encuentre la figura que falta:

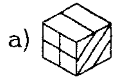
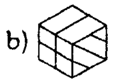


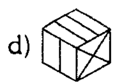
a)  b)  c)

d)  e)

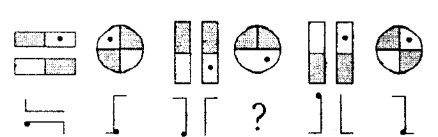
14 ¿Que figura continua en la siguiente secuencia?

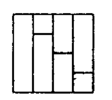
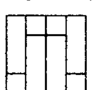
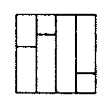


a)  b)  c)

d)  e)

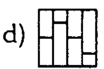
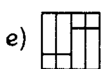
15 ¿Que figura falta?



a)  b)  c) 

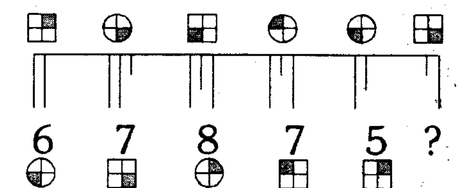
d) e)

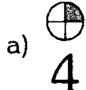
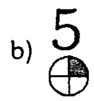
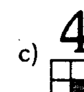
16 Encuentre la figura que falta:

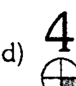
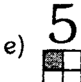
a)  b)  c)

d) e)

17 Encuentre entre las alternativas la figura que falta:



a)  b)  c) 

d)  e) 

18 Completar la sucesión mostrada, con el número más adecuado

80 , 80 , 40 , 120 , 30 , ?

a) 200 b) 150 c) 160
d) 90 e) 240

19 Indicar, entre las alternativas dadas, la que continúas más adecuadamente la siguiente serie numérica:

2,0	6,0	8,0	9,0	9,5	?

a) 9,25 b) 9,75 c) 10,25
d) 19,0 e) 28,5

20 Indicar, entre las alternativas mostradas, la que continúa adecuadamente la siguiente serie numérica:

$$2\sqrt{2}\ ;\ 4\ ;\ 8\ ;\ 32\ ;\ ?$$

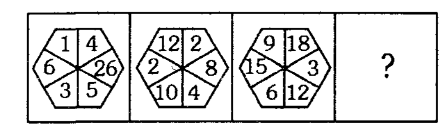
a) 64 b) 128 c) 256
d) 512 e) 1024

21 Determine el número que faltaría en el siguiente cuadro:

a) 405
b) 210
c) 220
d) 356
e) 203

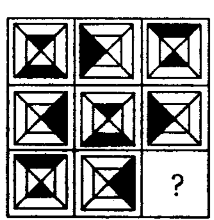
17	18	2
78	80	10
200	?	29

22 Indique la alternativa que completa correctamente el siguiente gráfico:



a) 18 12 8 20 16 4 b) 12 18 20 8 4 16 c) 20 12 8 24 16 4
d) 16 8 24 20 4 12 e) 20 8 4 16 12 24

23 Indique la alternativa que complete correctamente el siguiente gráfico:



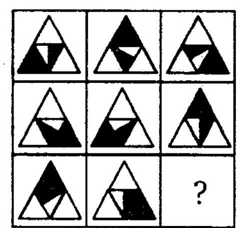
a) b) c)
d) e)

24 Hallar el número que sigue:

14 , 22 , 16 , 24 , 18 , ?

a) 28 b) 26 c) 30
d) 22 e) 32

25 ¿Cuál de las alternativas continúa la serie?



a) b) c)
d) e)

26 ¿Cuál de las alternativas continúa la serie?

1 - 1 - 2 :   1 - 2 - 3 :   1 - 3 - 4 : ?

a) 1 - 3 - 5   b) 1 - 5 - 7   c) 1 - 5 - 9
d) 1 - 4 - 5   e) 1 - 7 - 13

27 Hallar el número que sigue:

7 , 13 , 24 , 45 , ... ?

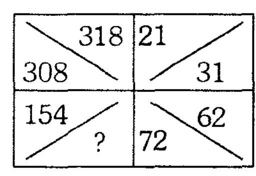
a) 86   b) 69   c) 87
d) 104   e) 107

28 Hallar el número que falta:

888	555	333	666
996	825	171	342
?	6	4	8

a) 2   b) 4   c) 6
d) 8   e) 10

29 Hallar el número que mejor completa la figura mostrada:



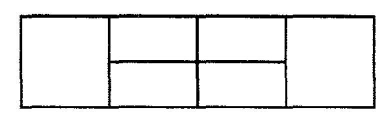
a) 66   b) 124   c) 98
d) 142   e) 144

30 Indique la letra que completa la secuencia:

O ; E ; T ; A ; ...

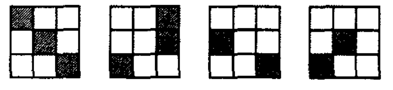
a) X   b) N   c) M
d) S   e) Q

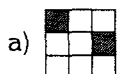
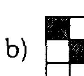
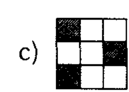
31 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?

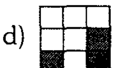
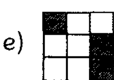


a) 12   b) 14   c) 16
d) 18   e) 20

32 ¿Qué figura sigue en la secesión?

 ..

a)    b)    c) 

d)    e) 

33 ¿Qué número continúa?

1 ; 2 ; 2 ; 4 ; 8 ; 32 ; ...

a) 206   b) 186   c) 256
d) 276   e) 128

CLAVES PSICOTÉCNICO

TERCERA PRÁCTICA				
01. d	02. d	03. d	04. c	05. c
06. b	07. c	08. d	09. a	10. c
11. d	12. c	13. d	14. b	15. b
16. a	17. d	18. a	19. d	20. a
21. d	22. c	23. c	24. e	25. a

CUARTA PRÁCTICA				
01. c	02. e	03. a	04. c	05. c
06. b	07. e	08. a	09. e	10. c
11. a	12. d	13. c	14. e	15. b
16. b	17. c	18. a	19. c	20. d
21. e	22. a	23. b	24. d	25. e

QUINTA PRÁCTICA				
01. a	02. d	03. d	04. d	05. c
06. d	07. b	08. c	09. a	10. d
11. d	12. e	13. a	14. a	15. d
16. a	17. c	18. e	19. a	20. a
21. c	22. c	23. e	24. b	25. b

SEXTA PRÁCTICA				
01. b	02. c	03. d	04. b	05. e
06. c	07. d	08. e	09. d	10. d
11. e	12. b	13. b	14. a	15. c
16. c	17. c	18. c	19. b	20. d
21. d	22. b	23. c	24. b	25. b

SÉPTIMA PRÁCTICA				
01. d	02. d	03. c	04. e	05. e
06. a	07. d	08. d	09. d	10. d
11. a	12. e	13. d	14. c	15. a
16. c	17. b	18. e	19. d	20. c
21. a	22. a	23. c	24. d	25. d
26. e	27. d	28. d	29. d	30. b
31. c	32. a	33. c	34. d	35. b
36. d	37. c	38. b	39. c	

OCTAVA PRÁCTICA				
01. e	02. d	03. d	04. c	05. d
06. d	07. e	08. c	09. b	10. c
11. b	12. c	13. c	14. a	15. a
16. b	17. d	18. b	19. b	20. d
21. e	22. c	23. d	24. b	25. b
26. d	27. a	28. e	29. e	30. c
31. c	32. e	33. c		

SIMULACRO DE R.M.#1

RAZONAMIENTO LÓGICO

PROBLEMA 01

Ariana, Betty, Carla y Dora estudian en diferentes colegios: San Marcos, San Mateo, San Juan y Santa Rosa; y tienen diferente uniforme: azul, verde, plomo y granate no necesariamente en ese orden. Además se sabe que: la de San Marcos derrotó a Betty en ajedrez. Carla y la de San Juan juegan a menudo voleibol con las chicas de uniforme verde y plomo. Ariana y la chica de Santa Rosa no simpatizan con la chica de uniforme plomo, quien no estudia en San Mateo, la de San Mateo usa uniforme azul. ¿En qué colegio estudia Carla?

a) San Juan　　b) San Marcos
c) San Mateo　　d) Santa Rosa
e) N.A.

PROBLEMA 02

En una reunión familiar están presentes dos abuelas, tres madres, cuatro hijas y tres nietas, ¿cuántas mujeres como mínimo están presentes en dicha reunión?

a) 4　　b) 5　　c) 6
d) 7　　e) 8

PROBLEMA 03

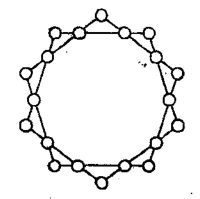
En una urna hay 8 fichas numeradas con los dígitos del 5 al 12 ¿Cuál es el mínimo número de fichas que se debe extraer al azar para tener la certeza de haber extraído entre ellas 2 fichas cuyos números sumen 17?

a) 7　　b) 8　　c) 6
d) 4　　e) 5

PROBLEMA 04

Se distribuye en el siguiente arreglo los números del 1 al 20 de modo que la suma de los números ubicados en cada lado sea constante. Dé como respuesta el valor de dicha suma.

a) 21
b) 42
c) 52
d) 24
e) 25



PROBLEMA 05

Si el ayer de mañana del ayer de ayer fue jueves ¿qué día es el mañana del día que sigue al posterior del anterior día del que subsigue a mañana de hace 500 días?

a) sábado　　b) domingo　　c) viernes
d) lunes　　e) martes

RAZONAMIENTO ARITMÉTICO

PROBLEMA 06

Un tanque puede ser llenado por la cañería "*A*" en 6 h y vaciado por otra cañería "*B*" en 8 h, estando vacío se abren ambas cañerías durante 2 h, luego se cierra "*B*" y "*A*" continúa abierta por 3h, al final de la cual se reabre "*B*". Desde la reapertura de *B*, ¿qué tiempo demora el tanque en llenarse?

a) 12 h b) 9 h c) 10 h
d) 7 h e) 6h

PROBLEMA 07

Dos agricultores *A* y *B* tienen respectivamente 8 y 7 hectáreas de terreno que desean sembrar cuando ya habían sembrado 3/5 de cada propiedad contratan aun obrero C y a partir de ese momento *A*, *B* y *C* trabajan por igual. Al final se le pagó S/.1000 a *C*. ¿Cuánto pagó *A*?

a) S/. 510 b) S/. 550 c) S/. 600
d) S/. 520 e) S/. 650

PROBLEMA 08

Gasté el 20% de lo que no gasté ¿qué porcentaje de lo que me queda debería usar para gastar en total el 25% de lo que no gastaría?

a) 8% b) 4% c) 5%
d) 10% e) 6%

PROBLEMA 09

En una reunión de padres de familia hay 85 personas, de los cuales 37 no llevan lapiceros ni cuadernos; de las mujeres, 20 llevan cuadernos pero no lapiceros. ¿Cuántos varones lleva cuadernos pero no lapiceros, si el número de ellos es la tercera parte de la totalidad de personas que llevan lapiceros?

a) 9 b) 8 c) 21
d) 6 e) 7

PROBLEMA 10

Calcule la media armónica de:

$$12\ ;\ 20\ ;\ 30\ ;\ \ldots\ ;\ 240$$

a) 42 b) 46 c) 44
d) 48 e) 52

RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

PROBLEMA 11

Halle el producto de las raíces de la ecuación

$$2^{\log_2^2 x + x^{\log_2 x}} = 1024$$

a) 1 b) 64 c) $\frac{65}{8}$
d) 72 e) 18

PROBLEMA 12

Si: $\bigcirc\!\!\boxed{3x-2} = x^2+8$

$\bigcirc\!\!\!\!\;(y-2) = 3y+2$

Calcular:

$$M = \boxed{\left(\boxed{7} - 1/3\right)}$$

a) 3 b) 12 c) 9
d) 15 e) 17

PROBLEMA 13

Si : $E = \frac{6}{3} + \frac{10}{3^2} + \frac{14}{3^3} + \frac{18}{3^4} + \ldots$

Calcular : $\sqrt[E]{E^2}$

a) 5 b) 8 c) 1/2
d) 4 e) 2

PROBLEMA 14

Si : $x^x = 3$

Calcular : $E = \sqrt[13]{\frac{x^{x^{x^{x+1}+1}+1}}{x^{x+1}}}$

a) 1 b) 3 c) 9
d) 27 e) 81

PROBLEMA 15

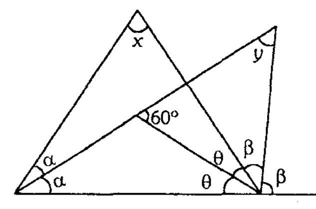
Marcos dice: "Hoy podré vender más manzanas pues rebajé en S/. 1 el precio por docena, lo cual significa que el cliente recibirá una manzana más por cada sol. ¿Cuál es el nuevo precio de cada manzana?

a) S/. 0.25 b) S/. 0.35
c) S/. 0.40 d) S/. 0.30
e) S/. 0.25

RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO

PROBLEMA 16

En la figura, calcular (x – y).

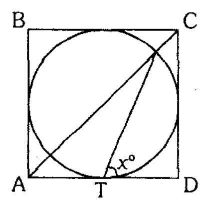


a) 30° b) 45° c) 25°
d) 20° e) 15°

PROBLEMA 17

En el cuadrado circunscrito *ABCD*, halle la medida del ángulo x (*T*: punto de tangencia).

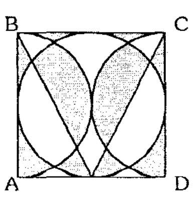
a) 65°
b) 64°30′
c) 67°30′
d) 64°
e) 60°30′



PROBLEMA 18

Calcule el perímetro de la región sombreada si el lado del cuadrado *ABCD* mide 4 cm. Además *M* es punto medio.

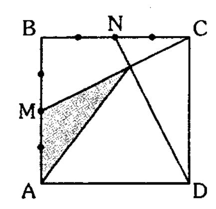
a) $12 + 4\sqrt{5} + 8\pi$
b) $11 + 2\sqrt{5} + 6\pi$
c) $12 + 2\sqrt{5} + 8\pi$
d) $12 + \sqrt{5} + 8\pi$
e) $11 + 4\sqrt{5} + 6\pi$



PROBLEMA 19

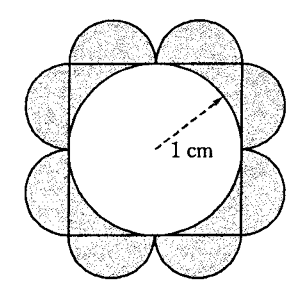
El área del cuadrado $ABCD$ es igual a 20 cm^2 siendo M y N puntos medios. Hallar el área del triángulo sombreado.

a) $1\ cm^2$
b) $2\ cm^2$
c) $3\ cm^2$
d) $4\ cm^2$
e) $5\ cm^2$



PROBLEMA 20

Halle el área de la región sombreada



a) $4+2\pi$ b) $2+3\pi$ c) $4-3\pi$
d) 4 e) $5+4\pi$

SOLUCIONARIO

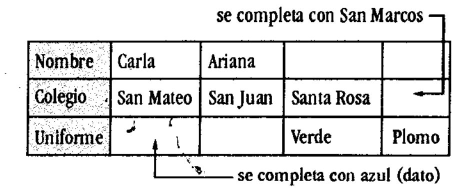
Resolución 01.-

Ordenando los datos en una tabla tenemos:

1. "Carla y la de San Juan juegan voleibol con las chicas de uniforme verde y plomo".

Nombre	Carla			
Colegio		San Juan		
Uniforme			Verde	Plomo

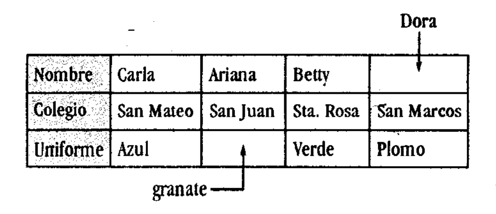
2. "Ariana y la chica de Santa Rosa no simpatizan con la chica de uniforme plomo quien no estudia en San Mateo".


se completa con San Marcos

Nombre	Carla	Ariana		
Colegio	San Mateo	San Juan	Santa Rosa	
Uniforme			Verde	Plomo

se completa con azul (dato)

3. "la de San Marcos derrotó a Betty en ajedrez".


Dora

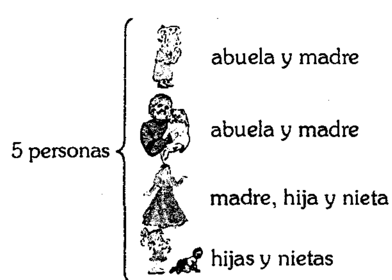
Nombre	Carla	Ariana	Betty	
Colegio	San Mateo	San Juan	Sta. Rosa	San Marcos
Uniforme	Azul		Verde	Plomo

granate

∴ Carla estudia en San Mateo.

Resolución 02.-

Haciendo un esquema con el mínimo número de personas se tiene:

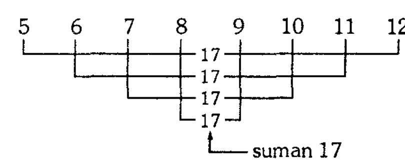


∴ Están presentes 5 mujeres como mínimo.

Clave b

Resolución 03.-

De las 8 fichas se observa:

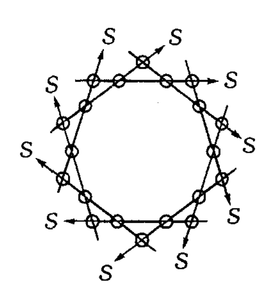


Hay 4 parejas de números que suman 17, luego el mínimo número de fichas que se debe extraer para tener con certeza lo pedido es: 4 + 1 = 5 ya que las cuatro primeras fichas pueden ser números sin que esté su pareja, pero al extraer una ficha más irremediablemente tendremos la pareja de números que suman 17.

Clave e

Resolución 04.-

Observe que al sumar de 4 en 4 los números de cada línea estamos sumando los números del 1 al 20, pero dos veces cada uno.



Es decir:

$$10\,S = 2\,(1 + 2 + 3 + \ldots + 20)$$

$$10\,S = \not{2}\,\frac{(20 \times 21)}{\not{2}}$$

$$S = 42$$

∴ Dicha suma constante es 42.

Clave b

Resolución 05.-

Reemplazando por los equivalentes numéricos:

$-\not{1} + \not{1} - 1 - 1$ fue jueves

$<>$ -2 fue jueves

$<>$ anteayer fue jueves

$<>$ Hoy es sábado.

Piden : $+1 + 1 + \not{1} - 1 + 2 + 1 - 500$

: -495 (495 ÷ 7: 490, 70, 5)

: $-(\overset{\circ}{7} + 5)$

: -5

: hace 5 días

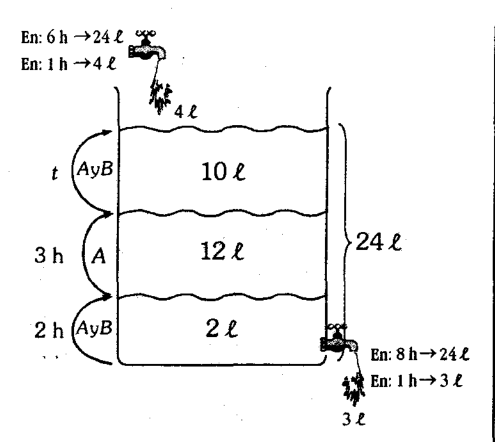
: lunes

Clave d

Resolución 06.-

Asumiendo la capacidad de tanque:

MCM (6,8) = 24 ℓ



Del gráfico:

$$t = \frac{10}{4-3} = 10\,h$$

$\therefore$ Demora 10 h en llenarse.

Resolución 07.-

Del enunciado:

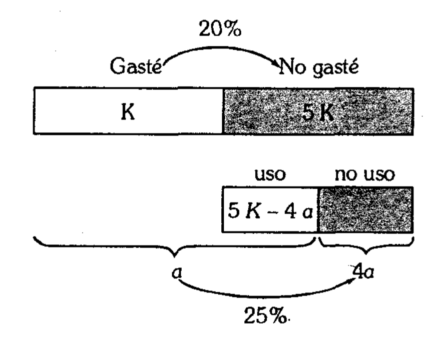
	A	B	C
terreno	8×5	7×5	—
hace	8×3	7×3	—
falta	8×2	7×2	—
juntos c/u	10	10	10

Se observa que de las 16 hectáreas que le faltaba a A sólo hizo 10, entonces C le hizo 6 hectáreas, análogamente se deduce que C le hizo 4 hectáreas a B.

$\therefore$ A pagó : $\frac{6}{10}(1000) = S/.\,600$

Resolución 08.-

Del enunciado:



Del gráfico: $\quad K + 5K = a + 4a$

$$\frac{K}{a} = \frac{5}{6}$$

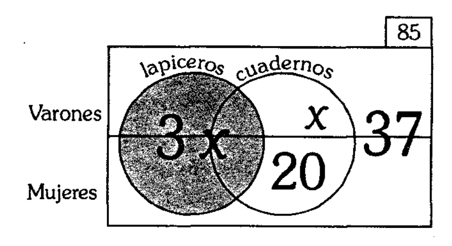
Piden:

$$\frac{(5K-4a)}{5K}\times100\% = \frac{(5(5)-4(6))}{5(5)}\times100\%$$

$$= 4\%$$

Resolución 09.-

Haciendo un esquema:



Del gráfico:

$$3x + x + 20 + 37 = 85$$

$$x = 7$$

Resolución 10.-

Se observa que:

$$\underbrace{\underset{3\times4}{12}\ ,\ \underset{4\times5}{20}\ ,\ \underset{5\times6}{30}\ ,\ \ldots\ \underset{15\times16}{240}}_{13\ \#s}$$

Piden:

$$MH=\frac{13}{\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\ldots\frac{1}{15\times16}}$$

$$=\frac{13}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{15}-\frac{1}{16}}$$

$$=\frac{13}{\frac{1}{3}-\frac{1}{16}}=\frac{13}{\frac{13}{48}}=48$$

Resolución 11.-

De la ecuación:

$$2^{\log_2^2 x}+x^{\log_2 x}=1024$$

$$\left(2^{\log_2 x}\right)^{\log_2 x}+x^{\log_2 x}=1024$$

$$x^{\log_2 x}+x^{\log_2 x}=1024$$

$$x^{\log_2 x}=512$$

$$x^{\log_2 x}=2^9$$

$$\log_x\left(x^{\log_2 x}\right)=\log_x\left(2^{9}\right)$$

$$\log_2 x=9\log_x 2$$

$$\log_2 x=\frac{9}{\log_2 x}$$

$$\left(\log_2 x\right)^2=9$$

$$\log_2 x=3\quad\vee\quad\log_2 x=-3$$

$$x=2^3\quad\vee\quad x=2^{-3}$$

Piden: $\quad 2^3\times2^{-3}=2^0=1$

Clave a

Resolución 12.-

De la definición:

$$\bigcirc\!\!\!\!\!\!\ (y-2)=3y+2$$

$$\times3+8$$

Además:

$$\boxed{3x-2}=x^2+8$$

$$3\left(\boxed{3x-2}\right)+8=x^2+8$$

$$\boxed{3x-2}=\frac{x^2}{3}$$

Como:

$$\boxed{7}=\boxed{3(3)-2}=\frac{3^2}{3}=3$$

Piden: $\quad \boxed{\left(\boxed{7}-{}^1\!/_3\right)}=\boxed{\left({}^8\!/_3\right)}$

$$=\boxed{16}=\boxed{3(6)\,2}=\frac{6^2}{3}=12$$

Resolución 13.-

De la serie:

$$E=\frac{6}{3}+\frac{10}{3^2}+\frac{14}{3^3}+\frac{18}{3^4}+\ldots$$

$$\frac{E}{3}=\frac{6}{3^2}+\frac{10}{3^3}+\frac{14}{3^4}+\frac{18}{3^5}+\ldots$$

$$\frac{2}{3}E=\frac{6}{3}+\frac{4}{3^2}+\frac{4}{3^3}+\frac{4}{3^4}+\ldots$$

$$\times{}^1\!/_3\quad\times{}^1\!/_3$$

$$\frac{2}{3}E=2+\frac{4/3^2}{1-1/3}$$

$$\frac{2}{3}E=2+\frac{2}{3}$$

$\therefore \quad E = 4$

Piden: $\sqrt[4]{4^2} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

Resolución 14.-

Como: $x^x = 3$

Damos forma a lo que nos piden:

$$E = \sqrt[13]{\frac{x^{x^{x^{x+1}+1}+1}}{x^{x+1}}} = \sqrt[13]{\frac{x^{x^{(x^x)^{x+1}+1}}}{(x^x)\cdot x}}$$

$$E = \sqrt[13]{\frac{x^{x^{3x+1}+1}}{3x}} = \sqrt[13]{\frac{x^{(x^x)^3\cdot x+1}}{3x}}$$

$$E = \sqrt[13]{\frac{x^{27x+1}}{3x}} = \sqrt[13]{\frac{(x^x)^{27}\cdot x}{3x}}$$

$$E = \sqrt[13]{\frac{3^{27}}{3}} = \sqrt[13]{3^{26}} = 3^2 = 9$$

Resolución 15.-

Si la docena se rebajó en S/. 1, entonces cada manzana bajo en : $^1/_{12}$ soles.

	INICIO	DESPUÉS
costo unidad	x	$x - ^1/_{12}$
# de manzana	n	$n + 1$
costo total	S/. 1	S/. 1

Como: costo unidad × # manz = costo total

$\rightarrow \quad x\,n = 1$

$n = ^1/_x$

$\rightarrow \quad (x - ^1/_{12})\,(n+1) = 1$

$n = \dfrac{1}{x-1/12} - 1$

Igualando: $\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{x-1/12} - 1$

$$12x^2 - x - 1 = 0$$

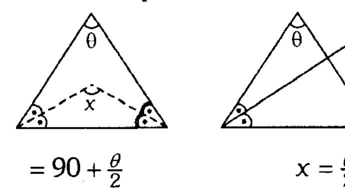
$3x \quad -1 \Rightarrow x = ^1/_3$

$4x \quad +1$

$\therefore$ Nuevo precio: $\frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4} = S/.\,0{,}25$

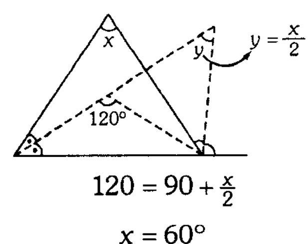
Resolución 16.-

Recordando que:



$= 90 + \frac{\theta}{2}$ $\qquad$ $x = \frac{\theta}{2}$

En el problema:



$$120 = 90 + \frac{x}{2}$$

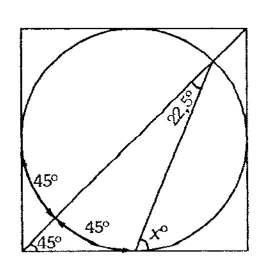
$$x = 60°$$

$\rightarrow \quad y = 30°$

Piden: $\quad x - y = 30°$

Resolución 17.-

Utilizando la simetría:



$\wedge \rightarrow x = 45° + 22,5° = 67,5°$

$= 67°30'$

Resolución 18.-

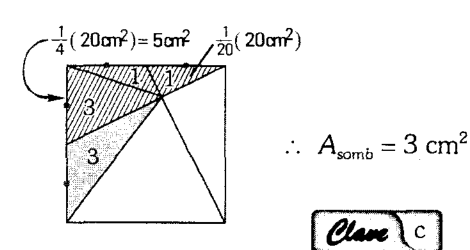
Perímetro: $4\square4$ (lado 4) $+ (2) + 2(\text{semicírculo } 4) + 2(\text{triángulo } 2, 4)$

$$= 12 + 2\pi(2) + 2(\pi(2)) + 2\left(2\sqrt{5}\right)$$

$$= 12 + 8\pi + 4\sqrt{5}$$

Resolución 19.-

Como el área del cuadrado es 20 cm^2



$\therefore\ A_{somb} = 3\ cm^2$

Clave c

Resolución 20.-

Del gráfico:

$A_{somb} = 2\square$ (lado 2) $-$ (círculo de radio 1) $+ 8$ (semicírculo de diámetro 1)

$$= 2^2 - \pi(1)^2 + 8\left(\frac{\pi(1/2)^2}{2}\right) = 4\ cm^2$$

Clave d

LEONHARD EULER

Nació el 15 de abril de 1707 en Suiza. Vivió en Rusia la mayor parte de su vida; fue uno de los más grandes matemáticos de la historia al lado de Gauss, Newton y Arquímedes. Perdió la vista de un ojo durante un experimento en óptica y la vista del otro ya de mayor. Pasó los años de vida ciego, pero siguió publicando trabajos. Es el matemático con más trabajos publicados, llegó a escribir 800 páginas al día.

SIMULACRO DE R.M.#2

RAZONAMIENTO LÓGICO

PROBLEMA 01

Seis amigas se sientan alrededor de una mesa circular, Mary que está sentada a la derecha de Pilar, se encuentra frente a Nadia, Pilar está frente a la que está junto y a la derecha de Susi, que está frente a Rosa, ¿quién está junto a la derecha de Cielo?

a) Rosa b) Pilar c) Mary
d) Nadia e) Susi

PROBLEMA 02

Setenta hombres y dos niños tienen que cruzar un río en una canoa, en cada viaje sólo pueden ir uno de los hombres o los dos niños; pero no un hombre y un niño a la vez; ¿Cuál es el menor número de veces que la canoa tendrá que cruzar el río, en cualquier sentido, para que se trasladen todas las personas?

a) 271 b) 281 c) 221
d) 279 e) 381

PROBLEMA 03

Si yo soy el hijo de la esposa del hijo único de la abuela de Yanina, entonces el primo de Yanina es mi:

a) hermano b) primo c) cuñado
d) tío e) padre.

PROBLEMA 04

Escriba en los recuadros en blanco escogiendo las cifras: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 ó 9, de manera conveniente de tal forma que cada fila, columna y diagonal sume 37. Dar como respuesta el número de veces que se utiliza la cifra 2.

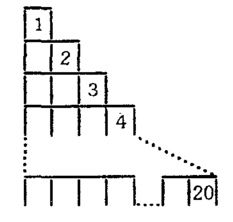
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

				8
	1			
9				2

PROBLEMA 05

¿Cuántos palitos hay en total en la siguiente figura?

a) 401
b) 400
c) 840
d) 440
e) 640



RAZONAMIENTO ARITMÉTICO

PROBLEMA 06

Se tiene una mezcla de alcohol con agua en igual cantidad, luego se retira $^1/_5$ del volumen total y se llena con alcohol, luego se extrae ¼ del volumen total y se llena con alcohol. ¿qué tanto por ciento del volumen total es el volumen del agua?

a) 25% b) 27% c) 30%
d) 32% e) 35%

PROBLEMA 07

Complete la siguiente multiplicación y dé como respuesta la suma de cifras del producto

```
      • 4 • ×
      2 • •
    -------
    1 • • •
  • • • 4
  6 • 4
  ---------
  9 • • 5 0
```

a) 16 b) 10 c) 20
d) 24 e) 18

PROBLEMA 08

¿Cuál es la mayor longitud de una regla con la que se pueda medir exactamente una sala que tiene 22,5 m de largo y 1785 cm de ancho?

a) 11 cm b) 13 cm c) 15 cm
d) 18 cm e) 25 cm

PROBLEMA 09

¿Cuántos números capicúas de 7 cifras significativos existen tales que el producto de las cifras de cada número sea un cuadrado perfecto?

a) 2187 b) 2188 c) 2189
d) 2186 e) 2185

PROBLEMA 10

Si A es el triple de rápido que B y juntos pueden hacer cierto trabajo en doce días, ¿cuánto tiempo le tomará a A hacerlo solo?

a) 12 días b) 18 días c) 14 días
d) 16 días e) 15 días

RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

PROBLEMA 11

Calcule el mínimo valor de:

$$E = x^2 + y^2 + 4x - 6y + 18$$

a) 10 b) 18 c) 4
d) 5 e) 3

PROBLEMA 12

Si: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 79$ y

$$K = \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}}$$

Hallar el producto de las cifras de: $(K-1)^3$

a) 12 b) 126 c) 192
d) 10 e) 36

PROBLEMA 13

Hallar el sexto término de la siguiente progresión geométrica de términos enteros:

$$(3x-1),(7x+1)),(20x+5),\ldots$$

a) 12480 b) 1220 c) 1645
d) 1340 e) 1215

PROBLEMA 14

Un estudiante gasta S/.7 en pasajes, cuando va a una conferencia. Si en "n" días ha gastado S/. P ¿cuántos días no asistió a la conferencia durante los "n" días?

a) $n-P/2$ b) $n+P/7$ c) $n-P/7$
d) $n-P/n$ e) $n-n/P$

PROBLEMA 15

Si: $(\log_x 3)\log_{(x/3)}3+\log_{(x/81)}3=0$

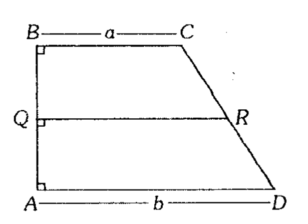
Halle la suma de soluciones

a) 26/5 b) 37/6 c) 65/8
d) 82/9 e) 101/10

RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO

PROBLEMA 16

En el gráfico calcule RQ si $RD=3RC$

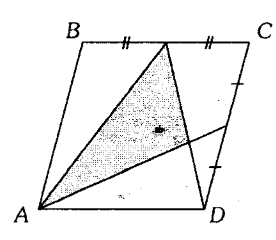


a) $\frac{a+b}{2}$ b) $\frac{2a+b}{4}$ c) $\frac{3a+b}{4}$
d) $\frac{3a+2b}{2}$ e) $\frac{3a-b}{4}$

PROBLEMA 17

En la figura ¿qué parte del área del paralelogramo $ABCD$ es el área de la región sombreada?

a) $\frac{3}{11}$
b) $\frac{3}{7}$
c) $\frac{3}{10}$
d) $\frac{4}{11}$
e) $\frac{4}{15}$



PROBLEMA 18

La figura muestra un paralelepípedo rectangular cuyas áreas de sus caras son: 15m², 12 m² y 20 m². Hallar su volumen.

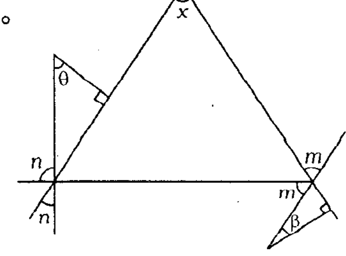
a) 50 m³
b) 70 m³
c) 80 m³
d) 60 m³
e) 40 m³

PROBLEMA 19

En la figura

$\theta+\beta=70°$

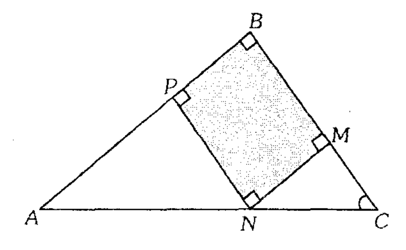
Hallar x



a) 20° b) 40° c) 30°
d) 45° e) 42°

PROBLEMA 20

En un triángulo rectángulo ABC, los catetos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ miden 21m y 28m. Calcular el área del cuadrado inscrito $BMNP$.

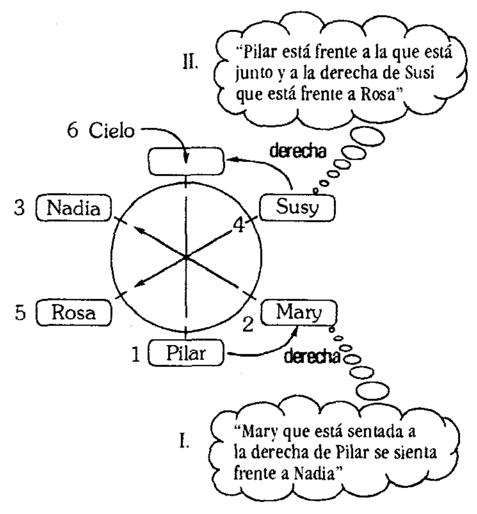


a) 130 m^2 b) 120 m^2 c) 144 m^2
d) 110 m^2 e) 112 m^2

SOLUCIONARIO

Resolución 01.-

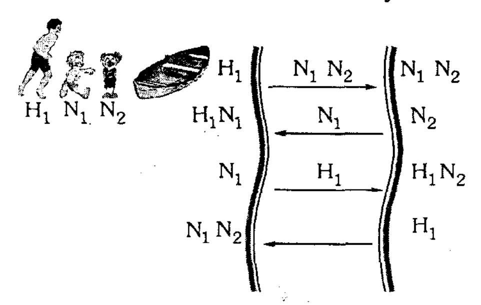
Ordenando los datos



∴ Junto y a la derecha de Cielo está Nadia.

Resolución 02.-

Observe que para cruzar a uno de los hombres se necesitan hacer 4 viajes.



Como son 70 hombres:

$$\# \text{ de viajes: } 70(4) = 280$$

Pero al final la canoa queda del otro lado con los niños, entonces se necesita hacer un viaje más para que estos crucen.

$\therefore$ Total de viajes = 280 + 1 = 281

Resolución 03.-

Identificando a cada persona de atrás para adelante.

Si yo soy el hijo de | la esposa del → 2. la mamá de Yanina

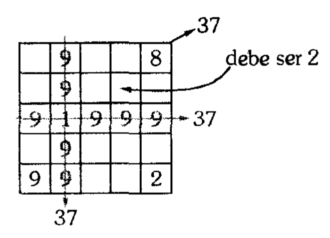
| hijo único de la abuela de Yanina → 1. papá de Yanina

$\Rightarrow$ yo soy el hermano de Yanina

$\therefore$ El primo de Yanina es mi primo.

Resolución 04.-

Empezando por la tercera fila y segunda columna tenemos:



En la cuarta columna:

37

	9			8
	9			9
9	1	9	9	9
	9			9
9	9			2

Completando:

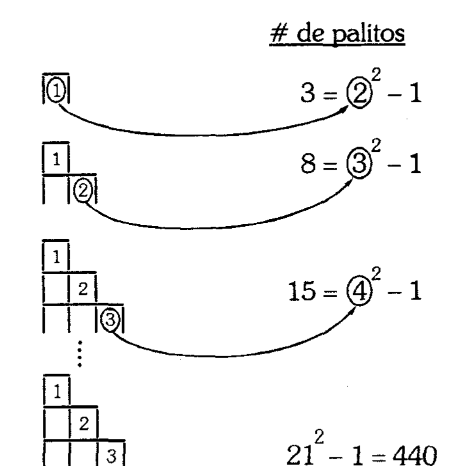
8	9	3	9	8	→ 37
9	9	8	②	9	→ 37
9	1	9	9	9	→ 37
②	9	8	9	9	→ 37
9	9	9	8	2	→ 37
↓ 37	↓ 37	↓ 37	↓ 37	↓ 37	

(diagonal ↙ 37)

$\therefore$ la cifra 2 se utiliza dos veces.

Resolución 05.-

Analizando tres casos particulares:



Resolución 06.-

Asumiendo que al inicio había 20 ℓ de alcohol y 20 ℓ de agua.

4/5 8 ℓ 3/4 10 ℓ

OH	20 ℓ	OH	16 ℓ	OH	18 ℓ
H_2O	20 ℓ	H_2O	16 ℓ	H_2O	12 ℓ
	40 ℓ		40 ℓ		40 ℓ

Piden : $\frac{agua}{total} \times 100\% = \frac{12}{40} \times 100\%$

$= 30\%$

Resolución 07.-

En un primer análisis se tiene:

```
   [3] 4 [2] ×
       2  •  •
   1  • [1][0]
 •  •  •  4
 6 [8] 4
 9  •  •  5  0
```

Además se deduce que el multiplicador debe ser: 27•

```
     3 4 2 ×
     2 7 •  ← debe ser 5
   1 • 1 0
[2][3][9] 4
 6 8 4
 9 • • 5 0
```

Finalmente:

```
    3 4 2 ×
    2 7 5
  1 7 1 0
2 3 9 4
6 8 4
9 4 0 5 0
```

Piden: $9 + 4 + 0 + 5 + 0 = 18$

Resolución 08.-

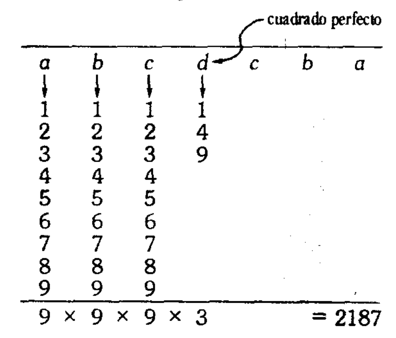
La regla debe dividir exactamente a 2250 cm y 1785 cm; y además debe tener la mayor longitud.

∴ longitud pedida:

MCD (2250, 1785) = 15 cm

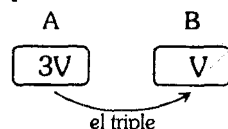
Resolución 09.-

Para que el producto de cifras sea un cuadrado perfecto la cifra central debe ser un cuadrado perfecto.



Resolución 10.-

Sean las rapideces:



Aplicando magnitudes:

IP

	Rapidez	Tiempo
Juntos	4V	12
A solo	3V	t

$$(\text{Rapidez})\,(\text{tiempo}) = \text{cte}$$
$$(4V)(12) = (3V)\,t$$
$$t = 16$$

$\therefore$ Le tomará 16 días

Resolución 11.-

Completando cuadrado:

$$E = x^2 + 4x + y^2 - 6y + 18$$
$$E = (x+2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 + 18$$
$$E = \cancel{(x+2)^2} + \cancel{(y-3)^2} + 5$$

$E_{min} = 5$ y ocurre cuando

$$x = -2 \quad ; \quad y = 3$$

Resolución 12.-

Como: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 79$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2 = 81$$
$$\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 + 2 = 81$$
$$\left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 = 81$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 9$$

Como:

$$K = \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}}$$
$$K = \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} = 9$$
$$\Rightarrow \quad (K-1)^3 = (9-1)^3 = 512$$

Productos de cifras $= 5 \times 1 \times 2 = 10$

Resolución 13.-

Por propiedad de la P.G.

$$(7x+1)^2 = (3x-1)(20x+5)$$
$$49x^2 + 14x + 1 = 60x^2 - 5x - 5$$

$$11x^2 - 19x - 6 = 0$$
$$11x \qquad +3 \Rightarrow x = -\frac{3}{11}$$
$$x \qquad -2 \Rightarrow x = 2$$

Como los términos son enteros: $x = 2$

luego:

P.G. $\Rightarrow$ 5 ; 15 ; 45 ; ... (x 3, x 3)

Piden: $t_6 = t_1 \times q^5$

$$= 5 \times 3^5 = 1215$$

Resolución 14.-

Como cada vez que va a la conferencia gasta S/.7 y en total ha gastado S/.P.

$\Rightarrow$ # días que asistió $= \frac{P}{7}$

$\therefore$ # de días que no asistió $= n - \frac{P}{7}$

Resolución 15.-

De la ecuación:

$$(\log_x 3)(\log_{(x/3)} 3) + \log_{x/81} 3 = 0$$

$$\frac{1}{\log_3 x}\times\frac{1}{\log_3(x/3)}=\frac{-1}{\log_3(x/81)}$$

$$(\log_3 x)(\log_3(x/3))=-\log_3(x/81)$$

$$(\log_3 x)(\log_3 x-\log_3 3)=\log_3 81-\log_3 x$$

$$(\log_3 x)(\log_3 x-1)=4-\log_3 x$$

$$\log_3^2 x-\log_3 x=4-\log_3 x$$

$$\log_3^2 x=4$$

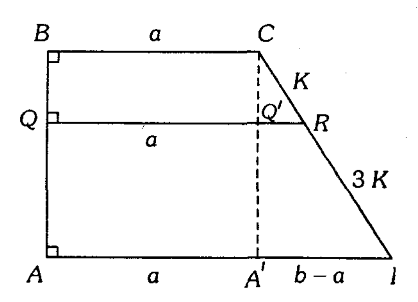
$\log_3 x=2$ $\quad\vee\quad$ $\log_3 x=-2$

$x=3^2=9$ $\qquad$ $x=3^{-2}=1/9$

Piden: $9+1/9=82/9$

Resolución 16.-

Del gráfico:



Como: ◺ CQ'R ~ ◺ CA'D

$$\frac{Q'R}{K}=\frac{b-a}{4K}$$

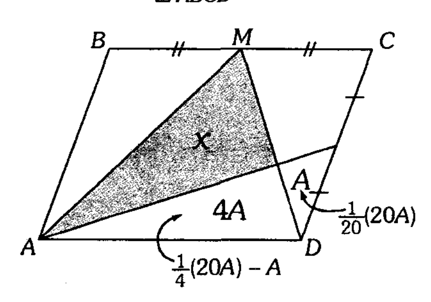
$$Q'R=\frac{b-a}{4}$$

$$\therefore\quad QR=a+\frac{b-a}{4}=\frac{3a+b}{4}$$

Clave c

Resolución 17.-

Asumiendo: $A_{\square ABCD}=20A$



Por propiedad:

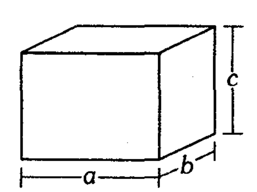
$$A_{\triangle AMD}=\tfrac{1}{2}(20A)=10A$$

$$\Rightarrow\quad x+4A=10A\ \Rightarrow\ x=6A$$

Piden: $\frac{6A}{20A}=\frac{3}{10}$

Resolución 18.-

Sean las dimensiones:



Por los datos:

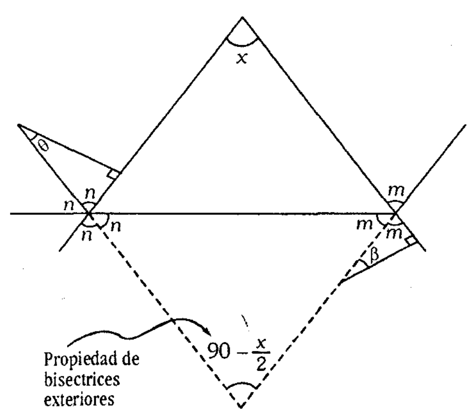
$$\begin{aligned} ab&=20\\ bc&=12\\ ac&=15 \end{aligned}\ \Big\}\times$$

$$(abc)^2=20\times 12\times 15$$

$$V^2=5^2\times 3^2\times 4^2$$

$$V=5\times 3\times 4=60m^3$$

Resolución 19.-



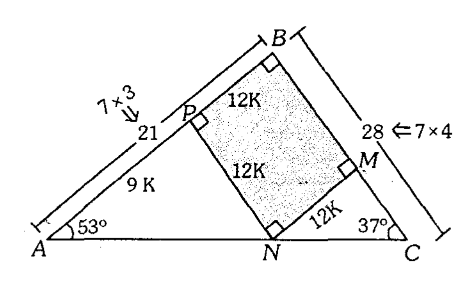
Si: $\theta + \beta = 70°$

$\Rightarrow m + n = 110°$

$\Rightarrow 90 - \frac{x}{2} = 70°$

$x = 40°$

Resolución 20.-



$\Rightarrow 9K + 12K = 21$

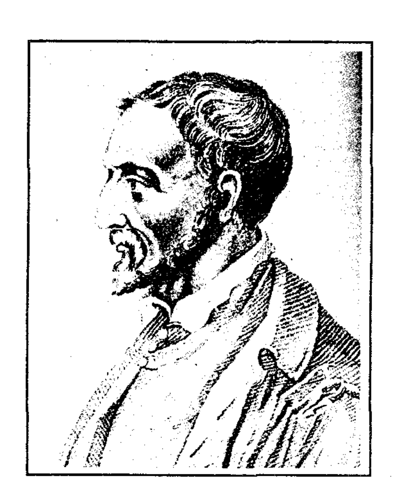
$K = 1$

$\therefore A_{\square} = 12^2 = 144\ m^2$

Clave c

GIROLAMO CARDANO

Nació en Pavia en 1501 fue concebido de manera ilegítima, ya que trataron de que su madre aborte usando varias medicinas, nació medio muerto y para reanimarlo le dieron un baño de vino caliente, con este empezar sufrió de deformidad física, tenía violentas palpitaciones y le salía líquido del estómago y pecho, tenía una gran necesidad de orinar (4 litros por día) padecía hasta 8 noches seguidas de insomnio; a veces se hacía daño por el placer que sentía después del dolor. Cardano junto a Tartaglia y Ferrari, fue uno de los que descubrió la solución de una ecuación cúbica.



SIMULACRO DE R.M. #3

PROBLEMA 01

El hijo de Betty está casado con Diana, que es hija de Elena y esta a su vez es abuela de Félix y suegra de Carlos. Si Diana es hija única y a la vez nuera de Alex, ¿qué proposición es totalmente falsa?

a) Félix es nieto del padre de Carlos
b) Carlos es hijo del suegro de Diana
c) La nuera de Betty es madre de Félix
d) El padre de Carlos es esposo de Elena
e) Alex es suegro de la madre de Félix

PROBLEMA 02

Adrián resuelve problemas más rápido que Alexandra con una rapidez en la proporción de 4 a 3 respectivamente. Cuando Alexandra resuelve **x** problemas en 1 h, Adrián resuelve $x+2$ problemas en ese mismo tiempo. ¿Cuántos problemas resuelve Alexandra en 4 horas?

a) 6 b) 8 c) 9
d) 12 e) 24

PROBLEMA 03

Un terreno de forma rectangular cuyas longitudes son 952 m y 544 m se quiere cercar con alambre sujeto a postes equidistantes entre sí una distancia comprendida entre 30 a 40 m además que haya un poste en cada vértice así como en el punto medio de los lados del terreno. Determine el número de postes que se utilizaría.

a) 60 b) 88 c) 98
d) 59 e) 92

PROBLEMA 04

Si $\log 3 = a$; $\log 2 = b$ y $\log 7 = c$, halle $M = \log(10!)$.

a) $4a+6b+c+2$ b) $4a+5b+c+2$
c) $4a+7b+c+2$ d) $3a+6a+c+1$
e) $3a+7a+c+1$

PROBLEMA 05

Si : $2^{4a}+2^{-4a}=119 ; a>0$

Halle : $M=2^{a}-2^{-a}+5.$

a) 9 b) 2 c) 11
d) 2 e) 8

PROBLEMA 06

En la figura, calcule el valor de x que hace que el área S sea máxima. Halle también dicha área máxima.

a) $x=1 ; S=\frac{3}{2}u^2$

b) $x=1 ; S=\frac{1}{2}u^2$

c) $x=2 ; S=\frac{3}{2}u^2$

d) $x=2 ; S=\frac{1}{2}u^2$

e) $x=\frac{1}{2} ; S=\frac{1}{2}u^2$

PROBLEMA 07

Se define $\boxed{x} = 1 - \frac{1}{x^2}$

Halle

$M = \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} \times \ \ldots \ \times \boxed{20}$

a) $\frac{20}{21}$ b) $\frac{19}{21}$ c) $\frac{19}{40}$
d) $\frac{21}{40}$ e) $\frac{22}{19}$

PROBLEMA 08

Si gastara el 30% del dinero que tengo y luego ganara el 28% de lo que me quedaría, perdería 156 soles. ¿Cuánto dinero tengo?

a) S/. 1500 b) S/. 750 c) S/. 800
d) S/. 1200 e) S/. 1 050

PROBLEMA 09

La suma del 9no y 17mo término de una sucesión aritmética es 90 y la relación del 9no y 21ro término es como 7 es a 31. Halle el 7mo. término.

a) 3! b) 43 c) 11
d) 9 e) 17

PROBLEMA 10

Sea N un número de más de 4 cifras, tal que $N^2 = \overline{\ldots ab}$ donde a es impar. Halle la suma de cifras de $M = \underbrace{\overline{bbb..b5}}_{10\ cifras}$

a) 48 b) 59 c) 57
d) 60 e) 61

PROBLEMA 11

En la ecuación $x^2 - 2(n-3)x + 4n = 0$, determine la suma de los valores que puede tomar n para que la ecuación tenga raíces iguales.

a) 1 b) 9 c) 10
d) 0 e) 2

PROBLEMA 12

Si $x^3 = \log_x 3$, halle $M = x^{x^{x^3}} + x^{x^{x^{x^3}}}$

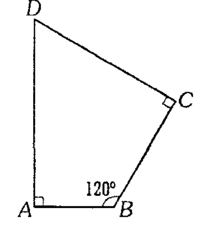
a) 2 b) 3 c) 6
d) 9 e) 8

PROBLEMA 13

En el cuadrilátero mostrado, $AB = 12\sqrt{3}$ y $BC = 8\sqrt{3}$.

Halle (AD) + (DC)

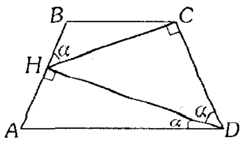
a) 20
b) 60
c) 50
d) 40
e) 80



PROBLEMA 14

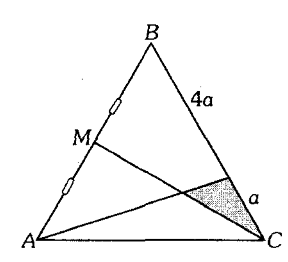
En la figura, $ABCD$ es un trapecio y $BC = 6$ cm. Si HC = 8 cm, halle α y AH.

a) 37° y 10 cm
b) 53° y 10 cm
c) 45° y 10 cm
d) 37° y 12 cm
e) 30° y 10 cm



PROBLEMA 15

Halle el área de la región sombreada, si el triángulo ABC tiene un área de 90 m^2

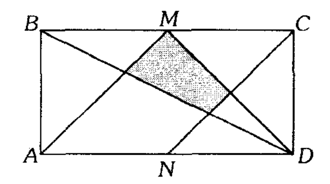


a) 3m^2 b) 5m^2 c) 4m^2
d) 2m^2 e) 4,5 m^2

PROBLEMA 16

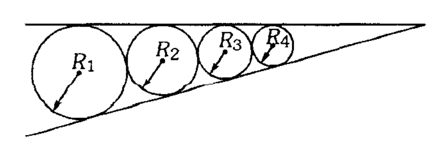
En el gráfico, $ABCD$ es un rectángulo donde M y N son puntos medios. Si $AB = 4$ m y $AD = 10$ m, calcule el área de la región sombreada.

a) 5 m^2
b) 7 m^2
c) 3 m^2
d) 4 m^2
e) 6 m^2



PROBLEMA 17

Halle la longitud de la circunferencia de radio R_4 , si $R_1 = 8\,cm$ y $R_2 = 2\,cm$.



a) $\pi/9$ cm b) $\pi/3$ cm c) $\pi/2$ cm
d) $\pi/4$ cm e) π cm

PROBLEMA 18

En un juego de damas (24 fichas en total), uno de los jugadores ha ganando más de la tercera parte del total de las fichas que se juegan, además el otro jugador tiene 2 fichas más ganadas que el primero. Si todavía no terminan de jugar, ¿cuántas fichas quedan en el juego?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 2 e) 6

PROBLEMA 19

Se contrató un ómnibus para una excursión. Si hubieran entrado 10 personas más, cada una habría pagada S/. 1 menos y si hubieran ido 6 personas menos, cada uno habría pagado S/. 1 más. ¿Cuántas personas fueron de excursión?

a) 25 b) 26 c) 29
d) 30 e) 33

PROBLEMA 20

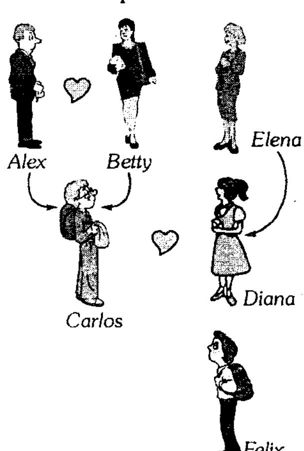
Con 400 niños se forma un cuadrado compacto. ¿Cuántos niños se deben separar para formar un triángulo equilátero compacto con un número de niños por lado igual al lado del cuadrado?

a) 130 b) 190 c) 187
d) 260 e) 210

SOLUCIONARIO

Resolución 01.-

Haciendo un esquema se tiene:



La proposición incorrecta está en la alternativa (d) ya que el padre de Carlos es esposo de Betty y no de Elena.

Clave: d

Resolución 02.-

Aplicando regla de 3 simple para hallar x.

DP

Rapidez	# de problemas
4	$x+2$
3	x

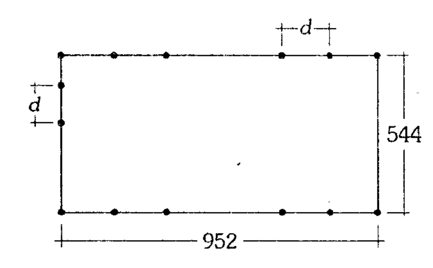
$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{x} \Rightarrow x=6$$

∴ Alexandra en 1 h resuelve 6 problemas, entonces en 4 h resuelve $6 \times 4 = 24$ problemas.

Clave: e

Resolución 03.-

Del enunciado: $30 < d < 40$



Como: $\left.\begin{array}{l} 952 = 34 \times 28 \\ 544 = 34 \times 16 \end{array}\right\} d = 34$

$$\#\text{ postes} = \frac{\text{Perímetro}}{d} = \frac{2(544+952)}{34} = 88$$

Clave: b

Resolución 04.-

Como:

$$10! = 10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$$
$$= 5^2\times2^8\times3^4\times7$$

Entonces:

$$\log 10! = \log(5^2\times2^8\times3^4\times7)$$
$$= 2\log5 + 8\log2 + 4\log3 + \log7$$
$$= 2\log5 + 8b + 4a + c$$
$$= 2\log\left(\tfrac{10}{2}\right) + 8b + 4a + c$$
$$= 2\log10 - 2\log2 + 8b + 4a + c$$
$$= 2 - 2b + 8b + 4a + c$$
$$= 4a + 6b + c + 2$$

Clave: a

Resolución 05.-

Como

$$2^{4a}+\frac{1}{2^{4a}}=119$$

$$2^{4a}+\frac{1}{2^{4a}}+2=121$$

$$\left(2^{2a}+\frac{1}{2^{2a}}\right)^2=11^2$$

$$2^{2a}+\frac{1}{2^{2a}}=11$$

$$2^{2a}+\frac{1}{2^{2a}}-2=9$$

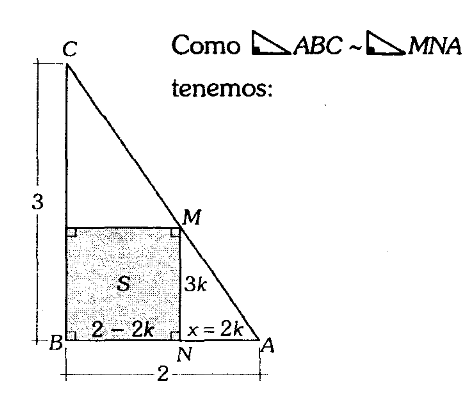
$$\left(2^{a}-\frac{1}{2^{a}}\right)^2=3^2$$

$$2^{a}-\frac{1}{2^{a}}=\underset{\sim}{3}$$

Piden: $M=\underset{\sim}{3}+5=8$

Clave: e

Resolución 06.-



Como $\triangle ABC \sim \triangle MNA$ tenemos:

$$S=3K(2-2K)$$

$$S=6\underbrace{K\,(1-K)}_{\text{suma constante}=1}$$

para que S sea máximo:

$$K=1-K$$

$$K=1/2$$

$$\Rightarrow S=6\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}u^2$$

$$\Rightarrow x=2(1/2)=1\,u$$

Clave: a

Resolución 07.-

Como:

$$\boxed{x}=1-\frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x}=\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

Entonces:

$$\boxed{2}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}$$

$$\boxed{3}=\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}$$

$$\boxed{4}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}$$

$$\boxed{5}=\frac{4}{5}\times\frac{6}{5}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\boxed{20}=\frac{19}{20}\times\frac{21}{20}$$

(×)

$$M=\frac{1}{2}\times\frac{21}{20}=\frac{21}{40}$$

Clave: d

Resolución 08.-

Sea x soles el dinero que tengo

inicio	x	si gastó 30%
queda	$70\%\,x$	si ganó el 28% de lo que queda
final	$128\%\,(70\%\,x)$	

Como perdería 156 soles:

$$x - 128\%(70\%x) = 156$$

$$x - \frac{128}{100} \times \frac{70}{100} x = 156$$

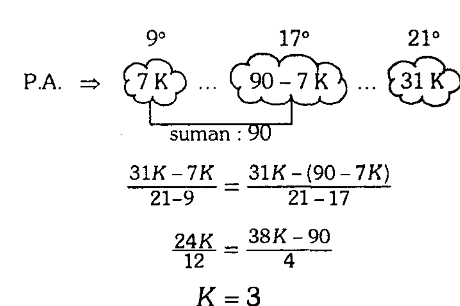
$$1000x - 896x = 156000$$

$$x = 1500$$

$\therefore$ Tengo S/. 1 500

Clave: a

Resolución 09.-

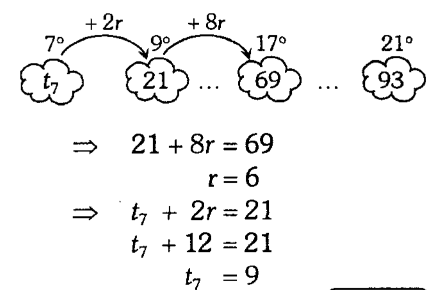


$$\frac{31K - 7K}{21 - 9} = \frac{31K - (90 - 7K)}{21 - 17}$$

$$\frac{24K}{12} = \frac{38K - 90}{4}$$

$$K = 3$$

luego:



$$\Rightarrow \quad 21 + 8r = 69$$

$$r = 6$$

$$\Rightarrow \quad t_7 + 2r = 21$$

$$t_7 + 12 = 21$$

$$t_7 = 9$$

Clave: d

Resolución 10.-

Observe que:

$4^2 = \underline{1}6$ $\qquad$ $7^2 = 49$

$5^2 = 25$ $\qquad$ $8^2 = 64$

$6^2 = \underline{3}6$ $\qquad$ $9^2 = 81$

En un cuadrado perfecto para que su cifra de las decenas sea impar, la cifra de sus unidades debe ser 6.

luego: $\quad b = 6$

Piden suma de cifras de:

$$M = \underbrace{6666\ldots65}_{10\ cifras}$$

$$\Rightarrow \quad S_{cifras} = 6(9) + 5 = 59$$

Clave: b

Resolución 11.-

Para que la ecuación:

$$1x^2 - 2(n-3)x + 4n = 0$$

tenga raíces iguales:

$$\triangle = 0 \text{ (discriminante)}$$

$$(2(n-3))^2 - 4(1)(4n) = 0$$

$$\cancel{4}(n-3)^2 = \cancel{16}n$$

$$n^2 - 6n + 9 = 4n$$

$$n^2 - 10n + 9 = 0$$

$n \quad -9 \Rightarrow n = 9$

$n \quad -1 \Rightarrow n = 1$

$\therefore$ Suma de valores: $9 + 1 = 10$

Clave: c

Resolución 12.-

Como: $\quad x^3 = \log_x 3$

$$x^{x^3} = 3$$

$$x^{x^3} = \sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}^{3}}$$

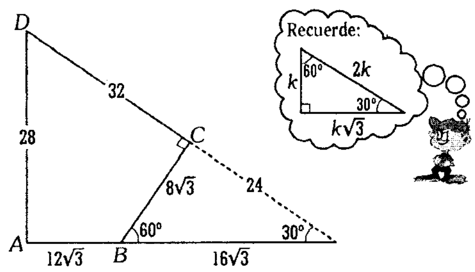
$$x = \sqrt[3]{3}$$

Piden: $M = x^{x^3} + x^{\left(x^{x^3}\right)}$

$$M = 3 + \sqrt[3]{3}^{3} = 6$$

Clave: c

Resolución 13.-

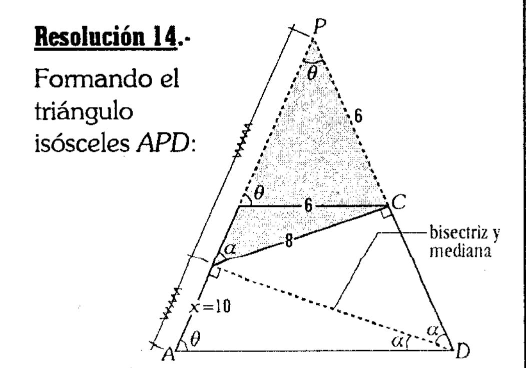


Piden: $AD + DC = 28 + 32 = 60$

Clave: b

Resolución 14.-

Formando el triángulo isósceles APD:



Del gráfico $\alpha = 37°$

Clave: a

Resolución 15.-

Del gráfico:

$$\frac{5A + A}{2S + 4A} = \frac{1}{4}$$

$$S = 10A$$

Como: $A_{\Delta ABC} = 90$

$$2S + 10a = 90$$

$$20A + 10A = 90$$

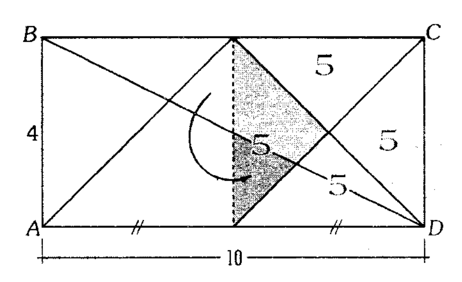
$$A = 3$$

Clave: a

Resolución 16.-

$$A_{\square} = 4 \times 10 = 40m^2$$

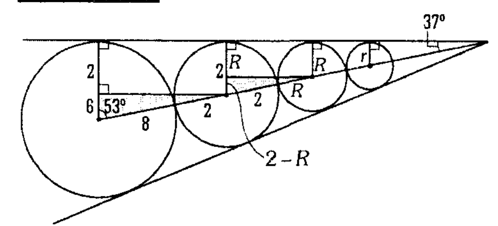
Trasladando áreas:



Luego: $A_{sombreado} = 5\ m^2$

Clave: a

Resolución 17.-



Del gráfico: $\frac{2-R}{2+R}=\frac{6}{8+2}=\frac{3}{5}$

$\Rightarrow \quad R=1/2$

Por analogía

$\frac{R-r}{R+r}=\frac{3}{5}$

$\Rightarrow r=\frac{1}{4}R=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$

$\therefore \ \ell\odot = 2\pi\left(\frac{1}{8}\right)=\pi/4$ cm

Clave: d

Resolución 18.-

Como en total son 24 fichas; el primero ha ganado más de $\frac{1}{3}(24)=8$ fichas y el segundo más de 8 + 2 = 10 fichas.

Pero como el juego todavía no termina, ninguno ha ganado las 12 fichas del otro.

$\therefore$ El primero ha ganado 9 fichas y el segundo 11; quedan entonces:

24 – 9 – 11 = 4 fichas

Clave: b

Resolución 19.-

Sea ***n*** el número de personas y ***x*** soles lo que paga c/u.

- Si hubieran entrado 10 más

costo del ómnibus ⇨ $(n+10)(x-1)=nx$

$10x-10=n \;\ldots (1)$

- Si hubieran ido 6 personas menos

costo del ómnibus ⇨ $(n-6)(x+1)=nx$

$n=6x+6 \;\ldots (2)$

Igualando (1) y (2)

$$10x-10=6x+6$$

$$x=4$$

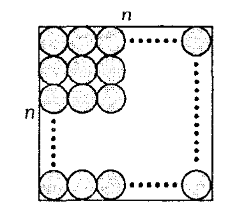
de personas = 10(4) – 10 = 30

$\therefore$ fueron de excursión 30 personas

Clave: d

Resolución 20.-

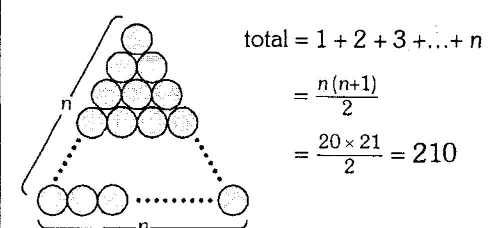
En el cuadrado compacto



$total = n^2 = 400$

$n = 20$

En el triángulo equilátero compacto



$total = 1+2+3+\ldots+n$

$=\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{20\times 21}{2}=210$

$\therefore$ Se deben separar: 400 – 210 = 190

Clave: b

SIMULACRO DE R.M.#4

PROBLEMA 01

Las letras de cada círculo representan a los números del 1 al 9 y además se sabe lo siguiente:

- $c^2 = i$
- $d \times f = e$
- Las vocales, en orden alfabético, son números consecutivos.
- La suma de los números de la columna de la izquierda ($a + d + g$) es mayor que la de cualquier otra columna o fila.

¿Qué valor asume h?

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

PROBLEMA 02

Para pesar 92 Kg de azúcar en una balanza de 2 platillos se utilizaron pesas de 4 Kg y 6 Kg. ¿Cuál fue el máximo número de pesas que se usó si se usaron los dos tipos de pesas y las pesas iban en un mismo lugar del platillo?

a) 24 b) 20 c) 23
d) 19 e) 22

PROBLEMA 03

Halle la suma de los 52 términos de la siguiente serie aritmética:

$$\overline{a26} + \overline{a32} + \overline{a38} + \ldots + \overline{6a2}$$

a) 22 400 b) 23 908 c) 24 908
d) 26 300 e) 25 200

PROBLEMA 04

Si $x + \frac{1}{y} = 1$ además $y + \frac{1}{z} = 1$, calcule $M = xyz$

a) 0 b) 1 c) 2
d) –1 e) –2

PROBLEMA 05

Si las raíces de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ son r y s, construya la ecuación cuadrática cuyas raíces sean $(ar + b)$ y $(as + b)$.

a) $x^2 - bx - a = 0$ b) $x^2 - bx + ac = 0$
c) $x^2 + bx + ac = 0$
d) $x^2 - bx - ac = 0$ e) $x^2 - ax - ac = 0$

PROBLEMA 06

¿Cuál es la altura de una torre cuya sombra mide 144 m, sabiendo que a la misma hora un poste de 5 m proyecta una sombra de 12 m ?

a) 60 m b) 50 m c) 137 m
d) 40 m e) 35 m

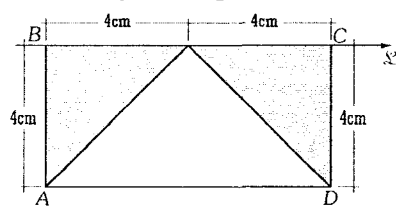
PROBLEMA 07

De cada vértice de un cartón rectangular de 72 cm^2 de área, se cortó un cuadrado de 2 cm de lado para luego formar una caja de 32 cm^3 de volumen. ¿Cuál era el perímetro del cartón original?

a) 44 cm b) 34 cm c) 54 cm
d) 36 cm e) 32 cm

PROBLEMA 08

Se tiene un rectángulo *ABCD* en el cual se ha inscrito un triángulo isósceles. Si toda la figura gira, tomando como eje de giro la recta $\mathcal{L}$, halle el volumen del sólido generado por la región sombreada.



a) $85\pi\ cm^3$ b) $238\pi\ cm^3$

c) $\frac{239}{3}\pi\ cm^3$ d) $\frac{128}{3}\pi\ cm^3$

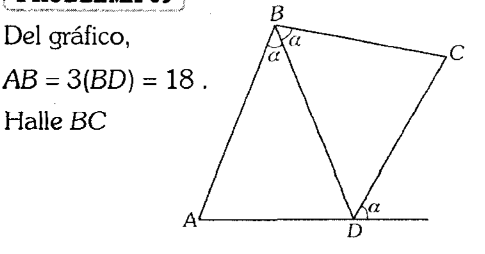
e) $\frac{239}{2}\pi\ cm^3$

PROBLEMA 09

Del gráfico,

$AB = 3(BD) = 18$.

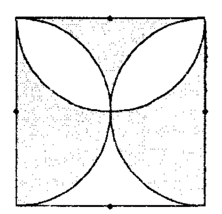
Halle BC



a) 2 b) 3 c) 6
d) 4 e) 9

PROBLEMA 10

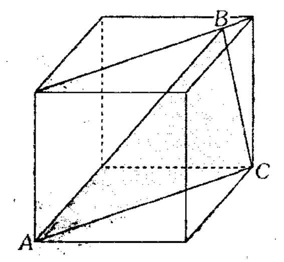
En la figura se tiene un cuadrado de lado 8 cm y tres semicircunferencias con radios iguales. Halle el área de la región sombreada.



a) $8(8-\pi)$ cm
b) $8(4-\pi)$ cm
c) $16(4-\pi)$ cm
d) 16π cm
e) 8π cm

PROBLEMA 11

Si la arista del cubo es de 4 cm, ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?



a) $8\ cm^2$
b) $16\ cm^2$
c) $8\sqrt{2}\ cm^2$
d) $4\sqrt{2}\ cm^2$
e) $4\ cm^2$

PROBLEMA 12

En una carrera donde participaron 3 caballos, el ganador corrió a una rapidez de 33 m/s y llegó 12 s antes que el último. Si a su vez, este llegó 8 s después que el segundo caballo y los tiempos empleados por los dos primeros suman 24 *s*, ¿qué rapidez empleó el último caballo?

a) 20 m/s b) 22 m/s c) 16 m/s
d) 24 m/s e) 15 m/s

PROBLEMA 13

Si:

$(a*b*c)^2 - 4abc\,(a*b*c)^2 + 4a^2b^2c^2 = 0$

calcule $(m+n)*(m-n)*(m^2-n^2)^{-1}$

a) 2 b) 1 c) 0
d) 5 e) 10

PROBLEMA 14

Ángel le dice a Beto: hace tantos años, como la cuarta parte de los años que tengo, nuestras edades sumaban 42 años y dentro de tantos años, como la tercera parte de los años que tu tienes, nuestras edades sumarán 74 años. ¿Hace cuántos años mi edad y tu edad estaban en la relación de 1 a 2?

a) 10 b) 12 c) 15
d) 18 e) 9

PROBLEMA 15

Si un objeto lo vendo con un descuento equivalente al 40% de precio de costo, ¿qué tanto por ciento debe rebajarse al precio de lista para que gane un equivalente al 60% del precio de costo?

a) 22% b) 32% c) 18%
d) 24% e) 20%

PROBLEMA 16

Si $xy = m$; $xz = nz$ y $yz = \frac{1}{mn}$, calcule $x^2(y^2+z^2)$.

a) $m^2 - n^2$ b) $m^2 + n^2$ c) m^2
d) n^2 e) mn

PROBLEMA 17

Arturo es un pastor al que le gustan las matemáticas y tiene entre 80 y 100 ovejas en su rebaño. Un día observándolo pensó que el número de ovejas que dormían era igual a los 7/8 de las que no dormían. ¿Cuántas ovejas hay exactamente en el rebaño?

a) 85 b) 88 c) 90
d) 96 e) 99

PROBLEMA 18

Veinte obreros inicialmente pensaban hacer una obra en x días, pero después de haber realizado la mitad de la obra, 12 de los obreros aumentaron su rendimiento en 25% con lo cual el tiempo total de trabajo fue de 43 días. Halle x

a) 44 b) 47 c) 46
d) 45 e) 48

PROBLEMA 19

En un taller trabajan 6 hombres y 4 mujeres y se escoge al azar a 7 personas. Halle la probabilidad de que entre las personas seleccionadas resulten 3 mujeres.

a) 0,35 b) 0,42 c) 0,5
d) 0,65 e) 0,8

PROBLEMA 20

Dado el sistema

$$5xy = 12(x+y)$$
$$5yx = 18(y+z)$$
$$13xz = 36(x+y)$$

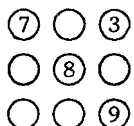
Calcule $x+y+z$

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

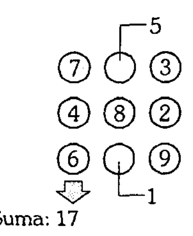
SOLUCIONARIO

Resolución 01.-

Usando $c^2 = i$; además de: a, e, i son dígitos consecutivos tenemos:



Como: $d \times f = e$ y la suma de los números de la columna izquierda es mayor que la de cualquier otra columna o fila.



$\therefore$ h asume el valor 1

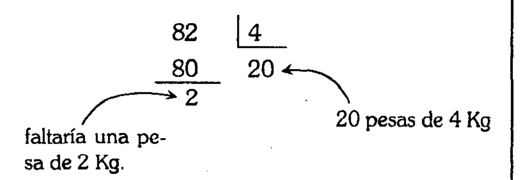
Clave: a

Resolución 02.-

Si usamos una pesa de cada tipo tendremos ya $4 + 6 = 10$ Kg y nos faltaría:

$$92 - 10 = 82 \text{ Kg.}$$

Para usar el máximo número de pesas las restantes deben ser de 4 Kg.



Como no hay pesas de 2 kg cambiemos el resto así.

82 | 4

$20 - 1 = 19$ ← 19 pesas de 4 Kg

$\overline{2+4=6}$ ← Una pesa más de 6 Kg.

$$\text{Max \# de pesas} = 2 + 19 + 1 = 22$$

Clave: e

Resolución 03.-

De la serie dada:

$$S = \underset{1°}{\overline{a26}} + \underset{2°}{\overline{a32}} + \underset{3°}{\overline{a38}} + \ldots + \underset{52°}{\overline{6a2}}$$

(+6, +6)

Como hay 52 términos:

$$\frac{\overline{6a2} - \overline{a26}}{6} + 1 = 52$$

$$602 + 10a - (100a + 26) = 306$$

$$a = 3$$

luego: $S = \underbrace{326 + 332 + 338 + \ldots + 632}_{52 \text{ términos}}$

$$= \left(\frac{326 + 632}{2}\right) \times 52 = 24908$$

Clave: c

Resolución 04.-

Como: $y + \frac{1}{z} = 1$

$$y = 1 - \frac{1}{z}$$

Además: $x + \frac{1}{y} = 1$

$$xy + 1 = y$$

Reemplazando:

$$xy+1=1-\frac{1}{z}$$

$$xy=-\frac{1}{z}$$

$$xyz=-1$$

Clave: d

Resolución 05.-

Como r y s son raíces de la ecuación:

$$ax^2+bx+c=0$$

$$\Rightarrow \quad r+s=-\frac{b}{a} \; ; \; rs=\frac{c}{a}$$

Ecuación pedida:

$$x^2-(ar+b+as+b)x+(ar+b)(as+b)=0$$

$$x^2-(a(r+s)+2b)x+a^2rs+ab(r+s)+b^2=0$$

$$x^2-\left(a\left(-\frac{b}{a}\right)+2b\right)x+a^2\left(\frac{c}{a}\right)+ab\left(-\frac{b}{a}\right)+b^2=0$$

$$x^2-bx+ac-\cancel{b^2}+\cancel{b^2}=0$$

$$x^2-bx+ac=0$$

Clave: b

Resolución 06.-

DP

Altura	Sombra
5 m	12 m
x	144 m

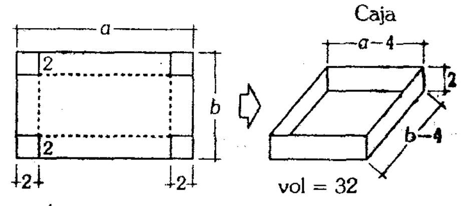
$$\Rightarrow \quad \frac{5}{12}=\frac{x}{144}$$

$$x=60$$

$\therefore$ La altura es 60 m

Clave: a

Resolución 07.-



Como el volumen de la caja es 32

$$(a-4)(b-4)\cdot 2=32$$

$$(a-4)(b-4)=16$$

$$ab-4a-4b+\cancel{16}=\cancel{16}$$

$$72=4a+4b$$

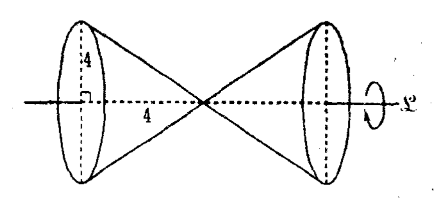
$$a+b=18$$

Piden: **Perímetro del cartón = 2(18) = 36 cm**

Clave: d

Resolución 08.-

Al girar se genera el siguiente sólido:

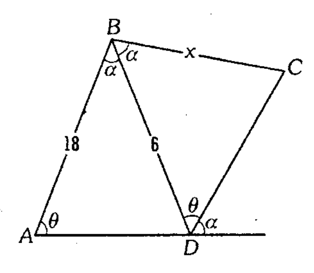


$$V_{\triangleright}=\frac{1}{3}Ah=\frac{1}{3}(\pi(4)^2\times 4)=\frac{64\pi}{3}$$

$$\therefore \text{ Volumen pedido } = 2\left(\frac{64\pi}{3}\right)=\frac{128\pi}{3}$$

Clave: d

Resolución 09.-



Como: $\Delta ABD \sim \Delta DBC$

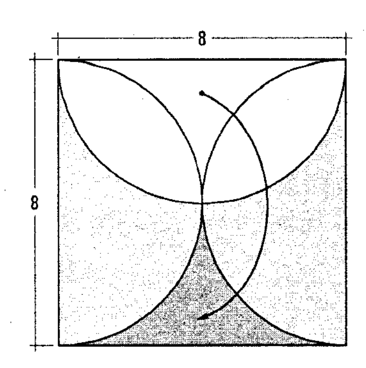
$$\Rightarrow \frac{6}{18} = \frac{x}{6}$$

$$x = 2$$

Clave: a

Resolución 10.-

Trasladando áreas:



$$A_{somb} = \square_{8}^{8} - \text{semicírculo}_{4\;4}$$

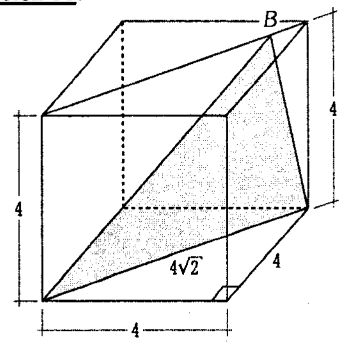
$$= 8^2 - \frac{\pi(4)^2}{2}$$

$$= 64 - 8\pi$$

$$A_{somb} = 8(8 - \pi)$$

Clave: a

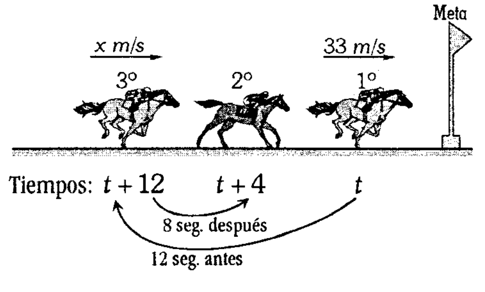
Resolución 11.-



$$A_{somb} = \frac{b \times h}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 4}{2} = 8\sqrt{2}$$

Clave: c

Resolución 12.-



Tiempos: $t + 12$ $\quad t + 4$ $\quad t$

8 seg. después

12 seg. antes

Como los tiempos empleados por los dos primeros suman 24 segundos.

$$(t + 4) + t = 24$$

$$t = 10$$

Como la distancia recorrida es la misma:

$$33 \times 10 = x(10 + 12)$$

$$x = 15$$

$\therefore$ Empleó una rapidez de 15 m/s

Clave: e

Resolución 13.-

De la definición:

$$(a*b*c)^2-4abc(a*b*c)^2+4a^2b^2c^2=0$$

$$(a*b*c-2abc)^2=0$$

$$\Rightarrow \quad a*b*c=2abc$$

Piden: $(m+n)*(m-n)*(m^2-n^2)^{-1}$

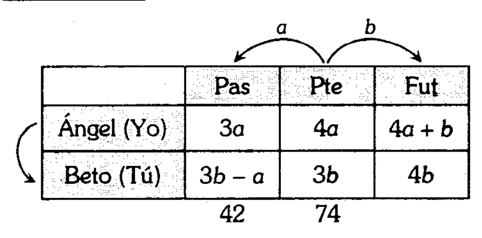
$$=2\underline{(m+n)(m-n)}(m^2-n^2)^{-1}$$

$$=2\,\cancel{(m^2-n^2)}\,\cancel{(m^2-n^2)}^{-1}$$

$$=2$$

Clave: a

Resolución 14.-



	Pas	Pte	Fut
Ángel (Yo)	$3a$	$4a$	$4a+b$
Beto (Tú)	$3b-a$	$3b$	$4b$
	42	74	

$$\Rightarrow \quad 3a+(3b-a)=42$$

$$2a+3b=42$$

$$4a+6b=84 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\Rightarrow \quad (4a+b)+4b=74$$

$$4a+5b=74 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Restando (1) y (2) $\quad b=10$

$$\Rightarrow \quad a=6$$

$\therefore$ Yo tengo : $4(6)=24$ años

y tú tienes : $3(10)=30$ años

Ahora hallemos hace cuántos años mi edad y tú edad estaban en la relación de 1 a 2.

	Pas	Pte
Ángel (yo)	$24-x$	24
Beto (tu)	$30-x$	30

Planteando: $\dfrac{24-x}{30-x}=\dfrac{1}{2}$

$$x=18$$

$\therefore$ Hace 18 años

Clave: d

Resolución 15.-

Sea el costo S/. 100

Haciendo un esquema:

P.L. = S/. 200

COSTO	GANANCIA	DSCTO
S/. 100	S/. 60	S/. 40
	60%(100)	40%(100)

Piden: $\dfrac{Dscto}{P_{lista}}\times 100\%=\dfrac{40}{200}\times 100\%$

$$=20\%$$

Clave: e

Resolución 16.-

Como:

$$xy=m$$
$$xz=n$$
$$yz=1/mn$$

(x)

$$x^2y^2z^2=1$$
$$xyz=1$$
$$mz=1$$
$$z=1/m$$

$\Rightarrow \quad x = mn$

$\Rightarrow \quad y = \frac{1}{n}$

Piden: $(mn)^2\left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{m^2}\right) = m^2+n^2$

Clave: b

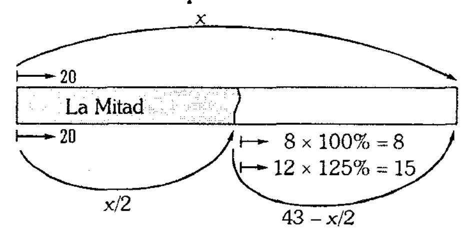
Resolución 17.-

Del enunciado se educe que el total de ovejas es múltiplo de 7 + 8 = 15 y como debe estar entre 80 y 100; sólo puede ser 90.

Clave: c

Resolución 18.-

Haciendo un esquema



Planteando:

$$20x = 20\left(\frac{x}{2}\right)+(8+15)\left(43-\frac{x}{2}\right)$$

$$x = 46$$

Clave: c

Resolución 19.-

Casos Totales: # de formas en que se pueden escoger 7 personas de un total de 10.

$$\#\text{ Casos totales } = C_7^{10} = C_3^{10} = \frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}$$

$$= 120$$

Casos a favor: # de formas en que se pueden escoger 3 mujeres de un total de 4 y 4 hombres de un total de 6.

$$\#\text{ Casos a favor} = C_3^4 \times C_4^6$$

$$= 4\times 15 = 60$$

$$\therefore \text{ Probabilidad } = \frac{60}{120} = 0{,}5$$

Clave: c

Resolución 20.-

De las ecuaciones:

$$5xy = 12(x+y) \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \frac{5}{12}$$

$$5yz = 18(y+z) \Rightarrow \frac{1}{y}+\frac{1}{z} = \frac{5}{18}$$

$$13xz = 36(x+z) \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{z} = \frac{13}{36}$$

$$\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z} = \frac{38}{36}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} = \frac{19}{36}$$

$$\frac{5}{12}+\frac{1}{y} = \frac{19}{36}$$

$$z = 9$$

$\Rightarrow \quad x = 4 \qquad \Rightarrow \quad y = 6$

Piden: $4+6+9 = 19$

Clave: d

SIMULACRO DE R.M.#5

PROBLEMA 01

Tengo tres dados que presentan en sus caras letras diferentes. Al lanzar los dados puedo formar palabras como *OSA*, *ESA*, *ATE*, *CAE*, *SOL*, *GOL*, *REY*, *SUR*, *MIA*, *PIO*, *FIN*, *VID*, mas no puedo formar palabras tales como *DIA*, *VOY*, *RIN*. El dado, que posee las letras *A* y *L*, ¿qué otras letras además posee?

a) VOUM b) OYCG c) PRND
d) NDLP e) VFMS

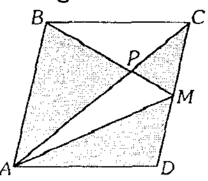
PROBLEMA 02

Un grupo de 8 personas va a acampar por tres días y tiene que llevarse toda el agua que va a necesitar. En una guía han leído que un grupo de 5 personas cubre sus necesidades de dos días con 25 litros. ¿Cuánta agua tendrá que llevarse?

a) 30 b) 35 c) 40
d) 55 e) 60

PROBLEMA 03

En la figura, *ABCD* es un paralelogramo y $S_{MPC} + S_{MAD} = 18u^2$. Calcule el área de la región triangular *ABP*.



a) $9u^2$ b) $12u^2$ c) $12\sqrt{3}u^2$
d) $18u^2$ e) $24u^2$

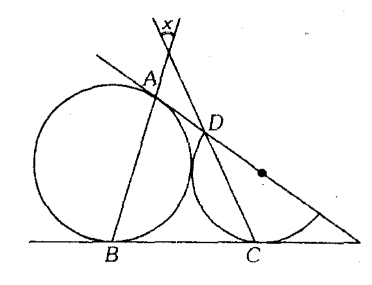
PROBLEMA 04

Calcule el área de la región limitada por un trapecio inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 5 *cm*, si sus bases miden 6 *cm* y 8 *cm*; además el centro de la circunferencia es interior al trapecio.

a) $48\ cm^2$ b) $49\ cm^2$ c) $54\ cm^2$
d) $42\ cm^2$ e) $35\ cm^2$

PROBLEMA 05

En el gráfico, *A*, *B* y *C* son puntos tangencia y $\overset{\frown}{CD} = 120°$. Calcule *x*.



a) 30° b) 80° c) 20°
d) 53° e) 45°

PROBLEMA 06

En la siguiente multiplicación todas las cifras desaparecidas son números primos.

Calcule la suma de las cifras del producto total.

$$\begin{array}{r} * * * * \times \\ * * \\ \hline * * 2 * \\ * * * * \\ \hline * * * * * \end{array}$$

a) 20
b) 21
c) 22
d) 23
e) 24

PROBLEMA 07

Cincuenta y tres personas se van de paseo, pagando por el transporte S/.2 cada varón y S/.1,5 cada dama. Halle el exceso del número de varones sobre el número de damas, si se pagó por todos los pasajes S/.96.

a) 33 b) 20 c) 53
d) 13 e) 23

PROBLEMA 08

Una faja transportadora se desplaza con rapidez constante de a m/s. Sobre ella se encuentra Luis, el cual suelta una esfera de barro en cada segundo y se observa que al avanzar este con rapidez de x m/s en la misma dirección, la separación entre las esferas es 20 cm y si viaja en dirección opuesta la separación entre las esferas es 60 cm. ¿Cuánto vale a?

a) 0,4 m/s b) 0,1 m/s c) 1,1 m/s
d) 1,4 m/s e) 0,5 m/s

PROBLEMA 09

Un atleta, después de recorrer una maratón de 42 km, debe tomar 1/2 litro de agua cada 6 horas por cada kilómetro recorrido para recuperar sus energías. ¿Cuántas horas tardó en reponer toda su energía?

a) 252 b) 222 c) 246
d) 240 e) 114

PROBLEMA 10

Si se cumple que $\boxed{\sqrt{x}+1} = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}$

entonces $\boxed{2x}$ es igual a

a) $\frac{6\boxed{x}}{\boxed{x}-2}$ b) $\frac{3\boxed{x}}{\boxed{x}+3}$ c) $\frac{6\boxed{x}}{\boxed{x}+3}$
d) $\frac{6\boxed{x}}{\boxed{x}+4}$ e) $\frac{1}{\boxed{x}}$

PROBLEMA 11

A un objeto que costó 120 soles se le desea fijar un precio de lista, de tal manera que haciéndole 2 descuentos sucesivos de 10% y 20% aún se gane el 20% del precio de costo. Halle el precio de lista.

a) S/.300 b) S/.200 c) S/.220
d) S/.280 e) S/.180

PROBLEMA 12

Calcule $\sqrt[E]{E^2}$, si

$$E = \frac{6}{3} + \frac{10}{3^2} + \frac{14}{3^3} + \frac{18}{3^4} + \ldots$$

a) 5 b) 8 c) 1/2
d) 4 e) 2

PROBLEMA 13

Si $f(x+3) = x^2 - 1$, halle el valor de a en $f(f(f(a+1))) = 440$

a) 2 b) 6 c) 1
d) 5 e) 3

PROBLEMA 14

Halle el mayor número entero M que satisface la desigualdad

$$2x^2-4x+1>2M \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

a) –1 b) 1 c) 0
d) –2 e) 3

PROBLEMA 15

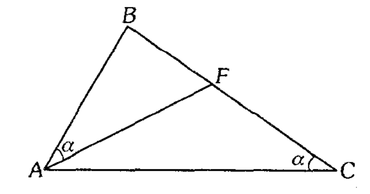
Si se cumple que $\frac{x+y}{5}=\frac{x-y}{3}=\frac{xy}{6}$
calcule $2x+4y$

a) 60 b) 64 c) 32
d) 18 e) 48

PROBLEMA 16

Halle AB, si $BF=4$ y $FC=6$

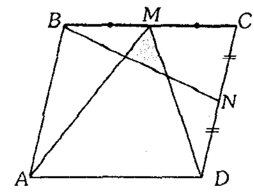
a) $\sqrt{10}$
b) $2\sqrt{10}$
c) 6
d) 8
e) $3\sqrt{5}$



PROBLEMA 17

Calcule el área de la región sombreada si $ABCD$ es un paralelogramo de área 30 cm²

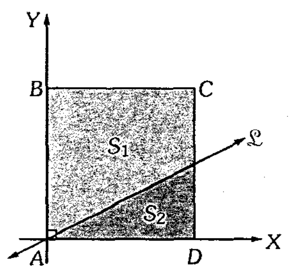
a) 1 cm²
b) 1,5 cm²
c) 2 cm²
d) 3 cm²
e) 2,5 cm²



PROBLEMA 18

Si $ABCD$ es un cuadrado y $S_1=4\,S_2$, halle la pendiente de la recta $\mathcal{L}$.

a) 5/2
b) 2/5
c) 1/5
d) 3/5
e) 4/5



PROBLEMA 19

Si $5\log a=8\log b$, calcule x en:

$$\sqrt{a\sqrt{x}}=b$$

a) $a^{2/3}$ b) $\sqrt{a}$ c) a
d) $a^{2/5}$ e) $a^{3/4}$

PROBLEMA 20

Una persona se dispone a recorrer una distancia de 3600 m; pero lo piensa hacer de tal manera que lo que recorre en cada minuto se diferencia de lo que recorrió en el minuto anterior en una cantidad constante igual a 2 m. Al cabo de 30 minutos se cansa y se detiene, observando que la distancia que le faltaba recorrer es 1/3 de la distancia total; entonces ¿qué distancia recorrió en el último minuto?

a) 109 m b) 99 m c) 115 m
d) 110 m e) 105 m

SIMULACRO DE R.M.#6

PROBLEMA 01

Siete personas *J*, *K*, *L*, *M*, *N*, *P*, y *Q* participan en una serie de competencias de velocidad en una piscina. Con respecto a los resultados siempre ocurrió que:

- *K* terminó delante de *L*
- *N* terminó inmediatamente detrás de *M*
- *O* bien *J* terminó primero y *Q* terminó último, o bien *Q* terminó primero y *J* terminó último.
- No hubo empates y todos acabaron cada una de las competencias.

Si exactamente dos nadadores terminaron entre *J* y *L*, ¿cuál de las siguientes alternativas es siempre verdadera?

a) *J* terminó primero
b) *Q* terminó primero
c) *K* terminó segundo
d) *M* terminó quinto
e) *N* terminó cuarto

PROBLEMA 02

La suma de un número de 3 cifras con el número que resulta de invertir el orden de sus cifras es 1271. Halle la suma de cifras de dicho número, sabiendo que es un múltiplo de 5

a) 16 b) 15 c) 11
d) 12 e) 19

PROBLEMA 03

Sea *r* el resultado de duplicar tanto la base como el exponente de a^b, $(b \neq 0)$. Si *r* es igual al producto de $(a^b)\times(x^b)$, entonces la media aritmética de "**x**" y ***x*/2** es:

a) $3a$ b) $(3a)/2$ c) $4a$
d) $a/4$ e) $a/2$

PROBLEMA 04

Sea:

$$\text{(x)} = x^2+1 \ ; \ \triangle x = x^2-1$$

$$\text{[triángulo con cuadrado con círculo (x)]} = 9x^2-1$$

Calcule uno de los valores de $\boxed{17}$.

a) 12 b) 13 c) 8
d) 23 e) 16

PROBLEMA 05

En la siguiente sucesión, ¿cuántos términos habrá entre los términos $7a$ y $7b$ de dicha sucesión?

$$\underbrace{a\ ;\ a+1\ ;\ a+2\ ;\ \dots\ ;\ b-1\ ;\ b}_{49\text{ términos}}\ ;\ \dots$$

a) 335 b) 340 c) 342
d) 334 e) 337

PROBLEMA 06

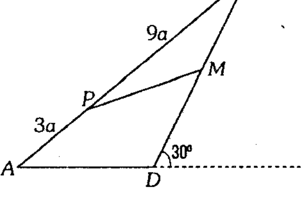
Los vértices de un triángulo tienen como coordenadas $A(-7;-2)$; $B(1;4)$ y $C(5;-1)$. Halle la longitud de la mediana trazada desde C.

a) $8u$ b) $2\sqrt{17}u$ c) $4\sqrt{3}u$
d) $8\sqrt{2}u$ e) $64\,u$

PROBLEMA 07

Calcule la longitud de la perpendicular trazada desde P hacia $\overline{AD}$, si $CD = 8$ cm y M es punto medio de $\overline{DC}$.

a) 1 cm.
b) 2 cm.
c) 1,5 cm.
d) 2,5 cm.
e) 0,5 cm.



PROBLEMA 08

Un comerciante compra mercaderías a una fábrica, donde hacen 20% de descuento sobre el precio de lista. Luego quiere fijarlo al público a un precio de tal manera que haciendo dos descuentos sucesivos del 20% y del 10% sobre su precio fijado, aún gane el 80% de su inversión. ¿Qué tanto por ciento del precio del costo es el precio de lista?

a) 100% b) 150% c) 180%
d) 125% e) 250%

PROBLEMA 09

Halle el valor de S y dé como respuesta la suma de sus cifras

$$S = \underbrace{11 + 101 + 1001 + 10001 + \ldots}_{50\text{ términos}}$$

a) 90 b) 55 c) 80
d) 60 e) 70

PROBLEMA 10

Halle el valor de

$$S = \sum_{K=2}^{6} (3K-1) + \sum_{n=5}^{8} (n^2 - n)$$

a) 200 b) 203 c) 212
d) 250 e) 271

PROBLEMA 11

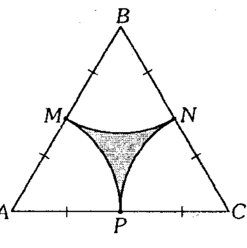
Si: $x + 2y = -3$
$x + 2z = 7$
$z + 2x = 11$

el valor de $x - y - z$ es:

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 1

PROBLEMA 12

Halle el área de la región sombreada, si ABC es un triángulo equilátero de lado igual a 4 cm y M, N y P son puntos medios y las curvas son sectores circulares.

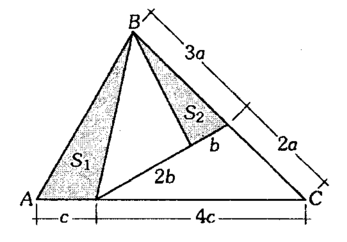


a) $\sqrt{3} - \pi$ b) $2\sqrt{3} - \pi$ c) $4\sqrt{3} - \pi$
d) $4\sqrt{3} - 2\pi$ e) $\sqrt{3} + \pi$

PROBLEMA 13

Halle la relación entre las áreas S_2 y S_1

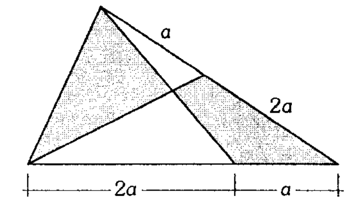
a) 1/5
b) 2/5
c) 2/3
d) 1/3
e) 4/5



PROBLEMA 14

¿Qué parte es la región sombreada de la región no sombreada

a) 1/3
b) 4/3
c) 2/3
d) 2/5
e) 1/2



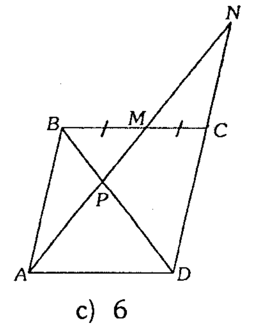
PROBLEMA 15

Si $ABCD$ es un paralelogramo, donde:

$PM = 2$ y

$MN = 6$,

calcule AP.



a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

PROBLEMA 16

Si $(x+y)$ representa la diagonal de un cuadrado M y el área de otro cuadrado N es el doble de M, el perímetro del cuadrado N es:

a) $(x+y)^2$ b) $2(x+y)$ c) $\sqrt{8}(x+y)$
d) $\sqrt{2}(x+y)^2$ e) $4(x+y)$

PROBLEMA 17

La suma de los recíprocos de dos números positivos es a la suma de dichos números como 27 es a 25. Si uno de los números es el triple del otro, halle el número mayor.

a) 2 b) 3 c) 5/3
d) 5/7 e) 5/9

PROBLEMA 18

Cierto dado tiene dos caras pintadas de azul, dos caras pintadas de blanco, una cara pintada de rojo y una cara pintada de negro. ¿Cuántas veces se tendrá que lanzar dicho dado como mínimo para obtener con seguridad un mismo color dos veces?

a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

PROBLEMA 19

Un estanque puede llenarse por tres llaves A, B y C y vaciarse por un desagüe en 24 horas. Si funcionan A y B llenarían el estanque en 8 horas; A y C en 6 horas, sin considerar que el desagüe está abierto y si A, B y C funcionan simultáneamente lo llenan en 5 horas. Halle en qué tiempo llenará el estanque la llave A trabajando sola, si el desagüe está abierto.

a) 14 h b) 22 h c) 20 h
d) 30 h e) 28 h

PROBLEMA 20

Calcule:

$$R=20\times1^2+19\times2^2+18\times3^2+\ldots+2\times19^2+1\times20^2$$

a) 16720 b) 18360 c) 15120
d) 16170 e) 15360

SIMULACRO DE R.M.#7

PROBLEMA 01

Se tienen en una urna 5 plumones azules, 6 plumones verdes, 3 plumones blancos, 4 plumones amarillos y 6 negros. ¿Cuántos plumones se deben extraer al azar y como mínimo para estar seguro de obtener 4 plumones de colores diferentes?

a) 16 b) 17 c) 14
d) 20 e) 18

PROBLEMA 02

¿Cuántos números pares que no utilizan la cifra cero, ni cinco en su escritura entre 250 y 800 existen?

a) 116 b) 120 c) 112
d) 132 e) 144

PROBLEMA 03

Cierto dinero debe ser repartido entre 5 personas cuyas edades son 4, 6 , 9 , 11 y 12 años respectivamente. Se sabe que dicho dinero al ser dividido por la edad de cada una de las personas tienen restos iguales. ¿Cuánto dinero era el monto total, si es el mínimo?

a) S/.392 b) S/.356 c) S/.387
d) S/.397 e) S/.412

PROBLEMA 04

Un número se sextuplica y se obtiene un número de cuatro cifras. Si a este número se le coloca un 8 a la derecha, entonces el número aumenta en 18 314. Halle la suma de cifras del número original.

a) 18 b) 10 c) 9
d) 12 e) 15

PROBLEMA 05

En un recipiente tenemos 80 ℓ de vino, 40 ℓ de agua y 20 ℓ de alcohol formando una sola mezcla. Se extrae una fracción de la mezcla y se reemplaza los 2/7 de lo extraído por vino y el resto por alcohol. Si al final de esta operación la cantidad de vino que queda es igual a la cantidad de alcohol que quedó ¿qué fracción se extrajo inicialmente de la mezcla?

a) 2/3 b) 1/2 c) 2/5
d) 3/4 e) 3/5

PROBLEMA 06

Se tiene 3 mezclas alcohólicas cuyos grados son número enteros que forman una sucesión aritmética. Se mezclan las 3 soluciones y se obtiene una mezcla de 80° de pureza. Halle el grado de la mezcla intermedia sabiendo que las cantidades de los alcoholes de grado superior e inferior son iguales.

a) 60° b) 70° c) 80°
d) 90° e) 50°

PROBLEMA 07

Se define $f(a^3-1)=a+59$, calcule el valor de x en:

$$f(f(f\ldots f(f(63))\ldots))=f(8x-1).$$

a) 9 b) 8 c) 6
d) 4 e) 3

PROBLEMA 08

Se define:

$$\triangle\,x^2+4x+3 \;=\; x^2-4x+3\quad;$$

además

$$\triangle\,n^3-1 \;=\; 15$$

Calcule: $E=\triangle\,n-1$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 8 e) 3

PROBLEMA 09

Determine el valor mínimo de $\sqrt{x^2+y^2}$, si $3x+4y=12$.

a) 1 b) 0 c) 2,4
d) 3,5 e) 13/5

PROBLEMA 10

Si: $\frac{f(a)}{f(a+1)}=f(a-1)$,

además $f(1)=1/2$; $f(2)=1/4$, calcule:

$$A=(\underbrace{\ldots f(f(f(f(5)+1)+1)+1)+1\ldots}_{100\text{ paréntesis}})+f(5)$$

a) 8 b) 6 c) 4
d) 3 e) 9

PROBLEMA 11

Si $m>1$ es una solución de la ecuación $\log m^{\log m^2}+\log m^5-\log 1000=0$, halle $M=m^2+\frac{10}{m^2}+1$.

a) 12 b) 3 c) 4
d) 1 e) 0

PROBLEMA 12

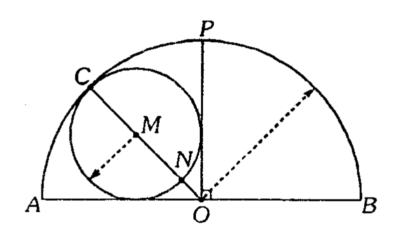
Calcule $m+n$, si se cumple que

$$\frac{7+m}{5}+\frac{2m-n}{2}=3m-3$$
$$\frac{5m-7}{5}+\frac{4m-3n}{6}=\frac{98}{5}-5m$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA 13

Calcule el área de la región triangular CNB, si $PM=2\sqrt{3}$ cm.

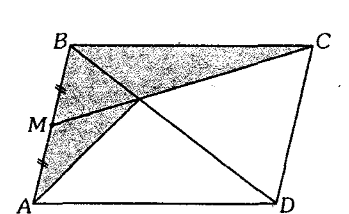


a) $2(2+\sqrt{2})\,cm^2$ b) $2(2-\sqrt{2})\,cm^2$
c) $3(3+\sqrt{3})\,cm^2$ d) $\frac{2}{3}(4-\sqrt{2})\,cm^2$
e) $\frac{5}{3}(3-\sqrt{2})\,cm^2$

PROBLEMA 14

En la figura, $ABCD$ es un paralelogramo y la distancia del punto M al lado $\overline{AD}$ es 3 cm. Si BC = 10 cm, calcule el área de la región sombreada.

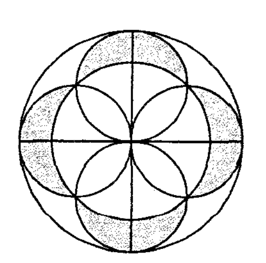
a) 15 cm^2
b) 20 cm^2
c) 25 cm^2
d) 40 cm^2
e) 30 cm^2



PROBLEMA 15

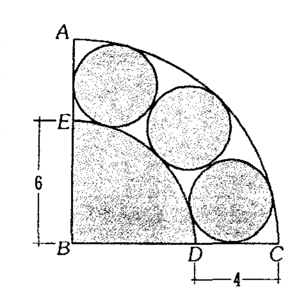
Halle el área de la región sombreada, si el radio de la circunferencia mayor mide R

a) $\frac{\pi R^2}{2}$
b) $\frac{R^2}{2}$
c) R^2
d) πR^2
e) $\frac{\pi R^2}{3}$



PROBLEMA 16

Calcule el perímetro de la región sombreada, si ABC y EBD son cuadrantes y los tres círculos son iguales.

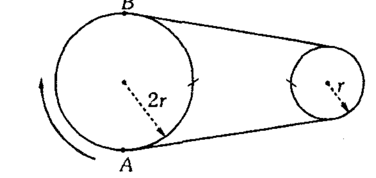


a) $15\pi + 12$ b) $10\pi - 1$ c) $12\pi + 11$
d) $15\pi + 10$ e) $12\pi + 15$

PROBLEMA 17

Si $BC//AD$ tal que $AT = 3\ TM$ y el área de la región triangular TMD es $3u^2$, halle el área de la región sombreada.

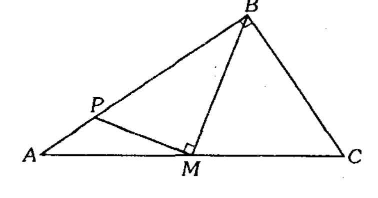
a) $18u^2$
b) $15u^2$
c) $10u^2$
d) $18u^2$ e) $14u^2$



PROBLEMA 18

¿Cuántas vueltas dará la rueda de menor radio, si el punto A pasa a la posición B?

a) 1
b) 2
c) 4/3
d) 3/2
e) 3/4



PROBLEMA 19

Si $AM = MC$; $AP = 2$ y $PB = 4$, halle AC

a) $4\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) $3\sqrt{3}$
d) 4
e) 5

B
P
A
M
C

PROBLEMA 20

En una P.G. creciente, los términos del segundo y séptimo lugar respectivamente son 14 y 448. Halle el noveno término.

a) 1412 b) 1215 c) 1105
d) 1792 e) 950

SIMULACRO DE R.M.#8

PROBLEMA 01

Gabriel, Ulises, Walter y Luis participaron en una competencia automovilística, y cuando se les preguntó por las ubicaciones que tuvieron, contestaron lo siguiente:

Gabriel 1. Quedé justo delante de Ulises
2. No quedé primero.
Ulises 3. Quedé justo delante de Walter
4. No quedé segundo.
Walter 5. Quedé justo delante de Luis
6. No quedé tercero.
Luis 7. Quedé justo delante de Gabriel
8. No quedé último.

Conociendo que solo hay dos afirmaciones ciertas, y quien ganó el concurso hizo al menos una afirmación cierta. ¿Quién ganó el concurso; si no fue Gabriel?

a) Ulises b) Walter c) Gabriel
d) Luis e) Faltan datos

PROBLEMA 02

Un supermercado tiene tres cajeras: Andrea, Elsa y Rosa quienes deben atender diariamente a 12 000 clientes. Andrea puede atender a todos los clientes en 12 h y Elsa en 16 h. Cierto día, luego de una hora de trabajo, Andrea le cedió su lugar a Elsa, que trabajó 4 h para dejar luego la atención a cargo de Rosa que terminó en 6 h. ¿Cuántas horas tardaría Rosa en atender a todos los clientes?

a) 15 b) 8 c) 12
d) 9 e) 6

PROBLEMA 03

Zulema camina en línea recta de manera curiosa desde A hacia B. Por cada 7 pasos que avanza, retrocede 3 ; hasta llegar a B. Si logró avanzar 807 pasos en total, ¿cuántos pasos fueron de retroceso?

a) 320 b) 480 c) 520
d) 650 e) 600

PROBLEMA 04

Se dejan derretir cuatro pedazos de hielo tales que el volumen de los dos primeros están en la relación de 3 a 4 y los volúmenes de los dos últimos están en la relación de 2 a 5. Si se sabe que el volumen del primero y el último están en la relación de 1 a 2 que la diferencia de los volúmenes de los otros trozos es 80 dm^3 y que el agua se dilata en 1/9 de su volumen al congelarse, ¿cuántos litros de agua se obtendrán en esta operación?

a) 650 b) 670 c) 693
d) 620 e) 690

PROBLEMA 05

Un comerciante de huevos va al mercado y comienza a negociarlos. Cuando ha vendido el 40% del total y ha ganado el

30% del costo, observa que el 31% del número de huevos que tenía inicialmente se ha roto. ¿En qué tanto por ciento deberá aumentar el precio de costo de los huevos restantes, para obtener una ganancia del 10% del precio de costo total?

a) 80% b) 62% c) 100%
d) 31% e) 42%

PROBLEMA 06

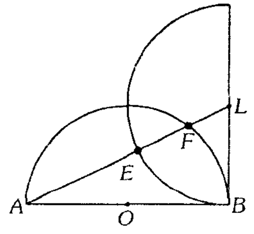
Un automóvil inicia su recorrido llevando 20 galones de gasolina en el tanque. Al momento de la partida se observa que por un agujero ubicado en el fondo del tanque pierde medio galón en cada hora. Si la rapidez del automóvil es de 80 Km. y el rendimiento de cada galón es de 40 Km. ¿cuántos kilómetros habrá recorrido el automóvil hasta el momento que se le acabe la gasolina?

a) 660 b) 400 c) 640
d) 620 e) 600

PROBLEMA 07

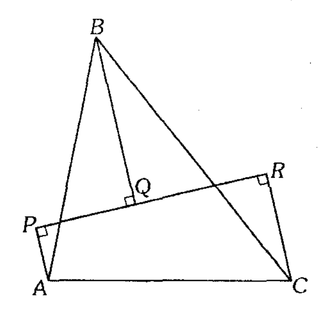
En la figura O y L son centros, $OB = BL = 5$; calcule EF.

a) 1
b) 1/2
c) $5-\sqrt{5}$
d) 2
e) $2\sqrt{5}$



PROBLEMA 08

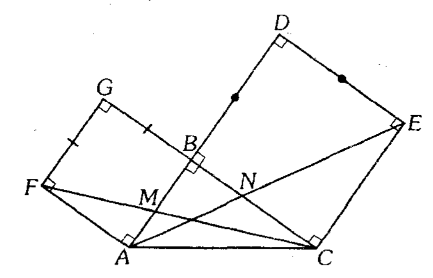
Halle BQ, si $AP = 6$ y $RC = 10$. Se sabe además que $\overline{PR}$ pasa por el baricentro del triángulo ABC.



a) 16 b) 8 c) 4
d) 10 e) 20

PROBLEMA 09

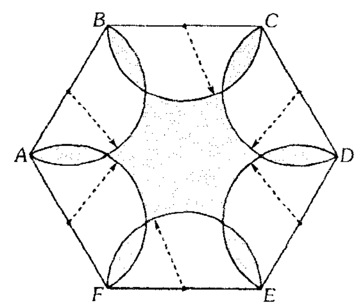
Si $BN = 4$ cm, calcule BM



a) 2 cm b) 3 cm c) 4 cm
d) 6 cm e) 8 cm

PROBLEMA 10

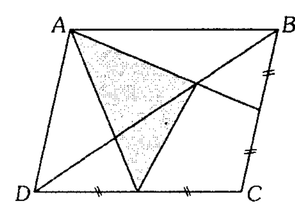
Calcule el área de la región sombreada, si el lado del hexágono regular mostrado es 4 u.



a) $2\pi u^2$ b) $4\pi u^2$ c) $5\pi u^2$
d) $6\pi u^2$ e) $8\pi u^2$

PROBLEMA 11

Si el área del paralelogramo $ABCD$ es 120 m², halle el área de la región sombreada.



a) 35 m² b) 30 m² c) 27 m²
d) 40 m² e) 25 m²

PROBLEMA 12

Calcule:

$$M=\frac{1}{1+\log_{ab}C}+\frac{1}{1+\log_{ac}b}+\frac{1}{1+\log_{bc}a}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA 13

Entre 5 personas se reparten 120 granos de trigo, de tal manera que las cantidades que reciban sean una progresión aritmética ascendente; además lo que reciban las tres últimas debe ser 7 veces lo que reciban las dos primeras. ¿Cuántos granos les corresponde a la cuarta.

a) 32 b) 48 c) 35
d) 30 e) 45

PROBLEMA 14

La operación # se define en R de la siguiente manera: $a \# b = a(b+1)$. Sabiendo que $abc = 1$, calcule

$$\frac{(a\#b)-ab}{(a\#b)+1}+\frac{(b\#c)-bc}{(b\#c)+1}+\frac{(c\#a)-ca}{(c\#a)+1}$$

a) 4 b) 3 c) –2
d) 1 e) –1

PROBLEMA 15

Se define

$$\frac{M}{}\boxed{N}=P \Leftrightarrow M=N^P$$

halle x en

$$\frac{3^{x+1}}{}\boxed{A}=2\left(\frac{3^{x-1}}{}\boxed{A}\right)$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

PROBLEMA 16

Halle el valor de

$$K=1\times5+2\times6+3\times7+\ldots+40\times44$$

a) 25 020 b) 25 120 c) 25 220
d) 25 320 e) 25 420

PROBLEMA 17

El valor de la serie

$$a+\overline{aa}+\overline{aaa}+\ldots+\underbrace{\overline{aa\ldots a}}_{87\ cifras}$$

termina en la cifra 2. Calcule las cuatro últimas cifras del valor de la serie.

a) 4682 b) 3682 c) 2682
d) 1682 e) 0682

PROBLEMA 18

Hallar la ecuación de la recta que biseca perpendicularmente al segmento que tiene por extremos los puntos (2;4) y (8;2)

a) $x+3y-14=0$
b) $3x-y-12=0$
c) $3x+y-7=0$
d) $2x+3y-9=0$
e) $2x-3y+9=0$

PROBLEMA 19

En la figura se muestra un sistema de engranajes donde se cumple que:

$$\frac{\#\,Dientes\,"A"}{\#\,Dientes\,"B"}=\frac{3}{2}\;;\;\frac{\#\,Dientes\,"D"}{\#\,Dientes\,"C"}=\frac{5}{4}$$

Si en 6 segundos "*D*" giró 2 vueltas más que "*A*". Calcular la diferencia de vueltas entre "*B*" y "*D*" en 14 segundos.

a) 5
b) 9
c) 11
d) 8
e) 7

A B C D

PROBLEMA 20

Calcule la suma de cifras de la suma de todos los números de la forma $\overline{abab}$ que se pueden escribir con los dígitos 0 ; 2 ; 8 ; 7 ; 9.

a) 18 b) 22 c) 23
d) 21 e) 15

PROBLEMA 21

¿Qué ángulo forman entre sí las manecillas del reloj a las 11,45 horas?

a) 165° b) 168° 30′ c) 178°
d) 180° e) 181° 30′

PROBLEMA 22

Calcule el número total de formas de ordenar todas las letras de la palabra CAFFEE, de modo que las vocales iguales estén juntas.

a) 20 b) 30 c) 60
d) 40 e) 50

PROBLEMA 23

Si:

$$\log_2 4+\log_2 4^2+\ldots+\log_2 4^n=\log_2 4^6$$

calcule ***n***.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

PROBLEMA 24

En el sistema:

$$\begin{cases}\log_{xy} 25=\log_x \sqrt{5}\\ y^2+6x^3=91\end{cases}$$

Calcule $\sqrt[y]{x^{21}}$

a) 5 b) 8 c) 7
d) 4 e) 9

SIMULACRO DE R.M.#9

PROBLEMA 01

En una reunión se encuentran presentes un bisabuelo, 3 padres, 4 hijos, 3 nietos, 2 bisnietos y 2 hermanos. Cada uno lanza 3 dados y obtienen entre todos 28 puntos. Si todos, excepto el bisabuelo, obtuvieron el mismo valor cada uno y la cantidad de personas reunidas es la mínima. ¿Cuál es el máximo valor que puede obtener el bisabuelo?.

a) 18 b) 13 c) 17
d) 15 e) 16

PROBLEMA 02

Compré cierta número de libros por S/.40 y cierto número de plumas por S/.40. Cada pluma costo S/.1 más que cada libro. Si el número de libros excede en 2 al de plumas, calcule la suma del número de libros y el costo de cada pluma.

a) 12 b) 16 c) 9
d) 18 e) 15

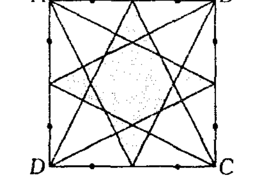
PROBLEMA 03

En una caja hay mezclados 5 pares de calcetines de color blanco y 5 pares de color negro. En otra caja hay también 5 pares de guantes de color blanco y 5 pares de color negro. Si queremos un par de calcetines y un par de guantes del mismo color (calcetines y guantes). ¿Cuál es el mínimo número de elementos que se debe extraer al azar en total?

a) 15 b) 14 c) 9
d) 23 e) 30

PROBLEMA 04

Determine el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado $ABCD$ mide $6cm$.



a) $12cm^2$
b) $18cm^2$
c) $27cm^2$
d) $18cm^2$
e) $9cm^2$

PROBLEMA 05

Los operarios A, B y C, trabajan juntos en una zapatería. Si A es un 10% más eficiente que B y éste es 33,33...% más eficiente que C y el día de hoy han echo en total 627 zapatos. ¿Cuántos zapatos ha echo B?

a) 242 b) 220 c) 165
d) 345 e) 250

PROBLEMA 06

Halle el t_{21} de la siguiente sucesión:

$$3 ; 4 ; 8 ; 17 ; ......$$

a) 2873 b) 3314 c) 2783
d) 3413 e) 2870

PROBLEMA 07

Con los dígitos 0-1-3-8 se arman números de cuatro cifras, repetidas o no, que son divisibles por 4. ¿Cuántos números diferentes se pueden formar?

a) 75 b) 48 c) 96
d) 108 e) 120

PROBLEMA 08

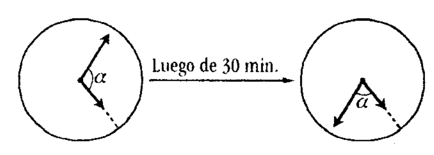
Si $a \,\Delta\, b = 2(b \,\Delta\, a) + a - 2b$
halle:

$$(((((1 \,\Delta\, 1) + 1) \,\Delta\, 2 + 2) \,\Delta\, 4 + 4) \,\Delta\, 8 + 8) \,\Delta\, 16 + 16)$$

a) 8 b) 16 c) 24
d) 32 e) 64

PROBLEMA 09

Halle α.



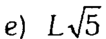
a) 97,5° b) 60° c) 37,5°
d) 75,5° e) 82,5°

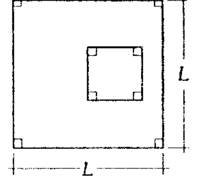
PROBLEMA 10

¿Cuánto debe medir el lado del cuadrado menor para que el área de éste sea el 20% del área del cuadrado mayor?

a) $\frac{L}{5}$ b) $\frac{L}{4}$

c) $\frac{L}{2}$ d) $L\frac{\sqrt{5}}{5}$


e) $L\sqrt{5}$



PROBLEMA 11

Las bases de un trapecio son $1cm.$ y $7cm.$ Halle la longitud del segmento paralelo a las bases que divide el trapecio en dos figuras equivalentes.

a) $3cm.$ b) $3,5cm.$ c) $4cm.$
d) $4,5cm.$ c) $5cm.$

PROBLEMA 12

Se define la siguiente operación:

$$\overline{a}\lfloor \underline{b} = c \rightarrow a = b^c \;;\; b > 0 \;,\; b \neq 1$$

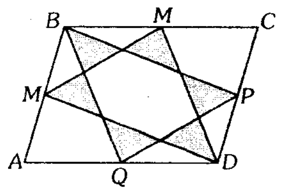
Calcular: $(7)^{5\lfloor 7}$

a) 1 b) $\sqrt[5]{7}$ c) 5
d) $\sqrt{7}$ e) 7

PROBLEMA 13

Determine el área de la región sombreada. Si el área del paralelogramo $ABCD$ mide $48cm^2$. Además M, N, P, Q son puntos medios.

a) $20cm^2$
b) $16cm^2$
c) $14cm^2$
d) $12cm^2$
e) $10cm^2$



PROBLEMA 14

Calcule $x + y + z$; si $x, y, z \in R$; además:

$$x^2 + z^2 + 2y^2 = 2xy + 6y - 9$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 4 e) 2

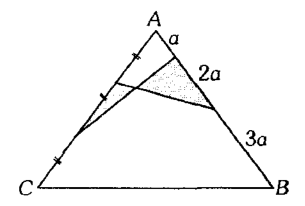
PROBLEMA 15

¿Cuántos números consecutivos a partir del 40 se debe sumar para que el resultado sea igual a la suma de la misma cantidad de números pares consecutivos a partir del 10?

a) 60 b) 61 c) 62
d) 63 e) 64

PROBLEMA 16

Calcule el área de la región sombreada, si el área del triángulo ABC es $180m^2$.



a) $22m^2$ b) $33m^2$ c) $43m^2$
d) $24m^2$ e) $30m^2$

PROBLEMA 17

Halle el décimo segundo término de la sucesión.

$$8\ ;\ 11\ ;\ 16\ ;\ 23\ ;\ \ldots\ldots$$

a) 155 b) 152 c) 151
d) 160 e) 128

PROBLEMA 18

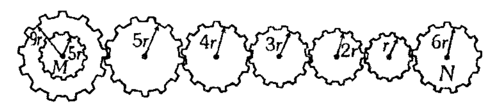
Si $a * b = 2(b * a) + a$

halle $6(8 * 9) - 3(9 * 6)$

a) –27 b) 27 c) –31
d) 18 e) –18

PROBLEMA 19

¿Cuántas vueltas dará el engranaje N, si el engranaje M da 20 vueltas?



a) 15 b) 20 c) 30
d) 40 e) 25

PROBLEMA 20

Halle el valor de x en:

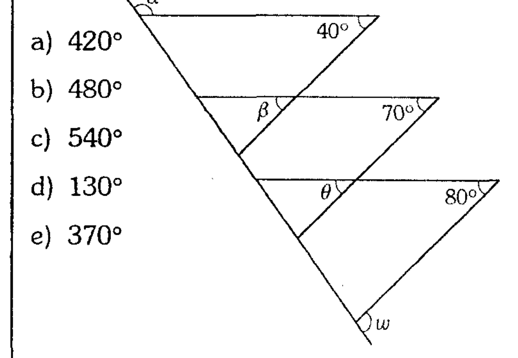
$$2^{8\sqrt{x}-2} = 4^{4\sqrt{x}-1}$$

a) $\mathbb{R}_0^+$ b) 25 c) 16
d) 9 e) 36

PROBLEMA 21

Halle $\alpha + \beta + \theta + w$

a) 420°
b) 480°
c) 540°
d) 130°
e) 370°



PROBLEMA 22

¿Cuántos jugos podemos preparar en total con 10 frutas distintas?

a) 10 b) 100 c) 1024
d) 1023 e) 511

SIMULACRO DE R.M.#10

PROBLEMA 01

Se tienen 3 montones de cerillas sobre una mesa, uno con 7 cerillas, otro con 11, y el tercero con 6. Se tiene que mover las cerillas con el fin de conseguir que cada montón tenga 8. Puede añadir a cualquier montón sólo tantas cerillas como ya contiene y todas ellas deben proceder del mismo montón. ¿Cuántos movimientos como mínimo se deben realizar?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

PROBLEMA 02

Ella tiene tres veces más de lo que tú tienes, si tuvieras S/.5 más de lo que tienes, ella tendría dos veces más de lo que tú tendrías. ¿En cuánto excede lo que tiene ella a lo que tienes tú?

a) S/.40 b) S/.45 c) S/.20
d) S/.30 e) S/.35

PROBLEMA 03

Halle la cantidad de onzas de agua que se necesita para rebajar el $n\%$ el contenido de alcohol de un frasco de loción de afeitar de 9 onzas que contiene $m\%$ de alcohol.

a) $\frac{m+n}{n}$ b) $\frac{9(m-n)}{n}$ c) $\frac{9m+n}{n}$
d) $\frac{9}{n}$ e) $\frac{9(m+n)}{n}$

PROBLEMA 04

A un cubo de madera, cuya arista mide $x\,cm$ $((x>2)$, se le pintan todas sus caras. Luego mediante cortes paralelos a sus caras se corta en x^3 cubitos con aristas de 1cm. Si el número de cubitos con solo una cara pintada es igual al número de cubitos completamente sin pintar, halle x.

a) 10 b) 8 c) 12
d) 9 e) 15

PROBLEMA 05

Al multiplicar dos números reales positivos, uno de los cuales es superior al otro en 10 unidades, un escolar erró disminuyendo en 4 la cifra de las decenas de dicho producto. Sin embargo, realizó bien la comprobación, para lo cual dividió el producto obtenido por el menor de los factores y así obtuvo 39 en el cociente y 22 en el resto. Halle la suma de los factores.

a) 39 b) 54 c) 72
d) 82 e) 100

PROBLEMA 06

Un bus que cubra la ruta Lima - Ica, llegó a Ica con una recaudación de S/.930 por los adultos y S/.360 por los niños. En el trayecto cuando subían 2 adultos, bajaba un niño y cuando bajaba 1 adulto, subían 3 niños. Si llegó a Ica con 60 adultos y

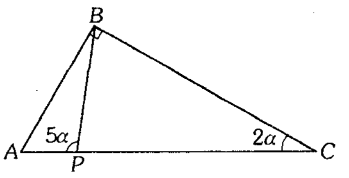
40 niños, ¿con cuántos pasajeros partió de Lima, sabiendo que cada adulto paga S/.15 y cada niño S/.8?

a) 35 b) 37 c) 93
d) 91 e) 63

PROBLEMA 07

Si $AC = 2(BP)$, halle α.

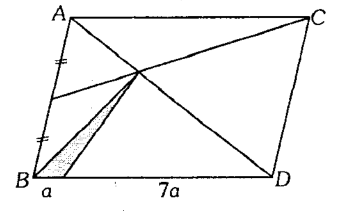
a) 10°
b) 15°
c) 20°
d) 25°
e) 30°



PROBLEMA 08

Si $ABCD$ es un romboide de $24u^2$ de área; halle el área de la región sombreada.

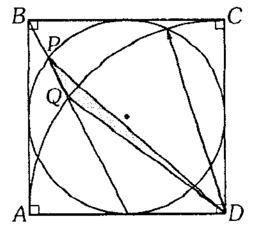
a) $1u^2$
b) $2u^2$
c) $3u^2$
d) $1,5u^2$
e) $3,5u^2$



PROBLEMA 09

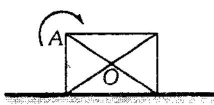
En la figura mostrada, $ABCD$ es un cuadrado. Si $AB = 2\sqrt{5}$, halle el área de la región sombreada.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) $\sqrt{5}$



PROBLEMA 10

Si el rectángulo de $6m$ por $8m$ de la figura se gira en el sentido indicado hasta que el vértice A tenga el primer contacto con la superficie. ¿Cuál es el perímetro de la región generada por el segmento OA?



a) $14\pi+10$ b) $15\pi+10$
c) $15\pi+20$ c) $14\pi+20$
d) $15\pi+10$

PROBLEMA 11

Calcule el producto de raíces de la siguiente ecuación:

$$\log x^4 + (\log x)^2 + 2\log x^6 = (\log x^3)^2 + 10^{\log 12}$$

a) 10 b) 100 c) 1/10
d) $\sqrt{10}$ e) $\sqrt[3]{10}$

PROBLEMA 12

Se define:

$$\text{(}x+3\text{)} = x^2(1-3x)+(1+3x^2)x$$

además $x > 0$. Calcule n, en.

$$(((n))) = 90$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA 13

Calcule la suma de cifras del resultado de:

$$M=(10+1)(10^2+1)(10^4+1)(10^8+1)\ldots(10^{2^{1999}}+1)$$

a) 2^{1998} b) 2^{1996} c) 2^{1672}
d) 2^{2000} e) 2^{2002}

PROBLEMA 14

Si:

$$\underbrace{11^1+15^3+16^5+21^7+25^9+26^{11}+31^{13}+\ldots}_{2002\text{ sumandos}}=\sqrt{\ldots ab}$$

calcule $a+b$.

a) 3 b) 5 c) 4
d) 6 e) 7

PROBLEMA 15

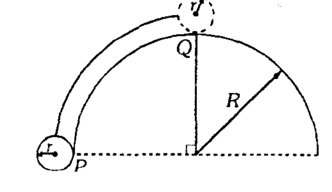
En la siguiente sucesión 7, 19, 37, 61, 91, ...; calcule la diferencia entre el penúltimo término de 3 cifras y el cuarto término de 4 cifras.

a) 565 b) 580 c) 570
d) 575 e) 585

PROBLEMA 16

Si $R=9cm.$ y $r=1cm.$ ¿Cuántas vueltas da la rueda pequeña para ir del punto P al punto Q?

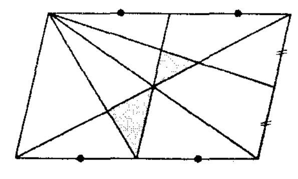
a) 2,25
b) 2,5
c) 5
d) 4
e) 3



PROBLEMA 17

Si el área del paralelogramo es de $144\,m^2$, calcule el área de la región sombreada.

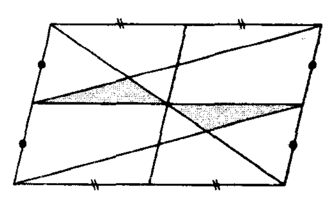
a) $9m^2$
b) $12m^2$
c) $8m^2$
d) $10m^2$
e) $6m^2$



PROBLEMA 18

Si el área del paralelogramo es $144\,m^2$, ¿cuál es el área de la región sombreada?

a) $18\ m^2$
b) $14\ m^2$
c) $10\ m^2$
d) $12\ m^2$
e) $16\ m^2$



PROBLEMA 19

Determine el valor de la siguiente serie:

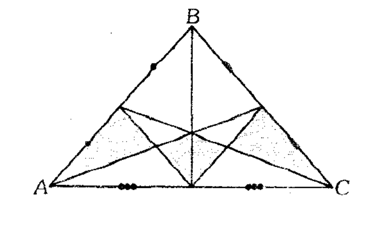
$$S=2+(2+4)+2^2+(2^2+4)+2^3+$$
$$(2^3+4)+\ldots+(2^7+4)$$

a) 536 b) 282 c) 526
d) 254 e) 538

PROBLEMA 20

En la figura, ¿qué parte del área total es el área de la región sombreada?

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$
e) $\frac{2}{3}$



SIMULACRO DE R.M.#11

PROBLEMA 01

En la llegada a la meta de los 400 metros planos en Sidney, un periodista hizo las siguientes anotaciones de los seis atletas participantes (*N*, *P*, *M*, *Q*, *K* y *X*).

- *N* llegó antes que *P* y después que *M*.
- *M* llegó después que *Q* y éste después que *K*.
- *X* llegó antes que *Q*.

¿Quién llegó en cuarto lugar?

a) *X* b) *P* c) *M*
d) *K* e) *Q*

PROBLEMA 02

Un cajón contiene cierto número de naranjas, todas del mismo peso. El peso de todas las naranjas es al peso total, como 4 es a 5. Al vender 8 naranjas, el peso de las naranjas que quedan en el cajón es al nuevo peso total, como 3 es a 4. ¿Cuántas naranjas habían inicialmente en el cajón? (Peso total = peso del cajón + peso de las naranjas).

a) 32 b) 24 c) 34
d) 26 e) 28

PROBLEMA 03

Tres amigos se reparten S/.550 de manera que lo recibido por Pedro es a lo de Raúl como 7 es a 3 y lo recibido por Daniel es a lo de Pedro como 5 es a 2. ¿Cuánto más recibió Daniel de lo que recibieron Pedro y Raúl juntos?

a) S/.120 b) S/.135 c) S/.140
d) S/.145 e) S/.150

PROBLEMA 04

En una reunión, el 60% de todos los asistentes son varones. Luego de dos horas se retiran 45 personas, que representan el 75% de todos los asistentes. ¿Cuántas mujeres asistieron a la reunión?

a) 20 b) 34 c) 26
d) 25 e) 24

PROBLEMA 05

Un auto parte de Lima a Chosica a las 13 horas con una rapidez de 120 *km./h*; otro auto parte de Chosica 8 minutos antes con una rapidez de 90*km/h*. y es encuentran a las 13 horas 42 minutos. ¿Qué distancia recorrió el auto que partió de Chosica hasta el punto de encuentro?

a) 85 *km*. b) 80 *km*. c) 60 *km*.
d) 75 *km*. e) 65 *km*.

PROBLEMA 06

La siguiente sucesión lineal de razón "*r*" $\overline{4a0},\ldots,\overline{8aa}$, tiene 68 términos. Calcule la suma de cifras de:

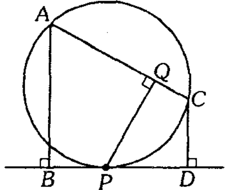
$$\left[\underbrace{\left(\frac{r}{2}\right)\left(\frac{r}{2}\right)\left(\frac{r}{2}\right)\cdots\left(\frac{r}{2}\right)(2a)}_{\overline{ar}\ cifras}\right]^2$$

a) 169 b) 256 c) 196
d) 163 e) 157

PROBLEMA 07

Halle PQ, si $AB=9$, $CD=4$ y P es punto de tangencia.

a) 6
b) 8
c) 10
d) 12
e) 4



PROBLEMA 08

De 190 personas, entre americanos y europeos que asistieron a un Congreso, se supo que 110 eran varones, 100 americanos y 16 mujeres eran europeas. ¿Cuántos varones eran europeos?

a) 36 b) 64 c) 74
d) 32 e) 48

PROBLEMA 09

Dos personas intervienen en un juego y el que pierde abonará a la otra S/.1. Una de ellas empieza con S/.69 y la otra con S/.30. Si después de cierto número de juegos, la primera persona quien ha ganado todas las partidas, posee 5 veces lo que posee la segunda más S/.3; determine cuántas partidas han jugado.

a) 8 b) 10 c) 21
d) 14 e) 16

PROBLEMA 10

Se realiza una encuesta a 100 trabajadores en la fábrica **El Primero**, de donde se obtuvo la siguiente información.

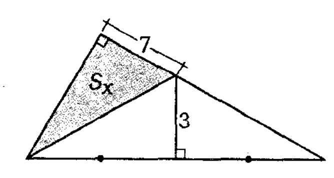
- 25 de las mujeres estaban casadas.
- Todos los hombres tenían más de 20 años.
- 10 de las mujeres casadas tenían más de 20 años.
- 15 de los trabajadores casados tenían más de 20 años.

Si hay 60 personas que tienen más de 20 años, ¿cuántas mujeres solteras tienen menos de 20 años? y ¿cuántos hombres casados hay?

a) 40 y 10 b) 30 y 15 c) 25 y 5
d) 20 y 10 e) 10 y 15

PROBLEMA 11

Calcule S_x



a) 14 b) $14\sqrt{2}$ c) 15
d) $15\sqrt{2}$ e) 16

PROBLEMA 12

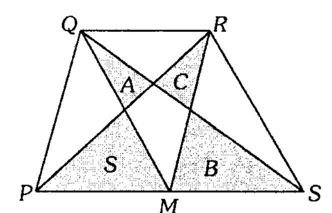
Determine el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 12 y 20 *cm*. además sus diagonales son perpendiculares.

a) 272 cm^2 b) 144 cm^2 c) 256 cm^2
d) 196 cm^2 e) 225 cm^2

PROBLEMA 13

El en siguiente trapecio, calcule el valor de S. $A = 5m^2$; $B = 10m^2$; $C = 4m^2$ y M es punto medio de $\overline{PS}$.

a) $11\ m^2$
b) $9\ m^2$
c) $16\ m^2$
d) $1m^2$
e) $\frac{25}{3}m^2$



PROBLEMA 14

Si el área total del paralelogramo $ABCD$ es "a" m^2, calcular el área de la región sombreada.

a) $\frac{5a^2}{48}$
b) $\frac{3a^2}{19}$
c) $\frac{7a^2}{24}$
d) $\frac{a^2}{24}$ e) $\frac{2a^2}{19}$

PROBLEMA 15

Si el lado del cuadrado $ABCD$ es $8m$, calcular el área de la región sombreada.

a) $22m^2$ b) $48m^2$
c) $25m^2$ d) $24m^2$
e) $32m^2$

PROBLEMA 16

En la siguiente sucesión geométrica:

$$m\ ;\ (m + 14)\ ;\ 9m\ ;\ \ldots\ldots$$

Calcular la suma de cifras del 5to. término.

a) 14 b) 23 c) 9
d) 18 e) 11

PROBLEMA 17

Dada la siguiente sucesión, ¿cuántos de sus términos tendrán 3 cifras?

$$7\ ;\ 11\ ;\ 15\ ;\ \ldots\ldots$$

a) 112 b) 224 c) 225
d) 242 e) 211

PROBLEMA 18

Un caño llena un pozo en 3 horas y otro lo vacía en 6 horas. ¿En qué tiempo se llenará el pozo, si se abre el desagüe una hora después de abrir el caño?

a) 3 h b) 3,5 h c) 4 h
d) 5 h e) 6 h.

PROBLEMA 19

Dos albañiles pueden construir un muro en 20 días, pero trabajando por separado uno tardaría 9 días, más que el otro. ¿Qué tiempo tardará este otro?

a) 36 días b) 40 días c) 45 días
d) 48 días e) 54 días

PROBLEMA 20

En una granja hay "a" gallinas, "b" patos, "c" conejos y "d" pavos. ¿Qué parte de la granja no son mamíferos?

a) $\frac{a}{(a+b+c+d)}$ b) $\frac{(a+b+d)}{(a+b+c+d)}$
c) $\frac{(a+b+c)}{(b+c+d)}$ d) $\frac{(a+b+d)}{(a+b+d)}$
e) $\frac{(a+b+d)}{c}$

SIMULACRO DE R.M.#12

PROBLEMA 01

Jessica, Miriam, Manuel y Jacinto enseñan Historia, Geografía, Álgebra y Física, aunque no necesariamente en ese orden:

- Manuel es amigo del profesor de Geografía.
- El que enseña Álgebra no conoce a Miriam ni al que enseña Física.
- Jacinto y el que enseña Física son amigos en común con el que enseña Geografía.
- El único amigo de Jessica es Jacinto.

Entonces, la relación correcta es:

a) Jacinto – Geografía
b) Manuel – Álgebra
c) Jessica – Física
d) Miriam – Geografía
e) Miriam – Historia

PROBLEMA 02

Se tienen 3 grupos de obreros: "*A*", "*B*" y "*C*". Cada obrero de "*B*" es 20% más eficiente que cada obrero de "*A*" y cada obrero de "*C*" es 50% más eficiente que cada obrero de "*B*". Si se forma un grupo con 8 obreros de "*A*", 4 obreros de "*B*" y 4 obreros de "*C*", se haría los 3/8 de una obra en 27 días. Para acabar el resto de la obre se forma otro grupo con obreros de "*A*", "*B*" y "*C*" en proporciones de 3, 2 y 1 respectivamente, acabando así en los 5/9 del tiempo que si hubiese continuado el grupo inicial. ¿Cuántos obreros conformaban el último grupo?

a) 30　　b) 180　　c) 5
d) 35　　e) 25

PROBLEMA 03

Halle la suma de las raíces de la ecuación:

$$2^{2x+4}-129(2^{x})=-8$$

a) 2　　b) –1　　c) 3
d) 1/4　　e) 0

PROBLEMA 04

Sea *Q* el cuadrado de la distancia del origen al punto *P*(*x*;*y*) en la recta que pasa por los puntos (0;4) y (2;0). ¿Qué coordenada de *P* determina que *Q* tenga el valor mínimo?

a) $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$　　b) $\left(\frac{2}{7};\frac{5}{7}\right)$　　c) $\left(\frac{8}{5};\frac{4}{5}\right)$
d) $\left(\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right)$　　e) $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

PROBLEMA 05

Un obrero puede realizar una obra en 12 días, después de 3 días se contrata a un ayudante con el cual avanza hasta la mitad de la obra en un día; seguidamente contrata a otro ayudante y termina lo que faltaba en un día. Si los dos ayudantes

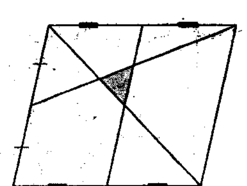
hicieran toda la obra ¿cuántos días demoraron?

a) 24 días b) 2,4 días c) 2 días
d) 18 días e) 2,6 días

PROBLEMA 06

En la figura del paralelogramo es 144 m^2. Hallar el área de la región sombreada.

a) 1 m^2
b) 2 m^2
c) 3 m^2
d) 4 m^2
e) 6 m^2



PROBLEMA 07

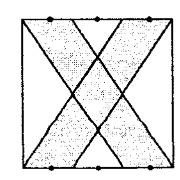
Entre dos números cuadrados perfectos consecutivos están comprendidos 144 números enteros. Halla el primero de los números comprendidos y dar como respuesta la suma de sus cifras.

a) 12 b) 15 c) 20
d) 18 e) 19

PROBLEMA 08

Calcular el área de la región sombreada, si *ABCD* es un cuadrado de lado 6*u*.

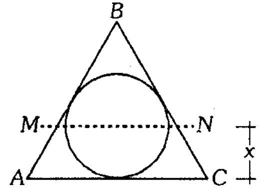
a) $21u^2$
b) $15u^2$
c) $18u^2$
d) $9u^2$
e) $10u^2$



PROBLEMA 09

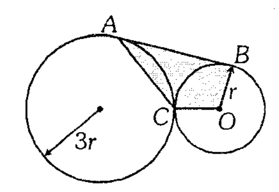
El triángulo *ABC* es equilátero, el diámetro de la circunferencia es igual a $2\sqrt{3}$ *cm.* y la paralela *MN* mide 5*cm*. Entonces "*x*" mide:

a) 1 *cm.*
b) 2 *cm.*
c) 1,5 *cm.*
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ *cm.*
e) $\sqrt{3}$ *cm.*



PROBLEMA 10

Halle el área de la región sombreada, si *A*, y *C* son puntos de tangencia.



A) $\frac{7\sqrt{2}}{4}r^2$ b) $\frac{7\sqrt{5}}{4}r^2$ c) $\frac{7}{2\sqrt{2}}r^2$

d) $\frac{7}{2\sqrt{3}}r^2$ e) $\frac{7\sqrt{3}}{4}r^2$

PROBLEMA 11

Halle la suma de las cifras de la suma de todos los números de 6 cifras, cuya suma de cifras es 53 unidades.

a) 48 b) 52 c) 38
d) 42 e) 50

PROBLEMA 12

Se define la operación (•) en la siguiente tabla.

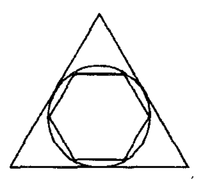
•	1	2	3	4
1	3	5	7	9
2	7	9	11	13
3	11	13	15	17
4	15	17	19	21

Calcular: $21 \bullet 20$

a) 51 b) 71 c) 101
d) 121 e) 144

PROBLEMA 13

En el siguiente gráfico, el cociente del perímetro del triángulo equilátero circunscrito entre el perímetro del hexágono regular inscrito es de:



a) $3\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

PROBLEMA 14

Se sabe que el precio de un diamante varía proporcionalmente con el cuadrado de su peso. Si un diamante se divide en 2 partes que son entre sí como 2 es a 3, ocasiona una pérdida de S/.1 176. ¿Qué pérdida ocasiona si dicho diamante se divide en 2 partes que son entre sí como 3 es a 4?

a) S/.1000 b) S/.950 c) S/.1050
d) S/.1150 e) S/.1200

PROBLEMA 15

¿Cuántos términos de la sucesión 13; 16; 19; ... ; 613 resultan tener raíz cuadrada exacta al sumarle dos unidades?

a) 8 b) 7 c) 6
d) 5 e) 0

PROBLEMA 16

Se define $f(n+1) = f(n+2) - f(n)$; para $n \geq 1$.

Además: $f(12) = f(14) = 12$
Calcule: $f(10) + f(9) + f(8)$

a) 48 b) 56 c) 32
d) 24 e) 42

PROBLEMA 17

Un estudiante leyó hasta el final un libro de 480 páginas, leyendo cada día la misma cantidad de páginas. Si él hubiera leído cada día 16 páginas más, hubiera terminado de leer el libro 5 días antes. ¿En cuántos días leyó el libro?

a) 15 b) 16 c) 14
d) 13 e) 17

PROBLEMA 18

Con 180 soles se compraron naranjas. El vendedor hace la observación que si compraran 6 naranjas más con el mismo dinero, resultaría a sol menos cada naranja. ¿Cuántas naranjas se han adquirido en total?

a) 30 b) 36 c) 60
d) 90 e) 25

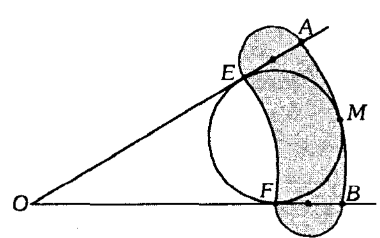
PROBLEMA 19

Se tiene una mezcla de 70ℓ de agua y alcohol, siendo el agua el 70% de la mezcla. ¿Cuántos litros de esta mezcla se tendrá que extraer, para que al ser reemplazados por la misma cantidad de alcohol puro la mezcla resultante tenga 80% de alcohol?

a) 25ℓ b) 30ℓ c) 40ℓ
d) 35ℓ e) 50ℓ

PROBLEMA 20

En la figura adjunta $m\measuredangle AOB = 60°$, además $OA = OB = R$; O es centro de arcos $\widehat{EF}$ y $\widehat{AB}$; $\overline{AE}$ y $\overline{BF}$ son diámetros. Hallar la longitud de la curva que determina la región sombreada.



a) $\frac{2\pi R(6-\sqrt{3})}{3}$ b) $\frac{2\pi R(3+\sqrt{3})}{3}$

c) $\frac{2\pi R(6-\sqrt{3})}{9}$ d) $\frac{2\pi R(3+\sqrt{3})}{9}$

e) $\frac{2\pi R(3-\sqrt{3})}{9}$

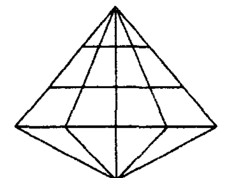
PROBLEMA 21

Para una rifa se venden 20 boletos, comprando Adolfo 2 de ellos. Si se ofrecen dos premios. ¿Cuál es la probabilidad de que Adolfo obtenga sólo uno de los premios?

a) 19/95 b) 1/190 c) 3/190
d) 18/95 e) 5/98

PROBLEMA 22

Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura.



a) 42
b) 48
c) 44
d) 46
e) 50

PROBLEMA 23

Se define:

$$f(x) = \sqrt{1 + f(x-1)}$$

$$f(1) = 63$$

Calcule: $E = f(2005) - (f(2006))^2$

a) 1 b) 0 c) −1
d) 3 e) 2

PROBLEMA 24

Si: $\log_{16} 12 = \frac{1}{2x}$

Calcule: $\log_{12} 48$

a) $\frac{1}{x}$ b) $2x$ c) $x+1$
d) $x-1$ e) $2x+1$

SIMULACRO DE R.M.#13

PROBLEMA 01

José, Pablo y Pedro tiene dos ocupaciones cada uno: chofer, contrabandista, pintor, jardinero, bombero y músico. El chofer ofendió al músico riéndose de su cabello largo, el músico y el jardinero solían pasear con José, el pintor compró al contrabandista un reloj de Suiza, el chofer cortejaba a la hermana del pintor; Pablo debía S/.500 al jardinero, Pedro venció a Pablo jugando dado. ¿Qué ocupación tenía José?

a) contrabandista – músico
b) bombero – músico
c) pintor – bombero
d) chofer – jardinero
e) jardinero – músico

PROBLEMA 02

La figura mostrada es una hoja cuadriculada de 9*cm.* por 5*cm.* Determinar el número máximo de cuadrados de 3*cm.* de lado.

a) 24 b) 32
c) 21 d) 12
e) 15

Manuel, Juan, Américo, María y Roxana se sientan en una banca. ¿De cuántas formas diferentes lo podrán hacer, si entre las mujeres se debe quedar un hombre?

a) 6 b) 12 c) 36
d) 54 e) 72

PROBLEMA 04

Un botones recibe las llaves de 6 habitaciones. ¿Cuántas veces como mínimo tendrá que probar las llaves para estar seguro de poder abrir las puertas?

a) 6 b) 21 c) 20
d) 15 e) 16

PROBLEMA 05

Norma tiene 3 vestidos, 4 faldas (2 iguales), 3 pantalones (2 iguales) y 5 blusas (3 iguales). ¿De cuántas maneras diferentes puede vestirse, utilizando dichas prendas?

a) 18 b) 180 c) 42
d) 38 e) 60

PROBLEMA 06

Si las bases de un trapecio tiene las ecuaciones.

$$4x - 3y + 10 = 0 \; ; \; 8x - 6y + 30 = 0$$

Hallar la altura del trapecio.

a) $1u$ b) $20u$ c) $1{,}5u$
d) $1{,}2u$ e) $0{,}5u$

PROBLEMA 07

Se tienen 3 números enteros positivos que forman una progresión aritmética creciente, donde la razón es igual al doble del menor. Si se considera un sistema de logaritmo cuya base sea el menor de los tres términos de la P.A. y se toma logaritmo del producto de los tres términos de la P.A. el resultado sería igual a $4+\log_3 5$. Hallar la suma de los términos de la progresión.

a) 15 b) 18 c) 21
d) 24 e) 27

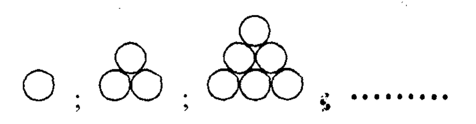
PROBLEMA 08

Una obra puede ser echa por A y B en 6 días, por B y C en 8 días y por A y C en 12 días. La obra es empezada por los 3 juntos y cuando ya han echo las 3/4 partes de la obra, A se retira, y B y C continúan hasta que hayan echo la mitad de lo que quedaba, entonces se retira B, terminando C lo que falta de la obra. ¿En cuántos días se hizo toda la obra?

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

PROBLEMA 09

Se tienen los siguientes grupos de esferas.



Si en el último grupo hay la cuarta parte de las esferas que hay en total, ¿cuántas hay en el último grupo?

a) 36 b) 45 c) 55
d) 66 e) 78

PROBLEMA 10

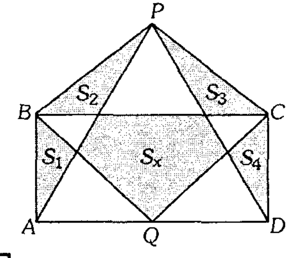
Tres hermanos llegan de viaje y se hospedan en un hotel en habitaciones individuales. ¿Cuál es la probabilidad de que ellos se hospeden en un mismo piso? Dicho hotel tiene 4 pisos, sabiendo que en el primer piso hay 2 habitaciones ocupadas, en el segundo piso una y en cada piso hay 5 habitaciones.

a) $\frac{3}{173}$ b) $\frac{4}{207}$ c) $\frac{5}{173}$
d) $\frac{4}{59}$ e) $\frac{5}{136}$

PROBLEMA 11

Según el rectángulo $ABCD$, calcule S_x si $S_1+S_2+S_3+S_4=6u^2$.

a) $4\ u^2$
b) $6\ u^2$
c) $8\ u^2$
d) $10\ u^2$
e) $12\ u^2$



PROBLEMA 12

Halle el resultado de:

$$\overline{(x+1)(x+2)}^{\,x^9}$$

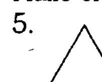
Sabiendo además que:

$$9^x+25^x\cdot 2=5^{2x}+2\cdot 15^x$$

a) 12 b) 144 c) 34
d) 1 e) 4

PROBLEMA 13

Halle el número de triángulos en la figura 5.



a) 40 b) 55 c) 35
d) 60 e) 75

PROBLEMA 14

Considere el experimento de lanzar dos dados comunes. Cada resultado del experimento se designa como $(x;y)$ donde $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ pueden tomar valores de 1 a 6.
Si U es el universo de todos los resultados posibles del experimento y además:

$$A=\{(x;y)\in U/x+y\leq 4\}$$

$$B=\{(x;y)\in U/4<x+y\leq 6\}$$

Calcule el valor de K, si: $K=\frac{n(A\cup B)}{n(U)}$

a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{1}{36}$
d) $\frac{6}{13}$ e) $\frac{1}{6}$

PROBLEMA 15

Un rollo de papel, cuyo diámetro es de 30*cm*. consiste en 500 vueltas de papel fuertemente enrolladas en un cilindro de 10*cm*. de diámetro. ¿Qué longitud tiene el papel?

Obs.: $\pi=3.1415$

a) 316,5*m* b) 3141,5*m*
c) 314,15*m* d) 31,415*m*
e) 316,8*m*

PROBLEMA 16

Un pozo de 6*m* de diámetro y 15 *m*. de profundidad fue abierto por 18 hombres en 25 días. Se quiere aumentar el radio a 4*m*. Habiéndose despedido a 4 obreros. ¿Cuánto tiempo demorarán los restantes?

a) 18 días b) 10 días c) 15 días
d) 12 días e) 25 días

PROBLEMA 17

Un cierto número multiplicado por 2, por 3 y por 7 da tres números cuyo producto es 55902. ¿Cuál es este número?

a) 14 b) 17 c) 11
d) 18 e) 21

PROBLEMA 18

Para buscar petróleo, se colocó una torre en el Mar del Norte, sobre un pesado zócalo de hormigón, la altura que emergía, con la mar en calma era de 40*m*. Una violenta tempestad la volcó por su base. La catástrofe fue filmada desde una plataforma cercana y se observó así que el extremo de la torre desapareció en el mar a 84*m*. del punto por donde emergía anteriormente. ¿Cuál es la profundidad del agua en ese lugar?

a) 65,5 *m*. b) 68,2 *m*. c) 67,3 *m*.
d) 66,3 *m*. e) 69,1 *m*.

PROBLEMA 19

En un campeonato de fútbol participaron "*n*" equipos y jugaron todos contra todos en *dos ruedas*. Sabiendo que los equipos

jugaron "11n" partidos. Calcular "n". (Dar como respuesta la suma de cifras).

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

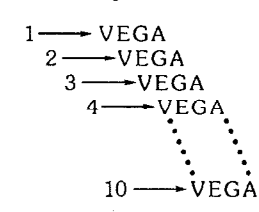
PROBLEMA 20

Un obrero fabrica cierto lote de piezas en 12 días, trabajando 7 horas diarias, de las que ha de dedicar cada día 1 hora para la preparación de herramientas. Un empresario quiere que el lote de piezas esté listo en 10 días. ¿Cuántos minutos más deberá trabajar cada día el obrero para cumplir con su objetivo?

a) 84 *min.* b) 72 *min.* c) 144 *min.*
d) 156 *min.* e) 86 *min.*

PROBLEMA 21

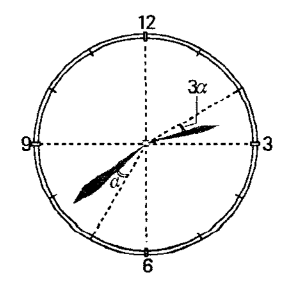
Halle el total de palabras VEGA.



a) 68 b) 299 c) 92
d) 301 e) 888

PROBLEMA 22

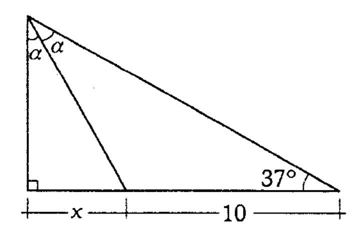
¿Qué hora indica el reloj de la figura?



a) 2:36 b) 2:37 c) 2:38
d) 2:39 e) 2:40

PROBLEMA 23

Calcule "x" en:



a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

PROBLEMA 24

Se define:

$$\textcircled{x} = \begin{cases} x+1 & ; \quad x: \text{impar} \\ x+2 & ; \quad x: \text{par} \end{cases}$$

Calcule: $M = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \ldots + \textcircled{100}$

a) 52000 b) 5200 c) 600
d) 5050 e) 100

PROBLEMA 25

Si: $\log_x(0,5) = \sqrt{2}$

$\log_{(0,5)} y = \sqrt{8}$

Calcule $\log_y x$.

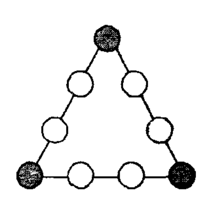
a) $\frac{1}{4}$ b) 4 c) 2
d) $\frac{1}{2}$ e) $\sqrt{8}$

SIMULACRO DE R.M.#14

PROBLEMA 01

Hay que distribuir los 9 primeros números naturales en el triángulo mostrado tal que la suma de cada lado sea K. Dé como respuesta la mayor suma que puede obtenerse al sumar los 3 vértices.

a) 24
b) 18
c) 15
d) 6
e) 11



PROBLEMA 02

Dos hombres, Andrés y Beto parten el uno al encuentro del otro en forma simultánea de los extremos de una calle distantes 500 metros, con rapideces de $6m/s.$ y $4m/s$ respectivamente. Andrés lleva una paloma mensajera que va desde él hacia Beto y viceversa hasta que se encuentran. La rapidez que lleva la paloma es $35m/s$. ¿Cuál es el recorrido total que realiza la paloma?

a) $1507m$ b) $17050m$ c) $10570m$
d) $1570m$ e) $1750m$

PROBLEMA 03

El dueño de una tienda de venta de autos desea colocar en la puerta de su establecimiento un letrero con un lema que lo identifique. En principio tiene como candidatos los siguientes lemas:

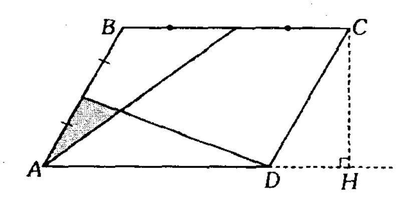
I. Un buen auto no es barato.
II. Un auto barato no es bueno.
III. Un auto es bueno o no es barato.
IV. Un auto no es bueno y barato a la vez.

Su hijo que estudia en la universidad colabora determinando que hay lemas que son equivalentes. ¿Cuales son?

a) I, IV b) I, II, IV c) I, II, III
d) I, II, IV e) II, III

PROBLEMA 04

Halle el área de la región sombreada, $ABCD$ es el paralelogramo;
$AD = 12m.$; $CH = 10m.$



a) $4\ m^2$ b) $6\ m^2$ c) $8\ m^2$
d) $10\ m^2$ e) $12\ m^2$

PROBLEMA 05

Suponga que un dado se ha cargado de manera que la probabilidad que salga un número determinado es proporcional al mismo. Calcule la probabilidad que se

obtenga un número par o menor que 4 al hacer el lanzamiento de dicho dado.

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{16}{21}$ c) $\frac{5}{21}$
d) $\frac{20}{21}$ e) $\frac{1}{21}$

PROBLEMA 06

En cierto instante un reloj marca 2 minutos menos de lo debido aunque va adelantándose. Si marcase 3 minutos menos de lo que debe marcar, pero se adelantara al día 1/2 minuto más de lo que se adelanta, entonces marcaría la hora exacta un día antes. ¿Cuántos minutos al día se adelanta este reloj?

a) $\frac{1}{2}$min. b) 1min. c) $1\frac{1}{2}$min.
d) 2min. e) $2\frac{1}{2}$min.

PROBLEMA 07

Sea $H(x)=2H(x-1)$; $\forall x \in Z$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa si $H(0)=1$?

a) $H(3)=H(1)\times H(2)$
b) $H(1)=H(3)\div H(2)$
c) $H(3)=H(4)\div H(1)$
d) $H(2)=H(6)\div H(1)$
e) $H(4)=[H(1)]^4$

PROBLEMA 08

Se marcan 12 puntos sobre una circunferencia. ¿Cuántos polígonos convexos distintos de tres o más lados, pueden dibujarse usando algunos de los doce puntos, o todos ellos, como vértices? (Dos polígonos son distintos a menos que tengan los mismos vértices)

a) 1 024 b) 1 023 c) 4 976
d) 4 096 e) 4 017

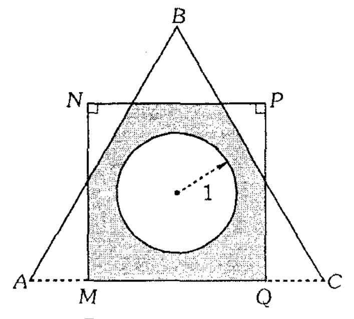
PROBLEMA 09

La población de una ciudad es de 400 personas, 150 personas son varones jóvenes; 60 son ancianos de más de 94 años de edad y el resto son damas entre 18 y 25 años. Al cabo de 10 meses la población aumentó a 650 personas. ¿Cuántas parejas de mellizos nacieron, si no hubo partos de 3 o más niños, y no existen mujeres sin hijos?

a) 120 b) 95 c) 100
d) 60 e) 61

PROBLEMA 10

ABC: triángulo equilátero, *MNPQ*: cuadrado de lado $4\sqrt{3}$, $QC=2$. Halle el perímetro de la región sombreada.



a) $2\pi+12\sqrt{3}-4$ b) $2\pi+6\sqrt{3}+4$
c) $2\pi+2\sqrt{3}-6$ d) $2\pi+12\sqrt{3}+4$
e) $2\pi-12\sqrt{3}+4$

PROBLEMA 11

Sea $P=(L,M,M,J,V,S,D)$ el conjunto de los días de la semana, donde cada día está representado por su inicial.
Definimos una operación de:

$$P \times N \longrightarrow P$$

mediante la siguiente regla: x • n = y
donde "y" es el día de la semana, "n" días posterior a "x". Halle el resultado de la siguiente operación.

$$[(L \bullet 18) \bullet 30] \bullet 22$$

a) L b) M c) J
d) V e) D

PROBLEMA 12

Un tanque de agua posee 3 conductos para su desagüe, uno en el fondo, el segundo a 1/3 de altura sobre el fondo y el otro a la mitad de su altura. Cualquiera de ellos puede desocupar el líquido que está sobre ellos en 12 horas cada uno. ¿En qué tiempo aproximadamente se desocupará totalmente el tanque si estando lleno se abren los 3 grifos a la vez?

a) 2 *h.* b) 2 *h.* c) 8 *h.*
d) 12 *h.* e) 6 *h.*

PROBLEMA 13

Un reloj atrasa 1/4 de minuto durante el día, pero, debido al cambio de temperatura, adelanta 1/3 de minuto durante la noche. ¿Al cabo de cuántos días habrá adelantado 2 minutos, sabiendo que ahora que empieza la noche, marca la hora exacta?

a) 20 días b) 20,5 días c) 21 días
d) 22,5 días e) 24 días

PROBLEMA 14

Halle $p+q$

$$p=25+5+1+\tfrac{1}{5}+\tfrac{1}{25}+\ldots$$

$$q=7+\tfrac{7}{2}+\tfrac{7}{4}+\tfrac{7}{8}+\tfrac{7}{16}+\ldots$$

a) $\frac{181}{4}$ b) $\frac{172}{6}$ c) $\frac{184}{5}$
d) $\frac{184}{3}$ e) $\frac{105}{4}$

PROBLEMA 15

Un automóvil debe recorrer 30*km*. con cierta rapidez. Después de recorrer 5*km*. disminuye su rapidez en 1*km/h*. con el cual avanza hasta la mitad del camino donde incrementa su rapidez en 2*km/h*. y llega en el mismo tiempo que hubiera demorado sin variar su rapidez. Hallar su rapidez inicial.

a) 10 *km/h* b) 12 *km/h* c) 3 *km/h*
d) 4 *km/h* e) 5 *km/h*

PROBLEMA 16

¿Cuál de las expresiones es la mayor de todas?

a) $2^{2^{2^2}}$ b) 22^{2^2} c) $2^{2^{22}}$
d) 2^{22^2} e) 2^{222}

PROBLEMA 17

Determine el menor valor entero de "m" de forma tal que la raíz de la ecuación sea mayor que 1.

$$\frac{3}{x}=\frac{2m-1}{x+m}$$

a) –5 b) –4 c) –3
d) –2 e) –1

PROBLEMA 18

Calcule S.

$$S=1+3\times2+5\times4+7\times8+9\times16+\ldots$$
$$\ldots+(2n-1)\times2^{n-1}$$

a) $2^n(2n-3)+3$
b) $(2n-3)2+3$
c) $2^n(2n-3)+1$
d) $2^n(n+3)-7$
e) $2^n(2n-1)+5$

PROBLEMA 19

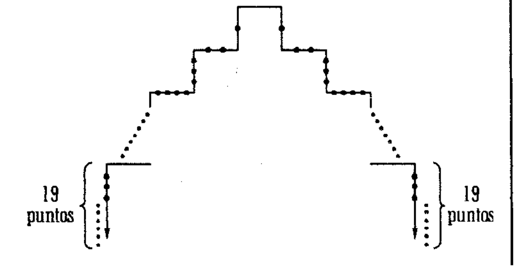
Halle el menor valor de $f(x)$.

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x} \quad ; \quad x\in \mathbb{R}^+$$

a) 1 b) –2 c) 3
d) 2 e) 0

PROBLEMA 20

Halle el número total de segmentos.

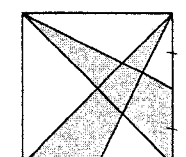


a) 3 078 b) 3 080 c) 3 079
d) 2 036 e) 4 200

PROBLEMA 21

Calcule el área de la región sombreada, si el área del cuadrado es $120m^2$.

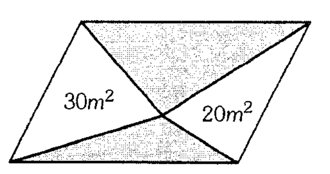
a) $50m^2$
b) $52m^2$
c) $54m^2$
d) $60m^2$
e) $64m^2$



PROBLEMA 22

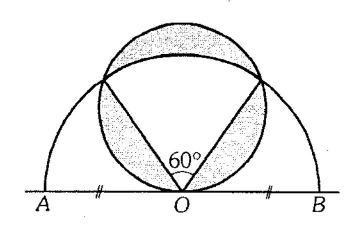
En el siguiente paralelogramo, se pide calcular el área de la región sombreada.

a) $25m^2$
b) $30m^2$
c) $50m^2$
d) $60m^2$
e) $75m^2$



PROBLEMA 23

En la figura, calcular el perímetro de la figura sombreada, si $AB = 12$.

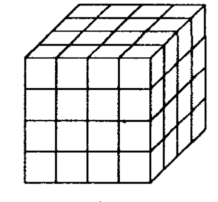


a) $4\pi\sqrt{3}+2\pi+12$ b) $6\pi\sqrt{3}+2\pi+6$
c) $4\pi\sqrt{3}+2\pi+6$ d) $4\pi\sqrt{3}+4\pi$
e) $4\pi\sqrt{3}+2\pi+5$

SIMULACRO DE R.M.#15

PROBLEMA 01

Si el cubo de la figura es totalmente pintado de rojo, ¿cuántos cubitos tendrán 2 de sus caras pintadas y cuántos, ninguna cara pintada?



a) 24 ; 8
b) 28 ; 8
c) 26 ; 9
d) 22 ; 27
e) 24 ; 27

PROBLEMA 02

Un recipiente metálico de forma cilíndrica y de radio $\frac{2}{\sqrt{\pi}}m.$ está lleno de agua y puede ser vaciado en 4 horas mediante una tubería que arroja 1ℓ por segundo. Si la cuarta parte del líquido es utilizado y luego desechado mientras que el resto se deposita en otro recipiente cilíndrico ocupándose sus 3/10 partes; calcular la capacidad en litros del segundo recipiente.

a) 36000 ℓ b) 28500 ℓ c) 40000 ℓ
d) 52000 ℓ e) 32000 ℓ

PROBLEMA 03

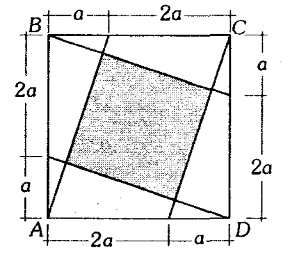
Una piscina de c litros de capacidad es llenada mediante dos llaves. La primera suministra a litros cada segundo y la otra b litros cada minuto. ¿Qué tiempo emplearán las dos en llenar la piscina?

a) $\frac{a+b+c}{c}$ min. b) $\frac{c}{c+b}$ min.
c) $\frac{a+b}{c}$ min. d) $\frac{ab}{c}$ min.
e) $\frac{c}{60a+b}$ min.

PROBLEMA 04

Si $ABCD$ es un cuadrado, halle el área de la región sombreada.

a) $\frac{9}{5}a^2$
b) $\frac{18}{7}a^2$
c) $\frac{3}{5}a^2$
d) $\frac{18}{5}a^2$
e) $\frac{18}{25}a^2$

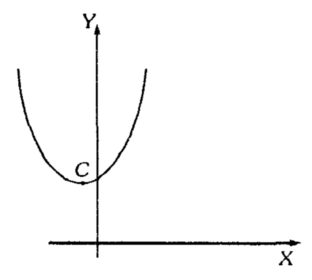


PROBLEMA 05

Se conoce la ecuación:

$$y = x^2 + 6x + 13$$

cuya gráfica es la parábola de vértice C.



Halle el menor valor de y.

a) -3 b) 4 c) 1
d) 2 e) -5

PROBLEMA 06

Calcular el valor de "K" para el cual el producto de las raíces de la ecuación:

$$3x^2-4x+k=0$$

es máximo si se sabe que la ecuación dada tiene raíces reales.

a) $\frac{3}{4}$ b) $-\frac{4}{3}$ c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{16}{9}$ e) $\frac{4}{3}$

PROBLEMA 07

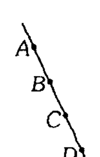
¿Cuál es la última cifra decimal en el desarrollo de la siguiente expresión?

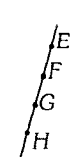
$$f=\frac{2^{12}\times 3^{50}\times 7^{20}}{5^{40}}$$

a) 6 b) 2 c) 3
d) 5 e) 4

PROBLEMA 08

En la figura se muestran los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, I. ¿Cuál es la probabilidad de que al unir tres puntos, al azar, se forme un triángulo?





a) $\frac{3}{10}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{7}{19}$
d) $\frac{5}{18}$ e) $\frac{10}{23}$

PROBLEMA 09

Efectuar y dar la suma de cifras del resultado.

$$[13\times\underbrace{101010\ldots01}_{(2m+1)\text{ cifras}}]+[31\times\underbrace{101010\ldots01}_{(2m+1)\text{ cifras}}]$$

a) $8m+3$ b) $8m+8$ c) $(m+1)^2$
d) $2m+70$ c) $100m+30$

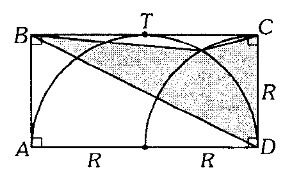
PROBLEMA 10

Halle el número de vueltas que da un cilindro cuando da una vuelta completa sobre la parte interna de un tubo de alcantarillado, cuyo diámetro es 3 veces el diámetro del cilindro.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 6

PROBLEMA 11

Según el gráfico halle la relación entre el área de la región sombreada y el área de la región rectangular $ABCD$. T es punto de tangencia.



a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

PROBLEMA 12

Uno de los dados romanos en el museo británico tiene 6 caras cuadradas y 8 triangulares. La probabilidad de que caiga en una cara cuadrada cualquiera es el doble de que caiga en una cara triangular. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar el dado, la cara en que caiga sea triangular?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{2}{3}$

PROBLEMA 13

Se define:

$$p \bullet q \equiv \sim[\sim p \vee [q \wedge (\sim q \vee p)]]$$

Halle los valores de verdad de p, q y r si la proposición:

$$\sim [\sim (r \bullet t) \bullet (\sim p \Rightarrow q)] \vee t \text{ es falsa.}$$

a) FFF b) VVV c) FVV
d) VVF e) FFV

PROBLEMA 14

Se sabe que: $C_2^n \downarrow P_2^n = n^2$

$$A \downarrow L = 100$$

Halle $A + L$

a) 120 b) 75 c) 135
d) 215 e) 90

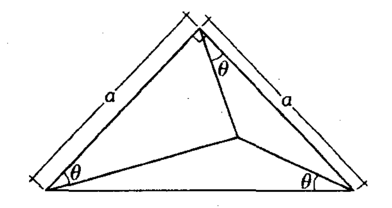
PROBLEMA 15

En una combi de movilidad escolar la relación entre el número de niños y niñas es de 4 a 3, si después de 15 minutos bajan 8 niños y luego de 10 minutos suben 5 niñas siendo la nueva relación de 2 a 7. ¿Cuántas niñas viajan ahora en la combi?

a) 14 b) 12 c) 13
d) 10 e) 24

PROBLEMA 16

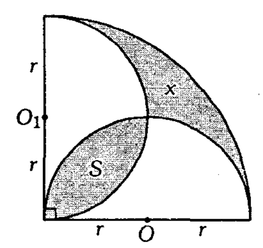
Halle el valor de θ en:



a) 30° b) 60° c) 53°/2
d) 45° e) 18°

PROBLEMA 17

Calcule x, si: $S = 18u^2$



a) $18u^2$ b) $32u^2$ c) $8u^2$
d) $9u^2$ e) $25u^2$

PROBLEMA 18

Se escriben todos los números de 3 cifras que contengan al menos 2 cifras impares. ¿Cuántas cifras impares en total se han escrito?

a) 999 b) 620 c) 1075
d) 975 e) 675

PROBLEMA 19

Diez personas se forman en círculo. Cada una escoge un número y revela el número escogido a sus dos vecinos. Cada persona toma el promedio de los dos números de sus vecinos y lo dice en voz alta. La figura muestra los promedios dados en voz alta por cada una de las personas (No muestra el número que cada persona escogió originalmente). ¿Cuál es el número que escogió la persona que dio el promedio 9?

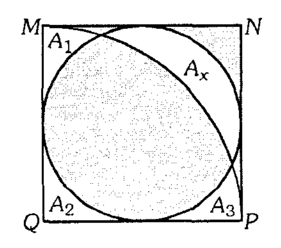
(10) (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9)

a) 10
b) 12
c) 13
d) 14
e) 16

PROBLEMA 20

Sabiendo que $MNPQ$ es un cuadrado, se pide calcular A_x sabiendo que:

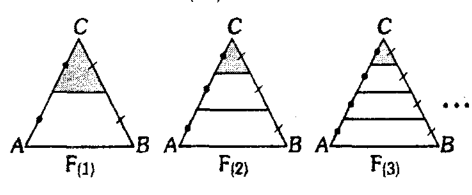
$$A_1 + A_2 + A_3 = 25m^2$$



a) $20m^2$ b) $25m^2$ c) $30m^2$
d) $35m^2$ e) $40m^2$

PROBLEMA 21

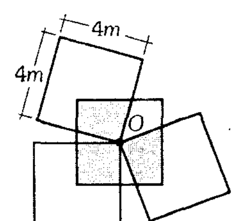
Sabiendo que el área del triángulo ABC es $1\,200m^2$, calcular el área de la región sombreada en $F_{(19)}$.



a) $2m^2$ b) $3m^2$ c) $4m^2$
d) $5m^2$ e) $8m^2$

PROBLEMA 22

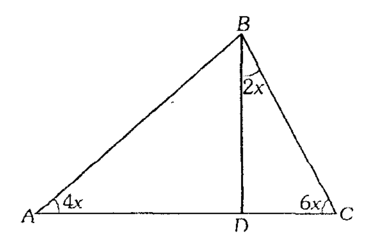
Se pide calcular el área de la región sombreada, sabiendo que los cuatro cuadrados son congruentes y "O" es el centro de uno de los cuadrados.



a) $10m^2$
b) $11m^2$
c) $12m^2$
d) $14m^2$
e) $16m^2$

PROBLEMA 23

Calcule x, si $AB = BD$.



a) 18° b) 20° c) 15°
d) 9° e) 10°

SIMULACRO DE R.M.#16

PROBLEMA 01

Aurora, Carlitos y René son tres primos que tienen 3 loros, los cuales tienen los mismos nombres aunque no necesariamente en ese orden. Se sabe que:

- Ningún loro lleva el nombre de su dueño.
- El loro de Aurora lleva el mismo nombre que el dueño de Carlitos.

¿Quién es el dueño de Aurora?, y ¿cómo se llama el loro de Aurora?

a) René y René b) Carlitos y René
c) Aurora y René d) René y Carlitos
e) Carlitos y Carlitos

PROBLEMA 02

En qué mes, día y hora de este año (2005) se cumple que el tiempo transcurrido del año es al tiempo que faltaría por transcurrir como 1 es a 5?

a) Marzo, 2 ; 20:00*h*
b) Marzo, 1 ; 1:00*h*
c) Febrero, 1 ; 0:00*h*
d) Marzo, 3 ; 20:00*h*
e) Febrero, 28 ; 20:00*h*

PROBLEMA 03

Se tiene un reloj que se atrasa 2 minutos cada hora y otro que se adelanta 3 minutos cada hora. Si se ponen a la hora los dos relojes en este instante, ¿después de cuánto tiempo volverán a marcar la hora correcta simultáneamente?

a) 30 días b) 48 días c) 36 días
d) 60 días e) 45 días

PROBLEMA 04

Se pide la suma de las dos últimas cifras del período originado por la fracción:

$$\frac{3^9}{5757}$$

a) 9 b) 12 c) 3
d) 4 e) 15

PROBLEMA 05

Un avión provisto de radio cuyo alcance es de 100*km*. parte al encuentro de un vapor cuya rapidez es la cuarta parte del avión. Cuando sus mensajes llegan al vapor le comunica que llegarán al Callao en 20*h*. El avión regresa inmediatamente y puede comunicarse con el Callao luego de 7*hr*. de haber salido de él. ¿Cuál es la rapidez del vapor?

a) 25 *km/h*. b) 100 *km/h*.
c) 80 *km/h*. d) 3 *km/h*.
e) 5 *km/h*.

PROBLEMA 06

En un recipiente se tiene una mezcla de x^2 litros de leche, y^2 litros de soya y

$2xy$ litros de agua. Se le extrae $x+y$ litros de la mezcla. ¿Cuántos litros de leche quedan en el recipiente?

a) $\left(\frac{x+y-1}{x+y}\right)y^2$ b) $\left(\frac{x-1}{x+y}\right)y^2$

c) $\left(\frac{x^2}{x-y}\right)$ d) $\left(\frac{x-y-1}{x-y}\right)x^2$

e) $\left(\frac{x+y-1}{x+y}\right)x^2$

PROBLEMA 07

Cuando la razón geométrica de un número "x" a otro número mayor "y" es igual a la razón entre el número mayor y la suma de los dos , diremos que los dos números están en razón aurea. Hallar dicha razón aurea siendo "x" e "y" positivos.

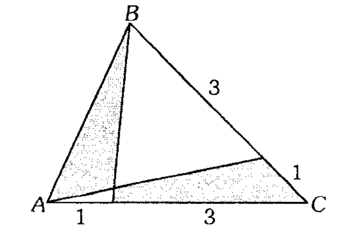
a) $\frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$ b) $\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$ c) $\sqrt{5}-1$

d) $\frac{\sqrt{5}}{2}-1$ e) $\frac{(\sqrt{5}-1)}{4}$

PROBLEMA 08

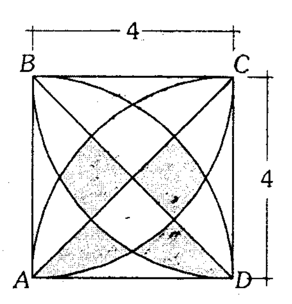
Hallar la relación entre las áreas de las dos regiones sombreadas.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) ½



PROBLEMA 09

Calcular el área de la región sombreada.

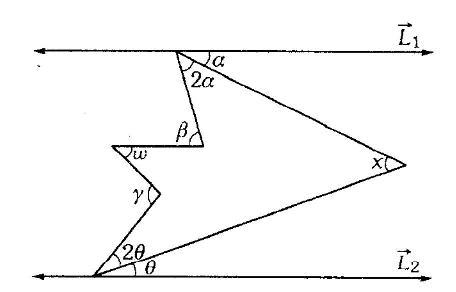


a) $2(\pi-2)$ b) $4(\pi-1)$ c) $3(\pi-2)$

d) $3(\pi-2)$ e) $4(\pi-2)$

PROBLEMA 10

Según el gráfico, calcule el valor de "x" si $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$ y $\gamma+\beta-\omega=60°$.



a) 10° b) 20° c) 25°

d) 15° e) 30°

PROBLEMA 11

Calcule S; si n es impar

$$S = C_0^n + nC_1^n + C_2^n + nC_3^n + C_4^n + \ldots + nC_n^n$$

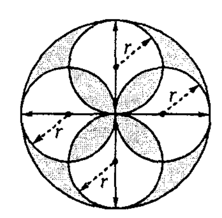
a) 2^{n+1} b) $n \cdot 2^{n-1}$ c) $(n+1)2^n$

d) $(n+1)\cdot 2^{n-1}$ e) 2^n+2

PROBLEMA 12

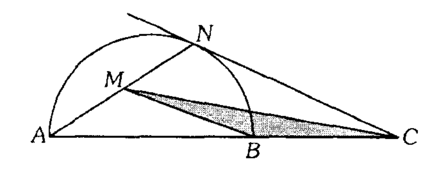
El círculo mayor tiene radio igual a $\sqrt{2}$ además $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$. El área de la región sombreada es:

a) $2\pi+4$
b) $2\pi-4$
c) $2\pi-3$
d) $3\pi-4$
e) $4\pi-2$



PROBLEMA 13

Hallar el área del ΔMBC, si $\overline{AB}$: diámetro, además $AB=80$, $NC=30$ y $MN=2AM$.



a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 35

PROBLEMA 14

Halle el valor de:

$$M=\frac{\overbrace{(1\times3+3\times5+5\times7+\ldots)}^{20\text{ sumandos}}+20}{1^2+2^2+3^2+\ldots+20^2}$$

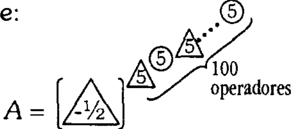
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 20

PROBLEMA 15

Se define: $\bigcirc\!\!\!(x-1)=3x+2$

Además: $\bigcirc\!\!\!(\triangle a+1)=\bigcirc\!\!\!(4a+1)+3$

Calcule:



a) 0 b) −2 c) 1
d) 2 e) −1

PROBLEMA 16

Yo tengo el doble de la edad que tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes, pero cuando tú tengas la edad que yo tengo, la suma de la edad que tendré con la que te dije que tenías será 42 años. ¿Cuáles son nuestras edades actuales?

a) 18 y 20 b) 24 y 18 c) 26 y 30
d) 32 y 16 e) 24 y 16

PROBLEMA 17

Una escalera de mano tiene "y" peldaños, el primero se encuentra a "x" cm. del suelo y el último a x *cm*. del extremo superior. Si la distancia entre los peldaños es x *cm*. ¿Cuál es el largo de la escalera?

a) xy b) $x(y+1)$ c) $xy+3x$
d) $xy-1$ e) $xy+2x$

PROBLEMA 18

Un libro cuesta "a" soles, el cual se vende ganando tanto como se rebajó al momento de vender. De no haber rebajado, se hubiera ganado "b" soles más de lo que costó. ¿Cuánto se rebajó?

a) $\frac{b}{4}$ b) $\frac{(a+b)}{2}$ c) $\frac{(b-a)}{2}$
d) $\frac{b}{2}$ e) $\frac{a}{2}$

PROBLEMA 19

Si: $\overline{abc}+\overline{cba}=\overline{(8x)(8x)(8x)}$

Además: $c-a=4$

Calcular: $a+2b-x-c$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA 20

Dos hermanos tienen en común S/.600; si uno de ellos le diera al otro S/.50 este otro tendría el doble de lo que tendría el primero. ¿Cuánto tiene el primero?

a) S/.350 b) S/.200 c) S/.250
d) S/.150 e) S/.400

PROBLEMA 21

Pedro es un negociante al que le ocurre siempre, que por cada "a" libros que compra "b" se le pierden. Además por cada "c" libros que vende, entrega "d" de regalo. Si vendió "ℓ" libros. ¿Cuántos compró?

a) $\frac{a\ell(c-d)}{c(a-b)}$ b) $\frac{ac(c+d)}{\ell(a-b)}$
c) $\frac{a\ell(c+d)}{c(a-b)}$ d) $\frac{c(c+d)}{\ell(a-b)}$
e) $\frac{a(c+d)}{\ell c(a-b)}$

PROBLEMA 22

Sabiendo que : $f\left(\frac{ax+b}{ax-b}\right)=\frac{a}{b}x$

Calcule : $\frac{f(2)+f(3)}{f\left(\frac{5}{3}\right)}$

a) 5/6 b) 5/4 c) 5/2
d) 1 e) 3/2

PROBLEMA 23

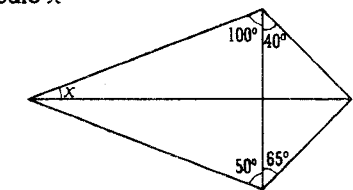
Calcule:

$$S=\log(3/4)+\log(8/9)+\log(15/16)+\ldots+\log(624/625)$$

a) log(13/25) b) log(25!/73)
c) log(16!/13!) d) log(19/17)
e) log(25/13)

PROBLEMA 24

Calcule x



a) 10° b) 15° c) 20°
d) 25° e) 30°

PROBLEMA 25

Se desea repartir S/.10925 entre cierto número de personas, de modo que les corresponda 1; 6; 36; 216; ... que no más de 5 personas reciban la misma cantidad. ¿Cuántas personas se beneficiarán?

a) 14 b) 8 c) 18
d) 15 e) 12

SIMULACRO DE R.M.#17

PROBLEMA 01

En un colegio se ha organizado un campeonato de ajedrez. Hay un equipo formado por José, Julia, Juana y Janet y otro formado por Luis, Lidia, Leonardo y Lorena. Sabemos que en las partidas del segundo día se enfrentaron: José con Lidia y Janet con Lorena. El tercer día los enfrentamientos fueron: Juana con Leonardo y Julia con Lidia. Y el cuarto día las partidas celebradas fueron: Leonardo con José y Luis con Julia. ¿Con quién se enfrentó Leonardo el primer día?

a) José b) Julia c) Juana
d) Janet e) Lorena

PROBLEMA 02

En uno de sus viajes de trabajo de campo a Yangas, María, Katty y Janet estaban contabilizando las entrevistas realizadas a los pobladores. María afirma haber entrevistado a 10 personas menos que Janet y Janet dice haber entrevistado el triple de personas que Katty. Si las afirmaciones son correctas y la muestra tomada para las entrevistas es la quinta parte de la población (300 personas), ¿cuántas personas entrevistó Janet?

a) 20 b) 30 c) 10
d) 5 e) 8

PROBLEMA 03

Un caño "A" llena un depósito en $20h$ y otro caño "B" lo llena en $12h$, mientras que un desagüe lo desaloja todo en $30h$. Si se abren las 2 llaves y el desagüe simultáneamente, ¿en qué tiempo se llenará todo el depósito?

a) $5h$ b) $6h$ c) $8h$
d) $10h$ e) $12h$

PROBLEMA 04

Si mi dinero es la cuarta parte de tù dinero y a la vez tu dinero es el 80% del dinero de aquél. ¿en qué porcentaje debe aumentar mi dinero para que sea el 60% del dinero de aquél?

a) 100% b) 110% c) 160%
d) 200% e) 300%

PROBLEMA 05

Se tiene dos velas (1) y (2) de tamaños iguales, las cuales tienen una duración de $T_1 = 4\ horas$ y $T_2 = 3\ horas$, emitiendo energía luminosa. Si las velas empiezan a emitir luz en el mismo instante. ¿Después de cuánto tiempo el tamaño de una de ellas es el doble que el otro?

a) 1,4 horas b) 2 horas
c) 2,4 horas d) 1 hora
e) 3 horas

PROBLEMA 06

Se tienen 6 cajas en las cuales se deben colocar 14 bolas diferentes. ¿De cuántas maneras se pueden colocar, si en la primera caja se deben colocar 4 bolas, en la última 3 bolas y las restantes en las demás respectivamente?

a) 120120×4^7 b) 120120×7^4
c) 240240×7^4 d) 240240×4^7
e) 12000×4^7

PROBLEMA 07

¿De cuántas maneras diferentes pueden ubicarse correctamente "$2n$" personas alrededor de una mesa circular de modo que "n" de ellas siempre queden juntas?

a) $(2n-1)!$ b) $(n-1)!$
c) $2n\cdot n!$ d) $(2n)!$
e) $(n!)^2$

PROBLEMA 08

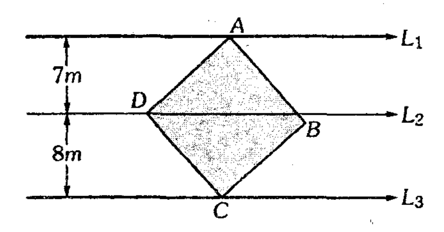
Un alumno asiste a la biblioteca todos los días de la semana, 5 días por la mañana y el resto por la tarde. ¿De cuántas maneras diferentes puede acudir semanalmente a la biblioteca? (Si asistió por la mañana ya no asiste por la tarde).

a) 42 b) 21 c) 32
d) 54 e) 12

PROBLEMA 09

Si: $L_1 // L_2 // L_3$

Calcular el área del cuadrado $ABCD$.

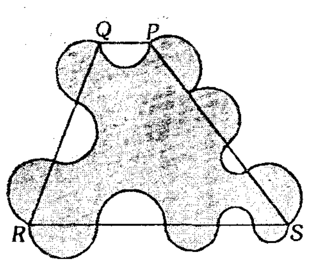


a) $113m^2$ b) $120m^2$ c) $96m^2$
d) $162m^2$ e) $42m^2$

PROBLEMA 10

Calcular el perímetro de la región sombreada, si $PQ=3m$, $QR=7m$, $RS=10m$ y $SP=15m$; y todas las líneas curvas son semicircunferencias.

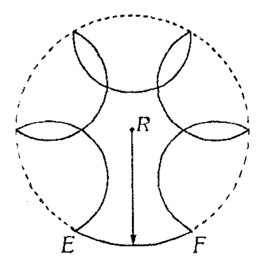
a) $30\pi m$.
b) $35\pi m$.
c) $\left(\frac{35}{2}\right)\pi m$.
d) $45\pi m$.
e) $\left(\frac{25}{2}\right)\pi m$.



PROBLEMA 11

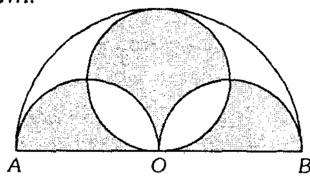
Un alambre es doblado como indica la figura $\widehat{EF}=60°$ y todos los demás arcos son semicircunferencias de igual radio. Calcular la longitud del alambre.

a) $\frac{\pi R}{3}$
b) $\frac{2}{3}\pi R$
c) $\frac{7}{3}\pi R$
d) $\frac{16}{3}\pi R$
e) $\frac{17}{6}\pi R$



PROBLEMA 12

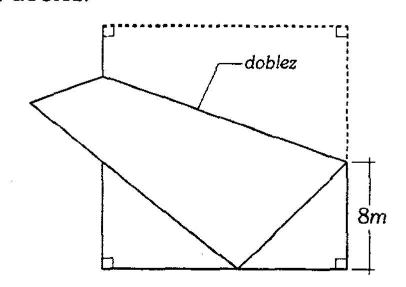
Hallar el área de la región sombreada, si: $AB = 2m$.



a) $1\ m^2$ b) $2\ m^2$ c) $3\ m^2$
d) $0{,}5\ m^2$ e) $4\ m^2$

PROBLEMA 13

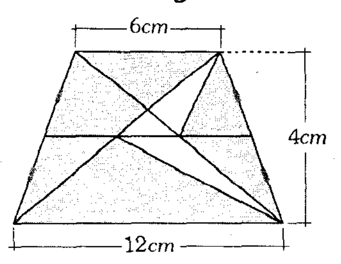
Se tiene un hoja cuadrada de $18m$. de lado, si se dobla la hoja tal como se muestra en la figura. Calcule la longitud del doblez.



a) 6 b) 4 c) $5\sqrt{10}$
d) $6\sqrt{10}$ e) $6\sqrt{5}$

PROBLEMA 14

Hallar el área de la región sombreada.

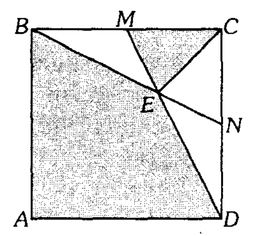


a) $25\ cm^2$ b) $26\ cm^2$ c) $30\ cm^2$
d) $28\ cm^2$ e) $36\ cm^2$

PROBLEMA 15

Calcular el área de la región sombreada, si $ABCD$ es un cuadrado donde el área del ΔECN es $2u^2$, además M y N son puntos medios.

a) $16u^2$
b) $17u^2$
c) $18u^2$
d) $19u^2$
e) $20u^2$



PROBLEMA 16

Con motivo de la Navidad, los hijos de Toribio, decidieron hacerle un regalo. César propuso dar cada uno 5 soles, pero faltó 5 soles para el regalo, por lo que decidieron aportar 8 soles cada uno, de esta manera sobró S/.10 después de comprar el regalo. ¿Cuál es el precio del regalo?

a) S/.30 b) S/.35 c) S/.25
d) S/.40 e) S/.5

PROBLEMA 17

Hallar: $S = \frac{2}{5^1} + \frac{4}{5^3} + \frac{6}{5^5} + \frac{8}{5^7} + \ldots$

a) $\frac{125}{288}$ b) $\frac{120}{223}$ c) $\frac{88}{225}$
d) $\frac{288}{355}$ e) $\frac{125}{188}$

PROBLEMA 18

El número de pelotitas de tenis que hay en una caja es un cuadrado perfecto. Si

le adicionara 100 pelotitas más sería ahora un cuadrado perfecto más 1 con otras 100 pelotitas más volvería a ser un cuadrado perfecto, ¿Cuántas pelotitas había inicialmente?

a) 2401 b) 2500 c) 2601
d) 2704 e) 2304

PROBLEMA 19

Al sumar números impares consecutivos a partir de 1, un estudiante cometió un error de sumar dos veces un número impar por lo que obtuvo 1240. Hallar la suma de cifras del número que sumó dos veces.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 10

PROBLEMA 20

Una tienda comercial adquirió televisores y radios con una inversión de S/.19680. Cada T.V. le costó S/.555 y cada radio S/.345. ¿Cuántos televisores compró como máximo?

a) 31 b) 12 c) 28
d) 49 e) 30

PROBLEMA 21

La entrada de una iglesia tiene la forma de parábola de $9m$ de alto y $12m$ de base. Toda la parte superior es una ventana de vidrio cuya base es paralela al piso y mide $8m$. ¿Cuál es la altura máxima de la ventana?

a) $2\ m.$ b) $3\ m.$ c) $4\ m.$
d) $5\ m.$ e) $4{,}5\ m.$

PROBLEMA 22

Se define:

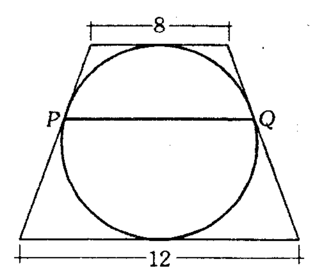
*	1	3	5	7
1	0	8	24	48
3	–8	0	16	40
5	–24	–16	0	24
7	–48	–40	–24	0

Calcule: $M = \frac{51 * 53}{27 * 25} - \frac{71 * 73}{37 * 35}$

a) 1 b) –1 c) 2
d) –2 e) 0

PROBLEMA 23

Dado el trapecio isósceles, calcule PQ.



a) 9,2 b) 9,5 c) 9
d) 9,8 e) 9,6

PROBLEMA 24

Si: $\#(M \cap L) = 1$
$\#(M \times L) = 35$

Halle el menor valor de $\# P(M - L)$

a) 8 b) 1 c) 32
d) 64 e) 4

SIMULACRO DE R.M.#18

PROBLEMA 01

Una escuadrilla aérea tiene alrededor de 50 aviones. Su formación de vuelo es un triángulo equilátero compacto. Algunos aviones caen en combate. Cuando la escuadrilla regresa, los aviones restantes forman cuatro triángulos equiláteros. Los aviones perdidos hubieran podido formar otro triángulo equilátero. Si estos cinco triángulos son de lado diferente, ¿cuántos aviones tenía inicialmente la escuadrilla?

a) 45 b) 66 c) 55
d) 52 e) 48

PROBLEMA 02

Se han comprado cierto número de revistas por S/.100. Si el precio por ejemplar hubiera sido un sol menos, se tendría 5 ejemplares más por el mismo precio, ¿cuántas revistas se compró?

a) 20 b) 28 c) 15
d) 25 e) 30

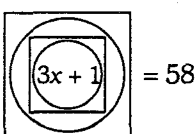
PROBLEMA 03

Se define:

$$\boxed{2n+3} = 6n+4$$

$$\bigcirc\!\!\!\!\!\!\!(5n-2) = 10n-3$$

Calcule el valor de x en:



a) 1 b) −1 c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{3}$ e) 0

PROBLEMA 04

Seis corredores (A, B, C, D, E) participan en la maratón de los Andes. ¿Cuál es la probabilidad de que B llegue antes que C?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{3}{5}$

PROBLEMA 05

De un punto A sale un móvil hacia un punto B con una rapidez $(C+1)$ veces la de otro móvil que parte simultáneamente de B hacia A. ¿A qué distancia de B, se encontrarán, si la distancia entre los puntos es D?

a) $\frac{D}{c^2}$ b) $\frac{D^2}{c}$ c) $\frac{D(D+2)}{c}$
d) $\frac{D}{c+2}$ e) $\frac{D}{2c}$

PROBLEMA 06

Dos de las dimensiones de un paralelepípedo aumentan en 10% cada una. ¿En

qué porcentaje se debe disminuir la longitud de la tercera dimensión para que el volumen de dicho sólido no varié?

a) $20\frac{22}{121}\%$ b) $18\frac{2}{11}\%$ c) $17\frac{43}{121}\%$
d) $16\frac{1}{11}\%$ e) $10\frac{1}{11}\%$

PROBLEMA 07

En una carrera donde participan 3 caballos. "A" corrió a una rapidez de $33m/s$. y llegó $12s$ antes que "B" (último), a su vez éste llegó $8s$ después que "C" (segundo). Si los tiempos empleados por los 2 primeros en toda la carrera suman $24s$. ¿Cuál es la rapidez del último?

a) $25\ m/s$ b) $20\ m/s$ c) $10\ m/s$
d) $10\ m/s$ e) $15\ m/s$

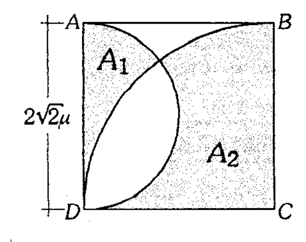
PROBLEMA 08

En una reunión se observa que los hombres y mujeres son como 3 a 5 respectivamente; los que bailan y no bailan están en la razón de 2 a 3. ¿En qué relación están los hombres que bailan y las mujeres que no bailan?

a) $9:2$ b) $7:2$ c) $5:4$
d) $2:3$ e) $8:17$

PROBLEMA 09

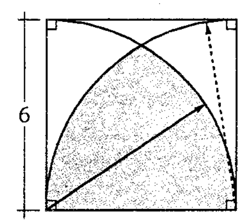
Dado el cuadrado $ABCD$, halle la diferencia entre las áreas de las regiones sombreadas.



a) π b) 2π c) $\frac{\pi}{2}$
d) 3π e) $\pi+2$

PROBLEMA 10

Hallar el área de la región sombreada en:



a) $3(4\pi-3\sqrt{3})$ b) $7\pi+2\sqrt{3}$
c) $3(3\pi-4\sqrt{3})$ d) $4(4\pi-3\sqrt{3})$
e) $\sqrt{3}(4\pi-3\sqrt{3})$

PROBLEMA 11

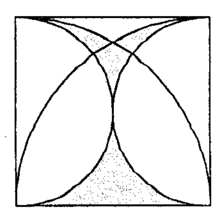
Dado el triángulo ABC, donde $A(-1;1)$, $B(5;0)$ y $C(0;3)$. Hallar las coordenadas del centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

a) $\left(\frac{1}{6};\frac{2}{3}\right)$ b) $\left(\frac{85}{46};\frac{19}{46}\right)$ c) $\left(\frac{20}{43};\frac{19}{43}\right)$
d) $\left(\frac{53}{26};\frac{19}{26}\right)$ e) $(1;0)$

PROBLEMA 12

Hallar el área de la región sombreada en μ^2 si el lado del cuadrado es $2\sqrt{3}\,\mu$.

a) $3\pi-3\sqrt{3}$
b) $5\pi-3\sqrt{3}$
c) $\pi+3\sqrt{3}$
d) $5\pi+3\sqrt{3}$
e) $3\sqrt{3}-\pi$



PROBLEMA 13

El área del triángulo ABC es 132. Se triseca el lado $\overline{AC}$ por las cevianas $\overline{BE}$ y $\overline{BF}$, las que cortan en "P" y "Q" respectivamente a la mediana $\overline{AM}$. Hallar el área del triángulo PBQ.

a) $20,2u^2$ b) $18,7u^2$ c) $19,8u^2$
d) $21,3u^2$ e) $17,6u^2$

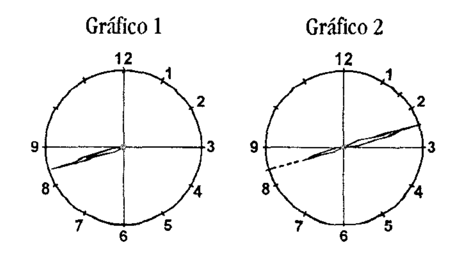
PROBLEMA 14

En un hospital atiende a 300 pacientes en un día, los cuales son atendidos a partir de las 8 de la mañana. Si cada 15 minutos salen 11 pacientes, ¿a qué hora el número de pacientes que falta atender divide exactamente al número de pacientes atendidos?

a) 14 *h.* b) 14 *h.* 30 *min.*
c) 14 *h.* 15 *min.* d) 13 *h.* 45 *min.*

PROBLEMA 15

Alfredo salió de su casa por la mañana cuando su reloj de pared coincidía con el gráfico I y llegó por la noche del mismo día cuando su reloj coincidía con el gráfico II. ¿Qué tiempo estuvo fuera de casa?



a) $11h\,27\frac{3}{11}min$ b) $11h\,30min$
c) $12\,h$ d) $11h\,\frac{3}{11}min$
e) $11h\,27min$

PROBLEMA 16

Si: $f_{(x+1)}=f_{(x)}+3x-2$ y $f(0)=1$.

Hallar: $f(20)$.

a) 536 b) 624 c) 476
d) 548 e) 531

PROBLEMA 17

Dos comerciantes A y B fueron al mercado, B llevó una vez más el número de manzanas que llevó A; y al venderlas, B obsequiaba cuatro manzanas que eran tres veces más de lo que obsequiaba A, por cada 11 que cada uno vendía. Entonces en qué relación se encuentran los precios a los que cada uno vendió (A/B), si se sabe que en total ellos llevaron 900 manzanas y acabaron con todas sin desperdiciar ningúna, obteniendo ambos al final, el mismo monto.

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{8}{5}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{7}{6}$

PROBLEMA 18

Los XX y los ZZ se encuentran en la calle y rápidamente hay un intercambio de saludos (besos y abrazos), cada uno de los XX saludan a cada uno de los ZZ. Al saludarse 2 varones se dan un abrazo, mientras que al saludarse 2 mujeres o un varón y una mujer, se dan un beso. Al fi-

nal se han producido 42 abrazos y 35 besos. ¿Cuántos varones hay en total, si los *XX* y *ZZ* representan 2 familias respectivamente?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

PROBLEMA 19

Hallar el área del triángulo que se forma al intersectar 2 a 2 las siguientes rectas.

$$L_1 : 4x + 3y - 5 = 0$$
$$L_2 : x - 3y + 10 = 0$$
$$L_3 : x - 2 = 0$$

a) $10u^2$ b) $9u^2$ c) $7,5u^2$
d) $8u^2$ e) $7u^2$

PROBLEMA 20

Se tienen bolos numerados del 1 al 20. ¿Cuántos bolos como mínimo se deberán extraer para estar completamente seguros de que la suma de los números de los bolos extraídos sea mayor o igual que 70?

a) 9 b) 12 c) 17
d) 19 e) 21

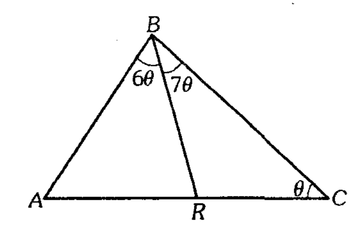
PROBLEMA 21

Calcular: $\sum_{n=1}^{10}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n+1}\right]$

a) 28 b) 28,7 c) 27
d) 27,5 e) 27,2

PROBLEMA 22

Determine el valor de θ, si $AB = RC$



a) 20° b) 21° c) 25°
d) 26° e) 12°

PROBLEMA 23

Si la ecuación:

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

admite por raíces a m_1 y m_2 forme la ecuación cuyas raíces son m_1^2 y m_2^2.

a) $x^2 - 21x + 2 = 0$
b) $2x^2 + 12x + 4 = 0$
c) $x^2 + 21x + 4 = 0$
d) $2x^2 + 21x + 4 = 0$
e) $x^2 + 21x - 4 = 0$

PROBLEMA 24

¿Cuántos números capicúas hay menores de cien mil?

a) 1089 b) 9989 c) 9980
d) 1989 e) 1980

SIMULACRO DE R.M.#19

PROBLEMA 01

Dos máquinas parten de un punto en el mismo momento, en la misma dirección y sentido. Una va a 50 *km/h* y la otra a 40*km/h*. Media hora después, desde este mismo punto parte una tercera máquina, la cual alcanza a la primera 1½ hora después de alcanzar a la segunda. Determine la rapidez de la tercera máquina.

a) 72 *km/h* b) 62 *km/h* c) 58 *km/h*
d) 60 *km/h* e) 68 *km/h*

PROBLEMA 02

Dividir un círculo en "*n*" arcos iguales. Unir los vértices así obtenidos, mediante cuerdas hasta llegar al vértice de la partida. Cada cuerda trazada contiene a $\frac{n}{6}$ de los arcos iguales. ¿Cuántos lados tiene el polígono así formado?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

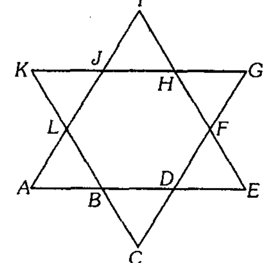
PROBLEMA 03

Se tienen dos pedazos de acero de distinta calidad, uno contiene el 5% de níquel y el otro el 40%. ¿Qué cantidad de kilogramos se necesita tomar de cada pedazo de acero para poder obtener 140*kg*. de acero que contenga el 30% de níquel?

a) 100 y 40 b) 80 y 60
c) 85 y 55 d) 110 y 30
e) 90 y 30

PROBLEMA 04

En la figura se muestran los puntos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *J*, *K*, *L*. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger tres puntos, al azar, estos puntos sean colineales?



a) $\frac{3}{55}$

b) $\frac{2}{55}$

c) $\frac{1}{55}$

d) $\frac{1}{20}$

e) $\frac{6}{55}$

PROBLEMA 05

Hallar *S*:

$$S = 2^2 + 6^2 + 10^2 + 14^2 + \ldots + 38^2$$

a) 5320 b) 4320 c) 6520
d) 4560 e) 5230

PROBLEMA 06

Un reloj se adelanta 3 minutos cada hora. Si se puso a la hora a las 10:30a.m. y luego en la tarde marca las 5:30p.m. ¿qué hora es realmente?

a) 5 pm. b) 5:15 pm. c) 5:12 pm.
d) 5:10 p.m. e) 5:20 pm.

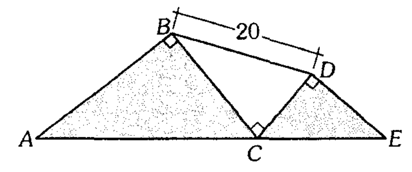
PROBLEMA 07

Hallar el número total de naranjas que se necesitan para formar una pirámide cuadrangular de 10 niveles.

a) 220 b) 185 c) 255
d) 320 e) 385

PROBLEMA 08

Calcular el área de la región sombreada, si: $AB = BC$ y $CD = DE$.

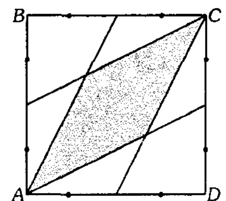


a) 200 u^2 b) 100 u^2 c) 150 u^2
d) 300 u^2 e) 250 u^2

PROBLEMA 09

Si *ABCD* es un cuadrado de $24m^2$ de área, hallar el área de la región sombreada.

a) $6m^2$
b) $12m^2$
c) $8m^2$
d) $5m^2$
e) $10m^2$

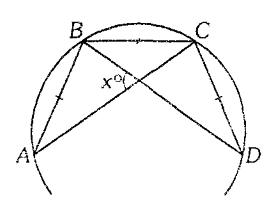


PROBLEMA 10

Se sabe que: $AB = BC = CD$

Calcular la medida del ángulo "x", si $\overset{\frown}{AD} = 240°$.

a) 40°
b) 50°
c) 70°
d) 60°
e) 80°



PROBLEMA 11

Calcular el área de la región formada por la intersección de las rectas.

$$L_1 : 6x + 5y = 30$$

$$L_2 : y = 3$$

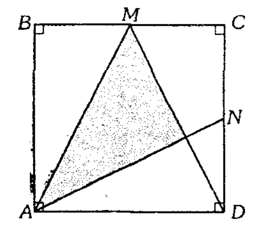
con el eje de las ordenadas.

a) 4,25 u^2 b) 6,5 u^2 c) 11,75 u^2
d) 4,025 u^2 e) 3,75

PROBLEMA 12

Dado el cuadrado de lado igual a $2\sqrt{5}\,\mu$ donde *M* y *N* son puntos medios, calcular el área de la región sombreada.

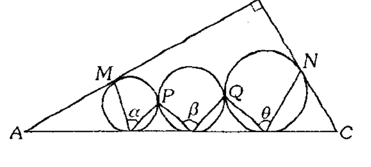
a) 5 μ^2
b) 6 μ^2
c) 7 μ^2
d) 8 μ^2
e) 9 μ^2



PROBLEMA 13

En el gráfico, calcule $\alpha + \beta + \theta$; si *M*, *N*, *P*, *Q* son puntos de tangencia.

a) 207°
B) 209°
c) 210°
d) 220°
e) 225°



PROBLEMA 14

Un lechero puede cambiar 3 botellas pequeñas por 2 botellas medianas o 5 botellas pequeñas por 2 botellas grandes. Se sabe que el precio de cada botella es: las pequeñas a S/.2,5; las medianas a S/.3 y las grandes a S/.4. Si ahora sólo tiene 210 botellas medianas. ¿Por cuántas botellas debe intercambiarlas para obtener la máxima recaudación en la venta?

a) 350 b) 315 c) 280
d) 320 e) 400

PROBLEMA 15

Hallar x. $\left(\frac{7}{23}\right)^5 = 0,\widehat{\ldots x}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 7

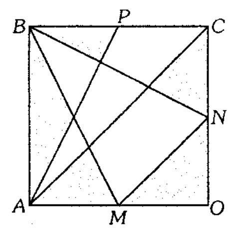
PROBLEMA 16

Un cuadrado $ABCD$ de 9*cm*. de lado se divide en 9 regiones iguales. ¿Cuántos centímetros se debe recorrer como mínimo para dibujarlo sin levantar el lápiz del papel?

a) 72 *cm*.
b) 78 *cm*.
c) 87 *cm*.
d) 81 *cm*.
e) 84 *cm*.

PROBLEMA 17

Calcule el área de la región sombreada, si el área del cuadrado $ABCD$ es $120 m^2$ y M, N, P son puntos medios.



a) $32\ m^2$ b) $44\ m^2$
c) $56\ m^2$ d) $24\ m^2$
e) $100\ m^2$

PROBLEMA 18

La expresión: $3n^2 + 2n + 5$ representa la suma de los "n" primeros términos de una sucesión. Halle usted la suma del t_3 y t_1 de dicha sucesión.

a) 37 b) 27 c) 21
d) 28 e) 38

PROBLEMA 19

Se colocan 220 esferas de manera que formen una pirámide regulas de base triangular. ¿Cuántas esferas habrá en la base? (Dar como respuesta la suma de cifras de dicha cantidad)

a) 1 b) 8 c) 9
d) 10 e) 12

PROBLEMA 20

Un grupo de obreros se compromete a hacer una obra en cierto número de días. Pero faltando 18 días para terminar 12 de ellos se retiran y después de 6 días se contratan nuevos obreros para acabar a tiempo. ¿Cuántos se contratan si éstos son doblemente eficientes respecto a los primeros?

a) 12 b) 18 c) 9
d) 15 e) 6

SIMULACRO DE R.M.#20

PROBLEMA 01

Se han vendido dos artículos al precio de 240 soles cada uno; el primero ganando el 20% y el segundo con una pérdida del 20%. ¿Cuánto se ganó o se perdió en la venta de los 2 artículos?

a) perdió S/.40
b) ganó S/.40
c) perdió S/.20
d) ganó S/.20
e) no ganó ni perdió.

PROBLEMA 02

$AD = 16$ es la base mayor de un trapecio $ABCD$.

$$m\measuredangle A = m\measuredangle B = 90^\circ$$

y $CD = 20$, Se toma $\overline{CD}$ como diámetro de una semicircunferencia tangente a $\overline{AB}$ en P. Hallar el área del triángulo PBC.

a) $16\ m^2$ b) $14{,}2\ m^2$ c) $14\ m^2$
d) $13\ m^2$ e) $14{,}5\ m^2$

PROBLEMA 03

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y por el punto de intersección entre las rectas $x - y - 1 = 0$ y $2x - y - 3 = 0$.

a) $x - y = 0$ b) $2x - 3y = 0$
c) $5x - 4y = 0$ d) $x - 2y = 0$
e) $2x + 3y + 1 = 0$

PROBLEMA 04

Un reloj a las $8h$. del primero de enero marcaba las $2a.m.$ Si se sabe que cada $12h$. se adelanta $2min$. ¿Cuántas veces durante el año marcará la hora correcta?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA 05

Dada la siguiente progresión aritmética:

$$111, \ldots\ldots, 514$$

Si dicha progresión tiene $\overline{3b}$ términos y su razón es "r". Hallar $b + r$.

a) 11 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

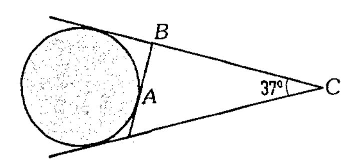
PROBLEMA 06

Tengo la costumbre de subir andando por la escalera mecánica del metro mientras funciona; subo 20 escalones con mi paso y tardo así 60 segundos exactamente; mientras que mi mujer sube solamente 16 escalones y tarda 72 segundos. Si mañana esa escalera no funciona. ¿cuántos escalones tendré que subir?

a) 30 b) 50 c) 35
d) 40 e) 45

PROBLEMA 07

Hallar el área de la región sombreada, si $AB + BC = 18cm$.



a) 36π b) 18π c) 10π
d) 22π e) 21π

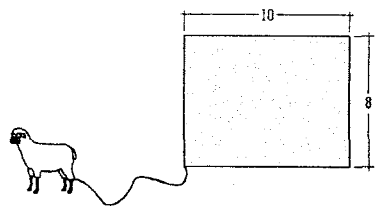
PROBLEMA 08

Si: $\frac{a}{11} + \frac{b}{5} + \frac{c}{8} = 1{,}929\widehat{54}$ si a, b, c son números naturales. Calcular: $a + b + c$.

a) 14 b) 19 c) 10
d) 16 e) 15

PROBLEMA 09

Una oveja es atada a un poste en la esquina de la cabaña rectangular que se muestra en la figura. La cabaña tiene un largo de 10 metros y un ancho de 8 metros y la cuerda tiene 6 metros de longitud. Si para comer toda la hierba que esta a su alcance demora 54 días. ¿Cuántos días más demorará en comer toda la hierba que está a su alcance si se aumenta la longitud de la cuerda en $4m$.?



a) 90 b) 96 c) 98
d) 100 e) 84

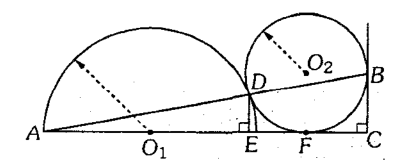
PROBLEMA 10

Un estanque puede ser llenado por un caño A en 16 horas o por un caño B en 12 horas, y un desagüe puede desalojar el líquido de todo el estanque en 24 horas. Si estando vacío el estanque se abren A, B y el desagüe uno por uno con intervalos de dos horas (en ese orden); ¿en qué tiempo se llenará totalmente el estanque?

a) $9h\ 36'$ b) $9h.\ 24'$ c) $7h\ 38'$
d) $8h\ 12'$ e) $7h\ 10'$

PROBLEMA 11

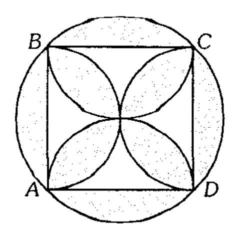
Según la figura mostrada, calcular DE. Si $AO_1 = 12u$ y $BC = 8u$; B, F son puntos de tangencia.



a) $\frac{24}{5}u$ b) $\frac{27}{6}u$ c) $\frac{3}{2}u$
d) $\frac{13}{4}u$ e) $\frac{27}{6}u$

PROBLEMA 12

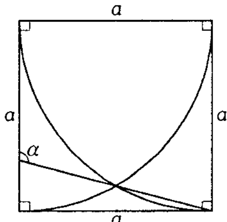
Si $ABCD$ es un cuadrado de lado $4m$. Calcular el perímetro de la región sombreada.



a) $4\sqrt{2}\pi+16$ b) $12\sqrt{2}\pi+16$
c) $12\pi+16$ d) $4(2\sqrt{2}\pi+2\pi+4)$
e) $4(\sqrt{2}\pi+2\pi+4)$

PROBLEMA 13

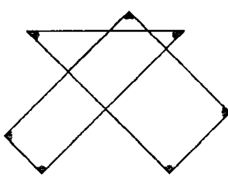
Calcular el valor de "α".



a) 135°
b) 125°
c) 105°
d) 115°
e) 116°

PROBLEMA 14

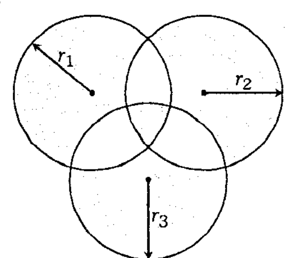
Hallar la suma de los ángulos que se indican.



a) 120° b) 254° c) 540°
d) 95° e) 482°

PROBLEMA 15

Calcular el perímetro de la región sombreada, si: $r_1 \neq r_2 \neq r_3$ y entre los 3 suman 6*m*.



a) $11\pi m$. b) $10\pi m$. c) $56\pi m$.
d) $56\pi m$. e) $12\pi m$.

PROBLEMA 16

Un agricultor desea dividir un terreno de forma rectangular en pequeñas parcelas cuadradas, para ello debe colocar cierto número de estacas en hileras inicialmente espaciados tanto a lo largo como a lo ancho y el número de ellas deben estar en la relación de 3 a 2. Hace un primer intento y le faltan 174 estacas, se decide entonces a colocar 3 menos en el largo y 2 menos en el ancho con lo cual se sobren 96 estacas. Calcular el número de estacas disponibles.

a) 3120 b) 3200 c) 3000
d) 2844 e) 2780

PROBLEMA 17

Una cámara toma 6 imágenes por segundo. Si un automóvil pasa frente a dicha cámara y esta logra tomarle 60 imágenes. Calcule la rapidez de dicho automóvil, si además tiene una longitud de 120*m*.

a) 5 *m/s* b) 7 *m/s* c) 14 *m/s*
d) 8 *m/s* e) 12 *m/s*

PROBLEMA 18

¿Qué se puede afirmar acerca del valor de "*n*" de la siguiente igualdad?

$$\frac{n! \times n!}{(n+1)! - n!} = 24$$

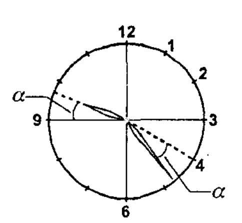
a) es par

b) es cuadrado perfecto
c) es mayor que 7
d) es cubo perfecto
e) es número primo.

PROBLEMA 19

Indicar la hora que marca el reloj en la siguiente figura.

a) $9:20\frac{11}{9}$
b) $9:22\frac{9}{11}$
c) $9:21\frac{9}{11}$
d) $9:23\frac{9}{11}$
e) $9:22\frac{11}{13}$



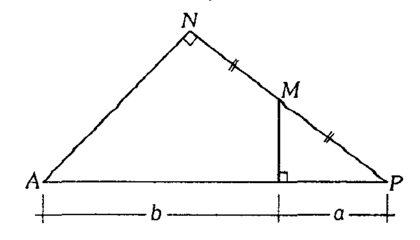
PROBLEMA 20

Sobre los lados de un cuadrado cuyo lado mide "a" cm. se construyen rectángulos congruentes, la altura que han de tener estos rectángulos para que al unir sus vértices adecuadamente se forme un octógono regular es:

a) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ b) $a\sqrt{2}$ c) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
d) $a\sqrt{3}$ e) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

PROBLEMA 21

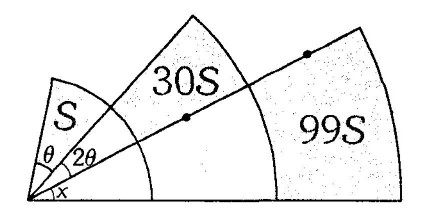
Calcule AN.



a) $\sqrt{ab}$ b) $\sqrt{a^2+b^2}$
c) $\sqrt{b^2-a^2}$ d) $\frac{ab}{a+b}$
e) $2\sqrt{ab}$

PROBLEMA 22

Del gráfico calcule el valor de "x".



a) 2θ b) 3θ c) 4θ
d) $\frac{3}{2}\theta$ e) 5θ

PROBLEMA 23

De cuántas formas se puede leer.
"PERREO".

O O O O O
E E E E
R R R
E E
P
E E
R R R
E E E E
O O O O O

a) 48 b) 50 c) 44
d) 52 e) 64

PROBLEMA 24

Si : $\overline{aa5}_{(6)} = \overline{bbab}_{(4)}$

Halle : $a+b$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 1

CLAVES SIMULACROS

SIMULACRO #5				
01. c	02. e	03. d	04. b	05. e
06. e	07. d	08. a	09. c	10. c
11. b	12. e	13. d	14. a	15. d
16. b	17. a	18. b	19. c	20. a

SIMULACRO #6				
01. a	02. e	03. a	04. a	05. a
06. b	07. a	08. e	09. b	10. b
11. d	12. d	13. e	14. b	15. a
16. e	17. c	18. c	19. c	20. d

SIMULACRO #7				
01. e	02. e	03. d	04. e	05. b
06. c	07. b	08. e	09. c	10. e
11. a	12. a	13. a	14. b	15. c
16. a	17. b	18. a	19. a	20. d

SIMULACRO #8				
01. b	02. d	03. e	04. c	05. c
06. c	07. c	08. a	09. c	10. b
11. b	12. b	13. c	14. d	15. b
16. e	17. e	18. b	19. e	20. a
21. e	22. c	23. b	24. c	

SIMULACRO #9				
01. e	02. e	03. a	04. a	05. b
06. a	07. b	08. d	09. e	10. d
11. e	12. c	13. d	14. b	15. b
16. a	17. c	18. c	19. c	20. a
21. e	22. d			

SIMULACRO #10				
01. b	02. b	03. b	04. b	05. c
06. d	07. c	08. a	09. a	10. a
11. b	12. e	13. d	14. e	15. c
16. b	17. a	18. d	19. a	20. a

SIMULACRO #11

01. c	02. a	03. e	04. e	05. d
06. e	07. a	08. c	09. d	10. c
11. b	12. c	13. a	14. a	15. d
16. d	17. c	18. d	19. a	20. b

SIMULACRO #12

01. d	02. a	03. b	04. c	05. b
06. c	07. e	08. a	09. d	10. e
11. a	12. d	13. c	14. e	15. b
16. a	17. a	18. a	19. e	20. c
21. d	22. c	23. c	24. c	

SIMULACRO #13

01. c	02. c	03. c	04. d	05. a
06. a	07. e	08. e	09. c	10. e
11. b	12. d	13. b	14. a	15. c
16. e	17. c	18. b	19. b	20. b
21. a	22. a	23. d	24. b	25. a

SIMULACRO #14

01. a	02. e	03. d	04. b	05. b
06. a	07. d	08. e	09. d	10. d
11. a	12. c	13. b	14. a	15. e
16. c	17. c	18. a	19. d	20. c
21. c	22. c	23. a		

SIMULACRO #15

01. a	02. a	03. e	04. d	05. b
06. e	07. e	08. b	09. b	10. b
11. c	12. b	13. a	14. c	15. a
16. c	17. a	18. c	19. d	20. b
21. b	22. c	23. c		

SIMULACRO #16

01. b	02. a	03. a	04. b	05. a
06. e	07. b	08. a	09. e	10. b
11. d	12. b	13. c	14. d	15. e
16. b	17. b	18. b	19. c	20. c
21. c	22. b	23. a	24. b	25. d

SIMULACRO #17				
01. d	02. b	03. d	04. d	05. c
06. a	07. e	08. b	09. a	10. c
11. e	12. a	13. d	14. c	15. c
16. a	17. a	18. a	19. b	20. c
21. c	22. e	23. e	24. b	

SIMULACRO #18				
01. c	02. a	03. d	04. a	05. d
06. c	07. e	08. e	09. a	10. a
11. d	12. e	13. c	14. c	15. a
16. e	17. b	18. d	19. c	20. b
21. d	22. e	23. c	24. a	

SIMULACRO #19				
01. d	02. b	03. a	04. e	05. a
06. d	07. e	08. a	09. c	10. e
11. e	12. b	13. e	14. b	15. a
16. d	17. c	18. b	19. d	20. c

SIMULACRO #20				
01. c	02. a	03. d	04. b	05. d
06. d	07. a	08. e	09. c	10. a
11. a	12. e	13. c	14. c	15. e
16. c	17. e	18. e	19. c	20. c
21. c	22. b	23. a	24. b	

Capítulo 24

TEORÍA DE CONJUNTOS

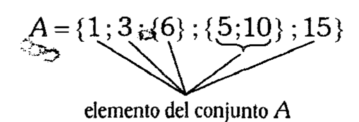
OBJETIVOS:

- Diferenciar las raciones de conjunto, elemento, pertenencia e inclusión.
- Operar con todo tipo de conjuntos.
- Resolver problemas de conjuntos mediante su representación gráfica.

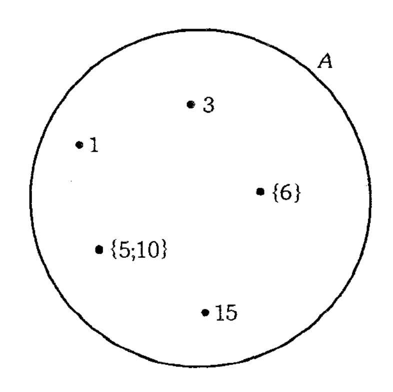
NOCIÓN DE CONJUNTO:

Entendemos por conjunto a una colección a agrupación de objetos a los que se les denomina elementos.

Generalmente se nombran con letras mayúsculas y a sus elementos con letras minúsculas y se pueden representar por medio de diagramas de Venn o encerrados entre llaves.



Representación gráfica:



RELACIÓN DE PERTENENCIA

Se establece esta relación sólo de elemento a conjunto y expresa si el elemento indicado forma parte o no del conjunto considerado.

"… pertenece a …" : $\in$

"… no pertenece …" : $\notin$

Ejemplo:

Dado: $C=\{1;2\};1;\{2;5\};\{6\}\}$

Se observa que: $1\in C$

$8\notin C$

$\{1;2\}\in C$

$5\notin C$

$6\notin C$

$\{6\}\in C$

PROBLEMA RESUELTO:

Dado el conjunto:

$$M=\{3;8;\{8\};\{\{5\}\};7;\{6;7\}\}$$

Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda a las siguientes proposiciones:

I) $\{8\}\in M$ II) $\{5\}\notin M$

III) $\{7\}\notin M$ IV) $\{3;7\}\in M$

a) VVFF b) VFVF c) FVVF

d) VVVF e) VVVV

***Resolución*:**

Observe que:

$$M=\{3;8;\{8\};\{\{5\}\};7;\{6;7\}\}$$

Elementos de M

Luego:

I) $\{8\}\in M$ (V) porque $\{8\}$ se encuentra como elemento.

II) $\{5\}\notin M$ (V) porque $\{5\}$ no es elemento de M.

III) $\{7\}\notin M$ (V) porque $\{7\}$ no es elemento de M.

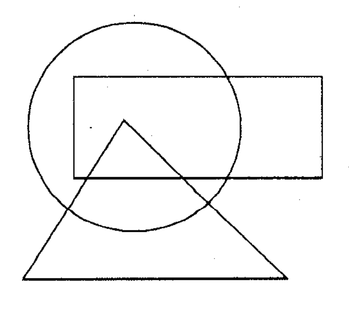
IV) $\{3;7\}\in M$ (F) porque $\{3;7\}$ no es elemento de M.

Clave: d

NOTA:

DIAGRAMAS DE VENN

Son ilustraciones usadas en la teoría de conjuntos; estos diagramas se usan para mostrar gráficamente la agrupación de los elementos de un conjunto.



DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

1.- **Por extensión.**
Cuando se señala a cada uno de los elementos del conjunto.

$$A=\{a;e;i;o;u\}$$
$$B=\{2;4;6;8;10\}$$
$$C=\{1;2;3;4;5;6\}$$

2.- **Por comprensión.**
Cuando se menciona una o más características comunes y exclusivas de los elementos del conjunto.

$$A=\{x/x \text{ es no vocal}\}$$
$$B=\{2k/k \text{ es entero y } 0<k\le 5\}$$
$$C=\{(2n+1) \text{ es un entero positivo } /n<3\}$$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Nos indica el número de elementos diferentes que posee un conjunto. Se denota $n(A)$

***Ejemplos*:**

$$A=\{3;9;\{2;4\};2\}\longrightarrow n(A)=4$$
$$B=\{5;7;5;5;7\}\longrightarrow n(B)=2$$
$$C=\{2;5;\{5;5\};8\}\longrightarrow n(c)=4$$

PROBLEMA RESUELTO

Dado el conjunto:

$$A=\left\{\left(\frac{3x-1}{2}\right)\in\mathbb{Z}\Big/-3<x\le 4\right\}$$

Calcule $n(A)$

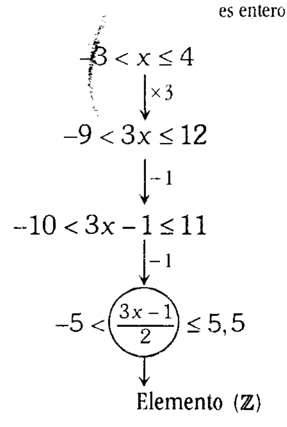
a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

Resolución:

Del conjunto:

$$A = \left\{ \left(\frac{3x-1}{2}\right) \in \mathbb{Z} / -3 < x \leq 4 \right\}$$

Elemento de A — aquí la variable no necesariamente es entero



Se observa que los elementos de A son mayores de -5, pero menores o iguales A 5,5. Luego:

$$A = \{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5\}$$

$\therefore \; n(A) = 10$

Clave: B

NOTA:

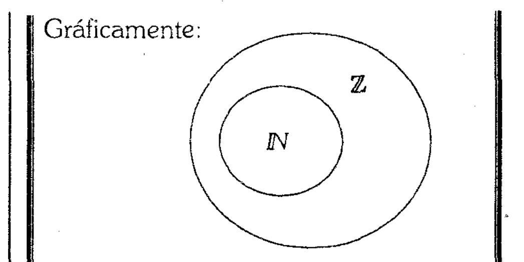
Conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$)

$$\mathbb{N} = \{1;2;3;4;\ldots\}$$

Conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$)

$$\mathbb{Z} = \{\ldots;-3;-2;-1;0;1;2;3;\ldots\}$$

Gráficamente:



RELACIÓN ENTRE CONJUNTOS

I. POR INCLUSIÓN ($\subset$)

Se dice que "A" está incluido en otro conjunto "B", si todos los elementos de "A" pertenecen a "B".

Se nota: $A \subset B$

Se lee: "A" está incluido en "B"
"A" está contenido en "B"
"A" es subconjunto de "B"

Ejemplo:

$A = \{p;q\}$

$B = \{p;q;r;s\}$

$\Rightarrow \quad A \subset B$

Ejemplo:

$D = \{2;4;6\}$

$E = \{1;3;5;2\}$

Se observa que "D" no está contenido en "E".

$\Rightarrow \quad D \not\subset E$

NOTA:

- Todo conjunto está incluido en sí mismo o es subconjunto de sí mismo.
- El conjunto vacío está incluido en todo conjunto.

II. IGUALDAD

Se dice que dos conjuntos son iguales cuando ambos poseen los mismos elementos

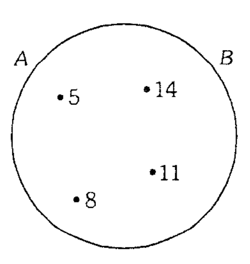
***Ejemplos*:**

$A = \{3n + 2 / n \in \mathbb{Z} \quad \wedge \quad 1 \leq n \leq 4\}$

$B = \{5 ; 14 ; 8 ; 11\}$

Se observa que:

$A = B$



III. CONJUNTOS COMPARABLES

Dos conjuntos son comparables cuando sólo uno de ellos está incluido en el otro; es decir.

$$A \subset B \quad \text{ó} \quad B \subset A$$

***Ejemplo*:**

$A = \{3 ; 5 ; 7\}$; $B = \{1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9\}$

$\Rightarrow$ A y B son comparables, porque $A \subset B$

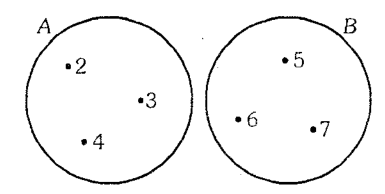
IV. CONJUNTOS DISJUNTOS

Se dice que dos conjuntos son disjuntos cuando no poseen elementos comunes.

***Ejemplo*:**

$A = \{2 ; 3 ; 4\}$; $B = \{5 ; 6 ; 7\}$

Gráficamente:



V. CONJUNTOS EQUIPOTENTES

También llamados coordinables; son aquellos conjuntos cuando el número de sus elementos son iguales.

***Ejemplo*:**

$A = \{a ; e ; i\}$ $\quad B = \{1 ; 3 ; 4\}$

Como: $n(A) = n(B) = 3$

$\Rightarrow$ son equipolentes.

PROBLEMA RESUELTO:

Si los conjuntos:

$M = \{2a + 2 ; 15 ; b + 3\}$ y

$N = \{2b + 1 ; a + b ; 2a\}$

Son iguales; siendo a y b números enteros halle $a \times b$.

a) 25 b) 28 c) 30
d) 35 e) 53

Resolución:

Se observa:

$$M = \{2a+2\,;\overbrace{15}^{\text{impar}}\,;b+3\}$$

$$N = \{2b+1\,;a+b\,;\underbrace{2a}_{\text{par}}\}$$

Luego: $2a = b+3 \longrightarrow b = 2a-3$

Reemplazando en los conjuntos:

$$M = \{2a+2\,;15\,;2a\}$$

$$N = \{4a-5\,;3a-3\,;2a\}$$

Tenemos: $2a+2 = 3a-3$

$a = 5 \rightarrow b = 2(5)-3 = 7$

$\therefore$ Piden $a \times b = 5 \times 7 = 35$

Clave: d

CONJUNTOS ESPECIALES

I. CONJUNTO VACÍO

Llamado también conjunto nulo; es aquel que no posee elementos. Se denota así: ϕ ó { }

Ejemplo:

$A = \{x/x$ es el actual inca del Perú $\}$

$\Rightarrow \quad A = \phi$

$B = \{x/x$ es un número par $\wedge\ 8 < x < 10\}$

$\Rightarrow \quad B = \phi$

II. CONJUNTO UNITARIO

Llamado también singlentón, es aquel que sólo tiene un elemento.

Ejemplo:

$$S = \{x/x \in \mathbb{Z}\ \wedge\ 10 < x < 12\} = \{11\}$$

$$P = \{2\,;2\,;2\,;...\} = \{2\}$$

III. CONJUNTO UNIVERSAL (U).

Es un conjunto referencial para el estudio de una situación particular, que contiene a todos los conjuntos considerados. No existe un conjunto universal absoluto.

Ejemplo:

$A = \{1\,;3\,;5\} \qquad B = \{2\,;4\,;5\,;6\}$

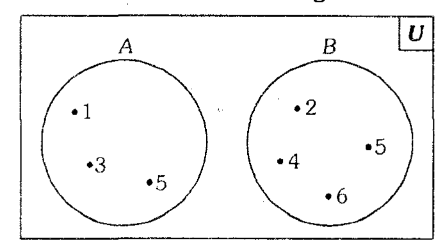
Podrían ser conjuntos universales:

$$U = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\,;7\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\,;6\}$$

$$U = \{x/x \in \mathbb{N}\}$$

Gráficamente el conjunto universal se representa mediante un rectángulo.



IV. CONJUNTO DE CONJUNTOS

Aquel cuyos elementos son todos conjuntos

Ejemplos:

$$A = \{\{2\,;3\}\,;\{3\}\,;\phi\}$$

V. CONJUNTO POTENCIA

Dado un conjunto "A", el conjunto potencia de A está formado por todos los subconjuntos de "A"

***Ejemplo*:**

$A=\{a;b;c\}$

$$P(A)=\overbrace{\phi;\{a\};\{b\};\{c\};\{a;b\};\{a;c\};\{b;c\}}^{\text{Subconjuntos propios}};\{a;b;c\}$$

Vacío: ϕ ; Unitarios: $\{a\};\{b\};\{c\}$; Binarios: $\{a;b\};\{a;c\};\{b;c\}$; Ternario: $\{a;b;c\}$

$$\Rightarrow \quad n[P(A)]=2^3=8$$

En general: $\boxed{n[P(A)]=2^{n(A)}}$

También:

$$\#\text{ de subconjuntos propios }=2^{n(A)}-1$$

Además para determinar la cantidad de subconjuntos k-arios de un conjunto A, se utiliza:

$$\#\text{ de subc. de "}k\text{" elem }=C_k^{n(A)}$$

***Ejemplo*:**

$$A=\{a,e,i,o,u\}$$

$\longrightarrow$ $n(A)=5$

$\longrightarrow$ $n[P(A)]=2^5=32$

$\longrightarrow$ # de Subconj. propios $=2^5-1=31$

$\longrightarrow$ # de Subconj. de 3 elementos.

$$=C_3^5=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$$

NOTA:

La combinación:

$$C_k^n=\frac{\overbrace{n(n-1)(n-2)x\bullet}^{k\text{ factores}}}{k(k-1)(k-2)\bullet\ldots\bullet3\bullet2\bullet1}$$

PROBLEMA RESUELTO:

Si el conjunto:

$$A=\{n^3+4\,;129\,;m^{n+2}+1\}$$

Es unitario; donde m y n son enteros positivos ¿cuántos subconjuntos tiene?:

$$B=\{n+2\,;m\,;m+n\,;n\,;n-m+2\}$$

a) 4 b) 8 c) 16
d) 32 e) 64

***Resolución*:**

Como A es unitario:

$\longrightarrow$ $n^3+4=129$

$n^3=125\to n=5$

$\longrightarrow$ $m^{n+2}+1=129$

$m^7=128\ \to\ m=2$

Entonces: $B=\{7\,;2\,;7\,;5\,;5\}$

$B=\{7\,;2\,;5\}$

Número de subconjunto $=2^3=8$

Clave: b

OPERACIONES DE CONJUNTOS

I. UNIÓN

Es el conjunto formado por la agrupación de todos los elementos de "A" con todos los elementos de "B".

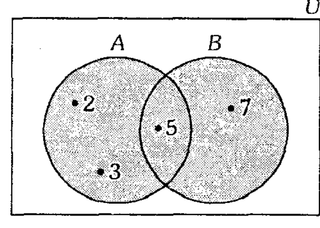
Se denota: $A \cup B$

Se lee: "A" unión "B".

***Ejemplos*:**

$$A = \{2;3;5\} \quad ; \quad B = \{5;5\}$$

$$\Rightarrow \quad A \cup B = \{2;3;5;7\}$$



$A \cup B$

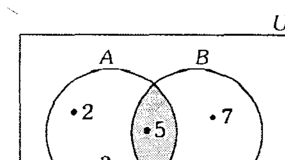
II. INTERSECCIÓN

Es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a los 2 conjuntos a la vez.

***Ejemplo*:**

$$A = \{2;3;5\} \quad ; \quad B = \{5;7\}$$

$$\Rightarrow \quad A \cap B = \{5\}$$



$A \cap B$

Nota:

Se cumple:

$$(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

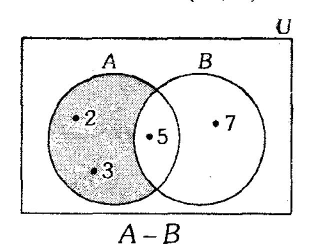
III. DIFERENCIA

La diferencia de dos conjuntos A y B (en dicho orden) es el conjunto formado por los elementos de A, pero que no pertenecen a B.

***Ejemplo*:**

$$A = \{2;3;5\} \quad ; \quad B = \{5;7\}$$

$$\Rightarrow \quad A - B = \{2;3\}$$



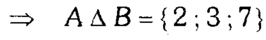
$A - B$

IV. DIFERENCIA SIMÉTRICA

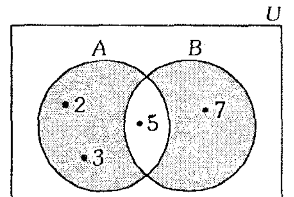
Es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A ó B, pero no a ambos.

***Ejemplo*:**

$$A = \{2;3;5\} \quad ; \quad B = \{5;7\}$$



$$\Rightarrow \quad A \,\Delta\, B = \{2;3;7\}$$



$A \,\Delta\, B$

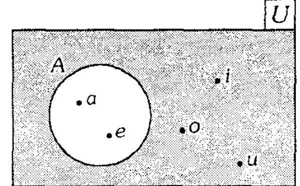
V. COMPLEMENTO

El complemento del conjunto "A" es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto universal U, pero no al conjunto "A".

Ejemplo:

$A = \{a ; e\}$

$U = \{x / x \text{ es una vocal}\}$



IMPORTANTE:

- $A + A' = U$
- $A \cap A' = \varnothing$
- $n(A) + n(A') = n(U)$
- $(A')' = A$
- $(\varnothing)' = U$
- $(U)' = \varnothing$

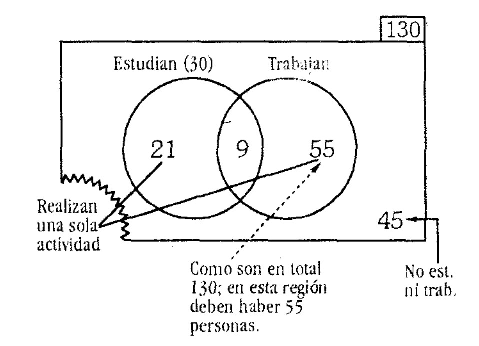
PROBLEMA RESUELTO:

De un grupo de 130 personas, 45 no estudian ni trabajan, 30 estudian y 9 estudian y trabajan ¿cuántas personas realizan sólo una de estas actividades?

a) 21 b) 76 c) 55
d) 85 e) 67

Resolución:

Graficando:



$\therefore$ Realizan sólo una actividad:
$21 + 55 = 76$

Clave: b

LEYES DE ALGEBRA DE CONJUNTOS

Idempotencia. $A \cup A = A$
$A \cap A = A$

Conmutativa. $A \cup B = B \cup A$
$A \cap B = B \cap A$

Asociativa.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cup B) \cap C) = A \cap (B \cap C)$$

Distributiva.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Absorción $A \cup (A \cap B) = A$
$A \cap (A \cup B) = A$

De Morgan $(A \cup B)' = A' \cap B'$
$(A \cap B)' = A' \cup B'$

Diferencia $A - B = A \cap B'$

De la unidad y complemento

$A \cup U = U$

$A \cap U = A$

$A \cup \phi = A$

$A \cap \phi = \phi$

PROBLEMA RESUELTO 1:

Simplifique:

$$M = [\,(A-B) \cup (A \cap B)\,] \cap B$$

a) A b) B c) ϕ
d) $A \cup B$ e) $A \cap B$

Resolución:

$M = [\,(A-B) \cup (A \cap B)\,] \cap B$

$= [\,(A \cap B') \cup (A \cap B)\,] \cap B$ (DIFERE)

$= [A \cap (B' \cup B)] \cap B$ (DISTRIBUTIVA)

$= [A \cap U] \cap B$

$= A \cap B$

Clave: e

PROBLEMA RESUELTO 2:

Reducir:

$$M = [(B' \cap A) \cup B]' \cup [A \cap [(A' - C']' \cap A]$$

a) $A' - B'$ b) $A \cap B'$ c) $A - B$
d) $A - B$ e) $A' \cap B$

Resolución:

$M = [(B' \cup B) \cap (A \cup B)]' \cup [A \cap [(A' \cap C)' \cap A]]$

$M = [U \cap (A \cup B)]' \cup [A \cap [(A \cup C') \cap A]]$

$M = [A \cup B]' \cup [A \cap [A]]$

$M = (A' \cap B') \cup A = (A' \cup A) \cap (B' \cap A)$

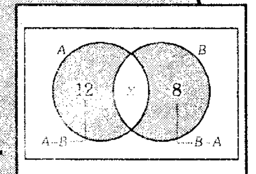
$M = U \cap (B' \cap A)$

$M = B' \cap A$

Clave: b

Capítulo: **24**

Teoría de Conjuntos



Problemas Resueltos

PROBLEMA 01

Dado el conjunto:

$$A = \{a;b;\{a,b\};\{b\};\phi\}$$

Indicar lo incorrecto:

a) $\{a,b\} \in A$ b) $\{a\} \subset A$

c) $\{b;\{b\}\} \subset A$ d) $\{\phi\} \subset A$

e) $\{a\} \in A$

Resolución:

Del conjunto:

$$A = \{\underline{a};\underline{b};\{\underline{a;b}\};\{\underline{b}\};\underline{\varnothing}\}$$

Elementos

Luego:

$\{a;b\} \in A$ ...... (V)

$\{a\} \subset A$ .... (V); ya que $a \in A$

$\{b;\{b\}\} \subset A$ ... (V); porque b y $\{b\} \in A$

$\{\varnothing\} \subset A$ ...... (V); porque $\phi \in A$

$\{a\} \in A$ ...... (F); ya que $\{a\}$ no es elemento

Clave: e

PROBLEMA 02

Dados los conjuntos:

$$A = \{a^2 / a \in \mathbb{Z} \quad \wedge \quad -3 \leq a < 4\}$$

$$B = \{(3b) \in \mathbb{N} / 2 < b < 4\}$$

$$C = \{1;2;2;3;3;3\}$$

Se define:

$S(X)$ = Suma de elementos del conjunto X.

Hallar: $[S(B) - S(A)] \times n(C)$

a) 87 b) 93 c) 76
d) 102 e) 113

Resolución:

Como:

$$A = \{a^2 / a \in \mathbb{Z} \quad \wedge \quad -3 \leq a < 4\}$$

a: −3;−2;−1,0,1,2,3

$$\Rightarrow A = \{9;4;1;0\} \Rightarrow S(A) = 9+4+1+0 = 14$$

Además: $2 < b < 4$

$\downarrow \times 3$

$$6 < 3b < 12$$

$3b$: 7; 8; 9; 10; 11

$$B = \{7;8;9;10;11\}$$

$$\Rightarrow S(B) = 7+8+9+10+11 = 45$$

En el conjunto c anulamos elementos repetidos:

$$\Rightarrow \quad C = \{1;2;3\}$$

$$n(C) = 3$$

Entonces:

$$[S(B) - S(A)] \times n(c) = (45-14) \times 3 = 93$$

Clave: b

PROBLEMA 03

Dados los conjuntos:

$A = \{ Z \in \mathbb{N} /$ el producto de cifras de X es $2\}$

$B = \{ \overline{abc} / \overline{abc} = x^x \quad \wedge \quad x \in \mathbb{N} \}$

$C = \{ \ \}$

$D = \{ \varnothing \}$

¿Cuáles de las siguientes proposiciones con ciertas?

I. A es conjunto finito.
II. B es conjunto unitario.
III. C es conjunto vacío.
IV. $D = C$

a) Sólo I b) I y IV c) II y III
d) I, II y IIII e) Sólo II

Resolución:

Del enunciado:

$A = \{2;12;112;1112;\ldots\}$ Conjunto infinito

Prod. de cif. = 2

$B = \{256\}$

4^4 ; es el único número de 3 cifras de la forma x^x

$C = \{ \ \}$; conjunto vacío.

$D = \{ \phi \}$; es un conjunto unitario.

Luego:

I. A es conjunto infinito (V)
II. B es conjunto unitario (V)
III. C es conjunto vacío (V)
IV. $D = C$ (F)

Clave: d

PROBLEMA 04

Si los siguientes conjuntos son unitarios e iguales, calcular:

$$a+b+c$$

$$A = \{2a+b;c\} \quad ; \quad B = \{2c-7;5b+2\}$$

a) 9 b) 13 c) 10
d) 11 e) 12

Resolución:

$$A = \{2a+b\,;c\}$$

$$B = 2c-7\,;5b+2$$

Igualando: $2c - 7 = c$

$c = 7$

Además: • $5b + 2 = 7$

$b = 1$

• $2a + b = 7$

$2a + 1 = 7$

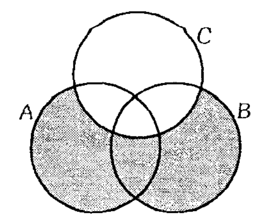
$a = 3$

Piden: $a + b + c = 3 + 1 + 7 = 11$

Clave: d

PROBLEMA 05

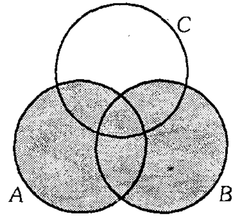
Cuál es la expresión que representa a la zona sombreada?



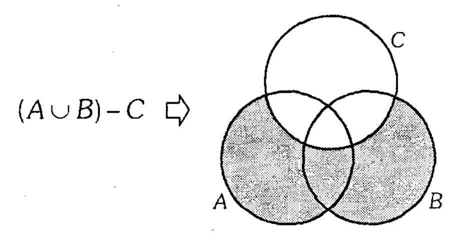
a) $(A \cup B) \Delta C$
b) $(A \cup B) - C$
c) $(A \cup B) - B$
d) $(A \cap C) \cup B$
e) $(A \cup C) - B$

Resolución:

Si a: $A \cup B$ ⇨



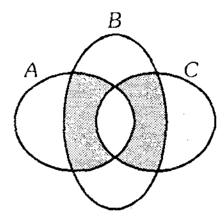
Le quitamos C obtenemos lo sombreado:



Clave: b

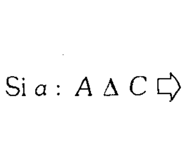
PROBLEMA 06

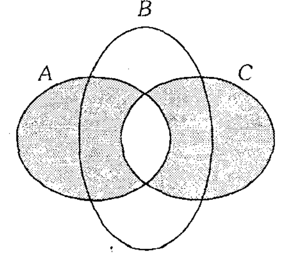
¿Qué relación conjuntista expresa mejor la siguiente región sombreada?



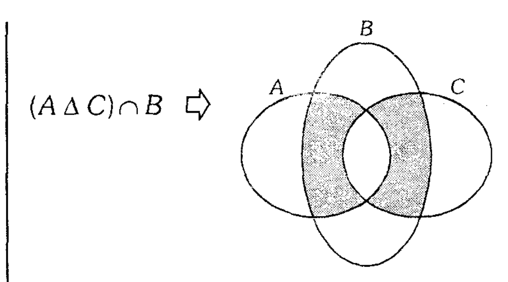
a) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
b) $(A - C) \cup (B - C)$
c) $(B \cap A') \cup C$
d) $(A \Delta C) \cap B$
e) $(A' \cup C' \cap B$

Resolución:





Lo intersectamos con B obtenemos lo sombreado:



Clave: d

PROBLEMA 07

Si: $n(A \cup B) = 50$

$n(A - B) = 12$

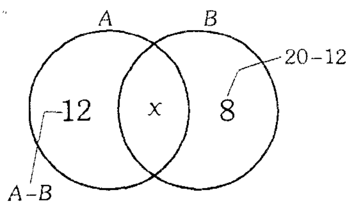
$n(A \Delta B) = 20$

Calcular: $n(A \cap B) - n(B - A)$

a) 22 b) 28 c) 32
d) 36 e) 38

Resolución:

Graficando:



Como: $n(A \cup B) = 50$

$\longrightarrow \quad 12 + x + 8 = 50$

$x = 30$

Piden: $n(A \cap B) - n(B - A)$

$= 30 - 8 = 22$

Clave: a

PROBLEMA 08

Los conjuntos A y B son conjuntos comparables, y se sabe que:

- $n(A \cup B) + n(A \cap B) = 25$
- $n(A - B) = 9$

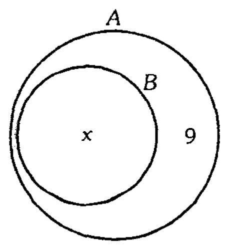
Calcular: $n(B)$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 3

Resolución:

Como son conjuntos comparables; uno de ellos debe estar incluido en otro:

$n(A - B) = 9$ ⇨



Luego:

$$n(A \cup B) + n(A \cap B) = 25$$
$$(x + 9) + x = 25$$
$$x = 8$$

Clave: b

PROBLEMA 09

Dado el conjunto:

$$S = \{1;6;\{16\};6;16;\{16\}\}$$

Cuántos subconjuntos tiene?

a) 64 b) 8 c) 16
d) 128 e) 32

Resolución:

Eliminando los elementos repetidos:

$$S = \{1;6;\{16\};16\}$$

4 elementos

Número de subconjuntos $= 2^4 = 16$

Clave: c

PROBLEMA 10

Cuántos subconjuntos cuaternarios posee un conjunto cuyo cardinal es 8?

a) 56 b) 24 c) 48
d) 112 e) 70

Resolución:

Dato: $n(A) = 8$

Número de subconjuntos cuaternarios $= C_4^{n(A)}$

$$= C_4^8$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

Clave: e

PROBLEMA 11

De 120 personas:

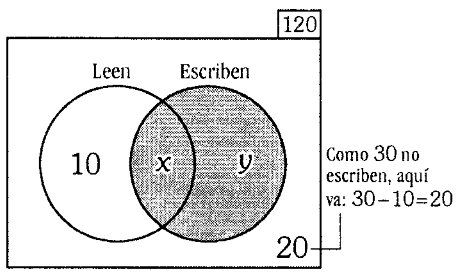
* 60 no leen
* 30 no escriben
* 10 solamente leen

¿Cuántas personas leen y escriben?

a) 50 b) 45 c) 55
d) 52 e) 60

***Resolución*:**

Del enunciado:



Como 60 no leen:

$$y + 20 = 60$$
$$y = 40$$

Además: $10 + x + y + 20 = 120$

$$10 + x + 40 + 20 = 120$$
$$x = 50$$

∴ 50 personas leen y escriben.

Clave: a

PROBLEMA 12

De un grupo de 130 personas se sabe que hay:

- 31 personas entre Hombres blancos casados y mujeres blancas solteras.
- 35 personas entre hombres morenos casados y hombres blancos solteros.
- 38 personas entre mujeres blancas casadas y hombres morenos solteros.

¿Cuántas mujeres morenas hay en el grupo?

a) 20 b) 28 c) 30
d) 26 e) 25

***Resolución*:**

Del enunciado:

Total: 130

	Blancos		Morenos	
		CASADOS		
Hombres	n	a	m	q
Mujeres	b	p	x	

$$a + b = 31$$
$$m + n = 35 \quad +$$
$$p + q = 38$$
$$\overline{a + b + m + n + p + q = 104}$$

Como:

$$x + \underbrace{(a + b + m + n + p + q)}_{104} = 130$$
$$x + 104 = 130$$
$$x = 26$$

Clave: d

PROBLEMA 13

En una estación de combustible se dispone de 15 surtidores, los cuales operan todo el día (un grifero por surtidor). Cierto día de la semana se observó que dos griferos trabajaron dos turnos no consecutivos del mismo día y 3 trabajaron todo el día, además entre las personas que trabajaron dos turnos consecutivos diferentes hay una relación de 40 a 32.

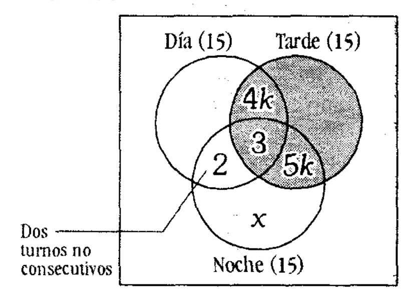
¿Cuántas personas, como mínimo, trabajaron exclusivamente en la noche?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 10

Resolución:

Como: $\frac{40}{32} = \frac{5}{4}$

Del enunciado:



$$\hookrightarrow x = 15 - (5 + 5k)$$
$$x = 10 - 5k$$
$$\quad \llcorner 1$$

Para que x sea mínimo: $k = 1$

Ya que: $4k + 3 + 5k \leq 15$

$\Rightarrow \quad x = 10 - 5(1) = 5$

Clave: d

PROBLEMA 14

En una clase de 40 alumnos se tomaron cuatro pruebas; los cursos fueron: aritmética, historia, álgebra y lenguaje. Los resultados obtenidos se detallan a continuación:

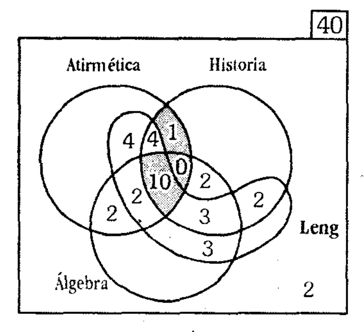
- Todos los que aprobaron aritmética, historia y álgebra; también aprobaron lenguaje.
- 10 alumnos aprobaron los 4 cursos.
- 2 alumnos aprobaron sólo historia y lenguaje.
- 3 alumnos aprobaron álgebra y lenguaje pero no aritmética ni historia.
- 4 aprobaron lenguaje y aritmética pero no historia ni álgebra.
- Diez aprobaron lenguaje pero no álgebra.
- 8 aprobaron lenguaje pero no aritmética .
- 2 aprobaron aritmética, álgebra y lenguaje pero no historia.
- Un alumno aprobó aritmética e historia pero no lenguaje, ni álgebra.
- 2 aprobaron aritmética y álgebra pero no lenguaje ni historia.
- 15 aprobaron historia y álgebra.
- 2 no aprobaron ninguno de los exámenes.

¿Cuántos aprobaron un solo curso?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

Resolución:

Haciendo un diagrama de Venn para 4 conjuntos.



Los que aprobaron un solo curso fueron:
$= 40 - (2 + 4 + 4 + 1 + 2 + 10 + 2 + 3 + 2 + $
$+ 3 + 0 + 2) = 5$

Clave: c

PROBLEMA 15

Si: $A=\{4;\{5\};\{4;5\};6\}$

¿Cuántas proposiciones son verdaderas?

* $4 \in A$
* $5 \in A$
* $\{4\} \subset A$
* $\phi \subset A$
* $\{4;5\} \in A$
* $\{6\} \subset A$
* $7 \not\subset A$
* $\{\{5\}\} \subset A$
* $4 \subset A$
* $\{\{5\};6\} \subset A$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 8 e) 7

Resolución:

Del conjunto:

$$A=\{4;\underline{\{5\}};\underline{\{4;5\}};6\}$$

4 elementos

Tenemos:

$4 \in A$ ...... **(V)**; 4 es elemento de A

$5 \in A$ ...... **(F)**; 5 no es elemento

$\{4\} \subset A$ **(V)**; ya que 4 es elemento $\hookrightarrow \{4\}$ es subconjunto.

$\phi \subset A$ ......**(V)**; el vacío está incluido en todo conjunto.

$\{4,5\} \in A$ **(V)**; ya que $\{4;5\}$ es elemento de A

$\{6\} \subset A$ ... **(V)**; ya que 6 es elemento

$7 \not\subset A$ ... **(V)**; 7 no es elemento.

$\{\{5\}\} \subset A$ **(V)**; como $\{5\}$ es elemento entonces $\{\{5\}\}$ es subconjunto.

$4 \subset A$ ... **(F)**; 4 es elemento no es subconjunto.

$\{\{5\};6\} \subset A$ **(V)**; ya que $\{5\}$ y 6 son elementos de A

$\therefore$ Son verdaderas 8 proposiciones.

Clave: d

PROBLEMA 16

Determinar por extensión y dar como respuesta la suma de los elementos de P:

$$P=\left\{\frac{n^2-16}{n-4} \,/\, n \in \mathbb{Z} \;;\; 0<n\leq 5\right\}$$

a) 35 b) 36 c) 27
d) 0 e) 42

Resolución:

Como: $n \in \mathbb{Z} \wedge 0<n\leq 5$ (n: 1, 2, 3, 4, 5)

Además:

$$\frac{n^2-16}{n-4}=\frac{(n+4)\cancel{(n-4)}}{\cancel{n-4}}=n+4 \quad ; \quad n\neq 4$$

Luego:

$$P=\{n+4/n\in\mathbb{Z};0<n\leq 5;n\neq 4\}$$

(n: 1, 2, 3, 5)

$$P=\{5;6;7;9\}$$

Piden: $5+6+7+9=27$

Clave: c

PROBLEMA 17

Hallar $a+b$ si "E" es unitario

$$E=\{4a+1;2b+9;3a+4\}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Como el conjunto es unitario:

$\hookrightarrow$ $4a+1=3a+4$ (Elementos iguales)

$a=3$

$\hookrightarrow$ $4a+1=2b+9$

$4(3)+1=2b+9$

$b=2$

Piden: $a+b=3+2=5$

Clave: e

PROBLEMA 18

Cuántos elementos tiene A, sabiendo que:

$$A=\{\sqrt{n}/(3n+1)\in N\,;\,n<2\}?$$

a) 6 b) 5 c) 3
d) 2 e) 1

Resolución:

Dando forma A:

$$n<2 \xrightarrow{\times 3} 3n<6 \xrightarrow{+1} 3n+1<7$$

$3n+1$ → 1, 2, 3, 4, 5, 6 (naturales)

Luego: $A=\{\sqrt{1};\sqrt{2};\sqrt{3};\sqrt{4};\sqrt{5};\sqrt{6}\}$

$\therefore$ Tiene 6 elementos

Clave: a

PROBLEMA 19

Si A es unitario B y C son conjuntos iguales. Calcular $m+n+p$

$$A=\{2p;m\}$$
$$B=\{n+1;2m-3\}$$
$$C=\{n+5;2p-1\}$$

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

Resolución:

Como A es conjunto unitario

$\hookrightarrow 2p=m$

Reemplazando: $B=\{n+1\,;\,4p-3\}$

$C=\{n+5\,;\,2p-1\}$

Como $B=C$:

$\hookrightarrow$ $n+1=2p-1$

$\hookrightarrow$ $n+5=4p-3$ (−)

$4=2p-2$

$p=3$

$n=4 \;\rightarrow\; m=2(3)=6$

Piden: $m+n+p=6+4+3=13$

Clave: b

PROBLEMA 20

Siendo A y B dos conjuntos tales que:

$n(A\cup B)=30$; $n(A-B)=12$ y

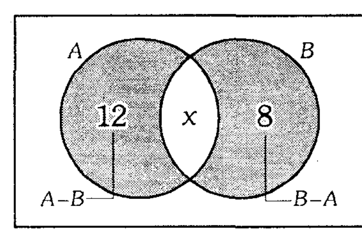
$n(B-A)=8$

Hallar: $5[n(A)]-4[n(B)]$

a) 38 b) 60 c) 48
d) 70 e) 100

Resolución:

Graficando:



Como: $n(A\cup B)=30$

$\rightarrow 12+x+8=30$

$x=10$

Piden: $5(n(A))-4(n(B))$

$=5(12+10)-4(10+8)$

$=38$

Clave: a

PROBLEMA 21

Encontrar el número de subconjuntos binarios del conjunto:

$$B=\{(x^2-1)\in\mathbb{Z}\,/\,0<x\leq 3\,;\,x\in\mathbb{Z}\}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Como: $x\in\mathbb{Z}\ \wedge\ 0<x\leq 3$ → 1,2,3

Reemplazando: $B=\{\overset{1^2-1}{0}\,;3\,;8\}$

$\longrightarrow n(B)=3$

Número de subconjuntos binarios: $=C_2^3=\frac{3\times 2}{2\times 1}=3$

Clave: c

PROBLEMA 22

Para 2 conjuntos A y B, se cumple:

$$n(A\cup B)=17$$
$$n[p(A-B)]=256$$
$$n[p(B-A)]=4$$

a) 2 b) 4 c) 8
d) 64 e) 128

Resolución:

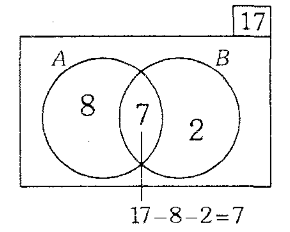
Como: $n[p(A-B)]=2^8$

$\Rightarrow\ n(A-B)=8$

$n[p(B-A)]=2^2$

$\Rightarrow\ B-A=2$

Gráficamente:



Luego: $n(A\cap B)=7$

$\Rightarrow\ n[p(A\cap B)]=2^7=128$

Clave: e

PROBLEMA 23

Jorge tiene botellas de Guinda, Ron, Anisado y Pisco. Suponiendo que se pueden mezclar por lo menos dos licores.
¿Cuántas mezclas distintas se pueden hacer?

a) 11 b) 10 c) 12
d) 14 e) 15

Resolución:

Dado el conjunto:

$$M = \{G;R;A;P\} \longrightarrow n(M) = 4$$

$$n[p(M)] = 2^4 = 16$$

En total se pueden formar 16 grupos tomando de a uno, de a dos, etc. incluyendo al vacío.

Como nos piden mezclarlos por lo menos de a 2:

\# de mezclas: $16 - 4 - 1$ (4: De a uno en uno; 1: No se toma ninguno)

$= 11$

Clave: a

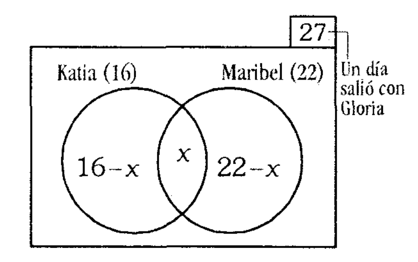
PROBLEMA 24

Durante el mes de febrero del 2006, Ernesto salió a pasear con Katia, Maribel o con ambas. Si 16 días paseo con Katia y 22 días con Maribel. ¿Cuántos días paseo con ambas, sabiendo que el día de los enamorados salió sólo con Gloria?

a) 13 b) 11 c) 8
d) 10 e) 12

Resolución:

Como 2006 no es bisiesto; febrero trae 28 días.



$$\longrightarrow (16 - x) + x + (22 - x) = 27$$

$$x = 11$$

∴ 11 días paseó con ambas.

Clave: b

PROBLEMA 25

De un grupo de 100 alumnos, 49 no llevan el curso de aritmética, 53 no lleven álgebra y 27 no llevan algebra ni aritmética. ¿Cuántos alumnos llevan sólo uno de los cursos?

a) 46 b) 50 c) 52
d) 48 e) 56

Resolución:

Graficando:

100
Aritmética
Álgebra
26
22
27
como 53 no llevan álgebra
53−27=26
Como 49 no llevan aritmética:
49−27=22

∴ Llevan sólo uno de los cursos:
$26+22=48$

Clave: d

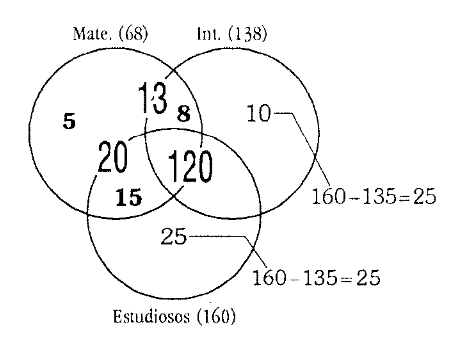
PROBLEMA 26

Si una encuesta a 200 estudiantes se halló que: 68 prefieren matemática, 138 son inteligentes, 160 son estudiosos, 120 son estudiosos e inteligentes, 20 prefieren matemática y no son inteligentes, 13 prefieren matemática y no son estudiosos, 15 prefieren matemática y son estudiosos pero no son inteligentes. Hallar ¿Cuántos no prefieren matemática, ni son estudiosos ni son inteligentes?

a) 15 b) 17 c) 19
d) 18 e) 20

Resolución:

Del enunciado:



No prefieren matemática, no son estudiosos ni inteligentes:

$$200-(5+8+10+15+120+25)=17$$

Clave: b

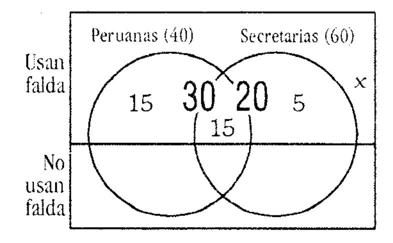
PROBLEMA 27

Entre las mujeres que llegaron en un avión internacional, 40 eran peruanas, 60 secretarias; de las peruanas el 75% usaban falda y la mitad de estas eran secretarias. Por cada 3 secretarias una usaba falda. Averiguar ¿Cuántas mujeres que usaban falda no eran peruanas ni secretarias, si en total 80 usaban faldas?

a) 25 b) 35 c) 45
d) 55 e) 40

Resolución:

Graficando:



Peruanas con falda $=\frac{75}{100}(40)=30$

Peruanas con falda que son secretarias

$$=\frac{1}{2}(30)=15$$

Como por cada 3 secretarias, una usaba falda:

$$\#\text{ de secretarias con falda }=\frac{1}{3}(60)=20$$

Como el total que usa falda es 80:

$$15+15+5+x=80$$

$$x=45$$

∴ 45 mujeres usan falda, pero no son peruanas ni secretarias.

Clave: c

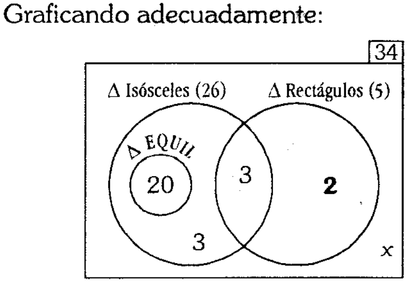
PROBLEMA 28

Un rompecabezas está compuesto de 34 piezas de cartón de formas triangulares, 20 son triángulos equiláteros, 26 son triángulos isósceles, 5 son triángulos rectángulos y 3 son triángulos isósceles rectángulos. ¿Cuántas piezas son triángulos escálenos pero no rectángulos?; sabiendo que los triángulos equiláteros son isósceles.

a) 8 b) 6 c) 10
d) 9 e) 7

Resolución:

Graficando adecuadamente:



$$20+3+2+3+x=34$$
$$x=6$$

∴ Son 6 triángulos escálenos pero no rectángulos

Clave: b

PROBLEMA 29

Un estudiante salió de vacaciones por "*n* días", tiempo durante el cual:

* Llovió 7 veces en la mañana o en la tarde.
* Cuando llovía en la tarde, estaba despejada la mañana.
* Hubo 5 tardes despejadas
* Hubo 6 mañanas despejadas.

Según esto tales vacaciones fueron de:

a) 7 días b) 8 días c) 9 días
d) 10 días e) 11 días

Resolución:

Del enunciado:

	MAÑANA	TARDE
Llovió	7	
No llovió (Despejado)	6	5

El total de mañanas y tardes es:

$$7+6+5=18$$

Lo que equivale A: $\frac{18}{2}=9$ días

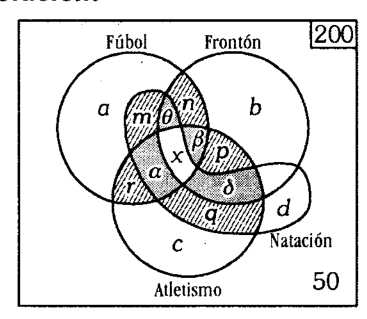
Clave: c

PROBLEMA 30

En un club vacacional hay 200 personas que se divierten practicando Fútbol, Frontón, Atletismo, Natación o en alguna otra actividad. Los que practican sólo tres de los deportes mencionados es el triple de los que practican los cuatro deportes mencionados los que practican sólo 2 deportes son el doble de los que practican sólo 3 deportes mencionados; 30 practican sólo un deporte mencionado y 50 se dedican a otras actividades. ¿Cuántas personas practican los 4 deportes mencionados?

a) 12 b) 10 c) 8
d) 15 e) 17

Resolución:



Del gráfico:
Sólo 3 deportes: $\alpha, \beta, \theta, \delta = 3x$
Sólo 2 deportes: $m; n; p; q;$ y $r = 6x$
Sólo 1 deporte: $a, b, c, d = 30$

Luego:

$$3x + 6x + 30 + x + 50 = 200$$
$$10x = 120$$
$$x = 12$$

$\therefore$ 12 personas practican los 4 deportes

Clave: a

PROBLEMA 31

Simplifique la siguiente expresión conjuntista:

$$[(A-B)\cap(B-C)]\cup(A\cap B')$$

a) $A\cup B$ b) $B\cap C$ c) $A-B$
d) $B-C$ e) $A\cap C$

Resolución:

Como: $A\cap B' = A-B$

Reemplazamos:

$$[(A-B)\cap(B-C)]\cup(A-B)$$

$= A-B$ .... por absorción

Clave: c

PROBLEMA 32

Reducir:

$$S = [(A'\cap A)'\cap(A-B')]\cup(A\Delta B)$$

a) ϕ b) U c) $A-B$
d) $A\cap B$ e) $A\cup B$

Resolución:

Como:

$$\underbrace{(A'\cap A)'}_{\phi}\cap(A-B') = \phi'\cap(A\cap(B')')$$
$$= U\cap(A\cap B)$$
$$= A\cap B$$

Además:

- $A\Delta B = (A\cup B)-(A\cap B)$
  $= (A\cup B)\cap(A\cap B)'$

Tenemos:

$S = (A\cap B)\cup[(A\cup B)\cap(A\cap B)']$

$S = [(A\cap B)\cup(A\cup B)]\cap[(A\cap B)\cup(A\cap B)']$

$S = [A\cup B]\cap U$

$S = A\cup B$

Clave: e

PROBLEMA 33

Si $A\subset B$; simplificar:

$$K = \{[(B\cup A)\cap(B'\cap C)]\cup A'\}\cup B'$$

a) A b) A' c) B
d) B' e) C

Resolución:

Como: $A \subset B$

$$\Rightarrow (B \cup A) \cap (B' \cap C) = B \cap (B' \cap C)$$
$$= (B \cap B') \cap C$$
$$= \phi \cap C$$
$$= \phi$$

Luego:

$$K = \{\phi \cup A'\} \cup B'$$
$$= A' \cup B'$$
$$= (A \cap B)' \text{ .... Morgan}$$
$$= A'$$

Clave: b

PROBLEMA 34

Dados los conjuntos binarios:

$$A = \{6 ; a+b ; a-b ; 16\}$$
$$B = \left\{\frac{a^2+b^2}{2} ; \overline{cd} ; c+d\right\}$$

Hallar: $(c-d)$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Como son conjuntos binarios, sólo deben tener 2 elementos:

$$A = \{6 ; a+b ; a-b ; 16\}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 16 \\ a-b &= 6 \end{aligned} \quad +$$

$$2a = 22 \rightarrow a = 11$$
$$b = 5$$

Reemplazando:

$$B = \{73 ; \overline{cd} ; c+d\} = \{73 ; 10\}$$

Piden: $c-d = 7-3 = 4$

Clave: d

PROBLEMA 35

En una fiesta donde habían 90 personas, 20 eran hombres que no gustaban de la música "Rock" y 40 eran mujeres que gustaban de ésta música. Si el número de hombres que gusta de la música "Rock" era la cuarta parte de las mujeres que no gustan de esta música.

¿A cuántas personas les gusta la música "Rock"?

a) 40 b) 46 c) 42
d) 48 e) 44

Resolución:

Del enunciado:

Total: 90 personas

	Gustan del Rock	No gustan del Rock
Hombres	x	20
Mujeres	40	4x

$$x + 20 + 40 + 4x = 90$$
$$5x = 30$$
$$x = 6$$

Gustan del "Rock": $6 + 40 = 46$

Clave: b

PROBLEMA 36

Se tiene 3 conjuntos: A; B y C cuyos números cardinales son consecutivos. Además se sabe que:

$$n[P(A)]+n[P(B)]+n[P(C)]=896$$

Hallar el número de elementos que puede tener como máximo el conjunto potencia de: $(A\cup B\cup C)$

a) 8^6 b) 8^7 c) 8^8
d) 8^9 e) 8^{10}

Resolución:

Sean: $n(A)=x$

$n(B)=x+1$

$n(c)=x+2$

Luego:

$$n[P(A)]+n[P(B)]+n[P(C)]=896$$

$$2^x+2^{x+1}+2^{x+2}=896$$

$$2^x(1+2^1+2^2)=896$$

$$2^x\cdot 7=896$$

$$2^x=128$$

$$x=7$$

Para que el conjunto $A\cup B\cup C$ tenga el máximo número de elementos deben ser conjuntos disjuntos:

$$n(A\cup B\cup C)=7+8+9=24$$

$$\Rightarrow\quad n[P(A\cup B\cup C)]=2^{24}$$

$$=(2^3)^8=8^8$$

Clave: c

PROBLEMA 37

De un grupo de 95 deportistas se observa que:

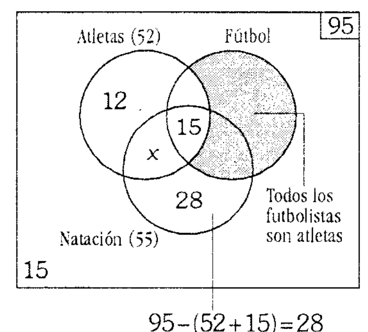
* 15 son atletas que practican el Fútbol y la Natación.
* 52 son atletas.
* 55 son nadadores
* Todos los futbolistas son atletas y 12 son deportistas que solo practican el atletismo.
* 15 son deportistas que no practican los deportes mencionados.

¿Cuántos deportistas son atletas y nadadores, pero no futbolista?

a) 10 b) 18 c) 25
d) 12 e) 42

Resolución:

Del enunciado:



$$95-(52+15)=28$$

$$\longrightarrow x+15+28=55$$

$$x=12$$

Clave: d

PROBLEMA 38

En la maternidad se observó que de las 47 personas presentes: 29 eran hombres

de los cuales 19 no eran mayores de edad. Si 11 personas nacieron hoy y las mujeres mayores de edad son tantas como las menores de edad; y de éstas las que no nacieron hoy representan el 20% del número de hombres mayores de edad.

¿Cuántos hombres menores de edad no nacieron hoy?

a) 6 b) 10 c) 12
d) 13 e) 15

Resolución:

Del enunciado:

	MAYORES	MENORES DE EDAD	
		NACIERON HOY	NO NACIERON HOY
29 Hombres	10	4	15
18 Mujeres	9	7	2

11

47

- Mujeres menores que no nacieron hoy

$$\frac{20}{100}(10) = 2$$

∴ No nacieron hoy 15 hombres menores de edad

Clave: e

PROBLEMA 39

Dados tres conjuntos A, B y C no nulos y diferentes, tales que verifican:

- $A - B = \phi$
- $n(A \cup C) = n(A) + n(C)$

Reducir:

$$M = [(B \cap C) - A] \cup [(A \cup C)' \cap B]$$

a) $B - C$ b) $B - A$ c) $B \cap C$
d) A e) B'

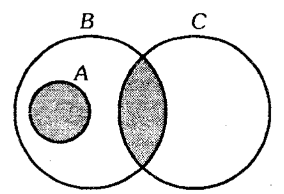
Resolución:

Si: $A - B = \phi \longrightarrow A \subset B$

Si: $n(A \cup C) = n(A) + n(C)$

$\Rightarrow A \cap C = \phi$

Graficando:

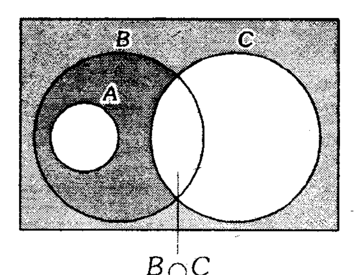


Además se observa que:

$$B \cap C - A = B \cap C$$

También:

$$(A \cup C)' \cap B \Rightarrow (B - A) - (A \cap C)$$



Entonces:

$$M = (\cancel{B \cap C}) \cup [(B - A) - (\cancel{B \cap C})]$$

$$M = B - A$$

Clave: b

PROBLEMA 40

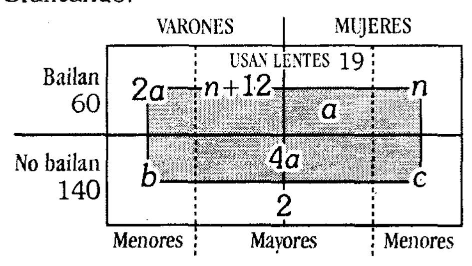
En una fiesta, se observa que la cantidad de hombres menores de edad que están bailando es el doble de las adultas que bailan y usan lentes y, a la vez, es la mitad de adultos que no bailan, pero usan lentes; además los hombres adultos que bailan son 12 más que las mujeres menores de edad que bailan y 19 son mujeres adultas que bailan sin lentes.

Si se sabe que el 30% del total están bailando y hay 2 personas adultas que no bailan y no usan lentes. Halle cuantos menores de edad no bailan, sabiendo que en total hay 200 personas.

a) 128 b) 108 c) 110
d) 112 e) 64

Resolución:

Graficando:



Bailan: $\frac{30}{100}(200) = 60$ < 30 Hombres / 30 Mujeres

Planteando:

$$30 = 2a + (n + 12) \quad \text{.......... (I)}$$

$$30 = 19 + a + n \quad \text{.............. (II)}$$

Resolviendo: $a = 7$ $n = 4$

Luego; los que no bailan son: 140

$$\longrightarrow b + 4a + 2 + c = 140$$

$$b + 4(7) + 2 + c = 140$$

$$b + c = 110$$

$\therefore$ No bailan 110 menores de edad.

Clave: c

Primera Práctica

Teoría de Conjuntos

01 Dado el conjunto:

$$M=\{2;3;\{5;7\}\}$$

¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

* $5 \in M$ * $\{2;3\} \subset M$
* $2 \subset M$ * $7 \notin M$
* $\varnothing \in M$ * $\varnothing \subset M$
* $\{5;7\} \subset M$ * $\{5\} \subset M$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

02 Determinar por extensión el siguiente conjunto:

$$R=\{n^2+1 / n \in z \wedge 3<n<6\}$$

Dar como respuesta la suma de los elementos

a) 44 b) 46 c) 48
d) 40 e) 43

03 Dados los conjuntos:
$A=\{\text{hombres}\}$
$B=\{x / x \text{ .es natural de Ica}\}$
$C=\{\text{personas que beben Pisco}\}$
¿Cómo expresaría "Iqueños que no beben Pisco"?

a) $(A \cap B) \cap C$ b) $(A \cup B) \cap C$
c) $(A \cap B) \cap C'$ d) $(A \cap B) \cup C'$
e) $(A \cap B) \cup C$

04 Si los conjuntos:

$$A=\{2^{a+3};81\}$$
$$B=\{3^{2b-6};64\}$$

Son iguales, hallar: "$a+b$".

a) 9 b) 4 c) 15
d) 8 e) 7

05 Sean: A; B y C tres conjuntos tales que:

- $A \subset B$
- $A \cap C=\varnothing$
- $A-C=\{4;6\}$
- $B \cap C=\{1;3\}$
- $C-B=\{2;5\}$

Hallar el cardinal del conjunto potencia de C.

a) 4 b) 16 c) 32
d) 58 e) 8

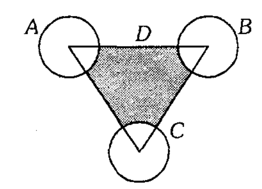
06 Se tiene dos conjuntos: C y P tales que:

$$n(C)=10,\ c(P)=14 \text{ y}$$
$$n(C \cup P)=18$$

¿Cuál es el cardinal de: $C \Delta P$?

a) 10 b)14 c)13
d) 11 e) 12

07 La región sombreada está representada por:



a) $(A \cup B \cup C) \cap D$
b) $(A' \cap B' \cap C') \cap D$
c) $(A \cap B \cap C) \cup D$
d) $(A \cap B \cap C) \cup D'$
e) $(A \cup D') - (C \cap B)$

08 Si: $n[P(C)] = 64$. Hallar el número de subconjuntos binarios que tiene el conjunto C.

a) 6 b) 10 c)15
d) 2016 e) 64

09 Una caja fuerte tiene 3 dispositivos para abrirla. Esta caja puede abrirse con un solo dispositivo, con dos o con los tres accionados en forma conjunta, en los dos últimos casos. ¿De cuantas maneras puede abrirse la caja fuerte?

a) 8 b) 7 c) 6
d) 5 e) 4

10 En una encuesta tomada el último verano a un grupo de chicas bañistas se supo que 49 no usaban tanga, 53 no usaban hilo dental y 27 no llevaban ninguna de las dos prendas. ¿Cuántas llevaban exactamente una prenda?

a) 42 b) 44 c) 46
d) 48 e) 50

11 De 5000 postulantes que rindieron 3 exámenes, se observo que: 3600 aprobaron los 3 exámenes, 800 aprobaron solo 2 exámenes y 320 aprobaron solo un examen. ¿Cuántos no aprobaron examen alguno?

a) 280 b) 200 c) 115
d) 210 e) 312

12 Un agente busca a un delincuente que viste chompa azul, pantalón negro, de ojos verdes y acento extranjero.

Hay 23 personas que tienen chompa azul, 15 con pantalón negro, 18 de ojos verdes, además 7 con chompa azul y pantalón negro, pero no tienen ojos verdes, 4 con chompa azul y ojos verdes, pero no tienen pantalón negro; 6 con pantalón negro y ojos verdes, pero sin chompa azul. Si las personas con una sola característica suman 16. ¿Cuántos interrogatorios tienen que hacer?

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

13 En un salón de clases el número de alumnos que prefieren aritmética y algebra es respectivamente:

- 1/3 de los que prefieren solo aritmética
- 1/5 de los que prefieren algebra.
- 1/6 de los que no prefieren dichos cursos mencionados.

Si hay en total 84 alumnos.

¿Cuántos alumnos prefieren solo aritmética o solo algebra?

a) 40 b) 41 c) 42
d) 43 e) 44

14 En una batalla intervinieron 100 hombres de los cuales: 42 fueron heridos en la cabeza, 43 en el brazo, 32 en la pierna, 8 en la pierna y en el brazo, 5 en la cabeza y brazo, 6 en la pierna y en la cabeza. Si todos fueron heridos, averiguar cuántos hombres fueron heridos en los tres lugares.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

15 De un grupo de 130 personas se sabe que hay:

- 31 personas entre hombres blancos casados y mujeres blancas solteras.
- 35 personas entre hombres morenos casados y hombres blancos solteros.
- 38 personas entre mujeres blancas casadas y hombres morenos solteros.

¿Cuántas mujeres morenas hay en el grupo?

a) 20 b) 28 c) 30
d) 26 e) 25

16 En un autobús se observa que hay 41 pasajeros de los cuales:

- Personas están sentadas.
- Hay 16 mujeres en total
- De los que fuman, 5 hombres están sentados y 2 mujeres están paradas; de los que no fuman 8 mujeres están sentadas y 10 hombres están parados.

¿Cuántas mujeres que están paradas no fuman, si los que fuman en total suman 19?

a) 3 b)4 c)5
d) 2 e)1

17 De 68 concurrentes a la discoteca "La Juerga"; se sabe que el número de hombres es igual al número de mujeres solteras. Si hay 14 hombres casados y más de 20 mujeres casadas. ¿Cuántas personas son solteras, si entre estas hay más de 8 hombres?

a) 30 b) 33 c) 35
d) 31 e) 32

18 De 30 profesionales entre médicos, abogados e ingenieros, se observa que unos son tantos como los otros y los que tienen una sola profesión son también unos tantos como otros.
¿Cuántos tienen las tres profesiones a la vez, si son tantos como los que solo son médicos e ingenieros y además la tercera parte de los abogados son varones?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

19 En una encuesta realizada en una población con respecto a sus preferencias sobre 3 diarios: A; B y C se en-

contró que el 42% lee el diario A, el 34% leen B, el 28% leen C, el 17% leen A y B, el 15% leen A y C, el 8% leen B y C; y el 70% leen al menos uno de los tres diarios.
¿Qué porcentaje leen un solo diario si se sabe que hay 33 encuestados que solo leen C? ¿Cuántas personas fueron encuestadas?

a) 18% – 148 b) 16% – 200
c) 20% – 140 d) 20% – 100
e) 42% – 300

20 Dados los siguientes conjuntos iguales:

$A=\{a+2, a+1\}$ $B=\{7-a, 8-a\}$
$C=\{b+a, c+1\}$ $D=\{b+2, 4\}$

Hallar: $a+b+c$

a) 5 b) 10 c) 9
d) 8 e) 6

21 Un niño desea comprar un helado a un tipo que vende de 4 sabores: fresa, chocolate, vainilla y lúcuma. Si su pedido puede incluir dos o tres sabores. ¿De cuántas maneras puede hacerlo'

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 9

22 De un grupo de personas se observa que los que practican fútbol también practican básquet y los que no practican fútbol son 220, además los que no practican básquet ni voley son 129 y los que practican básquet o voley pero no fútbol son 7 veces los que practican fútbol.
¿Cuántas personas conforman el grupo?

a) 230 b) 229 c) 224
d) 233 e) 236

23 Se tiene los conjuntos:
$D=\{x / x \in M \ \wedge \ x \geq 200\}$
$I=\{x / x \text{ es impar}\}$
$C=\{x / x \text{ es un cuadrado perfecto}\}$
Expresar mediante operaciones el conjunto: "Los números múltiplos de 2 menores que 200 y que son cuadrados perfectos"

a) $C \cap (D \cap I)$ b) $(I' \cap D) \cap C'$
c) $I' \cap D') \cap C$ d) $(I \cap D) \cap C'$
e) $(I' \cap D') \cap C'$

24 De un total de 31 personas se sabe que un grupo leen la revista "A" y otro tanto más 5 leen la revista "B"; si 5 leen ambas revistas y otro tanto no las leen, entonces es falso que:

a) 13 leen la revista A
b) 18 leen la revista B
c) 8 leen solo la revista A
d) 13 leen solo la revista B
e) 25 leen por lo menos una de las revistas

25 En un albergue de menores se observa: morenos; blancos y trigueños donde:
- Hay tantos niños morenos como niñas trigueñas.

- Hay tantos niños trigueños mayores de 5 años como niñas blancas mayores de 5 años.
- Ninguno menor blanco tienen menos de 5 años.
- Hay tantas niñas morenas como niños no morenos mayores de 5 años, siendo estos 6.
- Hay 3 niños trigueños menores de 5 años.

Calcular: ¿Cuántos niños hay; si en total hay 27 menores; donde la cantidad de morenos es mayor que la cantidad de trigueños?
(Ningún niño o niña tiene 5 años)

a) 32 b) 13 c) 14
d) 11 e) 15

26 En un salón donde hay 43 alumnos, 5 son mujeres que estudiaban Biología; 28 son hombres y el número de hombres que no estudian Biología es el doble del número de mujeres que no estudian Biología. ¿Cuántas personas estudian Biología?

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

27 Dados los conjuntos P y Q, la suma de sus cardinales es 90 y el cociente de los mismos es 5. Si el cardinal de la diferencia entre Q y P es igual a la octava parte del cardinal de la diferencia simétrica entre P y Q. Hallar el cardinal de la unión de P y Q.

a) 85 b)35 c)65
d) 45 e) 15

28 Si $A \subset B$ y $B \cap C = \varnothing$

Simplificar:

$\{[(A \cap B)' - B] \cap C\} \cup (C - A) \cup (A - B)$

a) $\varnothing$ b) U c) $A \cap B'$
d) C e) A

29 Si: $A = \{\varnothing\}$; $B = P(A)$

$C = B - A$; $D = P(C)$

Halle: $B \cap D$

a) B b) C c) D
d) A e) $A \cap B$

30 En una reunión hay 100 personas, si de ellas 40 no tiene hijos, 60 son hombres, 10 mujeres están casadas, 25 casadas tienen hijos y hay 5 madres solteras.

¿Cuántos padres solteros hay?

a) 20 b) 30 c) 25
d) 40 e) 28

Segunda Práctica

Teoría de Conjuntos

01 Si:

$A=\{\varnothing;3;7;8;\{8\};\{5;7\};\{1;3;8\}\}$

¿Cuántas de las siguientes proposiciones son correctas?

- $\varnothing \in A$
- $\{\varnothing\} \subset A$
- $\{5;7\} \in A$
- $\{7;7;7;7\} \subset A$
- $\{3;7;8\} \subset A$
- $\{\{5;7\};\{8\}\} \subset A$
- $\{\{5;7\};\{8\}\} \in A$
- $\{3;7\} \subset A$

a) 3 b) 2 c) 6
d) 5 e) 7

02 ¿Cuántos elementos tiene P sabiendo que: $P=\{\sqrt{n}/(3n+1)\in N \,, n<2\}$

a) 6 b) 2 c) 9
d) 1 e) 7

03 Dados los conjuntos:

$A=\{a^2+1;b;a-c\}$

$B=\{-3;a^2;5\}$

$C=\{x\in N/b-a<x<a+c\}$

donde $a\in N$, $b\in N$ y $A=B$

Entonces afirmamos que:

I. El número cardinal de C es 4.
II. $A\cap C=\{4;5\}$
III. $C-A=\{a\}$

¿Cuáles son ciertas?

a) I y II b) I y II c) II y III
d) Todas e) solo I

04 Dados los conjuntos:

$A=\{1;2;\{1;2\};3\}$

$B=\{\{2;1\};\{1;3\};3\}$

Hallar el conjunto.

$$[(A-B)\cap B]\cup(B-A)$$

a) $\{1;3\}$ b) $\{\{2;1\}\}$ c) $\{\{1;3\}\}$
d) $\{3\}$ e) $\{1\}$

05 En una encuesta realizada a 160 personas, 94 tienen horno microondas; "n" tienen lavadora y 10 no tienen ninguno de los artefactos mencionados. ¿Cuántos tienen solo lavadora?

a) 56 b) 28 c) 39
d) 17 e) 45

06 Se tiene 3 conjuntos A, B y C cuyos números cardinales son consecutivos. Además se sabe que:

$$n[P(A)]+n[P(B)]+n[P(C)]=896$$

Hallar el máximo número de elementos del conjunto potencia de:

$$(A\cup B\cup C)$$

a) 8^6 b) 8^7 c) 8^8
d) 8^9 e) 8^{10}

07 Si Q es singleton; R y S conjuntos iguales. Calcular: $m+n+p$

$$Q=\{2p;m\}$$

$$R=\{n+1;2m-3\}$$

$$S=\{n+5;2P-1\}$$

a) 16 b) 12 c) 15
d) 13 e) 14

08 En una fiesta donde habían 70 personas, 15 eran hombres que no les gustaba la música criolla, 27 eran mujeres que gustaban de esta música. Si el número de hombres que gusta de la música criolla es la tercera parte de las mujeres que no gustan de esta música. ¿A cuántos hombres les gusta la música mencionada?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

09 De una muestra recogida a 200 estudiantes se determino lo siguiente: 60 eran mudos, 70 eran cantantes callejeros y 90 eran ciegos; de estos últimos: 20 eran mudos y 30 eran cantantes callejeros. ¿Cuántos de los que no son cantantes callejeros no son mudos ni ciegos?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

10 De un grupo de 95 deportistas se observo que:

- 15 son atletas que practican el fútbol y la natación.
- 63 son atletas
- 55 son nadadores
- Todos los futbolistas son atletas y 12 solo hacen atletismo
- 15 deportistas no practican los deportes mencionados.

¿Cuántos deportistas son atletas y nadadores pero no futbolistas?

a) 31 b) 23 c) 64
d) 19 e) 52

11 En una encuesta a una población preuniversitaria sobre la preferencia de los cursos de RM, RV y Geometría; se obtuvo la siguiente información:

- 78 alumnos aseguran que prefieren RM o RV.
- 80 alumnos aseguran que prefieren RM o Geometría.
- 82 alumnos aseguran que prefieren RV o Geometría.

Si 60 alumnos aseguran que prefieren uno de los cursos mencionados. ¿Cuántos prefieren por lo menos dos de ellos?

a) 60 b) 80 c) 50
d) 20 e) 40

12 En un club deportivo hay 70 jugadores. De estos, 50 juegan fútbol, 32 juegan tenis y 27 juegan básquet. Si solo 8 practican los 3 deportes. ¿Cuántos practican exactamente un deporte?

a) 54 b) 21 c) 48
d) 39 e) 16

13 Durante un simulacro se observo que 15 alumnos miraban al techo y no usaban lentes, 10 usaban lentes y resolvían el examen. El número de alumnos que usaba lentes y miraba al techo era el doble de los que resolvían el examen y no usaban lentes. Si en el salón había 85 alumnos. ¿Cuántos resolvían su examen? (Considere que los que no resolvían su examen miraban al techo)

a) 32 b) 34 c) 35
d) 30 e) 38

14 En un congreso de matemáticas realizado en el auditorio del hotel Crillon participaron 700 personas, de los cuales el número de mujeres peruanas que participaron en dicho evento es:

* La tercera parte del número de hombres extranjeros.
* La sétima parte del número de mujeres participantes.
* La quinta parte del número de peruanos participantes ¿Cuántas mujeres extranjeras participaron en el congreso?

a) 300 b) 600 c) 200
d) 100 e) 500

15 De un total de 100 estudiantes en Medicina; Administración; Electrónica y Computación se obtuvieron los siguientes datos:

- 30 mujeres no estudian computación.
- 25 hombres estudian Medicina.
- 30 hombres estudian Electrónica o Computación.

¿Cuántos hombres como máximo estudian Administración?

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

16 Los datos que se obtuvieron al conversar con alumnos de Ingeniería de sistemas fueron:

* El 55% aprobaron Física.
* El 30% aprobaron Química.
* El 50% aprobaron Dibujo Técnico.
* El 10% aprobaron los 3 cursos.
* El 40% de los que aprobaron Física no aprobaron ningún otro curso y el 20% de los que aprobaron Física también aprobaron Química, pero no Dibujo Técnico.
* El 14% no aprobaron ninguno de los 3 cursos.
* Si 64 aprobaron Química y Dibujo Técnico.

¿Cuántos aprobaron por lo menos 2 de dichos cursos?

a) 164 b) 156 c) 142
d) 171 e) 124

17 A un matrimonio asistieron 150 personas, el número de hombres es el doble del número de mujeres. De los hombres 23 no usan reloj pero si tienen terno y 42 tienen reloj. De las mujeres, las que no usan minifalda son tantas como los hombres que no usan terno ni reloj y 8 tienen minifal-

da y reloj. ¿Cuántas mujeres usan minifalda pero no reloj?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

18 En cierto momento se observo a 192 viajeros:

- 5 de cada 12 de los que hablan inglés también hablan francés pero no castellano.
- 1 de cada 4 de los que hablan inglés también hablan castellano.
- Por cada 2 que hablan inglés, hay 3 que hablan francés.
- Por cada 6 que hablan francés hay 5 que hablan castellano.

¿Cuál es el máximo número de personas que hablan Castellano?

a) 20 b) 10 c) 70
d) 40 e) 90

19 En una ciudad de 6000 personas el 18% bebe, el 6% son varones que beben pero no fuman, el 71% no fuma ni bebe, el 42% son varones que no fuman, el 40% son mujeres que no fuman, el 9% son varones que fuman, el 9% son mujeres que beben. ¿En cuántos excede el número de varones que fuman pero no beben, al número de mujeres que fuman pero no beben?

a) 2 b) 40 c) 60
d) 80 e) 90

20 Dados: $A=\{a;b;c;d;e;f\}$ y $B=\{m;a;d;f;p;q;t\}$.

Si h es el numero de subconjuntos propios de A que son disjuntos con B y K es el numero de subconjuntos no vacíos de B que son disjuntos con A. Halle: $h+k$.

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

21 Se tienen 3 conjuntos tales que satisfacen las condiciones siguientes:

I. A esta contenido en B y B está contenido en C.
II. Si "x" es un elemento de C entonces "x" también es un elemento de A.

Decir cuál de los enunciados es verdadero:

a) B no está contenido en A.
b) C no está contenido en B.
c) $A=B$ pero $B\neq C$.
d) La intersección de A y B es C.
e) La unión de A con B tiene elementos que no pertenecen a C.

22 Si A tiene 16 subconjuntos, B tiene 8 subconjuntos y $(A\cup B)$ tiene 32 subconjuntos. ¿Cuántos subconjuntos tiene $(A\cap B)$?

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

23 Hay 3 estaciones de radio: A, B; C que pueden ser recibidas en una ciudad de 3000 familias. Se obtuvo la siguiente información:

- 1800 familias escuchan A.
- 1700 familias escuchan B.
- 1200 familias escuchan C.
- 1250 familias escuchan A y B.
- 700 familias escuchan A y C.
- 600 familias escuchan B y C.
- 200 familias escuchan A, B y C.

¿Cuál es el número de familias que no escuchan la estación A pero escuchan B o C?

a) 110 b) 220 c) 330
d) 440 e) 550

24 En una ciudad de 10000 habitantes adultos, el 70% de los adultos escuchan radio, el 40% lee los periódicos y el 10% ve televisión. Entre los que escuchan la radio, el 30% lee los periódicos y el 4% ve televisión. El 90% de los que ven televisión lee los periódicos y solo el 2% de la población total adulta lee periódicos, ve televisión y escucha radio. Se pide:

¿Cuántos habitantes no escuchan radio, no leen periódico ni ven televisión?

¿Cuántos habitantes leen periódicos solamente?

a) 1200;2080 b) 1080;1200
c) 2800;1020 d) 1600;2080
e) 1060;1020

25 Los conjuntos A y B son comparables tal que:

$$n[P(A)]-n[P(B)]=1920$$

Calcule: $n(A)$

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

26 Si $B-A=\varnothing$, $A-B=\varnothing$

$$A=\{2;9;m\} \ ; \ B=\{a;8;b\}$$

Calcular: $a+b+m$

a) 31 b) 22 c) 12
d) 36 e) 19

27 Durante todo el mes de octubre, un alumno estuvo preparándose en Aritmética y algebra. 20 días estudió Aritmética y 16 días Algebra. Si el 1° de octubre fue domingo y todos los domingos descanso. ¿En cuántos días estudia ambos cursos?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

28 Boris realiza un viaje mensual durante todo el año a Ica o Loreto. Si 8 viajes fueron a Ica 11 viajes a Loreto. ¿Cuántos meses visito los 2 lugares?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Tercera Práctica

Teoría de Conjuntos

01 Dados los conjuntos:

$A = \{ e,m,p,r,s,a,i,o \}$

$B = \{ s,c,b,r,m,p \}$

$C = \{ r,m,n,s,p,t,a \}$

¿Cuántos elementos tiene el conjunto potencia R?

$R = [(A \cup B) - C] \cup [A \cap B \cap C]$

a) 64 b) 128 c) 256
d) 512 e) 1024

02 Sean M, N, P conjuntos contenidos en U donde:

$P(B) \subset P(A)$, $n(A) = 10$

$B \subset C'$, $n(A \cap C) < 10$

$n(B \times C) = 75$

Calcule el menor posible de:

$n[A - (B \cup C)]$

a) 4 b) 5 c) 2
d) 0 e) 7

03 Dado los conjuntos A, B, C contenidos en U:

$n(A \cup B \cup C) = 93$

$n[A - (B \cup C)] = 18$

$n[(A \cap B) - C] = 7$

$n(A) = n(B) = 41$

$n[(B \cap C) - A] = 7$

Calcule: $n(A \cap B \cap C)$

a) 5 b) 9 c) 3
d) 2 e) 8

04 Se tienen 3 conjuntos tales que:

$A = \{ a^2 + b^2 - 5; -4a; 8 \}$

$B = \{ b - 2c - 3; a^2 + 4 \}$

$C = \{ a + b + c / A = B \}$

Además $\{a,b,c\} \subset Z$

Calcule C, si A y B son unitarios.

a) $\{3,12\}$ b) $\{-3,12\}$
c) $\{3,-12\}$ d) $\{-3,-12\}$
e) $\{3,8\}$

05 De 32 personas que practican básquet o vóley, se sabe que el número de mujeres que practican solo básquet es menor en 8 que las personas que practican ambos deportes y es la cuarta parte de los hombres que practican solo vóley. Si los hombres que practican solo básquet son tantos como los que practican solo vóley. Calcule la máxima cantidad de personas que practican solo básquet

a) 8 b) 9 c) 10
d) 6 e) 12

06 Raúl nació en el mes de febrero de un año bisiesto que fue bisiesto luego de 20 años en el mes de su cumpleaños, salió a pasear con su mama una sola vez, un día solo con Durka, 16 días con Elizabeth, 20 días con Rosa. ¿Cuántos días salió con Rosa y Elizabeth?

a) 56 b) 28 c) 39
d) 17 e) 45

07 De un grupo de 100 personas de la tercera edad se tiene la siguiente información:

- 30 jugaron fútbol alguna vez.
- 20 nunca jugaron tenis.
- 5 nunca jugaron fútbol ni tenis.
- 15 jugaron fútbol y tenis.

De las personas que jugaron fútbol ¿Cuántos jugaron tenis alguna vez?

a) 20 b) 25 c) 35
d) 15 e) 30

08 120 alumnos rindieron una prueba que contiene los cursos A, B y C con el siguiente resultado:

- Se anulo 10 pruebas y el resto aprobó al menos 1 curso.
- Los que aprobaron A desaprobaron B o C.
- Hay 20 alumnos que aprobaron B y C.

¿Cuántos aprobaron un solo curso?

a) 80 b) 90 c) 60
d) 50 e) 45

09 En una ciudad al 45% de la población le gusta todo tipo de carne, al 50% le gusta el pescado; entonces ¿Cuántos comen solo carne pero no pescado, si en esa ciudad viven 40000 personas y el 40% son exclusivamente vegetarianos?

a) 8000 b) 4000 c) 6000
d) 5000 e) 4500

10 Pedro vende ensalada de frutas, para lo cual utiliza n frutas diferentes ¿Cuántos platos diferentes puede obtener? En cada plato utiliza al menos 2 frutas diferentes.

a) $2^n - n - 1$ b) $2^n - 1$
c) $2^n + 1$ d) $2^n - n$
e) 1024

11 A un evento asistieron 24 mujeres con falda, 28 varones con reloj, 40 portaban casaca, 9 mujeres tenían casaca pero no falda ¿Cuántos varones con casaca no llevaron reloj? 16 mujeres no llevaban falda ni casaca y 28 mujeres no tenían casaca. Además el número de varones con casaca y reloj son la tercera parte de los varones sin casaca y con reloj

a) 12 b) 8 c) 121
d) 11 e) 10

12 Entre los varones que llegaron en un avión internacional: 40 eran peruanos y 60 eran comerciantes, de los peruanos el 75% tenía bigotes y la mitad eran comerciantes, 5 de cada 6 co-

merciantes tenían bigotes. De los peruanos con bigotes la mitad eran comerciantes. Indique el número de peruanos o comerciantes con bigotes

a) 65 b) 75 c) 50
d) 60 e) 45

13 De los asistentes a un cine, se observa que 300 mujeres fueron acompañadas, 600 varones solos, 400 varones van por primera vez, 500 personas que ya habían acudido anteriormente al cine fueron solas, 250 mujeres que fueron acompañadas ya habían asistido anteriormente a dicho cine. ¿Cuántas mujeres que fueron solas no iban por primera vez, si 300 personas que fueron acompañadas no fueron por primera vez?

a) 45 b) 40 c) 55
d) 50 e) 60

14 En un banco se instala un sistema de alarma electrónico para detectar robos, que de vez en cuando emite una señal (9 días de cada 25 por término medio). Las falsas alarmas tienen, por lo general 8 veces la frecuencia de robos no "alarmados". Se sabe que con este sistema se detectan 2 robos de cada 4. ¿Cuál es el porcentaje de días normales para el sistema, o sea aquellos en que no hay robo ni falsa alarma?

a) 65% b) 50% c) 60%
d) 55% e) 70%

15 Una empresa dispone de cierto número de combis de los cuales 5 estaban en reparación. Además:

- 42 circulan en las mañanas.
- 38 en las tardes.
- 30 en las noches.
- 20 en las mañanas y tardes.
- 14 en las tardes y noches.
- 16 en las mañanas y noches.

¿Cuántas son en total, si además se conoce que son 5 las que trabajan todo el día (mañana, tarde y noche)?

a) 60 b) 55 c) 65
d) 68 e) 70

16 De 35 personas 10 son ingenieros o industriales pero no comerciantes, 15 son industriales o comerciantes pero no ingenieros, 11 son ingenieros y comerciantes pero no industriales, 2 son solo comerciantes, 3 son ingenieros e industriales pero no comerciantes. Si no hay ninguno que solo sea ingeniero. ¿Cuántos no desempeñan ninguna de las 3 ocupaciones?, si son una vez mas de los que si desempeñan las 3 ocupaciones.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

17 En un aula se observo que al menos un alumno aprobó los 3 exámenes parciales tomados. Si se sabe que 70 alumnos aprobaron solo un examen. Los que aprobaron los 3 exámenes equivalen a 1/6 de los que solo aprobaron el 1°, 1/5 de los que solo aprobaron el 2° y 1/3 de los que aproba-

ron solo el 3°. Si los que aprobaron solo el 1° y 2° son 11 y son la mitad de los que aprobaron solo el 1° y 3° y estos son iguales en cantidad a los que aprobaron solo el 2° y el 3°. ¿Cuántos alumnos tiene el salón si todos dieron los 3 exámenes?

a) 130 b) 112 c) 116
d) 118 e) 120

18 A un salsódromo donde asistieron 200 personas se observo que 60 no fueron con zapatillas, también se noto que algunos tomaban cerveza, pero lo curioso fue que los que tomaban cerveza fueron con zapatillas y ninguna mujer tomaba cerveza. Si 18 tomaban cerveza y el número de hombres con zapatillas es el cuádruplo del número de mujeres con zapatillas. ¿Cuántos de los hombres que no tomaban cerveza fueron con zapatillas?

a) 97 b) 94 c) 112
d) 84 e) 80

19 Si de una lista de 5 entrenadores se debe formar un comando técnico integrado por lo menos por 2 personas. ¿Cuántas posibilidades se tienen?

a) 32 b) 30 c) 28
d) 26 e) 27

20 Si $A = \{\text{mujeres}\}$
$B = \{\text{gente que bebe licor}\}$

Como se expresa el enunciado:

"Hombre que no bebe licor"

a) $A \cap B$ b) $A^C \cap B^C$
c) $A \cup B$ d) $(A \cap B)^C$
e) $A \cap B'$

21 Reducir:

$$\{[A' \cap A)' \cap (A - B')] \cap (A \Delta B)\}'$$

a) $\varnothing$ b) U c) $A - B$
d) $A \cap B$ e) $(A \cup B)'$

22 Si: A tiene 16 subconjuntos, B tiene 8 subconjuntos y $A \cup B$ tiene 32 subconjuntos ¿cuántos subconjuntos tiene $A \cap B$?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

23 Simplificar:

$$[(A' \cup B) \cap (B' \cap A)] \cup (A \cap B)$$

a) A b) B c) A'
d) $A \cup B$ e) $A \cap B$

24 Si los conjuntos son iguales:

$$A = \{3a + 5; 7\}$$
$$B = \left\{\frac{b}{3} - 2; 5\right\}$$

Calcule: $b - a$

a) 26 b) 27 c) 18
d) 16 e) 28

25 Si:

$$A \cup B = \{5; 7; 5; 8; 7; 6; 10\}$$
$$B = \left\{n / n \in A; \sqrt{n} \in \mathbb{N}\right\}$$

Halla $n(P(A))$.

a) 32 b) 2 c) 16
b) 128 e) 64

26 Si: $M \cup N = \{1;2;3;...;30\}$
$M \cap N = \{3;6;9;...;24\}$

Calcule $n(M \,\Delta\, N)$

a) 22 b) 20 c) 16
d) 12 e) 6

27 Dado los conjuntos A, B y C se sabe que:

$$n(A \cap B) = 7$$
$$n(B \cap C) = 2$$
$$A \cap C = \{\ \}$$
$$n(B) = \overline{ab}$$

Calcule: $n((A \cup C) \cap B)$

a) $\overline{ab} - 9$ b) $\overline{ab} + 9$ c) $9 + a$
d) 9 e) $a + b$

28 De un grupo de 55 personas, 25 hablan inglés, 32 francés y 33 alemán. ¿Cuántos hablan sólo 2 de estos idiomas?. Si 5 hablan los tres idiomas

a) 20 b) 25 c) 30
d) 35 e) 40

29 De 200 personas se sabe que 60 eran mudos, 70 eran cantantes y 90 eran ciegos; de estos últimos, 20 eran mudos y 30 eran cantantes. ¿Cuántos de los que no eran cantantes no eran mudos, ni ciegos?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 25 e) 35

CLAVES
TEORÍA DE CONJUNTOS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. c	02. e	03. c	04. d	05. b
06. e	07. b	08. c	09. e	10. d
11. a	12. c	13. c	14. b	15. d
16. e	17. e	18. a	19. e	20. b
21. a	22. d	23. c	24. e	25. c
26. c	27. a	28. d	29. d	30. b

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. c	02. e	03. a	04. c	05. a
06. c	07. d	08. d	09. c	10. e
11. e	12. d	13. d	14. a	15. d
16. b	17. d	18. e	19. c	20. d
21. d	22. b	23. e	24. b	25. d
26. e	27. a	28. e		

TERCERA PRÁCTICA				
01. d	02. d	03. a	04. d	05. c
06. c	07. d	08. b	09. b	10. a
11. a	12. a	13. d	14. c	15. e
16. c	17. a	18. b	19. d	20. b
21. e	22. d	23. d	24. b	25. a
26. a	27. d	28. b	29. c	

Capítulo 25

CUATRO OPERACIONES

OBJETIVOS

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

- Conocer y aplicar las operaciones básicas de la aritmética en las soluciones de problemas concretos.
- Manejar criterio de asociación operativa para afrontar problemas de la vida diaria.
- Afianzar los aspectos básicos de las operaciones con los números, que es base fundamental para la teoría de los números.

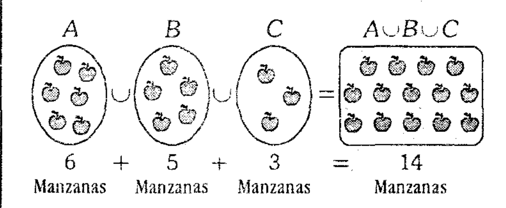
Introducción:

Las operaciones fundamentales de la adición, sustracción, multiplicación y división las aplicamos diariamente. Una ama de casa por ejemplo recurre a éstas para la distribución más adecuada de sus ingresos.

En las empresas se realizan siempre operaciones fundamentales, dado que las materias primas, ingresos, egresos, sueldos, impuestos, etc. son cuantificados. Son muy importantes en la elaboración de presupuestos, distribución y planificación.

Aunque quienes realizan sólo operaciones básicas están siendo reemplazados por calculadoras, computadoras, máquinas que pueden realizas las operaciones en menos tiempo, no deja de ser importante conocer los aspectos básicos de dichas operaciones y sus propiedades que vamos a desarrollar en este capítulo.

ADICIÓN



En general

Dado 2 o más cantidades (sumandos), la operación adición consiste en reunir dichas cantidades en una sola llamada suma, la cual tiene tantas unidades como todos los sumandos juntos.

$$6 + 5 + 3 = 14$$

Sumandos: 6, 5, 3 — Suma total: 14

Ejemplos:

- Adición en base diez (agrupación de 10 en 10)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 1\ 2\ \ }\\ 4364+\\ 623\ \\ 949\ \\ 548\ \\ \hline 6484\ \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 2\ 2\ \ }\\ 6948+\\ 9495\ \\ 476\ \\ 378\ \\ \hline 17297\ \end{array}$$

- Adición en otras bases:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 2\ \ } \\ 434_{(7)}+ \\ 654_{(7)} \\ 366_{(7)} \\ \hline 2120_{(7)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 2\ 2\ \ } \\ 5756_{(8)}+ \\ 656_{(8)} \\ 77_{(8)} \\ \hline 6733_{(8)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 1\ \ } \\ 143_{(9)}+ \\ 67_{(9)} \\ 281_{(9)} \\ \hline 512_{(9)} \end{array}$$

SUSTRACCIÓN

Es una operación inversa a la adición, tal que dados dos números llamados minuendo y sustraendo, la operación sustracción hace corresponder un tercer número llamado diferencia, tal que sumado con el sustraendo de cómo resultado el minuendo.

Es decir: $\boldsymbol{M - S = D}$

donde: M: minuendo
S: sustraendo
D: diferencia

Propiedades:

- $M = S + D$
- $M + S + D = 2M$

Ejemplos:

- Sustracción en base 10

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 10\ \ } \\ 418- \\ 295 \\ \hline 123 \end{array} \begin{array}{l} \\ \leftarrow \text{minuendo} \\ \leftarrow \text{sustraendo} \\ \leftarrow \text{diferencia} \end{array} \begin{array}{r} {\scriptstyle 10\ \ } \\ 4507- \\ 2845 \\ \hline 1662 \end{array}$$

- En otras bases

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 8\ 8\ \ \ \ } \\ 4324_{(8)}- \\ 1432_{(8)} \\ \hline 2672_{(8)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 7\ 7\ 7\ \ } \\ 3410_{(7)}- \\ 2453_{(7)} \\ \hline 624_{(7)} \end{array}$$

Ejemplo explicativo # 1

Si: $\overline{a1a} + \overline{a2a} + \ldots \overline{a9a} = \overline{bbc2}$

Calcule $a + b + c$

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

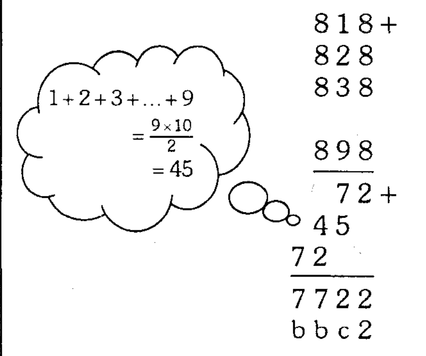
Resolución:

En las unidades:

$$\underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{9 \text{ veces}} = \ldots 2$$

$$9a = \ldots 2$$
$$\downarrow$$
$$8$$

Reemplazando:



Piden: $a + b + c = 8 + 7 + 2 = 17$

Clave: c

Ejemplo explicativo # 2

En una sustracción; la suma de sus términos es 72, además el minuendo es dos veces más que el sustraendo, calcule la diferencia.

a) 20 b) 22 c) 24
d) 28 e) 26

Resolución:

Del dato:

$$M + \underbrace{S + D} = 72$$
$$M + M \quad = 72$$
$$M = 36$$

Como el minuendo es 2 veces más que el sustraendo:

$$36 = 3S$$
$$S = 12$$

Piden: $D = M - S$
$= 36 - 12 = 24$

Clave: c

OBSERVACIÓN:

Considerando las siguientes diferencias

$521 -$	$735_{(9)} -$	$513_{(8)} -$	$935_{(12)}$
125	$537_{(9)}$	$315_{(8)}$	$539_{(12)}$
396	$187_{(9)}$	$176_{(8)}$	$3(11)8_{(12)}$

Propiedad:

Si $a > c$

Además: $\overline{abc}_{(k)} - \overline{cba}_{(k)} = \overline{mnp}_{(k)}$

Se cumple:
- $m + p = k - 1$
- $n = k - 1$

Ejemplos explicativos # 3

Si $\overline{abc}_{(8)} = 2 \times \overline{cba}_{(8)}$

Calcule $a \times b \times c$

a) 60 b) 70 c) 84
b) 64 e) 72

Resolución:

Como: $\overline{abc}_{(8)} = \overline{cba}_{(8)} + \overline{cba}_{(8)}$

$$\overline{abc}_{(8)} - \overline{cba}_{(8)} = \overline{cba}_{(8)}$$
$$\Rightarrow b = 7$$
$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow a + c = 7 \\ \Rightarrow a - c = c + 1\end{array}\right\} \begin{array}{l} c = 2 \\ a = 5\end{array}$$

Piden: $5 \times 7 \times 2 = 70$

Clave: b

COMPLEMENTO ARITMÉTICO

El complemento aritmético de un número entero positivo es igual a la cantidad de unidades que le falta a dicho número para ser igual a una unidad del orden inmediato superior a su cifra de mayor orden.

Ejemplos:

- $CA(3) = 10^1 - 3 = 7$
- $CA(28) = 10^2 - 28 = 72$
- $CA(730) = 10^3 - 730 = 270$
- $CA(6340) = 10^4 - 6340 = 3660$

En general

Sea el numeral N que tiene K cifras en base 10.

$$CA(N) = 10^k - N$$

Ejemplo aplicativo # 4

Si $CA(\overline{abc}) = \overline{abc0} - 397$

Calcule: $a \times b \times c$

a) 14 b) 21 c) 12
d) 60 e) 16

Resolución:

$$CA(\overline{abc}) = \overline{abco} - 397$$

$$1000 - \overline{abc} = 10(\overline{abc}) - 397$$

$$1397 = 11(\overline{abc})$$

$$\overline{abc} = 127$$

Piden: $a \times b \times c = 1 \times 2 \times 7 = 14$

Clave: a

NOTA:

Forma práctica.

$CA(\overline{abcd}) = 10^4 - \overline{abcd}$ (asumiendo $d \neq 0$)

$CA(\overline{abcd}) = \overline{(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)}$

Ejemplo:

$CA(\underbrace{3462}_{\text{restar de 9}}\underbrace{8}_{\text{restar de 10}}) = 65372$

$CA(\underbrace{36342}_{\text{restar de 9}}\underbrace{3}_{\text{restar de 10}}) = 636577$

$CA(\underbrace{320}_{\text{restar de 9}}\underbrace{1}_{\text{restar de 10}}00) = 679900$

Ejemplo aplicativo # 5

Si: $CA(\overline{abcba}) = \overline{monn}$

Calcule: $(a+b+c)-(m+n)$

a) 20 b) 21 c) 23
d) 25 e) 24

Resolución:

$$CA(\overline{abcba}) = \overline{monn}$$

$$\overline{\underbrace{(9-a)}_{\text{Cero}}(9-b)(9-c)(9-b)(10-a)} = \overline{monn}$$

Comparando:

$\hookrightarrow$ $a = 9$; $c = 9$

$\hookrightarrow$ $10 - a = n \rightarrow n = 1$

$\hookrightarrow$ $9 - b = n \rightarrow b = 8$

$m = 1$

Piden: $(9+8+9)-(1+1) = 24$

Clave: e

En otras bases

* $CA(53_8) = 8^2 - 53_8$
* $CA(213)_7 = 8^3 - 213_7$
* $CA(43001_{(8)}) = 8^5 - 43001_8$

Forma práctica

* $CA(\underbrace{4231}_{\substack{\text{restar}\\ \text{de 8}}}\underbrace{7_{(9)}}_{\substack{\text{restar}\\ \text{de 9}}}) = 46572_{(9)}$

* $CA\,(\underbrace{53001}_{\substack{\text{restar}\\ \text{de 6}}}\,\underbrace{3_{(7)}}_{\substack{\text{restar}\\ \text{de 7}}}) = 136654_{(7)}$

MULTIPLICACIÓN

Es una operación directa que consiste en lo siguiente: Dado dos números A y B multiplicando y multiplicador respectivamente se halla un tercer número P llamado producto el cual se compone tantas veces el multiplicando como veces indica el multiplicador.

Es decir: $P = \underbrace{A + A + A + \ldots + A + A}_{\text{B veces}}$

$$\boxed{P = A \times B}$$

Ejemplo:

Multiplique 1 325 por 235

Procedimiento:

$$\begin{array}{r l}
1325\ \times & \longleftarrow \text{multiplicador} \\
235 & \longleftarrow \text{multiplicador} \\
\hline
6625 & \\
3975\ \ & \text{Productos parciales} \\
2650\ \ \ \ & \\
\hline
311375 & \longleftarrow \text{producto total}
\end{array}$$

Ejemplo Explicativo # 6

Al multiplicar un número por 326 se obtuvo como suma de productos parciales a 47 388.

Calcule dicho número.

a) 4308 b) 4318 c) 4208
d) 4328 e) 4113

Resolución:

$$\begin{array}{r l}
N\times & \\
326 & \\
\hline
6N & \\
2N\ \ & \text{Productos parciales} \\
3N\ \ \ \ & \\
\hline
\end{array}$$

$\hookrightarrow \quad 6N + 2N + 3N = 47388$

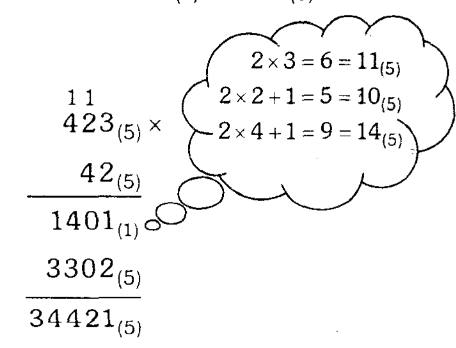
$$11N = 47388$$

$$N = 4308$$

Clave: a

En otras bases:

Multiplique: $423_{(5)}$ por $42_{(5)}$



DIVISIÓN

Es una operación inversa a la multiplicación que consiste en que dados dos números enteros llamados dividendo y divisor se obtiene un tercer número llamado cociente que nos indica el número de veces que contiene el dividendo al divisor.

Términos de la división:

La cantidad de unidades que se posee, la cual se va ha agrupar se denomina **dividendo** y la cantidad de grupos obtenidos se denomina **cociente,** teniéndose como consecuencia que sobre o falte

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

D : dividendo
d : divisor
q : cociente
r : residuo

$$\boxed{D = dq + r}$$

CLASES DE DIVISIÓN

I) ***División Exacta***
Cuando al agrupar las unidades no sobra ni falta unidades, es decir, se considera residuo cero.

Ejemplo:

$$\begin{array}{l|l} 48 & 12 \\ \hline 0 & 4 \end{array} \qquad 48 = 12 \times 4$$

En general:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline 0 & q \end{array} \qquad \boxed{D = dq}$$

II) División Inexacta:

Cuando al agrupar las unidades sobran o faltan unidades para formar un grupo más.

Cuando sobra unidades se dice que la división es inexacta por defecto.

Cuando falta unidades para formar un grupo más, se dice que la división es inexacta por exceso.

Ejemplo:

Por defecto	Por exceso
$\begin{array}{l\|l} 78 & 10 \\ \hline 8 & 7 \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} 78 & 10 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$
$78 = 10 \times 7 + 8$	$78 = 10 \times 8 - 2$

OBSERVACIÓN:

* Tanto el dividendo y el divisor en ambas divisiones son iguales.
* El cociente por exceso, es una unidad más que el cociente por defecto.
* Lo que sobra o falta suma exactamente un grupo.

En general:

Por defecto	Por exceso
$\begin{array}{l\|l} D & d \\ \hline r_d & q \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} D & d \\ \hline r_e & q+1 \end{array}$

$$\boxed{d = dq + r_d} \qquad \boxed{d = d(q+1) - r_e}$$

Donde:

r_d : Residuo por defecto
r_e : Residuo por exceso

Propiedades:

* $r < d$
* r (mínimo) $= 1$
* r (máximo) $= d - 1$
* $r_d + r_e = d$

Cuando la división es inexacta, y no se especifica el tipo, se asume que es inexacta por defecto.

Ejemplo explicativo # 7

Calcule el mayor número de 3 cifras tal que al ser dividido por defecto y por exceso se obtienen 12 y 5 de residuos, respectivamente.

a) 998 b) 996 c) 997
d) 999 e) 994

***Resolución*:**

Por defecto: $\overline{abc} \,\lfloor\, d$, cociente q, residuo 12

Por exceso: $\overline{abc} \,\lfloor\, d$, cociente $q+1$, residuo 5

Por propiedad: $12 + 5 = d$

$$d = 17$$

$$\overline{abc} = 17d + 12$$

$$17d + 12 < 1000$$

$$d < 58,1$$

$\therefore$ $d\max = 58$

$$\overline{abc} = 17(58) + 12 = 998$$

Clave: a

ALTERACIÓN DE UNA DIVISIÓN INEXACTA

Sea la división: $D = dq + r$

Sea n una cantidad entera positiva; sumando n ambos miembros de la igualdad anterior.

$$D + n = d(q) + r + n$$

* Si se incrementa una cantidad al dividendo, hace que puede variar el residuo y el cociente.

Analizando:

$D + n \,\lfloor\, d$, residuo $r + n$, cociente q

* Si $r + n < d$ el cociente no se altera.
* Si $r + n \geq d$ el cociente aumenta en tantas unidades como $r + n$ contenga a d.

Ejemplo:

$23 \,\lfloor\, 10$: residuo 3, cociente 2

Sea: $n = 5$

$23 + 5 \,\lfloor\, 10$: residuo $3 + 5$, cociente ② No varía

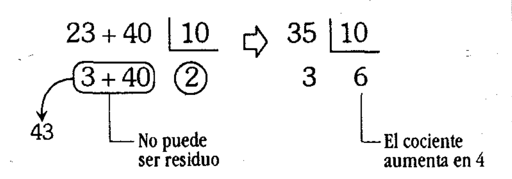
Sea: $n = 12$

$23 + 12 \,\lfloor\, 10$: residuo $(3 + 12)$, cociente ② ⇨ $35 \,\lfloor\, 10$: residuo 5, cociente 3

$3 + 12 \rightarrow 15$ — No puede ser residuo

3 — El cociente aumenta en 1

Sea: $n = 40$



Ejemplo explicativo # 8

Al dividir N entre 20 se obtiene residuo 8. Calcule la suma de valor mínimo y máximo que se le puede aumentar al dividendo para que cociente aumente en 5.

a) 200 b) 201 c) 203
d) 204 e) 205

Resolución:

Del enunciado:

$$\begin{array}{r|l} N & 20 \\ \hline 8 & q \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} N + x & 20 \\ \hline R & q+5 \end{array}$$

$\longrightarrow N = 20q + 8$

$\longrightarrow N + x = 20(q + 5) + R$

Reemplazan:

$$\cancel{20q} + 8 + x = \cancel{20q} + 100 + R$$

$$x = 92 + R$$

$R_{max} = 20 - 1$

$x\ max = 92 + 19 = 111$

$x\ min = 92 + 0 = 92$

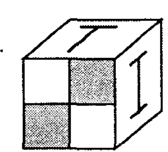
$R_{min} = 0$

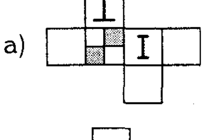
Piden: $111 + 92 = 203$

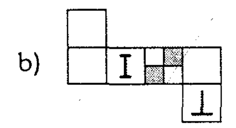
Clave: c

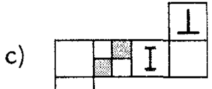
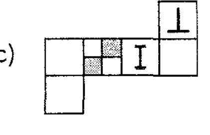
TE RETO

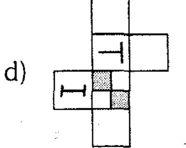
Al desplegar el cubo, ¿qué figura se obtiene.

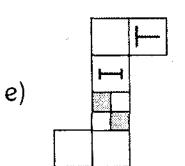


a) 

b) 

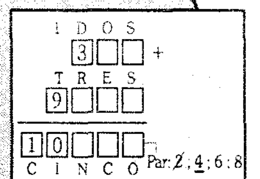
c)  

d) 

e) 

Cuatro Operaciones

Problemas Resueltos



PROBLEMA 01

Dada la serie siguiente:

$$\underbrace{5+35+245+\ldots}_{100\ \text{sumandos}}$$

Se peticiona expresar el resultado en base 7 y finalmente dar como respuesta la suma de sus cifras, pero en el sistema decimal.

a) 480 b) 500 c) 486
d) 515 e) 520

Resolución:

Pasando cada sumando a base 7 se tiene

$$5_{(7)}+50_{(7)}+500_{(7)}+\ldots \quad \text{100 sum.}$$

Ordenando Verticalmente

$$\left.\begin{array}{r} 5_{(7)} \\ 50_{(7)} \\ 500_{(7)} \\ 5000_{(7)} \\ \vdots \\ 500\cdot000_{(7)} \end{array}\right\} 100\#s \quad +$$

$$\underbrace{555\cdot555_{(7)}}_{100\ \text{cifras}}$$

Piden: $5(100)=500$

Clave: b

PROBLEMA 02

Si:

$C=$ suma de los 60 primeros números naturales.
$P=$ suma de los 50 primeros números pares.
$U=$ suma de los 40 primeros números impares.

Halla: $C+P+U$.

a) 9820 b) 3900 c) 8240
d) 4760 e) 5980

Resolución:

$$C=1+2+3+4+\ldots+60$$
$$=\frac{60\times61}{2}$$
$$=1830$$

$$P=2+4+6+8+10+\ldots$$
$$=2(1+2+3+4+5+\ldots+50)$$
$$=\cancel{2}\frac{(50\times51)}{\cancel{2}}=2550$$

$$U=\underbrace{1+3+5+7+\ldots}_{40\#s}=40^2$$
$$=1600$$

$$\therefore\ C+P+U=1830+2550+1600$$
$$=5980$$

Clave: e

PROBLEMA 03

Halla la suma de los "n" primeros números enteros, en cuyas escrituras intervenga solamente la cifra 9.

a) $\frac{10^n-9n+10}{27}$ b) $\frac{10^{n+1}-9n-10}{9}$

c) $\frac{10^n-9n-10}{27}$ d) $\frac{10^{n+1}+9n-10}{9}$

e) $\frac{10^{n+1}+9n+10}{27}$

Resolución:

$$S=9+99+999+\ldots+\overbrace{999\ldots9}^{n \text{ cifras}}$$

$$S=(10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+\ldots+(10^n-1)$$

$$S=10+10^2+10^3+\ldots+10^n-n$$

$\times 10$ $\times 10$

$$S=10\frac{(10^n-1)}{10-1}-n$$

$$S=\frac{10^{n+1}-10-9n}{9}$$

Clave: b

NOTA:

Serie Geométrica:

$S=a+aq+aq^2+aq^3+\ldots$ "n" términos.

$$S=a\frac{(q^n-1)}{q-1}$$

PROBLEMA 04

El complemento aritmético de un número de 3 cifras, se divide entre dicho número, obteniéndose 5 de cociente y residuo máximo. Halle dicho número de tres cifras.

a) 132 b) 145 c) 141
d) 134 e) 143

Resolución:

Número: $\overline{abc}$

Del enunciado:

$$\begin{array}{l|l} 1000-\overline{abc} & \overline{abc} \\ \hline \text{Max}: \overline{abc}-1 & 5 \end{array}$$

$$\longrightarrow 5(\overline{abc})+\overline{abc}-1=1000-\overline{abc}$$

$$7(\overline{abc})=1001$$

$$\overline{abc}=143$$

Clave: e

PROBLEMA 05

Halle el complemento aritmético del menor número que tenga 160 por suma de cifras.

a) $\underbrace{2000\ldots001}_{12 \text{ cifras}}$ b) $\underbrace{2000\ldots001}_{15 \text{ cifras}}$

c) $\underbrace{2000\ldots001}_{18 \text{ cifras}}$ e) $\underbrace{2000\ldots001}_{19 \text{ cifras}}$

d) $\underbrace{2000\ldots001}_{19 \text{ cifras}}$

Resolución:

Para que el número sea el menor posible, debe tener la menor cantidad de cifras.

$$\begin{array}{r|l} 160 & 9 \\ \hline ⑦ & 17 \end{array}$$

Número: $7\underbrace{9999\ldots9}_{17 \text{ cifras}}$

Aplicando la regla práctica:

$$CA: \underbrace{2000\ldots01}_{18 \text{ cifras}}$$

Clave: c

PROBLEMA 06

Si $\overline{ABC}_{(8)} - \overline{CBA}_{(8)} = \overline{CPU}_{(8)}$,

la suma de las cifras de la suma siguiente:

$\overline{CPU}_{(9)} + \overline{PUC}_{(9)} + \overline{UCP}_{(9)}$. Resulta:

a) 19 b) 18 c) 17
d) 16 e) 15

Resolución:

Por propiedad:

$$\begin{array}{r} ABC_{(8)} - \\ CBA_{(8)} \\ \hline CPU_{(8)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} P = 7 \\ C + U = 7 \\ \hline C + P + U = 14 \end{array}$$

($C + U = 7$)

Luego sumando en base 9:

$$\begin{array}{r} \overset{1\ 1}{C\,P\,U}_{(9)} + \\ P\,U\,C_{(9)} \\ U\,C\,P_{(9)} \\ \hline 1\,6\,6\,5_{(9)} \end{array}$$

$14 = 15_{(9)}$
$15 = 16_{(9)}$

$S_{CIF}: 1 + 6 + 6 + 5 = 18$

Clave: b

PROBLEMA 07

Al dividir un número de tres cifras por el número formado por sus dos últimas cifras, se obtuvo 11 de cociente y 80 de de resto. Halla la suma de las tres cifras del número dado.

a) 18 b) 12 c) 19
d) 10 e) 20

Resolución:

Número: $\overline{abc}$

Del enunciado:

$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & \overline{bc} \\ \hline 80 & 11 \end{array}$$

$\overline{bc} > 80$

Luego: $\overline{abc} = 11(\overline{bc}) + 80$

$$100a + \overline{bc} = 11(\overline{bc}) + 80$$

$$100a = 10(\overline{bc}) + 80$$

$$10a = \overline{bc} + 8$$

$\ldots 2$

Como: $\overline{bc} > 80$; tenemos 2 casos:

$$\overline{bc} = 82 \longrightarrow a = 9 \ \checkmark$$

$$\overline{bc} = 92 \longrightarrow a = 20 \ \times$$

Entonces: $a + b + c = 9 + 8 + 2 = 19$

Clave: c

PROBLEMA 08

Halle un número de cuatro cifras, cuya suma de cifras sea igual a su complemento aritmético. El número señalado está entre:

a) 9 980 y 1 000
b) 9 920 y 9 940
c) 9 960 y 9 980
d) 9 900 y 9 920
e) 9 940 y 9 960

Resolución:

Sea: número: $\boxed{\overline{abcd}}$

Del enunciado:

$$a + b + c + d = CA(\overline{abcd})$$

$$\underbrace{a + b + c + d}_{Max:\,36} = \overline{\underbrace{(9-a)}_{cero}\underbrace{(9-b)}_{cero}(9-c)(10-d)}$$

$\longrightarrow \quad a = 9 \ ; \ b = 9$

$$9 + 9 + c + d = \overline{(9-c)(10-d)}$$

$$18 + c + d = 90 - 10c + 10 - d$$

$$11c + 2d = 82$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$6 \qquad 8$$

∴ El número es 9968 y está entre 9960 y 9980.

Clave: c

PROBLEMA 09

Cada punto representa una cifra:

$$\begin{array}{l|l} \overline{C\,P\,C\,P\,1} & \overline{P\,C} \\ \hline \bullet\,\bullet\,\bullet & \overline{6\,\bullet\,U} \\ \quad \bullet\,P\,\bullet & \\ \quad \bullet\,\bullet\,\bullet & \\ \qquad C\,U\,\bullet & \\ \qquad \bullet\,\bullet\,\bullet & \\ \qquad -\,-\,- & \end{array}$$

Halla el resultado de: $C + P + U$

a) 23 b) 15 c) 18
d) 11 e) 21

Resolución:

Del enunciado:

$$\begin{array}{l|l} \overline{C\,P\,C\,P\,1} & \boxed{\overline{P\,C}} \ \times \\ \hline \bullet\,\bullet\,\bullet & \overline{6\,\bullet\,\textcircled{U}} \\ \quad \bullet\,P\,\bullet & \\ \quad \bullet\,\bullet\,\bullet & \\ \qquad C\,U\,1 & \\ \quad = \boxed{C\,U\,1} & \\ \qquad -\,-\,- & \end{array}$$

Como: $U \times (\overline{P\,C}) = \overline{C\,U\,1} = \ldots 1$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$7 \qquad 3$$

$$7(\overline{P3}) = \overline{371}$$

$$\overline{P3} = 53 \longrightarrow P = 5$$

Con: $U = 3$ y $C = 7 \Rightarrow$ "P" no es entero.

Piden: $C + P + U = 3 + 5 + 7 = 15$

Clave: b

PROBLEMA 10

Si: $\overline{DOS}$ es el complemento aritmético de $\overline{OCHO}$ y $C-D=3$, halla el complemento aritmético de: $(\overline{DOS}+\overline{DOS})$

a) 302 b) 246 c) 218
d) 308 e) 284

Resolución:

Como:

$$\overline{DOS}=CA(\overline{OCHO})$$

$$\overline{DOS}=\overline{(9-O)(9-C)(9-H)(10-O)}$$

$(9-O)$: cero

$\longrightarrow O=9$

$\longrightarrow D=9-C$ .... (1)

$\longrightarrow O=9-H \longrightarrow H=O$

$\longrightarrow S=10-O \longrightarrow S=1$

Además: $C-D=3$ .... (2)

De (1) y (2): $C=6$; $D=3$

Piden:

$$CA(\overline{DOS}+\overline{DOS})=CA(391+391)$$
$$=CA(782)$$
$$=218$$

Clave: c

PROBLEMA 11

Al multiplicar un entero por 13 547 se tomó por error un 2 como 8 en las centenas y así el resultado fue 25 143 232. Dar como respuesta la suma de cifras del resultado correcto.

a) 19 b) 12 c) 11
d) 10 e) 18

Resolución:

Sea el número: ⓝ

$$\longrightarrow 1354\times n=25143232$$
$$n=1856$$

(8: Cifra cerrada)

$\therefore$ Número correcto: 1256

Resultado correcto: 13547×1256
$=17015032$

S cifras $=1+7+0+1+5+0+3+2=19$

Clave: a

PROBLEMA 12

Si se cumple que:

$$\overline{SAU}\times\overline{UAS}=407515$$

Calcule: $A+S+U$

a) 17 b) 13 c) 19
d) 14 e) 16

Resolución:

Del dato: $S\times U\approx 40$

$S\times U=\ldots 5$

$S\downarrow 7$, $U\downarrow 5$

Entonces:

$$\begin{array}{r} 7\ A\ 5\ \times \\ 5\ A\ 7 \\ \hline \ldots\ldots\bigcirc\ 5\ + \\ \ldots\ldots(5A) \\ \ldots\ldots \\ \hline 4\ 0\ 7\ 5\ 1\ 5 \end{array}$$

$7A+3$ → $\bigcirc$

$\Rightarrow\ (7A+3)+5A=\ldots 1$

$12A+3=\ldots 1$

$12A=\ldots 8$

↓

4 ✓

9 ✗

Reemplazando: $745\times 547=407515$

Piden: $A+S+U=4+7+5=16$

Clave: e

PROBLEMA 13

El producto de un número de cinco cifras por 777 termina en 82333. Halla la suma de las cinco cifras.

a) 23 b) 24 c) 25
d) 26 e) 27

Resolución:

Haciendo un esquema:

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square\ \times \\ 7\ 7\ 7 \\ \hline \ldots\ \boxed{6}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{3}\ + \\ \ldots\ \boxed{6}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{3}\quad \\ \ldots\ \boxed{6}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{3}\qquad \\ \hline \cdots\ 8\ 2\ 3\ 3\ 3 \end{array}$$

Reconstruyendo

$$\begin{array}{r} \boxed{3}\boxed{7}\boxed{4}\boxed{2}\boxed{9}\ \times \\ 7 \\ \hline \ldots\ \boxed{6}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{3} \end{array}$$

Scif: $3+7+4+2+9=25$

Clave: c

PROBLEMA 14

Halla: $J-F$, sabiendo que:

$$\overline{JFSC}+\overline{SCJF}+\overline{SJFC}+\overline{1CJF}+\overline{JFSO}=18810$$

a) 1 b) −2 c) 0
d) −1 e) 2

Resolución:

Ordenado verticalmente:

$$\begin{array}{r} \bigcirc\ \bigcirc\ 1\ \quad \\ J\ F\ S\ C\ + \\ S\ C\ J\ F\quad \\ S\ J\ F\ C\quad \\ 1\ C\ J\ F\quad \\ J\ F\ S\ O\quad \\ \hline 1\ 8\ 8\ 1\ 0\quad \end{array}$$

$\longrightarrow\ 2\underbrace{(J+S)}_{8}+1+\underset{1}{\bigcirc}=18$

$\longrightarrow\ 2\underbrace{(F+C)}_{5}+J+\bigcirc=18$

$\longrightarrow\ 2\underbrace{(S+J)}_{8}+\underset{4}{F}+1=\ldots 1$

Luego: $F=4$
$C=1$

Reconstruyendo:

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ \ \ \ \\ J\ 4\ S\ 1\ + \\ S\ 1\ J\ 4\ \ \ \\ S\ J\ 4\ 1\ \ \ \\ 1\ 1\ J\ 4\ \ \ \\ J\ 4\ S\ O\ \ \ \\ \hline 1\ 8\ 8\ 1\ 0\ \ \ \end{array}$$

$$J=6 \quad \rightarrow \quad S=2$$

Piden: $J-F=6-4=2$

Clave: e

PROBLEMA 15

Hallar: $O+M+A+R$

Si se cumple que:

$$\overline{AMOR}\times 4=\overline{ROMA}$$

a) 15 b) 14 c) 12
d) 21 e) 18

Resolución:

$$\begin{array}{r} \text{A M O R} \\ 1\ \text{ó}\ 2 \rightarrow \boxed{2}\,\square\,\square\,\boxed{8}\ \times \\ 4 \\ \hline \boxed{8}\,\square\,\square\,\boxed{2} \leftarrow \text{par} \\ \text{R O M A} \end{array}$$

M solo puede ser 1 ó 2;

como $A=2 \Rightarrow M=1$

$$4O+3=\ldots1$$
$$\downarrow$$
$$2\ \text{ó}\ 7$$

Cumple con: $O=7$

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 7\ 8\ \times \\ 4\ \ \ \\ \hline 8\ 7\ 1\ 2\ \ \ \end{array}$$

Piden: $O+M+A+R=7+1+2+8$
$=18$

Clave: e

PROBLEMA 16

Es una división inexacta la suma de sus cuatro términos es 105. Si al dividendo y al divisor se les multiplica por 4, la suma de cuatro términos de la nueva división es 399. ¿Cuál es el cociente originario?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

Cuando en una división se multiplica al dividendo y al divisor por una misma cantidad, el cociente no se altera, pero el resto queda multiplicado por dicha cantidad:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline r & q \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 4D & 4d \\ \hline 4r & q \end{array}$$

$$D+d+q+r=105$$
$$4D+4d+q+4r=399$$

$$4D+4d+4q+4r=420$$
$$4D+4d+q+4r=399 \quad (-)$$
$$3q=21$$
$$q=7$$

Clave: c

PROBLEMA 17

Calcula la suma de las cifras del mayor número de la forma: $\overline{JFSC}$, que dividido por $\overline{FJ}$ obtiene 175 de cociente y por resto $\overline{SC}$.

a) 25 b) 23 c) 27
d) 21 e) 29

Resolución:
Del enunciado:

$$\begin{array}{r|l} \overline{JFSC} & \overline{FJ} \\ \hline \overline{SC} & 175 \end{array}$$

$\overline{SC} < \overline{FJ}$

$$\longrightarrow \overline{JFSC} = 175(\overline{FJ}) + \overline{SC}$$

$$100(\overline{JF}) + \cancel{\overline{SC}} = 175(\overline{FJ}) + \cancel{\overline{SC}}$$

$$4(\overline{JF}) = 7(\overline{FJ})$$

$$40J + 4F = 70F + 7J$$

$$33J = 66F$$

$$J = 2F$$

$\downarrow$ $\downarrow$
8 4 (Máximos)

Para que el número $\overline{JFSC}$ sea máximo:

$$\overline{SC} = \overline{FJ} - 1 = 48 - 1 = 47$$

Luego: $\overline{JFSC} = 8447$

$$S_{\text{cif}} = 8 + 4 + 4 + 7 = 23$$

Clave: b

PROBLEMA 18

Al efectuar una división entera, se notó que la diferencia entre el resto por exceso y el cociente por exceso es igual a la diferencia del residuo por defecto y el cociente por defecto. Si el dividendo es un número de dos cifras y el mayor posible; además, el divisor es igual a 7. Halle el cociente:

a) 12 b) 19 c) 15
d) 13 e) 17

Resolución:

Por defecto:

$$\begin{array}{r|l} D & 7 \\ \hline r_d & q \end{array}$$

Por exceso:

$$\begin{array}{r|l} D & 7 \\ \hline r_e & q+1 \end{array}$$

Del dato:

$$\longrightarrow r_e - (q+1) = r_d - q$$

Pero:

$$r_e - r_d = 1$$
$$r_e + r_d = 7 \quad (+)$$
$$r_e = 4$$
$$r_d = 3$$

$$\longrightarrow D = 7q + 3 \qquad 7q + 3 < 100$$

D $\downarrow$ Mayor número de 2 cifras

$$q < 13{,}8$$
$$\therefore \quad q = 13$$

Clave: d

PROBLEMA 19

Un número de tres cifras, dividido por la suma de sus cifras resulta once de cociente exacto. El número mencionado oscila entre:

a) 150 y 200 b) 100 y 150
c) 200 y 250 d) 250 y 300
e) 300 y 500

Resolución:

Número: $\overline{abc}$

Del enunciado:

$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & a+b+c \\ \hline 0 & 11 \end{array}$$

$$\longrightarrow \overline{abc} = 11(a+b+c)$$

$$100a+10b+c=11a+11b+11c$$

$$89a=b+10c$$

$a=1$, $b=9$, $c=8$

∴ El número es 198 y oscila entre 150 y 200.

Clave: a

PROBLEMA 20

Calcule la suma:

$$S=24+35+48+63+\ldots+1680$$

a) 23680 b) 23754 c) 23876
d) 27536 e) 27650

Resolución:

$$S=24+35+48+63+\ldots+1680$$

$$S=(5^2-1)+(6^2-1)+(7^2-1)+(8^2-1)+\ldots+(41^2-1)$$

$$S=(5^2+6^2+7^2+8^2+\ldots+41^1)-37$$

$$S=\frac{41\times42\times83}{6}-(1^2+2^2+3^2+4^2)-37$$

$$S=23821-\frac{4\times5\times9}{6}-37$$

$$S=23754$$

Clave: b

NOTA:

Suma de cuadrados:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

PROBLEMA 21

La cifra de segundo orden de la suma es:

$$1+2+3+24+54+96+\ldots+3750$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) 8

Resolución:

Agrupando convenientemente:

$$S=\underbrace{1+2+3}+24+54+96+\ldots+3750$$

$$S=6+24+54+96+\ldots+3750$$

$$S=6(1+4+9+16+\ldots+625)$$

$$S=6(1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+25^2)$$

$$S=6\left(\frac{25\times26\times51}{6}\right)=33150$$

Orden 0 (0), Orden 1 (5), Orden 2 (1)

∴ La cifra de segundo orden es 1

Clave: a

PROBLEMA 22

Si: $CA(\overline{C83})=\overline{3PU}$

Calcula: $C+P+U$

a) 14 b) 15 c) 16
d) 16 e) 18

Resolución:

Aplicando el método práctico para hallar el C. A:

$$CA(\overline{C83})=\overline{3PU}$$

$$\overline{(9-C)17}=\overline{3PU}$$

Comparando:

$$9C = 3 \longrightarrow C = 6$$
$$P = 1$$
$$U = 7$$

Piden: $C + P + U = 6 + 1 + 7 = 14$

Clave: a

PROBLEMA 23

Si: $CA(\overline{CPU}) = \overline{6(P+1)(U-2)}$

Halle: $C \times P \times U$

a) 70 b) 72 c) 74
d) 76 e) 78

Resolución:

$$CA(\overline{CPU}) = \overline{6(P+1)(U-2)}$$
$$\overline{(9-C)(9-P)(10-U)} = \overline{6(P+1)(U-2)}$$

Comparando:

- $9 - C = 6 \longrightarrow C = 3$
- $9 - P = P + 1 \longrightarrow P = 4$
- $10 - U = U - 2 \longrightarrow U = 6$

Piden: $C \times P \times U = 3 \times 4 \times 6 = 72$

Clave: b

PROBLEMA 24

Halle: $CA(X+Y)$,

Si: $\overline{5XY} - \overline{5X} = \overline{47X}$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 9

Resolución:

Ordenando verticalmente:

$$\overline{5xy} - \overline{5x} = \overline{47x}$$
$$\overline{5xy} = \overline{47x} + \overline{5x}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 4\ 7\ x\ + \\ 5\ x \\ \hline 5\ x\ y \end{array}$$

- $7 + 5 = \overline{1x}$
  $x = 2$
- $x + x = y$
  $2 + 2 = y$
  $y = 4$

Piden: $CA(2+4) = CA(6) = 4$

Clave: b

PROBLEMA 25

Las 3 últimas de la suma de 40 sumandos:

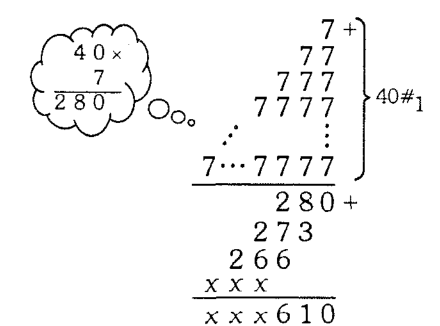
$$M = 7 + 77 + 777 + \ldots + 77\ldots77,$$

Son: $\overline{NEY}$, el valor de: $N + E + Y$, es:

a) 9 b) 7 c) 11
d) 12 e) 15

Resolución:

Verticalmente:



Piden: $N + E + Y = 6 + 1 + 0 = 7$

Clave: b

PROBLEMA 26

Si: $\overline{abc}+\overline{db}+\overline{3ca}=\overline{bb(3b-2)(b+2)}$

Entonces el valor de $(a+b+c+d)$ es:

a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

Resolución:

$$\begin{array}{r} a\ b\ c\ + \\ d\ b \\ 3\ c\ a \\ \hline \underset{\text{Debe ser 1}}{b}b(3b-2)(b+2) \end{array}$$

Reemplazando:

$$\begin{array}{r} {}^{1\,1} \\ a\ 1\ c\ + \\ d\ 1 \\ 3\ c\ a \\ \hline 1\ 1\ 1\ 3 \end{array}$$

Se observa que: $1+a+3=11$
$a=7$

- $c+1+\underset{7}{a}=13$
  $c=5$
- $1+1+d+\underset{5}{c}=11$
  $d=4$

Piden: $a+b+c+d=7+1+5+4=17$

Clave: d

PROBLEMA 27

Sabiendo que:

$\overline{DOS}+\overline{TRES}=\overline{CINCO}$ y letras diferentes son cifras diferentes, siendo $D=3$.
Halla el valor de: $\overline{DOCE}+\overline{SEIS}$.

a) 11021 b) 11022 c) 11023
d) 11024 e) 11025

Resolución:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ D\ O\ S \\ \boxed{3}\boxed{\ }\boxed{\ }\ + \\ T\ R\ E\ S \\ \boxed{9}\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ } \\ \hline \boxed{1}\boxed{0}\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ } \\ C\ I\ N\ C\ O \end{array}$$

← Par: ~~2~~ ; $\underline{4}$; 6 ; 8

Analizando con $O=2$ no hay solución.

Si: $O=4$, tenemos:

$$\begin{array}{r} D^{1}\ O^{1}\ S \\ \boxed{3}\boxed{\ }\boxed{7}\ + \\ T\ R\ E\ S \\ \boxed{9}\boxed{8}\boxed{\ }\boxed{7} \\ \hline \boxed{1}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{1}\boxed{4} \\ C\ I\ N\ C\ O \end{array}$$

sólo: ~~7~~ ; 8 ; ~~9~~

Además: $\underset{4}{O}+\underset{6}{E}=10$

Piden:

$$\overline{DOCE}+\overline{SEIS}=3416+7607=11023$$

Clave: c

PROBLEMA 28

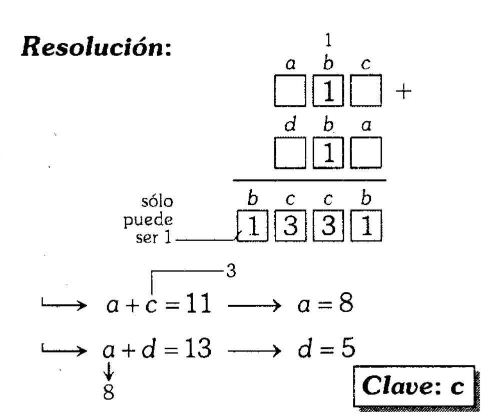
Si:

$$\overline{abc}+\overline{dba}=\overline{bccb}$$

Hallar "d".

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Resolución:



Clave: c

PROBLEMA 29

Se calcula en el sistema decimal la suma de los "U" primeros números impares, dicha suma en el sistema senario se representa como $\overline{CCPP}$. Halla: $C+P+U$

a) 35 b) 36 c) 37
d) 31 e) 38

Resolución:

Del enunciado:

$$\underbrace{1+3+5+7+\ldots}_{\text{"}U\text{" Núm}} = \overline{CCPP}_{(6)}$$

$$U^2 = 216C + 36C + 6P + P$$

$$U^2 = 252C + 7P$$

$$U^2 = 7(\overbrace{36C+P}^{\overset{\circ}{7}})$$

C: 1, 2, 3; P: 6, 5, 4

$1,\ 6 \longrightarrow U^2 = 7(42)$

$2,\ 5 \longrightarrow U^2 = 7(77)$

$3,\ 4 \longrightarrow U^2 = 7(112)$

$U = 28$

$\therefore\ C+P+U = 3+4+28 = 35$

Clave: a

NOTA:

Suma de impares:

$$\underbrace{1+3+5+7+\ldots}_{\text{"}n\text{" sumandos}} = n^2$$

PROBLEMA 30

Si: $CA(\overline{JFS}) = \overline{FSJ}$ y

$CA(\overline{JFSF}) = \overline{FJCJS}$

Entonces el valor de: $F+J+S+C$ es:

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 18

Resolución:

$$CA(\overline{JFS}) = \overline{FSJ}$$

$$\overline{(9-J)(9-F)(10-S)} = \overline{FSJ}$$

$9-J = F \longrightarrow J+F = 9$

$9-F = S \longrightarrow S+F = 9$

$10-S = J \longrightarrow J+S = 10$ (+)

$$2J + 2F + 2S = 28$$

$$\underbrace{J+F}_{9} + \underset{5}{S} = 14$$

$S = 5$; $F = 4$; $J = 5$

$$CA(\overline{JFSFJ}) = \overline{FJCJS}$$

$$CA(54545) = 45C55$$

$$45455 = 45C55$$

$C = 4$

Piden: $F+J+S+C=4+5+5+4$
$=18$

Clave: e

PROBLEMA 31

Halle un número de 3 cifras que es igual a 9 veces la suma de cifras de su respectivo complemento aritmético. Dar como respuesta la cifra de sus centenas.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 7

Resolución:

Número: $\overline{abc}$

$\longrightarrow CA=\overline{(9-a)(9-b)(10-c)}$

Planteando:

$$\overline{abc}=9(9-a+9-b+10-c)$$

$$\overline{abc}=9(28-a-b-c)$$

$$100a+10b+c=251-9a-9b-9c$$

$$\underbrace{109a}_{\ldots 9}+\underbrace{19b}_{\ldots 3}+\underbrace{10c}_{\ldots 0}=252$$

$a \to 1$

$$109a+19b+10c=252$$

$a=1$, $b=7$, $c=1$

$\therefore$ Número: 171 $\rightarrow$ cifra centenas: 1

Clave: a

PROBLEMA 32

Si la diferencia de un número de 3 cifras y otro de 2 cifras es 80. Halla la diferencia de sus complementos aritméticos.

a) 780 b) 780 c) 800
d) 820 e) 840

Resolución:

Sean los números: $\overline{abc}$ $\overline{mn}$

Dato: $\overline{abc}-\overline{mn}=80$

Piden: $(1000-\overline{abc})-(100-\overline{mn})$

$$=900-(\overline{abc}-\overline{mn})$$

$$=900-80=820$$

Clave: d

PROBLEMA 33

La suma de dos números es 166, los cocientes obtenidos al dividir estos dos números entre un tercero son 5 y 7, obteniéndose en ambos casos residuos máximos. Determina diferencia de dichos números.

a) 20 b) 22 c) 24
d) 26 e) 28

Resolución:

Del enunciado:

N_1	d
	5
Max: $d-1$	

N_2	d
	7
Max: $d-1$	

$\rightarrow N_1=5d+d-1=6d-1$ $\rightarrow N_2=7d+d-1=8d-1$

Como: $N_1+N_2=166$

$$6d-1+8d-1=166$$

$$14d=168$$

$$d=12$$

Reemplazando: $N_1 = 6(12) - 1 = 71$

$N_2 = 8(12) - 1 = 95$

Piden: $95 - 71 = 24$

Clave: c

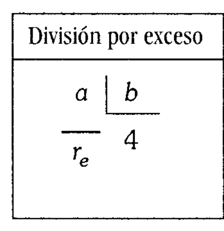
PROBLEMA 34

Dos números suman 399, su cociente por exceso es 4 el resto por defecto lo más grande posible. ¿Cuánto suman las cifras de uno de ellos?

a) 12 b) 14 c) 13
d) 6 e) 10

Resolución:

Sean los números: $\boxed{a}$ y $\boxed{b}$



División por defecto

$a \;\underline{|\; b}$

Max.: $b-1$ 3

$a = 3b + b - 1$

$a = 4b - 1$

Como: $a + b = 399$

$4b - 1 + b = 399$

$b = 80$

$\longrightarrow\ a = 4(80) - 1 = 319$

$S_{cif} = 3 + 1 + 9 = 13$

Clave: c

PROBLEMA 35

La suma de los tres términos de una sustracción de números naturales es 1908. Si el sustraendo excede a la diferencia en 436 unidades. Halle el sustraendo.

a) 745 b) 675 c) 645
d) 695 e) 715

Resolución:

$$M - S = D \longrightarrow M = S + D$$

Como: $M + \underbrace{S + D} = 1908$

$M + M = 1908$

$M = 954$

Además: $S - D = 436$

Pero: $S + D = 954$

$2S = 1390$

$S = 695$

Clave: d

PROBLEMA 36

Si el numeral siguiente es capicúa:

$$\overline{(P+1)(C+1)U(2U)(6-P)(7-P)}$$

Halla el valor de: $C + P + U$

a) 2 b) 7 c) 4
d) 5 e) 9

Resolución:

Un número es capicúa cuando sus cifras equidistantes son iguales:

$$\overline{(P+1)(C+1)\,U\,(2U)(6-P)(7-P)}$$

- $P + 1 = 7 - P \Rightarrow P = 3$
- $C + 1 = 6 - P \Rightarrow C = 2$
- $U = 2U \Rightarrow U = 0$

Piden: $C+P+U=3+2+0=5$

Clave: d

PROBLEMA 37

¿En cuántos sistemas de numeración de base mayor que 10 y menor que 20 se cumple que un número de 3 cifras al invertir el orden de sus cifras se hace el doble?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Número: $\overline{abc}_{(n)}$

Planteando: $\overline{cba}_{(n)}=2(\overline{abc}_{(n)})$

$$\overline{cba}_{(n)}-\overline{abc}_{(n)}=\overline{abc}_{(n)}$$

Por propiedad: $c-a=a+1$

$$c=2a+1$$

Además: $a+\underline{c}=n-1$

$$a+2a+1=n-1$$

$$3a+2=n$$

Por condición: $10<3a+2<20$

$$2{,}6<a<6$$

$$\Rightarrow\ a=3;4;5$$

$$n=\underbrace{11;14;17}_{\text{3 sistemas}}$$

Clave: c

PROBLEMA 38

Adolfo compró boletos de la "Tinka" y en todos se cumple que si la última cifra se pone al inicio resulta un número que es la tercera parte del inicial ¿Cuántos boletos compró Adolfo?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Sea: $N=\overline{ab\ldots xu}$ .... (n cifras)

$$\frac{N}{3}=\overline{uab\ldots x}$$

$$\longrightarrow\quad 3(\overline{uab\ldots x})=\overline{ab\ldots xu}$$

$$3(u\times 10^{n-1}+\overline{ab\ldots x})=10(\overline{ab\ldots x})+u$$

$$3\times 10^{n-1}u+3(\overline{ab\ldots x})=10(\overline{ab\ldots x})+u$$

$$(3\times 10^{n-1}-1)u=7(\overline{ab\ldots x})$$

$$\underbrace{299\ldots 9}_{\text{"n" cif}}\times u=7\,\underbrace{\overline{ab\ldots x}}_{(n-1)\text{cif}}\ \ldots(1)$$

$u\neq 7$; porque se igualan a un número de n cifras con otro que tiene $(n-1)$ cifras.

Luego: $299\ldots 9$ contienen a 7.

Dividiendo:

```
2999...9 | 7
28         42857
 19
 14
  59
  56
   39
   35
    49
    49
```

$\Rightarrow$ 299999 poseen 6 cifras

$\Rightarrow$ $\overline{ab\ldots x}$ posee 5 cifras

Si reemplazamos en (1):

$$29999 \times u = 7(\overline{ab\ldots x})$$

$$\cancel{7} \times 42857u = \cancel{7}\underbrace{(\overline{ab\ldots x})}_{5 \text{ cifras}}$$

$$\underset{\substack{\downarrow \\ 1 \text{ ó } 2}}{42857u} = \underbrace{(\overline{ab\ldots x})}_{5 \text{ cifras}}$$

Luego existen 2 números

$N_1 = 428571$

$N_2 = 857142$

Clave: b

PROBLEMA 39

Sabiendo que:

$$\ldots\overline{abc}_{(7)} \times 222_{(7)} = \ldots 426_{(7)}$$

Calcule: $a+b+c$

a) 5 b) b c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

$$\overline{abc}_{(7)} \times 222_{(7)} = \ldots 426_{(7)}$$

$$\downarrow \times 3 \qquad \downarrow \times 3$$

$$\overline{abc}_{(7)} \times 666_{(7)} = \ldots 1614_{(7)}$$

$$\overline{abc}_{(7)} \times (1000_{(7)} - 1) = \ldots 1614_{(7)}$$

$$\overline{abc000}_{(7)} - \overline{abc}_{(7)} = \ldots 1614_{(7)}$$

Luego:

$$\begin{array}{r} abc_{(7)} + \\ \ldots 1614_{(7)} \\ \hline abc000_{(7)} \end{array}$$

$\rightarrow$ $c=3$ $b=5$ $a=0$

Piden: $a+b+c = 0+5+3 = 8$

Clave: d

PROBLEMA 40

Hallar la suma de todos los números capicúas de 3 cifras que se puedan formar con las cifras: 0,1,3,6,7 y 9

a) 14550 b) 14690 c) 16056
d) 16956 e) 17056

Resolución:

Contemos cuantos números vamos a sumar:

$$\begin{array}{cc} \overline{a\;b\;a} : & \text{Capicúa} \\ \downarrow\;\downarrow & \\ 1\;\;0 & \\ 3\;\;1 & \\ 6\;\;3 & \\ 7\;\;6 & \\ 9\;\;7 & \\ \;\;\;9 & \\ \hline 5 \times 6 = 30 \# s & \end{array}$$

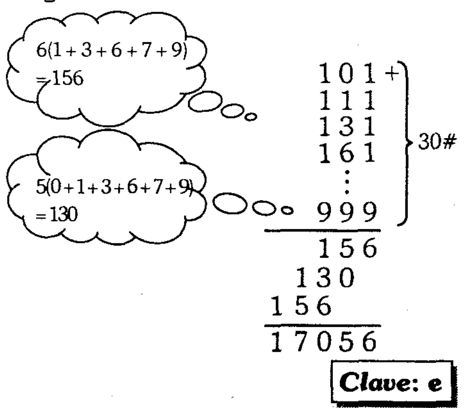
En las unidades aparecerá:

1, 3, 6, 7 y 9 cada uno: $\frac{30}{5} = 6$ veces.

En las decenas aparecerá:

0, 1, 3, 6, 7 y 9 cada uno: $\frac{30}{6} = 5$ veces.

Luego la suma será:



Clave: e

Primera Práctica

Cuatro Operaciones

01 Hallar: $x+y+z$, si se cumple:

$$\overline{z1z}+\overline{z2z}+\overline{z3z}+\ldots+\overline{z9z}=\overline{xyw4}$$

a) 11 b) 14 c) 19
d) 20 e) 15

02 Hallar el valor de S en:

$$S=100_{(2)}+100_{(3)}+100_{(4)}+\ldots+100_{(11)}$$

a) 504 b) 505 c) 506
d) 510 e) 511

03 Si: $\overline{ab}+\overline{mn}+\overline{xy}=124$

$\overline{bd}+\overline{np}+\overline{yw}=160$

$\overline{ac}+\overline{mp}+\overline{xz}=127$

Calcular: $\overline{abcd}+\overline{mnpp}+\overline{xyzw}$

a) 4110 b) 4560 c) 12400
d) 12680 e) 12590

04 Si: $\overline{abc}-\overline{cba}=\overline{mn5}$

Además: $a^2+c^2+n^2=118$

Hallar: $(a+c)$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

05 Si: $\overline{abc}_{(9)}+\overline{4pq}_{(9)}=\overline{cba}_{(9)}$

Calcule : $2p+3p$

a) 45 b) 32 c) 27
d) 28 e) 36

06 Si: C.A. $(\overline{abc})=\overline{abc0}-397$

Calcule: $(a\times b\times c)$

a) 15 b) 35 c) 14
d) 21 e) 16

07 Se suman los complementos aritméticos de los números de tres cifras en el sistema quinario; entonces, la suma de cifras de dicho resultado en el sistema decimal es:

a) 8 b) 10 c) 12
d) 14 e) 16

08 Si: $17391\div\overline{DD}=\overline{ABC}$ entonces la suma de las tres últimas cifras de $\overline{BABA}\times\overline{BA}$ es:

a) 8 b) 9 c) 10
d) 12 e) 15

09 ¿Cuál es el menor número entero cuyo producto por 21 es un numeral cuyas cifras son todos 4? Dar como respuesta la suma de sus cifras.

a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

10 Halla el mayor número entero que al dividirlo entre 70 se obtenga un cociente que es la raíz cúbica del resto.

a) 240 b) 344 c) 343
d) 321 e) 345

11 Se divide $\overline{abab}$ entre $\overline{ba}$, el cociente es 76 y el resto $\overline{ab}$. Dar: $a+b$

a) 10 b) 11 c)12
d) 13 e) 14

12 En cierto país se contabiliza en el sistema quinario. Si un comerciante vende un artículo en: $\overline{abcabcabc}_{(5)}$ y se observa que está ganando lo mismo que le costó, que fue $\overline{cbacbacba}_{(5)}$; calcule: $a+b+c$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

13 CA: $\left(\overline{CPU}_{(8)}-\overline{UPC}_{(8)}\right)=\overline{2mn}_{(8)}$

Calcular el máximo valor de:

$$C+P+U+m+n$$

a) 20 b) 21 c) 14
d) 18 e) 19

14 Si el numeral: $\overline{(p+2)(q-3)(p+3)q}_{(7)}$ excede al numeral: $\overline{abcd}_{(7)}$ en:

$$\overline{(p-2)qp(q+1)}_{(7)}$$

Hallar: $a+b+c+d$

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

15 Se divide un número de 3 cifras entre un número de dos cifras y se obtiene que el producto de los residuos por defecto y por exceso es 377 y el producto de los cocientes por defecto y por exceso es 156. Calcular el dividendo si es el mayor posible.

a) 533 b) 517 c) 625
d) 651 e) 539

16 Al dividir un número de 4 cifras entre 37, se obtuvo 3 residuos máximos. Hallar la suma de cifras de dicho número.

a) 35 b) 25 c) 28
d) 29 e) 30

17 Sea $N=\overline{abc}_{(n)}$; donde:

$$\overline{1abc}_{(n)}\times \text{C.A.}(N)=400452_{(n)}$$

Además la suma de cifras de:

$$N\times N \text{ es } 24_{(n)}$$

Halle: $a+b+c$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

18 Hallar "n"; si:

$$213_{(n)}\times 142_{(n)}=32466_{(n)}$$

a) 7 b) 8 c)9
d) 10 e) 11

19 Hallar la suma de todos los números capicúas de 3 cifras significativas, con la condición que el producto de las cifras de dichos números capicúas es un número cuadrado perfecto:

a) 13895 b) 18795 c) 15895
d) 15695 e) 14895

19 Si: $A = \underbrace{666\ldots664_{(7)}}_{100\text{ cifras}}$

Calcular la suma de cifras de A^2

a) 595 b) 596 c) 597
d) 598 e) 599

20 Sabiendo que:

$$\text{C.A. }(\overline{ab}) + \text{C.A.}(\overline{abab}) = 3674$$

Hallar: $a+b$

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

21 Si: $\overline{abc}_{(7)} - \overline{cba}_{(7)} = \overline{4mn}_{(7)}$

Halle : $a-c+m+n$

a) 10 b) 4 c) 16
d) 13 e) 22

22 Calcular la suma de cifras del complemento aritmético del menor número de 10 cifras cuyo producto de cifras es 60.

a) 71 b) 74 c) 78
d) 81 e) 83

23 Hallar la suma de $(n+1)$ números consecutivos, tal que, al dividir el mayor entre el menor se obtiene $(n-13)$ de residuo, siendo "n" el mayor posible.

a) 654 b) 659 c) 663
d) 676 e) 696

24 Si: $\overline{abcc} \times \overline{ba} = 7\bullet\bullet 71$; donde cada punto representa una cifra. ¿Cuál es el valor de: $a+b+c$; si sabemos que las cifras son diferentes?

a) 10 b) 12 c) 13
d) 16 e) 18

25 Se sabe que:

$$\overline{abcd}_{(8)} \times 777_{(8)} = \ldots 4325_{(8)}$$

Hallar: $a+b+c+d$

a) 16 b) 19 c) 18
d) 20 e) 15

26 En un sistema de numeración al mayor número de 12 cifras diferentes, se le suma el menor número de 12 cifras diferentes, obteniéndose como resultado un número cuya suma de cifras es 198. Calcular la base de dicho sistema de numeración.

a) 13 b) 14 c) 15
d) 19 e) 21

27 En una división inexacta el dividendo es 508 y el cociente es 12. ¿Cuántos valores puede tomar el divisor?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

28 Si: C.A. $(\overline{cba}_{(12)}) = \overline{acb}_{(12)}$

C.A. $(\overline{(2a)(2b)(2c)}_{(16)}) = \overline{xyz}_{(16)}$

El valor de: $(x+y+z)$ es:

a) 10 b) 11 c) 18
d) 13 e) 12

29 ¿Cuántos números de 3 cifras cumplen que al sumarles o restarles 424, en ambos casos se obtengan capicúas de 3 cifras?:

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

30 Halle las cinco cifras de la izquierda del producto de:

$$312 \times (\underbrace{333\ldots33}_{40 \text{ cifras}})$$

a) 10398 b) 10488 c) 10399
d) 10389 e) 10388

31 Si:

$$\overline{amor}_{(5)} \times 3 = \overline{roma}_{(5)}$$

Calcule $a+r+o+m$ en base 5.

a) 4 b) 3 c) 2
d) 5 e) 6

32 ¿Cuál es el menor número de 5 cifras que al multiplicar por 33 da un producto cuyas cifras son todas 6? dé como respuesta la suma de las cifras.

a) 8 b) 6 c) 9
d) 19 e) 12

33 ¿Cuántas divisiones inexactas de dividendo 653 y residuo 7 existen?

a) 9 b) 8 c) 4
d) 5 e) 6

34 Si:

$$\begin{array}{r|l} \overline{aba} & \overline{ac} \\ \cline{2-2} \underline{\overline{ea}} & \overline{d} \\ \overline{ab} & \end{array}$$

Halle: $a+b+c+d+e$

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

35 Reconstruir la división; dé como respuesta la suma de cifras del dividendo:

```
• • • • • • • |• •
• • •          ---------
-----          • • 8 • •
    • •
    • •
    ---
      • • •
      • • •
      -----
          2
```

a) 24 b) 25 c) 26
d) 27 e) 28

Segunda Práctica

Cuatro Operaciones

$\boxed{N_2}\underline{\lfloor d}$ 7 Max: $\overline{d-1}$

01 Si un numeral de 4 cifras diferentes se le suma sus cifras, el numeral resultante es 8799. la suma de las cifras de dicho número es:

a) 32 b) 26 c) 30
d) 22 e) 28

02 En una división el divisor es 40 y el resto es 8. Al agregar al dividendo cierta cantidad el cociente queda aumentado en 2. ¿Cuántos valores puede tomar esta cantidad?

a) 35 b) 37 c) 39
d) 40 e) 43

03 Un número de tres cifras aumenta en 270 cuando se invierte el orden de sus dos cifras de la izquierda y disminuye en 99 cuando se permutan sus cifras extremas. Si la suma de sus cifras es 20, ¿en cuánto varía el número si se invierte el orden de sus dos cifras de la derecha?

a) disminuye 27 b) aumenta 24
c) aumenta 45 d) aumenta 33
e) disminuye 36

04 Si los números: a, $\overline{b0}$, $\overline{c0}$, $\overline{db0}$, $\overline{ebc0}$ y $\overline{aeb0}$ se encuentran en progresión geométrica, siendo el producto de sus términos 16 777 216 000 000. Halla $(a+b+c)-(d+e)$.

a) 1 b) 10 c) 8
d) 12 e) 11

05 Al dividir $\overline{CPU}$ entre $\overline{PU}$ se obtuvo 11 de cociente y 80 de residuo.
Halla: $U+P+C$.

a) 21 b) 20 c) 19
d) 18 e) 17

06 Si: $C+P+U=18$ y $\overline{CP}+\overline{UC}=125$

Halla: $\overline{CPU}+\overline{UPC}$

a) 1251 b) 1329 c) 1412
d) 1523 e) 1187

07 Se ordenan 231 canicas convenientemente logrando conformar un triángulo equilátero. ¿Cuántas bolas deben ubicarse en la base?

a) 17 b) 18 c) 19
d) 20 e) 21

08 Halle un número entero que dividido entre 82 deje como resto por defecto el doble del cociente por exceso y como resto por exceso el triple del cociente por defecto.

a) 1 326 b) 1 245 c) 1 346
d) 1 824 e) 1 280

09 Halla un numeral entero positivo, tal que multiplicado por 27 aumenta en 12 532. Dar como respuesta la suma de las cifras de dicho numeral.

a) 16 b) 14 c) 12
d) 18 e) 13

10 Al dividir dos números por defecto y por exceso se obtuvo como residuos 25 y 18, respectivamente. Si la suma del dividendo, divisor y cociente es 992. Halla la suma de las cifras del dividendo.

a) 18 b) 19 c) 20
d) 21 e) 22

11 Si: $\overline{\ldots abc} \times 873 = \ldots 141$

Calcule $a+b+c$

a) 5 b) 5 c) 7
d) 8 e) 22

12 Calcula $Z+U+L+E+M$, si en el numeral $\overline{ZULEM4}_{(5)}$ el cual para triplicar su valor, basta con pasar la cifra 4 a la izquierda de la cifra Z.

a) 7 b) 11 c) 8
d) 14 e) 10

13 En una división al resto le falta 42 unidades para ser máximo y si le restamos 23, el resto sería mínimo. Halla el dividendo, si el cociente es los 3/4 del resto.

a) 1230 b) 1232 c) 1235
d) 1238 e) 1239

14 Si el complemento aritmético de $\overline{CPU}$ es $\overline{2n7}$. Halla $\overline{CPU}_{(8)} - \overline{UPC}_{(8)}$ en base 10.

a) 138 b) 131 c) 49
d) 142 e) 252

15 El cociente de una división entera es 11 y el resto es 39. Halla el dividendo si es menor que 600. Dar como respuesta el número de soluciones posibles.

a) 15 b) 18 c) 11
d) 16 e) 13

16 Halla: $a+b$, si: el complemento aritmético de $\overline{abb}$ es $\overline{b(b+1)(a+1)}$.

a) 8 b) 9 c) 7
d) 5 e) 6

17 Halla el mayor número entero que al dividirlo entre 90 se obtenga un cociente que es la raíz cuadrada del resto.

a) 635 b) 526 c) 532
d) 891 e) 624

18 Halla: $C+P+U$, si:

$1+2+3+\ldots+C = \overline{PUP}$

Además $\overline{PUP}$ es mínimo.

a) 26 b) 24 c) 25
d) 16 e) 19

19 Con 105 bolas iguales se forma un triángulo equilátero. ¿Cuántas bolas hay en cada lado?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

20 Si: $\underbrace{10_{(n)}+11_{(n)}+12_{(n)}+\ldots}_{30\ sumandos}=645$

Expresa $1650_{(n)}$ a base 20, si se sabe que: $\alpha=10$; $\beta=11$; $\gamma=12$; $\delta=13$.

a) 12δ b) 13α c) 14γ
d) 16δ e) $1\delta\gamma$

21 Si n es un número entero positivo, el valor de la suma:

$$3+33+333+3333+\cdots+\underbrace{333\cdots33}_{n\ \text{cifras}}$$

Resulta:

a) $\frac{10^n-9n+10}{27}$ b) $\frac{10^{n+1}-9n-10}{27}$

c) $\frac{10^n-9n-10}{27}$ d) $\frac{10^{n+1}+9n-10}{27}$

e) $\frac{10^{n+1}-9n+10}{27}$

22 Halla la suma de las cifras de un número de 4 cifras que cumple la siguiente condición: "Las dos primeras cifras son iguales a las dos últimas, y su complemento aritmético es igual al número formado por las dos últimas cifras, aumentado en 4".

a) 57 b) 43 c) 12
d) 88 e) 34

23 Al dividir un número de tres cifras entre otro de dos cifras, se obtienen 11 de cociente y 25 de residuo. Se les toma el complemento aritmético y se les vuelve a dividir, esta vez se obtiene 7 de cociente y 19 de residuo. Halla la suma de la suma de las cifras del dividendo y el divisor.

a) 20 b) 31 c)28
d) 13 e) 29

24 Se tiene un número de 4 cifras significativas, cuya suma de cifras es 24 ¿Cuál es la suma de cifras de su complemento aritmético

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

25 La suma de 4 términos de una división entera inexacta es igual a 873. Halla el dividendo si el cociente es 23 y el resto la mitad del divisor.

a) 456 b) 465 c) 799
d) 421 e) 424

26 En una división inexacta al resto le faltan 35 unidades para ser máximo y le sobran 29 unidades para ser mínimo. ¿Cuál es el valor del dividendo si el cociente es 23?

a) 1495 b) 1550 c) 1501
d) 1346 e) 1548

27 Calcula:

$$C+P+U$$

si al dividir $\overline{CPU}$ entre $\overline{PU}$, se obtiene 15 de cociente y 2 de resto.

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

28 Dado: $\overline{CPU}\times C\times P\times U=1250$
Halla el valor de $C+P\times U$

a) 15 b) 14 c) 12
d) 11 e) 10

29 Al dividir D y $14D$ entre d se obtuvo como residuos 4 y 17, respectivamente. ¿Cuál es el resto de dividir $210D$ entre d?

a) 17 b) 21 c) 27
d) 39 e) 56

30 Halle la suma de los complementos aritméticos de todos los números de 2 cifras. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

31 Si se cumple que:

$$\overline{abcd}-\overline{dcba}=\overline{(c-1)(a-1)(b-1)(d+1)}$$

además: $c-b=2$

Calcule: $a+b+c+d$

a) 17 b) 19 c) 20
d) 21 e) 222

32 Calcule "a" si:

$$CA(\overline{1a})+CA(1\cdot\overline{a1})+CA(2\cdot\overline{a1a})=9284$$

a) 3 b) 4 c) 6
d) 7 e) 8

33 Si a un número de n cifras iguales se le multiplica por 9, entonces las suma de las cifras del producto es.

a) $9n-9$ b) $9m-5$ c) $9n-2$
d) $9n-1$ e) $9n$

34 Determine la cifra de tercer orden en la base 7, de:

$$S=100_7+101_7+102_7+\ldots+666_7$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

CLAVES
CUATRO OPERACIONES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. d	02. b	03. e	04. b	05. d
06. c	07. b	08. a	09. a	10. b
11. c	12. c	13. b	14. d	15. a
16. c	17. c	18. b	19. e	20. b
21. d	22. a	23. c	24. b	25. c
26. d	27. c	28. e	29. b	30. c
31. c	32. b	33. e	34. e	35. b

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. c	02. d	03. e	04. e	05. c
06. a	07. e	08. c	09. b	10. b
11. e	12. c	13. a	14. e	15. c
16. b	17. d	18. a	19. e	20. e
21. b	22. e	23. c	24. a	25. c
26. e	27. e	28. d	29. b	30. c
31. c	32. e	33. e	34. c	

Objetivos:
Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

- Analizar los datos recopilados y determinar el representante más adecuado (promedio).
- Aplicar las propiedades en la resolución de problemas que se plantean.

***Introducción*:**
Una dato es un valor cualitativo que caracteriza: la nota de un examen, un peso, la estatura de una persona, la cantidad de personas que leen un cierto diario, el estado civil, etc.

Cada dato individualmente sólo representa un valor en un momento determinado y bajo condiciones preestablecidas. Por ejemplo, una ama de casa va al mercado diariamente durante 6 días y efectúa diversos gastos: el lunes gasta S/.6, el martes S/.4, el miércoles S/.10, el jueves S/.6, el viernes S/.6 y el sábado S/12. No es posible afirmar el martes, que el gasto diario sea de S/.4, sólo porque dicho día se gastó S/.4, igualmente el sábado no podemos afirmar que en la semana se gastó $6 \times 12 = S/.72$ sólo asumiendo el dato del sábado.

En cambio si consideramos el conjunto de valores que tenemos, ubicamos un número que lo represente, esto, es un número que describa **en promedio** el gasto diario o el gasto semanal efectuado por la señora de casa, estaremos utilizando un conjunto de datos que se relacionan y del cual requerimos información.

Hemos utilizado la palabra en el sentido usual que nos refiere grosso modo un valor que nos de una idea general del gasto diario (o semanal). Al analizar el conjunto de datos que tenemos observamos los gastos máximo de S/.12 y otro mínimo de S/.4 entonces entendemos que el gasto promedio debe encontrarse entre dichas cantidades.

Una forma de calcular dicho promedio sería (tal como calculamos muestro promedio de notas en el colegio) sumando los gastos y dividiendo entre 6, o sea:

$$\text{Promedio: } \frac{10+4+10+6+6+12}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

Lo cual quiere decir que el gasto diario es S/.8 en promedio. Entonces, si cada día se gastara S/.8 el gasto total sería $8 \times 6 = 48$ soles diarios que coincide con la suma de los gastos que son datos.

¿De qué forma o bajo qué criterios elegiremos el valor que representa a dicho conjunto de datos?

En el presente capítulo estudiaremos las 3 formas más usuales en que podemos determinar el promedio de un conjunto de datos, principalmente desde un punto de vista aritmético (números y operaciones) y no estadístico, lo cual será explicado en su capítulo correspondiente, más adelante.

Definición:

Dado un conjunto de datos el promedio es una cantidad que representa a dichos datos, el cual cumple son la siguiente condición:

Mayor dato ≥ promedio ≥ menor dato.

***Ejemplo*:**

Dados los siguientes datos sobre las edades de 8 personas: 14, 13, 16, 18, 12, 15, 17.

¿Cuál de las alternativas puede ser el promedio de los datos, mencionados?

a) 11,5 b) 14,5 c) 18,2
d) 19 e) $2\sqrt{3}$

Menor dato: 12
Mayor dato: 18
Puede ser promedio la alternativa b.

ESTUDIO DE ALGUNOS PROMEDIOS

Promedio Aritmético o Media aritmética. (M A)

***Ejemplo*:**

Calcule el promedio aritmético de las notas de un estudiante en un bimestre.

NOTAS:

12, 10, 14, 08

$$(MA) = \frac{12+10+14+08}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

El promedio aritmético o simplemente promedio es el más sencillo de calcular. Luego para *n* datos tenemos:

$$MA = \frac{\text{Suma de datos}}{\text{Cantidad de datos}}$$

***Ejemplo*:**
Si actualmente las edades de 5 personas son 18, 30, 24, 35, 40 años, calcule el promedio de dichas edades.

a) Hace 10 años
b) Dentro de 5 años
c) Si la edad de los 3 primeros personas se disminuye en 4 años cada uno y de las dos últimas se incrementan en 6 años cada uno.

Solución:

$$MA = \frac{18+30+24+35+40}{5} = 29,4$$

a) Promedio $= 29,4 - 10 = 19,4$

b) Promedio $= 29,4 + 5 = 34,4$

c) Promedio $= 29,4 + \frac{3(-4)+2(6)}{5} = 29,4$

NOTA:

Para determinar la variación que experimenta el promedio aritmético de un conjunto de datos sólo es necesario considerar el incremento o disminución de los datos:

$$\begin{matrix}\text{Variación}\\ \text{del promedio}\end{matrix} = \frac{\begin{pmatrix}\text{incremento o disminución}\\ \text{en la suma de los datos}\end{pmatrix}}{\text{cantidad de datos}}$$

***Ejemplo*:**

Al finalizar el primer ciclo un estudiante de la facultad de química, recibe su record académico, que a continuación se indica.

Curso	Número de créditos	Notas
Matemática 1	4	11
Química 1	5	10
Física 1	4	12
Redacción	3	15

Calcule el promedio ponderado.

a) 11,45 b) 11,69 c) 10,62
d) 11,33 e) 11,59

***Resolución*:**

$$\text{Promedio ponderado} = \frac{4(11)+5(10)+4(12)+3(15)}{4+5+4+3}$$

$$= \frac{187}{16} = 11,69$$

Clave: b

PROMEDIO GEOMÉTRICO O MEDIA GEOMÉTRICA

Es un promedio que permite promediar el índice de las tasas de crecimiento:

***Ejemplo*:**

La propagación de la población de bacterias en una ciudad anualmente es:

Año	1999	2000	2001	2002
Crecimiento	2%	4%	8%	16%

Calcule el crecimiento anual promedio

$$\overline{MG} = \sqrt[4]{(2\%)(4\%)(8\%)(16\%)}$$

$$\overline{MG} = 4\sqrt{2}\%$$

Luego en general para n datos

$$MG = \sqrt[\text{cantidad de datos}]{\text{Producto de datos}}$$

PROMEDIO ARMÓNICO O MEDIA AMÓNICA ($\overline{MH}$)

La media armónica es la inversa del promedio aritmético de las inversas de los datos.

***Ejemplo*:**

Calcule la media armónica de la edad de 3 personas, que son 15, 30 y 45 años

$$\overline{MH} = \frac{3}{\frac{1}{15}+\frac{1}{30}+\frac{1}{45}} = \frac{3}{\frac{11}{90}} = 24,5$$

$$\overline{MH} = 24,5$$

Luego para n datos.

$$\overline{MH} = \frac{\text{cantidad de datos}}{\text{suma inversa de los datos}}$$

Propiedades:

1. Para un conjunto de datos no todos iguales se tiene.

$$\overline{MH} < \overline{MG} < \overline{MA}$$

2. Cuando todos los datos son iguales

$$\overline{MH} = \overline{MG} = \overline{MA} = \text{Valor del dato}$$

Para dos cantidades a y b se tiene:

MA	MG	MH
$\frac{a+b}{2}$	$\sqrt{ab}$	$\frac{2a+b}{a+b}$

Además:

$$\overline{MA} \times \overline{MH} = a \times b = \overline{MG}^2$$

Ejemplo aplicativo #01:

Si la $\overline{MA}$ de 50 números es 24 y la $\overline{MA}$ de otros 30 números es 20.

Halle la $\overline{MA}$ de los 80 números

a) 17,5 b) 21,5 c) 20,25
d) 17,5 e) 22,5

Resolución:

$$\underbrace{24 \ldots\ldots 24}_{50\#_s} \qquad \underbrace{20 \ldots\ldots 20}_{30\#_s}$$

Luego: $MA = \frac{50(24)+30(20)}{80} = \frac{1800}{80}$

$MA = 22,5$

Clave: e

Ejemplo aplicativo #02:

Calcule la $\overline{MH}$ de los números 2, 6, 12, 20, ..., 420.

a) 18 b) 19 c) 20
d) 21 e) 22

Resolución

Se observa que:

t_1	t_2	t_3	t_4	...	t_n
2	6	12	20		420
⇓	⇓	⇓	⇓		
1×2	2×4	3×4	4×5	...	20×21

$\longrightarrow n = 20$

Luego:

$$MH = \frac{20}{\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\ldots+\frac{1}{20\times21}}$$

$$MH = \frac{20}{\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{20}-\frac{1}{21}}$$

$$MH = \frac{20}{\frac{1}{1}-\frac{1}{21}} = \frac{\cancel{20}}{\frac{\cancel{20}}{21}}$$

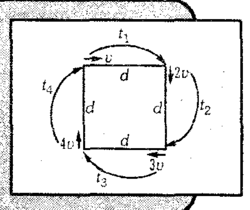
$\therefore\ MH = 21$

Clave: d

Capítulo: **26**

Promedios

Problemas Resueltos



PROBLEMA 01

Halla el promedio de los números:

$$\underbrace{40;40;\ldots;40}_{\text{"n" veces}}\ ;\ \underbrace{50;50;50}_{\text{"3n veces"}}:\underbrace{10;10;\ldots;10}_{\text{"2n" veces}}$$

a) $24n$ b) 28 c) $36n$
d) 35 e) $35n$

Resolución:

De la definición:

$$\text{Promedio} = \frac{40(n)+50(3n)+10(2n)}{n+3n+2n}$$

$$= \frac{210\not{n}}{6\not{n}} = 35$$

Clave: d

PROBLEMA 02

Para A y B, halle:

$$\frac{MG(A;B)}{MH(A;B)}\ ,\ \text{si}\quad A=4B$$

a) 1,85 b) 1,25 c) 1,12
d) 4,35 e) 7,67

Resolución:

Como: $A=4B$

$$MG(A;B)=\sqrt[2]{A\times B}=\sqrt{4B\times B}=2B$$

$$MH(A;B)=\frac{2AB}{A+B}=\frac{2(4B)B}{4B+B}=\frac{8B}{5}$$

Piden: $\dfrac{MG(A;B)}{MH(A;B)}=\dfrac{2\not{B}}{\frac{8}{5}\not{B}}=\dfrac{10}{8}=1,25$

Clave: b

PROBLEMA 03

Halle la diferencia de dos números enteros cuyo producto es 600; sabiendo que su MA y su MH son dos números consecutivos.

a) 30 b) 20 c) 38
d) 27 e) 10

Resolución:

Sean los números: a y b

Del dato: $a\times b=600$

Sabemos que:

$$MA \geq MG \geq MA$$

$$\bigcirc \geq \sqrt{600} \geq \bigcirc$$

Números Consecutivos

Luego: $\underset{MA}{25} \geq 24,4\ \ldots \geq \underset{MG}{24}$

$$\longrightarrow \frac{a+b}{2}=25$$

$$a+b=50$$

$a \downarrow 20$, $b \downarrow 30$

Piden: $30-20=10$

Clave: e

PROBLEMA 04

Indique el valor de verdad de las proposiciones siguientes en el conjunto de los números enteros Z:

i) $MA > MG > MH$

ii) Si: $MA = MH$ entonces $MA = MG = MH$

iii) $MG^2 = MA \times MH$

a) VVV b) VVF c) VFF
d) FVF e) FFF

Resolución:

i) $MA > MG > MH$ .... (F)
; ya que $MA \geq MG \geq MH$

ii) $MA = MH \rightarrow MA = MG = MH$ (F)
; no siempre se cumple en los enteros.

iii) $MG^2 = MA \times MH$ .... (F)

Sólo se cumple para 2 números

Clave: e

PROBLEMA 05

Si la media aritmética de 2 números es 32. Calcula su media armónica, sabiendo que la diferencia entre su media aritmética y geométrica es 8.

a) 2,5 b) 2,7 c) 3,5
d) 4,8 e) 7,2

Resolución:

Sean los números: $\boxed{a}$; $\boxed{b}$

$\hookrightarrow a - b = 32$

$\hookrightarrow MA(a;b) - MG(a;b) = 8$

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = 8$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = 16$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 16$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 4 \ ...... \ (1)$$

Como: $a - b = 32$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 32$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \times 4 = 32$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 8 \ ...... \ (2)$$

Sumando (1) y (2): $2\sqrt{a} = 12$

$$a = 36$$

$$\Rightarrow b = 4$$

Piden: $MH(a;b) = \frac{2(4)(36)}{4+36} = 7,2$

Clave: e

PROBLEMA 06

Si para 2 números se cumple que MA/MH es igual a $16/15$. Halla su MG sabiendo que la diferencia de los cuadrados de dichos números es 144.

a) $2\sqrt{5}$ b) $3\sqrt{5}$ c) $2\sqrt{10}$
d) $2\sqrt{15}$ e) $3\sqrt{15}$

Resolución:

Sean los números: $\boxed{a}$ y $\boxed{b}$

Datos: $a^2 - b^2 = 144$

$$\frac{MA}{MH}=\frac{16}{15}$$

$$\frac{(a+b)/2}{\frac{2(ab)}{a+b}}=\frac{16}{15}$$

$$\frac{(a+b)^2}{4ab}=\frac{16}{15}$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a+b)^2-4ab}=\frac{16}{16-15}$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}=\frac{16}{1}$$

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{4}{1}$$

$$\longrightarrow \quad a+b=4k$$
$$a-b=k \quad (\times)$$

$$a^2-b^2=4k^2$$

$$144=4k^2$$

$$k=6$$

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} a+b&=24\\ a-b&=6 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} a&=15\\ b&=9 \end{aligned}$$

Piden: $MG=\sqrt{15\times 9}=3\sqrt{15}$

Clave: e

PROBLEMA 07

El cociente de dos números es 9. Si la diferencia entre la MA y MG de los dos números es 8, halle la MH de los dos números.

a) 8 b) 4 c) 7,2
d) 9 e) 12

Resolución:

Sean los números: $\boxed{9k}$ y $\boxed{k}$

Dato: $MA-MG=8$

$$\frac{9k+k}{2}-\sqrt{9k\cdot k}=8$$

$$5k-3k=8$$

$$k=4$$

Piden: $MH=\frac{2(9k)(k)}{9k+k}=\frac{18k}{10}$

$$=\frac{18(4)}{10}=7{,}2$$

Clave: c

PROBLEMA 08

La media armónica y la media aritmética de dos números enteros es 10 y 6,4. El error que se cometa al tomar el promedio aritmético como promedio geométrico (número entero) es:

a) 8 b) 9 c) 2
d) 11 e) 12

Resolución:

Como: $MA\geq MG\geq MH$

Tenemos: $MA=10$; $MH=6{,}4$

Sabemos que: $MG^2=MA\times MH$

$$MG^2=10\times 6{,}4$$

$$MG^2=64$$

$$MG=8$$

Piden: $MA-MG=10-8=2$

Clave: c

PROBLEMA 09

La media geométrica y la media aritmética de dos números pares positivos, se diferencian en uno. Si la suma de dichos

números es menor que 11, luego la diferencia de ellos es:

a) a b) 3 c) 4
d) 6 e) 8

Resolución:

Sea los números: $\boxed{2a}$ y $\boxed{2b}$

Como: $2a + 2b < 11$

$a + b < 5,5$

Además: $MA - MG = 1$

$$\frac{2a+2b}{2} - \sqrt{2a \cdot 2b} = 1$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = 1$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 1$$

$$\underset{4}{\sqrt{a}} - \underset{1}{\sqrt{b}} = 1$$

Piden: $2(4) - 2(1) = 6$

Clave: d

PROBLEMA 10

La cuarta proporcional de tres números a, b y c proporcionales a 6; 9 y 15 es 270. La media geométrica de b y $(a+2c)$ es:

a) 36 b) 108 c) 180
d) 216 e) 225

Resolución:

Sean los números: a: $\boxed{6k}$ b: $\boxed{9k}$ c: $\boxed{15k}$

Luego: $\frac{6k}{9k} = \frac{15k}{270} \longrightarrow k = 12$

Piden: $MG = \sqrt{9k(6k + 30k)} = 18k$

$= 18(12)$

$= 216$

Clave: d

PROBLEMA 11

Si: $\frac{c}{p} = \frac{p}{u}$, además: $\frac{1}{c} + \frac{1}{p} + \frac{1}{u} = \frac{7}{16}$, sabiendo que: $c + p + u = 28$. Calcula la MG de "c" y "u".

a) 8 b) 12 c) 6
d) 4 e) 3

Resolución:

Del dato: $c \times u = p^2$

Luego: $\frac{1}{c} + \frac{1}{p} + \frac{1}{u} = \frac{7}{16}$

$$\frac{pu + cu + cp}{cpu} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{pu + p^2 + cp}{cpu} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{\not{p}(u + p + c)}{c\not{p}u} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{28}{cu} = \frac{7}{16} \longrightarrow cu = 64$$

Piden: $MG(c;u) = \sqrt{cu} = \sqrt{64} = 8$

Clave: a

PROBLEMA 12

La media aritmética de 3 números es 7, la media geométrica de los mismos es igual a uno de ellos y su media armónica es $36/7$. El menor de los números es:

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Sean los números: $\boxed{a}$; $\boxed{b}$; $\boxed{c}$

$$\hookrightarrow \quad \frac{a+b+c}{3}=7$$
$$a+b+c=21$$

$$\hookrightarrow \quad \sqrt[3]{abc}=c$$
$$abc=c^3$$
$$ab=c^2$$

$$\hookrightarrow \quad \frac{3}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{36}{7}$$
$$\frac{3abc}{ab+ac+bc}=\frac{36}{7}$$
$$\frac{3ab\not{c}}{\not{c}^2+a\not{c}+b\not{c}}=\frac{36}{7}$$
$$\frac{3ab}{a+b+c}=\frac{36}{7}$$
$$\frac{3ab}{21}=\frac{36}{7}$$

$$ab=36 \longrightarrow c^2=36$$
$$c=6$$

Como: $a+b+\underset{\downarrow \atop 6}{c}=21$

$$\underset{\downarrow \atop 3}{a}+\underset{\downarrow \atop 12}{b}=15$$; ya que: $3\times 12=36$

$\therefore$ El menor número es 3.

Clave: c

PROBLEMA 13

Se tiene dos números enteros se calculan sus 3 promedios y se encuentra que el menor de los 3 promedios es igual a la quinta parte de uno de los números. Si la diferencia de la media aritmética y media armónica es igual a 144. Halle la diferencia de los 2 números.

a) 240 b) 360 c) 400
d) 420 e) 450

Resolución:

Sean los números: $\boxed{a}$ y $\boxed{b}$

Como: $MA \geq MG \geq MH$ ← Menor promedio

$$\Rightarrow \quad MH=\frac{b}{5}$$
$$\frac{2a\not{b}}{a+b}=\frac{\not{b}}{5}$$
$$10a=a+b$$
$$b=9a$$

Además: $MA-MH=144$

$$\left(\frac{a+9a}{2}\right)-\left(\frac{2a(9a)}{a+9a}\right)=144$$
$$5a-\frac{9a}{5}=144$$
$$a=45$$
$$b=405$$

Piden: $405-45=360$

Clave: b

PROBLEMA 14

Si: $MH(c,p)=3$
$MH(c,u)=3,2$
$MH(p,u)=\frac{48}{7}$

Halla:

$$MH(c,p,u)$$

a) 29/39 b) 28/33 c) 17/27
d) 36/28 e) 72/19

Resolución:

De los datos:

$$\frac{2}{\frac{1}{c}+\frac{1}{p}}=3 \longrightarrow \frac{1}{c}+\frac{1}{p}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{c}+\frac{1}{u}}=\frac{16}{5} \longrightarrow \frac{1}{c}+\frac{1}{u}=\frac{10}{16}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{p}+\frac{1}{u}}=\frac{48}{7} \longrightarrow \frac{1}{p}+\frac{1}{u}=\frac{7}{24}$$

$$\frac{2}{c}+\frac{2}{p}+\frac{2}{u}=\frac{19}{12}$$

$$\frac{1}{c}+\frac{1}{p}+\frac{1}{u}=\frac{19}{24}$$

Piden:

$$\frac{3}{\frac{1}{c}+\frac{1}{p}+\frac{1}{u}}=\frac{3}{\frac{19}{24}}=\frac{72}{19}$$

Clave: e

PROBLEMA 15

La diferencia de la media aritmética y la media geométrica de dos números es 2.

Si la media aritmética de las raíces cuadradas de los dos números es 20, determina la diferencia de los dos números.

a) 60 b) 72 c) 80
d) 90 e) 92

Resolución:

Sean los números: a y b

Del enunciado:

$$MA-MG=2$$

$$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=2$$

$$a+b-2\sqrt{ab}=4$$

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=4$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}=2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Como: $$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}=20$$

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}=40 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Sumando (1) y (2) $\longrightarrow$ $2\sqrt{a}=42$

$$a=441$$

$$b=361$$

Piden: $441-361=80$

Clave: c

PROBLEMA 16

Halla la *MH* de:

8 , 15 , 24 , 25 , ... (30 números)

a) 77,60 b) 77,70 c) 77,74
d) 77,76 e) 77,82

Resolución:

t_1	t_2	t_3	t_4	...	t_{30}
8	15	24	35	...	
↓	↓	↓	↓		↓
2 × 4	3 × 5	4 × 6	5 × 7		31 × 33

Piden:

$$MH=\frac{30}{\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{5\times7}+\ldots+\frac{1}{31\times33}}$$

Agrupando convenientemente:

$$MH=\frac{60}{\left(\frac{2}{2\times4}+\frac{2}{4\times6}+\ldots\frac{2}{30\times32}\right)+\left(\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\ldots+\frac{2}{31\times33}\right)}$$

$$MH=\frac{60}{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{30}-\frac{1}{32}\right)+\left(\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\ldots+\frac{1}{31}-\frac{1}{33}\right)}$$

$$MH=\frac{60}{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{32}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{33}\right)}$$

$$MH=\frac{60}{\frac{15}{32}+\frac{10}{33}}$$

$$MH=\frac{63360}{815}=77,74$$

Clave: c

PROBLEMA 17

Para tres cantidades positivas c, p y u

Si $MA=3$, $MG=2\sqrt[3]{3}$ y $\overline{MH}=\frac{36}{13}$.

Halla la suma de las cifras del número:

$$c^2+p^2+u^2$$

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

Resolución:

Como: $\overline{MA}=3$

$$\frac{c+p+u}{3}=3$$

$$c+p+u=9$$

Además: $\overline{MG}=2\sqrt[3]{3}$

$$\sqrt[3]{c.p.u}=2\sqrt[3]{3}$$

$$c\,.\,p\,.\,u=24$$

$$\downarrow\ \downarrow\ \downarrow$$
$$2\ \ 3\ \ 4$$

Luego: $c^2+p^2+u^2=2^2+3^2+4^2=29$

$\therefore\ S_{cifras}=2+9=11$

Clave: d

PROBLEMA 18

Para la producción de camisas se distribuyó la confección entre 3 empresas en cantidades proporcionales a: 6; 12 y 4. Si dichas empresas producen 500, 600 y 1000 camisas diarias respectivamente. La producción media por día es:

a) 550 b) 611,1 c) 645
d) 650,2 e) 750

Resolución:

Sean las cantidades: $\boxed{6k}$, $\boxed{12k}$ y $\boxed{4k}$ camisas

El tiempo que demoran es: $\frac{6k}{500}$; $\frac{12k}{600}$; $\frac{4k}{1000}$

$$\text{Producción media por día}=\frac{\#\text{ de camisas}}{\text{tiempo total}}$$

$$=\frac{6k+12k+4k}{\frac{6k}{500}+\frac{12k}{600}+\frac{4k}{1000}}$$

$$=\frac{22k}{\frac{6k}{500}+\frac{12k}{600}+\frac{4k}{1000}}$$

$$=\frac{22k\cdot3000}{36k+60k+12k}=611,1$$

Clave: b

PROBLEMA 19

Si la nota promedio del aula A es 13 y la del aula B es 12, la nota promedio de las dos aulas es 12,4. Además si se incrementan el número de alumnos en 5, los promedios de ambas no se alteran y la nota promedio de las dos juntas es $149/12$. Halla la diferencia de la cantidad de alumnos de ambas aulas.

a) 10   b) 11   c) 12
d) 13   e) 14

Resolución:

Número de alumnos: A: $\boxed{a}$ B: $\boxed{b}$

Del enunciado:

$$\frac{13a+12b}{a+b}=12,4$$

$$13a+12b=12,4a+12,4b$$

$$\frac{a}{b}=\frac{2}{3} \rightarrow a=2k$$
$$b=3k$$

Además: $\frac{13(2k+5)+12(3k+5)}{2k+5+3k+5}=\frac{149}{12}$

$$\frac{62k+125}{5k+10}=\frac{149}{12}$$

$$k=10$$

Piden:

$3k-2k=30-20=10$

Clave: a

PROBLEMA 20

El promedio de las edades de 5 padres de familia es 46. Si ninguno de ellos es mayor que 50 años, ¿cuál será la edad mínima que uno de ellos puede tener?

a) 30   b) 29   c) 32
d) 32   e) 33

Resolución:

Como ninguno es mayor de 50 años; entonces lo máximo que pueden tener es 50 años.

$Suma=5(46)=230$

Min   Max   Max   Max   Max

Para que uno de ellos tenga la mínima edad, entonces los otros cuatro deben tener lo máximo (50 años).

Edad mínima $=230-4(50)=30$ años

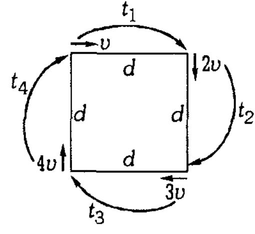
Clave: a

PROBLEMA 21

Un aeroplano que vuela alrededor de un circuito, que tiene la forma cuadrada, emplea velocidades están en relación con los números 1, 2, 3 y 4, respectivamente y la velocidad media del aeroplano en su recorrido es de 192 km/h. Halle la velocidad correspondiente al tercer lado en km/h.

a) 300   b) 350   c) 400
d) 450   e) 500

Resolución:



$$V\,\text{media}=\frac{\text{espacio total}}{\text{tiempo total}}$$

$$192=\frac{4d}{t_1\ \ t_2+t_3+t_4}$$

$$192=\frac{4d}{\frac{d}{v}+\frac{d}{2v}+\frac{d}{3v}+\frac{d}{4v}}=\frac{4d\times 12v}{12d+6d+4d+3d}$$

$$192=\frac{48v}{25}$$

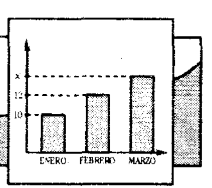
$$V=100$$

$\therefore$ Piden: $3(100)=300km/h$

Clave: a

Primera Práctica

Promedios



01 La media aritmética de dos números es 10 y la media Geométrica de los mismos es 8. Calcular el menor de los números.

a) 1 b) 4 c) 3
d) 6 e) 12

02 El mayor y menor promedio de dos números es 18 y 200. Calcular el promedio que no es mayor ni menor

a) 30 b) 36 c) 48
d) 56 e) 60

03 La media geométrica de los números: $2;4;8;16;32;...;2^n$ es 2048. Determinar el valor de "n".

a) 23 b) 22 c) 20
d) 21 e) 12

04 Si la $\overline{MG}$ y la $\overline{MA}$ de dos cantidades están en la relación como 15 es a 17. Calcular en que relación se encuentran las cantidades.

a) 25 a 9 b) 23 a 9 c) 27 a 9
d) 21 a 8 e) 25 a 7

05 ¿Cuántos números de la forma $\overline{ab}$ existen, tales que la media armónica de: a/b y b/a es $8/17$?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

06 El promedio de 40 números es "n" y el promedio de otros 20 números es "$n-9$". Calcular el valor de "n" si el promedio de los 60 números es 12.

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

07 Si la razón aritmética de dos números es 6. Hallar la razón aritmética de los cuadrados de la media aritmética y la media geométrica.

a) 9 b) 8 c) 16
d) 25 e) 6

08 De 5 secretarias que juegan básquetbol, ninguna sobrepasa de las 30 canastas en un juego. ¿Cuál sería la mínima cantidad de canastas que una de ellas podrá hacer para que el promedio por equipo sea de 26 canastas por juego?

a) 24 b) 12 c) 15
d) 10 e) 21

09 La edad promedio de 5 hermanos donde dos de ellos son mellizos es 19, si todos ellos ya cumplieron 15 años. ¿Cuál es la máxima edad que puede tener cada uno de los mellizos?

a) 20 b) 25 c) 30
d) 38 e) 35

10 El promedio aritmético de 30 números es 20, si se quita dos de ellos cuyo promedio aritmético es 48 en cuánto disminuye el promedio aritmético.

a) 1 b) 1,5 c) 2
d) 2,5 e) 3

11 La media aritmética de cuatro números es 85, si el mayor de estos números es 987 entonces la media aritmética de los números restantes es:

a) 81 b) 82,7 c) 83
d) 84 e) 84,3

12 La $\overline{MA}$ de la raíz cuadrada y raíz cúbica de un numero excede a su $\overline{MG}$ en 8. Hallar la suma de las cifras de dicho número.

a) 10 b) 18 c) 15
d) 19 e) 21

13 La $\overline{MG}$ de cuatro números enteros positivos y diferentes es $9\sqrt{3}$. Calcule la media aritmética de dichos números.

a) 40 b) 30 c) 20
d) 18 e) 10

14 Se tiene 5 números naturales y ninguno de ellos es menor que 54, si la media geométrica de los 5 números es 108. Hallar el máximo valor que puede tomar uno de ellos.

a) 54 b) 1728 c) 108
d) 164 e) 388

15 El promedio geométrico de $7^1, 7^2, 7^3, 7^4, \ldots, 7^n$ tiene 77 cifras en el sistema heptal. Hallar "n".

a) 76 b) 151 c) 153
d) 77 e) 154

16 Los dos mayores promedios de 2 cantidades son entre si como 13 es a 12. Calcular la diferencia de ambos números si son los mayores posibles de 3 y 2 cifras respectivamente.

a) 240 b) 360 c) 540
d) 120 e) 840

17 La media aritmética de:

$$11_2; 22_3; 33_4; \ldots; \overline{(n-1)(n-1)}_{(n)}$$

es: 133/6. Hallar "n"

a) 8 b) 9 c) 7
d) 10 e) 11

18 Una hormiga recorre los lados de un polígono regular con velocidades respectivamente por cada lado de: $2; 12; 20; \ldots; 600$ metros por segundo. Calcule la velocidad promedio de la hormiga en recorrer por una vez todos los lados del polígono.

a) 25 m/s b) 24 m/s c) 20 m/s
d) 18 m/s e) 14 m/s

19 Si se sabe que:

$$(\overline{ma}+\overline{mg})\cdot\left(\frac{1}{\overline{ma}}+\frac{1}{\overline{mg}}\right)=4$$

Se cumple para dos números.

Hallar el valor de:

$$E=\frac{1}{16}\cdot\frac{(\overline{mh}+\overline{mg})^3}{(\overline{ma}^2\cdot\overline{mg})}$$

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6}$

20 Sean a y b números enteros diferentes de 1, tal que su $\overline{MH}$ y $\overline{MA}$ forman una proporción geométrica continua cuya media proporcional es $2\sqrt{10}$. Calcule la diferencia entre la máxima y mínima variación que sufrirá el promedio de 30 números. Si a 18 de ellos se le aumenta "a" y al resto se les disminuye "b" $(a>b)$.

a) 8,4 b) 24 c) 25
d) 27 e) 22

21 La *MH* de tres números enteros es 60/7 y la *MG* es uno de ellos y el menor posible. Si se considera un cuarto número, la *MH* de los 4 números es mayor a la primera en 10/7. Halla la *MA* de los 4 números.

a) 12,75 b) 13,75 c) 14,25
d) 16 e) 21,5

22 Si la media geométrica de dos números es 4 y la media armónica es 32/17. ¿Cuál es el mayor de los números?

a) 34 b) 12 c) 4
d) 24 e) 16

23 La media aritmética es a la media geométrica de dos números como 25 es a 24. Halla la relación geométrica de los números.

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{15}{7}$
d) $\frac{16}{9}$ e) 1

24 La diferencia de dos números enteros es 36. Si la suma de la media aritmética y geométrica es 162, el número mayor es:

a) 20 b) 10 c) 90
d) 100 e) 50

25 La media aritmética de dos números que se diferencian en 20, excede en 5 a su media armónica, entonces el número mayor es:

a) 20 b) 40 c) 60
d) 80 e) 30

26 El promedio geométrico de 20 números es 8 y el promedio geométrico de otros 20 números es 18. ¿Cuál es el promedio geométrico de los 40 números?

a) 23 b) 16 c) 12
d) 15 e) 10

27 El siguiente cuadro de datos corresponden a un grupo de 20 familias de un barrio popular. Se pide calcular el ingreso promedio por familia.

Nº de Familia	Ingreso (S/.)
8	180
6	190
3	200
2	240
1	260

a) 196 b) 130 c)140
d) 146 e) 118

28 El promedio aritmético de cuatro números es 11 y cuando se les agrupa de 3 en 3 dichos promedios aritméticos son números pares consecutivos. ¿Cuál es el menor de los cuatro números?

a) 1 b) 5 c)4
d) 3 e) 2

29 Para 2 números se cumple:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\overline{MA}}+\frac{1}{\overline{MG}}\right)=(\overline{MA}+\overline{MG})^{-1}$$

Hallar $H=\frac{(\overline{MH}+\overline{MG})^2}{8(\overline{MA}\times\overline{MG})}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{2}{5}$ e) 1

30 La media geométrica de la media aritmética y media armónica de la sucesión: 7^1; 7^2; 7^3; ... ; 7^n es un numero que convertido a la base 7 se escribe como:

$$\underbrace{1000\ldots0}_{10\text{ ceros}}{}_{(7)}$$

Hallar: "n".

a) 21 b) 20 c) 19
d) 18 e) 9

31 Un móvil da cuatro recorridos de ida y vuelta entre dos puntos A y B cuyas velocidades están en la proporción de: 6; 9; 15 y 18 en la cual el producto de dichas velocidades es 432 veces la velocidad media. Si en el primer recorrido empleo 30 segundos. Halle la distancia entre A y B en metros:

Nota:
Las velocidades están en m/s

a) 60m b) 120m c) 70m
d) 78m e) 80m

32 Si la $\overline{MG}$ de 4 números enteros y diferentes es $5\sqrt{5}$, halle el menor promedio que se puede obtener con sólo 2 números.

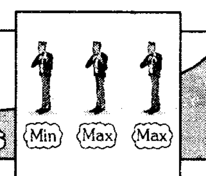
a) $1,\hat{6}$ b) 1,92 c) 1,98
d) $2,\hat{3}$ e) 3

33 Si la $\overline{MA}$ y la $\overline{MG}$ de 2 números pares, cuya suma está comprendida entre 20 y 30, son 2 números consecutivos. Halle su diferencia.

a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 14

Segunda Práctica

Promedios



01 El ***PA.*** de A y 10 es 15. El Promedio de C y 15 es 10 y el promedio de $10A$, $35B$ y $15C$ es 185. Hallar el Promedio de $A+B+C$.

a) 32 b) 33 c) 29
d) 31 e) 30

02 El promedio Aritmético de 53 números impares consecutivos es 65. Hallar la Media Geométrica del menor y el mayor de dichos números.

a) 38 b) 40 c) 39
d) 37 e) 35

03 Dados los números 12, 18 y 27, calcular el error que se comete al tomar el promedio aritmético como promedio geométrico

a) 0,5 b) 1 c) 1,5
d) 0.33 e) 1,33

04 El promedio aritmético de 4 números es 85, si el mayor de estos números es 7, entonces la media aritmética de los números restantes es:

a) 81 b) 82,7 c) 83
d) 84 e) 84,3

05 La media aritmética de 2 números enteros es 5/4 de su media geométrica. Hallar la relación entre dichos números.

a) 3:1 b) 1:5 c) 2:5
d) 6:5 e) 4:1

06 Hallar el mayor de dos números enteros sabiendo que se diferencian en cuatro unidades y su $\overline{MA}$ y $\overline{MH}$ son dos números enteros y consecutivos

a) 8 b) 10 c) 9
d) 6 e) 4

07 Hallar dos números sabiendo que su mayor promedio es 8 y su menor promedio es 63/8. Dar como respuesta la diferencia de dichos números.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 7,5

08 ¿Cual número debe suprimirse de la lista: 1, 2, 3, 4, 8, 16, 32, 64, 128 para que la media geométrica de los números restantes sea igual a 8

a) 14 b) 16 c) 18
d) 20 e) 12

09 La media Armónica de 4 números es 48/13. Si uno de ellos es 6, entonces la media armónica de los restantes es:

a) 12/11 b) 24/11 c) 11/36
d) 36/11 e) 24/13

10 En un salón de clases de 20 alumnos la nota promedio en Matemática es 14. En el mismo curso la nota promedio en otra aula de 30 alumnos es 11. ¿Cuál será la nota promedio si se junta los 50 alumnos?

a) 12,2 b) 12,5 c) 13
d) 13,5 e) 14

11 Se representa 5 números por las letras: p, q, r, s, y t. El Promedio Aritmético de: p, q y r es 8, el Promedio Aritmético de: p, q, r, s, y t es 7. Halle la media aritmética de s y t.

a) 4,5 b) 5 c) 5,5
d) 6 e) 6,5

12 El promedio Aritmético de las edades de 5 hermanos es 13 años, si ninguno es menor de 10 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener uno de ellos si se sabe que todas las edades son diferentes entre sí?

a) 10 b) 12 c) 14
d) 19 e) 18

13 Si la edad Promedio de la cuarta parte de un grupo es 40 años. ¿Cuál es la edad promedio del resto si la edad promedio de todos es 30 años?

a) 25 b) 28 c) 35
d) $26\frac{2}{3}$ e) 26

14 El error de tomar la $\overline{MA}$ en vez de la $\overline{MG}$ es 8, además la razón aritmética de dichos números es 32. Calcular la $\overline{MH}$

a) 3,5 b) 12,7 c) 14,8
d) 7,5 e) 7,2

15 La relación de la $\overline{MA}$ y $\overline{MG}$ de dos números enteros es de 5 a 4, si la diferencia de ellos es 9. Calcular el producto de los números.

a) 40 b) 70 c) 10
d) 36 e) 30

16 La $\overline{MA}$ de los numerales: $\overline{mn5}$ y $\overline{3(m-2)p}$ es $mn5$. Calcular la media aritmética de: m, n y p.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

17 La media aritmética de dos números es 10 y la media Geométrica de los mismos es 8. Calcular el menor de los números.

a) 1 b) 4 c) 3
d) 6 e) 12

18 El mayor y menor promedio de dos números es 18 y 200. Calcular el promedio que no es mayor ni menor.

a) 30 b) 36 c) 48
d) 56 e) 60

19 La media aritmética de cuatro números es 85, si el mayor de estos números es 987 entonces la media aritmética de los números restantes es:

a) 81 b) 82,7 c) 83
d) 84 e) 84,3

20 La $\overline{MA}$ de la raíz cuadrada y raíz cúbica de un numero excede a su $\overline{MG}$ en 8. Hallar la suma de las cifras de dicho número.

a) 10 b) 18 c) 15
d) 19 e) 21

21 La $\overline{MG}$ de cuatro números enteros positivos y diferentes es $9\sqrt{3}$. Calcule la media aritmética de dichos números.

a) 40 b) 30 c) 20
d) 18 e) 10

22 Halla la diferencia de dos números enteros cuyo producto es 600 y sabiendo que su *MA* y su *MH* son dos números consecutivos.

a) 30 b) 20 c) 38
d) 27 e) 10

23 Se tiene 5 números naturales y ninguno de ellos es menor que 54, si la media geométrica de los 5 números es 108. Hallar el máximo valor que puede tomar uno de ellos.

a) 54 b) 1728 c) 108
d) 164 e) 388

24 El promedio geométrico de $7^1, 7^2, 7^3, 7^4, \ldots, 7^n$; tiene 77 cifras en el sistema heptal. Hallar "n".

a) 76 b) 151 c) 153
d) 77 e) 154

25 Si el promedio de "n" números es $3n$ y a cada uno de estos se le adiciona $1; 3; 5; 7; \ldots; (2n-1)$ respectivamente. Halle el promedio de estos números resultantes.

a) $4n$ b) $\frac{4}{3}n$ c) $\frac{5}{2}n$
d) $5n$ e) $\frac{5}{3}n$

26 Si la *MH* de:

$$6; 66; 176; 336; \ldots; \overline{abcd}$$

es 51. Calcule la *MG* de $\overline{ba}$; $\overline{dc}$ y a.

a) 8 b) 64 c) 27
d) 9 e) 16

27 El promedio aritmético de 30 números es 20, si se quita dos de ellos cuyo promedio aritmético es 48 en cuanto disminuye el promedio aritmético.

a) 1 b) 1,5 c) 2
d) 2,5 e) 3

28 Durante cierta semana se registraron las siguientes temperaturas máximas diarias en la hermosa ciudad de Huaraz: 22°; 23°; 22°; 24°; 21°; 19° y 20°. Halla el promedio de la temperatura máxima en dicha semana.

a) $23,36°$ b) $21,57°$ c) $22,83°$
d) $20,96°$ e) $22,04°$

29 Si se sabe que la $\overline{MH}$ de 3 números pares consecutivos es: 11, 775. Halle la suma de cifras de la suma del mayor y menor número.

a) 3 b) 5 c) 4
d) 2 e) 6

30 Si la $\overline{MA}$ de 37 números consecutivos es 60. Calcular la $\overline{MA}$ de los 13 siguientes números consecutivos.

a) 82 b) 83 c) 84
d) 85 e) 86

31 Si el promedio geométrico de 20 números diferentes es 30. Calcular el promedio geométrico de sus mitades.

a) 30 b) 60 c) 15
d) 7,5 e) 3,75

32 El promedio aritmético de 4 números impares menores 15 es igual a 7. ¿Cuál es el promedio de los impares no considerados en el caso anterior?

a) 21 b) 14 c) 7
d) 9 e) 8

33 Si para dos números a y b se cumple:

$$\overline{MA} \times \overline{MH} = 6\overline{MG}$$

Calcule el menor valor positivo de $a+b$.

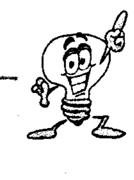
a) 12 b) 13 c) 15
d) 20 e) 37

34 Si la MH de:

$$2 ; 6 ; 12 ; 20 ; \ldots$$

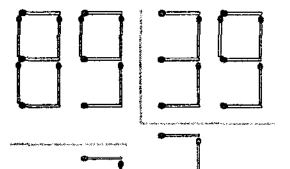
Es 50. Halle la MA de dichos números

a) 120 b) 180 c) 280
d) 420 e) 850



TE RETO:

Indique la mínima cantidad de palitos que se deben de mover para que la división sea correcta:



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Tercera Práctica

Promedios

$$E = \frac{\overline{MA}^{\overline{MH}} + \overline{MG}}{\overline{MH}^{\overline{MG}} - \overline{MA}}$$

01 El promedio armónico de:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n} \text{ es: } \frac{1}{19}.$$

Hallar: "n".

a) 35 b) 36 c) 37
d) 38 e) 39

02 ¿Qué número debe agregarse 4 veces a la siguiente sucesión:

$$1,3,5,7,9,\ldots,19$$

para que su promedio aumente en 2?

a) 10 b) 12 c) 16
d) 15 e) 17

03 La media armónica de las inversas de la media aritmética y geométrica de 2 números es 1/16. Hallar la media aritmética de las raíces cuadradas de dichos números.

a) 4 b) 8 c) 2
d) 6 e) 16

04 Tres números naturales tienen por promedio aritmético a 21, el promedio geométrico es igual a uno de ellos y el promedio armónico es $108/7$. Calcular el menor de los números si el promedio geométrico es múltiplo de 3.

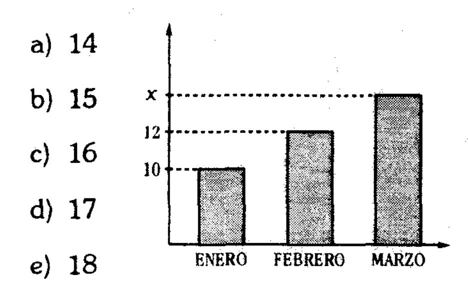
a) 6 b) 8 c) 9
d) 12 e) 15

05 Seis señoras están reunidas; si ninguna pasa de los 60 años y el promedio de edades es 54, entonces la mínima edad que puede tener una de ellas es:

a) 22 b) 23 c) 28
d) 26 e) 24

06 Si el grafico que se muestra a continuación es el consumo de agua de una familia en el primer trimestre del año. Calcule "x", si el costo de 1 m^3 de agua es de S/. 4 y en promedio la familia tuvo que pagar S/. 52 por cada mes.

a) 14
b) 15
c) 16
d) 17
e) 18



07 El menor promedio de 5 menores números impares consecutivos es:

$$10, 236, \ldots$$

Determine el mayor promedio de los 3 números enteros inmediatos superiores a dichos números.

a) 13 b) 15 c) 17
d) 19 e) 21

08 Un tráiler para repartir cemento a las ferreterías utiliza normalmente 12 llantas para movilizarse 360 kilómetros diarios, cierta semana tuvo que utilizar además sus 6 llantas de repuesto. ¿Cuál es el recorrido semanal promedio de cada llanta ?

a) 240 b) 1420 c) 1460
d) 1480 e) 1680

09 Sean: a y b dos números enteros positivos diferentes; mayores que la unidad, que cumplen:

$$[\overline{MA}(a,b) \times \overline{MH}(a,b)]^{3/2} = 729$$

Hallar: $\overline{MA}(a,b)$.

a) 15 b) 9 c) 13
d) 14 e) 41

10 Si un ómnibus realiza su recorrido de Lima a Chorrillos con una velocidad constante V y el recorrido de Chorrillos a Lima con una velocidad de $(V+10)$. Calcule V, si la velocidad promedio del recorrido total fue de 24 km/h.

a) 19 km/h b) 20 km/h
c) 21 km/h d) 18 km/h
e) 15 km/h

11 En una cierta población se observo que las tasas anuales de crecimiento de los 2 últimos años fueron de 21% y 44%. Determine la tasa anual promedio de estos 2 últimos años.

a) 30% b) 31% c) 32%
d) 32,5% e) 33,5%

12 Para dos números naturales se cumple que su suma es igual a su producto; entonces el valor de:

$$E = \frac{\overline{MA}^{\overline{MH}} + \overline{MG}}{\overline{MH}^{\overline{MG}} - \overline{MA}}$$

es igual a:

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) $\frac{1}{2}$

13 De 2 números pares diferentes se sabe que el producto de sus 3 promedios es 22^3. Calcule la $\overline{MA}$ de dichos números.

a) 22 b) 61 c) 116
d) 122 e) 48

14 Si $\overline{MA} \times \overline{MH} = 196$ y
$\overline{MA} \times \overline{MG}$ de A y B es 245.

¿Cuál es la diferencia entre A y B?

a) 25 b) 24 c) 23
d) 22 e) 21

15 Se tiene un paralelepípedo cuya suma de las aristas que coinciden en un solo vértice es 18. determinar el máximo volumen.

a) 120 b) 324 c) 216
d) 220 e) 5832

16 Al calcular la media aritmética de 30 números, se observa que si a 20 números se le aumenta 9 unidades a cada uno y al resto se le disminuye 3 unidades a cada uno; el nuevo promedio es 28. Calcule el promedio inicial.

a) 23 b) 22 c) 25
d) 27 e) 18

17 De los números *a* y *b*, la $\overline{MH}$ no es menor que su $\overline{MG}$ y

$$\overline{MA} \times \overline{MG} + 3\overline{MH} = 88$$

Calcule: $\sqrt[3]{a \times b \times \overline{MA}}$

a) 1 b) 2 c) 16
d) 12 e) 8

18 La *MG* de 3 números pares diferentes es 14 y la *MG* de 3 impares diferentes es 21. Si éstos últimos son menores de 100 y ninguno es múltiplo del otro. Calcule la *MA* de los 6 números.

a) 32,16 b) 32,5 c) 31,4
d) 33 e) $30,8\hat{3}$

19 La nota promedio del curso de Matemática I se calcula como el promedio ponderado de las notas del primer examen, examen final y el promedio aritmético de prácticas. Para un alumno de la universidad se tiene la siguiente información:

	1er examen	Examen final	Promedio de prácticas			
Peso ó crédito	1	2	1			
Notas	12	10	a	a	a	b

Si la nota promedio del curso resultó ser uno menos que el promedio de prácticas, halle el máximo valor que obtuvo en la cuarta práctica, si a y b son números enteros.

a) 17 b)18 c) 19
d) 27 e) 13

20 Sea *A* una lista de números enteros positivos (no necesariamente diferentes). Entre los cuales se encuentra el número 68. el promedio de estos números es 56, sin embargo, si 68 es eliminado de la lista, el promedio de los que quedan es 55 ¿Cuál es el mayor número que puede aparecer en la lista?

a) 524 b) 594 c) 614
d) 649 e) 716

21 Calcule la suma de 2 números que se diferencian en 32 además su $\overline{MG}$ y $\overline{MA}$ están en la relación de 5 a 3.

a) 20 b) 40 c) 60
d) 80 e) 36

22 El promedio de los pesos de 50 personas es 60 kg. si luego de un año 30 de ellos aumentaron 20 kg. cada uno y los restantes disminuyen 10 kg. cada

uno. Calcule el nuevo promedio de los pesos.

a) 62 b) 64 c) 66
d) 68 e) 70

23 En una fábrica de polos existen 3 máquinas: A, B y C. Sabiendo que en 1 hora la máquina A produce 30 polos, la máquina B produce 40 polos y la máquina C produce 60 polos por hora; determine la producción promedio por hora en dicha fábrica. Si todos deben producir la misma cantidad de polos.

a) 43 b) 40 c) 44
d) 48 e) 50

24 Sabiendo que la media aritmética de la media aritmética $(\overline{MA})$ y armónica $(\overline{MH})$ de dos números a y b es igual a su media geométrica $(\overline{MG})$. Hallar el valor de:

$$\lambda = \frac{a^{\overline{MA}} + \overline{MA}^{b}}{\overline{MA}^{a} + a^{\overline{MH}}}$$

a) 1 b) 2 c) $a \cdot b$
d) $2ba$ e) $\overline{MA}^{MH}$

25 La $\overline{MA}$, $\overline{MG}$ y $\overline{MH}$ de 2 números están representados por 3 números enteros y positivos, además se cumple:

$$(\sqrt{\overline{MA}})^{\overline{MG}} = 3125^4$$

Hallar la diferencia de los números.

a) 20 b) 25 c) 30
d) 35 e) 40

26 Un señor compra un auto y como obsequio le regalan 3 llantas de la misma calidad. Si después de haber viajado 140000 Km. no tiene llantas para cambiar entonces se puede decir que cada llanta ha recorrido un espacio de:

a) 20000 km. b) 40000km.
c) 60000 km. d) 80000 km.
e) 140000 km.

27 Si: $\overline{MH}(2,3,4,\ldots,22) = a$

$\overline{MH}(3,4,5,\ldots,23) = b$

Hallar: $\overline{MH}(6, 12, 20, \ldots, 506)$

en términos de "a y b".

a) $\frac{ab}{a-b}$ b) $\frac{ab}{b-a}$ c) $\frac{2ab}{a-b}$
d) $\frac{3ab}{a-b}$ e) $\frac{\sqrt{ab}}{a-b}$

28 El promedio de "n" números es: $(2n+4)$, si se aumenta a dichos números del primero al enésimo: 2; 5; 10 ; 17 ; ... respectivamente. ¿Cuál será el promedio de los nuevos números?

a) $\frac{n^2+13n+22}{6}$

b) $\frac{2n^2+27n+18}{6}$

c) $\frac{2c^2+15n+31}{6}$

d) $\frac{2n^2+24n+18}{6}$

e) $\frac{2n^2+24n+19}{6}$

29 El producto de los 3 promedios de dos números es 512, si uno de los tres promedios es 6,4. Determinar la raíz cuadrada de la media aritmética de los dos mayores promedios.

a) 3 b) 4,2 c) 5,9
d) 6 e) 7

30 La diferencia de 2 números enteros y positivos es $\overline{3n}$. Hallar el mayor de ellos, si se sabe que la media aritmética y media geométrica de ambos son dos números pares consecutivos.

a) 89 b) 99 c) 93
d) 100 e) 97

31 De "n" cantidades; si a 30 de ellos se les aumenta 10 a cada una y a las 20 restantes se les disminuye 5 a cada una, el nuevo promedio es 14. Calcular la suma de las cantidades.

a) 550 b) 390 c) 500
d) 600 e) 45

32 Calcule el promedio armónico de:

$$a_1 ; a_2 ; a_3 ; \ldots ; a_{20}$$

Si: $a_{k-1} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^3} + \ldots$

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{3}{16}$
d) $\frac{2}{21}$ e) $\frac{3}{20}$

33 En una reunión hay 160 personas. Si cada varón tuviera 2 años más y cada dama 3 años menos, el promedio no se altera. ¿En cuánto varía el promedio, si cada varón tuviera 3 años menos y cada dama 2 años más

a) +1 b) −1 c) +2
d) −2 e) +3

34 La *MA* de 81 números pares es 96. Halle el mayor de los 2 números pares consecutivos que se deben quitar para que la *MA* de los restantes sea 90.

a) 332 b) 334 c) 336
d) 338 e) 330

35 En mis exámenes obtengo 11, 17, y 13 siendo sus pesos 2; 1 y 3 ¿cuál es mi promedio?

a) 12 b) 2,5 c) 13
d) 14 e) 13,5

CLAVES
PROMEDIOS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. e	03. b	04. a	05. b
06. c	07. a	08. d	09. b	10. c
11. a	12. d	13. b	14. b	15. b
16. d	17. c	18. a	19. c	20. a
21. b	22. e	23. d	24. d	25. e
26. c	27. a	28. e	29. a	30. c
31. b	32. a	33. c		

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. c	03. b	04. a	05. e
06. d	07. a	08. b	09. d	10. a
11. c	12. e	13. d	14. e	15. d
16. c	17. b	18. e	19. a	20. d
21. b	22. e	23. b	24. b	25. a
26. c	27. c	28. b	29. e	30. d
31. c	32. c	33. a	34. e	

TERCERA PRÁCTICA				
01. c	02. e	03. a	04. c	05. e
06. d	07. c	08. e	09. a	10. b
11. c	12. c	13. d	14. e	15. c
16. a	17. e	18. a	19. b	20. d
21. b	22. d	23. b	24. a	25. c
26. d	27. b	28. c	29. a	30. d
31. c	32. d	33. b	34. b	35. c

Capítulo 27

ESTADÍSTICA

Objetivos:

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

- Ordenar y clasificar los datos, en intervalos de clases de igual amplitud.
- Representar los datos en forma ordenada en tablas, para mostrarlos gráficamente, analizarlos e interpretarlos.
- Representar un conjunto a través de un solo dato elegido convenientemente.

Introducción:

Con el crecimiento de la población, los avances científicos y desarrollo de las comunicaciones, la organización de los datos es muy importante. La estadística observa un conjunto de datos muy grande eligiendo un subconjunto de ella, además clasifica y representa los datos; permite su análisis y toma de decisiones.

La estadística es aplicada en todas las disciplinas; en el sector salud por ejemplo para observar el desarrollo de una enfermedad, en qué medida ha variado en la población; en las empresas se utiliza la estadística para calcular ingresos y egresos, el comportamiento del mercado y analizar la ubicación de competidores.

En el capítulo vamos a desarrollar la forma como ordenamos los datos en intervalos para su representación, análisis e interpretación, para ello veamos algunos conceptos.

Concepto de estadística:

La estadística es parte del método científico y se le define como un conjunto de técnicas usadas para recolectar, organizar, representar, analizar e interpretar datos, con el fin de obtener conclusiones y tomar decisiones sobre determinados hechos o fenómenos en estudio.

El presente capítulo tiene por finalidad describir en forma general el comportamiento de un conjunto de datos de una población a partir del estudio de un subconjunto de ella (muestra) la cual debe tener las mismas características de la población considerada convenientemente para posteriormente generalizarlos a la población.

Población	Muestra	Variable
Niños enfermos	un grupo de niños enfermos	Enfermedad
Alumnos del colegio	Un grupo de alumnos	Nota
Empresas mineras	Empresas mineras del centro norte y sur del Perú	Producción de plomo

ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN ESTADÍSTICA

Recopilación de Datos.
Los métodos de recopilación de datos son muy diversos y dependen de las posibilidades de acceso con los elementos a investigar, del tamaño de la muestra y de la oportunidad de obtener los datos. Los métodos más utilizados son los censos y las encuestas.

Ejemplo inductivo.
Se tienen los ahorros mensuales de 20 personas elegidos al azar

490	500	470	300	80
250	270	300	600	120
250	450	450	460	380
370	380	450	0	400

Al observar los datos se puede apreciar su variabilidad, lo cual hace difícil destacar los hechos más importantes para obtener conclusiones acertadas que ayuden en la toma de decisiones. Es por ello que se hace necesario ordenar los datos en una tabla de distribución de frecuencia.

Organización de datos:
Después de la recopilación de datos se procede a su organización, clasificación y tabulación de modo que se facilite su presentación en tablas, cuadros y gráficos

Ejemplo:

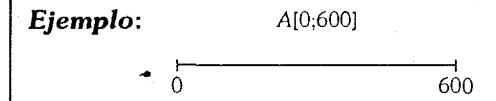
0	80	120	250	250
270	300	300	370	380
380	400	450	450	450
460	470	490	500	600

Presentación de datos.
Luego de haber recopilado y organizado los datos, es necesario presentarlos en forma clara y precisa. Dicha presentación se realiza principalmente a través de tablas o gráficos.

ELEMENTOS DE UNA TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

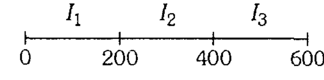
Alcance (A)
Intervalo cerrado que considera como límites al menor y mayor de los datos.

Ejemplo: $A[0;600]$



Rango (R)
Es la amplitud del alcance, se calcula como la diferencia del mayor de los datos y el menor de los datos.

Ejemplo:
Podemos considerar los siguientes intervalos.



$I_1 = [0;200\rangle$

$I_2 = [200;400\rangle$

$I_3 = [400;600]$

Límites de un intervalo de clase

ℓ_s : límite superior

ℓ_i : límite inferior

Ejemplo:
$I_1 = [0,200\rangle$, $\ell_i = 0$, $\ell_s = 200$

Ancho de clase (*W*)

Es el tamaño de un intervalo determinado; se calcula como la diferencia del límite superior y límite inferior.

$$I_1 = [0,200\rangle \qquad W = 200 - 0$$
$$W = 200$$

Marca de clase (X_i)

Es un promedio de los datos en un intervalo; se calcula como la semisuma de los límites de un intervalo.

En $I_1 = [0,200\rangle$

$$X_1 = \frac{0+200}{2} = 100$$

En $I_2 = [200,400\rangle$

$$X_2 = \frac{200+400}{2} = 300$$

Número de intervalos (*k*)

Al analizar un conjunto de datos, estos pueden clasificar, en cierta cantidad de intervalos, de igual ancho de clase convenientes en la que se deben clasificar, dependiendo del número de datos (***n***).

Regla de Sturges

$$K = 1 + 3{,}3\log(n)$$

n : Número total de datos

***Ejemplo*:**

$$K = 1 + 3{,}3\log(20)$$
$$K = 5{,}294\ldots$$

Considerando ***k*** aproximado puede ser *k* 4, 5 ó 6.

Se puede trabajar con cualquiera de estos valores.

En el ejemplo se va ha elegir ($k = 5$)

Frecuencia Absoluta (*fi*)

Indica la cantidad de datos que hay en un intervalo de clase determinada

Frecuencia Relativa (*hi*)

Es la relación, entre la frecuencia absoluta de una clase y el número de datos.

$$hi = \frac{fi}{n} \quad ; \quad i: 1,2,3,4,\ldots,k$$

A) **Tabla distribución de frecuencia**

Intervalo de clase Ii	Marca de clase Xi	Frecuencia absoluta fi	Frec. Abs. acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frec. Rel. acumulada Hi	Frec. Rel. porcentual $100\% hi$	Porcentual acumulada $100\% Hi$	$x_i f_i$
[0;120⟩	60	2	2	0,10	0,10	10%	10%	120
[120;240⟩	180	1	3	0,05	0,15	5%	15%	180
[240;360⟩	300	5	8	0,25	0,40	25%	40%	1500
[360;480⟩	420	9	17	0,45	0,85	45%	85%	3780
[480;600]	540	3	20	0,15	1	15%	100%	1620
	TOTAL	20		1		100%		7200

b) **Gráficos o diagramas.**

Del cuadro anterior

Histograma. Son diagramas de barras o rectángulos cuyas bases representan los intervalos de clase y las alturas las frecuencias absolutas o relativas.

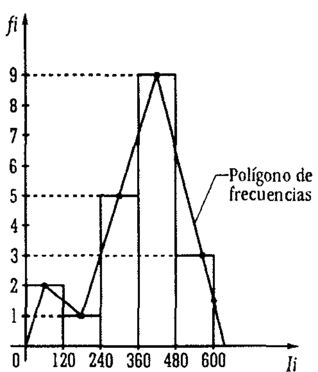
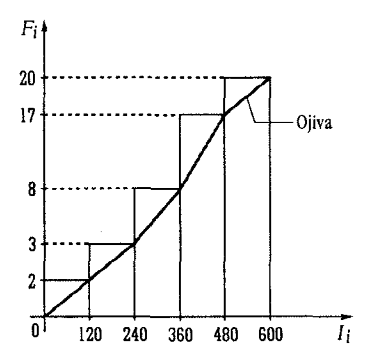


Diagrama escalonado. Son diagramas similares al histograma con la diferencia de que las alturas, son frecuencias absolutas acumuladas o relativas acumuladas.



c) **Medidas de tendencia central.**

Media o media aritmética ($\overline{X}$ o $\overline{MA}$)

- Para datos no clasificados.

Ejemplos:

Sean los datos (notas): 8, 7, 15, 20, 13

$$\overline{X} = \frac{8+7+15+20+13}{5} = \frac{63}{5} \Rightarrow \overline{X} = 12{,}6$$

Sean los datos (edades): 15; 19; 15; 20; 20

$$\overline{X} = \frac{15+19+15+20+20}{5} = \frac{89}{5} \Rightarrow \overline{X} = 17{,}8$$

- Para los clasificados.

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n} = \sum_{i=1}^{k} x_i h_i$$

Del cuadro anterior $\overline{X} = \frac{7200}{20} = 360$

Mediana (X_m). Dado un grupo de datos ordenados, la mediana es aquel valor que separa en dos grupos del igual cantidad de datos.

- Para datos no clasificados. Ordene el conjunto de datos ya sea en forma creciente o decreciente.

Ejemplos:

- Sean los datos 12, 17, 23, 4, 43 calculemos la mediana. Ordenando crecientemente: 4, 12, 17, 23, 43.

$$\Rightarrow \quad X_m = 17$$

- Sean los datos 4, 5, 13, 12, 8, 17. Ordenando crecientemente: 4, 5, 8, 12, 13, 17.

$$X_m = \frac{8+12}{2} = 10$$

- Para datos clasificados

$$\boxed{X_m = L_m + W_m \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{m-1}\right)}{f_m}}$$

Observación:

Para calcular la X_m de un conjunto de datos clasificados, primero se ubica la clase mediana. La clase mediana es aquella donde se ubica la frecuencia absoluta acumulada que sea igual a la mitad del total de datos o mayor a la mitad del total de datos por primera vez.

Donde:

L_m : Límite inferior de la clase mediana.

W_m : Ancho de la clase mediana.

$F_{(m-1)}$: Frecuencia absoluta acumulada de la clase precedente a la clase mediana.

f_m : Frecuencia absoluta de la clase mediana.

Del cuadro anterior, la clase mediana:

$[360\,;480\rangle$

$$\Rightarrow \quad X_m = 360 + 120\,\frac{\left(\frac{20}{2}-8\right)}{9} = 386{,}6$$

Moda (Mo)

Es aquel dato que presenta mayor frecuencia, es decir, el dato que se repite más.

Para datos no clasificados.

***Ejemplos*:**

Sean los datos:

1;20;30;<u>100</u>;12;18;<u>100</u>;18;<u>100</u> $\Rightarrow$ $Mo = 100$

Unimodal

Sean los datos:

<u>19</u>;<u>17</u>;16;<u>19</u>;<u>17</u>;<u>17</u>;<u>19</u> $\Rightarrow$ $Mo = 17$; $Mo = 19$

Bimodal

Para datos clasificados.

$$Mo = L_{Mo} + W_{Mo}\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$$

Donde:

d_1 : Diferencia de la frecuencia absoluta de clase modal y frecuencia absoluta de la clase anterior.

d_2 : Diferencia de la frecuencia absoluta de clase modal y la frecuencia absoluta de la clase siguiente.

L_{mo} : Límite inferior de la clase modal.

W_{mo} : Ancho de la clase modal.

Del cuadro anterior; la mayor frecuencia es 9.

$$\Rightarrow \quad Mo = 360 + 120\left(\frac{4}{4+6}\right) = 48$$

donde: $d_1 = 9 - 5 = 4$

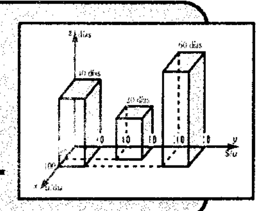
$d_2 = 9 - 3 = 6$

Observación:

Para calcular la Mo de un conjunto de datos clasificados, primero se localiza clase Mo. La clase modal es aquella cuya frecuencia absoluta es mayor.

Capítulo: **27**

Estadística



Problemas Resueltos

PROBLEMA 01

Dada la siguiente tabla de distribución simétrica donde se observa los sueldos de los empleados de una fábrica.

Sueldos	f_i	h_i
[400;450⟩	$5a$	
[450;500⟩		
[500;550⟩		0,2
[550;600⟩	$3a$	
[600;650⟩		

Calcule que tanto por ciento del total de trabajadores reciben entre S/.475 y S/.600.

a) 40,5% b) 41,5% c) 44,5%
d) 42,5% e) 46,5%

Resolución:
Como la tabla es simétrica:

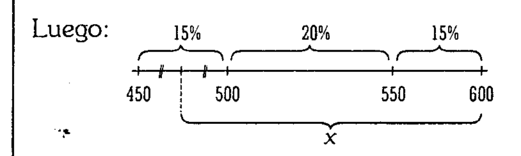
$$f_1 = f_5 \quad ; \quad f_2 = f_4$$

Sueldo	f_i	$h_i(\%)$
[400 ; 450⟩	$5a$	
[450 ; 500⟩	$3a$	
[500 ; 550⟩		20%
[550 ; 600⟩	$3a$	
[600 ; 650⟩	$5a$	

De la tabla:

$$5a + 3a + 3a + 5a = 80\%$$
$$16a = 80\%$$
$$a = 5\%$$

Luego:



$$x = 7{,}5\% + 20\% + 15\% = 42{,}5\%$$

Clave: d

PROBLEMA 02

Se tiene la siguiente tabla de frecuencias relativas de 300 empleados según su edad.

Edades	19-21	22-24	25-27	28-30	31-33
hi	0,15	0,25	0,40	0,10	0,10

¿Cuántos empleados tienen edades entre 22 y 32?

a) 200 b) 220 c) 240
d) 210 e) 250

Resolución:

Como:

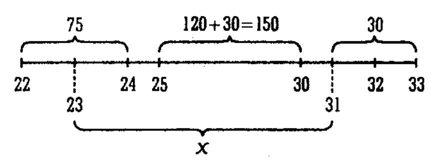
$$f_i = h_i \times n$$

Completamos la tabla:

Edades	19 -21	22-24	25-27	28-30	31-33
f_i	45	75	120	30	30

↓ $0{,}15 \times 300$

Nos piden el número de empleados con edades desde 23 a 31 años:



$$\therefore \; x = \overset{23 \text{ años}}{\overline{25}} + \overset{24 \text{ años}}{\overline{25}} + 150 + \overset{31 \text{ años}}{\overline{10}} = 210$$

$\frac{75}{3} = 25$ $\qquad \frac{30}{3} = 10$

Clave: d

PROBLEMA 03

Si la siguiente distribución de frecuencia es simétrica, calcule la moda.

ℓ_1	f_1	F_1	h_1
[10 ; 〉	12		
[; 〉			15%
[; 50〉			
[; 〉		48	
[; 〉			

a) 40 b) 36 c) 42
d) 45 e) 50

Resolución:

De la tabla:

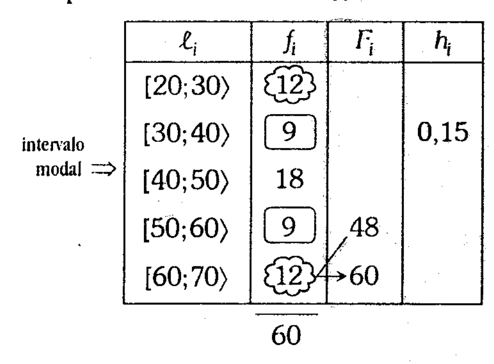
$w \quad w \quad w$

20 50

$\Rightarrow \quad 3w = 30$

$w = 10$

Completando la tabla simétrica:



ℓ_i	f_i	F_i	h_i
[20;30〉	12		
[30;40〉	9		0,15
[40;50〉	18		
[50;60〉	9	48	
[60;70〉	12	60	
	60		

intervalo modal ⇒ [40;50〉

$f_2 = 0{,}15 \times 60 = 9$

Como: $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 60$

$12 + 9 + f_3 + 9 + 12 = 60$

$f_3 = 18$

$$Mo = L_{Mo} + W_{Mo}\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$$

$$Mo = 40 + 10\left(\frac{18-9}{18-9+18-9}\right) = 45$$

Clave: d

NOTA:

Cuando la tabla es simétrica:

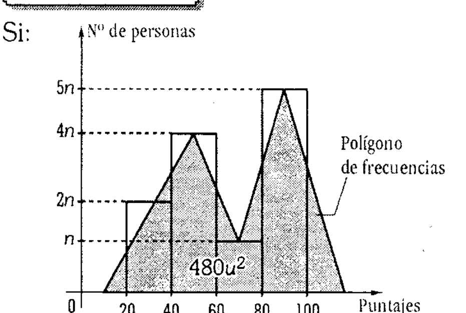
$$\overline{X} = X_m = Mo = \frac{\ell_i + \ell_s}{2}$$

En el problema anterior:

$$Mo = \frac{70 + 20}{2} = 45$$

PROBLEMA 04

Si:

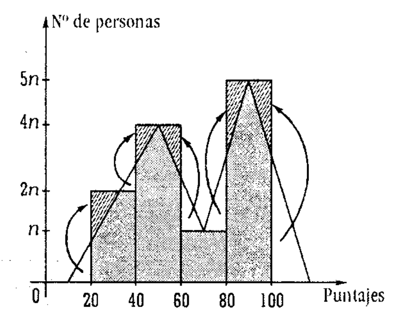


Calcule cuántas personas tienen puntajes entre 30 y 90

a) 10 b) 17 c) 12
d) 15 e) 16

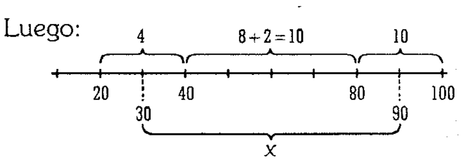
***Resolución*:**

Trasladando áreas:



$$20(2n)+20(4n)+20(n)+20(5n)=480$$
$$20(12n)=480$$
$$n=2$$

Luego:

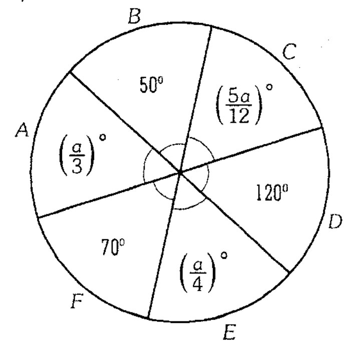


$x=2+10+5=17$

Clave: b

PROBLEMA 05

En el siguiente diagrama se muestra la aceptación de algunas revistas (A, B, C, D, E, F).



En E hay 45 personas. ¿cuántas personas aceptan la revista B?

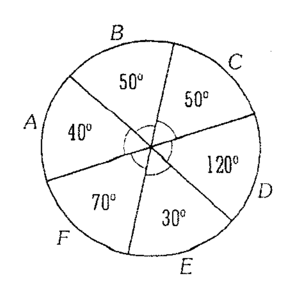
a) 60 b) 75 c) 50
d) 40 e) 90

***Resolución*:**

Del gráfico:

$$\frac{a}{3}+50+\frac{5a}{12}+120+\frac{a}{4}+70=360$$
$$\frac{a}{3}+\frac{5a}{12}+\frac{a}{4}=120$$
$$\frac{12a}{12}=120$$
$$a=120$$

Reemplazando:



Aplicando regla de tres:

Revista E: $30° \rightarrow 45$

Revista B: $50° \rightarrow x$

$$x = \frac{50 \times 45}{30} = 75$$

Clave: b

PROBLEMA 06

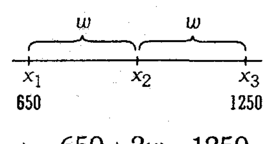
Del siguiente cuadro de distribución de frecuencias de igual ancho de clase, calcule cuantas personas ganan entre S/.1060 y S/.1620.

S/. Sueldo	x_i	f_i	h_i
[⟩	650		$1/k$
[⟩			$2/k$
[⟩	1250	$9k$	$9/k$
[⟩			$3/k$

a) 359 b) 198 c) 172
d) 170 e) 180

Resolución:

De la tabla:



$$\Rightarrow \quad 650 + 2w = 1250$$

$$w = 300$$

Además: $\sum h_i = 1$

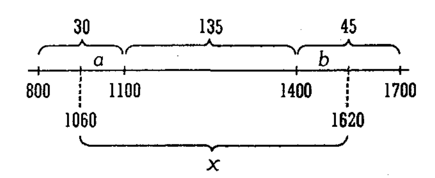
$$\frac{1}{k} + \frac{2}{k} + \frac{9}{k} + \frac{3}{k} = 1$$

$$k = 15$$

Reconstruyendo la tabla:

Sueldo	x_i	f_i	h_i
[500 – 800⟩	650	15(1)	1/15
[800 – 1100⟩	950	15(2)	2/15
[1100 – 1400⟩	1250	135	3/15
[1400 – 1700⟩	1550	15(3)	3/15

$f_i \xrightarrow{\text{DP}} h_i$



Interpolando:

$$\frac{30}{1100 - 800} = \frac{a}{1100 - 1060}$$

$$a = 4$$

$$\frac{45}{1700 - 1400} = \frac{b}{1620 - 1400}$$

$$b = 33$$

$$\therefore \quad x = 4 + 135 + 33 = 172$$

Clave: c

PROBLEMA 07

Se tiene una distribuidora de frecuencia con cuatro intervalos de iguales ancho de clase, además se tiene los siguientes datos:

$x_1 = 10$, $x_4 = 22$, $h_1 = 0,30$,
$h_4 = 17,5\%$, $H_2 = 0,45$

y el total de datos es 120. Calcule la mediana.

a) 16,53 b) 15,43 c) 16,32
d) 14,53 e) 13,53

***Resolución*:**

$$\begin{array}{cccc} & w & w & w \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 10 & & & 22 \end{array}$$

$\hookrightarrow 10 + 3w = 22$

$w = 4$

Además:

$$f_1 = h_1 \times n = 0{,}30 \times 120 = 36$$

$$f_4 = \frac{17{,}5}{100} \times 120 = 21$$

$$f_1 + f_2 = F_2$$

$$36 + f_2 = 0{,}45 \times 120$$

$$f_2 = 18$$

Ordenando en una tabla:

	Intervalos	x_i	f_i	F_i
	$[8 - 12\rangle$	10	36	36
	$[12 - 16\rangle$	14	18	54
Clase mediana ⇒	$[16 - 20\rangle$	18	45	99
	$[20 - 24\rangle$	22	21	120
			$\overline{120}$	

$$X_m = L_m + W_m \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{m-1}\right)}{f_m}$$

$$X_m = 16 + 4\frac{(60 - 54)}{45}$$

$$X_m = 16{,}5\widehat{3}$$

Clave: a

PROBLEMA 08

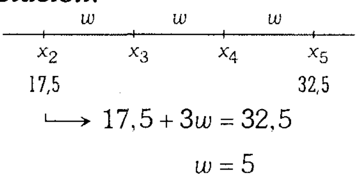
De un grupo de 15 personas se hace distribución en 5 intervalos, según edades resultando esta simétrica y con ancho de clase común.

$x_2 = 17{,}5$; $x_5 = 32{,}5$; $\frac{f_2}{f_3} = \frac{2}{3}$; $F_3 = 9$

¿Qué tanto por ciento tienen por lo menos 20 años?

a) 40% b) 60% c) 50%
d) 80% e) 20%

***Resolución*:**



$\hookrightarrow 17{,}5 + 3w = 32{,}5$

$w = 5$

Ordenando en una tabla (simétrica):

Intervalos	x_i	f_i	F_i
$[10 - 15\rangle$	12,5	$9 - 5k$	
$[15 - 20\rangle$	17,5	$2k$	
$[20 - 25\rangle$	22,5	$3k$	9
$[25 - 30\rangle$	27,5	$2k$	
$[30 - 35\rangle$	32,5	$9 - 5k$	

$\hookrightarrow 9 - 5\cancel{k} + 2\cancel{k} + 3\cancel{k} + 2k + 9 - 5k = 15$

$k = 1$

Reemplazando: $f_1 = f_5 = 4$; $f_2 = f_5 = 2$
$f_3 = 3$

∴ Los que tiene por lo menos 20 años son: $3 + 2 + 4 = 9$ personas.

Luego: 15 → 100%
9 → x

$$x = \frac{900}{15} = 60\%$$

Clave: b

PROBLEMA 09

Dada la siguiente distribución de frecuencias de igual ancho de clase referente a los pesos de cierto número de personas.

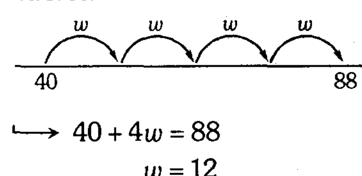
I_1	f_1	F_1	h_1	H_1
[40 ; 〉	4			
[; 〉				0,45
[; 〉				
[; 〉				0,90
[88 ; 〉		20		

$f_3 / f_4 = 1/2$

¿Qué porcentaje tienen edades mayores o iguales a 68?

a) 40% b) 50% c) 45%
d) 60% e) 70%

Resolución:



$\longrightarrow 40 + 4w = 88$

$w = 12$

De la tabla: $n = F_5 = 20$

$F_2 = 0,45 \times 20 = 9$

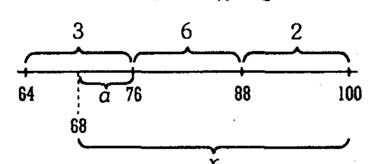
$F_4 = 0,90 \times 20 = 18$

Reconstruyendo la tabla:

Intervalo	f_i	F_i
[40 – 52〉	4	4
[52 – 64〉	5	9
[64 – 76〉	k	
[76 – 88〉	$2k$	18
[88 – 100〉		20
	20	

Luego: $4 + 5 + k + 2k = 18$

$k = 3$



Interpolando: $\frac{76-64}{3} = \frac{76-68}{a}$

$a = 2$

$x = 2 + 6 + 2 = 10$

Entonces: $20 \longrightarrow 100\%$

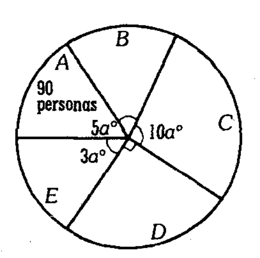
$10 \longrightarrow x$

$x = 50\%$

Clave: b

PROBLEMA 10

El siguiente pictograma, muestra las preferencias de 5 productos A, B, C, D y E.



Si fueron encuestados 440 personas, ¿cuántos prefieren el producto A ó B?

a) 200 b) 210 c) 96
d) 220 e) 240

Resolución:

Del gráfico: $\frac{90}{5a°} = \frac{E}{3a°} = \frac{C}{10a°}$

$\Rightarrow \quad E = 54 \ ; \ C = 180$

Además: $D = \frac{90°}{360°}(440) = 110$

Entonces:

$$B = 440 - (90 + 180 + 110 + 54) = 6$$

$\therefore$ Piden $= A + B = 90 + 6 = 96$

Clave: c

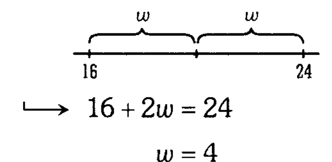
PROBLEMA 11

Si es ancho de clase es constante, calcule $R + f_2 + n$. Si la mediana es 20 donde R es el rango y n es el número de datos.

I_1	x_1	f_1	F_1	h_1
[- ⟩		4		
[16 - ⟩				
[- 24⟩				
[- ⟩			32	
[- ⟩				0,2

a) 60 b) 66 c) 76
d) 78 e) 80

Resolución:



$\hookrightarrow 16 + 2w = 24$

$w = 4$

Como: $h_5 = 0,2 \longrightarrow H_4 = 0,8$

Luego: $F_4 = H_4 \times n$

$32 = 0,8 \times n$

$n = 40$

Como la mediana es 20. La mitad de los datos están entre 12 y 20.

Intervalos	f_i	F_i	h_i
[12 – 16⟩	4		
[16 – 20⟩	16		
[20 – 24⟩			
[24 – 28⟩	20	32	
[28 – 32⟩			0,2
	40		

Rango: $R = 32 - 12 = 20$

Piden: $R + f_2 + n = 20 + 16 + 40 = 76$

Clave: c

PROBLEMA 12

Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias, sabiendo que:

$$f_3 - f_2 = 9$$

I_i	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[10 - ⟩				0,06	
[20 - ⟩	25		24		
[- ⟩	35		51		
[- 50⟩					0,60
[- ⟩					

Calcule $h_5 + H_2$.

a) 0,20 b) 0,33 c) 0,40
b) 0,50 e) 0,64

***Resolución*:**

En la tabla:

f_i	F_i	h_i	H_i
f_1	f_1	0,06	
a	24		
$a+9$	51		
			0,60
		0,40	1

$\longrightarrow \quad 24+(a+9)=51$

$a=18$

$\longrightarrow \quad f_1+a=24$

$f_1=6$

$\longrightarrow \quad 0{,}06=\frac{6}{n}$

$n=100$

Piden: $h_5+H_2=0{,}40+\frac{24}{100}=0{,}64$

Clave: e

PROBLEMA 13

En una encuesta sobre los ingresos anuales de un grupo de familias, se obtuvo la siguiente información.

$[L_i\,,L_s\rangle$	x_i	f_i
20 – 40		10
40 – 60		
60 – 80		
80 – 100		10

Calcule en número de familias con un ingreso entre 45 y 75 además

$$\sum_{i=1}^{4}\frac{x_i f_i}{n}=58 \quad : \quad \frac{f_2}{f_3}=\frac{5}{3}$$

a) 60 b) 68 c) 72
d) 76 e) 30

Como: $\sum_{i=1}^{4}\frac{x_i f_i}{n}=58$

De la tabla: $x_1=\frac{20+40}{2}=30$

$x_2=50 \quad ; \quad x_3=70 \quad ; \quad x_4=90$

Luego:

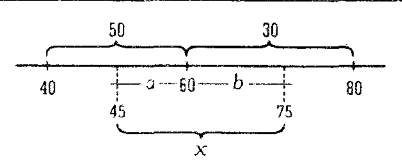
$$\frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+x_4f_4}{f_1+f_2+f_3+f_4}=58$$

$$\frac{30(10)+50(5k)+70(3k)+90(10)}{10+5k+3k+10}=58$$

$$k=10$$

En la tabla:

$[L_i\,,L_s\rangle$	x_i	f_i
[20 – 40⟩	30	10
[40 – 60⟩	50	50
[60 – 80⟩	70	30
[80 – 100⟩	90	10



Interpolando: $\frac{50}{60-40}=\frac{a}{60-45}$

$a=37{,}5$

$$\frac{30}{80-60}=\frac{b}{75-60}$$

$$b=22,5$$

$$\therefore \quad x=a+b=37,5+22,5=60$$

Clave: a

PROBLEMA 14

En una familia donde hay 7 hijos de los cuales hay trillizos y mellizos, se sabe que la media es 20, la moda al igual que la mediana es 18. Halle la menor edad que puede tener el mayor de los hermanos.

a) 25 b) 33 c) 31
d) 27 e) 26

Resolución:

Del enunciado:

$$X_m=Mo=18 \quad ; \quad \bar{x}=20$$

Suma = 20 × 7 = 140

H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7
17	17	18	18	18	a	X

Suma = 88 (de H_1 a H_5) — Mediana: H_4 = 18

Para que X tome el menor valor:

$$H_1=H_2=17$$

Luego: $x+a+88=140$

$$x+a=52$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$27 \quad 25$$

Clave: d

PROBLEMA 15

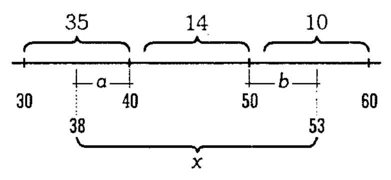
En la siguiente tabla de distribución de frecuencia se presentan las edades de 100 personas.

I_1	f_1
[10 - 20⟩	15
[20 - 30⟩	20
[30 - 40⟩	35
[40 - 50⟩	14
[50 - 60⟩	10
[60 - 70⟩	6

¿Cuántas personas tienen edades comprendidas entre 38 y 53 años?

a) 12 b) 16 c) 18
d) 20 e) 24

Resolución:



Interpolando:

$$\frac{35}{40-30}=\frac{a}{40-38} \longrightarrow a=7$$

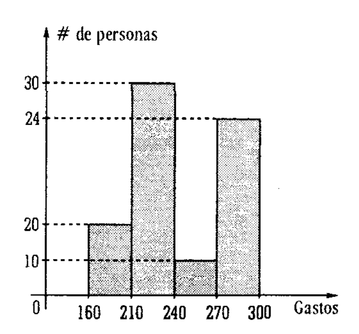
$$\frac{10}{60-50}=\frac{b}{53-50} \longrightarrow b=3$$

$$\therefore \quad x=7+14+3=24$$

Clave: e

PROBLEMA 16

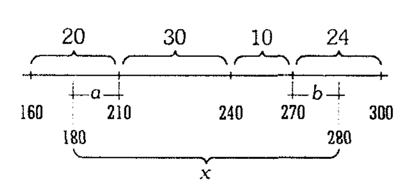
Del siguiente gráfico, ¿cuántas personas gastan desde 180, hasta 280?



a) 50　　b) 56　　c) 60
d) 66　　e) 70

Resolución:

Del gráfico:



$$\frac{20}{210-160}=\frac{a}{210-180} \longrightarrow a=12$$

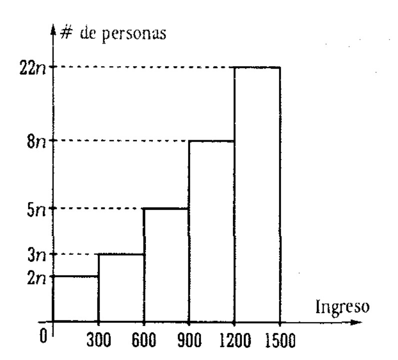
$$\frac{24}{300-270}=\frac{b}{280-270} \longrightarrow b=8$$

$\therefore \quad x=12+30+10+8=60$

Clave: c

PROBLEMA 17

En el siguiente diagrama escalonado se muestra la distribución de ingreso por familia.



Calcule el número total de familias; sabiendo que hay 190 familias que tienen ingresos mayores a 600 soles.

a) 210　　b) 200　　c) 240
d) 250　　e) 220

Resolución:

Del gráfico:

Intervalos	F_i	f_i
[0;300⟩	$2n$	$2n$
[300;600⟩	$3n$	n
[600;900⟩	$5n$	$2n$
[900;1200⟩	$8n$	$3n$
[1200;1500⟩	$22n$	$14n$
		$22n$

$19n$ Tienen ingresos mayores a 600 soles

$\longrightarrow 19n=190$

$n=10$

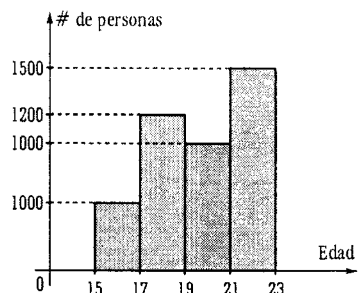
\# de familias $=22(10)=220$

Clave: e

PROBLEMA 18

En el examen de admisión se observó la edad de los postulantes, la cual se mues-

tra en el cuadro. Calcule la edad promedio.



a) $19,\widehat{6}$ b) 18 c) 17,5
d) $16,\widehat{6}$ e) 18,5

Resolución:

Del gráfico tenemos:

I_i	x_i	f_i	$x_i f_i$
[15 ; 17⟩	16	5~~00~~	80
[17 ; 19⟩	18	12~~00~~	216
[19 ; 21⟩	20	10~~00~~	200
[21 ; 23⟩	22	15~~00~~	330
		42	826

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{826}{42} = 19,\widehat{6}$$

Clave: a

PROBLEMA 19

La tabla muestra la distribución de 100 empleados de la compañía **JAVA S. A.**

Intervalos de salarios	f_i	F_i	h_i	H_i
[300 ; 360⟩				
[360 ; 420⟩				0,3
[420 ; 480⟩	20			
[480 ; 540⟩			0,1	
[540 ; 600⟩				

¿Cuántos empleados ganan menos de 480 soles?

a) 40 b) 45 c) 50
d) 55 e) 60

Resolución:

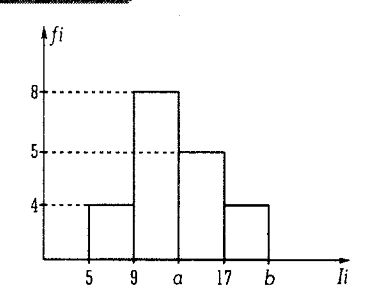
Del dato: $F_2 = H_2 \times n$
$= 0,3 \times 100 = 30$

Piden: $\underbrace{f_1 + f_2}+ f_3$
$= F_2 + f_3$
$= 30 + 20 = 50$

Clave: c

PROBLEMA 20

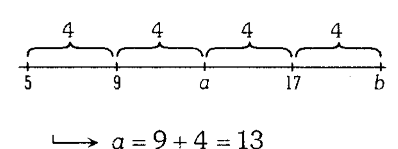
Dado:



Calcule $a + b$

a) 13 b) 34 c) 35
d) 21 e) 40

Resolución:



$\longrightarrow a = 9 + 4 = 13$
$b = 17 + 4 = 21$

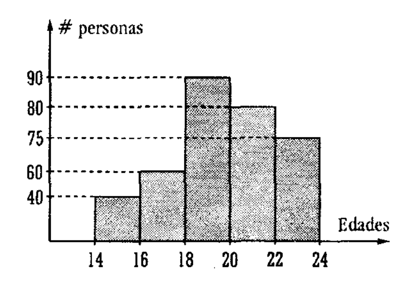
Piden:

$$a + b = 13 + 21 = 34$$

Clave: b

PROBLEMA 21

Se hizo una encuesta en un auditorio sobre el número de personas que postulan a medicina y se les clasificó por edades. Luego se hizo el siguiente histograma.



Determine el tamaño de la muestra.

a) 300 b) 435 c) 360
d) 375 e) 400

***Resolución*:**

Del gráfico: $f_1 = 40$; $f_2 = 60$; $f_3 = 90$

$f_4 = 80$; $f_5 = 75$

$$n = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5$$
$$= 40 + 60 + 90 + 80 + 75 = 345$$

Clave: b

PROBLEMA 22

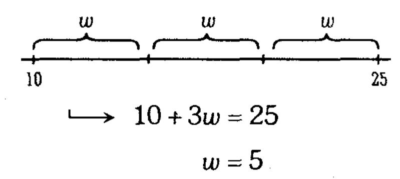
Dada la siguiente tabla de distribución de frecuencia de igual ancho de clase.

I_i	x_i	f_i	F_i	H_i
[10 - ⟩				0,3
[- ⟩			60	
[- ⟩				0,8
[25 - ⟩		30		

Calcule: $x_2 + f_2 + 5h_2$

a) 30,5 b) 26,5 c) 32
d) 33 e) 33,5

***Resolución*:**



$$\longrightarrow 10 + 3w = 25$$
$$w = 5$$

De la tabla: $h_4 = 1 - 0,8 = 0,2$

Pero: $h_4 = \frac{f_4}{n}$

$$0,2 = \frac{30}{n} \longrightarrow n = 150$$

Luego: $f_1 = 0,3 \times 150 = 45$

En la tabla:

I_i	x_i	f_i	F_i	H_i
[10 – 15⟩	12,5	45	45	0,3
[15 – 20⟩	17,5	15	60	
[20 – 25⟩	22,5	60		0,8
[25 – 30⟩	27,5	30		1
		150		

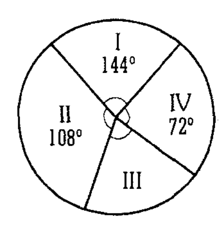
Piden:

$$x_2 + f_2 + 5h_2 = 17,5 + 15 + 5\left(\frac{15}{150}\right) = 33$$

Clave: d

PROBLEMA 23

Se tiene el siguiente pictograma donde se muestra la preferencia de los postulantes a la **UNMSM** de acuerdo al área.



Si la diferencia entre la cantidad de postulantes al área *I* y al *II* área es 560, cuántos postulan el área **IV.**

a) 1 220 b) 1 320 c) 560
b) 1 600 e) 1 120

***Resolución*:**

Ángulo de III $= 360° - 108° - 144K° - 72° = 36°$

Luego:

$$\frac{\text{área I}}{\cancel{144°}} = \frac{\text{área II}}{\cancel{108°}} = \frac{\text{área III}}{36°} = \frac{\text{área IV}}{\cancel{72°}}$$

$$\frac{\text{área I}}{4} = \frac{\text{área II}}{3} = \frac{\text{área III}}{1} = \frac{\text{área IV}}{2} = k$$

$$\text{Área I} = 4k$$
$$\text{Área II} = 3k$$
$$\text{Área III} = 1k$$
$$\text{Área IV} = 2k$$

Del dato: $4k - 3k = 560$
$k = 560$

$\therefore$ Área $IV = 2(560) = 1120$

Clave: a

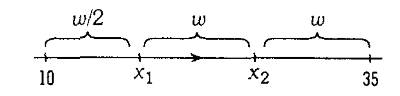
PROBLEMA 24

Complete el siguiente cuadro de distribución de frecuencia y calcule $a + x_5 + f_2$.

I_1	x_1	f_2	F_1	h_1
[10 - 〉				0,3
[- 〉			50	
[- 〉	35			0,2
[- 〉		$2a$		
[- 〉		a	100	

a) 75 b) 70 c) 85
d) 80 e) 90

***Resolución*:**



$$\longrightarrow \quad 10 + \frac{w}{2} + 2w = 35$$
$$w = 10$$

De la tabla: $n = F_5 = 100$
$f_1 = 0,3 \times 100 = 30$
$f_3 = 0,2 \times 100 = 20$

Completando la tabla:

I_i	x_i	f_i	F_i	h_i
[10 – 20〉		30	30	0,3
[20 – 30〉		20	50	
[30 – 40〉	35	20		
[40 – 50〉		$2a$		
[50 – 60〉	55	a	100	

100

$$\Rightarrow \quad 30+20+20+2a+a=100$$
$$a=10$$

Piden: $a+x_5+f_2=10+55+20=85$

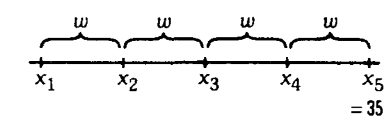
Clave: c

PROBLEMA 25

En la tabla de distribución de frecuencias hay 5 intervalos que tienen un ancho de clase común. Si $x_4-x_3=6$, además $x_5=35$. Halle x_1.

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

Resolución:



$x_4=35-w$

$x_3=35-2w$

$$\hookrightarrow \quad x_4-x_3=6$$
$$(35-w)-(35-2w)=6$$
$$w=6$$

Piden: $x_1=35-4w$
$$=35-4(6)=11$$

Clave: d

PROBLEMA 26

Dado el siguiente cuadro.

I_i	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[20 - ⟩					
[- ⟩					0,36
[- ⟩					
[- ⟩					
[- ⟩		5			0,96
[- ⟩			50		

Además $\frac{f_3}{3}=\frac{f_4}{2}$; calcule F_3

a) 32 b) 35 c) 36
d) 38 e) 33

Resolución:

De la tabla:
- $n=F_6=50$
- $F_2=0,36\times 50=18$
- $F_5=0,96\times 50=48$
- $h_6=1-0,96=0,04$
- $f_6=0,04\times 50=2$

En la tabla:

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[20 - ⟩	18			
		18		0,36
	$3k$	→ F_3		
	$2k$			
	5	48		0,96
	2	50	0,04	1
	50			

$$\hookrightarrow \quad 18+3k+2k+5+2=50$$
$$k=5$$

$$\therefore \quad F_3=18+3(5)=33$$

Clave: e

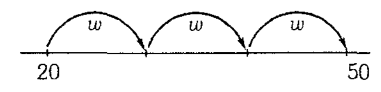
PROBLEMA 27

Complete la tabla de distribución de frecuencias y Determine la mediana

I_1	f_1	h_1	H_1
[20 - ⟩			0,25
[- ⟩	$2a$		
[- ⟩	$3a$		
[50 - ⟩		0,20	0,70
[- ⟩			

a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

Resolución:



$\longrightarrow 20+3w=50 \rightarrow w=10$

$\longrightarrow \frac{5a}{n}=0,70-0,25-0,20 \rightarrow n=20a$

Completando la tabla:

	I_i	f_i	h_i	H_i	F_i
	[20 – 30⟩	$5a$	0,25	0,25	$5a$
	[30 – 40⟩	$2a$	0,25		$7a$
	[40 – 50⟩	$3a$			$10a$
$x_n \rightarrow$	[50 – 60⟩	$4a$	0,20	0,70	$14a$
	[60 – 70⟩	$6a$	0,30	1	$20a$
		$20a$	1		

Se observa que:

$$x_n=50$$

Clave: d

PROBLEMA 28

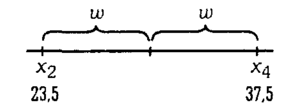
De un grupo de personas se hace una distribución en 5 intervalos, según sus edades, resultando ésta simétrica y con ancho de clase común (W). Además

- $x_2=23,5$
- $\frac{f_2}{f_3}=\frac{2}{5}$
- $x_4=37,5$
- $w=f_1$
- $h_5=0,14$

Determine que tanto por ciento de dicho grupo son menores de 27 años o mayores de 34 años.

a) 20% b) 35% c) 42%
d) 54% e) 60%

Resolución:



$\longrightarrow 23,5+2w=37,5$

$$w=7$$

En una tabla tenemos:

TABLA SIMÉTRICA

Intervalo	x_i	f_i	h_i
[13 ; 20⟩	16,5	7	
[20 ; 27⟩	23,5	$2k$	
[27 ; 34⟩	30,5	$5k$	
[34 ; 41⟩	37,5	$2k$	
[41 ; 48⟩	44,5	7	0,14

$$0{,}14 = \frac{7}{n} \Rightarrow n = 50$$

$$\Rightarrow \quad 7 + 2k + 5k + 2k + 7 = 50$$

$$k = 4$$

Menores de 27 años $= 7 + 8 = 15$

Mayores de 34 años $= 2(4) + 7 = 15$

$\therefore$ Piden: $\frac{30}{50} \times 100\% = 60\%$

Clave: e

PROBLEMA 29

Valery mide cuidadosamente, durante una temporada el tiempo que tarda en llegar de su casa a la academia y encuentra los siguientes resultados:

25 minutos en 2 ocasiones
26 minutos en 3 ocasiones
27 minutos en 5 ocasiones
28 minutos en 12 ocasiones
29 minutos en 5 ocasiones
30 minutos en 3 ocasiones
31 minutos en 2 ocasiones

Calcule la suma de la media, moda y mediana.

a) 28 b) 56 c) 84
d) 90 e) 92

Resolución:

Media:

$$\bar{x} = \frac{25(2)+26(3)+27(5)+28(12)+29(5)+30(3)+31(2)}{2+3+5+12+5+3+2}$$

$$= 28$$

Moda: $Mo = 28$ (Se repite 12 veces)
Mediana: $x_m = 28$ (Ver cuadro)

	Tiempo	f_i	F_i	
	25	2	2	$< n/2$
	26	3	5	$< n/2$
	27	5	10	$< n/2$
$x_m \rightarrow$	28	12	22	$> n/2$
	29	5	22	
	30	3	30	
	31	2	32	
		36		

$\frac{n}{2} = 18$

Piden:

$$\bar{x} + Mo + x_m = 28 + 28 + 28 = 84$$

Clave: c

PROBLEMA 30

Se conoce los siguientes datos del peso de un grupo de estudiantes.

I_1	f_1	H_1
[20 – 30⟩		
[30 – 40⟩		
[40 – 50⟩		
[50 – 60⟩	5	0,96
[60 – 70⟩		
Total	50	

Además $h_1 = h_5$ y $h_2 = h_4$

¿Qué porcentaje de alumnos pesan no menos de 40 Kg?

a) 20% b) 35% c) 48%
d) 86% e) 90%

***Resolución*:**

De la tabla:

- $h_5 = 1 - 0,96 = ,04$

I_i	f_i	H_i
[20 ; 30⟩	2	
[30 ; 40⟩	5	
[40 ; 50⟩	36	
[50 ; 60⟩	5	0,96
[60 ; 70⟩	2	1
	50	

- $f_5 = 0,04 \times 50 = 2$

Pesan no menos de 40 kg.:

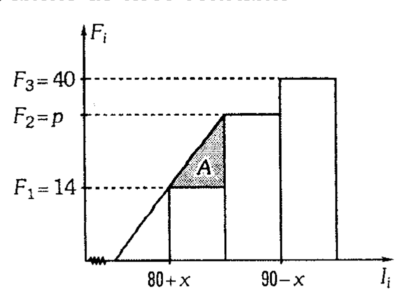
$$36 + 5 + 2 = 43$$

Piden: $\frac{43}{50} \times 100\% = 86\%$

Clave: d

PROBLEMA 31

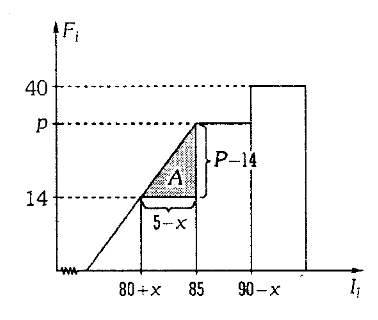
Calcule la mediana de un conjunto de datos si se tiene la siguiente información, con ancho de clase constante.



Sabiendo $\frac{15-x}{P-14} = \frac{1}{2}$; $A = 24u^2$

a) 82,0 b) 85,5 c) 83,0
d) 82,8 e) 84,5

***Resolución*:**



Luego: $\frac{(5-x)(P-14)}{2} = 24$

$$(5-x)(P-14) = 48 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Del dato: $\frac{15-x}{p-14} = \frac{1}{2}$

$$P + 2x = 44 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

De (1) y (2) : $P = 38$; $x = 3$

En una tabla:

	I_i	f_i	F_i
	83 – 85	14	14
x_m ⇨	85 – 87	24	38
	87 – 89	2	40

$$X_m = L_m + W_m \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{m-1}\right)}{f_m}$$

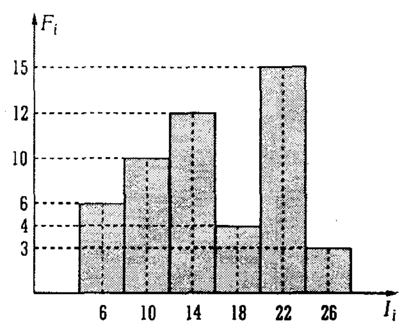
$$X_m = 85 + 2\,\frac{(20-14)}{24}$$

$$\therefore \quad X_m = 85,5$$

Clave: b

PROBLEMA 32

Calcule la suma de la media y la mediana



a) 30,68 b) 30,24 c) 24,30
d) 30,12 e) 30,18

Resolución:

Llevando a una tabla:

	I_i	x_i	f_i	x_if_i	F_i
	[4 – 8⟩	6	6	36	6
	[8 – 12⟩	10	10	100	16
x_m ⇨	[12 – 16⟩	14	12	168	28
	16 – 20⟩	18	4	72	32
	[20 – 24⟩	22	15	330	47
	[24 – 28⟩	26	3	78	50
			50	784	

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{784}{50} = 15,68$$

$$X_m = L_m + W_m\left(\frac{\frac{n}{2} - F_{m-1}}{f_m}\right)$$

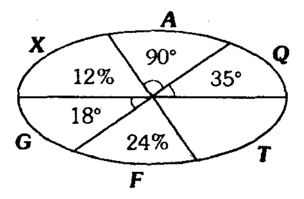
$$= 12 + 4\left(\frac{25-16}{12}\right) = 15$$

Piden: $\overline{X} + X_m = 15,68 + 15 = 30,68$

Clave: a

PROBLEMA 33

Se hizo una encuesta entre los alumnos del ciclo semestral con la siguiente pregunta: diga usted, ¿cuál de los cursos: Aritmética (***A***); Álgebra (**X**); Geometría (***G***); Trigonometría (***T***); Física (***F***); química (***Q***) le agrada más?, si cada alumno escogió un curso de la siguiente forma:



Si 437 alumnos escogieron trigonometría **T**. ¿A cuántos les gusta geometría o aritmética?

a) 200 b) 108 c) 450
d) 270 e) 300

Resolución:

Del gráfico: $X = \frac{12}{100}(360°) = 43,2°$

$$F = \frac{24}{100}(360°) = 86,4°$$

También:

$$T = 360° - (90° + 43,2° + 18° + 86,4° + 35°)$$

$$T = 87,4°$$

Luego: $\frac{437}{87,4°} = \frac{G}{18°} = \frac{A}{90°}$

$\rightarrow$ $G = 90$

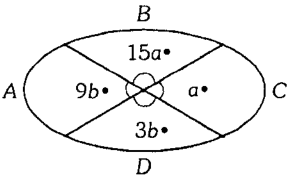
$A = 450$

Piden: $90 + 450 = 540$

Clase: c

PROBLEMA 34

Se realizó una encuesta sobre la preferencia de los lectores sobre 4 candidatos (A, B, C y D) y se obtuvo el siguiente pictograma.



Indique que tanto por ciento del total tiene el candidato favorecido si este es máximo (nota: a y b enteros)

a) 80% b) 88,23% c) 87,5%
d) 72,5% e) 60%

***Resolución*:**

Del gráfico:

$$15a + a + 3b + 9b = 360$$

$$16a + 12b = 360$$

$$4a + 3b = 90$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$21 \quad 2$$

"a" debe ser max. y "b" min.

$\therefore$ El favorecido es B:

$$15(21) = 315°$$

$$= \frac{315}{360} \times 100\% = 87,5\%$$

Clave: c

PROBLEMA 35

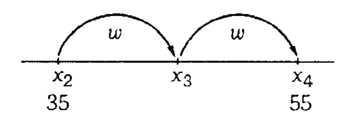
En la siguiente tabla se muestra la distribución de frecuencia de las edades de los empleados de una fábrica.

I_i	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[– ⟩					
[– ⟩	35			0,1	
[– ⟩			33	0,3	
[– ⟩	35	15			
[– ⟩			50		
Total		50			

Si los intervalos tienen igual ancho, determine la mediana.

a) 42 b) 45 c) $44,\hat{6}$
b) 48,33 e) 45,28

***Resolución*:**



$\hookrightarrow$ $35 + 2w = 55$

$$w = 10$$

$\hookrightarrow$ $f_2 = 0,1 \times 50 = 5$

$$f_3 = 0,3 \times 50 = 15$$

I_i	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[20 – 30⟩	25	13			
[30 – 40⟩	35	5	18	0,1	
xm [40 – 50⟩		15	33	0,3	
[50 – 60⟩	55	15	48		
[60 – 70⟩		2	50		
		50			

$$X_m = L_m + W_m\left(\frac{n/2 - F_{m-1}}{f_m}\right)$$

$$= 40 + 10\left(\frac{25-18}{15}\right)$$

$$= 44,\widehat{6}$$

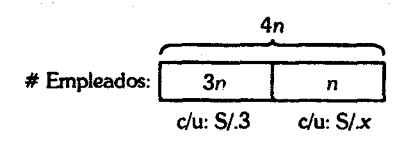
Clave: c

PROBLEMA 36

En una compañía de M empleados los $3/4$ ganan un salarios medio por hora de S/. 3,00 y el resto ganan x, si la media del salario medio por hora es S/.2,75.

a) 2,50 b) 2,00 c) 2,80
d) 3,00 e) 2,60

Resolución:



$$\frac{3(3n)+x(n)}{4n} = 2,75$$

$$9 + x = 11$$

$$x = 2$$

Clave: b

PROBLEMA 37

La siguiente tabla muestra la distribución de salarios de 40 empleados de cierta compañía.

¿Cuántos empleados ganan menos de S/. 340?

Si $h_4 = h_5$

Intervalos de salarios (S/.)	f_i	F_i	h_i	H_i
[180 – 220⟩				
[220 – 260⟩	8			0,6
[260 – 300⟩			0,2	
[300 – 340⟩				
[430 – 380⟩				

a) 28 b) 30 c) 36
d) 40 e) 48

Resolución:

De la tabla: $F_2 = 0,6 \times 40 = 24$

$$\Rightarrow \quad f_1 + f_2 = 24$$

$$f_1 + 8 = 24 \rightarrow f_1 = 16$$

Además: $f_3 = 0,2 \times 40 = 8$

Luego:

Intervalos	f_i	F_i	h_i	H_i
[180 – 220⟩	16	16		
[220 – 260⟩	8	24		0,6
[260 – 300⟩	8		0,2	
[300 – 340⟩	a			
[340 – 380⟩	a			
	50			

$$\rightarrow \quad 16 + 8 + 8 + a + a = 40$$

$$a = 4$$

$\therefore$ Ganan menos de 340:

$$16 + 8 + 8 + 4 + = 36$$

Clave: c

PROBLEMA 38

De la siguiente tabla de distribución de frecuencia.

Clases	f_i	h_i	F_i	H_i
[10 – 20⟩		0,1		
[20 – 30⟩				
[30 – 40⟩		0,3		
[40 – 50⟩	24			0,85
[50 – 60⟩	30			

Calcule: f_1

a) 20 b) 30 c) 35
b) 40 e) 50

Resolución:

De la tabla: $h_5 = 1 - 0,85 = 0,15$

Pero: $h_5 = \frac{f_5}{n}$

$0,15 = \frac{30}{n} \Rightarrow n = 200$

Luego: $f_1 = h_1 \times n$

$= 0,1 \times 200 = 20$

Clave: a

PROBLEMA 39

La tabla muestra la información referente al número de alumnos por sección.
f_i = número de secciones.

I_1	f_1	F_1	h_1	H_1
[10 – 20⟩	4			0,16
[20 – 30⟩	1			
[30 – 40⟩				0,32
[40 – 50⟩		11		
[50 – 60⟩				1,00

Determine el número de secciones que tiene de 20 a 45 alumnos.

a) 5 aprox. b) 4 aprox. c) 6 aprox.
d) 7 aprox. e) 9 aprox.

Resolución:

De la tabla: $f_1 = h_1 \times n$

$4 = 0,16 \times n$

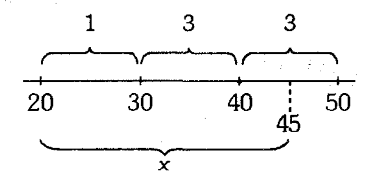
$n = 25$

Luego: $F_3 = H_3 \times n$

$F_3 = 0,32 \times 25 = 8$

Completando la tabla:

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[10 ; 20⟩	4	4		0,16
[20 ; 30⟩	1	5		
[30 ; 40⟩	3	8		0,32
[40 ; 50⟩	3	11		
[50 ; 60⟩	14			1
	25			



$x = 1 + 3 + \frac{3}{2} = 5,5 \approx 6$

Clave: c

PROBLEMA 40

De la tabla:

x_i	F_i
2	10
4	30
7	60
9	80

Calcule la desviación estándar.

a) 2,15 b) 2,36 c) 3,25
d) 4,62 e) 5,01

Resolución:

Sabemos que:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

($\overline{x^2}$: Promedio de los cuadrados)

Luego:

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
2	10	20	40
4	20	80	320
7	30	210	1470
9	20	180	1620
	80	490	3450

Luego: $\sigma^2 = \frac{3450}{80} - \left(\frac{490}{80}\right)^2$

$\sigma^2 = 43,12 - 37,51 = 5,61$

$\therefore \quad \sigma = 2,36$

Clave: b

PROBLEMA 41

Calcule la desviación estándar de:

2001 ; 2002 ; 2004 ; 2005 ; 2006

a) 1,45 b) 1,65 c) 2,35
d) 1,75 e) 1,85

Resolución:

Cuando se les resta una misma cantidad a los datos, la desviación estándar no se altera.

Es recomendable restar una cantidad.

$$\frac{2001+2006}{2} = 2003,5 = 2004$$

Luego:

x_i	x_i^1 (−2004)	x_i^2
2001	−3	9
2002	−2	4
2004	0	0
2005	1	1
2006	2	4
	−2	18

Luego:

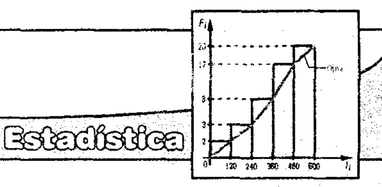
$$\sigma^2 = \frac{18}{5} - \left(\frac{-2}{5}\right)^2 = 3,44$$

$$\sigma = 1,85$$

Clave: e

Primera Práctica

Estadística



01 Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. La suma de las frecuencias absolutas es igual a 1.
II. La población es siempre mayor que la muestra.
III. La rentabilidad de un activo financiero es una variable de naturaleza discreta.
IV. Un diagrama de sectores es útil para representar gráficamente una variable continua.

a) FFFF b) VVVV c) FFVF
d) FFFV e) VFVF

02 La siguiente tabla muestra las preferencias de 40 alumnos encuestados sobre sus programas de televisión favoritos.

Programas	*fi*	*hi*
A	*a*	0,1
B	10	*b*
C	...	0,3
D	*c*	...

El valor $a+b+c$ es:

a) 10,25 b) 12,00 c) 12,50
d) 14,75 e) 18,25

03 Se tiene la siguiente tabla acerca de las edades de los obreros de una cierta empresa.

Edades	Nº de obreros
[22 ; 27⟩	14
[27 ; 32⟩	17
[32 ; 37⟩	25
[37 ; 42⟩	10
[42 ; 47⟩	14

Encontrar el porcentaje de obreros cuyas edades están comprendidas entre 35 y 40 años.

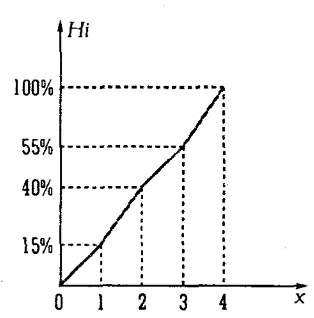
a) 20% b) 24% c) 30%
d) 32% e) 36%

04 Calcular la diferencia entre la moda y la mediana, sabiendo que la moda es 60 y pertenece al tercer intervalo.

Intervalo	*fi*
16 – 32	6
32 – 48	*n*
48 – 64	8
64 – 80	3*n*
80 – 96	3

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

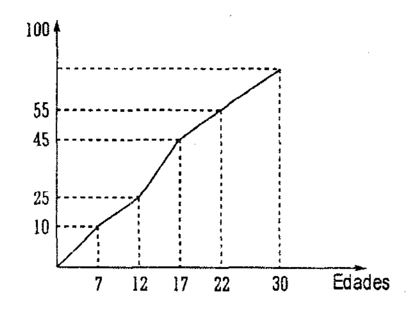
05 Para la ojiva que se muestra.



Hallar la mediana.

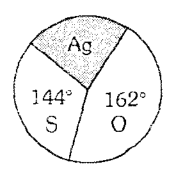
a) $2,\widehat{1}$ b) $2,\widehat{2}$ c) $2,\widehat{3}$
d) $2,\widehat{4}$ e) $2,\widehat{6}$

06 ¿Qué porcentaje de alumnos tienen edades comprendidas entre 10 y 15 años?



a) 10% b) 14% c) 18%
d) 21% e) 23%

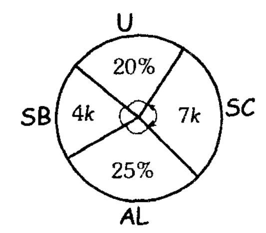
07 Una muestra mineral contiene plata, azufre y oxígeno, se examinó y se expresó mediante la gráfica:



Si la cantidad de plata en la muestra es 20 gramos, luego la masa de dicha muestra es:

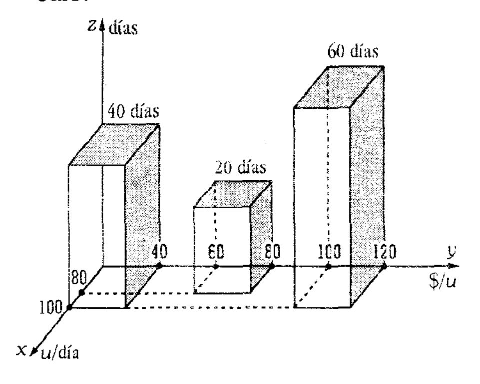
a) 131,1 b) 133,3 c) 135,6
d) 137,8 e) 140,0

08 El diagrama expresa la preferencia de 250 personas respecto a 4 equipos de fútbol: Alianza Lima, Universitario de Deportes, Sporting Cristal, Sport Boys. ¿Cuántos hinchas tiene el Sport Boys?



a) 20 b) 40 c) 50
d) 70 e) 90

09 El siguiente gráfico de barras expresa las ventas de tres tiendas comerciales en dólares. Se pide, el menor promedio de ventas de un determinado artículo.



a) 55 672,0 b) 56 241,0
c) 60 453,2 d) 117516,8
e) 85 0112,6

10 En el problema anterior, se pide: El promedio aritmético de artículos vendidos.

a) 3 657 b) 3 754 c) 3 867
d) 3 970 e) 4 230

11 Hallar la mediana de los números x.

x	Frecuencia
[0 , 5⟩	70
[5 , 10⟩	40
[10 , 15	50
[15 , 20⟩	40

a) 8,15 b) 8,25 c) 8,50
d) 8,75 e) 9,00

12 La tabla muestra algunos datos sobre las edades de 80 alumnos. Calcule la media.

Edad	fi	hi
11		0,25
12	8	
13		0,2
14		
15		0,35

a) 12,4 b) 13,2 c) 13,6
d) 14,0 e) 14,3

13 Dada la tabla incompleta de pesos de 250 alumnos, ¿qué porcentaje tiene un peso mayor o igual que 59 Kg. pero menor o igual que 69?.

Pesos (kg)	Marca de clase	fi	Fi
[, ⟩		x	
[, ⟩	54,5	x	60
[, ⟩		60	
[, ⟩	64,5	y	
[,]		x	

a) 58,2% b) 59,2% c) 60%
d) 61,2% e) 62%

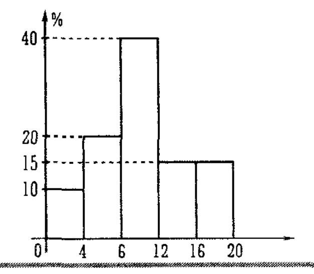
14 El profesor de matemáticas de un salón de clases, ha clasificado las notas de acuerdo a la siguiente tabla:

Notas	# de alumnos	x_i	hi
[0 , 4⟩	2		
[4 , 8⟩	8		
[8 , 12⟩	15		
[12 , 16⟩	10		
[16 , 20]	5		

Si el 20% de los alumnos no darán el examen de la unidad respectiva, ¿cuál es la nota mínima para exonerarse?.

a) 14 b) 14,8 c) 15,5
d) 15,8 e) 16

15 A partir del siguiente histograma de frecuencias relativas de notas:



¿Qué porcentaje de alumnos tuvieron una nota entre 05 y 16?

a) 60 b) 65 c) 70
d) 75 e) 80

16 Se clasificó la inversión de un grupo de compañías mineras en una tabla de distribución de frecuencias. Se sabe que la máxima inversión es de 56 millones de soles, que la amplitud de los intervalos es de 8 millones de soles, que las frecuencias absolutas correspondientes a los intervalos son 1, 16, 21, 9, 8, 3, 2. ¿Qué porcentaje de compañías invierten de 10 a 36 millones de soles?.

a) $73\frac{1}{6}$ b) $76\frac{2}{3}$ c) $81\frac{2}{3}$
b) $91\frac{1}{3}$ e) $91\frac{2}{3}$

17 A continuación se presenta la tabla que registra las estaturas de una muestra de 200 deportistas (en cm.).

Estaturas	xi	fi	Fi	hi	Hi
[150,157⟩				0,07	
[157,164⟩					0,20
[164,171⟩				0,15	
[171,178⟩					0,57
[178,185⟩		32			
[185,192⟩					
[192,199]		32			

Prescindiendo de las unidades respectivas, hallar $f_2 + F_5 + h_6 + H_5$.

a) 172,84 b) 173,84 c) 174,25
d) 175,25 e) 177

18 Según la información del problema anterior. ¿Cuántos deportistas miden entre 162 cm. y 173 cm.?

a) 48 b) 49 c) 50
d) 51 e) 52

19 Según la información del problema 17, se consideran "bajos" a aquellos deportistas con una estatura menor de 173 cm., ¿cuál es el porcentaje de "bajos" que hay en la muestra?

a) 41 b) $41\frac{2}{7}$ c) 42
d) $42\frac{2}{7}$ e) 43

20 Dada la siguiente tabla, acerca de los salarios semanales, de los trabajadores de Lima:

Salarios semanales (en soles)	fi
[80 , 120⟩	360
[120 , 160⟩	420
[160 , 200⟩	510
[200 , 240⟩	660
[240 , 280⟩	570
[280 , 320⟩	480

Si el sindicato solicita que en el nuevo pacto colectivo se establezca un salario semanal mínimo de S/.124. ¿Qué porcentaje de trabajadores se beneficiaron?

a) 12,8 b) 13,4 c) 13,8
d) 14,4 e) 14,8

21 Con un estudio realizado en cierto hospital se recogió información acerca de los pesos de 36 niños, tal como se muestra:

Peso(kg)	fi	hi	Hi
[30,00 – 31,67⟩	5		
[31,67 – 33,34⟩	5		
[33,34 – 35,01⟩	8		
[35,01 – 36,68⟩	8		
[36,68 – 38,35⟩	9		
[38,35 – 40,12⟩	1		

Si los niños que presentan un peso máximo de 33 kg o un peso de por lo menos 37 kg serán sometidos a una evaluación especial. Utilizando el cuadro, diga que porcentaje de niños será evaluado nuevamente.

a) 45,08 b) 47,98 c) 51
d) 53,25 e) 55,28

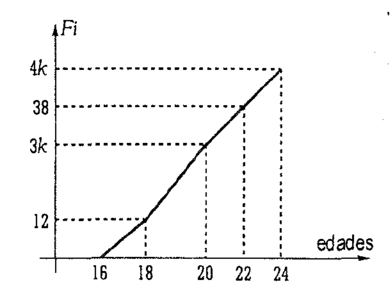
22 Se tiene la siguiente información acerca de una distribución de frecuencia de 6 intervalos, todos de igual tamaño:

- Marcas de clase del segundo y cuarto intervalo: 40 y 80 respectivamente.
- Frecuencias: $h_1 = h_6$, $h_3 = h_5$
  $h_4 = 0,25$, $h_2 = h_4 - h_1$,
  $h_3 = h_1 + 0,10$, $F_6 = 60$

Hallar $x_3 + f_4 + h_2 + H_5$

a) 75,85 b) 75,90 c) 75,95
d) 76,05 e) 76,10

23 La ojiva representa la distribución de edades de los ingresantes a una a una facultad de la **UNI**. Se sabe que 70% de los ingresantes tienen entre 17 y 21 años. ¿cuántos fueron los ingresantes a dicha facultad?



a) 48 b) 44 c) 42
d) 40 e) 35

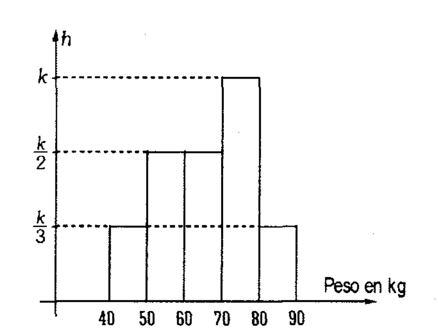
24 La tabla presenta la distribución de notas de 120 alumnos agrupados en cinco intervalos de igual amplitud.

Intervalos	x'i	fi	Fi
[, ⟩			
[26, ⟩			
[, ⟩			81
[, ⟩	66	29	
[, ⟩			

Si la nota mínima aprobatoria es 50, aprueban el 47,5%. ¿Qué porcentaje aprobaría si la nota mínima aprobatoria fuese 42.

a) 45 b) 48 c) 50
d) 57,5 e) 62,5

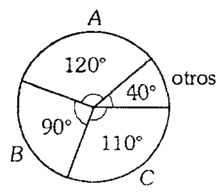
25 En el siguiente histograma, se muestran las frecuencias relativas de los pesos en kilos de un grupo de personas:



¿Qué porcentaje de las personas tiene un peso comprendido entre 60 y 80 kilos?

a) 50,25 b) 52,50 c) 54,25
e) 56,25 e) 57,50

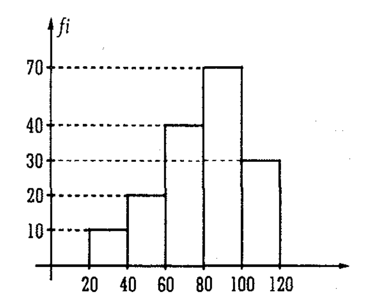
26 La producción anual de oro de los principales países productores de un continente se muestra en este gráfico.



Si la producción total es de 1 000 toneladas: ¿Cuál es la producción media entre los países *A* y *B*?

a) 224,8 b) 246,6 c) 258,24
d) 265,32 e) 291,6

27 Dado el siguiente histograma que muestra los pesos de personas. ¿Qué porcentaje pasan entre 45 kg y 95kg?



a) 36 b) 37 c) 38
d) 40 e) 63,2

28 En una distribución de frecuencias con 7 intervalos de ancho de clase común, las marcas de clase del tercero y sexto intervalo son 100 y 160 respectivamente, siendo la distribución simétrica. Se sabe que:

$$\frac{f_1}{8} = \frac{f_2}{2} = \frac{f_3}{5} = \frac{f_4}{4}$$

Hallar qué porcentaje se encuentra entre 75 y 135.

a) 46,958 b) 47,958 c) 48,958
d) 49,958 e) 49,958

29 En una clase de estadística hay 25 estudiantes varones cuya edad media es 20 años; las mujeres en promedio son 10% más jóvenes. ¿Cuántas mujeres hay si la edad media de la clase es 19 años?

a) 15 b) 18 c) 20
d) 25 e) 30

30 Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. La media es una estadística que utiliza toda la información muestral.
II. La media se ve afectada por los valores extremos.
III. La mediana se ve afectada por los valores extremos.
IV. la mediana es el valor de X que ocupa la posición central de la distribución de frecuencias.

a) VVVV b) VFVV c) VVFV
d) FVFV e) FFVV

31 Las notas del examen final de aritmética dieron la siguiente distribución de frecuencias

I_i	Marca de clase	Frecuencia Relativa	Frec. acumulada
[, ⟩		0,15	
[6 ; ⟩			0,45
[; ⟩			0,70
[; ⟩	13,5		
[;]		0,10	

El porcentaje de las notas que se encuentran aproximadamente en el intervalo [8 ; 14⟩ es:

a) 38,4 b) 39,3 c) 42,4
d) 46,8 e) 48,3

32 Las notas de 10 alumnos fueron:

08 , 09 , 09 , 10 , 10

12 , 14 , 14 , 15 , 17

Halle la suma de la media, la varianza y la desviación estándar.

a) 19,08 b) 21,03 c) 23,05
d) 24,16 e) 25,01

33 Determine la varianza de:

x_i	2	4	7	9
f_i	10	20	30	20

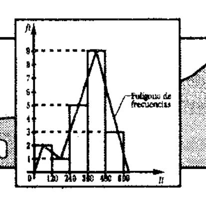
a) 4 b) 5 c) 2,25
d) 2,35 e) 5,6

34 Las edades de 6 personas tiene como media a 22,5, además como moda y mediana a 19. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener alguno de ellos, si ninguno es menor de 14.

a) 48 b) 49 c) 50
d) 51 e) 52

Segunda Práctica

Estadística



01 La tabla muestra la distribución del ingreso familiar mensual de 80 familias. Se pide determinar el número de familias que ganan menos de 800 soles mensuales.

Ingreso	f_i	F_i	h_i
$[640 ; 680\rangle$			
$[680 ; 720\rangle$	48	60	
$[720 ; 760\rangle$			0,125
$[760 ; 800\rangle$			0,075
$[800 ; 840\rangle$			

a) 70 b) 72 c) 75
d) 76 e) 78

02 Sea la tabla:

I_i	x_i	f_i
$[\overline{(2q-3)(4q)} ; \ \rangle$		1
$[\ ; \ \rangle$		2
$[\ ; \overline{(2q)q}\rangle$	38	4
$[\ ; 50\rangle$		16
$[\ ; \overline{(2q+1)(4q)}\rangle$		3

Calcular la mediana.

a) 30 b) 45 c) 50
d) 60 e) 70

03 Una red comercial dispone de 200 establecimientos. Se han observado las ventas mensuales, en miles de u. m. de cada uno de ellos y se ha obtenido la siguiente tabla:

Ventas	0-100	100-150	150-200	200-300	300-400	400-600
Número de establecimiento	26	47	73	30	14	10

Las ventas medias por establecimiento

a) 156,85 b) 168,54 c) 168,93
d) 186,75 e) 198,25

04 Dada la distribución de los ingresos familiares en miles de u.m.:

Ingresos	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Familias	10	30	40	15	5

Se puede decir que:

a) El 50% de las familias tienen una renta máxima de 18 000 u. m.
b) Más de las mitad de las familias superan los 30 000 u. m.
c) Solamente un 40% de las familias no superan las 20 000 u. m.
d) El número de familias con ingresos superiores a 30 000 u. m. es 15.
e) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

05 La tabla muestra la distribución de sueldos de 210 trabajadores de una empresa.

Sueldos	Trabajadores
700 – 800	100
800 – 900	20
900 – 1000	60
1000 – 1100	20
1100 – 1200	10

Debido al aumento la distribución de la productividad los sueldos tuvieron un incremento del 10% y adicionalmente un aumento de S/.50. Hallar el nuevo sueldo promedio.

a) 800,71 b) 900,71
c) 1000,71 d) 1100,71
e) 1200,71

06 Se tiene una distribución simétrica de 5 intervalos de clase (ancho de clase común), donde el límite inferior del segundo intervalo es 36. La moda es los $\frac{7}{2}$ del ancho de clase. Encuentre la media más mediana.

a) 124 b) 125 c) 126
d) 127 e) 128

07 De los datos de una tabla de distribución de frecuencia simétrica, con 5 intervalos de ancho de clase común se observó: $Me = 24$; $x_1 = 16$; $x_3 = 24$; $f_3 = 2f_1$; $f_5 = 2f_2$. ¿Qué porcentaje del total son menores de 30?

a) 65 b) 70 c) 75
d) 80 e) 90

08 De un cuadro de distribución de frecuencia, con cuatro intervalos de clase y ancho de clase común, la mediana excede a la media a la media en 0,4; la moda es 12,6.

Se sabe que: $f_2 = 2f_1 = \frac{f_3}{2}$

y $f_4 = \frac{f_2 + f_3}{2}$

Hallar la mediana.

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

09 La distribución de pesos de n artículos se han ordenado en una tabla de frecuencias de siete intervalos de igual ancho de clase, donde:

Valor mínimo $= 50g$
Valor máximo $= 120g$

$h_1 = h_7$; $h_3 = h_5$; $h_5 = h_6 + h_7 = 0,\widehat{36}$
$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 560$; $f_1 = 64$

¿Cuántos de estos artículos tendrán un peso mayor o igual que 60 y menor que 110 gramos?

a) 745 b) 746 c) 748
d) 750 e) 752

10 Al clasificar las notas de 0 a 100 en un examen, se obtuvo una distribución simétrica, con 5 intervalos de clase de igual ancho. Si el 10% de alumnos desaprobó con menos de 20, mientras que los $\frac{4}{10}$ del total obtuvieron notas comprendidas entre 40 y 60. ¿Qué porcentaje de alumnos una nota menor de 60?

a) 68 b) 70 c) 72
d) 75 e) 80

11 Los ingresos mensuales de una muestra de pequeños comerciantes se tabularon en una distribución de frecuencias simétricas de 5 intervalos de clase de igual amplitud resultando como ingreso mínimo \$125, marca de clase: \$300. Si el 8% de los ingresos son menores que \$165 y el 70% de los ingresos son menores que \$275. El porcentaje de ingresos son superiores a \$285 es:

a) 0,22 b) 0,24 c) 0,26
b) 0,28 e) 0,32

12 Respecto a la tabla indique verdadero (V) o falso (F):

I. 78 alumnos demoran de 5 15 minutos
II. La frecuencia relativa de 20 – 25 es 34.
III. La frecuencia relativa de 25 – 30 es 0,18. Tiempo que demoran 200 alumnos en llegar a si C. E.

Tiempo (min)	fi	hi
5 – 10 min.		0,24
10 – 15		0,15
15 – 20		...
20 – 25		0,17
25 – 30	36	...

a) VFF b) FFV c) VFV
d) FFF e) VVV

13 Completar y hallar la media, sabiendo que $f_1 = f_4$.

Intervalo	f	h	H
-			
24 -		0,4	
-	8		$0,\widehat{83}$
- 42			

a) 27,6 b) 28,6 c) 29,6
d) 30,6 e) 31,6

14 La media y la varianza de 3 números son 3,5 y 2/3 respectivamente, y la media y varianza de otros 2 números son 5 y ¼ respectivamente. Hallar la varianza de los 5 números.

a) 0,98 b) 1,00 c) 1,04
d) 1,1 e) 1,2

15 La inversión anual, en miles de dólares de una muestra de 40 pequeñas empresas fueron:

36	19	29	37	33	27	27	24	26	31
15	41	30	18	39	46	26	12	23	18
33	25	28	23	28	22	29	31	21	35
27	17	31	10	28	20	4	25	34	24

Elabore una distribución de frecuencias con 7 intervalos de clase. El porcentaje de empresas con una inversión entre 14 mil y 20 mil dólares es:

a) 8,5% b) 11,5% c) 12,5%
d) 15% e) 17,5%

16 Calcule la mediana de estas temperaturas.

T(°C)	20,5	20	19,5	19	18,5	18	17,5
N(días)	2	4	3	13	3	4	2

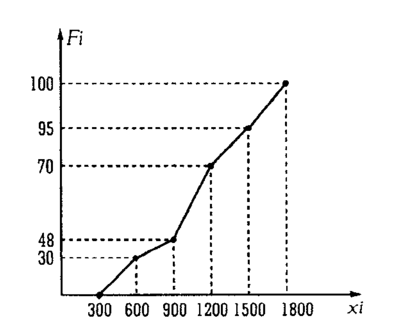
a) 18,75 b) 19,00 c) 19,5
d) 19,6 e) 19,75

17 Calcular la mediana de los siguientes datos:

Intervalo	*fi*
10 – 20	2
20 – 30	3
30 – 40	5
40 – 50	8
50 – 60	12

a) 43,00 b) 44,50 c) 45,72
d) 46,25 e) 47,20

18 En la siguiente ojiva se muestra los sueldos de los trabajadores de un organismo estatal. Hallar la diferencia entre la media y la mediana.



a) $2,\widehat{47}$ b) $3,\widehat{27}$ c) $4,\widehat{72}$
d) $6,\widehat{27}$ e) $9,\widehat{27}$

19 En los resultados de un examen se observó lo siguiente:

- 72% de los evaluados tienen a lo más nota 15.
- 47% de los evaluados tienen una nota menor que 11.
- La nota mínima aprobatoria es 11. ¿Qué porcentaje de los aprobados tiene a lo más el 75% de la nota máxima siendo esta igual a 20?

a) 48 b) 47,17 c) 46
d) 42 e) 41,3

20 Se conocen los datos de los pesos de 750 estudiantes distribuidos en 5 intervalos de base con un ancho constante e igual a 10, si la marca de clase del tercer intervalo:

$x_3 = 45kg$; $f_1 = 150$; $h_2 = 0,40$

Hallar la mediana.

a) 37,5 b) 38,5 c) 39
d) 40,5 e) 41

21 Se tiene la distribución de frecuencias con cinco intervalos de clase, cuyas frecuencias relativas son:

$$\frac{3-k}{5} ; \frac{2k+2}{5} ; \frac{k+1}{5} ; \frac{+1-3k}{5} ; \frac{k+2}{2}$$

respectivamente. Determinar los valores de k que hagan cierto el enunciado anterior.

a) $k \in \phi$ b) $k \in \left\langle 0 ; \frac{1}{3} \right\rangle$
c) $k \in \left\langle -1 ; \frac{1}{3} \right\rangle$ d) $k \in \left\langle 0 ; \frac{1}{3} \right\rangle$
e) $k \in \left\langle -\frac{1}{2} ; \frac{1}{3} \right\rangle$

22 Se tiene una distribución de frecuencias con 5 intervalos de clase cuyas frecuencias relativas son:

$$\frac{2-k}{5}\ ;\ \frac{2k}{5}\ ;\ \frac{k}{5}\ ;\ \frac{2-3k}{5}\ ;\ \frac{k+1}{5}$$

Respectivamente.
Determine los valores de k que hagan cierto el enunciado anterior.

a) $k \in \mathbb{R}^+$ b) $k \in \mathbb{R}$

c) $k \in \mathbb{R} - \left\{ x / x \in \left\langle 0; \frac{2}{3} \right\rangle \right\}$

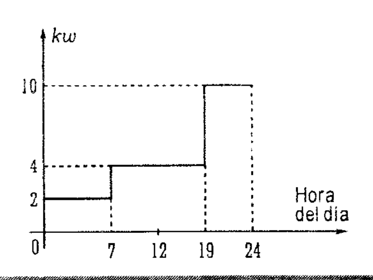
d) $k \in \mathbb{R} \left\{ x / x \in \left\langle -1; \frac{2}{3} \right] \right\}$

e) $k \in \mathbb{R} \left\{ \langle -\infty; 0] \cup \left[\frac{2}{3}; \infty \right\rangle \right\}$

23 Dada una tabla de distribución de frecuencias se sabe que $H_7 = 1$, $x_3 = 18$, $f_5 = 30$, $f_1 = 3f_2$, $h_3 = 3h_6$ $H_1 = 0,18$. Calcular la suma de la media y mediana, si la distribución es simétrica y $x_6 = 39$.

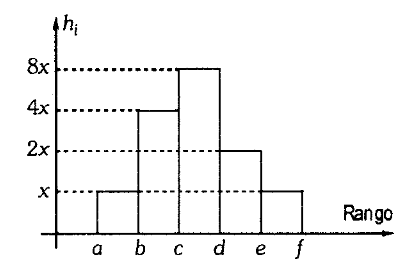
a) 25 b) 30 e) 32
d) 50 e) 60

24 En el siguiente gráfico muestra el consumo de energía durante un día en una cierta fábrica. ¿Qué porcentaje del consumo diario se consume desde los 19 hasta las 24h?



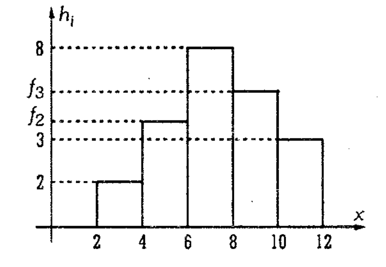
a) 34,50 b) 40,27 c) 44,64
d) 48,15 e) 52,52

25 Dado el siguiente histograma de frecuencias relativas. ¿Cuántas observaciones hay en el rango $[c, f]$ si la población es 400?



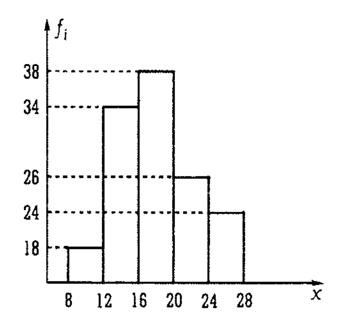
a) 215 b) 225 c) 235
d) 255 e) 275

26 En el histograma se tiene que la moda es $7,\hat{3}$, luego $f_2 + f_3$ es:



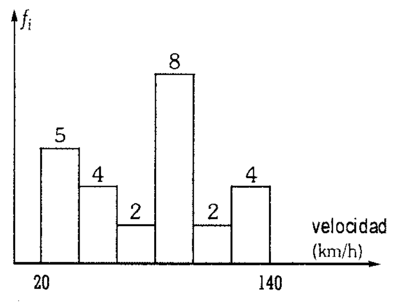
a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) A y D

27 Calcule la suma de la mediana y la moda a partir del siguiente histograma de frecuencias.



a) 36,425 b) 37,145 c) 34,895
d) 37,345 e) 37,365

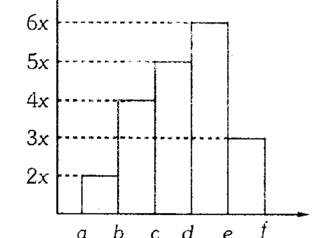
28 Un grupo de automovilistas tiene las siguientes velocidades que se reflejan en la gráfica; si se toma como promedio de velocidades, la medida que depende de los datos ordenados y no de sus respectivos valores, luego en 5 horas, recorrerán un valor medio (en Km) de:

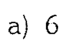


a) 411,5 b) 418,75 c) 501,60
d) 525,5 e) 530,2

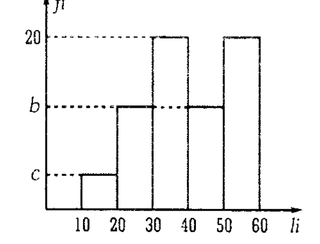
29 Dado el siguiente histograma de frecuencias relativas, halle la media aritmética de los datos comprendidos en la distribución $[c, f\rangle$, sabiendo que todos los intervalos son de igual ancho e igual a 10, siendo el total de datos 300 y la tercera marca de clase 35.

a) 32,00
b) 38,46
c) 43,57
d) 44,33
e) 50,00

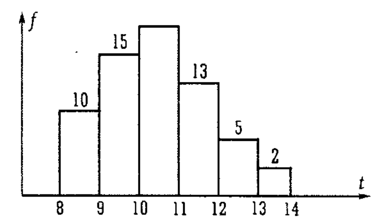



30 Dado el siguiente histograma de frecuencias, si el área encerrada por el polígono de frecuencias es $800u^2$, la media aritmética vale 37,5. Hallar la suma de las cifras del número de datos que hay en el intervalo $[40, 61\rangle$

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10



31 La distribución de los tiempos, en minutos, que utilizaron 65 personas para realizar una prueba de aptitud aparece representada en el siguiente histograma:



El porcentaje aproximado de las personas que emplearon entre 10 y 12,5 minutos es:

a) 46,8% b) 48,6% c) 52,4%
d) 54,6% e) 56,8%

Tercera Práctica

Estadística

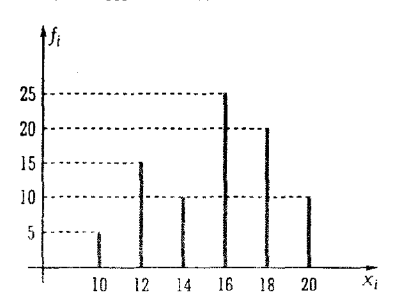
01 Se tiene 5 números de 2 cifras cada uno, cuya media es 14, cuya mediana es 15 y cuya moda es 17. Hallar la diferencia de los 2 menores números.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

02 Las marcas de clase del 2° y 4° intervalo son 8 y 14 respectivamente y las frecuencias relativas son iguales a $\frac{1}{100}\times$ marca de clase excepto el último. Para los 5 intervalos el valor $\overline{x}$ es:

a) 11,7 b) 14,6 c) 15,3
d) 15,6 e) 16,1

03 Considerando el siguiente gráfico. Calcule la media aritmética.



a) 14,0 b) 15,0 c) 15,65
d) 16,15 e) 17,15

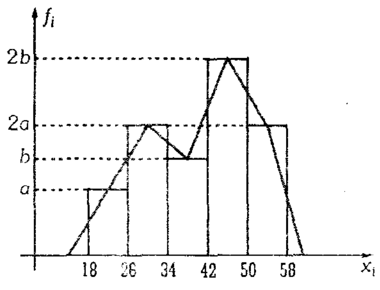
04 Se registran los salarios mensuales de los empleados de la empresa ABC.

Sueldos S/.	Frec. Absoluta
700	7
800	4
850	6
900	5
1000	3
1050	4
1200	3
1500	2
1600	3

Halle la moda + la mediana aritmética

a) 700 b) 981,08
c) 1481,08 d) 1681,08
e) 1781,08

05 En el gráfico adjunto, el área limitada por el polígono de frecuencias es $720\,u^2$ y la media 122/3. Entonces, la media armónica del doble de los números "a" y "b" es:



a) 17 b) 18,5 c) 22
d) 22,5 e) 23,0

06 Dado el conjunto de datos:

$$A = \{8, 12, 15, 17, 20, 22\}$$

a cada uno de los datos se le suma cinco unidades, obteniéndose el conjunto de datos B. Se puede afirmar que A y B tienen:

I. Medias iguales
II. Varianzas iguales
III. Desviaciones estándares iguales.

a) Sólo I b) Sólo II
c) Sólo III d) Sólo II y III
e) Todas

07 Dada la tabla incompleta de la distribución de frecuencia de las notas de 30 alumnos se pide completar la tabla, sabiendo que los intervalos de clase tienen una misma longitud y su rango es igual a 12.

Intervalos	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
				40
				35
			21	
,12 >			24	
			30	

Calcular la varianza, sabiendo que la nota aprobatoria es 10, el 20% de alumnos aprobaron con nota menos de 14.

a) 10,49 b) 11,21 c) 12,31
d) 13,24 e) 13,64

08 De una muestra de 7 datos que son enteros positivos de dos cifras, se sabe que su media aritmética es: $20\frac{2}{7}$; su mediana es 27 y su única moda es 28. determinar su varianza.

a) 59,79 b) 74,49 c) 75,24
d) 13,637 e) 13,882

09 Las notas de siete alumnos son enteros positivos tales que su media es 14, la mediana es 15, la única moda es 17; las notas de dos de ellos son primos de igual valor y de dos cifras, entonces la mayor varianza es:

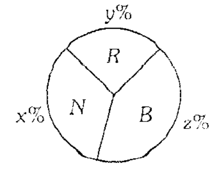
a) 8,637 b) 8,857 c) 13,428
d) 13,632 e) 13,882

10 Determine la desviación estándar de: 4, 6, 8, 2, 10 y 12

a) 3,4 b) 4,3 c) 5,3
d) 6,4 e) 7,5

11 En una encuesta de opinión acerca de las preferencias de una marca de bebida gaseosa por sus colores: negro (**N**), blanco (**B**), rojo (**R**), 20 consumidores dieron las siguientes respuestas: **N, B, B, N, R, B, B, N, N, B, N, B, B, R, N, B, N, R, N, B** con lo cual se puede construir su gráfica de sectores circulares. Se puede afirmar que $(x + y - z)$ es:

a) 10
b) 15
c) 20
d) 25
e) 27



12 Determine la varianza de x.

Intervalo	fi	Fi
[20 , 25⟩	$d-4$	
[25 , a⟩		$d+6$
[a , ⟩	$b-2$	
[b , c⟩		$3c$
[c , d⟩	$a-10$	

Ancho de clase constante.

a) 44,21 b) 48,35 c) 51,459
d) 50,325 e) 55,225

13 Se muestra las notas de 1000 alumnos correspondientes a un examen.

li	fi
[0 ; 4⟩	150
[4 ; 8⟩	300
[8 ; 12⟩	200
[12 ; 16⟩	250
[16 ; 20⟩	100

¿Qué porcentaje de los alumnos tuvieron una sola nota comprendida entre la media y la mediana.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

14 La siguiente tabla muestra la distribución de las notas en un examen. ¿Qué porcentaje tuvieron una nota comprendida entre 08 y 17?

Nota	Alumnos
0 - 5	7
5 - 10	18
10 - 15	15
15 - 20	10

a) 40,0 b) 45,0 c) 52,4
d) 62,4 e) 65,0

15 Se tiene una cafetera que tiene cuatro filtros en la cual las masas de café que quedan en los filtros se muestran en la tabla.

Filtros	m(g)
f_1	7
f_2	8
f_3	10
f_4	20

Entonces el porcentaje de café que pasó el tercer filtro es:

a) 33,3 b) 41,3 c) 44,4
d) 55,5 e) 56,6

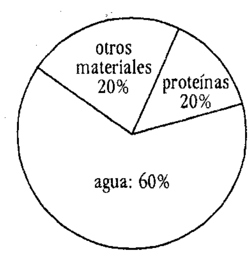
16 En la siguiente tabla se muestra los porcentajes obtenidos en una prueba calificada. ¿Qué porcentaje obtuvieron notas entre 10 y 15?

Intervalos	Cantidad
⟨0 ; 4]	120
⟨4 ; 8]	350
⟨8 ; 12]	460
⟨12 ; 16]	320
⟨16 ; 20]	250

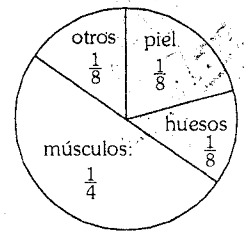
a) 29,8 b) 30,1 c) 30,4
d) 31,3 e) 32,2

17 Se tiene la siguiente información acerca del cuerpo humano:

Distribución de materiales en el cuerpo.



Distribución de proteínas



¿Qué porcentaje del peso total del cuerpo humano (75 kg), corresponden al peso total de la piel?

a) 2,5% b) 5,0% c) 7%
d) 9% e) 10%

18 Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Dados "n" valores x_i se transforman en $y_i = ax_i + b$, $\forall\, i$; a y b ctes. Si $\bar{X}$ es la media de los datos originales, la media de los datos transformados es $a\bar{X} + b$.

II. La suma algebraica de las desviaciones de n datos x_i con respecto a su media $\bar{X}$, es igual a cero.

III. La suma de los cuadrados de las desviaciones e "n" datos con respecto a su media es mínima.

a) FFF b) VFF c) FVF
d) VVF e) VVV

19 Reconstruir la siguiente distribución simétrica y determine la suma de la media, la mediana y el número de datos.

Intervalos	xi	fi	Fi	Hi
[10 ; 12⟩		7		
[12 ; 12⟩				0,24
		26		
		5		
[18 ; 20⟩				

a) 60 b) 80 c) 100
d) 120 e) 140

20 Indique verdadero (V), falso (F) en las siguientes afirmaciones (considere $\bar{x}$: media, Me: mediana, Mo: moda)

I. Si la distribución de frecuencia es simétrica entonces $\bar{x} = Me = Mo$.

II. Si la distribución es asimétrica de cola a la derecha, entonces: $Mo < Me < x$.

III. Si la distribución es asimétrica de cola a la izquierda entonces: $\bar{x} < Me < Mo$.

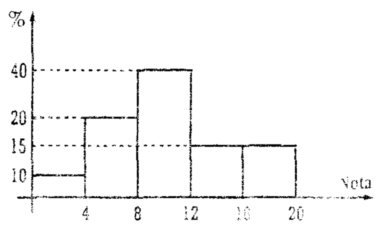
a) FFF b) VFF c) VFV
d) VVF e) VVV

21 La tabla representa las ventas mensuales de varias tiendas en miles de soles. ¿Cuál será las ventas promedio en un año aproximadamente en soles?

z_i	x_i	f_i
[0 , 2⟩		15
[2 , 4⟩		12
[4 , 6⟩		7
[6 , 8⟩		1
[8 , 10⟩		3
[10 , 12⟩		2

a) 42 600 b) 45 800 c) 47 200
d) 50 080 e) 56 200

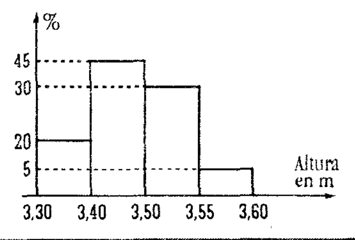
22 Se tiene el histograma de frecuencias relativas de las notas de un examen tomado en un salón:



¿Qué tanto por ciento de los alumnos tuvo una nota entre 05 y 17?

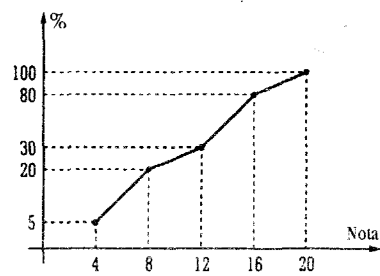
a) 71,75 b) 72,75 c) 73,75
d) 74,75 e) 75,75

23 El histograma muestra la distribución de las alturas de un grupo de postes de alumbrado público, si la altura nominal es de 3,50 m ¿ Qué porcentaje de postes se encuentran entre la media muestral y la altura nominal?



a) 17,25 b) 18,315
c) 18,5625 d) 20
e) 2145

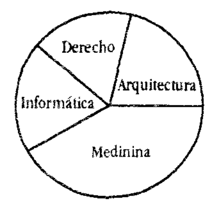
24 A partir de la ojiva:



Hallar la suma de la media y la mediana.

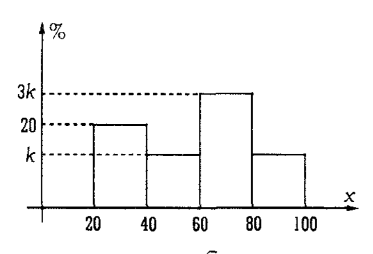
a) 26,0 b) 26,2 c) 26,4
d) 26,8 e) 27,0

25 El diagrama circular representa las preferencias de aptitud vocacional de 1200 alumnos de un centro educativo. El sector de arquitectura mide 72°, igual que el de informática.
Si medicina es el triple de derecho.
¿Cuántos prefieren derecho?



a) 90 b) 180 c) 192
d) 216 e) 240

26 En el histograma, la media es 60. Calcular la mediana.



a) 63 b) $64,\tilde{4}$ c) 65

d) $66,\hat{6}$ e) 68,5

27 Las inversiones de las compañías mineras se clasificó en una tabla de distribución de frecuencias con amplitud de intervalos de 8 millones de nuevo soles. Si las frecuencias absolutas correspondientes a los intervalos son: 1; 16; 11; 9; 8; 3 y 2; siendo la máxima inversión 56 millones de nuevos soles. ¿Qué porcentaje de compañías intervienen entre 16 y 40 millones de nuevos soles?

a) 44 b) 56 c) 62
d) 64 e) 68

28 Los promedios ponderados de 10 estudiantes son: 10,2; 12,6; 11,2; 14,4; 10,8; 16,4; 13,6; 14,9; 12,5; 11,5: Calcular la media aritmética de ellos luego de clasificación en 4 clases del mismo ancho.

a) 12,50 b) 12,91 c) 12,835
d) 12,845 e) 12,915

29 En una distribución de frecuencias con 5 intervalos se cumple:

$$f_2 = f_4 \quad , \quad f_3 = f_5 \quad , \quad h_4 + h_5 = 0,4$$

El valor de $E = \frac{F_3}{F_3 - F_1}$ es:

a) 1,25 b) 1,50 c) 2,00
d) 3,00 e) 3,25

30 A partir de la siguiente información:

Intervalos	fi	Fi	hi	Hi
[10 ; 20⟩			0,1	
[20 ; 30⟩				
[30 ; 40⟩			0,3	
[40 ; 50⟩	24			0,85
[50 ; 60⟩	30			

Calcular la mediana.

a) 31,25 b) 31,96 c) 32,23
d) 33,35 e) 35,34

31 Si 25 alumnos rindieron una prueba de aptitud; se observó que ninguno de ellos logró más de 14 puntos sobre 20. A partir del siguiente tablero; donde figuran algunos resultados.

Ii	yi	fi	Fi	yi fi
[; ⟩				15
				20
[, 8⟩			11	14
		8		
				22

Determinar el tanto por ciento de alumnos que obtuvo notas mayores que 7.

a) 16 b) 26 c) 44
d) 56 e) 60

32 Los pesos de 100 animales (en kg) están comprendidos entre 10 y 38.

Se les clasifica en una distribución de frecuencias, cuyo tamaño de clase es constante e igual a 4. Si el 35% de los animales pesa menos de 22 kg y 45% pesa 26 kg o más, hallar la suma de las cifras de la mediana, sabiendo que las frecuencias del quinto y sexto están en la relación de 5 a 3 y que la moda vale 271/3. Se sabe además que el intervalo modal es el quinto.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

33 Sea x una variable que representa sueldos de los trabajadores de una determinada empresa, donde se conoce que $M(x)$, media de x, igual a S/.800 y $V(x)$, varianza x igual a S/.50. Si la empresa decide incrementar en 20% el sueldo de cada empleado y luego descontar S/.20 ¿Cuál es la media y la varianza de los nuevos sueldos?. Dar como respuesta la suma de éstas cantidades.

a) 1 010 b) 1 011 c) 1 012
c) 1013 e) 1 014

34 Las tablas indican los pagos semanales en dólares de las dos empresas juntas es:

Empresa A	
Sueldos	Empleados
[150,160⟩	10
[160,170⟩	30
[170,180⟩	20

Empresa B	
Sueldos	Empleados
[155,165⟩	30
[165,175⟩	50
[175,185⟩	20

La desviación estándar de los pagos semanales de las dos empresas juntas es:

a) 6,85 b) 7,00 c) 7,04
d) 7,10 e) 7,12

35 ¿Qué tanto por ciento de los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 18 y 22 están comprendidos en el intervalo:

$$\langle \overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma \rangle ?$$

a) 65,6 b) 66,3 c) 66,6
b) 67,3 e) 67,6

36 Calcule la mediana y la moda de:

4 ; 0 ; 1 ; 3 ; 2 ; 4 ; 3
0 ; 4 ; 5 ; 2 ; 1 ; 4 ; 3
2 ; 1 ; 4 ; 2 ; 1 ; 4

a) 2 y 4 b) 3 y 3 c) 3,5 y 3
d) 2,5 y 4 e) 3,5 y 4,5

CLAVES ESTADÍSTICA

PRIMERA PRÁCTICA				
01. a	02. e	03. a	04. c	05. e
06. c	07. b	08. c	09. d	10. c
11. d	12. b	13. b	14. b	15. c
16. b	17. a	18. c	19. b	20. b
21. b	22. d	23. d	24. e	25. e
26. e	27. e	28. c	29. d	30. a
31. c	32. e	33. e	34. c	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. d	02. b	03. d	04. c	05. d
06. c	07. d	08. d	09. e	10. b
11. c	12. e	13. c	14. c	15. c
16. b	17. d	18. d	19. b	20. a
21. a	22. e	23. d	24. c	25. e
26. e	27. c	28. b	29. c	30. c
31. d				

TERCERA PRÁCTICA				
01. a	02. b	03. c	04. b	05. d
06. d	07. a	08. b	09. b	10. a
11. a	12. c	13. b	14. c	15. c
16. d	17. a	18. e	19. b	20. e
21. a	22. c	23. c	24. b	25. b
26. b	27. b	28. c	29. b	30. c
31. e	32. d	33. c	34. c	35. c
36. d				

LEYES DE EXPONENTES

Son aquellas definiciones y teoremas que estudian a los exponentes a través de las operaciones de potenciación y radicación.

POTENCIACIÓN

Es aquella operación matemática donde dados dos elementos llamados base (b) y exponente (n) se calcula un tercer elemento llamado potencia (p).

Notación:

$$\boxed{b^n = p} \begin{cases} b : \text{base}, \ b \in \mathbb{R} \\ n : \text{exponente}, \ n \in \mathbb{Z} \\ p : \text{potencia}, \ p \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Ejemplos:

- En $5^3 = 125$, la base es 5, el exponente es 3 y la potencia 125.
- x^2, aquí x es la base, 2 es el exponente y x^2 es una potencia indicada.

DEFINICIONES (Principales exponentes)

Exponente Natural.

Si n es cualquier entero positivo y x es un número real, definimos:

$$x^n = \begin{cases} x & ;\text{si } n=1 \\ \underbrace{x \cdot x \cdot x \ldots\ldots x}_{n \text{ veces}} & ; n \geq 2 \end{cases}$$

Ejemplos:

$$4^1 = 4$$

$$\sqrt{2}^1 = \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$$

$$-3^4 = -(3^4) = -81$$

$$-2^5 = -(2^5) = -32$$

NOTA:
Es importante que en la expresión ax^n, n es exponente de x y no de $(a \cdot x)$, al número real a se le llama el coeficiente de x^n. De la misma manera: $-ax^n$ significa $-(ax^n)$ no $(-ax)^n$. Por ejemplo tenemos:

$$3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48 \ \text{ y}$$

$$-3 \cdot 2^4 = -3 \cdot 16 = -48$$

Exponente Cero:

Si x es cualquier número real no nulo definimos:

$$\boxed{x^0 = 1}$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \;;\; (-6)^0 = 1 \;;\; (\sqrt{2})^0 = 1\;;$$

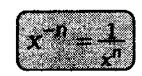
$$\left(-\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

$$-6^0 = -(6^0) = -1$$

Nótese que no hemos definido 0°, ya que la expresión no tiene un significado útil.

Exponente Negativo:

Si $\boldsymbol{x}$ es un número real no nulo y si $\boldsymbol{n}$ es un entero positivo, definimos:



$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Ejemplo:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = -\frac{1}{125}$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$$

NOTA:

Si $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ son reales no nulos, $\boldsymbol{n}$ es un entero positivo, entonces:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) = $$
$$= +\frac{81}{16}$$

Nótese no que no hemos definido 0^{-n}, esta expresión no tiene sentido, pues si $0^{-n} = \frac{1}{0^n} = \frac{1}{0}$, entonces no existe.

TEOREMA:

Si $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ son números reales y $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$ son enteros, tal que x^m, x^n, y^n existen, entonces.

E_1: $x^m x^n = x^{m+n}$

E_2: $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$; $x \neq 0$

E_3: $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$

E_4: $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$; $y \neq 0$

E_5: $(x^m)^n = x^{mn}$

Ejemplos:

$$4^3 \cdot 4^{-4} \cdot 4^2 = 4^{3-4+2} = 4^1 = 4$$

$$\frac{2^{-2}}{2^{-3}} = 2^{-2-(-3)} = 2^1 = 2$$

$\frac{18^2}{9^2} = \left(\frac{18}{9}\right)^2 = 2^2 = 4$

$5^{n+2} = 5^n \cdot 5^2 = 25 \cdot (5^n)$

$(4^x)^2 = 4^{2x} = (4^2)^x = 16^x \;\; ; \;\; x \in \mathbb{Z}$

NOTA:

Si ***x*** es un número real y ***m, n, p*** son enteros, entonces

$$X^{m^{n^p}} = X^{\left(m^{\left(n^p\right)}\right)}$$

Ejemplo:

$$2^{2^{2^{3^{0^5}}}} = 2^{2^{2^{3^0}}} = 2^{2^{2^1}} = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

RADICACIÓN EN $\mathbb{R}$:

$\sqrt[n]{a} = b$

- $\sqrt{\ }$ es el símbolo radical.
- n es el índice; $n \in N \wedge n \geq 2$
- a es el radicando (cantidad radical).
- b es la raíz enésima

Por ejemplo, en $\sqrt[3]{8} = 2$, el índice es 3, el radicando es 8 y la raíz (cúbica) es 2.

Definiciones:

- Si $a > 0$ y n es un entero positivo, $n \geq 2$, entonces existe un único número real $b > 0$, tal que $b^n = a$. El número b se llama raíz enésima de a y se denota por $\sqrt[n]{a}$.

- Si $\boldsymbol{a} < 0$ y $\boldsymbol{n}$ es un entero positivo, impar $n \geq 3$, entonces existe un $b < 0$, tal que $b^n = a$.

  En este caso, de nuevo escribimos $b = \sqrt[n]{a}$ y lo llamamos la raíz enésima de a.

- Finalmente $\sqrt[n]{0} = 0$.

De las definiciones

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ sí y sólo sí } b^n = a$$

$$n \in \mathbb{N} \;\wedge\; n \geq 2$$

NOTA:

Cuando $n = 2$, es usual escribir $\sqrt{a}$ en lugar de $\sqrt[2]{a}$ y llamar a $\sqrt{a}$ la raíz cuadrada de a. Al número $\sqrt[3]{a}$ se le llama la raíz cúbica de a.

Ejemplos:

$\sqrt[5]{32} = 2$, pues: $2^5 = 32$

$\sqrt[4]{81} = 3$, pues: $3^4 = 81$

$\sqrt[3]{-8} = -2$, pues: $(-2)^3 = -8$

$\sqrt{16} = 4$, pues $4^2 = 16$

Nótese que no hemos definido $\sqrt[n]{a}$ cuando $a<0$ y n es un entero positivo par. La razón de esto consiste en que para todo número real b, b^n es no negativo cuando n es par.

***Ejemplo*:**

$$\sqrt{4}\ ;\ \sqrt[4]{-5}\ ;\ \sqrt[6]{-100}\ ;\ldots;\ \sqrt[2n]{(-)}$$

no están definidas en $\mathbb{R}$ (no existen)

Es importante observar que $\sqrt[n]{a}$ cuando existe, es un número real único.

TEOREMA

Si n es un natural, $n \geq 2$, $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ son reales tales $\sqrt[n]{x}$ que y $\sqrt[n]{y}$ existen, entonces:

R_1 : $(\sqrt[n]{x})^n = x$

R_2 : $\sqrt[n]{x}\cdot\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x\cdot y}$

R_3 : $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$; si $y \neq 0$

R_4 : $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[mn]{x}$; si m es un natural, $m \geq 2$, y las raíces indicadas existen.

R_5 : $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & ; n \text{ es impar} \\ |x| & ; n \text{ es par} \end{cases}$

***Ejemplos*:**

$$\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{8\cdot 32} = \sqrt[4]{256} = 4$$

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$$

$$\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$$

EXPONENTES RACIONALES

Si $\boldsymbol{x}$ es un número real y $\boldsymbol{n}$ es un natural $(n \geq 2)$ entonces definimos:

$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ (suponiendo que $\sqrt[n]{x}$ existe)

***Ejemplos*:**

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4} = 2\ ;\ 9^{0,5} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

$$64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4\ ;\ 27^{0,\hat{3}} = 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3\ ;\ 16^{0,25} = 16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2$$

Definición $(x^{m/n})$

Sea $\frac{m}{n}$ un número racional irreductible y "n" tal que $\sqrt[n]{x}$, existe, definimos:

$$x^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$$

***Ejemplos*:**

$$(-27)^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{-27})^2 = (-3)^2 = 9$$

$$4^{-\frac{5}{2}} = (\sqrt{4})^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$64^{0,\hat{6}} = 64^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64}^{\,2} = 4^2 = 16$$

Capítulo: **28**

Exponentes y Radicales

$$\underbrace{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\ldots\sqrt[3]{2^{3^{n-1}}}}}}}_{(n-3)\text{ radical}}$$

Problemas Resueltos

PROBLEMA 01

Simplificar: $S=\dfrac{21^6\cdot 35^3\cdot 80^3}{15^4\cdot 14^9\cdot 30^2}$

a) 2 b) 3 c) 1
d) 22 e) 33

Resolución:

Descomponiendo cada número:

$$S=\frac{(3\times 7)^6\times(7\times 5)^3\times(2^6\times 5)^3}{(3\times 5)^4\times(2\times 7)^9\times(3\times 2\times 5)^2}$$

$$S=\frac{\cancel{3^6}\times\cancel{7^6}\times\cancel{7^3}\times\cancel{5^3}\times 2^{12}\times\cancel{5^3}}{\cancel{3^4}\times\cancel{5^4}\times 2^9\times\cancel{7^9}\times\cancel{3^2}\times 2^2\times\cancel{5^2}}$$

$$S=\frac{2^{12}}{2^{11}}=2$$

Clave: a

PROBLEMA 02

Si: $x^m\cdot y^n=3^m$; $x^n\cdot y^m=3^n$

Hallar: $S=\left(\frac{x}{y}\right)^{xy}$

a) 27 b) 3 c) 1/27
d) 1/3 e) 9

Resolución:

Multiplicando:

$$(x^m\cdot x^n)(x^n\cdot y^m)=3^m\cdot 3^n$$

$$x^{m+n}\cdot y^{m+n}=3^{m+n}$$

$$\Rightarrow\quad xy=3$$

Dividiendo: $\dfrac{x^m\cdot y^n}{x^n\cdot y^m}=\dfrac{3^m}{3^n}$

$$\frac{x^{m-n}}{y^{m-n}}=3^{m-n}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{x}{y}=3$$

Piden: $S=\left(\frac{x}{y}\right)^{xy}=3^3=27$

Clave: a

PROBLEMA 03

Efectuar:

$$E=\left(\tfrac{2}{3}\right)^{-2}+\left(-\tfrac{5}{2}\right)^{-2}+(-0\cdot 75)^3-\tfrac{4}{25}+\left(-\tfrac{4}{9}\right)^{-1}$$

a) $-\frac{27}{64}$ b) $\frac{64}{27}$ c) $\frac{-27}{64}$
d) $\frac{-17}{63}$ e) $\frac{-64}{27}$

Resolución:

$$E=\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{-2}{5}\right)^2+\left(\frac{-3}{4}\right)^3-\frac{4}{25}+\left(\frac{-9}{4}\right)$$

$$E=\cancel{\tfrac{9}{4}}+\cancel{\tfrac{4}{25}}-\tfrac{27}{64}-\cancel{\tfrac{4}{25}}-\cancel{\tfrac{9}{4}}$$

$$E=-\frac{27}{64}$$

Clave: c

NOTA:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\frac{b^n}{a^n}$$

$$\left(-\frac{a}{b}\right)^{\text{par}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\text{par}}$$

PROBLEMA 04

Reducir:

$$E=\left[\sqrt[1-\frac{1}{x}]{(x^{x^{-2}})^{x^2-1}}\right]^{\frac{x}{x+1}} \quad ; \quad x\neq 0$$

a) x^2 b) x^x c) $\sqrt[x]{x}$
d) 1 e) x

Resolución:

Operando:

$$E=\left[\sqrt[\frac{x-1}{x}]{\left(x^{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{x^2-1}}\right]^{\frac{x}{x+1}}$$

$$E=\sqrt[\frac{x-1}{x}]{x^{\frac{(x^2-1)}{x^2}\cdot\frac{x}{x+1}}}$$

$$E=x^{\frac{(x+1)(x-1)}{x^2}\cdot\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x}{x-1}}$$

$$\therefore \quad E=x$$

Clave: e

NOTA:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$\sqrt[a/b]{x}=x^{\frac{b}{a}}$$

PROBLEMA 05

Simplifique:

$$E=\sqrt[m]{\frac{2^{m+1}\cdot 5^{2m+1}-2^m\cdot 5^{2m}}{2^3\cdot 5^m+5^m}}$$

a) 10 b) 9 c) 8
d) 7 e) 5

Factorizando:

$$E=\sqrt[m]{\frac{2^m\cdot 5^{2m}(2^1\cdot 5^1-1)}{5^m(2^3+1)}}$$

$$E=\sqrt[m]{\frac{2^m\cdot 5^{2m}(\not 9)}{5^m(\not 9)}}$$

$$E=\sqrt[m]{2^m\cdot 5^m}=2\times 5=10$$

Clave: a

PROBLEMA 06

Calcular:

$$E=5^{2^{1^{965}}}+(5^{16})^{2^{12}}-(5^{2^{14}})^4$$

a) 5 b) 1 c) 25
d) 625 e) –25

Resolución:

$$E=5^{2^{1^{965}}}+(5^{2^4})^{2^{12}}-(5^{2^{14}})^{2^2}$$

$$E=5^{2^1}+\cancel{5^{2^{16}}}-\cancel{5^{2^{16}}}$$

$$E=25$$

Clave: c

PROBLEMA 07

Reducir:

$$F=\left(\frac{x}{y}\right)^{-1}\sqrt[m+n]{\frac{x^m y^{-n}}{x^{-n}y^m}}$$

a) 1 b) x c) y
d) x/y e) y/x

Resolución:

Operando:

$$F=\left(\frac{y}{x}\right)\cdot\sqrt[m+n]{\frac{x^m\cdot x^n}{y^n\cdot y^m}}$$

$$F=\frac{y}{x}\cdot\sqrt[\cancel{m+n}]{\frac{x^{\cancel{m+n}}}{y^{\cancel{m+n}}}}$$

$$F=\frac{\cancel{y}}{x}\cdot\frac{x}{\cancel{y}}=1$$

Clave: a

PROBLEMA 08

Sabiendo que: $(a+1)(b+1)=2$

Hallar: $S=\dfrac{\left(a+b\sqrt{\frac{1-b}{1+b}}\right)^{1-ab}+b}{\left(1-ab\sqrt{\frac{1-a}{1+a}}\right)^{a+b}+a}$

a) 1 b) a c) b
d) ab e) a/b

Resolución:

Como:

$$(a+1)(b+1)=2$$

$$ab+a+b+1=2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a+b=1-ab}$$

Además:

$$b+ab=1-a$$

$$b=\frac{1-a}{1+a}$$

Análogamente: $a=\dfrac{1-b}{1+b}$

Reemplazando:

$$S=\frac{\left(a+b\sqrt{\frac{1-b}{1+b}}\right)^{1-ab}+b}{\left(1-ab\sqrt{\frac{1-a}{1+a}}\right)^{a+b}+a}$$

$$S=\frac{\left(\sqrt[\cancel{1-ab}]{\frac{1-b}{1+b}}\right)^{\cancel{1-ab}}+b}{\left(\sqrt[1-ab]{\frac{1-a}{1+a}}\right)^{\cancel{1-ab}}+a}$$

$$S=\frac{\frac{1-b}{1+b}+b}{\frac{1-a}{1+a}+a}=\frac{a+b}{b+a}$$

$$\therefore \quad S=1$$

Clave: a

PROBLEMA 09

Calcular el valor de: $M=\sqrt[a-b]{\dfrac{5^{a-b}+3^{a-b}}{5^{b-a}+3^{b-a}}}$

Sabiendo que a, $b\in N$ y $a-b>2001$

a) 5 b) 3 c) 1
d) 15 e) 8

Resolución:

Invirtiendo los sumandos del denominador.

$$M=\sqrt[a-b]{\frac{5^{a-b}+3^{a-b}}{\frac{1}{5^{a-b}}+\frac{1}{3^{a-b}}}}$$

$$M=\sqrt[a-b]{\frac{\cancel{5^{a-b}+3^{a-b}}}{\frac{\cancel{5^{a-b}+3^{a-b}}}{15^{a-b}}}}$$

$$M=\sqrt[\cancel{a-b}]{15^{\cancel{a-b}}}=15$$

Clave: d

PROBLEMA 10

Si: $x^x = \sqrt{2}$

Hallar: $E = x^{x^{1+2x}}$

a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) 4
d) $\sqrt[2]{2}$ e) 8

Resolución:

Dando forma:

$$E = x^{x^{1+2x}} = x^{x^1 \cdot x^{2x}}$$

$$E = x^{x \cdot (x^x)^2}$$

$$E = x^{x \cdot (\sqrt{2})^2} = x^{2x}$$

$$E = (x^x)^2$$

$$E = \sqrt{2}^2 = 2$$

Clave: b

PROBLEMA 11

Hallar: $a^2 + 2^a$ en: $2^{a+1} + 4^a = 80$

a) 17 b) –18 c) 15
d) 3 e) –15

Resolución:

De dato:

$$2^{a+1} + 4^a = 80$$

$$2^a \cdot 2 + (2^a)^2 - 80 = 0$$

$$(2^a)^2 + 2(2^a) \ - 80 = 0$$

$$2^a \qquad -8 \rightarrow 2^a = 8$$

$$2^a \qquad +10 \qquad a = 3$$

Piden:

$$3^2 + 2^3 = 17$$

Clave: a

PROBLEMA 12

Calcular el valor de:

$$\sqrt[n^3]{\frac{20^{n^3+1}}{4^{n^3+2} + \sqrt{2}^{4+4n^3}}}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Resolución:

$$\sqrt[n^3]{\frac{20^{n^3+1}}{4^{n^3+2} + 2^{2+2n^3}}}$$

$$= \sqrt[n^3]{\frac{20^{n^3} \cdot 20}{4^{n^3+2} + 4^{1+n^3}}}$$

$$= \sqrt[n^3]{\frac{20^{n^3} \cdot \cancel{20}}{4^{n^3}\,\cancel{(4^2 + 4^1)}}}$$

$$= \sqrt[\cancel{n^3}]{5^{\cancel{n^3}}} = 5$$

Clave: d

PROBLEMA 13

Si sabemos que:

$$a^{a^a} = 4 \quad y \quad a^{-b} = \frac{1}{2}$$

Hallar:

$$E = a^{a^{a-b}}$$

a) 2 b) 3 c) 1
d) 4 e) 5

***Resolución*:**

Dando forma: $E = a^{a^{a-b}} = a^{a^{a} \cdot a^{-b}}$

$$E = (a^{a^{a}})^{a^{-b}} = (4)^{1/2}$$

$$E = \sqrt{4} = 2$$

Clave: a

PROBLEMA 14

Hallar el valor de "a" en:

$$\sqrt[\frac{5}{\sqrt{5}}]{5^{a^{3}}} = 5^{25\sqrt{5}}$$

a) 5 b) 1/5 c) 3
d) 1/3 e) –5

***Resolución*:**

De la expresión:

$$\sqrt[\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}}]{5^{a^{3}}} = 5^{25\sqrt{5}}$$

$$5^{\frac{a^3}{\sqrt{5}}} = 5^{25\sqrt{5}}$$

$$\frac{a^3}{\sqrt{5}} = 25\sqrt{5}$$

$$a^3 = 125$$

$$\therefore \quad a = 5$$

Clave: a

PROBLEMA 15

Hallar el valor de "x" en:

$$x^{3^{-4^{-2^{-1}}}} = (\sqrt{3})^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

a) 3 b) $\sqrt{3}$ c) 2
d) 1 e) Absurdo

***Resoluciones*:**

Como:

$$3^{-4^{-2^{-1}}} = 3^{-4^{1/2}} = 3^{-\frac{1}{\sqrt{4}}} = 3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Tenemos:

$$x^{1/\sqrt{3}} = (\sqrt{3})^{\sqrt{3}/3}$$

$$x^{1/\sqrt{3}} = (\sqrt{3})^{1/\sqrt{3}}$$

Comparando: $x = \sqrt{3}$

Clave: b

PROBLEMA 16

Hallar "x" en: $x^{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

a) 1/256 b) 265 c) 14
d) 1/4 e) 0.5

***Resolución*:**

Dando forma:

$$x^{x^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x^{x^{1/2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}$$

Elevando a la $1/2$ tenemos:

$$\left(x^{x^{1/2}}\right)^{1/2} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}\right)^{1/2}$$

$$\left(x^{1/2}\right)^{x^{1/2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$(x^{1/2})^{x^{1/2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}\times\frac{4}{4}}$$

$$\left(x^{1/2}\right)^{x^{1/2}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{16}}$$

Comparando:

$$x^{1/2}=\frac{1}{16}$$

$$\therefore \qquad x=\frac{1}{256}$$

Clave: a

PROBLEMA 17

Si: $n^{n^{n^n}}=2$

Hallar: $E=n^{n^{n^{n+n^{n^n}}}}$

a) 4 b) 5 c) 1
d) 2 e) ¼

Resolución:

Dando forma a "E" :

$$E=n^{n^{n^{n+n^{n^n}}}}$$

$$E=n^{n^{n^n\cdot n^{n^{n^n}}}}$$

$$E=\left(n^{n^{n^n}}\right)^{n^{n^{n^n}}}$$

$$E=(2)^2=4$$

Clave: a

PROBLEMA 18

Si: $a^{a^a}=2$

Hallar: $E=a^{a^a+a^{a+a^a}}$

a) 16 b) 4 e) 32
d) 8 e) absurdo

Resolución:

De lo que nos piden:

$$E=a^{a^a+a^{a+a^a}}$$

$$E=a^{a^a+a^a\cdot a^{a^a}}$$

$$E=a^{a^a+2a^a}=a^{3a^a}$$

$$E=\left(a^{a^a}\right)^3=2^3=8$$

Clave: d

PROBLEMA 19

Simplifique: $M=\dfrac{\sqrt[a]{x^b}+\sqrt[b]{x^a}}{x^a+x^b}$

Para: $a+b=ab$

a) x b) 1 c) x^{-1}
d) x^a e) x^b

Resolución:

$$M=\frac{(x^{\frac{b}{a}}+x^{\frac{a}{b}})\cdot x}{(x^a+x^b)\cdot x}$$

$$M=\frac{x^{\frac{b}{a}+1}+x^{\frac{a}{b}+1}}{(x^a+x^b)x}$$

$$M=\frac{x^{\frac{b+a}{a}}+x^{\frac{a+b}{b}}}{(x^a+x^b)x}$$

Como: $a+b=ab$

$$M=\frac{x^{\frac{ab}{a}}+x^{\frac{ab}{b}}}{(x^a+x^b)x}$$

$$M=\frac{\cancel{x^b+x^a}}{(\cancel{x^a+x^b})x}$$

$\therefore \quad M = \frac{1}{x} = x^{-1}$

Clave: c

PROBLEMA 20

Simplificar:

$$E = \frac{\sqrt{4\sqrt{4\sqrt{4\ldots}}}}{\sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt[3]{\frac{16}{\vdots}}}}}}}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 6 e) 8

Resolución:

Calculando el numerador:

$$N = \sqrt{4\sqrt{4\sqrt{4\sqrt{4\ldots}}}}$$

$$N = \sqrt{4N}$$

$$N^2 = 4N$$

$$N = 4$$

Calculando el denominador:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt[3]{\frac{16}{\vdots}}}}}} \quad \text{(}D\text{)}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{16}{D}}$$

$$D^3 = \frac{16}{D}$$

$$D^4 = 16$$

$$D = 2$$

Luego:

$$E = \frac{4}{2} = 2$$

Clave: b

PROBLEMA 21

Al reducir:

$$\underbrace{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\ldots\sqrt[3]{2^{3^{n-1}}}}}}}_{(n-3)\text{ radicales}} \quad ; \quad \text{se obtiene:}$$

a) 2 b) 8 c) 64
d) 256 c) 512

Resolución:

$$\underbrace{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\ldots\sqrt[3]{2^{3^{n-1}}}}}}}_{(n-3)\text{ radical}}$$

$$= \sqrt[\overbrace{3\cdot 3\cdot 3\ldots 3}^{(n-3)\text{ veces}}]{2^{3^{n-1}}}$$

$$= \sqrt[3^{n-3}]{2^{3^{n-1}}}$$

$$= 2^{\frac{3^{n-1}}{3^{n-3}}} = 2^{3^2}$$

$$= 2^9 = 512$$

Clave: e

PROBLEMA 22

Resuelve:

$$\sqrt[\sqrt[3x]{81}]{27} = 3$$

a) 2/3 b) 3/4 c) 4/3
d) 3/2 e) 1/3

Resolución:

Operando: $\sqrt[3x]{\sqrt[81]{3^3}} = 3^1$

Igualando: $\sqrt[3x]{81} = 3$

$\sqrt[3x]{3^4} = 3^1$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

Clave: c

PROBLEMA 23

Resuelve: $x^{x^3} = 36$

Indica el valor de x.

a) $6^{1/3}$ b) $3^{1/4}$ c) $8^{1/4}$
d) $3^{1/2}$ e) $3 \cdot 2^{1/2}$

Resolución:

Elevando al cubo:

$x^{x^3} = 36$

$\left(x^{x^3}\right)^3 = 36^3$

$(x^3)^{x^3} = (6^2)^3$

$(x^3)^{x^3} = 6^6$

Comparando: $x^3 = 6$

$x = 6^{1/3}$

Clave: a

PROBLEMA 24

Al simplificar: $E = \frac{3^{n-1} + 3^{n-3}}{3^{n-4} + 3^{n-6}} + \frac{2^{n-1} + 2^{n-3}}{2^{n-4} + 2^{n-6}}$

a) 1 b) 5 c) 9
d) 28 e) 35

Resolución:

Tomando el menor sumando:

$$E = \frac{3^{n-3}\,(3^2+1)}{3^{n-6}\,(3^2+1)} + \frac{2^{n-3}\,(2^2+1)}{2^{n-6}\,(2^2+1)}$$

$$E = 3^3 + 2^3 = 27 + 8$$

$$E = 35$$

Clave: e

PROBLEMA 25

Indique el exponente final de 3 en

$$\frac{\overbrace{3^2 \cdot 3^2 \ldots 3^2}^{(b+1)\text{ veces}}}{\underbrace{3^b + 3^b + \ldots + 3^b}_{27\text{ veces}}}$$

a) b b) $b-1$ c) $b+1$
d) $b+2$ e) $b-2$

Resolución:

$$\frac{\overbrace{3^2 \cdot 3^2 \ldots 3^2}^{(b+1)\text{ veces}}}{\underbrace{3^b + 3^b + \ldots + 3^b}_{27\text{ veces}}}$$

$$= \frac{(3^2)^{b+1}}{27(3^b)} = \frac{3^{2b+2}}{3^3 \cdot 3^b}$$

$$= \frac{3^{2b+2}}{3^{b+3}} = 3^{b-1}$$

Exponente final: $b-1$

Clave: b

PROBLEMA 26

Si: $2^{x-2}=3$

Calcule el valor de $3\cdot 4^{2-x}$

a) 12 b) 3/4 c) 1/3
d) 2/3 e) 4/9

Resolución:

Como: $2^{x-2}=3$

$$\frac{2^x}{2^2}=3$$

$$2^x=12$$

Piden: $3\cdot 4^{2-x}=\frac{3\cdot 4^2}{4^x}$

$$=\frac{3\cdot 16}{12^2}=\frac{\cancel{48}}{\cancel{144}}=\frac{1}{3}$$

Clave: c

PROBLEMA 27

Si $x\in N$ y además

$$\frac{\overbrace{x^{80}+x^{80}+\ldots+x^{80}}^{16\text{ veces}}}{\underbrace{16\cdot 16\ldots 16}_{15\text{ veces}}}=16^{26}$$

Calcule x^2-1

a) 15 b) 8 c) 1
d) 3 e) 24

Resolución:

$$\frac{\overbrace{x^{80}+x^{80}+\ldots+x^{80}}^{16\text{ veces}}}{\underbrace{16\cdot 16\ldots 16}_{15\text{ veces}}}=16^{26}$$

$$\frac{16(x^{80})}{16^{15}}=16^{26}$$

$$16(x^{80})=16^{41}$$

$$x^{80}=16^{40}$$

$$x^2=16$$

$\therefore\ x=4$

Piden: $x^2-1=4^2-1=15$

Clave: a

PROBLEMA 28

Si $8^{3^{5x}}=2^{81^{2x}}$

Halle el valor de x^{-1}

a) 1 b) 2 c) 1/3
d) 3 e) 1/2

Resolución:

Igualando bases:

$$8^{3^{5x}}=2^{81^{2x}}$$

$$8^{3^{5x}}=2^{(3^4)^{2x}}$$

$$8^{3^{5x}}=2^{3^{8x}}$$

$$(2^{3})^{3^{5x}}=2^{3^{8x}}$$

$$2^{3^1\cdot 3^{5x}}=2^{3^{8x}}$$

$$2^{3^{1+5x}}=2^{3^{8x}}$$

$$\rightarrow\ 1+5x=8x$$

$$x=1/3$$

$\therefore\quad x^{-1}=3$

Clave: d

PROBLEMA 29

Halle el exponente final de x al reducir

$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x}}{(\sqrt{x})^3}}$$

a) $-\frac{11}{12}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{7}{12}$
d) $\frac{5}{12}$ e) $-\frac{7}{6}$

Resolución:

$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}^3}} = \sqrt{\frac{x^{1/3}}{x^{3/2}}}$$

$$\sqrt{x^{\frac{1}{3}-\frac{3}{2}}} = \sqrt{x^{-7/6}}$$

$$x^{-\frac{7}{6}\cdot\frac{1}{2}} = x^{-\frac{7}{12}}$$

Clave: c

PROBLEMA 30

Si $a = 64b$ y $b \in R^+$, entonces halle el resultado de la expresión:

$$\frac{\sqrt{b\sqrt{a}}\ \sqrt{a}}{\sqrt{a\sqrt{b}}\ \sqrt{b}}$$

a) 8 b) $2\sqrt{2}$ c) 4
d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt[4]{8}$

Resolución:

$$\frac{\sqrt{b\sqrt{a}}\sqrt{a}}{\sqrt{a\sqrt{b}}\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{b\sqrt{a}}{a\sqrt{b}}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$= \sqrt{\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Como: $a = 64b$

$$\frac{a}{b} = 64$$

Reemplazando:

$$\sqrt{\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{1}{64}\sqrt{64}} \cdot \sqrt{64}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\cancel{64}} \cdot \cancel{8}} \cdot 8$$

$$= \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot 8 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Clave: b

PROBLEMA 31

Reduzca: $\left(\dfrac{\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}}{\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^{-1}}}}\right)^9$

a) x^9 b) $\sqrt{x^3}$ c) x^4
d) x^6 e) $\sqrt[4]{x^3}$

Resolución:

Aplicando la regla práctica:

× + × +

$$\Rightarrow \sqrt[2]{x^1 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[2]{x^1}}}$$

$$= \sqrt[2\times3\times2]{x^{11}} = \sqrt[12]{x^{11}}$$

× +

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^1\sqrt[4]{x^{-1}}} = \sqrt[3\times4]{x^3}$$

$$= \sqrt[12]{x^3}$$

Piden: $\left(\dfrac{\sqrt[12]{x^{11}}}{\sqrt[12]{x^3}}\right)^9 = \left(\sqrt[12]{x^8}\right)^9$

$$= \sqrt[12]{x^{72}} = x^6$$

Clave: d

PROBLEMA 32

Reducir: $E=\sqrt{\dfrac{6(4^{1+2a})-256^{\frac{a}{2}}}{2^{4+a}+3(2^{1+a})+8^{\frac{a}{3}}}}$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 64

Resolución:

$$E=\sqrt[a]{\dfrac{6(4^1\cdot 4^{2a})-(2^8)^{\frac{a}{2}}}{2^4\cdot 2^a+3(2^1\cdot 2^a)+(2^3)^{\frac{a}{3}}}}$$

$$E=\sqrt[a]{\dfrac{24\cdot(2^2)^{2a}-2^{4a}}{16\cdot 2^a+6\cdot 2^a+2^a}}$$

$$E=\sqrt[a]{\dfrac{\cancel{23}\cdot 2^{4a}}{\cancel{23}\cdot 2^a}}$$

$$E=\sqrt[\cancel{a}]{2^{3\cancel{a}}}=2^3=8$$

Clave: d

PROBLEMA 33

Halle el valor de E, si $a^2b=a^2c+bc^2$

$$E=\sqrt[a+b]{\left[\dfrac{\sqrt[a]{x^{b+c}}\,\sqrt[b]{x^{c+a}}\,\sqrt[c]{x^{a+b}}}{\sqrt[a]{x^{b-c}}\,\sqrt[b]{x^{c-a}}\,\sqrt[a]{x^{a-b}}}\right]^{\frac{c}{2}}}$$

a) x^3 b) x^4 c) x^2
d) x e) $x-1$

Resolución:

Como:

$$E=\sqrt[a+b]{\left[\dfrac{\sqrt[a]{x^{b+c}}\cdot\sqrt[b]{c^{c+a}}\cdot\sqrt[c]{x^{a+b}}}{\sqrt[a]{x^{b-c}}\cdot\sqrt[b]{x^{c-a}}\cdot\sqrt[c]{x^{a-b}}}\right]^{\frac{c}{2}}}$$

$$E=\sqrt[a+b]{\left(\sqrt[a]{\dfrac{x^{b+c}}{x^{b-c}}}\cdot\sqrt[b]{\dfrac{x^{c+a}}{x^{c-a}}}\cdot\sqrt[c]{\dfrac{x^{a+b}}{x^{a-b}}}\right)^{\frac{c}{2}}}$$

$$E=\sqrt[a+b]{\left[\sqrt[a]{x^{2c}}\cdot\sqrt[b]{x^{2a}}\cdot\sqrt[c]{x^{2b}}\right]^{\frac{c}{2}}}$$

$$E=\sqrt[a+b]{\left(x^{\frac{\cancel{2}c}{a}+\frac{\cancel{2}a}{b}+\frac{\cancel{2}b}{c}}\right)^{\frac{c}{\cancel{2}}}}$$

$$E=\sqrt[a+b]{\left(x^{\frac{c^2b+a^2c+b^2a}{ab\cancel{c}}}\right)^{\cancel{c}}}$$

Como: $a^2c+c^2b=a^2b$

$$E=\sqrt[a+b]{x^{\frac{a^2b+b^2a}{ab}}}$$

$$E=\sqrt[\cancel{a+b}]{x^{\frac{\cancel{ab}(\cancel{a+b})}{\cancel{ab}}}}$$

$\therefore\ E=x$

Clave: d

PROBLEMA 34

Si $\{a,b,c\}\subset R^+$ tal que $abc=16$; calcule el valor de:

$$\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{c}}}\cdot\sqrt{c\sqrt{a\sqrt{b}}}\cdot\sqrt{b\sqrt{c\sqrt{a}}}$$

a) 8 b) 16 c) $8\sqrt{2}$
d) $\sqrt{32}$ e) $\sqrt{128}$

Resolución:

Agrupando:

$$\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{c}}}\cdot\sqrt{c\sqrt{a\sqrt{b}}}\cdot\sqrt{b\sqrt{c\sqrt{a}}}$$

$$= \sqrt{abc\sqrt{abc\sqrt{abc}}}$$

$$= \sqrt{16\sqrt{16\sqrt{16}}}$$

$$= \sqrt{16\sqrt{16.4}}$$

$$= \sqrt{16 \cdot 8}$$

$$= 8\sqrt{2}$$

Clave: c

PROBLEMA 35

Calcular "x" en: $\sqrt[7]{\dfrac{a^{16}+a^{x}}{a^{x}+a^{2}}} = a$

a) 5 b) 7 c) 9
d) 11 e) 13

Resolución:

$$\sqrt[7]{\frac{a^{16}+a^{x}}{a^{x}+a^{2}}} = a$$

$$\frac{a^{16}+a^{x}}{a^{x}+a^{2}} = a^{7}$$

$$a^{16}+a^{x} = a^{7}\cdot a^{x}+a^{9}$$

$$a^{16}-a^{9} = a^{7}\cdot a^{x}-a^{x}$$

$$a^{9}(\cancel{a^{7}-1}) = a^{x}(\cancel{a^{7}-1})$$

$$a^{9} = a^{x}$$

$\therefore \quad x = 9$

Clave: c

PROBLEMA 36

Sabiendo que la expresión "R" tiene "n" radicales, simplificar:

$$R = \left[x \cdot \sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}\cdots\sqrt{\frac{1}{x}}}}}\right]^{2^{n+1}}$$

a) x^{2} b) x c) x^{-1}
d) x^{n} e) x^{-n}

Resolución:

Se observa que:

$$\sqrt{\frac{1}{x}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}}}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{7}{8}}$$

$$\underbrace{\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}\cdots\sqrt{\frac{1}{x}}}}}}_{n\text{ radicales}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2^{n}-1}{2^{n}}}$$

Luego: $R = \left[x^{1}\cdot\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{2^{n}-1}{2^{n}}}\right]^{2^{n}\cdot 2}$

$$R = \left(x^{\frac{1}{2^{n}}}\right)^{2^{n}\cdot 2} = x^{2}$$

Clave: a

PROBLEMA 37

Sean $\{m;n;p\} \subset \mathbb{N}$ tal que:

$$\frac{m}{m+n}+\frac{n}{n+p}+\frac{p}{m+p} = 4$$

Reducir: $K = \dfrac{\sqrt[m+n]{2^{m-n}}\cdot\sqrt[n+p]{2^{n-p}}}{\sqrt[m+p]{2^{m-p}}}$

a) 2 b) 1 c) 16
d) 32 e) 128

Resolución:

$$K=\frac{2^{\frac{m-n}{m+n}}\cdot 2^{\frac{n-p}{n+p}}}{2^{\frac{m-p}{m+p}}}$$

$$K=2^{\frac{m-n}{m+n}+\frac{n-p}{n+p}+\frac{p-m}{m+p}}$$

En el dato: $(\times 2)$

$$\frac{2m}{m+n}+\frac{2n}{n+p}+\frac{2p}{m+p}=8$$

$$\frac{2m}{m+n}-1+\frac{2n}{n+p}-1+\frac{2p}{m+p}-1=5$$

$$\frac{m-n}{m+n}+\frac{n-p}{n+p}+\frac{p-m}{m+p}=5$$

Remplazando: $K=2^5=32$

Clave: d

PROBLEMA 38

Simplificar:

$$M=\frac{\sqrt{x^{n+1}\sqrt[3]{x^{n+2}\sqrt[4]{x^{n+3}\ldots\sqrt[n]{x^{2n-1}}}}}}{\sqrt{x^n\sqrt[3]{x^n\sqrt[4]{x^n\ldots\sqrt[n]{x^n}}}}}$$

a) $\sqrt[n!]{x}$ b) $\frac{1}{\sqrt[n!]{x}}$ c) $\frac{\sqrt[n!]{x}}{x}$
d) $\frac{x}{\sqrt[n!]{x}}$ e) x

Resolución:

Agrupando:

$$M=\sqrt{\frac{x^{n+1}}{x^n}\sqrt[3]{\frac{x^{n+2}}{x^n}\sqrt[4]{\frac{x^{n+3}}{x}\ldots\sqrt[n]{\frac{x^{2n-1}}{x^n}}}}}$$

$$M=\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x^3\ldots\sqrt[n]{x^{n-1}}}}}$$

Aplicando inducción:

$n=2$

$$\sqrt{x}=\sqrt[2!]{x^1}=\sqrt[2!]{x^{2!-1}}$$

$n=3$

$$\sqrt{x\sqrt[3]{x^2}}=\sqrt[3!]{x^5}=\sqrt[3!]{x^{3!-1}}$$

$n=4$

$$\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x^3}}}=\sqrt[4!]{x^{23}}=\sqrt[4!]{x^{4!-1}}$$

$$M=\sqrt[n!]{x^{n!-1}}=\sqrt[n!]{\frac{x^{n!}}{x}}$$

$$M=\frac{x}{\sqrt[n!]{x}}$$

Clave: d

PROBLEMA 39

Luego de resolver:

$$x^{(x-1)^2}=2x+1\ ;\ x>0$$

Indique el valor de: $\left(x^{\sqrt{2}-1}\right)^x$

a) $3+2\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$
c) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ d) $1-\sqrt{2}$
e) $3-2\sqrt{2}$

Resolución:

En el dato:

$$x^{(x-1)^2}=2x+1$$

$$x^{x^2-2x+1}=2x+1$$

$$\frac{x^{x^2+1}}{x^{2x}}=(2x+1)$$

$$x^{x^2+1}=(2x+1)x^{2x}$$

$$x\cdot x^{x^2}=(2x+1)x^{2x}$$

Multiplicando por x:

$$(x^2)x^{(x^2)}=(2x+1)x^{2x+1}$$

Comparando: $x^2=2x+1$

Luego: $x^2-2x=1$

$$x^2-2x+1=2$$

$$(x-1)^2=2$$

$\therefore \quad x=\sqrt{2}+1$

Piden:

$$\left((\sqrt{2}+1)^{\sqrt{2}-1}\right)^{\sqrt{2}+1}=(\sqrt{2}+1)^{\sqrt{2}^2-1^2}$$

$$=\sqrt{2}+1$$

$$=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$$

$$=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

Clave: b

PROBLEMA 40

Siendo:

$$A=\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16\ldots}}}}$$

$$B=\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x^4\sqrt[9]{x^{24}\sqrt[17]{x^{240}\ldots}}}}$$

Calcule el valor aproximado de:

$$\frac{AB}{x}$$

a) 4 b) 2 c) 8
d) 1 e) 0

Resolución:

$$A=\sqrt{2^1\sqrt{2^2\sqrt{2^3\sqrt{2^4\ldots}}}}$$

Tomando los exponentes.

$$S=\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\ldots$$

$$\frac{S}{2}=\frac{1}{4}+\frac{2}{8}+\frac{3}{16}+\frac{4}{32}+\ldots \quad (-)$$

$$\frac{S}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots$$

$\times\frac{1}{4}$ $\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{2}$

$$\frac{S}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\Rightarrow S=2$$

$$\Rightarrow A=2^2=4$$

$$B=\sqrt[3]{x^5\sqrt[5]{x^4\sqrt[9]{x^{24}\sqrt[17]{x^{240}}}}}$$

Razonando inductivamente:

1 radical:

$$\sqrt[3]{x}=\sqrt[2+1]{x^{2^1-1}}$$

2 radicales:

$$\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x^4}}=\sqrt[\cancel{15}]{x^{\cancel{9}}}=\sqrt[5]{x^3}=\sqrt[2^2+1]{x^{2^2-1}}$$

3 radicales:

$$\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x^4\sqrt[9]{x^{24}}}}=\sqrt[135]{x^{105}}$$

$$\vdots \qquad =\sqrt[9]{x^7}=\sqrt[2^3+1]{x^{2^3-1}}$$

n radicales:

$$B=\sqrt[2^n+1]{x^{2^n-1}}=x^{\frac{2^n-1}{2^n+1}}$$

$$=x^{\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{2^n}}}$$

Como: $n\to\infty \Rightarrow 1/2^n\approx 0$

Luego: $B=x^{\frac{1-0}{1+0}}=x$

Reemplazando en lo que piden:

$$\frac{AB}{x}=\frac{4\cdot \cancel{x}}{\cancel{x}}=4$$

Clave: a

PROBLEMA 41

Determine el valor de x:

$$x^{x^x}=2^{-\sqrt{2}}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{1}{16}$ e) $\frac{1}{4}$

***Resolución*:**

Dando forma:

$$x^{x^x}=2^{-\sqrt{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$$

$$x^{x^x}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2^{\frac{1}{2}}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2^{1-\frac{1}{2}}}$$

$$x^{x^x}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot 2^{-\frac{1}{2}}}$$

$$x^{x^x}=\left(\frac{1}{4}\right)^{2^{-\frac{1}{2}}}=\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$x^{x^x}=\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}\times\frac{2}{2}}}$$

$$x^{x^x}=\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}}$$

Comparando: $x=\frac{1}{4}$

Clave: e

Primera Práctica

Exponentes y Radicales

$P = \left(a^{a^{a^6}}\right)^{\sqrt{3}}$

01 Resolver:

$$X^{X-1} = \sqrt{2}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) $\frac{2}{3}$
d) $-\frac{1}{2}$ e) -2

02 Si $x^x = 2$

Calcular el valor de: $x^{x^{1+2\cdot x^{1+x}}}$

a) 2^{16} b) 2^{15} c) 2^{-16}
d) 2^{-15} e) -2^{16}

03 Reducir:

$$\frac{2^5 4^5 6^5 8^5 \ldots (2n)^5}{2^5 3^5 4^5 \ldots (n)^5} \quad , \quad n > 10$$

a) 32^n b) 27^n c) 32^{-n}
d) 32^{-2n} e) -32^n

04 Si se cumple que:

$$2^{22} + 1024 = 1024a$$

Calcular: $2^{2^{2^2}} - \left((2^2)^4\right)^{0.5} \cdot a$

a) 16 b) 15 c) 14
a) -16 e) 12

05 Calcular el valor de "n", si:

$$(n\sqrt{n})^{\frac{1}{n\sqrt{n}}} = \left[\left(\left(\left(2^{1+\frac{1}{1}}\right)^{1+\frac{1}{2}}\right)^{1+\frac{1}{3}}\right)^{1+\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{10}}$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $2\sqrt[4]{3}$
d) $2\sqrt{3}$ d) $-\sqrt[4]{3}$

06 Si $a^{2a^6} = 3$; $a > 0$.

Calcular: $P = \left(a^{a^{a^6}}\right)^{\sqrt{3}}$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[4]{3}$ c) $2\sqrt[4]{3}$
d) 2 e) 3

07 Luego de efectuar

$$\left[256^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}(1-\sqrt{8})}}\right]^{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2^{\frac{1}{2}}}}$$

Se obtiene:

a) $\sqrt{3}$ b) 3 c) 5
d) 4 e) 2

08 De la igualdad:

$$x^{(x-1)^2} = 2x+1 \quad ; \quad x > 0 \quad ; \quad x \neq 1$$

Calcular $x - \frac{1}{x}$

a) 2 b) 3 c) 4
d) –2 e) –3

09 Si $x=\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}$, además

$y=2^{\frac{x}{3}}$. Calcular $M=\sqrt[x-1]{y+2}$

a) 1 b) 3 c) 4
d) 2 e) 5

10 Simplificar $\forall\ x\in N-\{1\}$

$$E=\frac{\sqrt[x]{2^x+3^{-x}}+\sqrt[x]{2^{-x}+3^x}}{\sqrt[x]{6^x+1}}$$

a) $\frac{5}{6}$ b) $-\frac{5}{6}$ c) $\frac{6}{5}$
d) 5 e) 6

11 Si $x^{\sqrt{x}}=4$

Calcular el valor de:

$$Q=\left[x^{\left(\frac{1}{2^{10}}\right)}\cdot x^{x^{\left(\frac{1}{2}+\sqrt{x}\right)}}\right]^{\sqrt{x}}$$

d) $6^{1/4}$ b) 4 c) $2^{1/2}$
d) 3^{-1} e) 4^{-2}

12 Si:

$$\underbrace{x^2x^2x^2x^2\ldots x^2}_{n+2\text{ veces}}=\underbrace{x^4x^4x^4x^4\ldots x^4}_{n-2\text{ veces}}$$

Calcule: $\sqrt{n^{n^2-6n+2}}$

Donde: $x\geq 2$, $n\in\mathbb{N}$

a) 7 b) 8 c) 5
d) 4 e) 6

13 Al reducir:

$$\sqrt[a^a]{\frac{72^{a^a+1}}{8^{a^a+2}+2^{3(a^a+1)}}}\ ,\quad a\in N$$

Se obtiene:

a) 7 b) 8 c) 9
d) 4 e) 6

14 Si el exponente final en x es 21 en:

$$E=\left\{\frac{\sqrt[a]{x^{a+1}\sqrt[a]{x^{a^2+2}\sqrt[a]{x^{a^3+3}}}}}{\sqrt[a]{x\sqrt[a]{x^2\sqrt[a]{x^3}}}}\right\}$$

Hallar $\sqrt[a!]{(a-6)!}$

a) 1 b) 4 c) 2
d) 5 e) 3

15 Hallar el valor de:

$$\sqrt[a+b]{(a^2+b^2)^4}$$

en: $\sqrt[a-b]{\frac{\sqrt[b]{a^a b}}{\sqrt[a]{a^b b}}}$; $a,b\in\mathbb{N}$

a) 15 b) 14 c) 10
d) 12 e) 11

16 Hallar el exponente de "x" en:

$$S=\underbrace{\sqrt[4]{x^3\sqrt[4]{x^3\sqrt[4]{x^3\sqrt[4]{x^3\sqrt[4]{x^3\ldots\sqrt[4]{x^3}}}}}}}_{97\text{ Radicales}}$$

a) $\frac{4^{96}+1}{4^{96}}$ b) $\frac{4^{97}}{4^{97}-1}$ c) $\frac{4^{97}-1}{4^{97}}$

d) $\frac{4^{97}+1}{4^{97}}$ e) $\frac{4^{96}+1}{4^{97}}$

17 Calcular el valor de "n" en la siguiente igualdad:

$$n^{n^{n^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}} = 72+\sqrt{n}^{\,72+\sqrt{n}^{\,72+\sqrt{n}^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$$

a) $\sqrt[81]{81}$ b) $\sqrt[81]{810}$ c) $\sqrt[81]{72}$

d) $\sqrt[81]{80}$ e) $\sqrt[81]{79}$

18 Hallar el exponente de "x" en:

$$S=\underbrace{\sqrt[n]{x^{n-1}\sqrt[n-1]{x^{n-2}\sqrt[n-2]{x^{n-3}\ldots\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}}}}_{m\ \text{radicales}}$$

Donde: $n \geq 2$; $n = m+1$

a) $\frac{n!-1}{m!+1}$ b) $\frac{(m+1)!-1}{(m+1)!}$

c) $\frac{m!}{m!+1}$ d) $\frac{m!}{m!-1}$

e) $m!$

19 Si se cumple que:

$(a^a a^{2a} a^{3a} \ldots a^{na})^2 = 27^{n(n+1)}$ $n, a \in N$

Calcula $a^{(a-3)^{96}}$.

a) 1 b) 4 b) 3

d) 5 e) 2

20 Sabiendo que x, y verifican la igualdad: $xy+x+y=1$.

Hallar el valor de:

$$P=\left(\frac{\sqrt[y+1]{4^{x+1}}}{\sqrt[x+1]{4^{y+1}}}\right)^{\frac{(x-y)^{-1}}{3-xy}}$$

a) 1 b) 2 c) 7

d) 3 e) 4

21 Reducir:

$$\sqrt[n]{\frac{(xy)^n+(yz)^n+(xz)^n}{x^{-n}+y^{-n}+z^{-n}}\cdot\frac{x^{-1}z^{-1}}{y}}$$

$$\forall\, n \in \mathbb{N}-\{1\}\ ;\ xyz \neq 0$$

a) 1 b) 2 c) $2xyz$

d) 3 e) -3

22 Efectuar:

$$E=\sqrt{\frac{a^n b^n+b^{2n}}{a^{-n}b^n+1}}\cdot\sqrt{\frac{a^n b^{-n}+1}{a^n b^n+a^{2n}}}$$

a) 1 b) 4 c) 3

d) 5 e) 2

23 El valor aproximado de:

$$A=\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16\ldots}}}}\quad \text{es}$$

a) 1 b) 4 c) 3

d) 5 e) 2

24 Sabiendo que:

$$P=3\sqrt[3]{3}^{\,\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3}}$$

$$Q = \sqrt{2}\,\sqrt{2}\,\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}\sqrt{2}}}$$

Calcular: $P + Q$

a) 36 b) 13 c) 15
d) 17 e) 23

25 Reducir:

$$E = \frac{\sqrt[\frac{\sqrt{8}}{2}]{\sqrt{8}^{\sqrt{2}}}}{\sqrt[4\sqrt{2}]{\sqrt{2}^{\sqrt{32}}}}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt[4]{2}$

26 Si: $x = 16^{4^{-2^{-1}}}$; $y = 4^{-2^{-1}}$

$$z = \sqrt[4]{3}^{\,16^{4^{-2^{-1}}}}$$

Calcule: $\sqrt{(xy)^2 z + 4}$

a) 2 b) 4 c) 1
d) 3 e) 5

27 Reducir: $E = \dfrac{2^{x+3}\cdot(3x^{-1})^x}{6^x \cdot x^{-x}}$

Para: $x = -2^{-1}$

a) $\frac{1}{8}$ b) 8 c) $\frac{41}{6}$
d) 6 e) 16

28 Calcule:

$$M = \sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2\ldots}}}}}$$

a) $\sqrt[3]{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $\sqrt[3]{4}$
d) $2\sqrt[3]{2}$ e) 2

29 Calcule el exponente final de x en:

$$M = \sqrt{x^1\sqrt{x^4\sqrt{x^9\sqrt{x^{16}\ldots}}}}$$

Sabiendo que hay infinitos radicales.

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

Segunda Práctica

Exponentes y Radicales

$$\sqrt[80]{\frac{2^{2^8}+2^{4(2^6)+2^7}}{2^{5\cdot 2^6}+2^{2^6}}}$$

01 Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(x+3^2)=x^2+9$

II. $((x^{x^2})^3=x^{x^6}$; $x\neq 0$

III. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

IV. $(x^2)^3=x^{2^3}$

a) VVVV b) VVFV c) VFF
d) FVFF e) FFVF

02 Si el producto de los términos:

$t_1=x^{2a+1}\cdot y^{2b-1}$

$t_2=x^{b-2}\cdot y^{a+1}$ es: x^6y^8.

Calcular: $a+b$

a) 4 b) 5 c) 1
d) 16 e) 8

03 Efectuar:

$$E=\frac{2^{m+3}\cdot 4^{m+2n}}{8^{n-2}\cdot 16^{n+2}}$$

a) 4 b) 3 c) 1
d) 2 e) 8

04 Efectuar:

$$A=\sqrt[n]{3^{n+4}}\cdot\sqrt[n]{9^{n+1}}\cdot\sqrt[n]{27^{n-2}}$$

a) 3^3 b) 3^4 c) 3^5
d) 3^6 e) 3^7

05 Simplificar:

$$\left[\sqrt[\sqrt[\sqrt{2}]{2}]{\sqrt{2}^{\sqrt[\sqrt{2}]{2^{\sqrt{2}+1}}}}\right]^2$$

a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) 36

06 Efectuar:

$$\left[\frac{\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3\sqrt[3]{x^4}}}}}{\sqrt[1/2]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x}}}}}\right]^{-1/9}$$

a) $\sqrt[36]{x^5}$ b) $\sqrt{x}$ c) $\sqrt[4]{x}$
d) 1 e) x

07 Efectuar:

$$\sqrt[a]{\frac{1+2^a}{1+2^{-a}}}+\sqrt[b]{\frac{1+3^b}{1+3^{-b}}}+\sqrt[c]{\frac{1+4^c}{1+4^{-c}}}+\ldots+\sqrt[j]{\frac{1+10^j}{1+10^{-j}}}$$

a) 53 b) 54 c) 55
a) 56 e) 57

08 Simplificar: $\left[\sqrt[b]{a^{a(a-b)}}\sqrt{a^{a^{-a}}}\right]^{\left(\sqrt[b]{a^a}\right)^a}$

a) 1 b) a c) $\sqrt[b]{a}$
d) a^a e) a^{ab}

09 Efectuar:

$$E=\left(11^{11^{-11}}\right)^{11^{11}}+\left(x^{-x^{-x}}\right)^{x^{x}}+(-x)^{-1}$$

a) 0 b) 1 c) x
d) 11 e) 1

10 Hallar el valor de "x" en:

$$X^{X^{16^{-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

a) 2^{-128} b) 2^{-16} c) 2^{-32}
d) 2 c) 2^{-64}

11 Si $x^{x^{x+5}}=\sqrt[3]{3}$ el valor de:

$$E=x^{x^{3x^{x+5}+\ x+5}}$$

a) 1 b) 7 c) 5
d) 3 e) 9

12 Calcula el valor de "x" si:

$$50=7^{2}+7^{3x-2}$$

a) 3/2 b) 2/3 c) 1/3
d) 1/2 e) 2

13 Si: $5^{x}=7^{y}$, calcular el valor de:

$$G=\frac{5^{x+3}-7^{y+2}}{7^{y+1}-5^{x+1}}$$

a) 1 b) 2 c) 23
d) 38 e) 76

14 Calcule:

$$P=\sqrt{1+2001\sqrt{1+2002\sqrt{1+2003\cdot 2005}}}$$

a) 2001 b) 2002 c) 2004
d) 2005 e) 20007

15 El valor de "x" en:

$$(3x-2)^{7}=128$$

es:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{5}{3}$ e) 1

16 Resolver la Exponencial:

$$27^{9^{-x+3}}=3^{27^{\ 8x-3}}$$

a) $\frac{8}{13}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{7}{24}$
d) $\frac{5}{13}$ e) $\frac{2}{3}$

17 Al efectuar:

$$\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(\frac{1}{11}\right)^{-1}-6\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+[-6(5^{-1})]^{0}$$

Se obtiene:

a) 0 b) 5^{-1} c) -6
d) 7 e) 5

18 Si: $a^{n}=3$, calcule:

$$\frac{a^{n^{2}}(a^{2a^{n}})^{n}(7^{-n^{a}})^{n^{-a}}}{\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot\ldots\cdot 3}_{(n+6)\ \text{veces}}}$$

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{2}{8}$ e) $\frac{2}{5}$

19 Si: $ax \neq 0$, simplifique:

$$\frac{[(3x)^{-1} + (6a)^{-1}]\,[2a + x]^{-1}}{(xa)^{-1}}$$

a) xa b) x c) a
d) $(xa)^{-1}$ e) 6^{-1}

20 Simplifique: $\frac{(100)^3(21)^4(27)^2}{2\cdot 6^5\cdot(15)^2\cdot(35)^4}$

a) 27 b) 1 c) $\frac{1}{2}$
d) 15 e) 21

21 Calcular: "x" si: $(5x)^x = 5^{5^5}$ y proporcione el valor de: $\sqrt[4]{x}$

a) 1 b) $\sqrt[4]{3}$ c) $\sqrt[4]{5}$
d) $\sqrt[4]{7}$ e) 5

22 Si: $x^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$, dar el mayor valor de "x".

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{7}$

23 Resolver: $16^{1-3x^2} = 64^{4x^2-2}$, $x > 0$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{4}$

24 Halle: $x^2 + 1$, en: $8^x + 8^{x+1} = 36$

a) 7/4 b) 2/5 c) 1/4
d) 9/3 e) 13/9

25 Calcular: "x", si: $a > 1$

$$\sqrt[2^{-1}]{a}\cdot\sqrt[3^{-1}]{a}\cdot\sqrt[4^{-1}]{a}\cdot\sqrt[x^{-1}]{a} = a^{10}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

26 Si: $x^{-2^{2^{-x}}} = 2^{\sqrt[\sqrt[4]{4}]{2}}$, hallar: $E = \sqrt[x]{x}$

a) 1/4 b) 1/2 c) 1/8
d) 1/16 e) 1/32

27 Resolver: $27^{x-3}\cdot 9^{x+1} = 81^{x+3}$

a) 12 b) 18 c) 19
d) 16 e) 20

28 Reduzca: $\sqrt[80]{\frac{2^{2^8} + 2^{4(2^6)+2^7}}{2^{-2^6} + 2^{2^6}}}$

a) 2^{-2} b) 2^6 c) 1
d) 6 e) 16

29 Hallar: "x" en: $x^{x^3} = \frac{1}{\sqrt[12]{2}}$

a) $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ c) $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$
d) $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

30 Simplificar: $\frac{2^{x+5}16^{x+4}}{8^{x+3}\cdot 4^{x+2}}$

a) 64 b) 128 c) 256
d) 512 e) 1024

Tercera Práctica

Exponentes y Radicales

$$G=\frac{\overbrace{x+x+x+x+\ldots+x}^{x-\text{veces}}}{\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\ldots}}}}}$$

01 Simplificar: $M=\sqrt[4]{2}^{\sqrt[6]{2}^{\frac{\sqrt{12+\sqrt{48+\sqrt{108}}}}{\sqrt{3}}}}$

a) 2 b) 16 c) 4
d) 32 e) 8

02 Al simplificar $E=\dfrac{2^{3x+1}+8^{x+2}}{2^{3x+1}}$

Se obtiene:

a) 32 b) 33 c) 34
d) 35 e) 64

03 Resolver $5^x+(25)^x=650$ y dar el valor de "x".

a) 5 b) 25 c) 2
d) 5 e) 4

04 Efectuar: $R=\dfrac{7^2\,8^3\,4^{2n+1}}{2^{4n+7}\,64-16^n(32)^2}$

a) 12 b) 16 c) 15
d) 14 e) 13

05 Reducir: $E=\sqrt[2n]{n^n\sqrt[n]{n^{n^2}}}$

a) n b) n^2 c) $2n$
d) n^5 e) n^4

06 Hallar "x" si $\sqrt[(x+1)^2]{16}-1=x\ ,\ x>0$

a) 2 b) 1 c) 5
d) 4 e) 3

07 Hallar el valor de $P=\sqrt[5n]{\dfrac{(25)^{n+\frac{1}{2}}}{5\sqrt{5^{-n}}}}$

a) 5 b) 25 c) $\sqrt{5}$
d) $5\sqrt{5}$ e) 125

08 Reducir:

$$R=\left(\sqrt[\sqrt{195}]{\sqrt[\sqrt{255}]{\sqrt[\sqrt{221}]{x^{-3^{-2}}}}}\right)^{1105}$$

a) $x^{\frac{1}{27}}$ b) x^{27} c) x^{-27}
d) $x^{-\frac{1}{27}}$ e) $x^{\frac{1}{9}}$

09 Sabiendo que $a^b=\left(\frac{1}{b}\right)^a=2$ hallar el valor de: $M=\left(\dfrac{a^{b^{1-a}}+b^{a^{1-b}}}{a^{b^{1+a}}+b^{a^{1+b}}}\right)^{1+a^b\cdot b^a}$

a) 8 b) 10 c) 16
d) 4 e) 9

10 Resolver y dar el valor de x:

$$753\cdot10^{-2^{100x}}+247\cdot10^{-(1024)^{10x}}=399(\sqrt[x]{x^x})+601x$$

a) 102 b) 1/100 c) 100
d) 10 e) 1/10

11 Hallar: $2^x + 2^y$. Si $2^{2x} + 2^{2y} = 4$,
$2^{x+y} = 6$.

a) 8 b) 4 c) 6
d) 2 e) 10

12 Verificándose que:

$$E^{E^{E^5}} = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \ \ldots}}}$$

Hallar el valor aproximado de E.

a) $\sqrt[3]{5}$ b) $\sqrt[5]{25}$ c) $\sqrt[5]{5}$
d) 5 e) 25

13 Reducir:

$$G = \frac{\overbrace{x + x + x + x + \ldots + x}^{x-\text{veces}}}{\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt{x\sqrt[3]{x^2}}}} \ \ldots}$$

a) x^{-1} b) x^3 c) 1
d) x e) x^2

14 Hallar "x" si se cumple:

$$3^{13} \div [3^3 \div 3^x] = 3^{33}$$

a) 19 b) 20 c) 22
d) 21 e) 23

15 Resolver la Ecuación Exponencial y dar el valor de x.

$$(x-2)^{(x-2)^{(x-1)}} = \sqrt[8\sqrt[8]{8}]{8^{-1}}$$

a) $\frac{17}{8}$ b) $\frac{11}{8}$ c) $\frac{9}{8}$
d) $\frac{13}{8}$ e) $\frac{15}{8}$

16 Resolver: $x \cdot \sqrt[x^{x+1}]{(243)^{243}} = x^{(x+1)^2}$

a) 8 b) 3 c) 6
d) 4 e) 9

17 Hallar el valor de "x" en:

$$x^{1+x^{1+x^{1+x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}} = (x\sqrt[4]{x})^{(x\sqrt[4]{x})^{(x\sqrt[4]{x})^{(x\sqrt[4]{x})^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$$

a) $\sqrt[3]{5}$ b) $\sqrt[5]{2}$ c) $\sqrt[5]{4}$
d) $2\sqrt[5]{2}$ e) $3\sqrt[5]{2}$

18 Resolver: $\sqrt[x]{\frac{2}{x+1}} = (x+1)^{x+2}$

a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}+1$
d) $\sqrt{2}-1$ e) $\sqrt{2}-2$

19 Si los conjuntos A y B son iguales, hallar la suma de los elementos del conjunto C tal que:

$A = \{8^{y-1}, 9^{z+1}\}$; $B = \{64, 81\}$
$C = \{2x \,/\, x \in \mathbb{N} \ \wedge \ z \le x \le y\}$

a) 18 b) 14 c) 16
d) 13 e) 12

20 Luego de resolver la ecuación exponencial.

$$x^{x^{\sqrt[5]{5}(x^5 + \sqrt[5]{625})}} = 5^{5^{5^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$$

señale "M"; $M = x^{x^{x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}}$

a) 5 b) 4 c) 6
d) 8 e) 7

21 Luego de reducir:

$$\left(x^{2^{-2^{-1}}}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\left(x^{2\sqrt{2}^{-1}}\right)^{x}}$$

el exponente final de "x" es:

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

22 Hallar el valor de "n" si al reducir la expresión.

$$\sqrt[1+\frac{1}{1}]{\sqrt[1+\frac{1}{2}]{\sqrt[1+\frac{1}{3}]{\sqrt[1+\frac{1}{4}]{\sqrt[1+\frac{1}{5}]{\ldots\sqrt[1+\frac{1}{n}]{x^{n}}}}}}}$$

se obtiene por exponente final de "x" $(2003)(2004)^{-1}$.

a) 2003 b) 2002 c) 2004
d) 2005 e) 2006

23 Si $x^{-\sqrt{\frac{1}{x}}}=\frac{1}{2}$. Cuál es el valor de "x"

a) 2 b) 4 c) 8
a) 32 e) 16

24 Resolver: $\sqrt[x]{x}=\sqrt[x^x]{4}$, indique:

$$\sqrt[x+1]{(x-1)^{x}}$$

a) 4 b) 1 c) 8
d) 16 e) 9

25 Si $9^x-4^x=6^x$ indicar un valor de $P=\sqrt[x+1]{3^x(\sqrt{5}-1)}$

a) 3 b) 2 c) 4
d) 9 e) 6

26 Si: $m^n=\dfrac{5^{5n+1}+5^{4n}}{5^{3n+1}+5^{2n}}$, halle: $\sqrt[4]{m}$

a) $\sqrt[4]{5}$ b) $\sqrt{5}$ c) 5
d) 25 e) 1/5

27 Si: $a^{2a^a}=a^5$, halle: $4a^{2a}$

a) 4 b) 25 c) 200
d) 100 e) 75

28 Si: $M=2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$

$N=3+\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}$. Halle: $M\cdot N$

a) 6 b) 24 c) 12
d) 18 e) 1

29 Halle el valor de "m" para qué:

$$\sqrt{(0,1)^{-m}\sqrt{(0,01)^{-2m}\sqrt{(0,001)}}}$$

Sea equivalente a una decena.

a) $\frac{12}{12}$ b) $\frac{13}{11}$ c) $\frac{11}{13}$
d) $\frac{11}{12}$ e) 0.1

30 Indique el equivalente reducido de:

$$\left(\sqrt{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt[4]{6}\right)^{4}$$

a) 80 b) 96 c)9 100
d) 125 e) 1

CLAVES
EXPONENTES Y RADICALES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. a	02. a	03. a	04. a	05. b
06. a	07. d	08. a	09. d	10. a
11. c	12. e	13. c	14. a	15. c
16. c	17. a	18. b	19. a	20. b
21. a	22. a	23. b	24. b	25. b
26. b	27. b	28. d	29. d	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. e	02. b	03. d	04. d	05. b
06. c	07. b	08. b	09. d	10. a
11. d	12. a	13. d	14. b	15. b
16. a	17. d	18. c	19. e	20. a
21. e	22. a	23. d	24. e	25. a
26. a	27. c	28. e	29. c	30. c

TERCERA PRÁCTICA				
01. a	02. b	03. c	04. d	05. a
06. b	07. c	08. d	09. a	10. b
11. b	12. c	13. d	14. e	15. a
16. b	17. c	18. d	19. e	20. a
21. a	22. a	23. b	24. b	25. b
26. b	27. b	28. b	29. d	30. b

Capítulo 29

PRODUCTOS NOTABLES

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

A los productos notables también se les llama identidades algebraicas. Entre ellos tenemos:

Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Ejemplos:

- $(x+2)^2 \equiv x^2 + 2x\cdot 2 + 2^2 \equiv x^2 + 4x + 4$
- $(2x-1) \equiv (2x)^2 - 2\cdot 2x \cdot 1 + 1^2$
  $\equiv 4x - 4x + 1$

Corolario: Identidades de Legendre

$$(x+y)^2 + (x-y)^2 \equiv 2(x^2+y^2)$$

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 \equiv 4x\cdot y$$

Ejemplos:

- $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 =$
  $= 2(\sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2) = 10$
- $(a+5)^2 - (a-5)^2 \equiv 4\cdot a \cdot 5 \equiv 20a$

IMPORTANTE

$$(x-y)^{2n} \equiv (y-x)^{2n} \quad ; \ n \in \mathbb{Z}$$

- $(x-y)^2 \equiv (y-x)^2$, desarrollando
  $x^2 - 2xy + y^2 \equiv y^2 - 2xy + x^2$

Diferencia de Cuadrados

$$(x+y)(x-y) \equiv x^2 - y^2$$

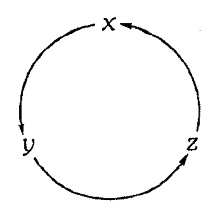
Ejemplos:

- $(x+2)(x-2) \equiv x^2 - 2^2 \equiv x^2 - 4$
- $(t-1)(t+1) \equiv t^2 - 1$
- $(b+a)(a-b) \equiv a^2 - b^2$
- $(m^2-3)(m^2+3) \equiv (m^2)^2 - 3^2$
  $\equiv m^4 - 9$

Desarrollo de un Trinomio al Cuadrado

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

Observación:



$(xy + yz + zx)$
Es llamado suma de productos binarios

Ejemplos:

- $(x+y+2)^2 \equiv x^2+y^2+2^2+2(xy+2y+2x)$
  $\equiv x^2+y^2+4+2xy+4y+4x$

- $(a+b-3)^2 \equiv a^2+b^2+(-3)^2+2(ab-3b-3a)$
  $\equiv a^2+b^2+9+2ab-6b-6a$

Desarrollo de un Binomio al Cubo.

$$(x+y)^3 \equiv x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$

$$(x-y)^3 \equiv x^3-3x^2y+xy^2-y^3$$

Ejemplos:

- $(x+2)^3 \equiv x^3+3x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$
  $\equiv x^3+6x^2+12x+8$
- $(2x-1)^3 \equiv (2x)^3-3(2x)^2(1)+3(2x)1^2-1^3$
  $\equiv 8x^2-12x^2+6x-1$

También:

$$(x+y)^3 \equiv x^3+y^3+3xy(x+y)$$

$$(x-y)^3 \equiv x^3-y^3-3xy(x-y)$$

Ejemplo:

- Si la suma de dos números es 5 el producto es 8. calcular la suma de sus cubos.

  a) 2 b) 3 c) 4
  d) 5 e) 6

Resolución:

Sean a y b los números, tal que:

$$a+b=5 \quad \wedge \quad ab=8$$

En: $(a+b)^3 \equiv a^3+b^3+3ab(a+b)$

Reemplazando datos:

$$5^3=a^3+b^3+3\cdot 8\cdot 5$$

$$\Rightarrow \quad 125=\underbrace{a^3+b^3}+120$$

Por tanto: $a^3+b^3=5$

Clave: d

Suma y diferencia de cubos

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)\equiv x^3+y^3$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2 \equiv x^3-y^3$$

Ejemplos:

- $(x+2)(x^2-2x+4)\equiv x^3+2^3$
- $(y-3)(y^2+3y+9)\equiv y^3-3^3$
- $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})=$
  $\sqrt[3]{3}^{\,3}+\sqrt[3]{2}^{\,3}=5$

Producto de Multiplicar Binomios con Término Común

$$(x+a)(x+b)\equiv x^2+x(a+b)+ab$$

Ejemplos:

- $(x+2)(x+3)\equiv x^2+(2+3)x+2\cdot 3$
  $\equiv x^2+5x+6$
- $(x+4)(x-1)\equiv x^2+(4-1)x+4(-1)$
  $\equiv x^2+3x-4$

- $(x-6)(x+2) \equiv x^2 + (-6+2)x + (-6)(2) = x^2 - 4x - 12$

- $(x-4)(x-5) \equiv x^2 + (-4-5)x + (-4)(-5) = x^2 - 9x + 20$

Ejemplo:

Si: $x^2 + x - 2 = 0$

Calcule: $(x^2-1)(x+2)(x-3)(x^2+4x)$

a) 1 b) –1 c) 0
d) 2 e) –2

Resolución:

De: $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + x = 2$

Además:

$$(x^2-1)(x+2)(x-3)(x^2+4x) =$$
$$\equiv (x+1)(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)x$$
$$\equiv x(x+1)(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$$
$$\equiv (x^2+x)(x^2+x-2)(x^2+x-12)$$
$$\equiv 2(2-2)\cdot(2-12) = 0$$

Clave: c

También

$$(x+a)(x+b)(x+c) \equiv x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ac)x + abc$$

Ejemplos:

- $(x+1)(x+2)(x+3) \equiv x^3 + (1+2+3)x^2 + (1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 1)x + 1\cdot 2\cdot 3 \equiv x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

- $(x-2)(x+3)(x+4) \equiv x^3 + (-2+3+4)x^2 + [(-2)\cdot 3 + 3\cdot 4 + 4(-2)]\,x + (-2)\cdot 3\cdot 4 \equiv x^2 + 5x^2 - 2x - 24$

Desarrollo de un Trinomio al Cubo

$$(x+y+z)^3 \equiv x^3 + y^3 + z^3 + 3(x+y)(y+z)(z+x)$$

$$(x+y+z)^3 \equiv x^3 + y^3 + z^3 + 3(x+y+z)(xy+yz+zx) - 3xyz$$

Ejemplo:

Si se verifica que: $x+y=1$, $y+z=4$, $z+x=3$

Calcule $x^3+y^3+z^3$

a) 27 b) 28 c) 29
c) 30 e) 32

Resolución:

De $\left.\begin{array}{l} x+y=1 \\ y+z=4 \\ z+x=3 \end{array}\right\}$ $x+y+z=4 \;\wedge\; (x+y)(y+z)(z+x)=12$

Como: $(x+y+z)^3 \equiv x^3+y^3+z^3 + 3(x+y)(y+z)(z+x)$

Se tiene: $4^3 = x^3+y^3+z^3 + 3\cdot 12$

Por tanto: $x^3+y^3+z^3 = 28$

Clave: b

Otras Identidades:

- **Identidad Trinómica de Argand.**

$$(x^2+x+1)(x^2-x+1)\equiv x^4+x^2+1$$

$$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)\equiv x^4+x^2y^2+y^4$$

- **Identidad de Gauss.**

$$x^3+y^3+z^3-3xyz\equiv (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$

- **Identidad Especial.**

$$(x+y)(y+z)(z+x)+xyz\equiv (x+y+z)(xy+yz+zx)$$

- **Identidad de Lagrange.**

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2)\equiv(ax+by)^2+(ay-bx)^2$$

- **Igualdades Condicionales.**

Si $x+y+z=0$, entonces se cumple:

$$x^2+y^2+z^2=-2(xy+yz+zx)$$

$$x^3+y^3+z^3=3xyz$$ Importante

$$(xy+yz+xz)^2=(xy)^2+(yz)^2+(zx)^2$$

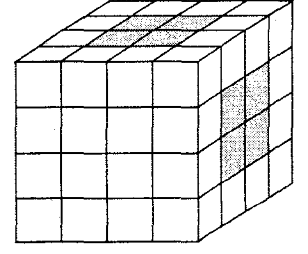
- **TEOREMAS:**

Sean $\{x,y,z\}\subset\mathbb{R}$; $\{m,n,p\}\subset\mathbb{Z}^+$, luego:

- $x^{2m}+y^{2n}+z^{2p}=0 \Longleftrightarrow x=y=z=0$
- $x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx \Longleftrightarrow x=y=z$

¡ RAZONA !

La figura muestra un cubo de madera de 20 cm de arista. Este cubo se puede dividir en 64 cubitos de 5cm de arista. Si solo deseamos obtener los 8 cubitos que tienen una cara pintada ¿Cuántos corte rectos como mínimo debe realizarse con una sierra eléctrica?



a) 5 b) 7 c) 8
d) 6 e) 4

Capítulo: **29**

Productos Notables

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Problemas Resueltos

PROBLEMA 01

Si se cumple que: $\frac{x}{2y} + \frac{2y}{x} = 2$

Calcula: $\left(\frac{y}{x}\right)^4$

a) 16 b) −16 c) 2^{-4}
d) 8 e) −8

Resolución:

Del dato: $\frac{x}{2y} + \frac{2y}{x} = 2$

$$x^2 + (2y)^2 = 4xy$$

$$x^2 + (2y)^2 - 2(x)(2y) = 0$$

$$(x-2y)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = 2y$$

Piden: $\left(\frac{y}{x}\right)^4 = \left(\frac{y}{2y}\right)^4 = 2^{-4}$

Clave: c

PROBLEMA 02

Si: $a^3 = b^3$; $a \neq b$. Halla el valor de:

$$M = \frac{ab}{(a-b)^2}$$

a) 3 b) -3^{-1} c) 3^{-1}
d) 3° e) −1

Resolución:

Como: $a^3 = b^3$

$$a^3 - b^3 = 0$$

$$\underbrace{(a-b)}_{a \neq b}\underbrace{(a^2 + b^2 + ab)}_{\text{cero}} = 0$$

$$a^2 + b^2 + ab = 0$$

$$a^2 + b^2 = -ab$$

Reemplazando:

$$M = \frac{ab}{(a-b)^2} = \frac{ab}{a^2 + b^2 - 2ab}$$

$$M = \frac{ab}{-ab - 2ab}$$

$$M = \frac{ab}{-3ab} = -3^{-1}$$

Clave: b

PROBLEMA 03

Reduce: $M = \frac{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}{9(x-y)(y-z)(z-x)}$

a) 2^{-1} b) 2 c) −3
d) 1 e) 3^{-1}

Resolución:

Como: $x - y + y - z + z - x = 0$

$$\Rightarrow \quad (x-y)^3 + (y-z) + (z-x)^3 = 3(x-y)(y-z)(z-x)$$

Reemplazando:

$$M=\frac{(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3}{9(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$M=\frac{3(x-y)(y-z)(z-x)}{9(x-1)(y-z)(z-x)}$$

$\therefore\ M=\frac{1}{3}=3^{-1}$

Clave: e

PROBLEMA 04

Si: $m-n=n-p=2$. Halle el valor de:

$$P=\frac{(m-n)^2+(n-p)^2+(m-p)^2}{6}$$

a) 1 b) 2 c) 2^{-1}
d) $2^{-1/2}$ e) 4

Resolución:

Como:

$$\begin{aligned} m-n&=2\\ n-p&=2\\ \hline n-p&=4 \end{aligned}\ +$$

Reemplazando:

$$P=\frac{(m-n)^2+(n-p)^2+(m-p)^2}{6}$$

$$P=\frac{(2)^2+(2)^2+(4)^2}{6}$$

$$P=\frac{24}{6}=4$$

Clave: e

PROBLEMA 05

Si se cumple que:

$$m+\sqrt{m^2-n^2}=4$$

$$m-\sqrt{m^2-n^2}=2$$

Halla: n^4

a) 16 b) 64 c) 8
d) 24 e) 32

Resolución:

Multiplicando para aplicar diferencia de cuadrado:

$$\begin{aligned} m+\sqrt{m^2-n^2}&=4\\ m-\sqrt{m^2-n^2}&=2\\ \hline m^2-\sqrt{m^2-n^2}^{\,2}&=8\\ m^2-m^2+n^2&=8\\ n^2&=8\\ \longrightarrow\quad n^4&=64 \end{aligned}\ \times$$

Clave: b

PROBLEMA 06

Si: $(x-y)^2+(x-z)^2+(y-z)^2=0$

Calcula: $M=\sqrt[5]{\frac{2x+y}{x+2y}}+\sqrt[5]{\frac{x^2+y^2}{2xz}}$

donde $x,y,z,\in \mathbb{R}$.

a) 1 b) $\sqrt[5]{5}$ c) **2**
d) 3 e) $1+\sqrt[5]{3}$

Resolución:

Como:

$$\underbrace{(x-y)^2}_{\text{cero}}+\underbrace{(x-z)^2}_{\text{cero}}+\underbrace{(y-z)^2}_{\text{cero}}=0$$

$$\longrightarrow\quad x=y=z$$

Reemplazando:

$$M=\sqrt[5]{\frac{2x+x}{x+2x}}+\sqrt[5]{\frac{x^2+x^2}{2x\cdot x}}$$

$$M=\sqrt[5]{1}+\sqrt[5]{1}\Rightarrow M=2$$

Clave: c

PROBLEMA 07

Dadas las condiciones:

$$a^2+b^2+c^2=2$$
$$(a+b+c)(1+ab+bc+ac)=108$$

Calcula: $a+b+c$.

a) 6 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

***Resolución*:**

Sea: $x=a+b+c$

Elevando al cuadrado:

$$x^2=\underline{a^2+b^2+c^2}+2(ab+bc+ac)$$

$$x^2=2+2(ab+bc+ac)$$

$$x^2=2\{1+ab+bc+ac\}$$

En el dato:

$$\underbrace{(a+b+c)}(1+ab+bc+ac)=108$$

$$x\,(1+ab+bc+ac)=108$$

$$1+ab+bc+ac=\frac{108}{x}$$

Reemplazando:

$$x^2=2\left(\frac{108}{x}\right)$$

$$x^3=216$$

$$x=6$$

Clave: a

PROBLEMA 08

Si: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3=27$

Calcular: $A=x^4+x^{-4}$

a) 9 b) 30 c) 47
d) 72 e) 81

***Resolución*:**

Como: $(x+x^{-1})^3=27$

$$x+x^{-1}=3$$

Elevando al cuadrado:

$$x^2+x^{-2}+2(\not{x})(\not{x^{-1}})=3^2$$

$$x^2+x^{-2}+2=9$$

$$x^2+x^{-2}=7$$

Volviendo a elevar al cuadrado:

$$x^4+x^{-4}+2(\not{x^2})(\not{x^{-2}})=7^2$$

$$x^4+x^{-4}+2=49$$

$$x^4+x^{-4}=47$$

Clave: c

PROBLEMA 09

Siendo $abc=1$. Efectuar.

$$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ac+c+1}$$

a) 1 b) $a+b+c$
c) $ab+ac+bc$ d) $\frac{1}{a+b+c}$
e) $\frac{1}{abc}$

Resolución:

Buscando igualar denominadores:

$$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{\overset{\times a}{b}}{\underset{\times a}{bc+b+1}}+\frac{\overset{\times ab}{c}}{\underset{\times ab}{ac+c+1}}$$

$$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{abc+ab+a}+\frac{abc}{abca+abc+ab}$$

$$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{1+ab+a}+\frac{1}{a+1+ab}$$

$$=\frac{a+ab+1}{ab+a+1}=1$$

Clave: a

PROBLEMA 10

Si: $\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=-\frac{1}{xyz}$; $xyz\neq 0$

Calcule:

$$f=\frac{x(y+z)}{1+x}+\frac{z(y+x)}{1+z}+\frac{y(x+z)}{1+y}$$

a) 0 b) –1 c) 1
d) 2 e) –2

Resolución:

Del dato: $\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=-\frac{1}{xyz}$

$$\frac{z+x+y}{\cancel{xyz}}=\frac{-1}{\cancel{xyz}}$$

$$x+y+z=-1$$

Luego:

$\Rightarrow\quad y+z=-(1+x)$

$\Rightarrow\quad y+x=-(1+z)$

$\Rightarrow\quad x+z=-(1+y)$

Reemplazando:

$$f=\frac{x(y+z)}{1+x}+\frac{z(y+x)}{1+z}+\frac{y(x+z)}{1+y}$$

$$f=-\frac{x(\cancel{1+x})}{\cancel{1+x}}-\frac{z(\cancel{1+z})}{\cancel{1+z}}-\frac{y(\cancel{1+y})}{\cancel{1+y}}$$

$$f=-(x+y+z)=-(-1)$$

$\therefore\quad f=1$

Clave: c

PROBLEMA 11

Siendo: $x+4y+9z=0$

Según ello reducir:

$$M=\frac{(x-2y)^2}{xy}+\frac{(2y-3z)^2}{yz}+\frac{(3z-x)^2}{xz}$$

a) 42 b) –36 c) $\frac{22}{xyz}$
d) 31 e) 23xyz

Resolución:

$$M=\frac{x^2-4xy+4y^2}{xy}+\frac{4y^2+9z^2-12yz}{yz}+$$

$$+\frac{9z^2+x^2-6xz}{xz}$$

$$M=\frac{x^2z-4xyz+4y^2z+4y^2x+9z^2x-12xyz+9z^2y+x^2y-6xyz}{xyz}$$

$$M=\frac{xz(x+9z)+yz(4y+9z)+xy(x+4y)-22xyz}{xyz}$$

$$M=\frac{xz(-4y)+yz(-x)+xy(-9z)-22xyz}{xyz}$$

$$M=\frac{-4xyz-xyz-9xyz-22xyz}{xyz}$$

$$M=-\frac{36\cancel{xyz}}{\cancel{xyz}}=-36$$

Clave: b

PROBLEMA 12

Si: $a+\sqrt{ac}=b+\sqrt{bc}$

Además: $a \neq b$ y $abc \neq 0$.

Calcular valor de: $\frac{a}{\sqrt{bc}}+\frac{b}{\sqrt{ac}}+\frac{c}{\sqrt{ab}}$

a) 0 b) 3 c) 1
d) $\frac{1}{2}$ e) $\sqrt{3}$

Resolución:

Del dato: $a-b=\sqrt{bc}-\sqrt{ac}$

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=\sqrt{c}\,(\sqrt{b}-\sqrt{a})$$

$$-(\sqrt{a}+\sqrt{b})=\sqrt{c}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=0$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{a}^3+\sqrt{b}^3+\sqrt{c}^3=3\sqrt{abc}$$

En lo que piden:

$$\frac{a}{\sqrt{bc}}+\frac{b}{\sqrt{ac}}+\frac{c}{\sqrt{ab}}=\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}+c\sqrt{c}}{\sqrt{abc}}$$

$$=\frac{\sqrt{a}^3+\sqrt{b}^3+\sqrt{c}^3}{\sqrt{abc}}$$

$$=\frac{3\sqrt{abc}}{\sqrt{abc}}=3$$

Clave: b

PROBLEMA 13

Si se sabe que: $\frac{a^2}{b}-\frac{b^2}{a}=3(a-b)$

Calcular: $N=\frac{4(a^8+b^8)}{(a^2b^2)^2}$

a) 5 b) –4 c) 8
d) –3 e) 6

Resolución:

Del dato: $\frac{a^2}{b}-\frac{b^2}{a}=3(a-b)$

$$\frac{a^3-b^3}{ab}=3(a-b)$$

$$\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{ab}=3(a-b)$$

$$a^2+ab+b^2=3ab$$

$$a^2-2ab+b^2=0$$

$$(a-b)^2=0$$

$$a=b$$

En lo que piden:

$$N=\frac{4(a^8+b^8)}{a^4b^4}=\frac{4(a^8+a^8)}{a^4a^4}$$

$$N=\frac{8a^8}{a^8}=8$$

Clave: c

PROBLEMA 14

Si: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=5$

Hallar: $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^6$

a) 5 b) 25 c) 125
d) 15 e) 1

Resolución:

Trabajando en el dato:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=5$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}+2=5$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=3$$

Elevando al cuadrado:

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=3^2$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}+2=9$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=7$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}-2=7-2$$

$$\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2=5$$

Piden: $\left\{\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2\right\}^3=5^3=125$

Clave: c

PROBLEMA 15

Indique el valor de:

$$M=\frac{x^3+15x+18}{x^3+15x+2}$$

Si: $x=\sqrt[3]{1+3\sqrt{14}}+\sqrt[3]{1-3\sqrt{14}}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

Del dato:

$$x=\sqrt[3]{1+3\sqrt{14}}+\sqrt[3]{1-3\sqrt{14}}$$

$$x^3=1+\cancel{3\sqrt{14}}+1-\cancel{3\sqrt{14}}+$$

$$3\sqrt[3]{1+3\sqrt{14}}\sqrt[3]{1-3\sqrt{14}}\left(\sqrt[3]{1+3\sqrt{14}}+\sqrt[3]{1-3\sqrt{14}}\right)$$

$$x^3=2+3\sqrt[3]{(1+3\sqrt{14})(1-3\sqrt{14})}x$$

$$x^3=2+3\sqrt[3]{1-126}x$$

$$x^3=2+3(-5)x$$

$$x^3+15x=2$$

Reemplazando: $M=\frac{x^3+15x+18}{x^3+15x+2}=\frac{2+18}{2+2}$

$$M=5$$

Clave: e

PROBLEMA 16

Si: $x^4-y^4=6$; $x^2-y^2=3$

Calcular: $R=(x+y)^2+(x-y)^2$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 5 e) 6

Resolución:

$$x^4-y^4=6$$

$$(x^2+y^2)\underbrace{(x^2-y^2)}=6$$

$$(x^2+y^2)(3)=6$$

$$x^2+y^2=2$$

Piden: $R=(x+y)^2+(x-y)^2$

$$R=2(x^2+y^2)$$

$$R=2(2)=4$$

Clave: a

PROBLEMA 17

Si: $m^2+\frac{1}{m^2}=2$. Halle: $\frac{m^{12}+1}{3m^6}$

a) $\frac{1}{2}$ b) 4 c) $\frac{2}{3}$

d) 2 e) $\frac{3}{2}$

Resolución:

Elevando al cubo en el dato:

$$m^2+\frac{1}{m^2}=2$$

$$m^6+\frac{1}{m^6}+3\underbrace{\left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)}_{2}\left(m^2\cdot\frac{1}{m^2}\right)=2^3$$

$$m^6+\frac{1}{m^6}+3(2)(1)=8$$

$$m^6+\frac{1}{m^6}=2$$

$$\frac{m^{12}+1}{m^6}=2$$

Piden: $\frac{m^{12}+1}{3m^6}=\frac{2}{3}$

Clave: c

PROBLEMA 18

Sabiendo que tres números reales positivos a, b y c cumplen con:

$$\frac{1}{a}(b+c)+\frac{1}{b}(c+a)+\frac{1}{c}(a+b)=6$$

Simplificar:

$$\frac{(a+b+c)}{a^3+b^3+abc}$$

a) 1 b) 3 c) 9

d) $\frac{1}{9}$ e) $-\frac{1}{9}$

Resolución:

Sabemos que:

$$+\begin{cases}\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2\\ \frac{a}{c}+\frac{c}{a}\geq 2\\ \frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 2\end{cases}$$

$$\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\geq 6$$

$$\frac{1}{a}(b+c)+\frac{1}{b}(c+a)+\frac{1}{c}(a+b)\geq 6$$

Como: $\frac{1}{a}(b+c)+\frac{1}{b}(c+a)+\frac{1}{c}(a+b)=6$

Entonces: $a=b=c$

Reemplazando: $\frac{(a+b+c)^3}{a^3+b^3+abc}$

$$=\frac{(a+a+a)^3}{a^3+a^3+a\cdot a\cdot a}$$

$$=\frac{27a^3}{3a^3}=9$$

Clave: c

PROBLEMA 19

Si: $x^2-3x+1=0$

Calcular: $T=\left[x^x+\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}\right]\left[x^{\frac{1}{x}}+\left(\frac{1}{x}\right)^x\right]$

a) 18 b) 22 c) 26

d) 16 e) 20

Resolución:

Del dato: $x^2+1=3x$

$$x+\frac{1}{x}=3$$

En lo que piden:

$$T=\left[x^{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}\right]\left[x^{\frac{1}{x}}+\left(\frac{1}{x}\right)^{x}\right]$$

$$T=x^{x+\frac{1}{x}}+1+1+\left(\frac{1}{x}\right)^{x+\frac{1}{x}}$$

$$T=x^3+2+\frac{1}{x^3}$$

Como: $x+\frac{1}{x}=3$

Elevamos al cubo.

$$x^3+\frac{1}{x^3}+3\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x\cdot\frac{1}{x}\right)=3^2$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}+3(3)(1)=27$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=18$$

Luego: $T=x^3+\frac{1}{x^3}+2$

$$T=18+2=20$$

Clave: e

PROBLEMA 20

Si se sabe que:

$$x^2+y^2+z^2=xy+xz+yz$$

Calcule el valor de:

$$M=\sqrt[9]{\frac{(x+y+z)}{x^{10}+y^{10}+z^{10}}}$$

a) 4 b) 3 c) 1
d) 5 e) 2

Resolución:

Como: $x^2+y^2+z^2=xy+xz+yz$

$\Rightarrow$ $x=y=z$

Reemplazando:

$$M=\sqrt[9]{\frac{(x+x+x)^{10}}{x^{10}+x^{10}+x^{10}}}$$

$$M=\sqrt[9]{\frac{3^{10}\cdot \cancel{x^{10}}}{3\cancel{x^{10}}}}=\sqrt[9]{3^9}$$

$$M=3$$

Clave: b

PROBLEMA 21

Efectúa: $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^6$

a) 9 b) 4 c) 10
d) 6 e) 8

Resolución:

Elevando $k=\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$

Al cuadrado:

$$k^2=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}-2\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}\,\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$k^2=4-2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$k^2=4-2\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}$$

$$k^2=4-2(1)=2$$

Piden: $\left(\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2\right)^3$

$$=2^3=8$$

Clave: e

PROBLEMA 22

Si: $a+b+c=0$ y $abc=5$

Hallar el valor de:

$$E=ab(a+b)^4+bc(b+c)^4+ac(a+c)^4$$

a) 60 b) 25 c) 70
d) 91 e) 75

Resolución:

Como: $a+b+c=0$

$$a+b=-c$$
$$b+c=-a$$
$$a+c=-b$$

Reemplazando:

$$E=ab(a+b)^4+bc(b+c)^4+ac(a+c)^4$$
$$E=ab(-c)^4+bc(-a)^4+ac(-b)^4$$
$$E=abc^4+a^4bc+ab^4c$$
$$E=abc(c^3+a^3+b^3)$$

Pero como: $a+b+c=0$

$$a^3+b^3+c^3=3abc$$

Luego: $E=abc(3abc)$

$$E=3(abc)^2=3(5)^2=75$$

Clave: e

PROBLEMA 23

Si: $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}=0$; $xyz\neq 0$

Calcule $\left(\frac{x^2+yz}{x^2}\right)\left(\frac{y^2+xz}{y^2}\right)\left(\frac{z^2+xy}{z^2}\right)$

a) 1 b) 0 c) –1
d) 3 e) $\sqrt{5}$

Resolución:

Operando el dato:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}=0$$
$$\frac{x^2z+y^2x+z^2y}{xyz}=0$$
$$x^2z+y^2x+z^2y=0$$
$$x^2z+z^2y=-y^2x$$
$$z(x^2+yz)=-y^2x \quad .... \quad (1)$$

Análogamente se encuentra que:

$$x(y^2+xz)=-z^2y \quad .... \quad (2)$$
$$y(z^2+xy)=-x^2z \quad .... \quad (3)$$

Multiplicando (1) (2) y (3):

$$xyz(x^2+yz)(y^2+xz)(z^2+xy)=-x^3y^3z^3$$
$$(x^2+yz)(y^2+xz)(z^2+xy)=-x^2y^2z^2$$

En lo que piden:

$$\frac{(x^2+yz)(y^2+yz)(z^2+xy)}{x^2y^2z^2}=\frac{-x^2y^2z^2}{x^2y^2z^2}$$
$$=-1$$

Clave: c

PROBLEMA 24

Si: $\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}=7$

Calcular: $M=\sqrt[8]{\frac{a}{b}}-\sqrt[8]{\frac{b}{a}}$

a) $\sqrt{\sqrt{5}-2}$ b) 1 c) $\sqrt{5}-1$
d) 3 e) $\sqrt{5}$

Resolución:

Como: $M=\sqrt[8]{\frac{a}{b}}-\sqrt[8]{\frac{b}{a}}$

$$M^2=\sqrt[4]{\frac{a}{b}}+\sqrt[4]{\frac{b}{a}}-2$$

En el dato: $\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}=7$

$$\left(\sqrt[4]{\frac{a}{b}}\right)^2+\left(\sqrt[4]{\frac{b}{a}}\right)^2=7$$

$$\left(\sqrt[4]{\frac{a}{b}}\right)^2+\left(\sqrt[4]{\frac{b}{a}}\right)^2+2=9$$

$$\left(\sqrt[4]{\frac{a}{b}}+\sqrt[4]{\frac{b}{a}}\right)^2=9$$

$$\sqrt[4]{\frac{a}{b}}+\sqrt[4]{\frac{b}{a}}=3$$

Luego: $M^2=\sqrt[4]{\frac{a}{b}}+\sqrt[4]{\frac{b}{a}}-2$

$$M^2=3-2$$

$$M^2=1 \rightarrow M=1$$

Clave: b

PROBLEMA 25

Si: $\sqrt{\frac{x}{y}}-15\sqrt{\frac{y}{x}}=2$

Hallar: $P=\sqrt{\frac{x-9y}{4y}}$

a) 2 b) 1 c) 4
d) 3 e) 0

Resolución:

Multiplicando por $\sqrt{\frac{x}{y}}$:

$$\sqrt{\frac{x}{y}}-15\sqrt{\frac{y}{x}}=2$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}}^2-15=2\sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}}^2-2\sqrt{\frac{x}{y}}-15=0$$

$\sqrt{\frac{x}{y}}$ $+3$
$\sqrt{\frac{x}{y}}$ $-5 \rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}}=5$

$$\frac{x}{y}=25$$

$$x=25y$$

Reemplazando:

$$P=\sqrt{\frac{x-9y}{4y}}=\sqrt{\frac{25y-9y}{4y}}=\sqrt{4}$$

$\therefore$ $P=2$

Clave: a

PROBLEMA 26

Si: $ab=1$ y $ax^{2n}+bx^{-2n}=258$

Calcular: $P=\sqrt{\frac{x^n}{\sqrt{a}x^{2n}-\sqrt{b}}}$

a) 2 b) 1 c) 0.5
d) 0,25 e) 0,125

Resolución:

Del dato: $ax^{2n}+bx^{-2n}=258$

$$(\sqrt{a}x^n)^2+(\sqrt{b}x^{-n})^2-2=256$$

Como: $ab = 1$

Tenemos:

$$(\sqrt{a}x^n)^2 + (\sqrt{b}x^{-n})^2 - 2\underbrace{(\sqrt{ab}x^n \cdot x^{-n})}_{1} = 256$$

$$(\sqrt{a}x^n - \sqrt{b}x^{-n})^2 = 16^2$$

$$\sqrt{a}x^n - \sqrt{b}x^{-n} = 16$$

$$\sqrt{a}x^{2n} - \sqrt{b} = 16x^n$$

Reemplazando en lo que piden:

$$P = \sqrt{\frac{x^n}{\sqrt{a}x^{2n} - \sqrt{b}}} = \sqrt{\frac{x^n}{16\cancel{x^n}}}$$

$$P = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Clave: d

PROBLEMA 27

Si: $x - \frac{1}{x} = 1$

Calcular: $K = \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$

a) 2 b) 1 c) 0
d) 3 e) 4

Resolución:

Como: $x - \frac{1}{x} = 1$

Elevando al cuadrado:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

En lo pedido:

$$K = x^3 - \frac{1}{x^3}$$

$$K = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}}\right)$$

$$K = (1)(3+1) = 4$$

Clave: e

PROBLEMA 28

Simplificar:

$$J = \frac{\left[\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2 + \left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)^2\right]^2 - 4\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2\right]^2}{\left[\left(\frac{x}{y}\right)^3 + \left(\frac{y}{x}\right)^3\right]^2 - \left[\left(\frac{x}{y}\right)^3 - \left(\frac{y}{x}\right)^3\right]^2}$$

a) 0 b) 1 c) 4
d) 3 e) 2

Resolución:

Como: $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$$(a+b) - (a-b)^2 = 4ab$$

Tenemos:

$$J = \frac{\left[\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2 + \left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)^2\right]^2 - 4\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2\right]^2}{\left[\left(\frac{x}{y}\right)^3 + \left(\frac{y}{x}\right)^3\right]^2 - \left[\left(\frac{x}{y}\right)^3 - \left(\frac{y}{x}\right)^3\right]^2}$$

$$J = \frac{\cancel{4}\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right]^2 - \cancel{4}\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right)^2\right]^2}{\cancel{4}\left(\frac{x}{y}\right)^3\left(\frac{y}{x}\right)^3}$$

$$J = \frac{4\left(\frac{x}{y}\right)^2\left(\frac{y}{x}\right)^2}{\left(\frac{x}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^3} = \frac{4(1)}{1} = 4$$

Clave: c

PROBLEMA 29

Al efectuar:

$$R=\left[(x-1)^2(x+1)^2(x^2-1)^3(x^2+1)^5 (x^4+1)^5(x^8-1)^3\right]^{\frac{1}{8}}-x^8$$

a) -1 b) 1 c) 0
d) 2 e) 3

Resolución:

Aplicando diferencia de cuadrados:

$$R=[\underbrace{(x-1)^2(x+1)^2}(x^2-1)^3(x^2+1)^5 (x^4+1)^5(x^8-1)^3]^{\frac{1}{8}}-x^8$$

$$R=[\underbrace{(x^2-1)^2(x^2-1)^3}(x^2+1)^5(x^4+1)^5 (x^8-1)^3]^{\frac{1}{8}}-x^8$$

$$R=[\underbrace{(x^2-1)^5(x^2+1)^5}(x^4+1)^5 (x^8-1)^3]^{\frac{1}{8}}-x^8$$

$$R=[\underbrace{(x^4-1)^5(x^4+1)^5}(x^8-1)^3]^{\frac{1}{8}}-x^8$$

$$R=[(x^8-1)^5(x^8-1)^3]^{\frac{1}{8}}-x^8$$

$$R=[(x^8-1)^{\cancel{8}}]^{\frac{1}{\cancel{8}}}-x^8$$

$$R=\cancel{x^8}-1-\cancel{x^8}=-1$$

Clave: a

PROBLEMA 30

Calcular:

$$P=\sqrt{(a^x-a^{-x})^2+4}\div(a^x+a^{-x})$$

a) 1 b) 2 3) 0
d) a^{2x} e) a

Resolución:

$$P=\sqrt{(a^x-a^{-x})^2+4}\div(a^x+a^{-x})$$

$$P=\sqrt{a^{2x}+a^{-2x}-2+4}\div(a^x+a^{-x})$$

$$P=\sqrt{a^{2x}+a^{-2x}+2}\div(a^x+a^{-x})$$

$$P=\sqrt{(a^x+a^{-x})^{\cancel{2}}}\div(a^x+a^{-x})$$

$$P=(a^x+a^{-x})\div(a^x+a^{-x})$$

$$\therefore\quad P=1$$

Clave: a

PROBLEMA 31

Siendo: $a^3+b^3+c^3=8$

$a+b+c=2$

$abc=4$

Hallar: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

a) 1/2 b) 1 c) 1/4
d) 2 e) 0

Resolución:

Nos piden: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{ab+bc+ac}{abc}$

Como $a+b+c=2$

elevamos al cubo: $(a+b+c)^3=2^3$

$$\underbrace{a^3+b^3+c^3}+3(a+b+c)(ab+bc+ac)-3abc=8$$

$$\cancel{8}=3(2)(ab+bc+ac)-3(4)=\cancel{8}$$

$$ab+bc+ac=2$$

Piden: $\dfrac{ab+bc+ac}{abc}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

Clave: a

PROBLEMA 32

Efectuar:

$$E=\frac{(a^2+3a)(a-3)(a^2-3a+9)(a^2+3a+9)}{a^6b-729b}$$

a) 1 b) $\frac{b}{a}$ c) $\frac{1}{b}$

d) $\frac{a}{b}$ e) 0

Resolución:

Operando:

$$E=\frac{a(a+3)(a-3)(a^2-3a+9)(a^2+3a+9)}{b(a^6-3^6)}$$

$$E=\frac{a(a+3)(a^2-3a+9)(a-3)(a^2+3a+9)}{b(a^3+3^3)(a^3-3^3)}$$

$$E=\frac{a(\cancel{a^3+a^3})(\cancel{a^3-3^3})}{b(\cancel{a^3+3^3})(\cancel{a^3-3^3})}=\frac{a}{b}$$

Clave: d

PROBLEMA 33

Si: $\left(\frac{x}{y}\right)^m+\left(\frac{y}{x}\right)^m=727$

Calcular: $K=\sqrt[3]{\dfrac{x^m+y^m}{\sqrt{x^m y^m}}}$

a) 1 b) 2 c) 0

d) 4 e) 3

Resolución:

Como: $\left(\frac{x}{y}\right)^m+\left(\frac{y}{x}\right)^m+2=729$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^m+\left(\frac{y}{x}\right)^m+2=729$$

$$\left(\sqrt{\frac{x}{y}}^{\,m}+\sqrt{\frac{y}{x}}^{\,m}\right)^2=27^2$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}}^{\,m}+\sqrt{\frac{y}{x}}^{\,m}=27$$

Piden: $K=\sqrt[3]{\dfrac{x^m}{\sqrt{x^m y^m}}+\dfrac{y^m}{\sqrt{x^m y^m}}}$

$$K=\sqrt[3]{\sqrt{\frac{x^{2m}}{x^m y^m}}+\sqrt{\frac{y^{2m}}{x^m y^m}}}$$

$$K=\sqrt[3]{\sqrt{\frac{x}{y}}^{\,m}+\sqrt{\frac{y}{x}}^{\,m}}$$

$$K=\sqrt[3]{27}=3$$

Clave: e

PROBLEMA 34

Sabiendo que:

$$(xy)^2=b \quad , \quad x^6-y^6=a^3+3ab$$

Calcular: x^2-y^2

a) 1 b) 0 c) a

d) a^2 e) b

Resolución:

Elevando al cubo lo que nos piden:

$$k=x^2-y^2$$

$$k^3=\underline{x^6-y^6}-3(x^2-y^2)(x^2\cdot y^2)$$

$$k^3=a^3+3ab-3kb$$

$$k^3+3kb=a^3+3ab$$

$$k(k^2+3b)=a(a^2+3b)$$

Comparando: $k = a$

Clave: c

PROBLEMA 35

Simplificar:

$$(x^{2^n}+y^{2^n})(x^{2^n}-y^{2^n})(x^{2^{n+1}}+y^{2^{n+1}})+y^{2^{n+2}}$$

a) $x^{2^{n+2}}$ b) x^2 c) x^{n+2}
d) $x^{2^{n+1}}$ e) 1

Resolución:

Aplicando diferencia de cuadrado:

$$E=\underbrace{(x^{2^n}+y^{2^n})(x^{2^n}-y^{2^n})}_{\text{dif. de cuadrados}}(x^{2^{n+1}}+y^{2^{n+1}})+y^{2^{n+2}}$$

$$E=\left[(x^{2^n})^2-(y^{2^n})^2\right]\left[x^{2^{n+1}}+y^{2^{n+1}}\right]+y^{n+2}$$

$$E=\underbrace{\left[x^{2^{n+1}}-y^{2^{n+1}}\right]\left[x^{2^{n+1}}+y^{2^{n+1}}\right]}+y^{2^{n+2}}$$

$$E=\left[(x^{2^{n+1}})^2-(y^{2^{n+1}})^2\right]+y^{2^{n+2}}$$

$$E=x^{2^{n+2}}-\cancel{y^{2^{n+2}}}+\cancel{y^{2^{n+2}}}$$

$$E=x^{2^{n+2}}$$

Clave: a

PROBLEMA 36

Sabiendo que: $2b=(a+2)(a+b)\,;\,a\neq 0$

Hallar: $E=a^3+b^3-6ab$

a) 8 b) 1 c) 8
d) 7 e) -7

Resolución:

Del dato: $2b=(a+2)(a+b)$

$$\cancel{2b}=a^2+ab+2a+\cancel{2b}$$

$$0=a(a+b+2)$$

Como: $a\neq 0 \rightarrow a+b+2=0$

$$a+b=-2$$

Elevando al cubo: $(a+b)^3=(-2)^3$

$$a^3+b^3+3ab(a+b)=-8$$

$$a^3+b^3+3ab(-2)=-8$$

$$a^3+b^3-6ab=-8$$

$$\therefore\quad E=-8$$

Clave: c

PROBLEMA 37

Si: $a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}=d^{-1}$

Simplificar: $E=4\left(\dfrac{bd+ad}{ad-ac}\right)\dfrac{c}{b}$

a) 4 b) -4 e) 1
d) -1 e) 3

Resolución:

Nos piden: $E=4\left(\dfrac{bd+ad}{ad-ac}\right)\dfrac{c}{b}$

$$E=-\frac{4(a+b)dc}{(c-d)ab}$$

Como: $a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}=d^{-1}$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{d}-\frac{1}{c}$$

$$\frac{a+b}{ab}=\frac{c-d}{dc}$$

$$(a+b)dc=ab(c-d)$$

Reemplazando $E=-\dfrac{4(\cancel{ab})(\cancel{c-d})}{(\cancel{c-d})(\cancel{ab})}$

$$\therefore\quad E=-4$$

Clave: b

PROBLEMA 38

Simplificar:

$$E=\frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$$

a) 1 b) 2 c) n

d) $2n$ e) n^2

Resolución:

$$E=\frac{(n+2+\sqrt{n^2-4})^2+(n+2-\sqrt{n^2-4})^2}{(n+2+\sqrt{n^2-4})(n+2-\sqrt{n^2-4})}$$

$$E=\frac{2[(n+2)^2+\sqrt{n^2-4}^{\,2}]}{\cancel{n^2}+4n+4-\cancel{n^2}+4}$$

$$E=\frac{2[2n^2+4n]}{4n+8}=\frac{\cancel{4}n(\cancel{n+2})}{\cancel{4}(\cancel{n+2})}$$

$\therefore \quad E=n$ **Clave: c**

PROBLEMA 39

Si: $a,b,c\in\mathbb{R}$ tal que:

$$(ab+bc+ac)^2=3abc(a+b+c)$$

Calcule: $M=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{a^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

a) 2 b) 1 c) $\sqrt{6}$

d) 6 e) $-\sqrt{6}$

Resolución:

Del dato:

$(ab+bc+ac)^2=3abc(a+b+c)$

$(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2+2abc(a+b+c)=3abc(a+b+c)$

$(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=abc(a+b+c)$

$(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=(ab)(ac)+(ab)(bc)$
$(ac)(bc)$

Comparando: $ab=bc=ac$

Luego: $a=b=c$

Remplazando:

$$M=\frac{\sqrt{a^2+a^2}+\sqrt{a^2+a^2}+\sqrt{a^2+a^2}}{\sqrt{a^2+a^2+a^2}}$$

$$M=\frac{3\sqrt{2}\,\cancel{a}}{\sqrt{3}\,\cancel{a}}=\sqrt{3}\,\sqrt{2}=\sqrt{6}$$

Clave: c

PROBLEMA 40

Reducir:

$[(x+y)^2-(x-y)^2][(x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2]$
$\ldots[(x^n+y^n)^2-(x^n-y^n)^2]$

a) $(4xy)^n$ b) $\left(4(xy)^{\frac{n+1}{2}}\right)^n$

b) $(4xy)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ d) $(4xy)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

e) $\left(4(xy)^{\frac{n-1}{2}}\right)^n$

Resolución:

Aplicando Legendre en cada corchete:

$$\underbrace{[4xy][4x^2y^2][4x^3y^3]\ldots[4x^ny^n]}_{n\text{ corchetes}}$$

$$=\underbrace{4\cdot4\cdot4\ldots4}_{n\text{ veces}}\cdot(xy)^1(xy)^2(xy)^3\ldots(xy)^n$$

$$=4^n(xy)^{1+2+3+\ldots+n}$$

$$=4^n(xy)^{\frac{n(n+1)}{2}}=\left[4(xy)^{\frac{n+1}{2}}\right]^n$$

Clave: b

Primera Práctica

Productos Notables

01 Calcular:

$$M = \left[(x+13)(13-x)+(x+12)(x-12) \right]^{0.5}$$

a) 3 b) 5 c) 2
d) 6 e) 8

02 Si: $a+b=2$ y $ab=1$.

Hallar: a^2+b^2.

a) 2 b) 1 c) 3
d) 5 e) 0

03 Si: $x-\frac{1}{x}=\sqrt{2}$.

Calcular: $x^2+\frac{1}{x^2}$

a) 2 b) 6 c) 3
d) 4 e) 2

04 Si: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=2$

Calcular: $P=\left(\frac{a}{b}\right)^{2006}+\left(\frac{b}{a}\right)^{17}$

a) 1 b) 4 c) 3
d) 6 e) 2

05 Si: $x-y=\sqrt[4]{5}$ y $xy=\sqrt{5}$

Calcular: $S=x^2-y^2$

a) 1 b) 7 c) 5
d) 8 e) 3

06 Si: $m+n=2$ y $m^3+n^3=4$

Calcular: $P=(mn)^5$

a) $\frac{32}{243}$ b) $\frac{16}{243}$ c) $\frac{32}{241}$
d) $\frac{16}{241}$ e) 1

07 Si: $x^2+3x-\sqrt{2}=0$.

Calcular: $x(x+1)(x+2)(x+3)-2\sqrt{2}$

a) 3 b) 1 c) 0
d) 2 e) 5

08 Si: $a^2+b^2=8$

Calcular el máximo valor de:
$P=a+b$

a) 4 b) 2 c) 16
d) 8 e) 5

09 Si: a, b y c son números que cumplen:

$a+b+c=20$ y $a^2+b^2+c^2=300$

Calcular:
$T=(a+b)^2+(a+c)^2+(b+c)^2$

a) 700 b) 900 c) 500
d) 600 e) 800

10 Si: $y+y^{-1}=1$

Calcular: y^3-y^{-3}

a) 3 b) 1 c)5
d) 0 e) 2

11 Si: $r^2+\frac{1}{r^2}=3$, $r>0$

Calcular: $E=r^5-\frac{1}{r^5}$

a) 9 b) 11 c) 13
d) 8 e) 10

12 Reducir:
$(x^2-x+1)(x^2+x+1)(x^4-x^2+1)(x^4-1)$

a) x^{12} b) x^3+1 c) $x^{12}-1$
d) x^3-1 e) $x^{12}+1$

13 Resolver: $M=\left[\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{xy}\right]^{1/2}$

a) 1 b) 5 c) 0
d) 4 e) 2

14 Calcular el valor de:
$(1+x)(1-x)(1-x+x^2)(1+x+x^2)$
$(1+x^6+x^{12})$

Sabiendo que: $x=\sqrt[6]{2}$

a) 7 b) 6 c) 5
d) −4 e) −7

15 Si: $\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}+\sqrt[6]{c}=0$

Calcular: $M=\frac{9\sqrt[3]{abc}-(a+b+c)}{\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}}$

a) 2 b) 1 c) 3
d) 5 e) 0

16 Hallar el valor numérico de:

$$M=\frac{(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2}{12}$$

Si se sabe que: $a-b=b-c=\sqrt{3}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 3
d) $\frac{3}{2}$ e) 2

17 La siguiente expresión:
$(m-n+p-q)^3-(m-n+p)^3+3q\cdot$
$(m-n+p-q)(m-n+p)$
es quivalente a:

a) q^3 b) $-q^3$ c) q^2
d) p^3 e) $-p^3$

18 El equivalente de:
$(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)\ldots n$ factores.
es:

a) $x^{2^{n+1}}-1$ b) $x^{2^{n-1}}+1$ c) x^{2^n}
d) $x^{2^n}-1$ e) $x^{2^{n-1}}-1$

19 Si la diferencia de las cuartas potencias de dos números es 369 y el cuadrado de la suma de cuadrados es: 1681. ¿Cuál es la suma de los números?

a) 9 b) 11 c) 8
d) 10 e) 13

20 Si: $a^2+b^2=\sqrt[3]{10}+1$ y
$a\cdot b=\sqrt[3]{100}-\sqrt[3]{10}+1$

Calcular: $M=(a+b)^4-(a-b)^4$

a) 78 b) 88 c) 90
d) 87 e) 68

21 Hallar el valor de:

$$1+3(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

a) 2^{16} b) 2^{14} c) 16^2
d) 2^6 e) 2

22 Si: $a^{4n}+a^{-4n}=34$, entonces:
a^n-a^{-n}, es:

a) 1 b) 4 c) 2
d) 6 e) 5

23 Sabiendo que: $(xy)^2=b$ y
$x^6-y^6=a^3+3ab$
Calcular: x^2-y^2

a) a b) $3a$ c) $2a$
d) b e) $a+b$

24 Si: $ab=1$, $a,b\in \boldsymbol{R}$

Calcular: $P=a\cdot\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}}+b\cdot\sqrt{\frac{a^2+1}{b^2+1}}$

a) 1 b) 4 c) 0
d) 3 e) 2

25 Si $a+b=2$, $ab=3$.
Calcular el valor de: $M=\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2}$

a) 6 b) 5 c) 3
d) 7 e) 4

26 Sean: $x=\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$
$y=\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$
$z=\sqrt[3]{3+\sqrt{3}}$

Calcule: $M=\frac{x^2+y^2+z^2-(xy+xz+yz)}{(y-z)^2+(x-z)^2}$

a) 2 b) $\frac{1}{3}$ c) 1
d) 4 e) $\frac{1}{2}$

27 Si: $a+b+c=0$
Reducir:
$$A=\left[\frac{a^2}{bc}+\frac{b^2}{ac}+\frac{c^2}{ab}\right]\left[\frac{a^2+ab+b^2}{b^2+bc+c^2}\right]$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 5 e) 7

28 Si: $x=\sqrt[3]{2}$, calcule:
$$\sqrt{(x+1)^2(x^2+2x-1)-(x-1)^2(x^2-2x-1)}$$

a) 8 b) 4 6) 16
d) 2 e) $2\sqrt{2}$

29 Si: $\frac{1}{x+a}+\frac{1}{a+n}=\frac{4}{x+2a+n}$

Calcule: $M=\frac{x^2+x+n^2-n}{(x+n)^2}$

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$
d) 2 e) 6

Segunda Práctica

Productos Notables

01 Dada la expresión:

$$(a+2b)^2+(a-2b)^2=8ab$$

Hallar el valor de: $M=\frac{ab+2b^2}{a^2}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

02 Si: $(a+b+c+d)^2=4(a+b)(c+d)$

Calcular el valor de: $\sqrt[3(a+b)]{27^{c+d}}$

a) 1 b) 2 c) $\sqrt[3]{3}$
d) 3 e) $\sqrt[3]{2}$

03 Si: $10^{x+y}+10^{x-y}=m \wedge 10^{2x}=n$

Calcular: $100^{x+y}+100^{x-y}$

a) m^2+2n b) m^2-2n
c) m^2-n d) m^2+n
e) $m-n$

04 Si: $a(a^2+3b^2)=b(b^2+3a^2)+8$
¿Qué valor tiene $a-b$?

a) 1 b) 2 c) 1
d) 4 e) $\sqrt[3]{2}$

05 Si: $\sqrt{m+n}+\sqrt{m-n}=n$

Calcular: $\sqrt{m+n}-\sqrt{m-n}$

a) m b) $2n$ c) 0
d) 2 e) 1

06 Si: $8xy=\sqrt{x+2yx}+\sqrt{x-2yx}$

Calcular: $R=\sqrt{x+2yx}-\sqrt{x-2yx}$

a) 3 b) 2 c) 1
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

07 Si: $xy^{-1}+xy^{-1}=2$, calcular: $\frac{(x+y)^3}{xy^2}$

a) 6 b) 7 c)8
d) 27 e) 1

08 Si: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{4}{x+y}$

Calcular el valor de:

$$\frac{x^2-y^2}{xy}+\frac{xy}{x+y}+\frac{(x+y)^2}{x^2}$$

a) $\frac{x+8}{2}$ b) $\frac{x+4}{2}$ c) $\frac{x+y}{2}$
d) $\frac{x+3y}{2}$ e) 1

09 Si: $x^2+1=3x$. Hallar: x^3+x^{-3}

a) 36 b) 24 c) 18
d) 29 e) 31

10 Simplificar:

$(x^2+5x+5)^2-(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

11 Efectuar:

$(x-3)(x+2)(x-5)(x+4)-$
$(x-2)^2(x+1)^2+22x(x-1)$

a) 116 b) 115 c) 114
d) 120 e) 230

12 Si: $x^2+5x-\sqrt{3}=0$

Calcular: $x(x+1)(x+4)(x+5)-4\sqrt{3}$

a) 2 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

13 Halle el valor numéricos de:

$\sqrt{(x+4)(x+2)+1}$, para: $x=1997$

a) 1996 b) 1997 c) 1998
d) 1999 e) 2000

14 Reducir:

$(m+n+p)^3-(m-n+p)^3$
$-6n[(m+p)^2-n^2]$

a) 0 b) m c) n^3
d) $6mnp$ e) $8n^3$

15 Si: $x=\sqrt{11}-\sqrt{7}$; $y=\sqrt{5}-\sqrt{11}$

$z=\sqrt{7}-\sqrt{5}$

Calcular el valor numérico de:

$$\left(\frac{x^2+y^2+z^2}{xy+yz+zx}\right)\left(\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}\right)$$

a) –6 b) –3 c) –2
d) 3 e) 6

16 Si: $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}=0$

Entonces: $L=\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$ es equivalente a:

a) $(abc)^2$ b) $\sqrt[3]{abc}$ c) $(abc)^3$
d) $3\sqrt{abc}$ e) abc

17 Si: $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}=0$.

Calcular "n" de:

$$\left[\frac{x+y+z}{\sqrt[3]{xyz}}\right]^{4n}=27^{n+2}$$

a) 6 b) 5 c) 4
d) 3 e) 2

18 Si: $a+b+c=0$. Efectuar

$$N=\frac{a(a^2+bc)+b(b^2+ac)+c(c^2+ab)}{(a+b)(a+c)(b+c)}$$

a) $-3abc$ b) –3 c) $-6abc$
d) –6 e) 3

19 Sabiendo que: $a+2b+3c=0$

$$\frac{(a+b)^3+(b+2c)^3+c^3}{(a+b)(b+2c)c}$$

a) 6 b) 3 c) 1
d) –3 e) –6

20 Si: $a+b+c=6$

Reducir: $R=\frac{(a-1)^3+(b-2)^3+(c-3)^3}{(a-1)(b-2)(c-3)}$

a) -3 b) -2 c) 0
d) 2 e) 3

21 Si: $a;b;c\in R$; y además se verifica:

$$a^2+b^2+c^2+21=2(a+2b+4c)$$

Calcular el valor de " abc ".

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 16

22 Si: $x=\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}-\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$

Hallar: $M=x^3+3x+8$

a) 10 b) 12 c) 14
d) 16 e) 18

23 Si: $\frac{ab}{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$; determine el valor de:

$$E=\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^8$$

a) 44 b) 45 c) 46
d) 47 e) 48

24 Sea: $a>0$, si se cumple que:

$\frac{a^4+a^{-4}-5}{a^2+a^{-2}}=6$ determine: $a+a^{-1}$.

a) 2 b) 3 c) 7
d) 1 e) 18

25 Si: $\frac{a}{2b}+\frac{2b}{a}=2$

Calcular: $\left(\frac{b}{a}\right)^3$

a) 1/2 b) 1/3 c) 1/5
d) 1/8 e) 1/9

26 Si $xy^{-1}+xy^{-1}=2$.

Calcular el valor de:

$$H=\frac{(3x^n+y^n)^2}{x^{2n}}+\frac{y}{x}$$

a) 15 b) 17 c) 19
d) 21 e) 23

27 Efectuar:

$$R=(x^y+x^{-y})(x^y-x^{-y})(x^{4y}+1+x^{-4y})+x^{-6y}$$

a) x^y b) x^{-6y} c) x^{2y}
d) x^{4y} e) x^{6y}

28 Si $a+b+c=0$

Calcular: $H=\frac{2abc}{(a^2+ac+bc+ab)(b+c)}$

a) -2 b) 2 c) -4
d) 4 e) 1

29 Efectuar: $\left[\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt[4]{7}}\right]^4+\left[\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt[4]{7}}\right]^4$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

30 Si $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}=2$

Hallar: $E=\frac{(a^2+b^2)^2+(a^2-b^2)^2}{(a^2+b^2)^2-(a^2-b^2)^2}$

a) 1/2 b) 2 c) 3/2
d) 1 e) 0

Tercera Práctica

Productos Notables

$$H = \frac{4(x^8+y^8)}{(x^2y^2)^2}$$

01 Si: $a+b+c=0$

Calcule: $\frac{c}{a+b}+\frac{b}{a+c}+\frac{a}{b+c}$

a) 2 b) −3 c) 1
d) −2 e) 3

02 Si: $\frac{a}{(b-1)(b+1)}=\frac{b}{(a+1)(a-1)}$; $a \pm b$

Calcule: $\frac{(a-b)^2}{1-3ab}+\frac{a^2-b^2}{1-b(a+2b)}$

a) 1 b) 2 c) −1
d) −2 e) 0

03 Dada las condiciones:

$x = a(a+1)+b(b+1)+ab$

$y = a(a-1)+b(b-1)+ab$; $a \neq b$

al reducir la expresión: $\frac{x^2-y^2}{4(a^3-b^3)}$

se obtiene:

a) $\frac{a+b}{a-b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $\frac{a}{b}$
d) 4a e) $a-b$

04 Calcular: $R=\frac{\sqrt{(a^x-a^{-x})^2+4}}{a^x+a^{-x}}$

a) −1 b) 2 c) a^x
d) 0 e) 1

05 Si "x" es un número tal que:

$$10x^4+10x^2+4=3x^2-6$$

Halle el valor de: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$

a) $\frac{13}{10}$ b) $\frac{10}{13}$ c) $\frac{7}{10}$
d) $\frac{13}{7}$ e) 1

06 Si $a^3=b^3$; $a \neq b$

Halle el valor de: $\frac{ab}{(a-b)^2}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $-\frac{1}{3}$
d) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{3}$

07 Simplificar:

$(a+b+c)^2+(a-b)^2+(a-c)^2+$
$(b-c)^2-3(a^2+b^2+c^2)$

a) b^2 b) a^2 c) c^2
d) $a^2+b^2+c^2$ e) 0

08 Efectuar:

$(a+b+c)^3-(a-b+c)^3-6b[(a+c)^2-b^2]$

a) $8a^3$ b) $8b^3$ c) $8c^3$
d) 0 e) $8abc$

09 Si $ab=1$ y $ax^{2n}+bx^{-2n}=258$

Calcular: $P=\sqrt{\frac{x^n}{\sqrt{ax}^{an}-\sqrt{b}}}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{16}$ e) 16

10 Si: $x^4-y^4=6$, $x^2-y^2=3$

Calcular: $R=(x+y)^2+(x-y)^2$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

11 Si se sabe que: $\frac{2x}{y}=\sqrt{\frac{1+xy}{1-xy}}$

Calcular el valor de:

$E=\left(\frac{2x+y}{2x-y}+\frac{2x-y}{2x+y}\right)\left(\frac{2x+y}{2x-y}-\frac{2x-y}{2x+y}\right)\left(4x^2-y^2\right)$

a) 16 b) 17 c) 18
d) 15 e) 14

12 Si $ab=1$, el valor de:

$M=a\cdot\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}}+b\cdot\sqrt{\frac{a^2+1}{b^2+1}}$, $a,b\in R$

a) 2 b) 4 c) 5
d) 3 e) 1

13 Si: $x^{3+}y^3+z^3=3$

Reducir: $N=\frac{(x+y+z)^3-2}{9+(x^3+y^3+z^3)^3(x+y)(y+z)(z+x)}$

a) 1/2 b) 1/3 c) 1/5
d) 1/7 e) 1/9

14 Dada las condiciones:

$a^2+b^2+c^2=2$ y

$(a+b+c)(1+ab+ac+bc)=32$

Calcular: $a+b+c$

a) 4 b) 16 c) 64
d) $\sqrt[3]{32}$ e) 2

15 Determinar el Valor Numérico de:

$$M=\frac{4}{1+\frac{xy(x+y)^{-1}}{1+\frac{xy(x+y)^{-1}}{4-xy(x+y)^{-1}}}}$$

para $x=\sqrt{5}$ e $y=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$

a) $\sqrt{5}$ b) 2 c) 1
d) 4 e) 2^{-1}

16 Dado: $\frac{x^2}{y}-\frac{y^2}{x}=3(x-y)$

Calcular: $H=\frac{4(x^8+y^8)}{(x^2y^2)^2}$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

17 Simplificar:

$$\frac{(a+b)(a^3-b^3)+(a-b)(a^3+b^3)}{a^4-b^4}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

18 Reducir:

$(x^2-x+1)(x^2+x+1)(x^4-x^2+1)(x^4-1)$

a) x^6-1 b) $x^{10}-1$ c) $x^{12}-1$
d) x^8+1 e) x^4-1

19 Si $a+\frac{1}{a}=5$

Hallar $E=\sqrt{\frac{(a^5+a^3)(a^3+a)}{4a^6}}$

a) 5/2 b) 2/5 c) 1
d) 2 e) 5

20 Si $a+b=\sqrt[3]{3}$ y $a-b=\sqrt[3]{2}$

Determinar el valor de:

$$4ab(a^2+3b^2)(b^2+3a^2)$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

21 Si $a+b+c=0$

Calcular: $E=\frac{a^3+b^3+c^3}{9abc}$

a) 1 b) 3 c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{2}$ e) 0

22 Hallar el valor de: x^3+y^3

Si: $x+y=6$ y $xy=7$

a) 30 b) 40 c) 50
d) 80 e) 90

23 Simplificar:

$$\sqrt{16a^4+8a^2b^2+b^4}-(2a+b)(2a-b)$$

a) b^2 b) $2b^2$ c) 3b
d) $4a^2$ e) $8b^2$

24 Si $(a-b)=(b-c)=\sqrt{3}$

Hallar: $M=\frac{(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2}{12}$

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2
d) $\frac{3}{2}$ e) 3

25 Simplificar:

$$(x-a)(x+a)(x^2+ax+a^2)(x^2-ax+a^2)$$

a) a^6-x^6 b) x^6-a^6
c) $x-a$ d) $a+x$
e) $a-x$

26 Efectuar:

$$\sqrt{x+\sqrt{x^2-y^2}}\cdot\sqrt{x-\sqrt{x^2-y^2}}$$

a) y b) x c) x^2
d) y^2 e) xy

27 Efectuar:

$$E=(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt[4]{x}-1)(\sqrt{x}+1)$$
$$(x+1)(x^4+x^2+1)$$

a) x^4-1 b) x^6-1
c) x^3+1 d) x^6+1
e) x^2+1

CLAVES
PRODUCTOS NOTABLES

PRIMERA PRÁCTICA				
01. b	02. a	03. d	04. e	05. c
06. a	07. d	08. a	09. a	10. d
11. b	12. c	13. e	14. e	15. a
16. d	17. b	18. e	19. a	20. b
21. a	22. c	23. a	24. e	25. b
26. e	27. c	28. b	29. b	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. a	02. d	03. b	04. b	05. d
06. d	07. c	08. a	09. c	10. b
11. a	12. b	13. e	14. e	15. a
16. e	17. a	18. d	19. b	20. e
21. d	22. a	23. d	24. b	25. d
26. b	27. e	28. a	29. d	30. d

TERCERA PRÁCTICA				
01. b	02. b	03. a	04. e	05. a
06. c	07. e	08. b	09. c	10. b
11. a	12. a	13. e	14. a	15. b
16. b	17. b	18. c	19. a	20. c
21. c	22. e	23. b	24. d	25. b
26. a	27. b			

Capítulo 30

R.T. DE UN ÁNGULO AGUDO

Objetivos:

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

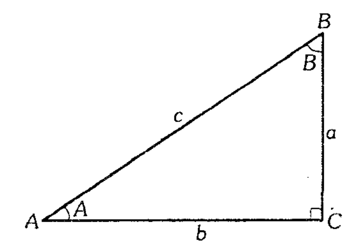
- Calcular los valores de las razones trigonométricas de los ángulos agudos.
- Conocer la relación entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, cuyos ángulos agudos pueden ser 30° ; 60° ; 45° ; 37° y 53° para luego calcular los valores de las razones trigonométricas de dichos ángulos.
- Encontrar equivalentes entre las razones trigonométricas de un ángulo agudo.
- Resolver los triángulos rectángulos, relacionando las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo mediante una razón trigonométrica.
- Calcular áreas de regiones triangulares conociendo las longitudes de los lados y el ángulo comprendido por los mismos.

Introducción:

Cien años antes de nuestra era, los griegos inventaron la trigonometría para resolver problemas de economía, navegación y geografía. En cambio los hindúes consideraron la trigonometría básicamente como herramienta de la astronomía.

En su forma más básica, la trigonometría es el estudio de las relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo rectángulo.

El desarrollo del presente capítulo lo haremos en el triángulo rectángulo.



Del gráfico ABC es un triángulo rectángulo del cual tenemos:

I. Catetos: a y b
   Hipotenusa: $c(a < c \ \text{ y } \ b < c)$

II. $A + B = 90°$; A y B son ángulos agudos y complementarios.

III. $(AC)^2 + (BC)^2 = (AB)^2$ teorema de Pitágoras.

Concepto de Razón Trigonométrica

Una razón trigonométrica de un ángulo agudo se define como cociente que se obtiene al dividir las longitudes de dos de los lados del triángulo rectángulo con respecto a un ángulo agudo. Las razones trigonométricas para ángulos agudos, se definen.

$$\text{sen}\measuredangle = \frac{\text{Cateto opuesto al }\measuredangle}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\cos\measuredangle = \frac{\text{Cateto adyacente al }\measuredangle}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\tan\measuredangle = \frac{\text{Cateto opuesto al }\measuredangle}{\text{Cateto adyacente al }\measuredangle}$$

$$\cot\measuredangle = \frac{\text{Cateto adyacente al }\measuredangle}{\text{Cateto opuesto al }\measuredangle}$$

$$\sec\measuredangle = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente al }\measuredangle}$$

$$\csc\measuredangle = \frac{\text{hiponusa}}{\text{Cateto opuesto al }\measuredangle}$$

Del gráfico anterior para el ángulo A se obtienen:

$\text{sen}A = \frac{a}{c}$ $\quad \cos A = \frac{b}{c}$ $\quad \tan A = \frac{a}{b}$

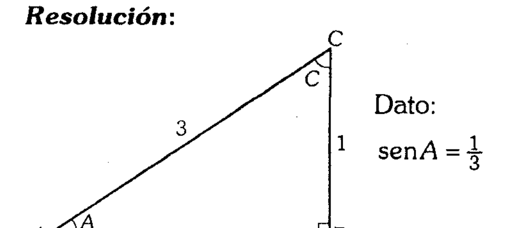
$\cot A = \frac{b}{a}$ $\quad \sec A = \frac{c}{b}$ $\quad \csc A = \frac{c}{a}$

***Ejemplo*:**

En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se tiene que $\text{sen}A = \frac{1}{3}$.

Halle $E = \tan C$

***Resolución*:**



Dato:

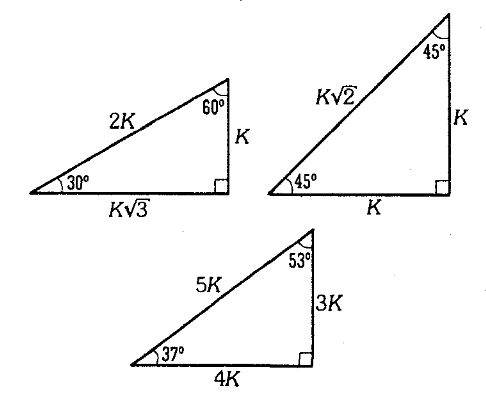
$\text{sen}A = \frac{1}{3}$

Asumimos $BC = 1$, $AC = 3$ aplicamos teoremas de Pitágoras $(3^2 = 1^2 + (AB)^2)$ llamamos $AB = 2\sqrt{2}$

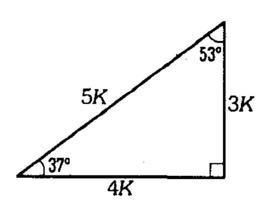
donde $\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{2\sqrt{2}}{1}$

$\therefore \quad \tan C = 2\sqrt{2}$

Razones Trigonométricas de Ángulos Notables (30°; 60°; 45°)



Triángulo Rectángulo con Ángulos Aproximados (37° ; 53°)

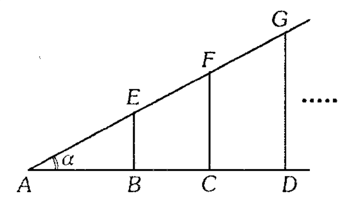


De los triángulos rectángulos anteriores se obtiene:

r. t.	30°	60°	37°	53°	45°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	1
cot	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	1
sec	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\sqrt{2}$
csc	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\sqrt{2}$

NOTA:

Las razones trigonométricas de un ángulo agudo no dependen de las medidas de los lados del triángulo rectángulo, solo depende del valor del ángulo.



Del gráfico: $\text{sen}\alpha = \frac{EB}{AE} = \frac{FC}{AF} = \frac{DG}{AG}$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS

Siendo A un ángulo agudo se cumple:

$$\text{sen}A\csc A = 1$$
$$\cos A\sec A = 1$$
$$\tan A\cot A = 1$$

***Ejemplos*:**

- $\text{sen}20°\csc 20° = 1$
- $\cos 80°\sec 80° = 1$
- $\tan 25°\cot\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 25°$
- $\cos 42°\sec\beta = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta = 42°$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

Siendo A y B ángulos agudos tal que $A + B = 90°$, se cumple:

$$\text{sen}A = \cos B$$
$$\tan A = \cot B$$
$$\sec A = \csc B$$

***Ejemplos*:**

- $\text{sen}20° = \cos 70°$
- $\tan 24° = \cot 66°$
- $\sec 46° = \csc 44°$
- $\text{sen}12° = \cos\theta \quad \Rightarrow \quad 12° + \theta = 90°$

  $\theta = 78°$
- $\tan 10° \cdot \tan 80° = \tan 10° \cot 10° = 1$

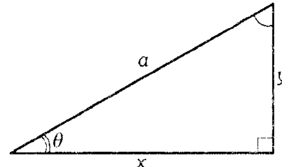
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Cuando en un triángulo rectángulo se conoce uno de sus lados y uno de sus ángulos agudos, es posible determinar sus otros lados así como también su otro ángulo agudo.

Tener presente que resolver un triángulo cualquiera es conocer sus tres lados y sus tres ángulos.

Caso I

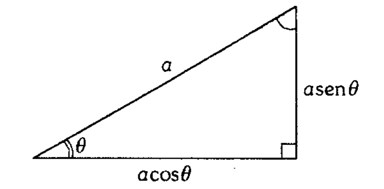
Conocida la hipotenusa (a) y un ángulo agudo (θ) determine x e y del gráfico adjunto.



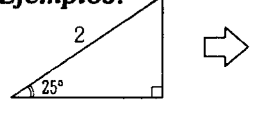
De la figura, por definición

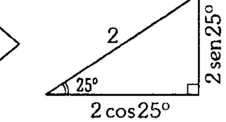
- $\frac{x}{a} = \cos\theta \quad \Rightarrow \quad x = a\cos\theta$
- $\frac{y}{a} = \text{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad y = a\,\text{sen}\theta$

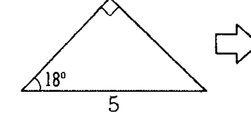
Se concluye que:

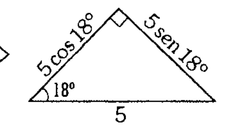


Ejemplos:



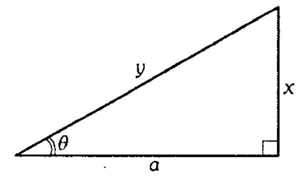






Caso II

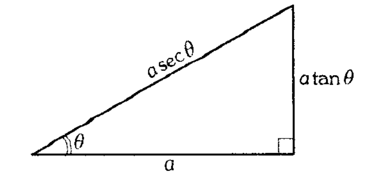
Conocido un ángulo agudo (θ) y su cateto adyacente (a), determine x e y del gráfico mostrado



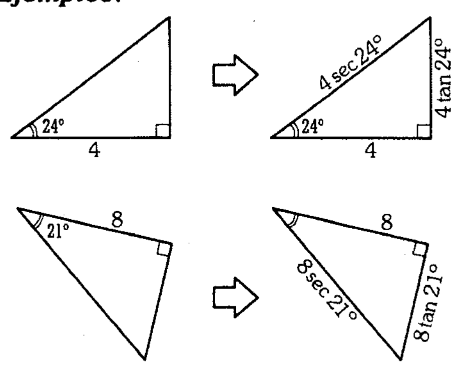
Del gráfico, por definición:

- $\frac{x}{a} = \tan\theta \quad \Rightarrow \quad x = a\tan\theta$
- $\frac{y}{a} = \sec\theta \quad \Rightarrow \quad y = a\sec\theta$

Se concluye:

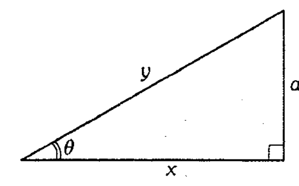


Ejemplos:



Caso III

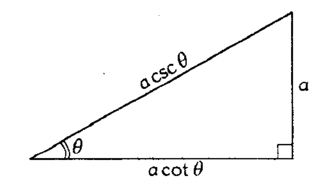
Conocido un ángulo agudo (θ) y su cateto opuesto (a), determine x e y del gráfico adjunto.



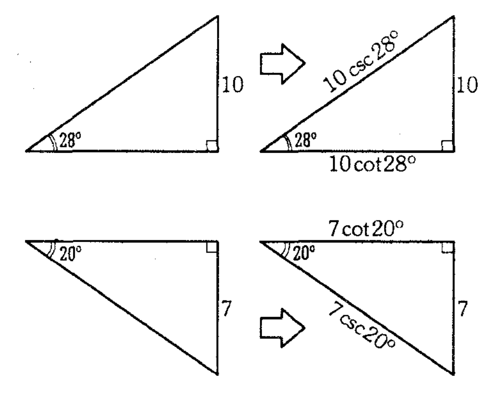
De la figura, por definición:

- $\frac{x}{a} = \cot\theta \quad \Rightarrow \quad x = a\cot\theta$
- $\frac{y}{a} = \csc\theta \quad \Rightarrow \quad x = a\csc\theta$

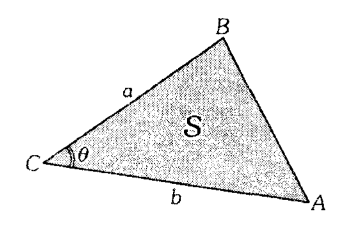
Se concluye:



***Ejemplos*:**



ÁREA SE UNA REGIÓN TRIANGULAR (S)



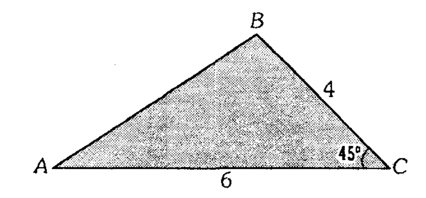
S: área de la región triangular ABC

En el gráfico anterior, se cumple:

$$\boxed{S = \frac{ab}{2}\text{sen}\theta}$$

***Ejemplo*:**

Del gráfico mostrado determine el área de la región sombreada.



Resolución:

S: Área de la región triangular ABC de la fórmula anterior se tiene.

$$S = \frac{6 \times 4}{2}\text{sen}45°$$

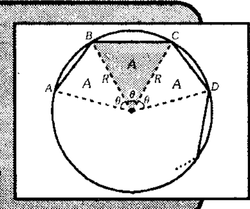
$$\Rightarrow \quad S = 12\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\therefore \quad S = 6\sqrt{2}\,\mu^2$$

Capítulo: **30**

R.T. de un Ángulo Agudo

Problemas Resueltos



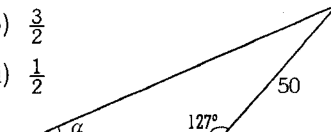
PROBLEMA 01

Del gráfico mostrado, halle aproximadamente $\cot\alpha$.

a) $\frac{7}{2}$ b) $\frac{3}{2}$

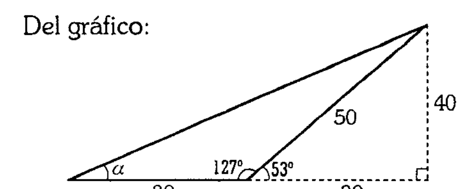
c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{3}$



Resolución:

Del gráfico:

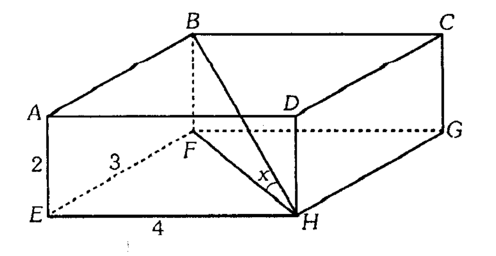


$$\cot\alpha = \frac{30+30}{40} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$$

Clave: c

PROBLEMA 02

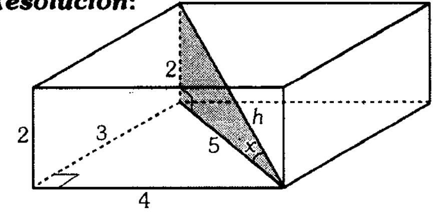
En el gráfico se tiene un paralelepípedo rectangular $ABCD-EFGH$. Halle $\sec x$.



a) $\frac{\sqrt{29}}{29}$ b) $\frac{\sqrt{29}}{5}$ c) $\frac{5\sqrt{29}}{29}$

d) $\sqrt{29}$ e) $\frac{\sqrt{29}}{2}$

Resolución:



$$h^2 = 2^2 + 5^2 \Rightarrow h = \sqrt{29}$$

$$\longrightarrow \sec x = \frac{\sqrt{29}}{5}$$

Clave: b

PROBLEMA 03

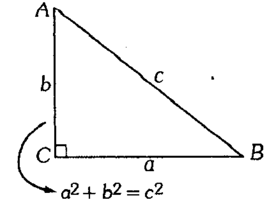
En un triángulo ABC (recto en C), halle $M = \text{sen}A\,\text{sen}B$

Si el área es numéricamente igual a su perímetro. [Dato: perímetro = 8]

a) 2   b) 8   c) 18

d) 9   e) 4

Resolución:



área = perímetro

$$\frac{a \cdot b}{2} = a + b + c$$

$$\frac{ab}{2} = 8$$

$$ab = 16$$

Además: $a+b+c=8$

$$a+b=8-c$$

$$\cancel{a^2}+\cancel{b^2}+2ab=64+c^2-16c$$

$$2(16)=64-16c$$

$$c=2$$

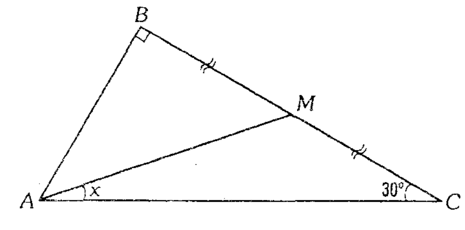
Piden: $M=\text{sen}A\cdot\text{sen}B$

$$=\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{c}=\frac{16}{2\cdot 2}=4$$

Clave: e

PROBLEMA 04

Del gráfico, halle $\tan x$.

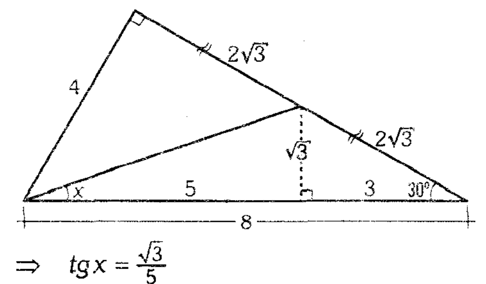


a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ e) $\frac{1}{5}$

Resolución:

Del gráfico: asumiendo: $MC=2\sqrt{3}$ y completando.



$\Rightarrow \quad tg\,x=\frac{\sqrt{3}}{5}$

Clave: e

PROBLEMA 05

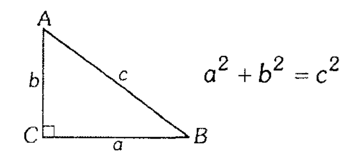
En un triángulo ABC, recto en C, simplifique:

$$E=(\text{tg}A+\text{tg}B)\text{sen}A\cdot\text{sen}B$$

a) a b) b c) c

d) 1 e) -1

Resolución:



$$a^2+b^2=c^2$$

Piden:

$$E=(\text{tg}A+\text{tg}B)\text{sen}A\cdot\text{sen}B$$

$$E=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{c}$$

$$E=\left(\frac{a^2+b^2}{\cancel{ab}}\right)\cdot\frac{\cancel{ab}}{c^2}$$

$$E=\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}$$

$\therefore \quad E=1$

Clave: d

PROBLEMA 06

En un triángulo ABC, recto en C, se sabe que:

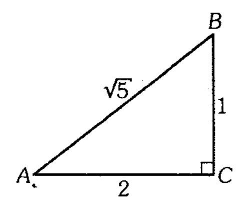
$$\text{tg}A=\frac{1}{2}$$

Determine: $E=\sqrt{5}\,\text{sen}A+\text{tg}B$

a) 1 b) 2 c) 3

d) $\frac{5}{2}$ e) $\frac{7}{2}$

***Resolución*:**



Piden:

$E = \sqrt{5}\,\text{sen}A + \text{tg}B$

$= \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{1}$

$= 1 + 2 = 3$

Clave: c

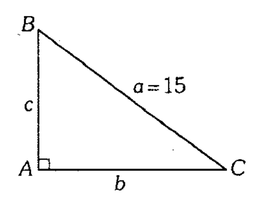
PROBLEMA 07

La hipotenusa de un triángulo rectángulo ABC recto en A, es 15 m, si: $\frac{\text{sen}B}{\text{sen}C} = \frac{3}{4}$.

Determine su perímetro.

a) 12m b) 24m c) 36m
d) 45m e) 60m

***Resolución*:**



Dato: $\frac{\text{sen}B}{\text{sen}C} = \frac{3}{4}$

$\frac{b/a}{c/a} = \frac{3}{4}$

$\frac{b}{c} = \frac{3}{4}$

Luego: $b = 3k$, $c = 4k$

Entonces: $a = 5k = 15$

$k = 3$

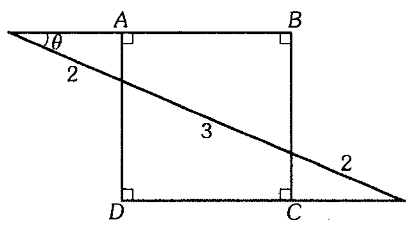
Piden: $a + b + c = 5k + 3k + 4k$

$= 12k = 12(3) = 36m$

Clave: c

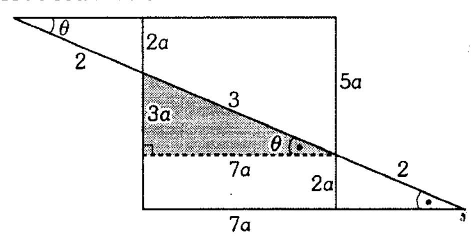
PROBLEMA 08

Si $ABCD$ es un cuadrado, determine: $\tan\theta$



a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{5}{7}$
d) 1 e) $\frac{3}{2}$

***Resolución*:**

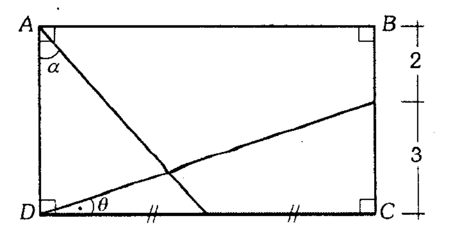


$\text{tg}\theta = \frac{3a}{7a} = \frac{3}{7}$

Clave: a

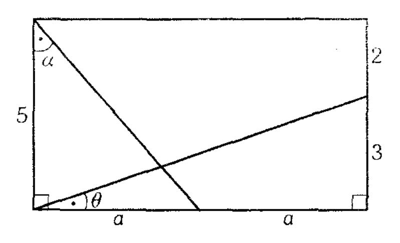
PROBLEMA 09

Del gráfico, determine: $\text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\theta$



a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3
d) 0,6 e) 0,8

Resolución:



Piden: $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\theta = \frac{\not a}{5} \cdot \frac{3}{2\not a}$

$= \frac{3}{10} = 0{,}3$

Clave: c

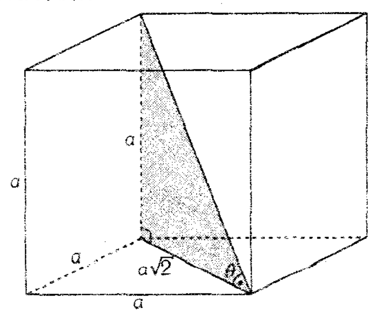
PROBLEMA 10

Se tiene un cubo en el cual se traza de uno de sus vértices, la diagonal del cubo y la diagonal de una cara, calcular la tangente del ángulo formado por esas dos líneas.

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

Resolución:



$\longrightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{\not a}{\not a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Clave: b

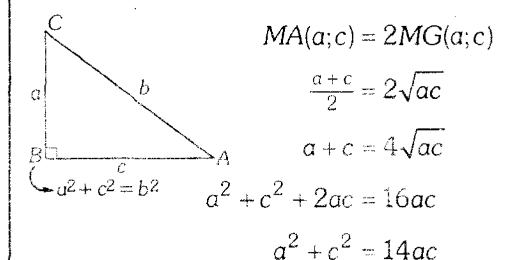
PROBLEMA 11

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se sabe que la media aritmética de sus catetos es igual al doble de su media geométrica. Calcular el producto de los senos de los ángulos agudos del triángulo

a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{14}$ c) $\frac{2}{9}$

d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{3}{16}$

Resolución:



$MA(a;c) = 2MG(a;c)$

$\frac{a+c}{2} = 2\sqrt{ac}$

$a + c = 4\sqrt{ac}$

$a^2 + c^2 + 2ac = 16ac$

$a^2 + c^2 = 14ac$

Piden: $\operatorname{sen}A \cdot \operatorname{sen}C = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b}$

$= \frac{ac}{b^2} = \frac{ac}{a^2+c^2}$

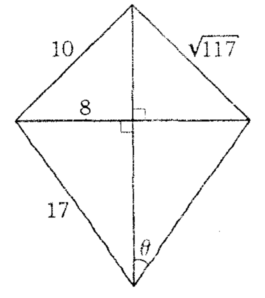
$= \frac{\not{ac}}{14\not{ac}} = \frac{1}{14}$

Clave: b

PROBLEMA 12

Del gráfico,

determinar: $\operatorname{tg}\theta$

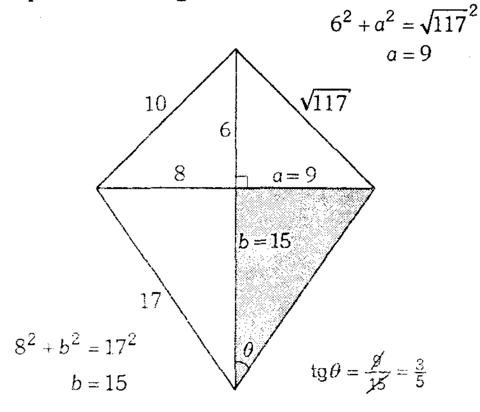


a) $\frac{5}{3}$ b) 5 c) 3

d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{2}{5}$

Resolución:

Aplicando Pitágoras:



Clave: d

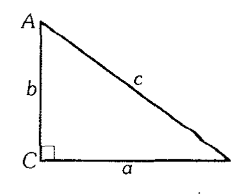
PROBLEMA 13

En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple: $E=\sec B-\text{sen}A$

a) 1 b) 2 c) 3

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

Resolución:



$$\text{tg}A=2\text{sen}B$$

$$\frac{a}{b}=2\cdot\frac{b}{c}$$

$$ac=2b^2$$

$$a^2+b^2=c^2$$

$$\Rightarrow \quad b^2=c^2-a^2$$

Piden: $E=\sec B-\text{sen}A$

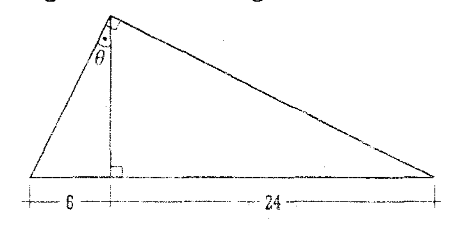
$$=\frac{c}{a}-\frac{a}{c}=\frac{c^2-a^2}{ac}=\frac{b^2}{ac}$$

$$=\frac{b^2}{2b^2}=\frac{1}{2}$$

Clave: d

PROBLEMA 14

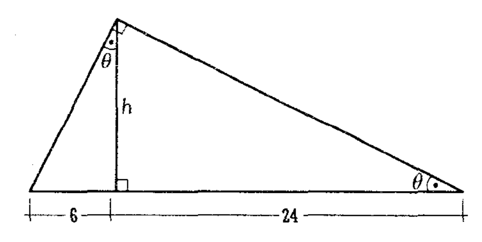
Del gráfico calcular: $\text{ctg}\theta$



a) 1 b) 2 c) 3

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

Resolución:



$$\text{ctg}\theta=\frac{h}{6}=\frac{24}{h}$$

$$h^2=144$$

$$h=12$$

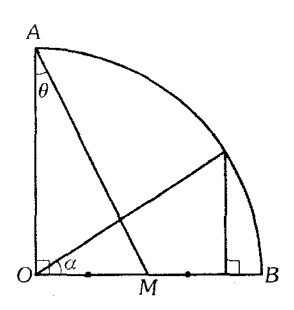
$$\longrightarrow \text{ctg}\theta=\frac{12}{6}=2$$

Clave: b

PROBLEMA 15

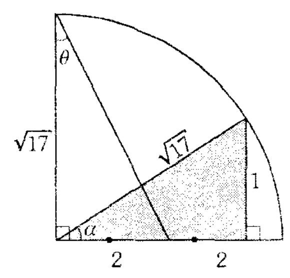
Del gráfico calcular: $E=\sqrt{\sqrt{17}\cdot\text{tg}\theta+2}$

Si: $\text{ctg}\alpha = 4$



a) 1 b) 2 c) 3
d) $2\sqrt{3}$ e) $3\sqrt{2}$

Resolución:



$$E = \sqrt{\sqrt{17}\text{tg}\theta + 2}$$

$$E = \sqrt{\sqrt{17} \cdot \frac{2}{\sqrt{17}} + 2} = \sqrt{2+2}$$

$\longrightarrow E = 2$

Clave: b

PROBLEMA 16

Calcular:

$$E = \sqrt{6}\sec 30° \cdot \sec 45° + 5(\text{sen}53° - \text{sen}37°)$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 4 e) 5

Resolución:

$$E = \sqrt{6}\sec 30° \sec 45° + 5(\text{sen}53° - \text{sen}37°)$$

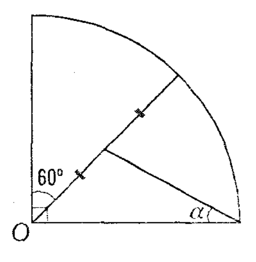
$$E = \sqrt{6} \cdot \tfrac{2}{\sqrt{3}} \cdot \tfrac{\sqrt{2}}{1} + 5\left(\tfrac{4}{5} - \tfrac{3}{5}\right)$$

$$E = 4 + 1 = 5$$

Clave: e

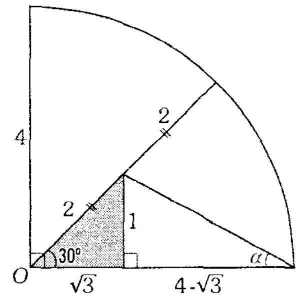
PROBLEMA 17

En el gráfico calcular $E = \sqrt{\text{ctg}\alpha + \sqrt{3}}$



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:



$$E = \sqrt{\text{ctg}\alpha + \sqrt{3}}$$

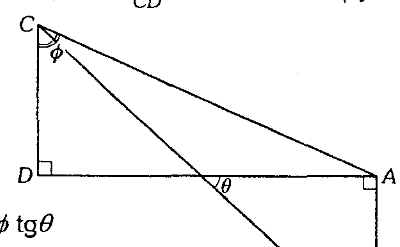
$$E = \sqrt{4 - \sqrt{3} + \sqrt{3}}$$

$\Rightarrow E = 2$

Clave: b

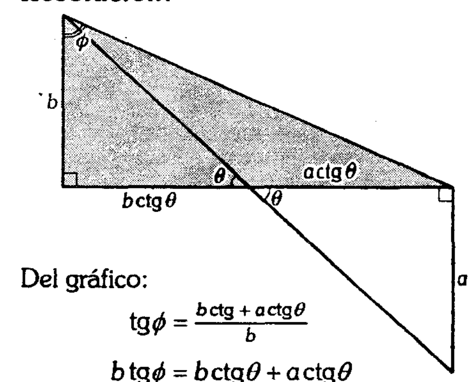
PROBLEMA 18

Del gráfico, halle $\frac{AB}{CD}$ en función de ϕ y θ



a) $\text{tg}\phi\,\text{tg}\theta$
b) $\text{tg}\phi\,\text{ctg}\theta - 1$
c) $\text{tg}\phi + \text{tg}\theta$
d) $\text{tg}\phi - \text{tg}\theta$ e) $\text{tg}\phi\,\text{tg}\theta - 1$

***Resolución*:**



Del gráfico:

$$\text{tg}\phi = \frac{b\text{ctg} + a\text{ctg}\theta}{b}$$

$$b\,\text{tg}\phi = b\text{ctg}\theta + a\text{ctg}\theta$$

$$b(\text{tg}\phi - \text{ctg}\theta) = a\text{ctg}\theta$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{tg}\phi}{\text{ctg}\theta} - \frac{\text{ctg}\theta}{\text{ctg}\theta}$$

$$\frac{a}{b} = \text{tg}\phi\,\text{tg}\theta - 1$$

Clave: e

PROBLEMA 19

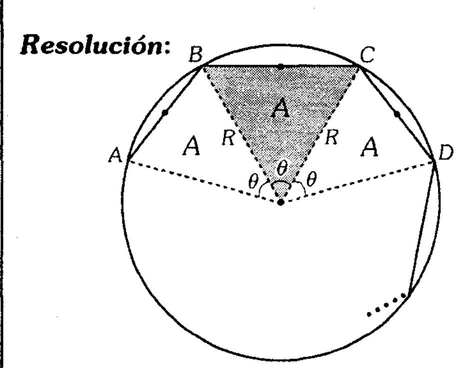
Halle el área de la región poligonal regular de "n" lados inscrito en una circunferencia de radio R.

a) $nR^2\text{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right)$ b) $\frac{nR^2}{2}\text{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$

c) $R^2\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ d) $nR^2\text{tg}\left(\frac{\pi}{n}\right)$

e) $\frac{n\pi R^2}{2}$

***Resolución*:**



$$\longrightarrow \theta = \frac{2\pi}{n}$$

$$\longrightarrow A = \frac{R \cdot R}{2}\text{sen}\theta$$

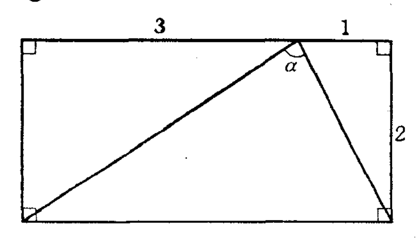
$$A = \frac{R^2}{2}\text{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

$$A_{\text{total}} = \frac{nR^2}{2}\text{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

Clave: b

PROBLEMA 20

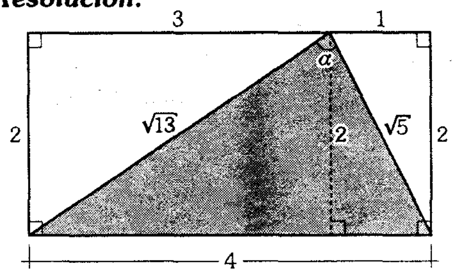
Del gráfico halle la $\csc\alpha$



a) $\frac{\sqrt{65}}{5}$ b) $\frac{\sqrt{65}}{8}$ c) $\frac{\sqrt{65}}{2}$

d) $\frac{2\sqrt{65}}{65}$ e) $\frac{\sqrt{65}}{6}$

Resolución:



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4 \cdot 2}{2} = \frac{\sqrt{13} \cdot \sqrt{5}}{2} \text{sen}\alpha$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{8}{\sqrt{65}}$$

$$\therefore \quad \csc\alpha = \frac{\sqrt{65}}{8}$$

Clave: b

PROBLEMA 21

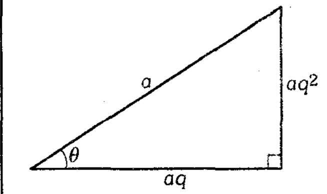
Calcule la tangente del menor ángulo de un triángulo rectángulo, si los catetos e hipotenusa forman una progresión geométrica.

a) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ b) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ c) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

d) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ e) $\sqrt{5}$

Resolución:

Del enunciado: $(q < 1)$



Piden: $\text{tg}\,\theta$

Aplicandо Pitágoras:

$$\cancel{a}^2 = \cancel{a}^2 q^2 + \cancel{a}^2 q^4$$

$$1q^4 + 1q^2 - 1 = 0$$

Por fórmula:

$$q^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$q^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad ; \text{ como: } q^2 > 0$$

Luego: $q = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

Clave: b

NOTA:

Ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Primera Práctica

R.T. de un Ángulo Agudo

01 Si: $m = tg\,27°$, $n = \text{ctg}\,70^g$.

Calcular: $\frac{m^2+n^2}{mn}$

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 2
d) 2 e) 4

02 Si α, ϕ y θ son ángulos agudos y se cumple que:

$$\text{sen}\phi = \frac{1}{3} = \text{tg}\alpha \quad ; \quad \csc\theta = \frac{\text{tg}\phi}{\text{sen}\,\alpha}$$

Calcular: $L = \cos\alpha \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta$

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{2}{15}$
d) $\frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{5}}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{30}$

03 En un triangulo rectángulo ABC, recto en A, se cumple la siguiente igualdad: $(a+b)^2 = c^2 + 2bcM$. Hallar M.

a) $\text{tg}\,B - \csc C$ b) $\text{tg}\,B + \csc C$
c) $\text{ctg}\,C + \csc B$ d) $\text{ctg}\,C - \csc B$
e) $\text{ctg}\,B - \sec C$

04 Si α y β son ángulos agudos tal que:

$$\cos(2\beta - \alpha) = \text{sen}^2 45° \text{ y}$$
$$\csc(\alpha+\beta) = \sqrt{\csc 30°}$$

Calcular: $R = \text{tg}(\alpha + 40°) + \text{ctg}(\beta + 5°)$

a) 2tg50° b) tg50° c) 2ctg50°
d) ctg50° e) 2tg40°

05 En un triangulo rectángulo sus lados miden x , $2x+2$, $3x-2$. Hallar la tangente del menor ángulo agudo.

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{5}{12}$
d) $\frac{12}{5}$ e) $\frac{7}{24}$

06 Calcular:

$$P = \frac{\text{sen}\frac{\pi}{4}}{\csc 50°} + \frac{\text{tg}\frac{\pi}{3}}{\text{ctg}\frac{\pi}{6}} + \frac{\cos 60°}{\text{sen}\frac{\pi}{6}}$$

a) 1,5 b) 2,5 c) 3,5
d) 4,5 e) 5,5

07 Marca lo correcto:

a) $\text{sen}\,45° + \text{sen}\,25° = \text{sen}\,70°$
b) $\text{tg}\,26° + \text{tg}\,19° = \text{tg}\,45°$
c) $\text{sen}4x = 4\text{sen}\,x$
d) $\text{sen}^2 20° = \text{sen}\,40°$
e) $\text{sen}30° + \cos 60° = \text{tg}45°$

08 Calcular el área de un trapecio rectángulo sabiendo que su altura mide 6m, su perímetro es 34m y el coseno del ángulo agudo es 0,8.

a) $54m^2$ b) $36m^2$ c) $48m^2$
d) $45m^2$ e) $60m^2$

09 Una persona cuya altura es h observa la parte más alta de un edificio con un ángulo de elevación de α, avanza L metros acercándose al edificio y observa el mismo punto con un ángulo de elevación igual al doble del anterior. Calcular la altura del edificio en términos de L, h y α.

a) $L\,\text{sen}\,\alpha + h$ b) $L\,\text{sen}\,2\alpha + h$
c) $h + L\cos\alpha$ d) $h + L\cos 2\alpha$
e) $h + L\csc 2\alpha$

10 Dos personas parten de un mismo punto el primero recorre 3 m al Este y 7 m al Norte, el segundo recorre 5 m al oeste y 8 m al sur. Calcular la distancia entre las personas.

a) 12 b) 15 c) 16
d) 17 e) 5

11 En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se tiene que:

$$\frac{\text{tg}^2 A - \cos^2 C}{2a} = \frac{\text{ctg}\, C \cdot \text{sen}\, A}{3c}$$

Calcular: $k = \sqrt{5}\,\text{tg}\, A + 2\sec C$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

12 Sabiendo que:

$$\text{tg}\alpha = (2\text{sen}40° + \cos 50°) \cdot \sec 50°$$

"α", es agudo. Calcular:

$$C = \sqrt{10}\csc\alpha - \text{ctg}\alpha$$

a) $\frac{7}{3}$ b) 2 c) 1
d) $\frac{5}{3}$ e) 3

13 Sabiendo que:

$$\text{tg}(40° + x) \cdot \text{sen}(50° - x) = \cos(10° + x)$$
$$\text{tg}(2x - 5°) \cdot \text{tg}\, y = \text{tg}1° \cdot \text{tg}2°\,\text{tg}3° \ldots \text{tg}89°$$

Calcule:

$$C = \sec^2(2x + 5°) + \text{tg}^2(y + 5°) + \csc^2(y - x - 5°)$$

a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 11

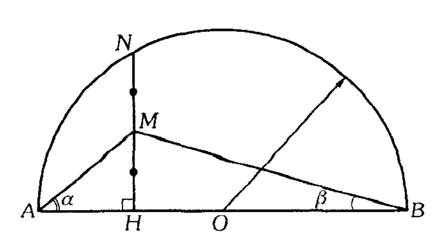
14 En un triángulo rectángulo ABC ($\hat{B} = 90°$) se sabe que:

$$\text{ctg}\frac{A}{2} + \text{ctg}\frac{C}{2} = 3\csc A.$$

Calcular: $L = \text{tg}\, A + \csc C$

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 3
d) $\sqrt{3}$ e) 2

15 En la semicircunferencia mostrada calcular: $L = 2\text{tg}\,\alpha + 6\text{tg}\,\beta$, si $HB = 3AH$



a) $\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{3}$
d) 2 e) 3

16 En un triángulo isósceles los ángulos congruentes miden "α" cada uno y el lado desigual mide "L". ¿Cuál sería el área del triángulo?

a) $L^2\text{tg}\alpha$ b) $\frac{L^2}{2}\text{tg}\,\alpha$ c) $\frac{L^2}{4}\text{tg}\,\alpha$
d) $\frac{L^2}{2}\text{tg}^2\alpha$ e) $\frac{L^2}{4}\text{tg}^2\alpha$

17 En un triángulo isósceles ABC $(AB = BC)$; se traza la bisectriz interior del ángulo "A" que corta a BC en "D". Si las áreas de los triángulos ABD y DCA son S_1 y S_2 respectivamente. Hallar: $\frac{S_1}{S_2}$

a) $\sec A$ b) $3\sec A$ c) $\frac{1}{2}\sec A$
d) $2\cos A$ e) $\cos A$

18 Desde un punto en tierra se divisa la parte alta del tercer piso de un edificio con un ángulo de elevación "α" y la parte baja del sexto piso con un ángulo de elevación "β". Si lo alto del edificio es visto con una elevación angular "θ", verificándose que:

$$\text{tg}\theta = 2\text{tg}\alpha + 3\text{tg}\,\beta$$

¿Cuántos pisos tiene el edificio?

a) 17 b) 19 c) 21
d) 23 e) 25

19 Desde un punto en tierra se divisa lo alto de una torre de 50 m de altura, con un ángulo de elevación de 12°. ¿Qué distancia habría que acercarse, para que el ángulo de elevación sea de 48°?. Si además:

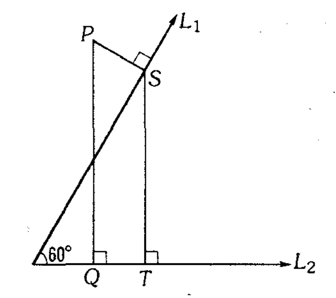
$$\csc 24° + \csc 48° = 3,804$$

a) 152,22 m b) 57,06 m
c) 159,678 m d) 190,2 m
e) 228,24 m

20 En la figura:

$PS \perp L_1$; $PQ \perp L_2$; $ST \perp L_2$

Si $QT = 5\sqrt{3}$. Hallar PS.

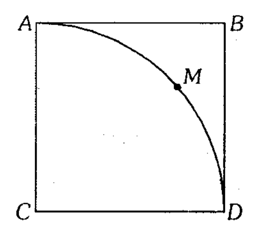


a) 5 b) $5\sqrt{3}$ c) 10
d) $10\sqrt{3}$ e) $15\sqrt{3}$

21 Una persona localizada en A observa directamente al este y ve un **OVNI** con un ángulo de elevación de 45°. En el mismo instante otra persona localizada en B a 1 km directamente al oeste de A ve el mismo **OVNI** con un ángulo de elevación de 30°. Determine la distancia en km de la persona localizada en B al **OVNI**.

a) 1,89 b) 2,22 c) 2,73
d) 2,91 e)3,01

22 En la figura mostrada, si $ABCD$ es un cuadrado, ADC un sector circular y M es el punto medio del arco AC entonces la tangente del ángulo MAB es:



a) $-1+\sqrt{2}$ b) $1+\sqrt{2}$ c) 1
d) $-1+\sqrt{3}$ e) $1+\sqrt{3}$

23 Resolver: $\frac{x+3\text{tg}45°}{x-3\text{tg}45°}=\frac{2\text{sen}37°+1}{2\text{sen}37°-1}$

a) 1,2 b) 2,4 c) 3,6
d) 4,0 e) 5,8

24 En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple que: $\sec A=\frac{\text{tg}B}{2}$.

Calcular: $M=\frac{\csc^2 A-2\sec B+1}{2-\text{tg}A\cdot\text{sen}B\cdot\sec B}$

a) 3 b) 1 c) 2
d) $\sqrt{2}$ e) $6-4\sqrt{2}$

25 En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se tiene:

$$\sqrt{\text{sen}A\sqrt{\text{sen}A\sqrt{\text{sen}A}}}=(\cos B)^{\text{sen}A}$$

Hallar: $\csc A$.

a) $\frac{8}{7}$ b) $\frac{12}{11}$ c) $-\frac{1}{2}$
d) 2 e) -1

26 Si α y β son ángulos agudos tal que:

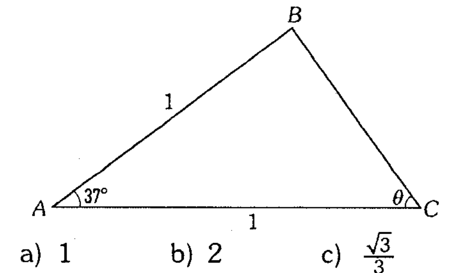
$\cos(2\beta-\alpha)=\text{sen}^2 45°$ y

$\csc(\beta+\alpha)\sqrt{\csc 30°}$

Calcular: $R=\text{tg}(\alpha+40°)+\cot(\beta+5°)$

a) $2\text{tg}50°$ b) $\text{tg}50°$
c) $2\text{ctg}50°$ d) $\text{ctg}40°$
e) $2\text{ctg}60°$

27 De la figura mostrada calcular el valor de: $M=\text{tg}(2\theta-30°)\cdot\text{ctg}\theta$.



a) 1 b) 2 c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
d) $\sqrt{3}$ e) $\frac{3}{4}$

28 En un triangulo ABC (B es recto), se sabe que: $\text{tg}A\cdot\text{ctg}C=16$. Calcular el valor de: $P=17(\text{sen}C+\cos A)$

a) $4\sqrt{17}$ b) $2\sqrt{17}$ c) 17
d) $\sqrt{17}$ e) 34

29 En un triangulo ABC: $(B=90°)$ se cumple que: $\text{tg}A=3\text{tg}C$. Calcular el valor de: $Q=2(\sec A+\text{sen}C)$

a) 3 b) 5 c) 6
d) 8 e) 4

30 Siendo α y θ los menores valores positivos para los cuales se tiene que:

$$\text{sen}(2\alpha+\theta)^\circ=\cos(2\theta+\alpha)^\circ .$$

Calcular el valor de:

$$E=\frac{\text{sen}(3\alpha)^\circ}{\cos(3\theta)^\circ}+\csc^2(\alpha+\theta)^\circ$$

a) 7 b) 6 c) 5
d) 4 e) 3

31 Si: $\cos(x+20^\circ)=\text{sen}(3x+10^\circ)$.

Calcular:

$$M=4\text{sen}^2 2x-\text{tg}\,3x+\sec 4x .$$

Sabiendo que x es agudo.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

32 En un triángulo ABC (recto en C), Calcule:

$$(a^2+b^2)\,\text{sen}(A-B)-(a^2-b^2)\,\text{sen}(A+B)$$

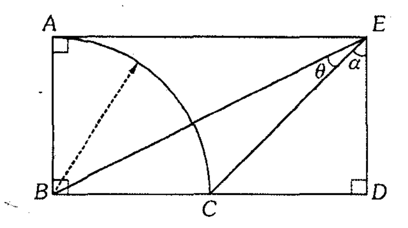
a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) -2

33 Adolfo le dice a Ariana:
La UNI está al OSO de mi casa y al SSE de la tuya y la distancia entre la UNI y nuestros hogares es la misma.
¿En qué dirección está la casa de Adolfo respecto de Ariana?

a) NNE b) NNO c) N25°E
d) N65°O e) ESE

34 Si: $\sec\alpha=\frac{5}{3}$

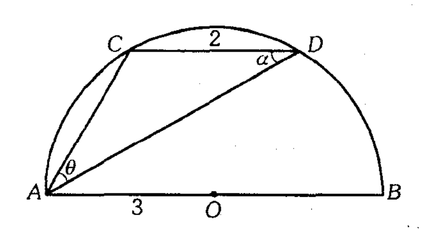
Calcule: $M=9\,\text{ctg}\,\theta-5$



a) 32 b) 28 c) 36
d) 26 e) 30

35 Si $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$.

Calcule: $M=\dfrac{\csc\theta+\sqrt{2}\,\text{ctg}\,x}{\sqrt{2}\cdot\text{tg}\,\alpha/2}$



a) $\sqrt{6}-1$ b) $\sqrt{6}+1$ c) $\sqrt{6}$
d) $\sqrt{3}-1$ e) $\sqrt{5}-1$

Segunda Práctica

R.T. de un Ángulo Agudo

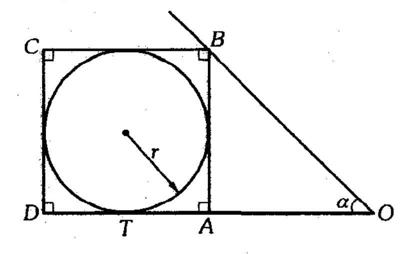
01 Dado un triángulo rectángulo ABC, recto en C, en el cual se cumple:

$$\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B + \cos A + \cos B = 3$$

Calcular el valor de: $\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B$

a) 1,2 b) 1,5 c) 1,6
d) 1,25 e) 1,35

02 Del gráfico mostrado, calcule: $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$, siendo $OA = 12$ y $r = 2{,}5$ (T: punto de tangencia).



a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$ e) 5

03 Calcule θ a partir de la siguiente igualdad sabiendo que es agudo.

$$\operatorname{sen}\left(\theta + \operatorname{sen}\frac{\pi}{8}\right) \cdot \csc(\theta + \cos\theta) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$$

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{8}$ c) $\frac{3\pi}{8}$
d) $\frac{\pi}{16}$ e) $\frac{5\pi}{16}$

04 En un triángulo rectángulo ABC ($\hat{B} = 90°$) se tiene que θ es el mayor ángulo agudo. ¿Qué valores puede tomar E para que la igualdad:

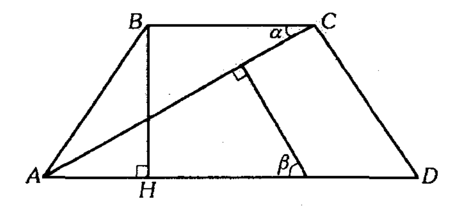
$$3E - \sqrt{2}\operatorname{Sen}(90° - \theta) = 3$$

sea correcta?

a) $\left\langle 1; \frac{4}{3} \right\rangle$ b) $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{4}{5} \right\rangle$ c) $\left\langle \frac{3}{2}; \frac{4}{3} \right\rangle$
d) $\left\langle \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right\rangle$ e) $\left\langle 0; \frac{3}{4} \right\rangle$

05 En la figura se muestra el trapecio isósceles $ABCD$ donde se cumple que: $AH = BC = \frac{2}{3}AB$.

Halle: $\cos\alpha + \csc\beta$.



a) $\frac{37\sqrt{21}}{48}$ b) $\frac{\sqrt{21}}{84}$ c) $\frac{37\sqrt{7}}{84}$
d) $\frac{37\sqrt{3}}{48}$ e) $\frac{37\sqrt{21}}{84}$

06 En un triángulo rectángulo ABC (recto en B) se trazan la mediana AM y luego la mediana AN del triángulo ABM prolongada esta última mediana hasta

el punto P tal que $PM \perp AM$. Si $m\measuredangle BAC = 53^\circ$ y $AC = 5$. Determine la menor distancia del punto P al segmento BC.

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{11}$ c) 3
d) $\frac{6}{11}$ e) $\frac{10}{13}$

07 Los catetos de un triángulo rectángulo son: $a = t^2 + t\sec 60^\circ$ y
$b = t^2 - t\csc 30^\circ$,
además $t^2 = 4d\,\text{tg}\,45^\circ - 4d^2$.

Halle la tangente del menor ángulo agudo en términos de d.

a) $\dfrac{d^2-2}{d^2+2}$ b) $\dfrac{d^2-1}{d^2+1}$
c) $\dfrac{d^2+d}{d^2-d}$ d) $\dfrac{2(1-\sqrt{d(1-d)}}{d-d^2-1}+1$
e) $\dfrac{2(1-\sqrt{d(1-d)}}{d-d^2-1}-1$

08 Siendo ϕ ángulo agudo, además.

$\csc(40^\circ - 2\phi) = \sec(50^\circ + 2\phi)\,\text{tg}(20^\circ + \phi)$

Halle el valor de:

$$M = \frac{5\,\text{sen}(\phi - \theta - 10^\circ)}{\cos(\phi + \theta + 50^\circ)\sec(\phi + 20^\circ)}$$

a) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
d) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ e) $5\sqrt{2}$

09 Si α y β son ángulos agudos y la ecuación:

$$(\text{sen}\alpha)\cdot x^2 + 2x \cdot \text{sen}\alpha + \cos\beta = 0$$

tiene una única solución, entonces se puede afirmar:

a) $0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta \frac{\pi}{2}$
c) $\alpha + \beta = \frac{3}{4}$ d) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$
e) $\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta < \frac{3\pi}{4}$

10 Dada la igualdad:

$$\text{ctg}\,9^\circ \cdot \text{ctg}\,81^\circ \cdot \text{tg}\,82^\circ \cdot \text{sen}3\alpha - 4\cos\frac{\pi}{3}\left[\frac{\sec(\alpha + 18^\circ)}{\csc(72^\circ - \alpha)}\right] = 0$$

Calcule:

$P = \text{ctg}3\alpha - 7\cos 3\alpha$; $\alpha \in \left\langle 0; \frac{\pi}{6}\right\rangle$

a) $2\sqrt{5}$ b) $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ c) $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$
d) $-\sqrt{5}$ e) $\sqrt{5}$

11 Sabiendo que $ABCD$ es un cuadrado y M es punto medio de AB. Calcule: $M = \text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta$.

a) 5
b) $\frac{5}{6}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
e) $\sqrt{5}$

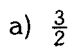
12 Un triángulo acutángulo ABC se inscribe una circunferencia de radio k, calcule:

$$M = \frac{p}{k\left(\text{ctg}\frac{A}{2} + \text{ctg}\frac{B}{2} + \text{ctg}\frac{C}{2}\right)}$$

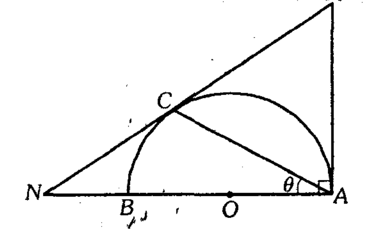
siendo p perímetro.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) 2 e) 1

13 Del gráfico mostrado, calcule:
$M=\frac{\text{ctg}2\theta}{\text{tg}\theta}$, si $3MC=2CN$
[O : centro de la semicircunferencia].



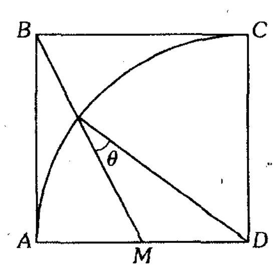
a) $\frac{3}{2}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{2}{3}$
e) 1



14 En un cuadrado $ABCD$, se prolonga el lado AB hasta el punto P tal que $BP=3AB$. Halle la tangente del ángulo CPD.

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{13}$
d) $\frac{1}{14}$ e) $\frac{1}{15}$

15 Un valor aproximado para $\text{ctg}\theta$, siendo $ABCD$ un cuadrado y M punto medio de AD, es:



a) 4 b) 3 c) $\sqrt{3}$
d) 2 e) 1

16 En un triangulo rectángulo ABC (B es recto), se cumple: $\text{tg}\,A+\text{tg}\,C=2$.

Calcular el valor de:

$$M=\csc A\cdot\csc C$$

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) 2
d) $\frac{1}{3}$ e) 3

17 Calcular la secante del mayor ángulo agudo de un triangulo rectángulo sabiendo que sus lados están en progresión aritmética.

a) $\frac{5}{3}$ b) 5 c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{3}{4}$

18 El perímetro de un rectángulo es de 492 m y su diagonal forma con la base un ángulo cuya cotangente es 1,05. Calcule dicha diagonal (en m).

a) 140 b) 158 c) 166
d) 174 e) 182

19 En un triangulo rectángulo la suma de los catetos es k y un ángulo agudo es θ. Calcule el área de la región triangular.

a) $\frac{k^2\text{ctg}\theta}{(1+\text{ctg}\theta)^2}$ b) $\frac{k\,\text{tg}^2\theta}{2(1+\text{tg}\theta)}$

c) $\frac{k\,\text{ctg}\theta}{(1+\text{tg}\theta)}$ d) $\frac{k\,\text{ctg}^2\theta}{(1+\text{tg}\theta)}$

e) $\frac{k^2\text{tg}\theta}{2(1+\text{tg}\theta)^2}$

20 Calcular el valor de "x" que verifica:

$$\frac{\sec(3x-15°)}{2}=\frac{\text{sen}10°+\text{sen}20°+\ldots+\text{sen}80°}{\cos 10°+\cos 20°+\ldots+\cos 80°}$$

Siendo "x" un ángulo agudo.

a) 15° b) 12,5° c) 16°
d) 37° e) 25°

21 Si se verifica que:

$$\text{sen}(50°+x)-\cos(40°-x)+\text{tg}(x+10°)\cdot\text{tg}(x+40°)=1$$

Determinar: $M=\sec 3x+\text{ctg}^2\frac{3x}{2}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

22 Siendo x, y, z ángulos agudos que se relacionan así:

$\text{sen}(x+y)-\cos(85°-y-z)=0$ ...(1)
$\text{tg}2x\cdot\text{tg}3z=1$ ....(2)

Calcular: $M=\text{tg}(2x+11°)-\text{tg}(x+z)$

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{7}{9}$
e) 1 e) $\frac{7}{12}$

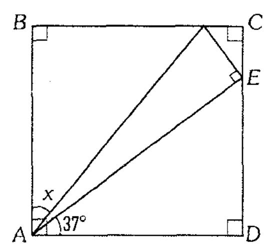
23 En el triangulo rectángulo ABC, recto en B, se verifica que:

$(\text{sen}A)^{\cos C}+(\cos C)^{\text{sen}A}=\frac{2\sqrt[3]{9}}{3}$

Calcular el valor de sen A.

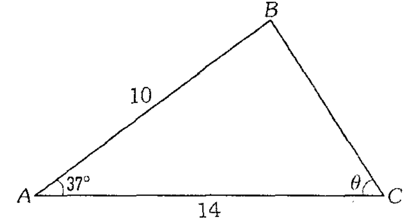
a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

24 Si $ABCD$ es un cuadrado, calcular $\text{tg}\,x$.



a) $\frac{11}{19}$
b) $\frac{21}{25}$
c) $\frac{13}{16}$
d) $\frac{14}{19}$
e) $\frac{5}{12}$

25 De la figura mostrada calcular el valor de: $M=\text{tg}(2\theta-30°)\cdot\text{ctg}\theta$



a) 1 b) 2 c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
d) $\sqrt{3}$ e) $\frac{3}{4}$

26 En un triangulo ABC (B es recto), se sabe que: $\text{tg}A\cdot\text{ctg}C=16$. Calcular el valor de: $P=17(\text{sen}C+\cos A)$

a) $4\sqrt{17}$ b) $2\sqrt{17}$ c) 17
d) $\sqrt{17}$ e) 34

27 En un triangulo ABC $(B=90°)$, se cumple que: $\text{tg}A=3\text{tg}C$. Calcular el valor de: $Q=2(\sec A+\text{sen}C)$

a) 3 b) 5 c) 6
d) 8 e) 4

28 Si $\text{sen}\alpha = 0,3$; "α" es agudo. Calcular "$\cos\alpha$".

a) $\sqrt{0,71}$ b) $\sqrt{0,91}$ c) $\sqrt{0,3}$
d) $\sqrt{0,61}$ e) $\sqrt{0,81}$

29 Siendo $\text{tg}\theta = 0,\widehat{3}$, "$\theta$" es agudo. Calcular: $J = \csc\theta + 3\sec\theta$.

a) $\sqrt{10}$ b) $2\sqrt{10}$ c) $3\sqrt{10}$
d) $4\sqrt{10}$ e) $5\sqrt{10}$

30 Calcular: $k = \frac{\text{sen}20^\circ \csc 20^\circ}{\text{sen}40^\circ \csc 40^\circ} + \frac{\tan 35^\circ}{\text{ctg}35^\circ}$

a) sen30° b) $\text{ctg}^2 25^\circ$ c) $\text{tg}^2 30^\circ$
d) sen35° e) $\sec^2 35^\circ$

31 Calcular: $E = \frac{5\text{sen}37^\circ + 2\text{sen}30^\circ + \sqrt{3}\,\text{tg}60^\circ}{\sqrt{2}\sec 45^\circ}$

a) 1,5 b) 2,5 c) 3,5
d) 2 e) 3

32 En un triángulo rectángulo ABC $(B = 90^\circ)$ se cumple: $b - c = \frac{3a}{5}$.
Calcular: $K = \csc A - \text{ctg}A$

a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3
d) 0,4 e) 0,6

33 En un triángulo BAC: $(A = 90^\circ)$, Se cumple: $\tan^2 B \cdot \text{ctg}^2 C = \text{sen}B \cdot \csc C$

a) $b = c$ b) $b = 2c$ c) $c = 2b$
d) $bc = 1$ e) $bc = 2$

34 Si sen $\theta = \frac{1}{3}$ y además: $\text{tg}\alpha = \frac{k}{2}$. Hallar "$k$" si: $\alpha + \theta = 90^\circ$

a) $2\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $4\sqrt{2}$
d) $8\sqrt{2}$ e) $6\sqrt{2}$

35 Siendo α y θ los menores valores positivos para los cuales se tiene que:

$$\text{sen}(2\alpha + \theta)^\circ = \cos(2\theta + \alpha)^\circ$$

Calcular el valor de:

$$E = \frac{\text{sen}(3\alpha)^\circ}{\cos(3\theta)^\circ} + \csc^2(\alpha + \theta)^\circ$$

a) 7 b) 6 c) 5
d) 4 e) 3

36 Si: $\cos(x + 20^\circ) = \text{sen}(\text{sen} + 10^\circ)$. Calcular: $M = 4\text{sen}^2 2x - \text{tg}3x + \sec 4x$, sabiendo que x es agudo.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

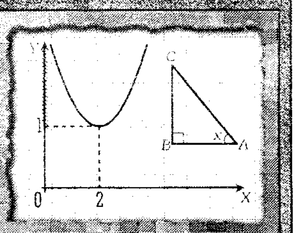
CLAVES
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

PRIMERA PRÁCTICA				
01. c	02. b	03. b	04. a	05. c
06. b	07. e	08. a	09. b	10. d
11. d	12. e	13. d	14. e	15. b
16. c	17. c	18. c	19. d	20. c
21. c	22. a	23. c	24. c	25. a
26. a	27. d	28. b	29. b	30. c
31. c	32. b	33. e	34. a	35. b

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. c	02. e	03. c	04. a	05. e
06. d	07. d	08. b	09. d	10. c
11. b	12. e	13. d	14. c	15. d
16. c	17. a	18. d	19. e	20. e
21. e	22. e	23. e	24. c	25. d
26. b	27. b	28. b	29. b	30. e
31. c	32. e	33. a	34. c	35. c
36. c				

Capítulo 31

R.T. DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



Objetivos:

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

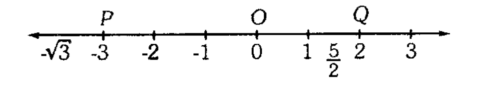
- Conocer el concepto de recta numérica, plano cartesiano y coordenadas de un punto.
- Reconocer a los ángulos en posición normal.
- Calcular los valores de las razones trigonométricas de cualquier ángulo, identificar el signo de las razones trigonométricas, según la posición del ángulo.

Introducción:

Se inicia este capítulo, con nociones de recta numérica, plano cartesiano y coordenadas de un punto; luego desarrollamos los ángulos en posición normal y definimos las razones trigonométricas de dichos ángulos finalizamos estudiando los ángulos cuadrantales. Te invitamos a estudiar el capítulo con detenimiento y sobre todo a practicar. Adelante.

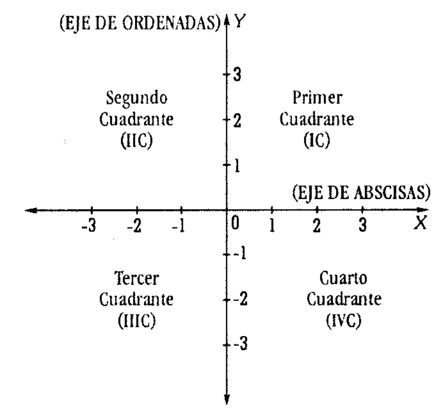
NOCIONES PREVIAS

Recta Numérica.
Es la presentación geométrica de los números reales, donde a cada punto le corresponde un número real y viceversa.



O : Origen
2 : Es la coordenada del punto Q.
-3 : Es la coordenada del punto P.

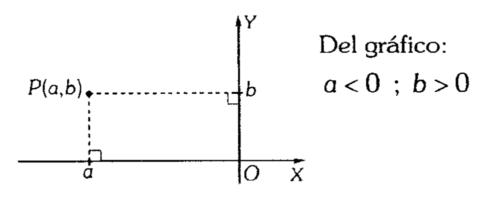
Plano Cartesiano.
Es aquel plano que se forma por la intersección de dos rectas numéricas perpendiculares entre sí, en sus orígenes.



Donde 0 origen de coordenadas.

Coordenadas de un Punto.
A todo punto del plano cartesiano se le asocia un par ordenado y viceversa. Se representa por $P(a;b)$.

Donde: a : Abscisa del punto P.
b : Ordenada del punto P.



Del gráfico:
$a<0$; $b>0$

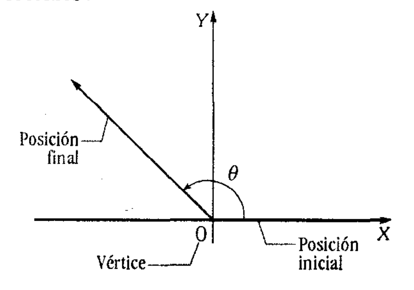
Radio Vector (r)
Es la distancia del origen de coordenadas a un punto cualquiera del plano cartesiano. En el gráfico anterior el radio vector (r) correspondiente al punto $P(a;b)$. Se calcula como

$$r=\sqrt{a^2+b^2} \quad ; \quad r>0$$

Ángulo en Posición Normal, Canónico o Estándar.

Es un ángulo trigonométrico que cumple las siguientes características:

I. El vértice coincide con el origen de coordenadas.
II. La posición inicial del rayo está en el eje positivo de las abscisas.
III. La posición final del rayo posee cualquier ubicación en el plano cartesiano.



θ: representa el ángulo en posición normal, entonces la ubicación final del rayo me indica el cuadrante al cual pertenece $\theta(\theta \in \text{IIC})$, además $\theta>0$.

Definición de las Razones Trigonométricas para un Ángulo en Posición Normal.

Sea θ un ángulo en posición normal y $P(x;y)$ un punto que pertenece a su lado final, se define.

$$\operatorname{sen}\theta=\frac{\text{Ordenada}}{\text{Radio vector}}=\frac{y}{r}$$

$$\cos\theta=\frac{\text{Abscisa}}{\text{Radio vector}}=\frac{x}{r}$$

$$\tan\theta=\frac{\text{Ordenada}}{\text{Abscisa}}=\frac{y}{x}$$

$$\cot\theta=\frac{\text{Abscisa}}{\text{ordenada}}=\frac{x}{y}$$

$$\sec\theta=\frac{\text{Radio vector}}{\text{Abscisa}}=\frac{r}{x}$$

$$\csc\theta=\frac{\text{Radio vector}}{\text{Ordenada}}=\frac{r}{y}$$

***Ejemplo*:**

Siendo $P(-1;2)$ un punto que pertenece al lado final del ángulo θ en posición normal.
Calcule $M=\sqrt{5}(\operatorname{sen}\theta+\cos\theta)$

***Resolución*:**

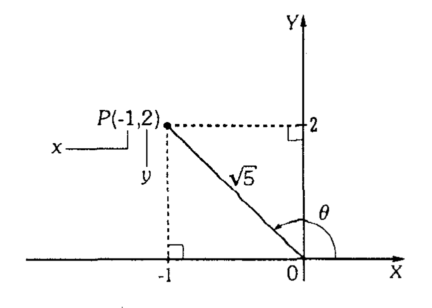
Como P pertenece al lado final del ángulo θ se tiene.

$x=-1$

$y=2$

$\Rightarrow \quad r=\sqrt{(-1)^2+(2)^2}$

$r=\sqrt{5}$



Reemplazamos:

$$M = \sqrt{5}(\text{sen}\theta + \cos\theta)$$

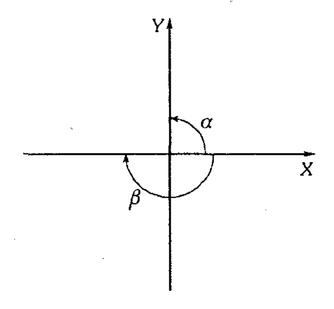
$$M = \sqrt{5}\left[\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right]$$

$$M = \sqrt{5}\left[\frac{1}{\sqrt{5}}\right]$$

$$M = 1$$

Ángulos Cuadrantales.

Son aquellos ángulos en posición normal cuya posición final del rayo coincide con un semieje del plano cartesiano.



Se observa que α y β son ángulos cuadrantales, donde $\alpha = 90°$, $\beta = -180°$.

NOTA:

Todo ángulo cuadrantal es múltiplo de 90°, es decir si α es ángulo cuadrantal.

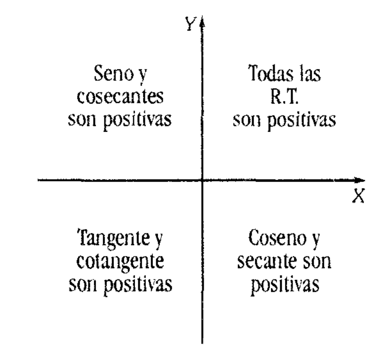
$$\Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 90° \cdot n = \frac{\pi}{2} \cdot n} \quad ; \quad n \in \mathbb{Z}$$

Valores de las Razones Trigonométricas de Ángulos Cuadrantales

	0°	90°	180°	270°	360°
sen	0	1	0	−1	0
cos	1	0	−1	0	1
tan	0	ND	0	ND	0
cot	ND	0	ND	0	ND
sec	1	ND	−1	ND	1
csc	ND	1	ND	−1	ND

ND : No definido.

Signos de las Razones Trigonométricas en los Cuadrantales.



***Ejemplo*:**

Determine el signo de las siguientes razones.

- **sen140°** : $140° \in$ IIC $\Rightarrow$ sen140° es (+)
- **tan300°** : $300° \in$ IVC $\Rightarrow$ tan300° es (–)
- **cos400°** : $400° \in$ IC $\Rightarrow$ cos400° es (+)
- **cot(–10°)** : $(-10°) \in$ IVC $\Rightarrow$ cos(–10°) es (–)

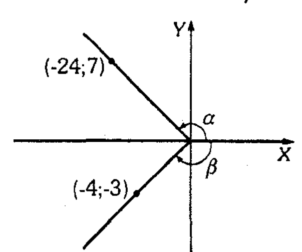
R.T. de un Ángulo en Posición Normal

Problemas Resueltos

PROBLEMA 01

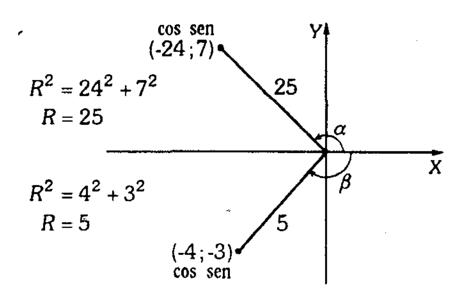
De acuerdo al gráfico calcular:

$$R = 5\cos\alpha - \cos\beta$$



a) −2 b) −3 c) −4
d) 2 e) 4

Resolución:



$R^2 = 24^2 + 7^2$
$R = 25$

$R^2 = 4^2 + 3^2$
$R = 5$

$$R = 5\left(\frac{-24}{25}\right) - \left(\frac{-4}{5}\right)$$

$$R = \frac{-24}{5} + \frac{4}{5} = \frac{-20}{5}$$

$\therefore\ R = -4$

Clave: c

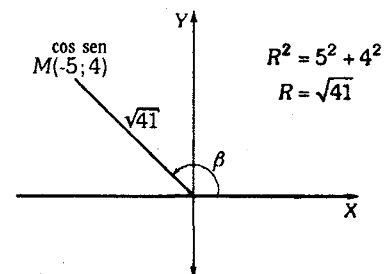
PROBLEMA 02

Siendo $M(-5,4)$ un punto de lado final del ángulo β que está en posición normal. Hallar el valor de:

$$R = 17(\cos^2\beta - \text{sen}^2\beta) + \text{ctg}\,\beta$$

a) $\frac{407}{164}$ b) $\frac{307}{164}$ c) $\frac{109}{164}$
d) $\frac{11}{19}$ e) $\frac{27}{119}$

Resolución:



$R^2 = 5^2 + 4^2$
$R = \sqrt{41}$

$$R = 17(\cos^2\beta - \text{sen}^2\beta) + \text{ctg}\,\beta$$

$$R = 17\left(\left(\frac{-5}{\sqrt{41}}\right)^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{41}}\right)^2\right) + \frac{-5}{4}$$

$$R = 17\left(\frac{25}{41} - \frac{16}{41}\right) - \frac{5}{4}$$

$$R = \frac{153}{41} - \frac{5}{4} = \frac{407}{164}$$

Clave: a

PROBLEMA 03

Si $x \in \text{IIC}$ determinar el signo de R, Y, L respectivamente.

$R = (\text{sen}\,x - \cos x)(tg\,x + ctgx)$

$Y = (\text{sen}\,x + \cos x)^2 \cdot (R + \cos x)$

$L = (\text{sen}\,x - Y) \cdot (tgx + R) \cdot (R + Y)$

a) $-,-,-$ b) $-,+,-$ c) $-,-,+$
d) $+,-,+$ e) $+,+,-$

***Resolución*:**

Como $x \in \text{IIC}$ sólo $\text{sen}\,x$ y $\csc x$ son positivas.

- $R = (\text{sen}\,x - \cos x)(\text{tg}\,x + \text{ctg}\,x)$
  $((+) - (-))((-) + (-))$
  $R = (+)(-) = (-)$

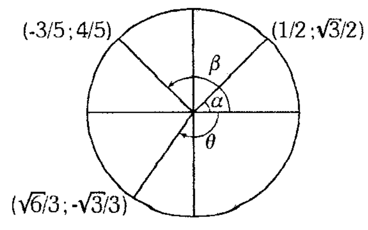
- $Y = (\text{sen}\,x + \cos x)^2\,(R + \cos x)$
  $(+) \quad \bullet \quad ((-) + (-))$
  $Y = (+)(-) = (-)$

- $L = (\text{sen}\,x - Y)\,(\text{tg}\,x + R)\,(R + Y)$
  $[(+) - (-)]\,[(-) + (-)]\,[(-) + (-)]$
  $L = (+)(-)(-) = +$

Clave: c

PROBLEMA 04

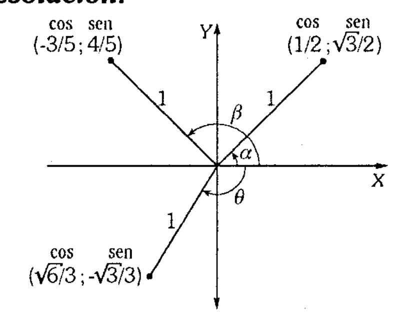
En la figura adjunta se tiene **C.T.** y los ángulos α, β y θ están en posición normal.



Calcular: $P = \dfrac{\text{sen}\,\alpha \cdot \text{sen}\,\theta + \cos\beta}{\text{sen}\,\beta + \sec\alpha - \text{ctg}^2\theta}$

a) $\frac{11}{8}$ b) $\frac{-12}{7}$ c) $\frac{-11}{9}$
d) $\frac{-11}{8}$ e) $\frac{1}{5}$

***Resolución*:**



$$P = \frac{\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\theta + \cos\beta}{\text{sen}\,\beta + \sec x - \text{ctg}^2\theta}$$

$$P = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right) + \frac{-3}{5}}{\frac{4}{5} + 2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{-\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$P = \frac{\frac{-1}{2} - \frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{-11}{8}$$

Clave: d

PROBLEMA 05

Si el área de la región sombreado es $16u^2$, calcule $\cot\theta$.

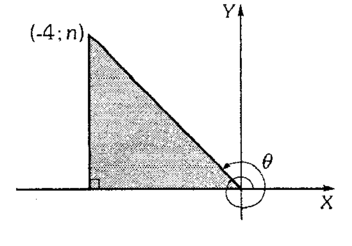
a) $-\frac{1}{4}$

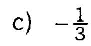
b) $-\frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{3}$

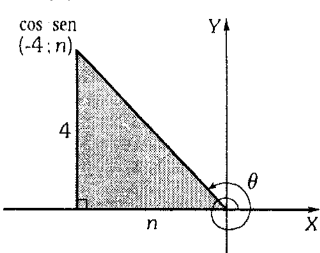
d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{3}$





***Resolución*:**



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

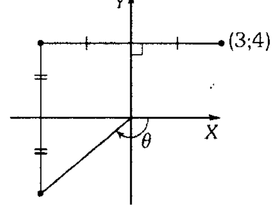
$$16 = \frac{4 \times n}{2} \rightarrow n = 8$$

Luego: $\cot g\,\theta = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$

Clave: b

PROBLEMA 06

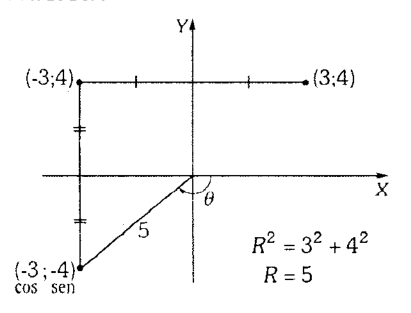
Del gráfico, calcule $\tan\theta$.



a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{5}{4}$

***Resolución*:**



Piden: $\operatorname{tg}\theta = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$

Clave: d

PROBLEMA 07

Del gráfico, calcule $\operatorname{sen}\theta$.

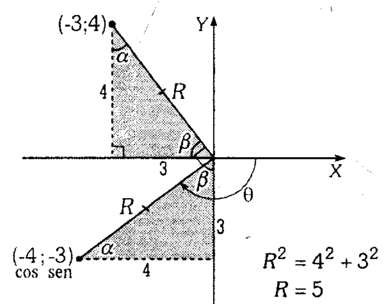
a) $-\frac{4}{5}$

b $-\frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{2}{5}$

e) $-\frac{5}{7}$



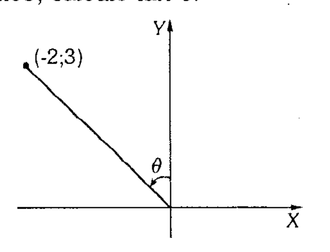
***Resolución*:**

Piden: $\operatorname{sen}\theta = \frac{-3}{5}$

Clave: b

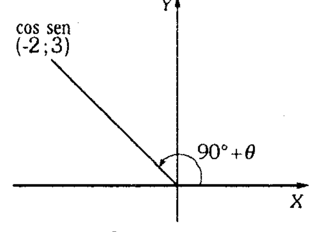
PROBLEMA 08

Del gráfico, calcule tan θ.



a) $2\tan 45°$ b) $3\tan 45°$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{3}$

Resolución:



$\cot g(90° + \theta) = \frac{-2}{3}$

$-tg\,\theta = \frac{-2}{3}$

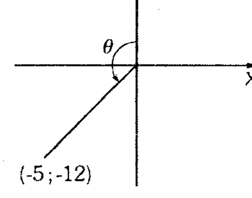
$\therefore\ tg\,\theta = \frac{2}{3}$

Clave: d

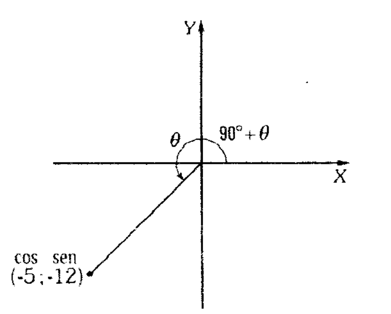
PROBLEMA 09

Del gráfico, calcule sen θ.

a) $\frac{5}{13}$ b) $\frac{12}{13}$
c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $\frac{1}{4}$



Resolución:



$\cos(90° + \theta) = \frac{-5}{13}$

$-\text{sen}\,\theta = \frac{-5}{13}$

$\therefore\ \text{sen}\,\theta = \frac{5}{13}$

Clave: a

PROBLEMA 10

Calcule:

$A = \text{sen}\,90° + \cos 270° + \tan 180° + \cos 180°$

a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) 3

Resolución:

$A = \text{sen}\,90° + \cos 270° + \tan 180° + \cos 180°$

$A = \cancel{1} + 0 + 0 + (\cancel{-1})$

$\therefore\ A = 0$

Clave: b

PROBLEMA 11

Calcule $P = \text{sen}(-90°) + \text{sen}\,270°$

a) 0 b) -1 c) -2
d) $-\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{3}$

Resolución:

$P = \text{sen}(-90°) + \text{sen}\,270°$

$P = -\text{sen}\,90° + \text{sen}\,270°$

$P = -(1) + (-1)$

$P = -2$

Clave: c

$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen} x$ $\quad$ $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

$\cos(-x) = \cos x$ $\quad$ $\sec(-x) = \sec x$

$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ $\quad$ $\csc(-x) = -\csc x$

PROBLEMA 12

Sabiendo que $\operatorname{sen}\theta = 1$; $\tan\alpha = 0°$ y $0 < \theta < 270°$; $90° < \alpha < 360°$.

Calcule $\operatorname{sen}(\alpha + \theta)$

a) -1 b) 1 c) $\frac{2}{3}$
d) $-\frac{2}{3}$ e) 0

Resolución:

Como: $\operatorname{sen}\theta = 1$; $0° < \theta < 270°$
$\Rightarrow \theta = 90°$

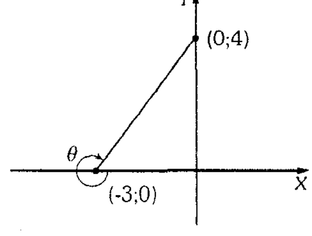
Además: $tg\, x = 0$; $90° < \alpha < 360°$
$\Rightarrow \alpha = 180°$

Piden: $\operatorname{sen}(180° + 90°) = \operatorname{sen} 270°$
$= -1$

Clave: a

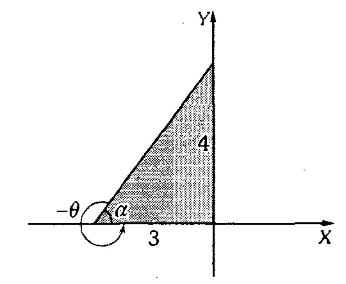
PROBLEMA 13

Del gráfico, calcule $\cot\theta$.



a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) 1
d) $\frac{2}{3}$ e) 2

Resolución:



Del gráfico:

$$\alpha + (-\theta) = 360°$$
$$\alpha = 360 + \theta$$

$$\cot g\,\alpha = \operatorname{ctg}(\cancel{360} + \theta) = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \quad \operatorname{ctg}\theta = \frac{3}{4}$$

Clave: a

PROBLEMA 14

Determine el signo de:

$$k = \frac{\cos 340° \tan 190°}{\operatorname{sen} 70° \csc 120°}$$

a) $-$ b) $+$ c) $+ \vee -$
d) $+ \wedge -$ e) neutro

Resolución:

$$k = \frac{\cos 340° \operatorname{tg} 190°}{\operatorname{sen} 70° \csc 120°}$$

Como:

$340° \in$ IVC $\longrightarrow$ $\cos 340° > 0$

$190° \in$ IIIC $\longrightarrow$ $\operatorname{tg} 190° > 0$

$$70° \in IC \longrightarrow \csc 70° > 0$$
$$120° \in IIC \longrightarrow \csc 120° > 0$$

Luego: $k = \frac{(+)(+)}{(+)(+)} = +$

Clave: b

PROBLEMA 15

Halle el número de ángulos cuadrantales entre 2000° y 3000°.

a) 10 b) 11 c) 12
d) 100 e) 33

Resolución:

Los ángulos cuadrantales miden $90°k$ donde $k = \pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \ldots$

Luego: $2000 < 90k < 3000$
$22,2 < k < 33,3$

$$k = \underbrace{23, 24, 25, \ldots, 33}_{11 \text{ valores}}$$

$\therefore$ Número de ángulos cuadrantales $= 11$

Clave: b

PROBLEMA 16

Calcule:

$$k = \frac{\tan 45° + \operatorname{sen}(-90°) + \tan 180° + \cos 270°}{\operatorname{sen} 40° + \operatorname{sen} 30°}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

Resolución:

$$k = \frac{\tan 45° - \operatorname{sen} 90° + \tan 180° + \cos 270°}{\operatorname{sen} 40° + \operatorname{sen} 30°}$$

$$k = \frac{\cancel{1} - \cancel{1} + 0 + 0}{\operatorname{sen} 40° + \operatorname{sen} 30°}$$

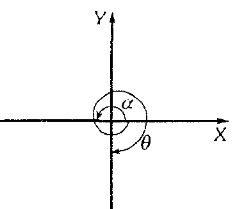
$$k = \frac{0}{\operatorname{sen} 40° + \operatorname{sen} 30°} = 0$$

Clave: a

PROBLEMA 17

Del gráfico calcule $\operatorname{sen}\theta + \tan\alpha$.

a) 0
b) 1
c) –1
d) –2
e) –3



Resolución:

Del gráfico: $\alpha = 180°$
$\theta = -450°$

Piden:

$$\operatorname{sen}\theta + \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{sen}(-450°) + \operatorname{tg}(180°)$$
$$= -\operatorname{sen} 450° + \operatorname{tg} 180°$$
$$= -\operatorname{sen} 90° + \operatorname{tg} 180°$$
$$= -(1) + 0$$
$$= -1$$

Clave: c

PROBLEMA 18

Si: $(\operatorname{sen} x - 1)^2 + (\cos\theta - 1)^2 = 0$

Halle $\csc x \cdot \sec\theta$.

a) 0 b) 1 c) 2
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{4}{3}$

***Resolución*:**

Como: $\underbrace{(\operatorname{sen}x-1)^2}_{0}+\underbrace{(\cos\theta-1)^2}_{0}=0$

Luego: $\operatorname{sen}x=1$

$\cos\theta=1$

Piden: $\csc x\cdot\sec\theta$

$=\frac{1}{\operatorname{sen}x}\cdot\frac{1}{\cos\theta}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}=1$

Clave: b

PROBLEMA 19

Si: $\frac{3\pi}{2}<x<2\pi$

y $-0{,}25=\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}^2x+\operatorname{sen}^3x+\ldots$

Calcular: $M=\sqrt{2}(\sec x-\operatorname{ctg}x)$

a) 3,5 b) 4,5 c) 5,5
d) 6,5 e) 7,5

***Solución*:**

Como:

$$-0{,}25=\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}^2x+\operatorname{sen}^3x+\ldots$$

$\cdot\operatorname{sen}x$ $\cdot\operatorname{sen}x$

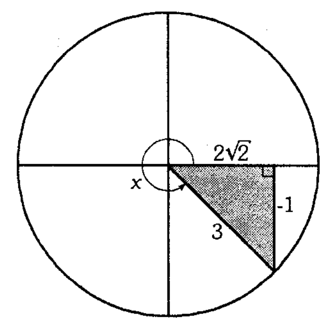
$$-\frac{1}{4}=\frac{\operatorname{sen}x}{1-\operatorname{sen}x}$$

$$-1+\operatorname{sen}x=4\operatorname{sen}x$$

$$\operatorname{sen}x=\frac{-1}{3}$$

Como: $\frac{3\pi}{2}<x<2\pi \longrightarrow x\in\text{IVC}$

Luego:



Piden:

$$M=\sqrt{2}\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}-\frac{2\sqrt{2}}{-1}\right)$$

$$M=\sqrt{2}\left(\frac{3+8}{2\sqrt{2}}\right)=5{,}5$$

Clave: c

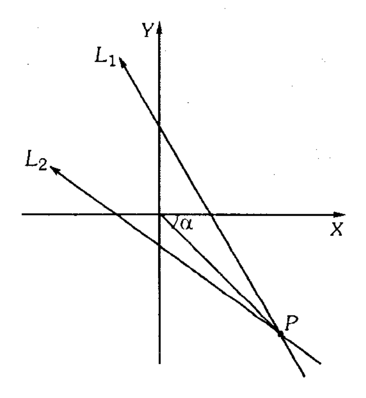
PROBLEMA 20

Las ecuaciones de las rectas mostradas en la figura son:

$L_1:\ x+3y=-7$; $L_2:\ 5x+2y=4$

Determinar el valor de:

$$W=\operatorname{tg}\alpha+\sec^2\alpha$$



a) 1,75 b) 1,5 c) 2,25
d) 0,75 e) 1,25

Resolución:

Encontremos las coordenadas de P:

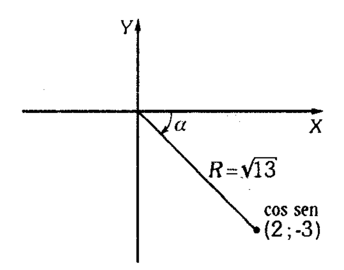
$$x+3y=-7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$5x+2y=4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$-\begin{cases} 5x+15y=-35 \quad \ldots\ldots\ldots (1)\times 5 \\ 5x+2y=4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

$$13y=-39$$

$$y=-3 \longrightarrow x=2$$

Luego:



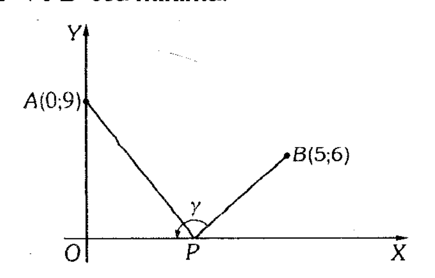
$$W=\frac{-3}{2}+\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2$$

$$W=\frac{-3}{2}+\frac{13}{4}=\frac{7}{4}=1{,}75$$

Clave: a

PROBLEMA 21

Halle $\sec\gamma\cdot\csc\gamma$, de modo que la suma $AP+PB$ sea mínima.

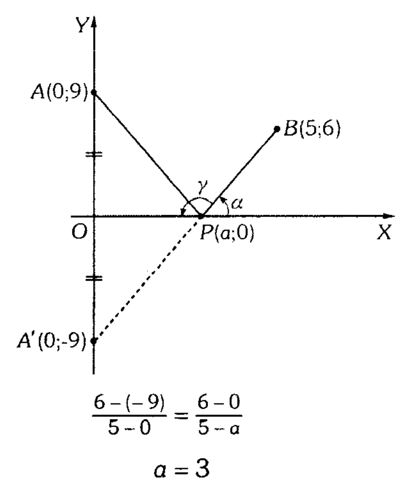


a) $-\frac{1}{3}$ b) $\frac{-7}{3}$ c) $-\frac{10}{3}$

d) $-\frac{13}{3}$ e) -13

Resolución:

Para que $AP+PB$ sea mínima ubicamos A' en:



$$\frac{6-(-9)}{5-0}=\frac{6-0}{5-a}$$

$$a=3$$

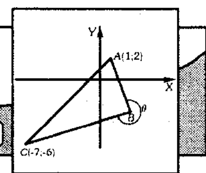
Si ubicamos "O" en "P" las coordenadas de B serían (2;6). Luego:

$$\sec\gamma\cdot\csc\gamma=\sec(180-\alpha)\csc(180-\alpha)$$
$$=-\sec\alpha\csc\alpha$$
$$=\frac{-2\sqrt{10}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{10}}{6}=\frac{-10}{3}$$

Calve: c

Primera Práctica

R.T. de un Ángulo en Posición Normal



01 Determinar entre qué límites debe estar comprendido k para que sea posible la siguiente igualdad:

$$tg^2x = \frac{(9-k^2)}{17}$$

a) $-3 < k \leq 3$ b) $-3 < k < 3$
c) $-3 \leq k < 3$ d) $-3 \leq k \leq 3$
e) $2 \leq k \leq 4$

02 Determinar el máximo y mínimo valor de cada una de las siguientes expresiones:

$$\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\theta \;\; ; \;\; 7\operatorname{sen}\theta + 4\cos\phi$$

a) $\{-1;1\}$; $\{-11;11\}$
b) $\{0;1\}$; $\{2;11\}$
c) $\{-2;2\}$; $\{-3;3\}$
d) $\{0;4\}$; $\{7;9\}$
e) $\{-4;8\}$; $\{7;10\}$

03 De los siguientes ángulos indicar con (V) si es cuadrantal y (F) si no es cuadrantal.

$$\alpha = \frac{5\pi}{12}\text{rad} + 105°$$

$$\beta = 450^g + \frac{23\pi}{4rad}$$

$$\phi = 225^g + 800g$$

a) VVV b) FFF c) VVF
d) FVV e) VFV

04 Hallar la diferencia del valor máximo y mínimo de la función definida en:

$$F(x) = \frac{5\cos x - 2}{3}$$

a) $\frac{10}{3}$ b) $-\frac{4}{3}$ c) -1
d) $\frac{4}{3}$ e) 3

05 Si "P" es un punto del lado terminal del ángulo ϕ en posición normal, donde: $P(-9,40)$ y $0° < \phi < 180°$

Calcular: $L = 4\,tg\left(\frac{\phi}{2}\right) + 5\,ctg\left(\frac{\phi}{2}\right)$

a) 9 b) -9 c) 5
d) -5 e) 1

06 Si "ϕ" es un ángulo en posición normal, el cual se cumple:

$$|3tg\phi - 6| = |tg\phi - 2| + 6$$

Calcular un valor de: $\sec\phi \cdot \csc\phi$

a) 2 b) -7 c) -4
d) 4 e) -2

07 Siendo α, β, θ ángulos cuadrantales distintos, mayores o iguales que 0° pero menores o iguales que 270°. Además cumplen:

$$\cos\beta = [\operatorname{sen}\theta - (\sec\alpha)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}$$

Calcular: $\cos(\alpha+\beta+\theta)$

a) -1 b) 1 c) 0
d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$

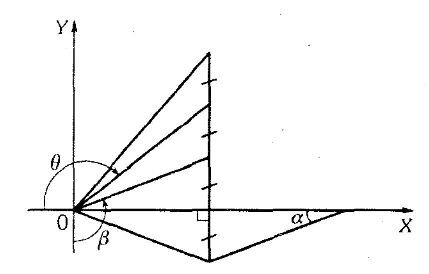
08 ¿En qué cuadrante está x, si:
$\operatorname{sen} x(\operatorname{tg} x+\csc x\cdot\sec x)<0$?

a) II o III b) III o IV c) I o IV
d) I o II e) IV

09 Del grafico mostrado, calcular:

$$L=5\operatorname{tg}\theta+\operatorname{ctg}\beta$$

Si además: $\operatorname{tg}\alpha=2,5$



a) 5,6 b) 2,5 c) 0,5
d) 0,8 e) 3,6

10 Si: $\theta\in\langle 0°,360°\rangle$

Además: $|\operatorname{sen}\theta|=-\operatorname{sen}\theta$ ...... (1)
$\csc\theta\cdot\cos\theta>0$ ...... (2)

Hallar el signo de las expresiones:

$$A=\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{3}\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{4}\right)\cdot\sec\left(\frac{\theta}{2}+45°\right)$$

a) (+) ó (–) b) (+) c) (–)
d) (+) y (–) e) neutro

11 En el gráfico calcular $\operatorname{tg}\theta$:

a) $-\frac{4}{3}$
b) $-\frac{3}{4}$
c) $-\frac{2}{3}$
d) $-\frac{1}{2}$
e) $\frac{1}{2}$

Y
θ
X
(-4,-3)

12 Si el lado final de un ángulo en posición normal cuya medida es α pasa por el punto $M(-2;3)$, calcular el valor de:

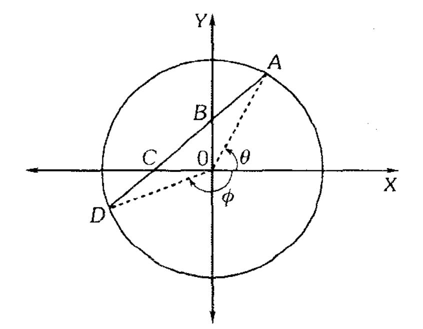
$$M=\frac{\sqrt{13}}{\csc\alpha}-\frac{\sec\alpha}{\sqrt{13}}$$

a) $\frac{11}{2}$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{7}{2}$
d) $\frac{5}{2}$ e) 2

13 En la figura mostrada, si:

$$AB=BC=CD$$

encontrar el valor de: $M=\operatorname{tg}\theta-\operatorname{tg}\phi$



a) 1,0 b) 2,5 c) 3,0
d) 4,0 e) 1,5

14 Si "α" es un ángulo en posición normal del cuarto cuadrante, el cual verifica: $(\sqrt[3]{\cos\alpha})^{\text{sen}\alpha} = (\sec\alpha)^{7^{-4^0}}$

Calcular: $M = 7\cos\alpha + 3\text{ctg}\,\alpha$

a) -3 b) 2 c) -1
d) -2 e) 0

15 Dadas las siguientes condiciones:

I) $\text{tg}\alpha < 0$
II) $\cos\alpha > 0$
III) $2^{2\csc\alpha}(0{,}25)^{1{,}25} = 0$

Calcular: $W = 5\cos\alpha - 4\text{ctg}\alpha$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 6 e) 8

16 Si: $\text{tg}\,\beta = 1.5$, siendo β un ángulo del tercer cuadrante, el valor de:

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)(\sec\beta - \csc\beta)$$

a) $-\frac{1}{8}$ b) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$ c) $-\frac{1}{6}$
d) $-\frac{5}{8}$ e) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

17 Sabiendo que:

I) $|\cos\beta| = -\cos\beta$
II) $|\text{ctg}\,\beta| = \text{ctg}\,\beta$
III) $|\sec\beta| = 2$

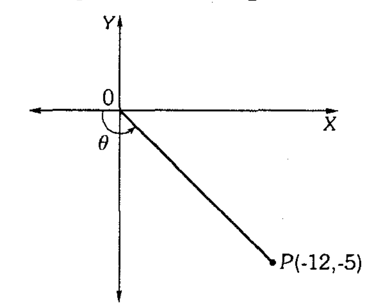
Calcular: $M = \text{sen}\,\beta \cdot \text{tg}\,\beta$

a) $-2{,}0$ b) $-1{,}5$ c) $-1{,}0$
d) $2{,}0$ e) $2{,}5$

18 Determinar el menor de 2 ángulos coterminales, si la suma de ellos es 1320° y el mayor está comprendido entre 900° y 1200°.

a) 240° b) 260° c) 300°
d) 320° e) 340°

19 De la figura, calcule $\text{ctg}\,\theta$.



a) $-\frac{2}{5}$ b) $-\frac{12}{5}$ c) $-\frac{4}{5}$
d) $-\frac{7}{5}$ e) $-\frac{9}{5}$

20 A partir de las siguientes condiciones:

I) $\text{tg}\,\theta > 0$
II) $\text{sen}\,\theta < 0$
III) $|\cos\theta| \geq \frac{2}{3}$

Calcular "$\text{sen}\,\theta$" cuando $\cos\theta$ sea máximo.

a) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ b) $\frac{3\sqrt{5}}{7}$ c) 1
d) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ e) -1

21 Si: $\sqrt[3]{-\sec\theta} < 0 < \sqrt{-\text{sen}\,\theta}$; determinar el signo de: $M = \text{tg}\,\theta + \text{ctg}\,\theta \cdot \cos\theta$

a) (+) b) 0 c) (±)
d) (−) e) N.A.

22 Sean α y β dos ángulos coterminales tal que: $\alpha > \beta$. Si además el doble del menor es a la suma de ellos como 13 es a 23, calcular la medida del mayor si está comprendida entre 1100° y 1300°.

a) 1288° b) 1198°
c) 1188° d) 1298°
e) 1260°

23 Para los siguientes puntos $(-1;-2\sqrt{2})$ y $(6;2)$ pertenecen al lado terminal de los ángulos α y θ en posición normal respectivamente, calcule:

i) $\sec\alpha \cdot \text{tg}\alpha$ ii) $\text{sen}\theta \cdot \cos\theta$

a) $-6\sqrt{2}\,;-\frac{3}{10}$ b) $6\sqrt{2}\,;\frac{3}{10}$
c) $-6\sqrt{2}\,;\frac{3}{10}$ d) $-6\sqrt{2}\,;-\frac{3}{5}$
e) $6\sqrt{2}\,;-\frac{3}{5}$

24 Si $\cos\theta = \frac{1}{3}$; además: $|\text{sen}\theta| \neq \text{sen}\theta$, determinar el valor de:

$$R = \csc^2\theta - \sec^2\theta$$

a) $-\frac{63}{8}$ b) $-\frac{81}{8}$ c) $-\frac{54}{11}$
d) $\frac{63}{68}$ e) $-\frac{8}{63}$

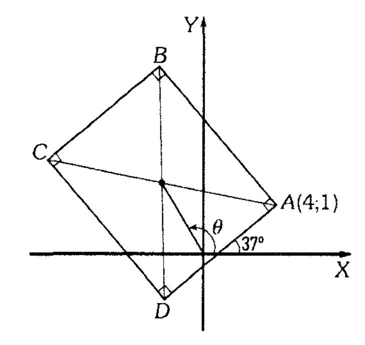
25 Si: $\text{tg}\theta = -\frac{12}{10}$ y $\frac{|\csc\theta|}{\csc\theta} < 0$

Calcule $R = \cos\theta - \text{sen}\theta$

a) $\frac{-11\sqrt{61}}{61}$ b) $\frac{\sqrt{61}}{61}$
c) $11\sqrt{61}$ d) $\frac{60\sqrt{61}}{61}$
e) $\frac{11\sqrt{61}}{61}$

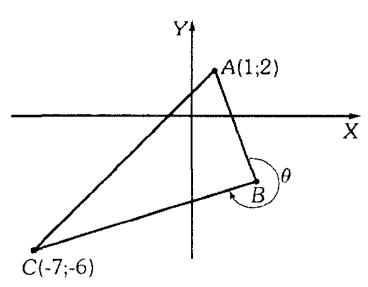
26 Si $AB = 2BC = 10$

Calcule $\tan\theta$:



a) 1 b) $-\frac{7}{2}$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $-\frac{4}{3}$

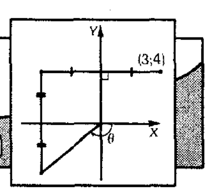
27 Si: $B(5;-1)$. Calcule $\tan\theta$.



a) $\frac{56}{33}$ b) $\frac{33}{56}$ c) $\frac{11}{7}$
d) $\frac{33}{11}$ e) $\frac{7}{11}$

Segunda Práctica

R.T. de un Ángulo en Posición Normal



01 Sabiendo que el lado final de un ángulo en posición normal "θ" pasa por un punto $P(-2,\sqrt{3})$, calcular:

$$L=\sqrt{3}\,\text{tg}\,\theta-\sqrt{7}\sec\theta$$

a) 1 b) −1 c) 2
d) −2 e) $\frac{1}{4}$

02 Un cuadrado $ABCD$ tiene como vértices: $A(-4,2)$, $C(-3,-5)$. Si el vértice "D" se encuentra en el IIIC y el vértice "B" en el semi eje negativo de ordenadas.

Calcular: $E=\sqrt{53}(\text{sen}\theta-\cos\theta)$

Siendo "θ" el ángulo en posición normal, cuyo lado final pasa por el vértice "D".

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

03 Dos ángulos coterminales están en la relación de 2 a 7. La diferencia de ellos es mayor que 1200° pero menor que 1500°. Hallar los ángulos.

a) 1440° y 576°
b) 1080° y 576°
c) 2130° y 576°
d) 720° y 216°
e) 2016° y 576°

04 Si: $\sec\alpha$ y $\sec\beta$ son raíces de la ecuación: $x^2-x-6=0$, además. $\alpha\in\text{IC}$ y $\beta\in\text{IIIC}$.

Calcular: $\text{tg}\alpha\cdot\text{ctg}\beta$

a) 8 b) $\sqrt{8}$ c) $\sqrt{\frac{8}{3}}$
d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

05 Si: $\sqrt{\csc\theta-\text{ctg}\theta}\cdot\text{tg}\theta\langle 0$

Entonces: "θ" $\in$ al ......

a) I C b) II C c) III C
d) IV C e) No se puede determinar

06 Si: $0°<\alpha<270°$ además: $\text{ctg}\alpha+\text{ctg}\alpha<0$. Halle el signo de cada expresión: $M=\sec\frac{\alpha}{2}\cdot\text{tg}\alpha$

$N=\sec\alpha+\cos\alpha$
$P=\text{sen}2\alpha\cdot\text{tg}(\alpha+90°)$

a) (+); (−); (−) b) (−); (−); (−)
c) (−); (+); (−) d) (+); (−); (+)
e) (+); (+); (+)

07 Si se sabe que:

$$\text{tg}\beta=\sqrt{\text{sen}\theta\sqrt{-\cos\theta}}\ \wedge\ |\cos\beta|=-\cos\beta$$

Señale el signo de:

$$M = \frac{\text{sen}\beta + \cos\theta}{\text{tg}\beta} \quad ; \quad N = \frac{\text{tg}\beta - \cos\theta}{\sec\theta}$$

a) $(-);(-)$ b) $(-);(+)$
c) $(-);(+)$ d) $(+);(+)$
e) $(+);(-)$

08 Se tiene dos ángulos coterminales, tales que el mayor es igual al triple del menor. Si la suma del doble del mayor con el menor está comprendido en $\langle 2500°, 3000° \rangle$. ¿Cuánto mide el menor?

a) π rad b) 2π rad c) $\frac{3\pi}{2 \text{ rad}}$
d) $\frac{5\pi}{2 \text{ rad}}$ e) 3π rad

09 Si el punto "Q" pertenece al lado final de un ángulo "θ" en posición normal tal que $180° < \alpha < 270°$ que tiene por abscisa y radio vector a -21 y 29.

Calcular: $J = 2\,\text{tg}\frac{\alpha}{2} - \sqrt{29}\cos\frac{\alpha}{2}$

a) $\frac{-31}{4}$ b) $\frac{21}{4}$ c) -1
d) $\frac{11}{3}$ e) $\frac{21}{5}$

10 Si el lado terminal de un ángulo "β" en posición normal pasa por el punto C, el cual es un vértice del paralelogramo $ABCD$: $A(-8,-2)$; $B(-10,3)$ $D(-3;1)$, $C \in \text{IIC}$. Calcular: "$\text{tg}\,\beta$".

a) $-0,6$ b) $-0,8$ c) $-1,0$
d) $-1,2$ e) $-1,4$

11 Sabiendo que:

$$\cos\theta = -0,96 \cdot \pi \le \theta \le \frac{3\pi}{2}$$

Calcular: $M = \text{sen}\theta \cdot (\text{ctg}\theta - 4)$

a) $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{4}{5}$ c) $\frac{5}{4}$
d) $-\frac{2}{5}$ e) $\frac{5}{2}$

12 Se tiene: $|\cos\theta| + \cos\theta = 0$ además:

$$2\text{ctg}\theta = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\sqrt{5}+2}}}$$

Calcular el valor de:

$$N = \sqrt{5}\cos\theta - 3\text{sen}^2\theta$$

a) 1 b) -2 c) -3
d) 4 e) 5

13 Si para un ángulo "x" en posición normal se cumple:

$$\text{sen}\,x\sqrt{\sec x + \cos x} < 0$$

Hallar el signo de:

$$M = \text{tg}\,x + \text{ctg}\,x + 1 \; ;$$

$$N = \frac{1 - |\text{sen}\,x + \csc x|}{\text{sen}\,x + \csc x}$$

a) $+ ; +$ b) $+ ; -$ c) $+ ; +$
d) $- ; +$ e) $- ; -$

14 Si: $|\cos^3\theta| - 8\text{sen}^3\theta = 0$; $q \in \text{IIC}$

Calcular: $M = \csc\theta + 2\sec\theta$

a) 0 b) $\sqrt{5}$ c) $-\sqrt{5}$
d) 1 e) 2

15 Calcular el valor de:

$$R=\frac{(\text{sen}450°-\cos 900°)\sec 4500°}{\cos 0°+\text{sen}810°+\text{tg}540°}$$

a) –2 b) –1 c) 0
d) 1 e) 2

16 Hallar la diferencia del valor máximo y mínimo de la función definida en:

$$F(x)=\frac{(5\cos x-2)}{3}$$

a) $\frac{10}{3}$ b) $-\frac{4}{3}$ c) –1
d) $\frac{4}{3}$ e) 3

17 Si "P" es un punto del lado terminal del ángulo ϕ en posición normal, donde: $P(-9,40)$ y $0°<\phi<180°$

Calcular: $L=4\text{tg}\left(\frac{\phi}{2}\right)+5\text{ctg}\left(\frac{\phi}{2}\right)$

a) 9 b) –9 c) 5
d) –5 e) 1

18 Si se cumple:

$$2^{2(\tan\alpha+1)}-6^{\tan\alpha}=2\cdot 3^{2(\tan\alpha+1)}$$

donde: $\alpha\in$ IIC . Calcule: $\sqrt{5}\,\text{sen}\alpha$

a) –2 b) 2 c) –1
d) 1 e) $-\frac{1}{2}$

19 Si: $(\sec\theta)^{-\sec\theta}=4$,

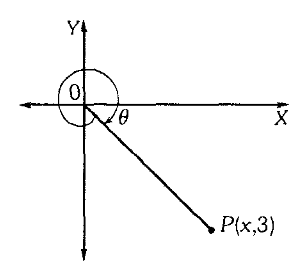
donde $\tan\theta>0$.

Calcule: $\text{sen}\theta$

a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $-\frac{1}{2}$ e) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

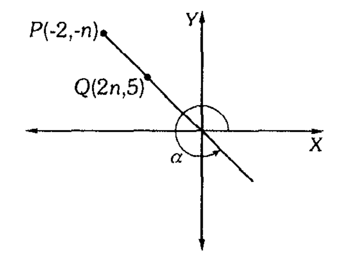
20 De la figura $OP=8$

Calcular $R=\cos\theta+\sec\theta$



a) $\frac{119}{\sqrt{55}}$ b) $\frac{119}{8\sqrt{55}}$ c) $\frac{119}{8}$
d) $\frac{119}{\sqrt{5}}$ e) $\frac{-119}{8\sqrt{55}}$

21 Del gráfico calcular $\cos\theta$



a) $-\frac{4}{5}$ b) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $-\frac{2}{3}$ e) $-\frac{3}{5}$

22 Si α y 50° son ángulos coterminales tal que:

$(\alpha-10°)\in[300°,400°]$, calcular:

$$R=2\text{sen}(\alpha-20°)+\sqrt{3}\,\text{tg}(\alpha+10°)$$

a) 0 b) 1 c)
d) 4 e) –2

23 Si $\sqrt{(\text{sen}^2 x - 1) + (\cos^2 y - 1)} = 0$

Calcular:

$$R = \cos x + \text{sen}\, y + \text{ctg}(x + y)$$

a) –2 b) –1 c) 0
d) 1 e)

24 Calcular:

$$R = \frac{\text{sen}^2\frac{\pi}{2} + \cos^2\frac{3\pi}{2} - \csc\frac{3\pi}{2}}{\text{sen}\frac{\pi}{2} \cdot \cos 4\pi + \text{tg}\, 2\pi}$$

a) –2 b) –1 c) 0
d) 1 e) 2

25 Si: $\cos 2650° = m$

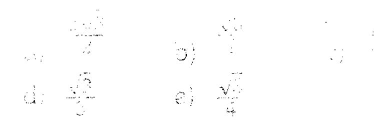
Calcule: sen 6350°

a) $\sqrt{1-m^2}$ b) $-\sqrt{1-m^2}$
c) m d) $\frac{1}{m}$
e) $-\sqrt{1-m}$

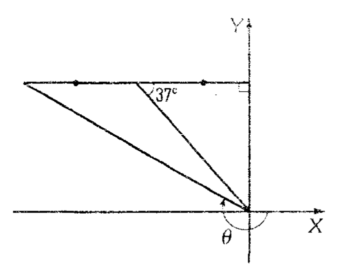
26 Si: x, y, z: son coterminales.

Calcule: $E = \cos x + \cos y + \cos z$

Si además: $\text{sen}\, x = \frac{1}{2}$; $\tan y = \frac{\sqrt{3}}{3}$

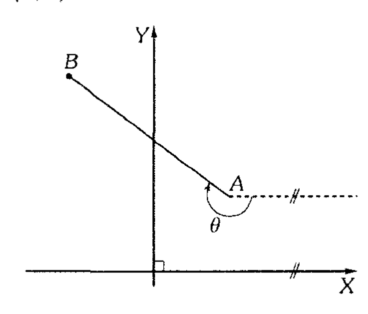


27 Calcule: $E = 8\tan\theta + 1$



a) 2 b) –2 c) –1
d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$

28 De la figura calcule $\tan\theta$: $A(2;2)$; $B(3;5)$.



a) –0,2 b) –0,4 c) –0,6
d) –0,8 e) –1

CLAVES

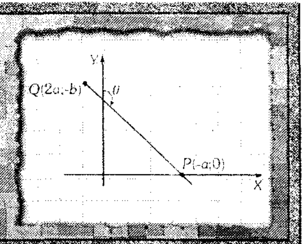
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

PRIMERA PRÁCTICA				
01. d	02. a	03. c	04. a	05. a
06. e	07. b	08. a	09. e	10. c
11. a	12. c	13. e	14. e	15. d
16. c	17. b	18. c	19. b	20. d
21. d	22. c	23. c	24. a	25. e
26. b	27. a			

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. c	02. d	03. e	04. c	05. b
06. b	07. a	08. b	09. e	10. d
11. b	12. c	13. d	14. a	15. b
16. a	17. a	18. b	19. a	20. d
21. c	22. d	23. c	24. e	25. b
26. a	27. b	28. c		

Capítulo 32

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE



Objetivos:

Al finalizar el presente, el lector estará en la capacidad de:

- Conocer la equivalencia de la razón trigonométrica de ángulos de la forma $(k90° \pm x)$ en los términos de la razón trigonométrica del ángulo $x(k \in \mathbb{Z})$.

Introducción

Para aplicar las técnicas de reducción al primer cuadrante en el presente capítulo es necesario considerar al ángulo ***x*** como agudo, aunque éste no lo sea.
De esta manera será correcto aplicar las reglas de reducción al primer cuadrante.

NOTA:

Cuando en las identidades de las suma o diferencia, se reemplaza ***x*** o ***y*** por algún ángulo cuadrantal se obtienen las identidades de reducción al primer cuadrante.

***Ejemplo 1*:**

Encontrar el equivalente a $\text{sen}(180° + y)$

***Resolución*:**

$\text{sen}(180° + y) = \text{sen}180° \cos y + \cos 180° \text{sen} y$

$\text{sen}(180° + y) = (0)\cos y + (-1)\text{sen} y$

$\therefore \ \text{sen}(180° + y) = -\text{sen} y$

***Ejemplo 2*:**

Encuentre el equivalente de:

$$\cos(270° - y).$$

***Resolución*:**

$\cos(270° - y) = \cos 270° \cos y + \text{sen}270° \text{sen} y$

$\cos(270° - y) = (0)\cos y + (-1)\text{sen} y$

$\therefore \ \cos(270° - y) = -\text{sen} y$

***Ejemplo 3*:**

Reduzca $\tan(180° + y)$

***Resolución*:**

$$\tan(180° + y) = \frac{\tan 180° + \tan y}{1 - \tan 180° \tan y} = \frac{0 + \tan y}{1 - (0)\tan y}$$

$\therefore \ \tan(180° + y) = \tan y$

REGLAS PRÁCTICAS DE REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

Para razones Trigonométricas de la forma

$$RT\begin{pmatrix} 180° \pm x \\ 360° \pm x \end{pmatrix} = \pm RT(x)$$

$$RT\begin{pmatrix} 90° \pm x \\ 270° \pm x \end{pmatrix} = \pm CoRT(x)$$

NOTA:

Para determinar el signo (+) ó (–) se asume x como agudo (así no lo sea), con el único fin de determinar el signo (ver figura adjunta).

***Ejemplo*:**

$$\in IIC \begin{cases} 90° + x \\ 180° - x \end{cases} \qquad \begin{rcases} 90° - x \\ 360° + x \end{rcases} \in IC$$

$$\in IIIC \begin{cases} 180° + x \\ 270° - x \end{cases} \qquad \begin{rcases} 360° - x \\ 270° + x \end{rcases} \in IVC$$

(Y vertical axis, X horizontal axis)

***Ejemplo*:**

- $\tan 200° = \tan\underbrace{(180° + 20°)}_{IIIC} = -\tan 20°$
- $\cot 300° = \cot\underbrace{(270° + 30°)}_{IVC} = -\tan 30°$
- $\csc 120° = \csc\underbrace{(180° - 60°)}_{IIC} = +\csc 60°$
- $\text{sen}\underbrace{(\pi + x)}_{IIIC} = -\text{sen}\,x$
- $\sec\underbrace{(90° + x)}_{IIC} = -\csc x$

PARA RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE LA FORMA

$$RT(360°K + x) = RT(x) \;;\; \forall K \in \mathbb{Z}$$

Aquí se observa que si a un ángulo de una razón trigonométrica se elimina el número entero de vueltas que contiene, el valor de dicha razón no varía.

***Ejemplos*:**

- $\text{sen}(400°) = \text{sen}(360° + 40°) = \text{sen}40°$
- $\text{sen}(1110°) = \cos(3 \times 360° + 30°) = \cos 30°$
- $\tan(8\pi + x) = \tan x$
- $\sec(17\pi + x) = \sec(16\pi + \pi + x)$
  $= \sec(\pi + x) = -\sec x$
- $\csc(91\pi + x) = \csc(90\pi + \pi + x)$
  $= \sec(\pi + x) = -\csc x$

IDENTIDADES DE ARCOS NEGATIVOS

$$\text{sen}(-x) = -\text{sen}\,x$$

$$\cos(-x) = +\cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

***Ejemplos*:**

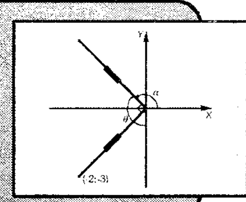
- $\text{sen}(-120°) = -\text{sen}120°$
- $\cos(-210°) = \cos 210°$
- $\text{sen}(-30°) = -\text{sen}30° = -\frac{1}{2}$
- $\cos(-90°) = \cos 90° = 0$

  $\tan(-60°) = -\tan 60° = -\sqrt{3}$

Capítulo: **32**

Reducción al Primer cuadrante

Problemas Resueltos



PROBLEMA 01

Reduzca:

$$L = \text{sen}(180° + x)\cos(180° - x)\sec(360° + x)$$

a) $-\text{sen}x$ b) $\text{sen}x$ c) $\cos x$

d) $-\text{sen}^2 x$ c) $\tan x$

Resolución:

$$L = \text{sen}\overset{-}{\underset{\text{IIIC}}{\underbrace{(180° + x)}}}\cos\overset{-}{\underset{\text{IIC}}{\underbrace{(180° - x)}}}\sec\overset{+}{\underset{\text{IC}}{\underbrace{(360° + x)}}}$$

$$L = +\text{sen}x \cancel{\cos x}\ \cancel{\sec x}$$

$$L = \text{sen}x$$

Clave: b

PROBLEMA 02

Simplifique:

$$L = \tan(270° - x)\cos(270° + x)$$

a) $\text{sen}x$ b) $\cos x$ c) 1

d) $-\text{sen}x$ e) $-\cos x$

Resolución:

$$L = \tan\overset{+}{\underset{\text{IIIC}}{\underbrace{(270° - x)}}}\cos\overset{+}{\underset{\text{IVC}}{\underbrace{(270° + x)}}}$$

$$L = +\text{ctg}x \cdot \text{sen}x$$

$$L = \frac{\cos x}{\cancel{\text{sen}x}} \cdot \cancel{\text{sen}x}$$

$$L = \cos x$$

Clave: b

PROBLEMA 03

$$P = \text{sen}(2\pi + x)\csc x + \tan^2 x$$

a) $\sec x$ b) $\cos x$ c) $\tan x$

d) $\sec^2 x$ e) $\csc x$

Resolución:

$$P = \text{sen}\overset{+}{\underset{\text{IC}}{\underbrace{(2\pi + x)}}}\csc x + \text{tg}^2 x$$

$$P = +\cancel{\text{sen}x} \cdot \cancel{\csc x} + \text{tg}^2 x$$

$$P = 1 + \text{tg}^2 x$$

$$P = \sec^2 x$$

Clave: d

NOTA:

$$\text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\cos x}$$

$$\text{ctg}x = \frac{\cos x}{\text{sen}x}$$

$$\sec^2 x = 1 + \text{tg}^2 x$$

PROBLEMA 04

Si: $x + y = 360°$

Calcule: $k = \frac{\sec x}{\sec y} + \frac{\csc x}{\csc y}$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

Resolución:

Como: $x + y = 360° \rightarrow x = 360° - y$

Piden:

$$K = \frac{\overbrace{\sec(360°-y)}^{\text{IVC}}}{\sec y} + \frac{\overbrace{\csc(360°-y)}^{\text{IVC}}}{\csc y}$$

$$K = \frac{\sec y}{\sec y} + -\frac{\csc y}{\csc y}$$

$$K = 1 - 1 = 0$$

Clave: a

PROBLEMA 05

Simplifique: $L = \frac{\text{sen}x}{\text{sen}y} + \frac{\cos x}{\cos y} + \frac{\tan x}{\tan y}$

Si: $x + y = 180°$

a) –3 b) –2 c) –1
d) 0 e) 1

Resolución:

Como: $x + y = 180°$
$\rightarrow x = 180° - y$

$$L = \frac{\text{sen}\overbrace{(180 - y)}^{\text{IIC}}}{\text{sen}y} + \frac{\cos\overbrace{(180 - y)}^{\text{IIC}}}{\cos y} + \frac{\tan\overbrace{(180 - y)}^{\text{IIC}}}{\tan y}$$

$$L = \frac{\text{sen}y}{\text{sen}y} + \frac{-\cos y}{\cos y} + \frac{-\tan y}{\tan y}$$

$$L = \cancel{1} + \cancel{-1} - 1 = -1$$

Clave: c

PROBLEMA 06

Calcule

$$K = \text{sen}(-30°)\tan(-135°)\cos^2 315°$$

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$
d) 1 e) $-\frac{1}{4}$

Resolución:

$$K = (-\text{sen}30°)(-\text{tg}135°)\cos^2 315°$$

$$K = (\text{sen}30°)\,\text{tg}\underbrace{(180° - 45°)}_{\text{IIC}}(\cos\underbrace{(360° - 45°)}_{\text{IVC}})^2$$

$$K = (\text{sen}30°)(-\text{tg}45°)(\cos 45°)^2$$

$$K = \left(\tfrac{1}{2}\right)(-1)\left(\tfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$K = -1/4$$

Clave: e

PROBLEMA 07

Reduzca:

$$L = \cos 10° + \cos 20° + \cos 30° + \ldots + \cos 170°$$

a) 0 b) 2 c) 4
d) 6 e) 8

Resolución:

$$L = \cos 10° + \cos 20° + \cos 30° + \ldots + \cos 170°$$

Como:

$$\cos 170° = \cos(180° - 10°) = -\cos 10$$

$$\cos 160° = \cos(180° - 20°) = -\cos 20°$$

$$\cos 150° = \cos(180° - 20°) = -\cos 30°$$

$L = \cos 10 + \cos 20° + \cos 30° + \ldots$
$+ (-\cos 30°) + (-\cos 20°) + (-\cos 10°)$

Se cancelan en parejas, luego: $L = 0$

Clave: a

PROBLEMA 08

Si: $\text{sen}(360° + x)\cos(720° + x) = a$

Halle: $\tan x + \cot x$

a) a b) $\frac{1}{a}$ c) $\frac{1}{a^2}$
d) 2a e) $\frac{2}{a^2}$

***Resolución*:**

Del dato:

$$\text{sen}(\cancel{360°} + x)\cos(\cancel{720°} + x) = a$$
$$\text{sen}x \cdot \cos x = a$$

Piden: $E = \tan x + \cot x$

$$= \frac{\text{sen}x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\text{sen}x}$$
$$= \frac{\text{sen}^2 x + \cos^2 x}{\text{sen}x \cos x}$$
$$= \frac{1}{\text{sen}x \cos x}$$
$$= \frac{1}{a}$$

Clave: b

PROBLEMA 09

Calcule: $A = \text{sen}150° \cos 300° \cos 315°$

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{16}$

***Resolución*:**

$$A = \text{sen}\underbrace{150°}_{IIC}\cos\underbrace{300°}_{IVC}\cos\underbrace{315°}_{IVC}$$
$$A = \text{sen}(90° + 60)\cos(360° - 60°)\cos(360° - 45°)$$
$$A = \cos 60° \cos 60° \cos 45°$$
$$A = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

Clave: d

PROBLEMA 10

Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I) Si: $x - y = 270° \rightarrow \text{sen}x = -\cos y$
II) Si: $x + y = 180° \rightarrow \text{tg}x = -\text{tg}y$
III) Si: $x - y = 180° \rightarrow \text{sen}x = -\text{sen}y$

a) VVV b) VVF c) VFV
d) FVV e) VFF

***Resolución*:**

I) $\text{sen}x = \text{sen}\underbrace{(270 + y)}_{IVC}$; ya que: $x - y = 270°$

$= -\cos y$ .... (V)

II) $\text{tg}x = \text{tg}\underbrace{(180 - y)}_{IIC}$; ya que: $x + y = 180°$

$= -\text{tg}y$ .... (V)

III) $\text{sen}x = \text{sen}\underbrace{(180 + y)}_{IIIC}$; ya que: $x - y = 180°$

$= -\text{sen}y$ .... (V)

Clave: a

PROBLEMA 11

Si: $\alpha+\beta=\frac{3\pi}{2}$ indicar cuántas de las siguientes proposiciones son correctas:

I) $\operatorname{sen}\alpha=-\cos\beta$

II) $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{ctg}\beta$

III) $\sec a=\csc\beta$

IV) $\cos\left(\frac{\pi}{\alpha}-\alpha\right)=\cos(\pi-\beta)$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

Resolución:

Como: $\alpha+\beta=\frac{3\pi}{2}\rightarrow\alpha=\frac{3\pi}{2}-\beta$

$\alpha=270°-\beta$

I) $\operatorname{sen}\alpha=\operatorname{sen}\underbrace{(270°-\beta)}_{\text{IIIC}}$

$=-\cos\beta$ .... (V)

II) $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\underbrace{(270°-\beta)}_{\text{IIIC}}$

$=\operatorname{ctg}\beta$ .... (V)

III) $\sec\alpha=\sec\underbrace{(270°-\beta)}_{\text{IIIC}}$

$=-\csc\beta$ .... (V)

IV) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos(\pi-\beta)$

$\cos(90°-270°+\beta)=\cos(180°-\beta)$

$\cos(-180°+\beta)=\cos(180°-\beta)$

$\cos(-(180°-\beta))=\cos(180°-\beta)$

$\cos(180°-\beta)=\cos(180°-\beta)°$ ...(V)

$\therefore$ Son 4 proposiciones correctas

Clave: e

PROBLEMA 12

Calcular el valor de: $H=\frac{\operatorname{sen}135°\operatorname{tg}210°}{\operatorname{sen}120°\cos315°}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{-2}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ e) $\frac{2}{3}$

Resolución:

$$H=\frac{\operatorname{sen}135°\operatorname{tg}210°}{\operatorname{sen}120°\cos315°}$$

$$H=\frac{\operatorname{sen}\overbrace{(90°+45°)}^{\text{IIC}}\operatorname{tg}\overbrace{(180+30°)}^{\text{IIIC}}}{\operatorname{sen}\underbrace{(90°+30°)}_{\text{IIC}}\cos\underbrace{(270°+45°)}_{\text{IVC}}}$$

$$H=\frac{(+\cos45°)(+\operatorname{tg}30°)}{(+\cos30°)(+\operatorname{sen}45°)}$$

$$H=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{2}{3}$$

Clave: e

PROBLEMA 13

Simplificar:

$$P=\frac{\operatorname{sen}179°+\operatorname{sen}173°+\operatorname{sen}167°+\operatorname{sen}161°}{\cos109°+\cos103°+\cos97°+\cos91°}$$

a) 1 b) −1 c) 0
d) 2 e) 3

Resolución:

$$P=\frac{\operatorname{sen}(180°-1)+\operatorname{sen}(180°-7)+\operatorname{sen}(180°-13)+\operatorname{sen}(180°-19)}{\cos(90°+19)+\cos(90°+13)+\cos(90°+7)+\cos(90°+1)}$$

$$P=\frac{\operatorname{sen}1°+\operatorname{sen}7°+\operatorname{sen}13°+\operatorname{sen}19°}{-\operatorname{sen}19°-\operatorname{sen}13°-\operatorname{sen}7°-\operatorname{sen}1°}$$

$P=-1$

Clave: b

PROBLEMA 14

Calcular el valor de:

$$F=\frac{\cos(-20°)-\cos(-160°)}{\text{ctg}(-35°)\,\text{ctg}(-55°)\,(\text{sen}110°)}$$

a) –2 b) –1 c) 0
d) 1 e) 2

***Resolución*:**

$$F=\frac{\cos 20°-\cos 160°}{(-\text{ctg}35°)\,(-\text{ctg}55°)\,\text{sen}110°}$$

$$F=\frac{\cos 20°-\cos(180°-20°)}{\text{ctg}35°\,\text{ctg}55°\,\text{sen}(90°+20°)}$$

$$F=\frac{\cos 20°+\cos 20°}{\cancel{\text{tg}55°}\;\cancel{\text{ctg}55°}\,\cos 20°}$$

$$F=\frac{2\cancel{\cos 20°}}{\cancel{\cos 20°}}=2$$

Clave: e

PROBLEMA 15

Reducir:

$$E=\frac{\text{sen}(x)}{\text{sen}(180°-x)}+\frac{\text{ctg}(-x)}{\text{ctg}\,x}+\frac{\sec(-x)}{\sec(180°+x)}$$

a) –1 b) –2 c) –3
d) 1 e) 0

***Resolución*:**

$$E=\frac{\text{sen}\,x}{\text{sen}\underbrace{(180°-x)}_{\text{IIC}}}+\frac{\text{ctg}(-x)}{\text{ctg}\,x}+\frac{\sec(-x)}{\sec\underbrace{(180°+x)}_{\text{IIIC}}}$$

$$E=\frac{\text{sen}\,x}{\text{sen}\,x}+\frac{-\text{ctg}\,x}{\text{ctg}\,x}+\frac{\sec x}{-\sec x}$$

$$E=\cancel{1}-\cancel{1}-1$$

$$E=-1$$

Clave: a

PROBLEMA 16

Calcular aproximadamente el valor de:

$$E=\sec 45°\left(\frac{\text{sen}120°45'}{\cos 30°45'}\right)-\text{tg}\,60°\left(\frac{\text{sen}60°45'}{\cos 150°45'}\right)$$

a) 1,04 b) 3,04 c) 3,14
d) 4,14 e) 5,14

***Resolución*:**

Como:

$$\text{sen}(120°45')=\text{sen}(90°+30°45')=\cos 30°45'$$
$$\cos(150°45')=\cos(90°+60°45')=-\text{sen}60°45'$$

Reemplazando:

$$E=\sec 45°\cdot\frac{\cancel{\cos 30°45'}}{\cancel{\cos 30°45'}}-\text{tg}60°\cdot\frac{\cancel{\text{sen}60°45'}}{-\cancel{\text{sen}60°45'}}$$

$$E=\sec 45°+\text{tg}60°$$
$$=\sqrt{2}+\sqrt{3}=1,41+1,73$$
$$E=3,14$$

Clave: c

PROBLEMA 17

Calcule el valor de:

$$A=\cos^2\left(\frac{25\pi}{3}\right)+\text{sen}^2\left(\frac{25\pi}{4}\right)$$

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{3}{4}$ e) 1

***Resolución*:**

Como:

$$\begin{array}{r|l} 25\frac{\pi}{3} & 6\frac{\pi}{3} \\ \hline \frac{\pi}{3} & 4 \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r|l} 25\frac{\pi}{4} & 8\frac{\pi}{4} \\ \hline \frac{\pi}{4} & 3 \end{array}$$

$$A = \cos^2\left(\frac{25\pi}{3}\right) + \text{sen}^2\left(\frac{25\pi}{4}\right)$$

$$A = \cos^2\frac{\pi}{3} + \text{sen}^2\frac{\pi}{4}$$

$$A = \cos^2 60° + \text{sen}^2 45°$$

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

Clave: d

PROBLEMA 18

Calcule el valor de:

$$P = \frac{2\text{sen}750° + \sqrt{2}\text{sen}1485°}{\sec 3300°}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

***Resolución*:**

Dividiendo entre 360°

$750° = 360 \cdot 2 + 30$, $1485° = 360 \cdot 4 + 45$, $3300 = 360 \cdot 9 + 60$

750°	360	1485°	360	3300	360
30	2	45	4	60	9

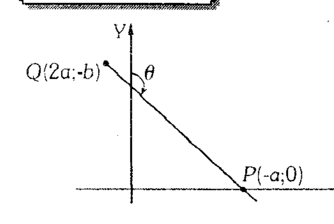
Luego: $P = \frac{2\text{sen}30° + \sqrt{2}\text{sen}45°}{\sec 60°}$

$$P = \frac{2\left(\frac{1}{2}\right) + \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{2}$$

$$P = \frac{1+1}{2} = 1$$

Clave: a

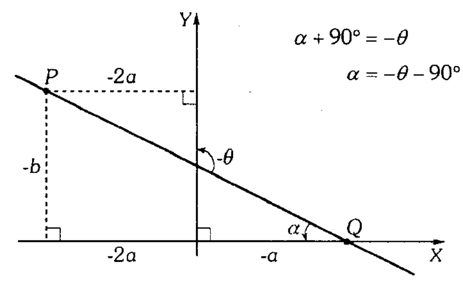
PROBLEMA 19



Calcule: $\tan\theta$

a) $\frac{3a}{b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $\frac{b}{a}$
d) $-\frac{b}{a}$ e) $\frac{2b}{a}$

***Resolución*:**



$\alpha + 90° = -\theta$

$\alpha = -\theta - 90°$

$$\text{tg}\,\alpha = \text{tg}(-\theta - 90°) = \frac{-b}{-2a-a}$$

$$-\text{tg}\underbrace{(90+\theta)}_{\text{IIC}} = \frac{b}{3a}$$

$$\text{tg}(90° + \theta) = -\frac{b}{3a}$$

$$-\text{ctg}\,\theta = -\frac{b}{3a}$$

$$\text{ctg}\,\theta = \frac{b}{3a}$$

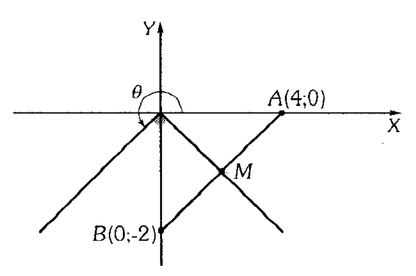
$$\therefore \quad \text{tg}\,\theta = \frac{3a}{b}$$

Clave: a

PROBLEMA 20

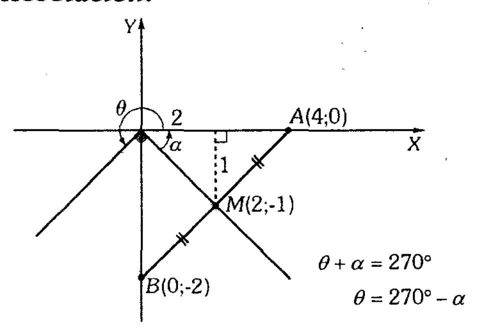
De la figura mostrada determine:

$\tan\theta$; si $AM = BM$



a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1
d) 2 e) 4

Resolución:



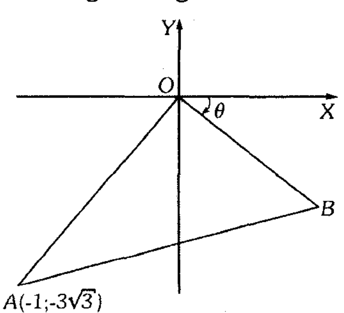
Piden:

$$\tan\theta = \tan\overbrace{(270° - \alpha)}^{\text{IIIC}}$$
$$= \text{ctg}\,\alpha$$
$$= \frac{2}{1} = 2$$

Clave: d

PROBLEMA 21

Se tiene el siguiente gráfico:

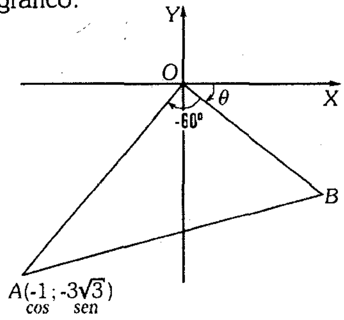


Si el triángulo OAB es equilátero, ¿a qué equivale tan θ?

a) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{9}$

Resolución:

Del gráfico:



$$\text{tg}(\theta - 60) = \frac{-3\sqrt{3}}{-1}$$

$$\frac{\text{tg}\theta - \text{tg}60°}{1 + \text{tg}\theta\,\text{tg}60°} = 3\sqrt{3}$$

$$\frac{\text{tg}\theta - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}\,\text{tg}\theta} = 3\sqrt{3}$$

$$\text{tg}\theta - \sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 9\,\text{tg}\theta$$

$$\therefore\ \ \text{tg}\,\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

Clave: c

Primera Práctica

Reducción al Primer Cuadrante

$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$

$\sec^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x$

01 Calcular: $R = \frac{2\sec 120° - 1}{5\operatorname{tg} 315°} + \sqrt{3}\operatorname{tg} 240°$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 2

02 Reducir:

$$R = \frac{\operatorname{sen}(90° + x)\operatorname{tg}(180° - x)\csc(270° + x)}{\cos(180° + x)\sec(360° - x)\cot(180° + x)}$$

a) 1 b) 1 c) $\operatorname{tg}^2 x$
d) $\operatorname{ctg}^2 x$ e) $-\operatorname{tg}^2 x$

03 Simplificar:

$$R = \frac{\operatorname{sen}(\pi - \theta)\operatorname{ctg}(2\pi - \theta)\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{\operatorname{tg}(\pi + \theta)}$$

a) $\operatorname{tg}^2\theta$ b) $-\operatorname{tg}^2\theta$ c) $\operatorname{ctg}^2\theta$
d) $-\operatorname{ctg}^2\theta$ e) 1

04 Calcular:

$$E = \frac{(2\sec 3000° - 1)(2\operatorname{sen} 3383° - 1)}{2\cos 4920° - 1}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $-\frac{1}{4}$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

05 Calcule el valor de:

$$R = \frac{\operatorname{sen} 135° \cdot \operatorname{sen} 240° \cdot \operatorname{tg} 150°}{\cos 210° \cdot \cos 300°}$$

a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ b) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
d) $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$ e) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

06 Si $x + y = 180°$ y $y + z = 270°$.
Calcular el valor de $B = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} + \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{ctg} z}$

a) 1 b) 0 c) –3
d) 2 e) –5

07 Calcular:

$$R = \underbrace{\cos\frac{\pi}{30} + \cos\frac{2\pi}{30} + \cos\frac{3\pi}{30} + \ldots + \cos\frac{29\pi}{30}}_{29 \text{ terminos}}$$

a) 0 b) 1 c) –1
d) 2 e) –2

08 Calcular el valor de:

$$R = \operatorname{tg}\frac{37\pi}{4} + \sec\frac{175\pi}{4}$$

a) $-1 + \sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $-\sqrt{2}$
d) -2 e) $1 + \sqrt{2}$

09 La simplificación de la expresión:

$$B = \frac{\operatorname{sen}(\pi + x)\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\operatorname{tg}(\pi - x)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}, \text{ es:}$$

a) $\operatorname{ctg} x$ b) $\operatorname{ctg}^2 x$ c) $-\operatorname{ctg}^2 x$
d) $\operatorname{ctg}^3 x$ e) $\operatorname{ctg} x$

10 Si: $\operatorname{sen}(-x)+2\cos(-x)=2\operatorname{sen}x$; x es agudo.

Calcular el valor de:

$$B=\sec(-x)+\csc(-x)$$

a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{13}}{6}$
d) $-\frac{\sqrt{13}}{6}$ e) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

11 Simplificar las expresiones:

$$E=\frac{\cos(-x)}{\cos(180°+x)}+\frac{\operatorname{sen}(360°+x)}{\operatorname{sen}(-x)}$$

$$R=\frac{\operatorname{sen}(90°+x)}{\cos(-x)}+\frac{\cos(90°-x)}{\operatorname{sen}(x)}$$

a) $E=0$ y $R=-2$
b) $E=-1$ y $R=-2$
c) $E=-2$ y $R=2$
d) $E=0$ y $R=0$
e) $E=-1$ y $R=2$

12 Si: $a+b+c=\frac{\pi}{2}$ y $\operatorname{sen}(a+b)=-\operatorname{sen}c$

Se cumple que:

a) $\cos\left(\frac{2\pi-4c}{4}\right)=0$
b) $\cos\left(\frac{-\pi+4c}{4}\right)=0$
c) $\cos\left(\frac{\pi-4c}{4}\right)=0$
d) $\cos\left(\frac{\pi+4c}{4}\right)=0$
e) $\cos(4c-\pi)=0$

13 Si: $M=\operatorname{tg}400°+\cos 810°$
$N=\operatorname{ctg}760°\cdot\operatorname{sen}450°$
$R=\operatorname{tg}1125°\cdot\sec 720°$

Calcular el valor de: $B=M^2N^2T^2$:

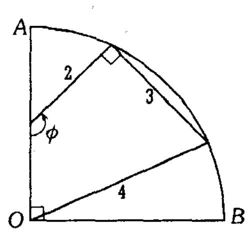
a) -1 b) 1 c) $\operatorname{tg}^2 40°$
d) $\operatorname{ctg}^2 40°$ e) 0

14 Del gráfico calcule:

$R=3\operatorname{ctg}\phi+\sqrt{55}$

Si: $OA=OB$

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7



15 Calcular:

$\operatorname{sen}(180°-\theta)+\cos(180°-\theta)$
$+\operatorname{sen}(180°+\theta)+\cos(180°+\theta)$

a) 1 b) 0 c) -1
d) $2\operatorname{sen}\theta$ e) $-2\cos\theta$

16 Calcular:

$2\operatorname{sen}150°+3\operatorname{tg}135°+4\csc 330°$

a) -2 b) -4 c) -6
d) -8 e) -10

17 Siendo a y b complementarios, reducir:

$$\frac{\operatorname{sen}(2\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}(2\alpha+3\beta)}+\frac{\operatorname{tg}(3\alpha+2\beta)}{\operatorname{tg}(3\alpha+4\beta)}$$

a) 1 b) 2 c) -1
d) 0 e) -2

18 Si: $x+y=270°$, calcular:

$$\frac{2\operatorname{sen}x}{\cos y}-\frac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{ctg}y}+\frac{3\sec x}{\csc y}$$

a) -7 b) -6 c) -5
d) -4 e) -3

19 Indique la veracidad o falsedad de las proporciones:

( ) $\operatorname{sen}(90°+x)=-\cos x$
( ) $\cos(180°+x)=-\cos x$
( ) $\operatorname{sen}(270°-x)=-\cos x$
( ) $\cos(360°-x)=-\cos x$

Considere a "x" como un ángulo agudo.

a) FVVV b) FVVF c) FVFF
d) FVFV e) VFFV

20 Simplificar: $\dfrac{\operatorname{ctg}(2\pi-x)-\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+\operatorname{ctg}(2\pi+x)}$

a) $\operatorname{tg}x$ b) $-\operatorname{tg}x$ c) 1
d) -1 e) -2

21 Calcular: "x".
Si $A-B=180°$ y $\operatorname{sen}A=x-3$
$\operatorname{sen}B=\frac{2}{x}$

a) 1 b) -1 c) 2
d) 3 e) 4

22 Calcular: $\operatorname{sen}780°\cos1200°\operatorname{tg}1215°$

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) -1
d) 1 e) 0

23 Indique la veracidad o falsedad de las proporciones:

( ) $\operatorname{sen}(360°+x)=\operatorname{sen}x$
( ) $\cos(720°+x)=\cos x$
( ) $\operatorname{tg}(1080°+x)=\operatorname{tg}x$
( ) $\operatorname{ctg}(1440°-x)=\operatorname{ctg}x$

a) VVVF b) VFVF c) VVFF
d) VVVV e) VFFF

24 Reducir:
$\cos(8\pi+x)+\cos(10\pi+x)+\cos(14\pi+x)$

a) $\operatorname{sen}x$ b) $\operatorname{sen}3x$
c) $2\operatorname{sen}2x$ d) $3\cos3x$
e) $3\cos x$

25 ¿Cuál es el $\operatorname{sen}3615°$?

a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
c) $\frac{\sqrt{6}-3}{4}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{1}{2}$

26 Simplificar:

$$\frac{\sec(90°+x)}{\csc(-x)}+\frac{\operatorname{tg}(2\pi+x)}{\operatorname{tg}(-x)}$$

a) 0 b) 2 c) -2
d) $2\operatorname{tg}x$ e) $-2\operatorname{tg}x$

27 Reducir: $\operatorname{sen}(a-180°)+\cos(a-270°)$

a) 0 b) $2\operatorname{sen}a$ c) $2\cos a$
d) $-2\operatorname{sen}a$ e) $-2\cos a$

Segunda Práctica

Reducción al Primer Cuadrante

01 Simplifique:

$$M=\frac{\operatorname{sen}(x-4\pi)}{\operatorname{sen}(3\pi+x)}+\frac{\cos\left(x-3\frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{sen}(6\pi+x)}+\frac{\operatorname{tg}(x-11\pi)}{\operatorname{tg}(5\pi-\pi)}$$

a) -3 b) -2 c) -1
d) 0 e) 1

02 Reducir la expresión:

$$M=\frac{\operatorname{sen}(\pi+x)}{\operatorname{sen}(-x)}+\frac{\cos(-x)}{\cos(\pi-x)}+\frac{\operatorname{tg}(2\pi-x)}{\operatorname{tg}(-x)}$$

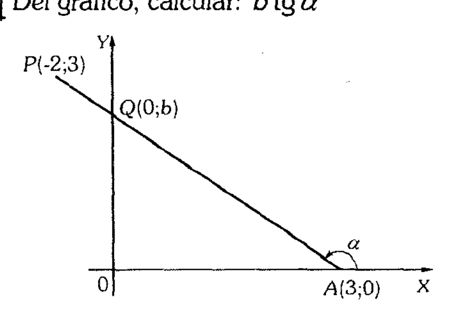
a) -3 b) -2 c) 1
d) 2 e) 3

03 Si: $3x+2y=3$. Reducir:

$$M=\frac{\operatorname{sen}\left(\pi-\frac{\pi x}{2}\right)}{\cos\left(2\pi-\frac{\pi y}{3}\right)-2\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi y}{3}\right)}$$

a) $-\frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $1\operatorname{tg}\alpha$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

04 Del grafico, calcular: $b\operatorname{tg}\alpha$



a) $-\frac{27}{25}$ b) $\frac{24}{26}$ c) $\frac{12}{10}$
d) $-\frac{5}{4}$ e) $\frac{12}{7}$

05 Reducir al primer cuadrante: $\csc(-1339^\circ)$ y relacione con el dato $\operatorname{tg}11^\circ=a$.

a) $-\sqrt{1+a^2}$ b) $\sqrt{1+a^2}$
c) $-\frac{\sqrt{1+a^2}}{a}$ d) $\frac{\sqrt{1+a^2}}{a}$
e) a

06 Calcular el valor de:

$$M=\operatorname{sen}481\cdot\tfrac{\pi}{6}\cos273\cdot\operatorname{tg}181\cdot\tfrac{\pi}{3}$$

a) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ b) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
d) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

07 Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda en las proposiciones indicadas:

I) Si: $\theta+\alpha=360^\circ \rightarrow \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}=-\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}$

II) Si: $\theta+\alpha=180^\circ \rightarrow \cos2\theta=-\cos2\alpha$

III) Si: $\theta+\alpha=270^\circ \rightarrow \operatorname{tg}\theta=-\operatorname{ctg}\alpha$

a) VVV b) VFF c) FVV
d) FVF e) FFF

08 Simplificar:

$$M=\frac{\operatorname{sen}(\pi+a)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)+\operatorname{tg}(2\pi+a)}{\cos(a-\pi)-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-a\right)}$$

a) $\frac{\operatorname{tg}a}{2\cos a}$ b) $\operatorname{tg}a$ c) $\frac{2\operatorname{sen}a-\operatorname{tg}a}{2\cos a}$
d) $\frac{2\operatorname{sen}a+\operatorname{tg}a}{2\cos a}$ e) $\frac{\operatorname{tg}a+\operatorname{sen}a}{\cos a}$

09 Si $\operatorname{sen}\alpha\neq 0$, $\alpha\in$ IV cuadrante y se cumple:

$$\operatorname{tg}(1994\pi+\alpha)=\frac{8\operatorname{sen}(1339\pi-\alpha)\cdot\cos(1140\pi-\alpha)}{\csc\left(\frac{2905\pi}{2}+\alpha\right)}$$

Hallar $\sec\alpha$:

a) -2 b) -1 c) 1
d) $\frac{3}{2}$ e) 2

10 Se tienen las siguientes expresiones:

$$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x-1}{3}\ ;\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{2x}{5}$$

Hallar: $M=2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

a) $-\frac{44}{125}$ b) $-\frac{33}{125}$ c) $-\frac{22}{125}$
d) $\frac{22}{125}$ e) $\frac{44}{125}$

11 Reducir la expresión:

$$M=\frac{\operatorname{sen}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos(x-\pi)\cdot\operatorname{tg}\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)}{\sec(x-2\pi)\cdot\csc\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)\cdot\csc(x-2\pi)}$$

a) $-\cos^5 x$ b) $-\cos^4 x$
c) $\cos^4 x$ d) $-\cos^5 x$
e) $-\cos^3 x$

12 Reducir la expresión:

$$E=\frac{\operatorname{tg}(205\pi+\theta)\cdot\operatorname{tg}\left(205\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\operatorname{sen}(1089\pi+\theta)\cdot\sec\left(1089\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$$

a) $\operatorname{sen}\theta\cos\theta$ b) $\operatorname{sen}^2\theta$
c) $-\cos\theta$ d) -1 e) 1

13 Si: $2\operatorname{sen}\alpha=-3\cos\alpha$, α está en el cuarto cuadrante. Calcule:

$$M=\csc(-93\pi+\alpha)\cdot\operatorname{ctg}\left(\alpha-35\frac{\pi}{2}\right)$$

a) $-\frac{\sqrt{13}}{3}$ b) $-\frac{\sqrt{13}}{6}$ c) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
d) $\sqrt{13}$ e) $2\sqrt{13}$

14 Decir la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$\operatorname{tg}\left(\frac{1283\pi}{4}\right)=-1$

$\operatorname{sen}(n\pi)+\sec(n\pi)=(-1)^n,\ \forall n\in\mathbb{Z}$

Si $\sqrt[3]{\operatorname{sen}\theta}\cdot\sqrt{\operatorname{tg}\theta}<0$, entonces θ pertenece al tercer cuadrante.

a) FFV b) FVV c) VVV
d) VFF e) VVF

15 Reducir la siguiente expresión:

$$M=\frac{\operatorname{sen}(3780°)+\cos(7430°)+\csc(1350°)}{\operatorname{tg}(2025°)\cdot\sec(900°)}$$

a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) 3

16 Si $x°$ es un ángulo agudo, tal que: $\operatorname{tg}(2002°)\cdot\operatorname{tg}(x°+2002°)=1$, halle x.

a) 22 b) 34 c) 44
d) 46 e) 68

17 Simplificar:

$$M=\frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cdot\csc(x-4\pi)\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{2}+x\right)}{\cos\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)\cdot\sec\left(\frac{13\pi}{2}+x\right)}$$

a) $\operatorname{ctg}x$ b) $-\operatorname{tg}x$ c) 1
d) $\operatorname{tg}x$ e) $-\operatorname{ctg}x$

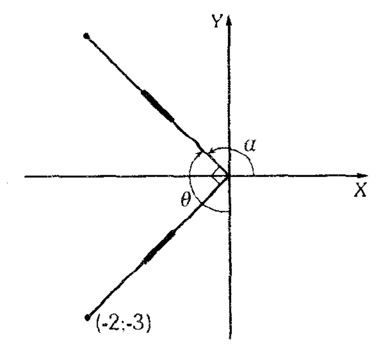
18 Reduzca $M=\dfrac{\cos\frac{123\pi}{7}+\sec\frac{-13\pi}{3}-\cos\frac{80\pi}{7}}{\operatorname{tg}\frac{-43\pi}{14}\cdot\operatorname{sen}\frac{108\pi}{7}\cdot\cos^2\frac{4\pi}{7}}$

a) $2\operatorname{sen}\frac{4\pi}{7}$ b) $2\sec\frac{3\pi}{7}$
c) $\csc\frac{4\pi}{7}$ d) $\sec\frac{3\pi}{7}$
e) $-2\sec^3\frac{3\pi}{7}$

19 Calcular $R=\dfrac{\cos\frac{5\pi}{6}\cdot\operatorname{sen}\frac{7\pi}{3}}{\operatorname{tg}\frac{5\pi}{3}}$

a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ e) $\frac{1}{4}$

20 Del gráfico calcular $\operatorname{tg}\theta+\operatorname{tg}\alpha$.



a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{6}{5}$ e) $\frac{2}{5}$

21 Calcular $D=G-A$

$G=\operatorname{sen}1°+\operatorname{sen}2°+\operatorname{sen}3°+\ldots+\operatorname{sen}90°$

$A=\operatorname{sen}91°+\operatorname{sen}92°+\ldots+\operatorname{sen}180°$

a) 180 b) 0 c) 90
d) 1 e) −1

22 En el triangulo ABC simplificar:

$$R=\frac{\cos(A+2B+C)}{\cos(2A+2C+B)}+\frac{\operatorname{sen}(A+3B+C)}{\operatorname{sen}(A+C-B)}$$

a) −2 b) −1 c) 0
d) 1 e) 2

23 ¿Cuál es el valor numérico de la suma de senos y cosenos de todos los ángulos cuadrantales comprendidos entre −1000° y 2500°?

a) 1 b) −1 c) 0
d) −2 e) 2

24 Se cumple que β es un arco positivo del IIC y menor que una vuelta.

Halle la extensión de $\tan(\beta+\theta)$, si $\theta\in\left\langle\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right\rangle$.

a) $\langle-1;\sqrt{3}\rangle$ b) $\langle-1;1\rangle$
c) $\langle2;3]$ d) $\langle-1;2\rangle$
e) $[-2;\sqrt{3}\rangle$

CLAVES

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

PRIMERA PRÁCTICA				
01. d	02. e	03. d	04. a	05. b
06. d	07. a	08. e	09. b	10. d
11. c	12. b	13. b	14. b	15. e
16. e	17. e	18. b	19. b	20. d
21. c	22. e	23. a	24. e	25. a
26. b	27. d			

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. a	02. c	03. e	04. a	05. b
06. d	07. e	08. c	09. e	10. a
11. d	12. d	13. c	14. c	15. c
16. d	17. d	18. e	19. b	20. a
21. d	22. a	23. b	24. a	

Capítulo 33

SITUACIONES LÓGICAS DIVERSAS

OBJETIVOS

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

- Aplicar los criterios teóricos necesarios para afrontar problemas sobre sucesos mínimos.
- Afianzar su sentido de análisis frente a situaciones matemáticas nuevas que se le presenten.
- Ejercitar, más aún, sentido de precisión, aprendiendo a escoger la opción más provechosa entre todas las que se le presenten.

Introducción:

Como se aprecia en el ejemplo, hay situaciones similares a la anterior en las cuales a veces nos encontramos. Si no somos agudos en nuestro análisis, no saldremos airosos de tales situaciones.

El presente capítulo nos ayudará justamente a afianzar más aún nuestro sentido de análisis para afrontar dichas situaciones. Para tal efecto, comencemos por conocer algunos aspectos teóricos-prácticos.

PROBLEMAS SOBRE CERTEZAS

Se reconocen este tipo de problemas por tres palabras básicas que se encuentran presentes en la formulación de la pregunta: extraer, mínimo y seguro. Pueden ser exactamente estas palabras o sus equivalentes: seleccionar, escoger, sacar, seguridad, certeza, ..., etc.

Un ejemplo de este tipo de enunciado puede ser:

*¿Cuántas canicas como **mínimo** se deberán **extraer** para estar completamente **seguro** de que entre las elegidas se encuentren 3 canicas blancas?*

El objetivo de estos problemas es el de escoger entre varias posibilidades la más óptima, es decir, la que con el mínimo esfuerzo estemos completamente seguros que va ocurrir la condición planteada.

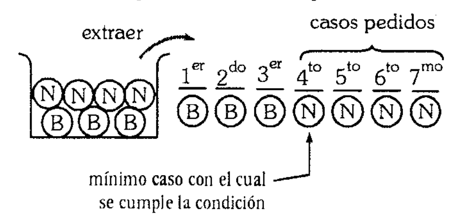
Veamos algunos ejemplos para obtener un marco teórico.

Ejemplo 1:

Dentro de una caja cerrada tenemos 3 bolitas blancas y 4 bolitas negras. ¿Cuántas bolitas, como mínimo, se deberán extraer para tener la seguridad de haber elegido un bolita negra?

Resolución:

Para estar completamente seguro de que ocurra tal evento o resultado (extraer bolita negra), vayamos al caso más extremo, es decir, que ocurran primero los otros casos que no sean los pedidos.



∴ Mínimo número de extracciones es 4

NOTA:

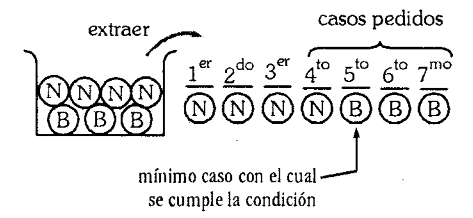
- Para obtener el resultado planeado asumiremos que tenemos tan mala suerte que lo que pedimos no ocurre sino hasta el final, es decir, analizaremos el problema llevándolo al caso más extremo.
- Cuando existan varios tipos de elementos y el resultado pedido solicite un solo tipo, entonces primero ocurrirán todos los otros tipos y luego al final ocurrirá el tipo pedido.

Ejemplo 2:

Del ejemplo anterior, ¿cuántas bolitas como mínimo se deberán extraer para tener la certeza de haber elegido al menos una de cada color?

Resolución:

Para estar completamente seguro de que ocurrirá el resultado pedido, analizaremos el caso más extremo, es decir, extraeremos primero las bolitas que se presentan en mayor cantidad (las bolitas negras) para que recién al final ocurra el resultado pedido extrayendo una bolita blanca.



∴ Número mínimo de extracciones es 5.

NOTA:

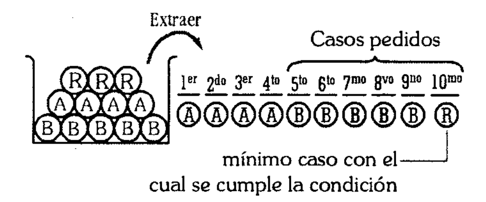
Cuando existan varios tipos de elementos y el resultado pedidos contenga a más de uno de estos tipos de elementos, entonces primero ocurren todos los casos no pedidos, y de los casos pedidos primero ocurren aquellos casos que tienen mayor cantidad de elementos para que recién al final ocurra el resultado pedido.

Ejemplo 3:

Dentro de una caja se tiene 3 fichas rojas. 4 fichas azules y 5 fichas blancas. ¿Cuántas fichas como mínimo se tendrán que extraer para estar seguro de haber extraído al menos una ficha blanca y una ficha roja?

Resolución:

Asociando este ejemplo con la nota tendremos:



El marco teórico que se ha presentado hasta este momento no es el único existente; existen casos particulares que, analizándolos en torno a la teoría mostrada y con un poco de habilidad e ingenio por parte nuestra, los podremos resolver.

PROBLEMAS SOBRE CORTES Y ESTACAS

I) Se pueden hacer cortes sobre una línea, recta ó sobre una línea cerrada.

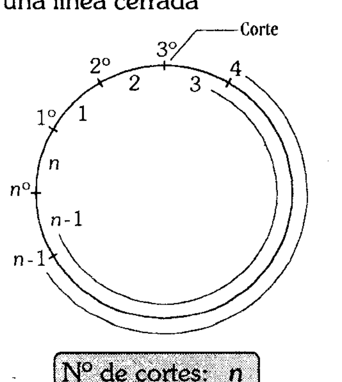
a) Para una línea abierta:

Cortes → 1° 2° 3° 4° ..... $n-1$ n°

Partes → 1 2 3 n $n+1$

N° de cortes: n
N° de partes: $n+1$

b) Para una línea cerrada



N° de cortes: n
N° de partes: n

II) Se pueden colocar estacas sobre una línea recta ó sobre una línea cerrada.

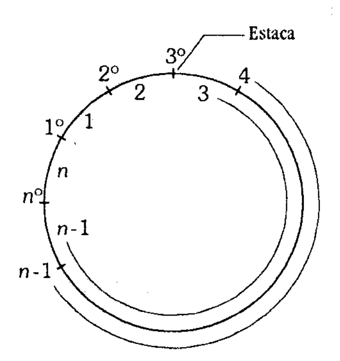
a) Para una línea abierta:

Estacas → 1° 2° 3° 4° ..... $n-1$ n°

Partes → 1 2 3 $n-1$

N° de estacas: n
N° de partes: $n-1$

b) Para una línea cerrada:



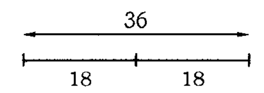
N° de estacas: n
N° de partes: n

A parte de estas consideraciones teóricas, hay otras adicionales que también debemos tomar en cuenta, las cuales ilustraremos en los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1:

Si tuviéramos una varilla de 36 cm. necesitamos hacer un corte para lograr dos piezas iguales o tres cortes para lograr cuatro piezas iguales.

Representemos esto gráficamente:

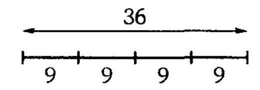


$$\text{N° de cortes} = 1 \text{ ó } = \frac{36}{18} - 1$$

36

12 12 12

$$\text{N° de cortes} = 2 \text{ ó } = \frac{36}{12} - 1$$



$$\text{N° de cortes} = 3 \text{ ó } = \frac{36}{9} - 1$$

En el último caso, el número de cortes (es decir 3) calculado fue de:

$$\text{N° de cortes} = \frac{36}{9} - 1$$

En general:

L_T

L_u L_u ..... L_u

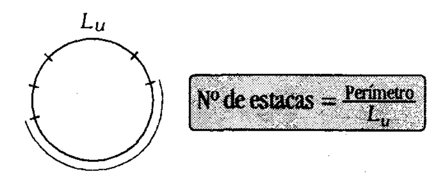
$$\text{N° de estacas} = \frac{L_T}{L_u} + 1$$

Ejemplo 2:

Si una figura es cerrada, podemos estirarla para aplicar la fórmula del número de estacas.

$$\text{N° de estacas} = \frac{L_T}{L_u} + 1$$

Donde L_T es la longitud del perímetro de la figura. Si volviéramos a doblar la figura para que tome la forma inicial, los extremos que se juntan tendrían una sola estaca en lugar de 2. Entonces, por este motivo, a la relación anterior habrá que restarle 1 y obtendríamos.



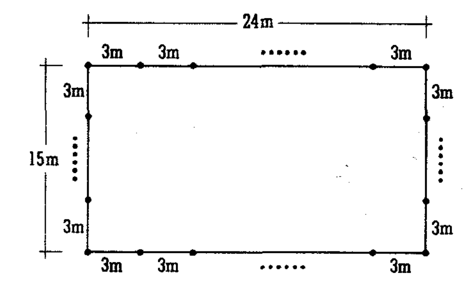
$$\text{N° de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{L_u}$$

NOTA:
En una figura cerrada, el número de cortes es igual al número de estacas.

Ejemplo 3:

Se quiere colocar estacas alrededor de un terreno rectangular de 15m. de ancho y 24m. de largo. Si las estacas estarán colocadas a 3m. una de otra, ¿cuántas estacas se utilizarán en total?

Resolución:



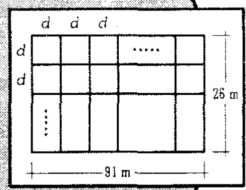
Aplicando lo anteriormente explicado:

$$\text{N° de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{L_u} = \frac{15+24+15+24}{3} = 26$$

Capítulo: **33**

Situaciones Lógicas Diversas

Problemas Resueltos



PROBLEMA 01

En una urna se tiene 16 esferas numeradas del 1 al 16, ¿cuántas esferas se deben extraer al azar y como mínimo, para tener con certeza dos esferas donde una de ellas sea de doble numeración que la otra?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

Resolución:

Asumiendo el peor de los casos:

~~1~~;2;~~3~~;~~4~~;~~5~~;6;~~7~~;8;~~9~~;10;~~11~~;~~12~~;~~13~~;14;~~15~~;~~16~~

Al extraer $=11+1=12$

Clave: c

PROBLEMA 02

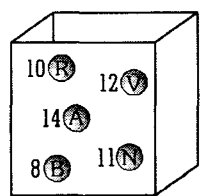
En una caja hay 10 bolas rojas, 12 bolas verdes, 14 bolas amarillas, 8 blancas y 11 negras. Cuántas como mínimo se deben extraer al azar para tener la certeza de haber extraído:

A. 3 colores completos.

B. 5 bolas verdes y 4 bolas negras

a) 48 y 35 b) 48 y 53
c) 48 y 38 d) 53 y 48
e) 52 y 40

Resolución:



A. 3 colores completos:

$$\text{Extraer}=9R+11V+13A+10N+7B+3$$
$$=53$$

B. 5 verdes y 4 negras:

$$\text{Extraer}=10R+14A+8B+12V+4N$$
$$=48$$

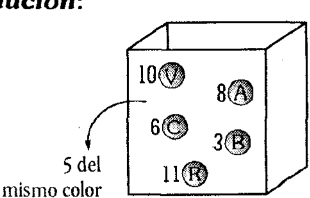
Clave: d

PROBLEMA 03

En una urna se tiene 10 esferas verdes, 8 azules, 6 celestes, 3 blancas y 11 rojas. ¿Cuántas esferas se deben extraer como mínimo, para obtener con certeza 5 del mismo color?

a) 20 b) 19 c) 18
d) 21 e) 22

Resolución:



$$\text{Extraer} = 4V + 4A + 4C + 3B + 4R + 1$$
$$= 20$$

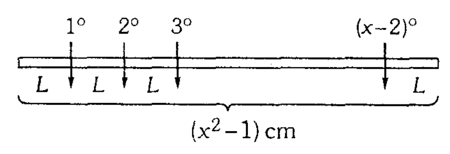
Clave: a

PROBLEMA 04

Se realiza $x-2$ marcas sobre una varilla de longitud (x^2-1)cm , para obtener trozos del mismo tamaño. Cuando se lleven a cabo los cortes, ¿cuál será la longitud expresada en centímetros de cada trozo?

a) $2+1$ b) $2x-1$ c) $x+2$
d) $x+1$ e) $x-1$

Resolución:



Del gráfico:

\# de cortes: $x-2$

\# de trozos: $x-2+1=x-1$

Luego: $L = \dfrac{x^2-1}{x-1} = \dfrac{(x+1)(x-1)}{x-1}$

$L = x+1$

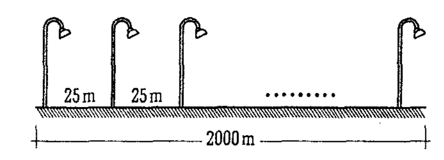
Clave: d

PROBLEMA 05

Se colocó postes de 25m a lo largo de la berma central de una avenida de 2 km y el costo total de la mano de obra asciende a 567 soles. ¿Cuánto se cobró por colocar cada poste, si se colocó uno al inicio y otro al final de la avenida?

a) S/. 3 b) S/. 5 c) S/. 7
d) S/. 11 e) S/. 13

Resolución:



\# de postes $= \dfrac{2000}{25} + 1 = 81$

Se cobró por cada poste $= \dfrac{S/.567}{81}$
$= S/.7$

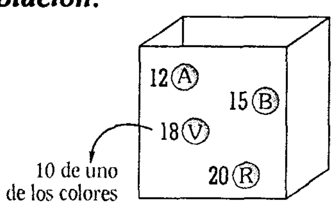
Clave: c

PROBLEMA 06

En una caja hay 12 fichas azules, 15 blancas, 18 verdes y 20 rojas. ¿cuál es el mínimo número de fichas que se deben sacar para tener la certeza de haber extraído 10 de uno de los colores?

a) 39 b) 36 c) 35
d) 38 e) 37

Resolución:



En el peor de los casos sale 9 de cada color.

Extraer: $9A + 9B + 9V + 9R + 1 = 37$

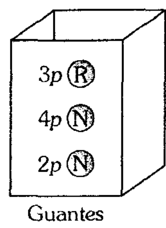
Clave: e

PROBLEMA 07

En un cajón se tiene guantes de box: 3 pares de guantes rojos, 4 pares de guantes negros y 2 pares de guantes blancos. Rocky desea tener un par de guantes usables del mismo color. ¿Cuántos guantes se debe extraer al azar y como mínimo para tener con certeza lo que quiere?

a) 18 b) 10 c) 4
d) 11 e) 8

Resolución:



Guantes

En el peor de los casos primero extrae puro guantes de la misma mano (derechos ó izquierdos)

$$\text{Extraer } = (3+4+2)\text{ derechos } + 1\text{ izq}$$
$$= 10$$

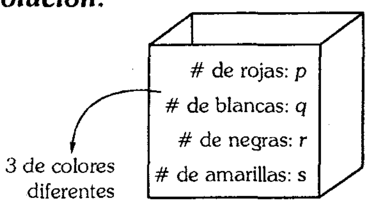
Clave: b

PROBLEMA 08

Una caja contiene ***p*** esferas rojas, ***q*** blancas, ***r*** negras y ***s*** amarillas $(p > q > r > s)$. Hallar el menor número de esferas que se debe extraer, al azar para obtener con seguridad 3 esferas de colores diferentes.

a) $p+q+1$ b) $p+q+2$
c) $r+s+1$ d) $q+s+1$
e) $p+q+s$

Resolución:



En el peor de los casos primero se extraen puro rojas y pura blancas ya que hay más.

$$\text{Extraen} = p+q+1$$

completa el tercer color

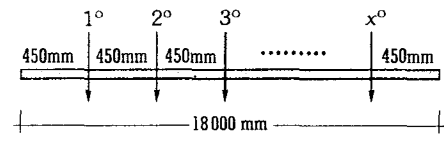
Clave: a

PROBLEMA 09

Se tiene una soga de 18m y se le quiere dividir en trozos iguales de 450mm cada uno. ¿Cuántos cortes se deberán realizar?

a) 38 b) 39 c) 40
d) 41 e) 42

Resolución:



$$\text{Número de trozos } = \frac{18000}{4500} = 40$$

$$\text{Número de cortes } = 40 - 1 = 39$$

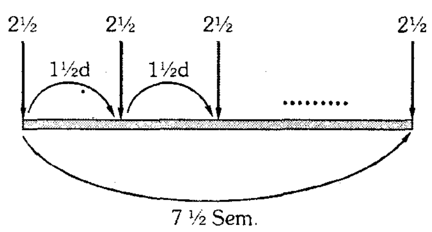
Clave: b

PROBLEMA 10

Rodolfo ingiere 2 aspirinas y media cada día y medio, durante 7 semanas y media. ¿cuántas aspirinas ingirió en total?

a) 100 b) 98 c) 92
d) 90 e) 84

Resolución:



$$\#\text{ de intervalos } = \frac{\left(7\frac{1}{2}\right)\times 7}{1\frac{1}{2}} = \frac{\frac{15}{2}\times 7}{\frac{3}{2}} = 35$$

$$\#\text{ de veces} = 35 + 1 = 36$$

$$\#\text{ de aspirinas} = 2\frac{1}{2}\times 36$$

$$= \frac{5}{2}\times 36 = 90$$

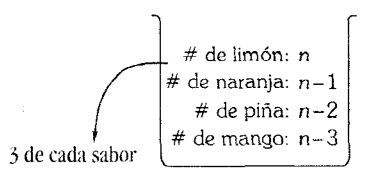
Clave: d

PROBLEMA 11

Una bolsa contiene caramelos: (n) de limón, $(n-1)$ de naranja, $(n-2)$ de piña y $(n-3)$ de mango. ¿Cuántos caramelos como mínimo hay que extraer al azar para tener la seguridad de haber extraído por lo menos 3 de cada sabor? $(n>5)$

a) $2n$ b) $3n$ c) $3n-1$
d) $4n-1$ e) $3n+1$

Resolución:



Al extraer en una situación extrema primero sale puro limón, luego puro naranja y así sucesivamente:

$$\text{Extraer} = \underset{\text{Limón}}{n} + \underset{\text{Naranja}}{(n+1)} + \underset{\text{Piña}}{(n-2)} + \underset{\text{Mango}}{3}$$

$$= 3n$$

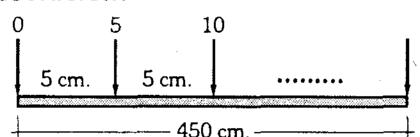
Clave: b

PROBLEMA 12

Joel desea confeccionar una cinta métrica haciendo marcas cada 5cm (es decir 0, 5, 10, 15, ...) y dispone de una cinta de 4,5m. ¿Cuántas marcas tiene que hacer?

a) 89 b) 90 c) 88
d) 91 e) 70

Resolución:



$$\#\text{ de trozos } = \frac{450}{5} = 90$$

$$\#\text{ de marcas } = 90 + 1 = 91$$

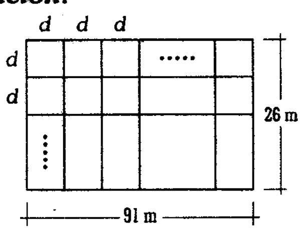
Clave: d

PROBLEMA 13

Se tiene un terreno de forma rectangular de 26m de ancho y 91m de largo, el cual se divide en parcelas cuadradas iguales, y se planta un árbol en cada esquina de las parcelas. ¿Cuál es el mínimo número de árboles que se puede sembrar, en el terreno?

a) 24 b) 14 c) 38
d) 44 e) 32

Resolución:



$$d = MCD(26,91) = 13$$

$$\text{Número de árboles} = \left(\frac{26}{13}+1\right)\left(\frac{91}{13}+1\right)$$
$$= 3\times 8 = 24$$

Clave: a

PROBLEMA 14

En una urna se tiene fichas con las letras **V, I, L, A, C** y **O,** en cantidades de 10, 9, 8, 7, 6, y 5, respectivamente. ¿Cuántas fichas se deben extraer al azar y como mínimo, para estar seguros de que con las fichas extraías podamos formar la palabra **VILLACALLAO**?

a) 10 b) 41 c) 42
d) 43 e) 44

Resolución:

10 [V]	9 [I]
8 [L]	7 [A]
6 [C]	5 [O]

VILLACALLAO ⇨

1 [V]	1 [I]
4 [L]	3 [A]
1 [C]	1 [O]

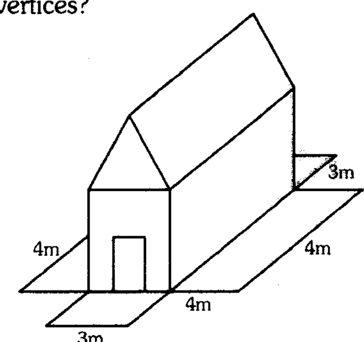
En el peor de los casos:

$$\text{Extraer} = 10\boxed{V} + 9\boxed{I} + 8\boxed{L} + 7\boxed{A} + 6\boxed{C} + 1\boxed{O}$$
$$= 41$$

Clave: b

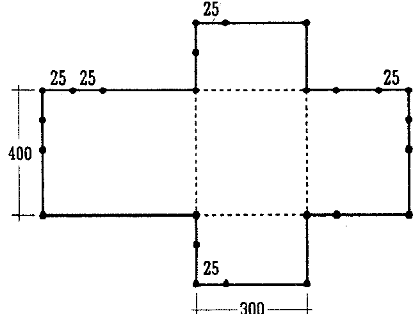
PROBLEMA 15

Ricardo desea cercar los cuatro jardines cuadrados que tiene alrededor de su casa, para ello debe plantar estacas separadas 25cm una de otra. ¿Cuántas estacas utilizará en total, si debe incluir estacas en los vértices?



a) 156 b) 160 c) 172
d) 168 e) 176

Resolución:



$\# \text{ de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Separación}} = \frac{400(6)+300(6)}{25}$

$= 168$

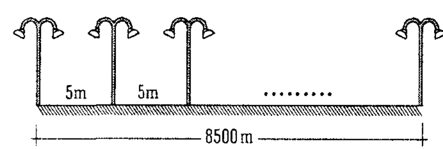
Clave: d

PROBLEMA 16

A lo largo de una carretera se colocaron postes con dos focos cada uno a una distancia de 5m entre cada poste. Si la carretera tiene longitud de 8,5km, ¿cuántos focos se colocaron en total?

a) 1 700 b) 3 402 c) 3 400
d) 1 702 e) 1 802

Resolución:



$\# \text{ de postes} = \frac{8500}{5} + 1 = 1\,701$

$\# \text{ de focos} = 1\,701 \times 2 = 3\,402$

Clave: b

PROBLEMA 17

¿Cuántas veces hay que tirar un dado para tener la seguridad de haber obtenido 10 veces la misma cara?

a) 54 b) 53 c) 52
d) 55 e) 50

Resolución:
En el peor de los casos sale 9 veces cada cara:

Al tirar: 9[⚀] + 9[⚁] + … + 9[⚅] + 1
$= 9(6) + 1 = 55$

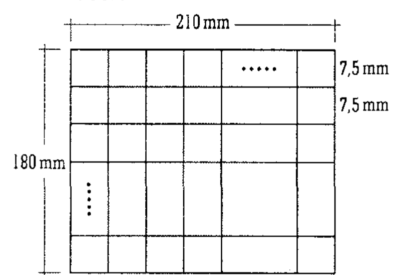
Clave: d

PROBLEMA 18

En una hoja cuadriculada de 21cm de largo y 18cm de ancho, se observa que la separación entre líneas paralelas o entre línea y borde es de 7,5mm. ¿Cuántas líneas (verticales u horizontales) se cuentan en total?

a) 725 b) 54 c) 700
d) 50 e) 52

Resolución:



$\# \text{ de líneas verticales: } \frac{210}{7{,}5} - 1 = 27$

$\# \text{ de líneas horizontales: } \frac{180}{7{,}5} - 1 = 23$

$\therefore \text{ Total} = 27 + 23 = 50$

Clave: d

PROBLEMA 19

En una urna se tiene 20 bolos enumerados del 1 al 20. Si ya se extrajeron 3 bolos con los números indicados en la figura, ¿cuántos números más se deben extraer al azar para tener la certeza de obte-

ner 2 bolos cuyos números cumplan con la siguiente operación?

$\bigcirc + ② = \bigcirc + ⑥ + ⑫$?

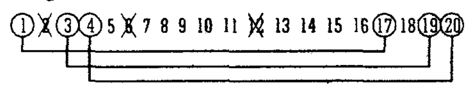
a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 12

Resolución:

Operando: $\bigcirc - \bigcirc = 16$

17	1
19	3
20	4

Luego:



En el peor de los casos:

extraer: $11 + ① + ③ + ④ + 1$
$= 15$

Clave: c

PROBLEMA 20

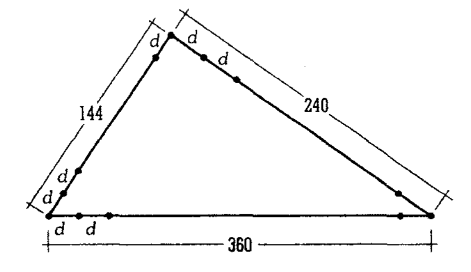
Manuel desea cercar un terreno triangular de lados 144m, 240m y 360m, para ello colocará postes equidistantes alrededor, con la condición de que haya un poste en cada vértice y también en cada punto medio de los lados.

¿Cuántos postes necesitará como mínimo?

a) 58 b) 59 c) 60
d) 61 e) 62

Resolución:

Para que haya un poste en cada punto medio; el número de postes debe ser impar en cada lado.



Si: $d = MCD(144, 240, 360)$
$= 24$

Entonces:

$\#$ de postes en un lado $= \frac{360}{24} + 1 = 16$ (par).

Luego tomamos: $d = 12$

$\therefore$ # de postes:

$= \left(\frac{144}{12} + 1\right) + \left(\frac{240}{12} + 1\right) + \left(\frac{360}{12} + 1\right) - 3$

$= 13 + 21 + 31 - 3$

$= 65 - 3 = 62$

Clave: e

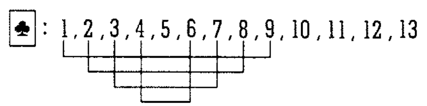
PROBLEMA 21

De un juego de naipes (52 cartas, 13 de cada palo), ¿cuántos naipes hay que extraer al azar y como mínimo para tener la seguridad de haber conseguido dos naipes que sumen 10?

a) 35 b) 30 c) 31
d) 32 e) 34

***Resolución*:**

Analizando un palo:



En el peor de los casos primero salen las cartas 10,11,12, 13 de cada palo.

Luego las cartas 1,2,3 y 4 de cada palo; después una sola carta 5 y finalmente una carta más.

Extraer: $4(4)+4(4)+1+1=34$

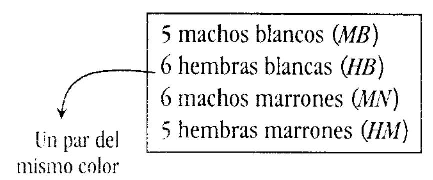
Clave: e

PROBLEMA 22

En una caja se encuentran 5 conejos blancos, 6 conejas blancas, 6 conejos marrones y 5 conejas marrones. ¿Cuál es el mínimo número de animales que se deben extraer para tener necesariamente un conejo y una coneja del mismo color?

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e)

***Resolución*:**



En el peor de los casos salen pares de diferente color:

Extraer $=6HB+6MM+1=13$

Clave: d

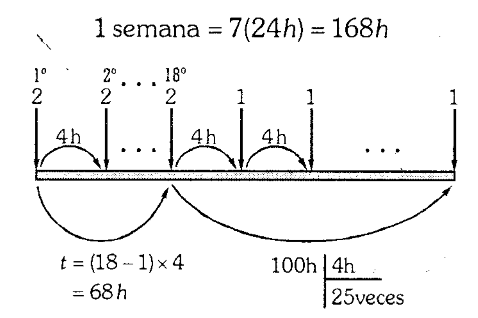
PROBLEMA 23

¿Cuántas pastillas tomará un enfermo durante una semana en que estará en cama, si él toma dos pastillas cada 4 horas y sólo una pastilla cada vez después de haber tomado la número 36?. Considerar que el enfermo comienza y termina la semana tomando pastillas.

a) 50 b) 60 c) 61
d) 65 e) 70

***Resolución*:**

$1\text{ semana}=7(24h)=168h$



pastillas: $18(2)+25(1)=61$

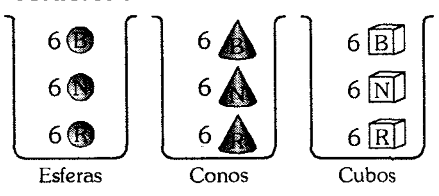
Clave: c

PROBLEMA 24

Se tiene 3 cajas en una hay 6 esferas blancas, 6 esferas negras y 6 esferas rojas; en otra hay 6 conos blancos, 6 negros y 6 rojos y en la tercera hay 6 cubos blancos, 6 negros y 6 rojos. ¿Cuál es el menor número de objetos que se debe extraer de las 3 cajas para tener la certeza de haber extraído necesariamente entre ellas un par de esferas, un par de conos y un par de cubos, todos del mismo color?

a) 28 b) 7 c) 32
d) 24 e) 36

Resolución:



De la primera caja sacamos 4 objetos para tener con certeza 2 del mismo color, luego de la segunda y tercera caja sacamos objetos de color diferente a los 2 del mismo color de la primera caja.

Extraer

$= \underbrace{BNRB}_{\text{esferas}} + \underbrace{(6N+6R+2B)}_{\text{conos}} + \underbrace{(6N+6R+2B)}_{\text{cubos}}$

$= 32$

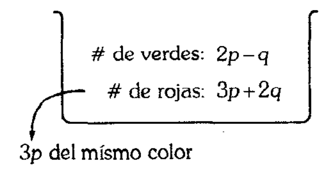
Clave: c

PROBLEMA 25

En una urna se tiene $(2p-q)$ fichas verdes y $(3p+2q)$ fichas rojas. ¿Cuántas fichas se deben sacar para tener la certeza de haber extraído "$3p$" fichas de uno de los colores?

a) $3p+q$ b) $4p+q$ c) $5p-q$
d) $p-q$ e) $5p+q$

Resolución:



En el peor de los casos primero sale puro fichas verdes, ya que hay menos de $3p$ fichas.

Al extraer: $(2p-q)+3p=5p-q$

Clave: c

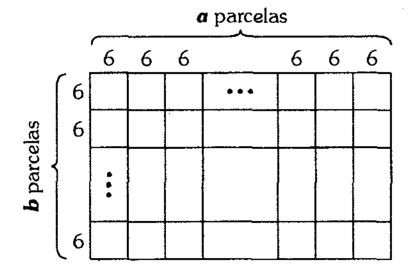
PROBLEMA 26

Un terreno de forma rectangular se ha dividido en parcelas cuadradas, todas iguales con 6m de lado. Se han obtenido 1 419 parcelas y se emplearon 1 496 postes que se colocaron en cada vértice de las parcelas.

Hallar el perímetro del terreno.

a) 608m b) 816m c) 912m
d) 1216m e) 2432m

Resolución:



Del dato: $\longrightarrow a \times b = 1419$

$\longrightarrow (a+1)(b+1)=1496$

$ab+a+b+1=1496$

$1419+a+b+1=1496$

$a+b=76$

$\therefore$ Perímetro: $6a+6b+6a+6b$

$$=12(a+b)$$

$$=12(76)=912m$$

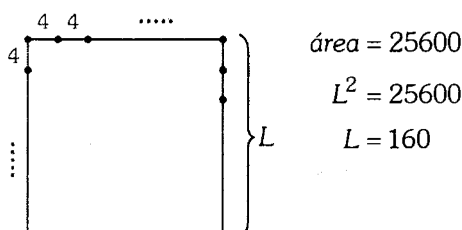
Clave: c

PROBLEMA 27

¿Cuántas estacas se necesitan para cercar un terreno de forma cuadrada cuya área de 25 600m², si las estacas se ubican cada 4m?

a) 80 b) 170 c) 150
d) 200 e) 160

Resolución:



$$\text{área}=25600$$

$$L^2=25600$$

$$L=160$$

$$\#\text{ de estacas }=\frac{\text{Perímetro}}{\text{Separación}}=\frac{160\times 4}{4}=160$$

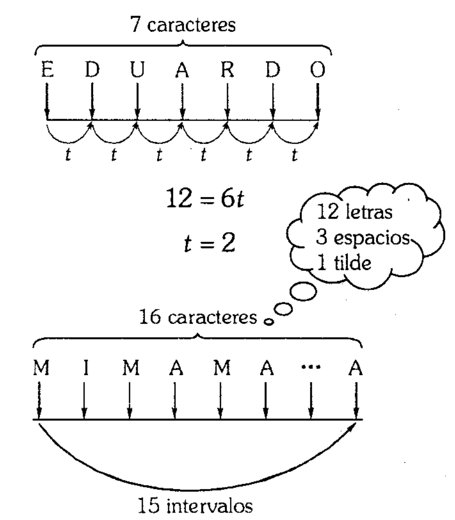
Clave: e

PROBLEMA 28

Eduardo está aprendiendo a digitar, por ello, sólo emplea su índice derecho. si para digitar su nombre emplea 12s, ¿qué tiempo empleará para digitar **MI MAMÁ ME MIMA**?

a) 20s b) 24s c) 30s
d) 36s e) 40s

Resolución:



Tiempo $=15(2)=30$ segundos

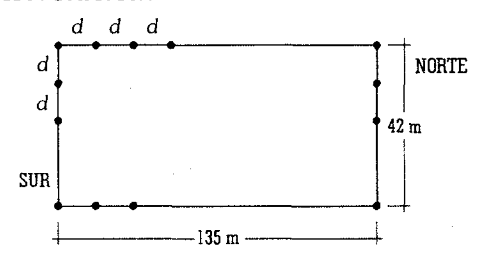
Clave: c

PROBLEMA 29

Se quiere colocar un cerco rectangular de 135m de largo y 42m de ancho, para darle mayor seguridad a los exteriores del estadio. El cerco se sujetará en postes equidistantes entre ellos, de los cuales los ubicados en los puntos medios del cerco que cubre la zona exterior de las tribunas norte y sur, y los postes que trisequen los otros dos exteriores faltantes, tendrán instaladas cámaras de seguridad. ¿Cuántos postes serán necesarios, como mínimo, si la distancia entre postes, es una cantidad entera de metros?

a) 118 b) 124 c) 112
d) 128 e) 106

Resolución:



Si: $d = MCD(42;135) = 3$

- # de postes (norte): $\frac{42}{3} + 1 = 15$

  Como es impar $(\overset{\circ}{2}+1)$ habrá un poste en el punto medio.

- # de postes (este): $\frac{135}{3} + 1 = 46$

  Como el número de postes es múltiplo de 3 más $2(\overset{\circ}{3}+2)$, habrá 2 postes que trisequen.

Las esquinas se repiten.

$$\# \text{ postes } = 15 + 15 + 46 + 46 - 4$$
$$= 118$$

Clave: a

PROBLEMA 30

Se tienen dos manojos de 5 y 6 llaves, uno de éstos contiene las 4 llaves que corresponden a las cerraduras de 4 puertas. ¿Cuántas veces, al azar y como mínimo, se deben de probar las llaves para determinar con certeza la llave que corresponde a cada puerta?

a) 19 b) 20 e) 22
d) 26 e) 25

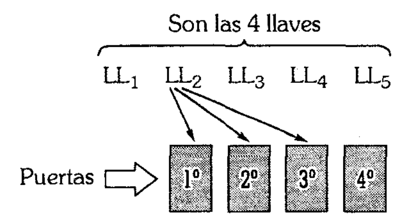
Resolución:

Llaves

$$\underbrace{Y_1\,Y_2\,Y_3 \ldots Y_6}_{\text{manojo 1}} \qquad \underbrace{LL_1\,LL_2 \ldots LL_5}_{\text{manojo 2}}$$

En el peor de los casos tomará primero el manojo 1 que tiene más llaves. Probará Y_1, Y_2 y Y_3 con cada puerta, si ninguna corresponde, entonces el manojo 2 contiene las 4 llaves que sí corresponden.

Del manojo 2 se prueba LL_1 con cada puerta y LL_2 con las 3 primeras; ya que si no abre ninguna, ésta llave es de la cuarta puerta.



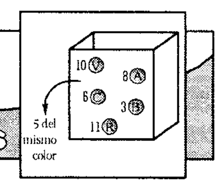
Luego la llave LL_3 sólo se debe probar 2 veces y la llave LL_4 una sola vez.

de veces: $\underset{\substack{\uparrow \\ y_1 y_2 y_3}}{3}(4) + \underset{\substack{\uparrow \\ LL_1}}{1}(4) + 3 + 2 + 1 = 22$

Clave: e

Primera Práctica

Situaciones Lógicas Diversas



01 ¿Cuántas estacas se necesitan para cercar un terreno en forma de triángulo equilátero de $225\sqrt{3}m^2$ de área; si la separación entre estacas debe ser $5m^2$?

a) 19 b) 22 c) 21
d) 24 e) 18

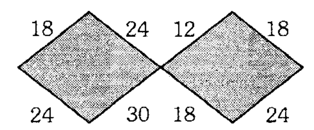
02 Se desean plantar postes a ambos lados de una avenida de longitud "*L*" metros. Si el primer poste debe estar separado de segundo 1m, el segundo del tercero 2m, el tercero del cuarto 3m, y así sucesivamente. Calcular "*L*", si el número de postes que se plantaron es 40.

a) 780 b) 820 c) 200
d) 210 e) 190

03 ¿Cuántos árboles se necesitan colocar en el perímetro y las diagonales de un parque de $90 \times 120m$; si se coloca cada 5m?

a) 146 b) 141 c) 144
d) 157 e) 139

04 Un granjero tiene un terreno de la forma como se muestra:



Si desea cercarlo con el mínimo número de estacas igualmente espaciadas, ¿cuántas estacas se necesitan?

a) 28 b) 29 c) 27
d) 32 e) 56

05 Se desea sembrar rosas en un terreno de $400m \times 280m$, tal que la distancia entre rosa y rosa sea 10m a lo largo y 5m a lo ancho. ¿Cuántas rosas se necesitan?

a) 2 337 b) 2 240 c) 2 373
d) 2 296 e) 192

06 ¿Cuántas pastillas tomará un paciente durante una semana; si toma 2 pastillas cada 12h?

a) 30 b) 28 c) 24
d) 32 e) 26

07 Adolfo debe tomar 3 pastillas de **OMEPRAL** cada 8 horas y 4 pastillas de **RANITIDINA** cada 12 horas, durante 4 días. ¿Cuál es la diferencia entre el total de pastillas de **OMEPRAL** y **RANITIDINA** que tomará?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 6 e) 7

08 Saúl debe tomar 2 pastillas del tipo **A** cada 3 horas y 3 pastillas del tipo **B** cada 4 horas. Si comenzó su tratamiento tomando ambos tipos, ¿en cuánto tiempo como mínimo tomará 56 pastillas en total?

a) 24h b) 72h c) 28h
d) 36h e) 30h

09 En una caja se tiene una bolita numerada con el 1; dos bolitas numeradas con el 2; tres bolitas numeradas con el 3 y así sucesivamente hasta 20 bolitas numeradas con el 20.

¿Cuál es el mínimo número de bolas que se debe extraer al azar para tener con certeza un grupo de bolas cuyos números sumen más de 385?

a) 11 b) 56 c) 66
d) 55 e) 67

10 En una urna se tienen 20 bolos numeradas del 1 al 20. Si ya se extrajeron 3 bolos con los números indicados. ¿Cuántos bolos más se deben extraer al azar para tener la certeza de obtener 2 bolos cuyos números cumplan con la siguiente operación?

$$\bigcirc + ③ = \bigcirc + ⑤ + ⑩$$

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

11 ¿Cuántas cartas se deben extraer de una baraja, como mínimo, para tener con certeza 2 cartas numeradas con un número primo y del mismo color?

a) 31 b) 32 c) 30
d) 28 e) 29

12 Hallar el mínimo número de fichas que se deben extraer de un juego de ajedrez para tener con certeza 2 peones?

a) 16 b) 18 c) 17
d) 19 e) 20

13 En una bolsa se tiene $(a-2)$ caramelos de fresa; $(a+2)$ caramelos de limón y $(a-3)$ caramelos de naranja. ¿Cuál es la mínima cantidad de caramelos que se deben extraer para tener con seguridad uno de cada sabor?

a) $2a$ b) $3a-2$
c) $2a-4$ d) $2a+1$
e) $2a-3$

14 Se tiene un grupo de 30 hombres y 20 mujeres de los cuales se elige uno por uno al azar. Cuántas elecciones se tendrán que realizar para tener con certeza:

I. dos hombres.
II. Una pareja mixta.

a) 22 – 31 b) 21 – 30
c) 21 – 31 d) 31 – 32
e) 22 – 30

15 En una caja hay 12 fichas rojas, 10 azules, 4 verdes y 8 negras.

¿Cuál es el mínimo número de fichas que se deben de sacar para tener con seguridad 8 de uno de los colores?

a) 26 b) 25 c) 28
d) 29 e) 27

16 En una caja hay 2 lápices del color **A**; 3 del color **B**; 4 del color **C**,...;"n" de color **J**. ¿Cuál es el mínimo número de lápices que se deben extraer como mínimo para tener un color por completo?

a) 55 b) 56 c) 67
d) 66 e) 57

17 En un bolsa se tienen: 10 borradores; 8 tajadores y 12 lápices. ¿Cuántos objetos se deben extraer como mínimo para tener la seguridad de haber extraído 2 borradores y 2 tajadores?

a) 24 b) 23 c) 25
d) 26 e) 27

18 En una caja 10 pares de guantes de color blanco; 5 pares de guantes de color rojo y 8 pares de guantes de color azul. Hallar el mínimo número de guantes que se deben extraer para tener con certeza:

I. Un par del mismo color.
II. Un par útil.
III. Un par de guantes rojos y un par de guantes azules ambos utilizables.

Dar como respuesta la suma de resultados.

a) 69 b) 71 c) 72
d) 70 e) 74

19 Se tiene 100 bolitas numeradas del 1 al 100. ¿Cuál es el menor número de bolitas que se deben extraer para estar seguro de haber obtenido por lo menos 2 bolitas cuya suma sea 91?

a) 55 b) 57 c) 51
d) 56 e) 53

20 En una caja se tienen 8 caramelos de menta, 9 de limón, 10 de fresa y 11 de chicha. ¿Cuántos caramelos debemos extraer "sin ver" para tener con seguridad 4 del mismo sabor en 3 de los cuatro sabores?

a) 29 b) 26 c) 30
d) 27 e) 28

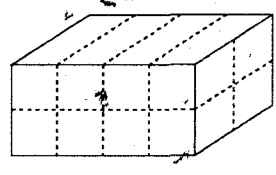
21 En una caja se tienen 10 pares de guantes y 6 pares de calcetines. ¿Cual es el menor número de extracciones de uno en uno y al azar que se deben realizar para obtener con seguridad un par de guantes utilizables y un par de calcetines utilizables?

a) 27 b) 28 c) 24
d) 25 e) 23

22 ¿Cuántas cartas debemos extraer al azar y como mínimo de una baraja para tener con certeza 2 cartas pares de diferente color?

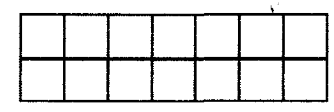
a) 39　　b) 38　　c) 41
d) 40　　e) 42

23 En la figura se muestra un pedazo de madera que será cortado con una sierra eléctrica en 16 pedazos iguales siguiendo las líneas marcadas. Cuántos cortes como mínimo se debe hacer?



a) 3　　b) 4　　c) 5
d) 6　　e) 7

24 En la figura se muestra un pedazo de madera con marca cuadriculada. ¿Cuántos cortes rectos como mínimo se debe realizar con una sierra eléctrica para obtener los 14 pedazos cuadrados?



a) 3　　b) 4　　c) 5
d) 6　　e) 7

25 Si una hoja de papel se le trazan 16 líneas rectas; y luego, por ellas se deben realizar cortes sin doblar el papel. ¿Cuál es el máximo número de pedazos que se obtendrá?

a) 137　　b) 142　　c) 149
d) 156　　e) 160

26 Un cubo compacto de madera, de 20 cm. de arista, será cortado con una sierra eléctrica en 64 cubitos iguales.

¿Cuántos cortes como mínimo se deben hacer?

a) 5　　b) 6　　e) 7
d) 8　　e) 9

27 Un hojalatero tiene una plancha de 25m de largo; si diariamente corta 50m de largo, ¿en cuántos días habrá cortado íntegramente la plancha?

a) 50　　b) 51　　c) 47
d) 49　　e) 47

28 Se corta una varilla de 816 cm. en 3 partes iguales; luego, en cada parte se realizan nuevos cortes y se obtienen en el primero, pedazos de 16cm; en el segundo de 17 cm. y en el tercero de 34 cm. Hallar el número total de cortes.

a) 40　　b) 43　　c) 44
d) 45　　e) 42

29 En una caja hay 20 bolas numeradas del 0 al 9, de modo que a cada número le corresponden 2 bolas. ¿Cuántas bolas hay que extraer, como mínimo, al azar para tener la certeza de poder formar un número capicúa de 4 cifras?

a) 12　　b) 10　　c) 8
d) 4　　e) 14

Segunda Práctica

Situaciones Lógicas Diversas

01 Juan toma una pastilla cada 3 horas. Si comenzó su tratamiento a la 9 a.m. del lunes, ¿cuántas pastillas tomará hasta el día viernes de la misma semana, hasta las 6 p.m.?

a) 34 b) 36 c) 37
d) 35 e) 39

02 Un vendedor de abarrotes solo tiene pesas, una de 2kg y otra de 5kg; y una balanza de 2 platillos. Si un cliente le pide un kilogramo de arroz. ¿Cuántas pesadas como mínimo debe realizar utilizando siempre las 2 pesas?

a) 3 b) 2 c) 4
d) 5 e) 10

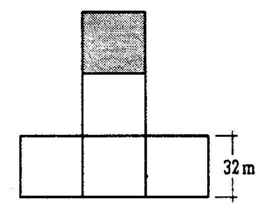
03 De 81 canicas idénticas, 80 pesan igual y solo un pesa más que las otras. ¿Cuántas pesadas como mínimo se debe realizar en una balanza de 2 platillos para encontrar la más pesada?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

04 Un vendedor de abarrotes solo tiene 2 pesas, una de 3 kg. y otra de 8 kg. y una balanza de 2 platillos. Si un cliente le pide 18 kg. de arroz; ¿cuántas pesadas como mínimo debe realizar el vendedor utilizando siempre las 2 pesas?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

05 Un anciano dejo a sus cuatro hijos una herencia que consiste de 5 parcelas contiguas de forma cuadrada, como se muestra. Si todos recibieron terrenos iguales, ¿cuál es el perímetro de cada terreno?



a) 152m b) 156m c) 160m
d) 144m e) 176m

06 Debemos colocar 7 litros de agua en un recipiente y solo tenemos un balde de 4 litros y otro de 9 litros de capacidad. Si usamos los dos baldes y ninguno de ellos tiene marcas que indiquen cantidades más pequeñas, ¿por lo menos cuántas veces debemos llenar el balde de 9 litros para tener lo requerido?

a) 3 b) 2 c) 1
d) 5 b) 4

07 ¿Cuál es el mínimo número de personas que deben llegar a una reunión de 500 personas; para tener la seguridad que entre ellas hay 3 con la misma fecha de cumpleaños?

a) 231 b) 230 c) 232
d) 233 e) 229

08 En una caja se tienen 5 bolas rojas, 6 azules, 7 negras y 8 verdes. Hallar el mínimo de bolas que se debe de extraer para tener con certeza 2 rojas ó 3 verdes?

a) 18 b) 19 c) 16
d) 17 e) 20

09 En una bolsa se tienen $(n+1)$ fichas rojas, $(n-2)$ fichas azules y $(n+3)$ fichas negras. Si el mínimo numero de fichas que se deben extraer para tener con certeza 2 fichas de cada color es 26. Hallar el mínimo número de fichas que se deben extraer para tener con seguridad 2 fichas azules y 2 fichas negras.

a) 27 b) 28 c) 25
d) 26 e) 24

10 Si San pedro tiene 3 llaves y cuatro puertas sin rotular correspondientes al cielo, el purgatorio, el infierno y la tierra. ¿Cuántas veces como mínimo se tendrán que probar estas llaves para determinar con certeza que llave corresponde a su respectiva puerta?

a) 9 b) 6 c) 7
d) 8 e) 5

11 Un sastre tiene una tela de 7 metros de largo por 1 metro de ancho y una tijera que puede cortar a lo mas dos capas de tela a la vez. Si el sastre desea obtener 7 trozos de tela de 1m de largo. ¿Cuántos cortes de 1m de ancho como mínimo debe realizar?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

12 ¿Cuál es el menor número de rectas que deben trazarse a las siguientes figuras para dividirla en 6 regiones?

a) $1-1$
b) $1-2$
c) $2-1$
d) $3-3$
e) $2-2$

Fig. I

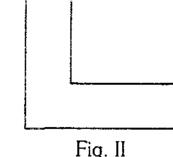


Fig. II

13 ¿Cuántos cortes rectos, como mínimo debe realizar Blanca Nieves a un pastel de forma cilíndrica para compartirlo en partes iguales con los siete enanitos?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 1

14 Si con 3 colillas se puede formar un cigarro ¿Cuántos cigarros como máximo se podrá formar, si se tiene 35 colillas?

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 12

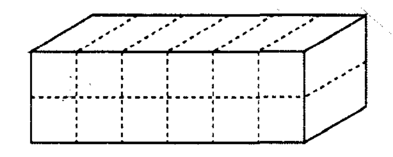
15 Se tienen varias pesas de

$$2, 4, 8, 16, \ldots, 2^n \text{kg}.$$

¿Cuántas de estas pesas deben ser usadas como minino para obtener 410 kg?

a) 6 b) 7 c) 4
d) 5 e) 8

16 En la figura se tiene un trozo de madera, el cual será cortado por las líneas punteadas ¿Cuántos cortes como mínimo se debe dar?



a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

17 Un terreno de forma rectangular de $952 \times 544 m^2$ es cercado con postes equidistantes de 30 a 40 metros y que corresponden un poste a cada vértice y otro a cada punto medio de los lados. Determine el número de postes.

a) 86 b) 88 c) 90
d) 92 e) 94

18 ¿Cuántos árboles se necesitan colocar en el perímetro y las diagonales en un parque de $60 \times 80m$, si se colocan cada 10m?

a) 45 b) 46 c) 47
d) 48 e) 49

19 Adolfo tomó 2 pastillas y media del tipo **A** cada 6 horas; y media pastilla del tipo **B** cada tres horas hasta que la diferencia del número de pastillas tomadas sea 8. ¿Cuánto tiempo duró el tratamiento?

a) 24h b) 12h c) 18h
d) 48h e) 36h

20 Tengo rosas y las deseo sembrar en un terreno de $350 \times 280m$. Tal que la distancia entre rosa y rosa sea 7m a lo largo y 5m a lo ancho; pero me faltan 2 docenas. ¿Cuántas rosas tengo?

a) 2 883 b) 2 884 c) 2 885
d) 2 886 e) 2 893

21 Se corta una vara de 204 cm. de longitud en 3 partes iguales, luego en cada parte se realiza nuevos cortes y se obtienen en el primero, pedazos de 4cm, en el segundo, de 4,25cm; y en el tercero de 8,5cm.

Halle el número total de cortes.

a) 41 b) 38 c) 43
d) 45 e) 40

22 ¿Cuántos cortes deberá darse a un aro de 30 m. de longitud para obtener pedazos de 5 m.?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 5 e) 9

23 Pilar debe tomar una pastilla de "**FLACOL**" cada 3 horas y 2 de **RANITIDINA** cada 4 horas.

Si comenzó el tratamiento tomando ambos tipos ¿en cuántas horas habrá tomado 33 pastillas?

a) 33 b) 40 c) 36
d) 72 e) 18

24 Una caja tiene 12 bolos numerados del 3 al 14 ¿Cuántos bolos como mínimo se deben extraer al azar para tener la certeza de haber sacado 2 fichas cuyos números cumplan la siguiente operación?

(15) – ◯ = ◯

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

25 ¿Cuántas personas deben estar reunidas como mínimo para tener con certeza 3 con la misma fecha de cumpleaños?

a) 731 b) 732 c) 734
d) 723 e) 733

26 Se tiene un balde con 13 litros de vino del cual solo se requieren 10 litros. Si además sólo se posee 2 baldes vacíos: Uno de 4 litros y otro de 7 litros, cuántos transvases serán necesarios para obtener el volumen deseado?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

27 En una caja se tiene 4 lapiceros rojos, 6 azules, 7 negros y 10 verdes.

Halle el mínimo número de lapiceros que se deben extraer para tener con certeza un rojo o azul.

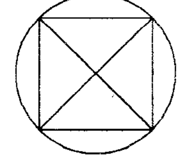
a) 17 b) 18 c) 23
d) 40 e) 24

28 En una caja se tiene 100 pares de medias del color 1; 101 pares de medias del color 2; 102 pares de medias del color 3 y así sucesivamente hasta 120 veinte pares de medias del color 21. ¿Cuántas medias se deben extraer para tener con certeza un par útil?

a) 22 b) 2210 c) 2211
d) 23 e) 2200

29 En la figura se muestra una hoja de papel. En ella se ha dibujado un cuadrado, se desea seccionar las 8 regiones simples. Halle el mínimo número de cortes rectos que debe hacerse.

a) 4
b) 3
c) 1
d) 5
e) 2



30 Se dispone de una balanza se un solo platillo, que sólo puede pesar 7, 9 ó 13 kg exactamente, Además se tiene una pesa de 2kg ¿Cuántas veces como mínimo se debe usar la balanza para pesar 41kg de azúcar?

a) 5 b) 7 c) 4
d) 6 e) 8

CLAVES
SITUACIONES LÓGICAS DIVERSAS

PRIMERA PRÁCTICA				
01. e	02. e	03. b	04. c	05. a
06. a	07. b	08. d	09. b	10. a
11. a	12. b	13. d	14. a	15. a
16. b	17. a	18. d	19. d	20. e
21. e	22. c	23. b	24. b	25. a
26. b	27. d	28. a	29. a	

SEGUNDA PRÁCTICA				
01. b	02. a	03. c	04. b	05. c
06. a	07. d	08. d	09. d	10. b
11. b	12. e	13. b	14. c	15. d
16. b	17. b	18. a	19. a	20. a
21. e	22. a	23. c	24. c	25. e
26. b	27. b	28. a	29. c	30. a

Esta obra
se terminó de imprimir en los
talleres gráficos de:
Distribuidora, Imprenta, Editorial, Librería
MOSHERA S.R.L.
en el mes de Enero del 2012
con un tiraje de 1000 ejemplares
Lima - Perú

Distribuidora, Imprenta, Editorial, Librería
MOSHERA S.R.L.
e-mail: editorialmoshera@hotmail.com
Jr. Tacna 2969 - Lima 31
Telefax: 567-9299